

# 1 陽電子とは何者か

## 1.1 陽電子とは？

陽電子は、電子の反粒子であり、電子と全く等しい質量と、符号は反対であるが全く等しい電荷量を持っている。しかし、我々の宇宙には、電子は豊富にあるが陽電子はあまり存在しないようである。さらに一般的に言って、正粒子（電子、陽子、中性子など）は物質の構成要素として、たくさん存在するが、不思議なことに反粒子（陽電子、反陽子、反中性子など）はほとんど存在しないらしい。この不思議の謎を解く鍵は、KEK-Bファクトリーでも精力的に研究されている、CP対称性の破れというものにあるようであるが、私の専門ではないので、これ以上は踏み込まない。

## 1.2 電子スピンの発見

実は電子がスピンを持つということと陽電子という反粒子を持つことの間にはディラックの方程式が示唆するようなつながりがある。そこでまず電子のスピンがどのようにみつかったかという話をする。これは陽電子が発見されるより少し前の時代のことである。

当時、ようやく陰極線の正体がマイナスの電荷を持った粒子（電子）であることがわかったばかりで、まだ原子が何からできているかはわからない頃から話は始まる。1896年に（正常）ゼーマン効果というものが発見された。これは原子の発光のスペクトル線が、原子を磁場中に置くと3本に分裂するという現象であった。しかしこのゼーマン効果により原子の中には、その構成要素として電子が存在しており、磁場中での電子のラーマー運動によりスペクトルが分裂することが理解されたのである。

そして量子論が現れたのはゾンマーフェルトらにより、これは電子の軌道角運動量の量子化、言い換えれば電子が原子核の周りを回転することにより生じる磁気モーメントが外部磁場により持つエネルギーの量子化（電子軌道の準位を表す3つの量子数のうち第3量子数）により現れるものであることが示された。しかし、世の中はいつでも大成功の裏には、すでに次の苦難の道の兆しが

表れていることが多い。実はある種の原子の軌道角運動量を持たない準位においてゼーマン効果は起こるはずの無いにもかかわらず、スペクトル線の（しかも3本へではなく）2本への分裂が見えていた（異常ゼーマン効果）。

これに挑んだのがあのパウリである。さんざん苦労した結果、理論的な裏付けはなかったがある種の磁気モーメントが有ると考えると説明できることに気がついた。そしてこれを第4の量子数として提案した。波動関数に2つの成分がありそれらが2行2列のパウリ行列と呼ばれるもので結びつけられているというのである。しかしその実体については何の見解も示さなかった。

1925年にクローニツヒはこれを電子の自転によるものとして説明できると考えた。しかし単純に計算するとその結果は実験値の2倍になり、また古典的電子半径の球状電荷分布を考えるとその表面速度は光速を越えることになる。これらのことをパウリに指摘されて論文化するのを諦めてノーベル賞を逃すことになる。

同じ頃、ウーレンベックとカウシュミットも同じ自転電子のアイデアを思い付き師匠のエーレンフェストに相談した。彼らも2倍のファクターの問題には気がつきウーレンベックは論文を出すのをやめようとしたが、エーレンフェストは勝手に投稿してしまい、「君たちは若いんだから少しくらい間違いがあっても失うものは何もない」と言ったらしい。後にトーマスが相対論的な座標系の取り扱いにより2倍のファクターの問題を解決したので、パウリもこの考えを受け入れ、ボーアがスピンと命名した。その結果として、ウーレンベックとカウシュミットは電子スピンの発見者としてノーベル賞を受賞することになる。物事を人に相談する時には「誰に」相談を持ちかけるかについて、よ～く考えた方がよいようだ。

実はパウリが導入した2成分の波動関数はスピンの上向きと下向きの成分を表しており、パウリ行列はそれのつながりを表しているのであるが、それを陽電子の存在を含んだ一般化した形で表したものが次に述べるディラック方程式である。

$$(-i\gamma^\mu \partial_\mu + m)\psi(x) = 0$$

### 1.3 陽電子の発見

陽電子の存在は、実験的に発見される以前に、1928年に P. M. ディラックによって提案された電子の相対論的な波動方程式において予言されていた [1]。ディラックがこの方程式を導くに到るアクロバティックな導出の経緯については、文献 [2] に詳しい。この方程式により電子の持つスピンの自由度が極めて自然な形で導入された。すなわち相対論的な要請を満足するような運動方程式はその係数が単なる数ではだめで 4 行 4 列の行列にせざるを得ないということに導き出した。そしてその解は 4 成分をもつ。このうち 2 つの成分はスピンを表すものであり近似的にパウリの導いた解とつながった。しかしそれ以外の成分には負のエネルギーを持つ電子の解が含まれていた。ディラック自身、当初はこれを理論の欠陥だと考えたようである。しばらくして、自然界は負エネルギーの電子によって海のように占められていると考え、そこから電子が一つ大きなエネルギーを得て飛び出したときに、そこに空いた空孔が正のエネルギーを持ち、正電荷をもった粒子であるように振る舞うと考えた。そして、初めはこれを陽子であると想定したという。当時まだ、電子と陽子しか発見されておらず、この世界の全ては電子と陽子だけからなるという考え方が支配的で、まだ発見されたいないような新しい粒子を導入するには臆病であったようだ。しかし、考察を進め覚悟を決めたディラックは 1931 年、このような空孔が存在するならば、これは電子と同じ質量、反対の電荷を持つ、いまだに知られていない新しい粒子であるという考えを発表した。そして、これを反電子と呼んだ。

そして、1932 年に実験的に C. D. アンダーソンにより、宇宙線中において陽電子が発見された。この 1932 年は、“奇跡の年”とも呼ばれ、さまざまな画期的発見がたまって現れた年であったという [3]。すなわち、中性子、水素の同位体（重水素）、陽電子の発見が引き続いたのである。アンダーソンは、17cm×17cm×3cm の大きさのウィルソン霧箱に 24kGauss の磁場をかけたものを用いて、宇宙線を観測していた。そして、宇宙線が物質に当たって、そこから複数の粒子が出ている

飛跡を見つけた。そこでは、負の電荷を持つ粒子と同じくらい正の電荷を持つ粒子も観測された。

当初、これは陽子であるかと思われたが、そうであるならもっと大きな電離を飛跡上に残すはずであった。また、物質から正電荷粒子と負電荷粒子が出ているのではなくて、負電荷粒子が物質に向かって行って物質で跳ね返った軌跡を見ているのではないかという解釈もあった。そこで、粒子の進行方向を調べるために、6mm 厚の鉛板を入れてみた。すると、この粒子が鉛板を通り抜けたときにエネルギーを失い、そこから曲率半径が小さくなっているような飛跡を捕らえた。これにより、粒子の進行方向は同定され、明らかにこれは正電荷を持つことが確認された。また、飛跡上の電離の程度を詳しく調べることにより、その質量はおおよそ電子と同じであることもわかった。こうして、“正電荷をもつ電子”が発見された。彼はその時はディラックの理論は知らなかったようであるが、後にこの粒子を陽電子 (positron) と名付けた。彼は、4 年後ノーベル賞を受けることになるが、当時まだ 31 歳であり、これはノーベル賞受賞者の最年少記録であるらしい [4]。

しかし、この発見の後、他の物理学者も陽電子の飛跡を、より早い時期に捕らえていたことがわかった。例えば、マリー・キュリーの娘、イレーヌ・キュリーとその夫フレデリック・ジョリオは、ポロニウム + ベリリウム の放射線源から出るガンマ線が対生成を起こして陽電子になったものを捕らえていた。しかし、彼らはこれを逆方向に放射線源へ向かって進む電子であると解釈していたのである。実は、彼らは中性子の発見もまたその手の中から逃している。彼らは、放射線源から出るある種の放射線がパラフィン箔から陽子を弾き出すのを観測していたが、これをガンマ線であると考えていた。J. チャドウィックは、これを重い中性の粒子であると解釈した。そして、これが陽子にほとんど等しい質量を持つ中性の粒子であることを確認する実験を行って、中性子を発見し、ノーベル賞を受けた。

キュリーたちは、つくづくツイていない人たちである。しかし数年後、彼らはある種の原子核 (Al など) をアルファ粒子で衝撃して得られた人工放

射能を発見して、わずか1ページの報告を「ネイチュア」に発表し、ようやくノーベル賞を受けることになる。偉い人はやっぱり偉いのだ、ということであろうか。

#### 1.4 再び、陽電子とは？

のちに量子場の理論ができて、負のエネルギー電子の海のようなものを考えなくとも、陽電子は電子と対等の存在であると見なされるようになった。それをより分かりやすい形で表しているのがファインマンによる陽電子の考え方である。私が学生時代に、初めてこの考え方を知って、ある意味で世界観が変わるような強い印象を持った。あるとき、ファインマンはその師であるホウイラーのところへ行って、“先生、なぜ世界中の電子が全く同じ質量をもっているか、わかりましたよ”といったそうなの。その解釈とは、図1の様なものである。

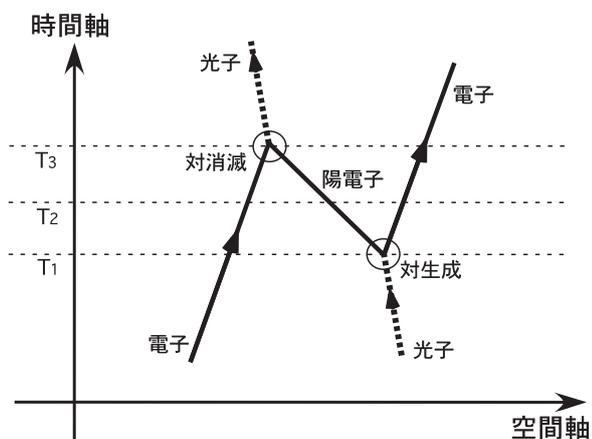


図 1: 時間を逆行する電子

これは、光子が電子と陽電子を対生成するのと、その陽電子が別の電子と衝突して対消滅するのを時間、空間的に示したものである。すなわち時刻 T1 で対生成が起こり、時刻 T2 には電子と陽電子ともう一つの電子が存在する。そして、時刻 T3 で対消滅が起きる。さてここで、陽電子とは、“時間を逆行する電子”であると見做してみよう。すると、これは単に1つの電子が時空間内を行ったり来たりしていることを表しているだけの図になる。この考えを進めると、この世の中にはたった1つの電子があるだけ、ということになる。

このようにある意味で陽電子とは不思議な存在である。しかし、加速器でそれを生成し加速して衝突実験などに日々使用する立場からすると、陽電子はすでにありふれた日常的な存在であり、その存在感は電子と全く対等である。ある意味では、陽電子は簡単に作れる。つまり、静止質量が小さい ( $0.511 \text{ MeV}/c^2$ ) ので、一次電子ビームをほんの数 MeV まで加速して適当な物質に照射するだけでも、電磁シャワーにより陽電子を生成できる。しかし、別の意味では陽電子を作るのは難しい。それは、電子ビームと同程度の強度のビームを作るためには、一次電子ビームのエネルギーを GeV クラスまで上げる必要があるし、生成された陽電子を効率良く収集してビームとしてまとめるための強いソレノイド磁場のシステムも必要となる。また、あまりに強い強度の電子ビームを生成標的にあてると、標的が破壊してしまう危険もある。

さて、この講義では、実用にたつような陽電子ビームをいかにして生成し収集するかということについて解説していくことにする。また、さらに進んだトピックとして偏極した(スピンの向きをそろった)陽電子ビームを作るための方法についても述べることにする。

## 2 陽電子の生成

加速器において陽電子を生成するには、高いエネルギーの電子を金属標的に照射して、そこで発生する電磁シャワーを用いる。この節では、この電磁シャワーの性質について説明する。

### 2.1 なぜなぞ

高エネルギー電子ビームを（十分に厚い）金属標的に当てて出てくる粒子を調べると、大部分はガンマ線であり、残りが電子と陽電子である。しかし、数を比較すると陽電子より電子の方が多い。まあ、もともと電子を入射したんだし、そりゃそうだろう、と思える。さて次に、（仮想的に）ガンマ線のビームを金属標的に当てて見よう。これなら電子と陽電子の数は同じになるかなあ？あー、やはり電子の方が数が多い。それでは、さらに次に、陽電子のビームを金属標的に当てて見よう。おやおや？、やはり陽電子より電子の方が多いぞ。さあ、なぜだろう？

### 2.2 電磁シャワーとは何か

荷電粒子が物質中を通過するとき、物質原子との“衝突”か、電磁波の“放射”によってエネルギーを失っていく。衝突によるエネルギー損失とは、原子の励起や電離によるものである。陽子などの重い粒子や低エネルギー電子は、主に衝突によりエネルギーを失うが、高エネルギーの電子の場合、そのエネルギー損失は主に放射により起きる。より具体的には、物質原子の原子核付近の強い電場により、制動放射を起こしてエネルギーの高いガンマ線を出し、少しエネルギーを失う。次には、このガンマ線が、別の原子核付近の強い電場により、対生成反応を起こして電子と陽電子の対に変換する。これらの電子と陽電子は、なお高いエネルギーを持っているので、さらに制動放射でガンマ線を出すことができる。こうして、ねずみ算式に粒子数は増え、1粒子当りのエネルギーは小さくなっていく。このような現象を、カスケードシャワーと呼ぶ。カスケード(cascade)とは、英語で滝のことであるが、ナイアガラのような瀑布

ではなく、ちよろちよろと枝分かれしていく段々滝のことである。

電子や陽電子、ガンマ線などの電磁相互作用が主となるシャワーを電磁シャワーと呼び、陽子や中間子などのハドロン間の相互作用が主となるシャワーをハドロニック・シャワーと呼ぶ。電磁シャワーの発達の様子を概念的に表したのが、図-2である。

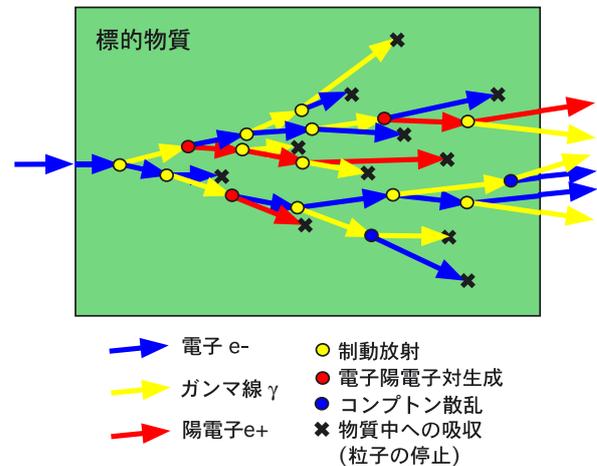


図 2: 電磁シャワーの概念図

シャワーの中のガンマ線は対生成を起こすだけでなく、物質原子の軌道電子とコンプトン散乱を起こして、この電子を叩き出すことがある。これがなぜなぞの答えである。定量的な例を表1に示す。電磁シャワーの生成された粒子（電子、陽電子、ガンマ線）の割合を示している。例えば一段目は、入射粒子が電子の場合、標的から生成されて出てくる粒子の大部分（85.1%）はガンマ線であり、電子が8.3%、陽電子が6.6%であることがわかる。そして、二段目、三段目はそれぞれ入射粒子を、仮想的にガンマ線、或いは陽電子に変えてみた場合の結果である。

	電子	陽電子	ガンマ線
電子入射	8.3	6.6	85.1
ガンマ線入射	8.9	7.3	83.8
陽電子入射	8.1	7.0	84.9

表 1: 電磁シャワーから出てくる粒子の割合 (%) (入射エネルギー 4GeV、タングステン標的 14mm 厚、1MeV 以上を持つ粒子のみカウント)

つまり、物質中からコンプトン散乱でたたき出

されてくる電子の寄与があるために、入射粒子の電荷がどうであろうと、出てくる粒子は陽電子より電子の方が多くなるのである。もちろん、標的物質が薄い場合には、入射粒子がほとんど突き抜けてくるのでこれは成り立たないが、シャワーが十分発達するような厚い標的ではこのような結果になる。

## 2.3 電磁シャワーのモンテカルロシミュレーション

電磁シャワーの性質についての理論的な取り扱いについては、文献 [5]、[6] において非常に詳しく記載されており、そこに挙げられている解析的な表式にはいろいろと示唆的なことが多い。しかし、実際的な加速器の設計の作業においては、これらの理論的な要素がその内部に取り込まれた、より汎用的で、より実用的なモンテカルロ・シミュレーションコードを使用する。それが、定番の EGS4 コードである [7]。例えば、表 1 の算出は EGS4 を用いて行った。これ以後、この講義録に出てくるシャワーシミュレーションは全て EGS4 を用いている。

## 2.4 陽電子生成標的

さて、このような電磁シャワーからなるべく多くの陽電子を取り出すにはどうすればよいだろうか？まず、制動放射や対生成を高い確率で起こすような物質を選ぶ必要がある。これらの反応の断面積は、大ざっぱに言って、標的物質の原子番号  $Z$  と質量数  $A$  に関して  $Z^2/A$  に比例する。そこで、なるべく原子番号の高い物質が良いのであるが、また別の条件として発熱に耐えるように高融点であることや割れにくいように引っ張り強度が高いことも必要になる。その結果、タンタル ( $^{73}\text{Ta}$ )、タングステン ( $^{74}\text{W}$ ) やタングステンとレニウム ( $^{75}\text{Re}$ ) の合金が一般的に用いられる。

さらに重要なのは、標的物質の厚みである。つまり、標的が薄すぎるとシャワーの発達が十分ではなく少数の陽電子しか取り出せない。かといって、厚すぎるとせっかくシャワーで生成された陽

電子がまた物質に吸収されてしまい数が減ってしまう。結局シャワーが最大に発達したところが最適である。文献 [6] によれば、入射粒子が電子の場合、その最適厚みは

$$T_{max} = 1.01 \left\{ \ln \left( \frac{E_0}{\epsilon_0} \right) - 1 \right\} \quad (2-1)$$

のような式で表される。ここで  $E_0$  は入射電子のエネルギーであり、また  $\epsilon_0$  はクリティカルエネルギーで、衝突による損失と放射による損失がほぼ釣り合うエネルギーである。式の意味することは、最適厚みの入射エネルギーに対する依存性は対数的であり、非常に緩い依存性でしかないということである。

さて、標的物質内でのシャワーの発達の様子を EGS4 を用いて調べてみよう。生成された陽電子の粒子数がタングステン標的の深さ方向へどう変化するかをプロットしたものを図 3 に示す。

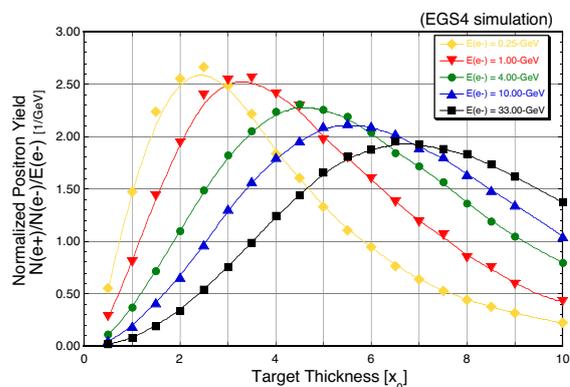


図 3: シャワーの発達の様子

横軸は標的の厚みを "放射長" を単位として表したものである。"放射長 (radiation length)" とは、その物質中を粒子が進んだ時、平均してそれだけ進むと 1 回放射を起こすような長さである。放射長は物質毎に異なるが、標的物質の厚みを放射長を単位として表すとシャワーの振る舞いを普遍的にあらわすことができるので非常に便利な量である。文献 [8] によれば、簡便な近似式として、各物質の放射長 ( $X_0$ ) は

$$X_0 = \frac{716.4 [g.cm^{-2}] A}{Z(Z+1) \ln(287/\sqrt{Z})} \quad (2-2)$$

と表わせる。さて、図3の縦軸は生成された陽電子の数である。しかし、陽電子数の絶対値ではなく、それを入射電子の数で割り、さらに入射電子のエネルギーで規格化したものである。これについては、あとで詳しく述べる。5つの曲線は、それぞれ入射電子のエネルギーが、0.25, 1.0, 4.0, 10.0, 33.0 GeV の場合を表している。これにより、標的物質内に入ってシャワーが発達してゆき、ある深さで最大となり、それ以降は吸収される分が増えるため陽電子数は減っていくのがよくわかる。また、シャワーが最大となる位置は、入射エネルギーが高いほど深くなっていく。

そして、最適厚みで生成される陽電子数は、入射エネルギーで規格化したこの指標値を用いると、0.25 GeV から 33 GeV まで百倍以上エネルギーが増えても、3割程度しか変わらない。言い換えれば、生成される陽電子数の絶対値は、ほぼ入射エネルギーに比例するということである。これをより分かりやすく示すのが、図4である。

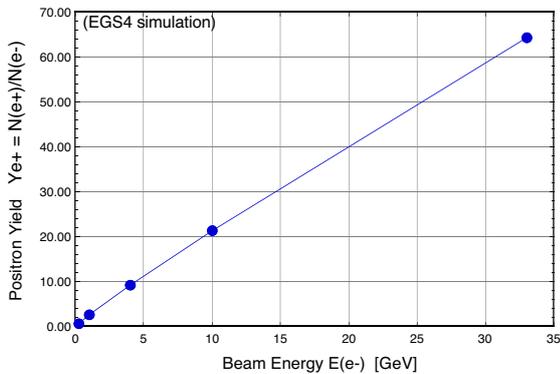


図 4: 陽電子生成量の入射エネルギー依存性

また、最適厚みの入射エネルギー依存性を示すのが、図5である。

なお、ここでは式(2-1)の理論式を係数をフリーパラメータとしてフィッティングしてあるが、この式がエネルギー依存性をよく再現していることがわかる。ちなみに、このタングステン標的の場合、係数を含めた式は

$$T_{max} = 2.05[X_0] \times \left\{ \ln \left( \frac{E_0}{2.07[MeV]} \right) - 1 \right\} \quad (2-3)$$

となった。

ところで、ここまで陽電子数としては生成されたものの全て(但しシミュレーション上の制約か

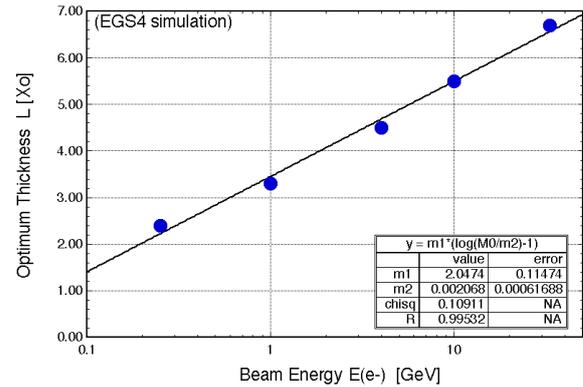


図 5: 最適標的厚みの入射エネルギー依存性

ら、1MeV以上のエネルギーを持つものに限るが)の総数を取った。しかし、実際には、全ての陽電子のうちある決まった範囲の位置、横方向運動量、エネルギーを持つもののみが下流の陽電子収集系に捕らえられて加速される。このような、ビーム収束系の持つ位相空間中での許容範囲のことを”アクセプタンス”と呼ぶ。そこで、このようなアクセプタンスに収まるような陽電子数のみ勘定するのが正しい。そして、これは一次電子ビームのスポットサイズや陽電子収集系のアクセプタンスに依存して異なってくる。そこで、最適の厚みなども実際の条件をおいてやると、図3のピークとは若干異なってくる。例えば、KEKBの陽電子生成系の設計においては、実際の条件に基づくシミュレーションにより、厚みを4放射長と決めた。

一般的に、陽電子収集系の効率を表す量として、陽電子収量  $Y_{e+}$  がある。これは、

$$Y_{e+} = \frac{N_{e+}}{N_{e-}} \quad (2-4)$$

で表され、一次電子1個に対して、何個の陽電子が得られたか、という変換効率を表す量である。しかし、生成される陽電子数は、一次電子のエネルギーに比例して増加するので、このエネルギーが異なる別のシステムの性能比較のためには、この陽電子収量  $Y_{e+}$  を入射エネルギーで規格化したもの  $Y_{ne+}$  を用いる。

$$Y_{ne+} = \frac{N_{e+}}{N_{e-} \times E_{e+}} [1/GeV] \quad (2-5)$$

例えば、KEKBの陽電子生成系では大まかに言って、4 GeV、10 nCの一次電子ビームに対して、0.64 nCの陽電子を得ているので、 $Y_{e^+} = 0.064$ 、 $Y_{n_{e^+}} = 0.016$ 程度である。(ちなみに1 nC(ナノ・クーロン)の電荷量は、電子数、或いは陽電子数にして、 $6.2 \times 10^9$ 個に相当する。)これに対して、SLC(SLAC Linear Collider)では、33 GeV、6 nCの一次電子ビームに対して、6 nCの陽電子を得ているので、 $Y_{e^+} = 1.0$ 、 $Y_{n_{e^+}} = 0.030$ 程度である。比較すると、陽電子強度の絶対値では1桁違っているが、陽電子収集系の効率を表す、規格化陽電子収量でみると2倍しか変わらない。ちなみに、この2倍の違いは、後で詳しく説明するが、収集系がQWT系であるか、AMD系であるかによってエネルギーアクセプタンスが異なることからきている。

## 2.5 標的破壊の問題

標的を照射する大強度の電子ビームの持つエネルギーのおよそ2~3割が標的で損失して熱に変わる。例えば、10 GeVの電子ビームをタングステン標的に入射した時に、ビームの持っていたエネルギーのうちどれだけ標的物質中で損失して熱に変わるか、の割合を示したものが図6である。

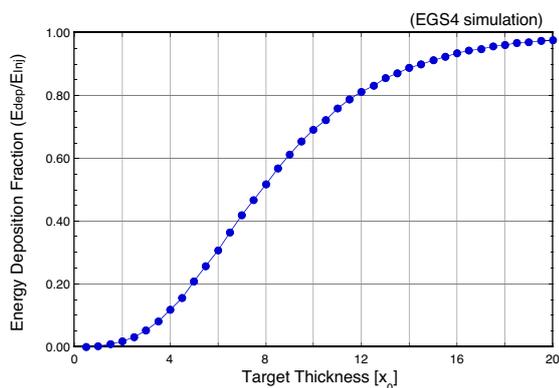


図 6: エネルギー損失割合の厚み依存性

厚みを増やしていくと、損失量の割合が増えていき、20 放射長ぐらいの厚みではほとんどすべてのエネルギーが損失することがわかる。例えば、JLCの陽電子源の標的厚みの設計値は6放射長であるから、約30%のエネルギーが熱として損失することがわかる。JLCの場合、一次電子の

ビームパワーは461 kWにも達するから、発熱量も143 kWにもなる。

この高熱により標的が破壊されないように、高融点の物質を使い、なるべく冷却効率が高くなるように冷却配管等を工夫する必要がある。また別の工夫として、SLACのSLCの陽電子源では、発熱する箇所が分散するようにリボルバーのような回転型の標的を使用して、ビームパルス毎に異なる場所を照射するように工夫している。それでも、長期間にわたりビーム照射を繰り返していると、パルス毎の発熱と冷却の熱サイクルの繰り返しにより、標的物質が疲労破壊を起こす危険がある。

陽電子生成部において標的の破壊のような重度の故障が起きた場合、ハードウェアの修理の大変さにも増して問題となるのが、標的周辺の物質の強烈な残留放射線である。例えば、KEKの陽電子生成部で何かコンポーネントの交換などの作業が必要なときは、一般的に夏季の長期シャットダウンのなるべく後の時期に、つまりなるべく運転終了後の“冷却期間”を十分に取って、残留放射線が弱くなったところで、最小限の時間で作業を行うようにしている。しかし以前、ハードウェアの突然の故障が起きたとき、運転期間中でありなるべく早い復旧が望まれ、極限まで現場での作業時間を切り詰めるべく、作業手順の検討が緊急に行われ、本当に最小限の時間で済むように努力をした上で、先輩諸氏が中心となって改修作業が行われたということがあった。この時私も近くで立ち会ったが、管理基準内の被曝量であるとは言え、みるみるうちに線量計の値が上がっていくのは気分のよいものではなかった。KEKの陽電子生成部でさえそうであるから、これよりさらに格段にビーム強度の高いリニアコライダーの陽電子生成部においては、なおさら標的の破壊のようなハードウェアの故障が起きないように細心の注意を払わなければならない。

SLACではSLCが建設されるにあたり、標的の疲労破壊を防ぐために、事前に入念なビームスタディーが行われ、この現象についての研究が行われた[9]。この結果、標的に入射するビームのエネルギー密度に対して、しきい値的な振る舞い

をすることが判明し、リミット値が決められた。

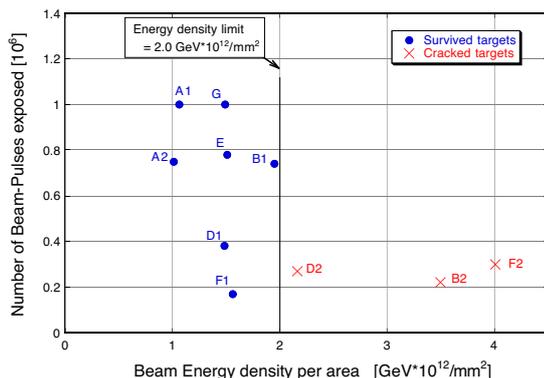


図 7: 標的破壊のエネルギー密度しきい値

図 7 に示すように、この時彼らは、入射ビームのエネルギー × 粒子数をビームスポットサイズで割った、エネルギーの面積密度を指標として用いている。図の横軸はこのエネルギー密度であり、縦軸は照射パルス数である。×印の点は、破壊した標的であり、●印の点は、生き残った標的である。つまり、エネルギー密度があるリミット値以下であれば、照射パルス数が多くても生き残っている。しかし、エネルギー密度がリミットを越えていると、照射パルス数が少なくても破壊している、ということを示している。ちなみに、このエネルギー密度のリミットの数値を明記しておく、

$$\epsilon = 2.0 \times 10^{12} \text{ [GeV/mm}^2\text{]} \quad (2-6)$$

である。

エネルギー密度を下げるには、もっとも簡単には一次電子ビームのスポットサイズを拡げて、エネルギー損失が拡がって分布するようにすればよい。もちろんこれには限度があって、あまりビームサイズを拡げすぎると、生成された陽電子のうち、その下流の陽電子捕獲部のアクセプタンスから外れるものの割合が増えて、陽電子の生成効率が悪くなるのでほどほどにする必要はある。このビームスタディーの結果を基に、SLC の一次電子ビームは標的より少し上流のところ、ある厚みの物質に当てられて多重散乱により拡がるように設計された。この方式を採ったのは、ビーム光学的に拡げるよりも、安全確実であるためと思われる。

さてこのエネルギーの面積密度値は、求めるには単純な算術をすればよいだけなので便利な量ではあるが、ビームエネルギーが異なる別のシステムに適用するには十分ではない。まず第一に、標的の厚みはだいたいシャワーが最大になるように選ばれているので、もっとも発熱量が大きいのは標的の出口付近となる。シャワーがどのくらい横方向に拡がっていくので、標的入口のビームスポットサイズで決めたエネルギーの面積密度値は、標的出口ではかなり異なってくる。また、このシャワーの横方向への拡がりの程度は、入射エネルギーによって異なってくるので、SLAC の 33 GeV のビームスタディーによるリミット値は、面積密度のままでは、他のエネルギーでは適用できない。標的物質の疲労破壊現象には、おそらく局所的な発熱量がより重要となっていると思われるので、より直接的な量として微小領域でのエネルギーの体積密度をとれば、入射エネルギーによらない標的破壊のリミット値が決められると思われる。しかし、これを決めるためにはシャワーシミュレーションを行う必要がある。

CLIC (CERN Linear Collider) の陽電子源の設計において、標的の破壊を避けられるような入射ビームサイズの検討に当たって、SLAC のビームスタディーデータより、標的内のエネルギーの体積密度を推定することが行われた [10]。その結果、1 つのビームパルスによるエネルギーの体積密度のリミット値としては、

$$\rho = 0.93 \times 10^{10} \text{ [GeV/mm}^3\text{]} \quad (2-7)$$

と推定された。また、別の単位で表わすと、

$$\rho = 76 \text{ [J/g]} \quad (2-8)$$

となる。

ここで、体積密度のリミット値推定のためのシミュレーションによる標的内のエネルギー密度分布を図 8 に示しておく。実際の標的は 5.4 放射長であるが、密度分布の概要を知るためにシミュレーションでは 8 放射長のところまで取り扱われている。

CLIC の設計では、図 9 のように、このリミットを十分クリアできる程度に入射ビームスポットサイズを拡げている。

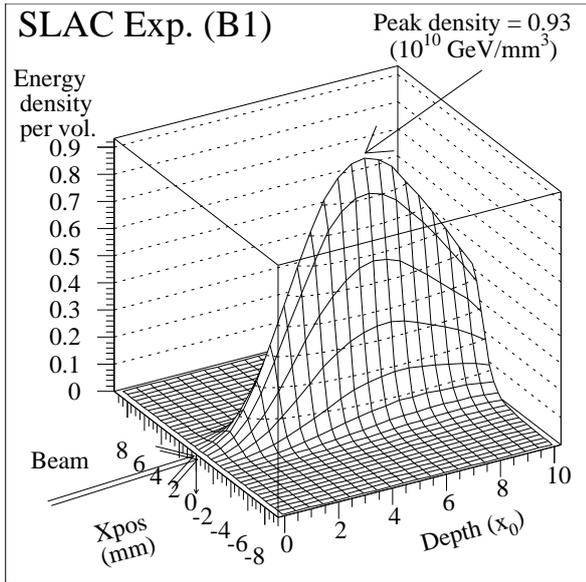


図 8: 標的内のエネルギー密度分布

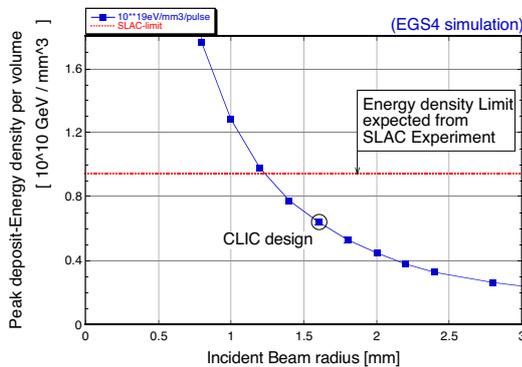


図 9: CLIC 1次電子ビームサイズ検討

しかし、SLCの陽電子生成標的は、前記のエネルギー密度リミット値をずっと下回る条件で運転されていたにもかかわらず、1998年に破壊が起きた[15]。破壊した標的の物性の調査などの結果、放射線損傷による標的物質の強度低下により破壊が起きたと考えられている。その結果、アメリカの将来計画のリニアコライダー NLC (Next Linear Collider) の設計におけるエネルギー密度リミット値としては、このSLC標的の運転条件であった

$$\rho = 35 \text{ [J/g]} \quad (2-9)$$

を取ることになり、約2倍厳しくなった。これは、標的破壊現象についての現在唯一の貴重なデータ

であり、JLCなど他のリニアコライダー計画の設計においても、このリミット値は尊重されている。CLICの設計においては、入射ビームの半径サイズをさらに1.6 mmから2.0 mmに大きくすることで、なんとかこのリミット値を達成している。

しかし、CLICに比べて入射電子ビームの強度が高い、NLCやJLCの陽電子源において、この厳しい制限を満足するためには、入射電子ビームのスポットサイズをよほど広げる必要が出てくる。しかし、そうすると陽電子の収集効率が下がってしまい、必要な陽電子強度が確保できなくなる。陽電子収集系のアクセプタンスを上げることは、下流の一次ダンピングリングの設計上限度があるので、すると入射電子の強度を増やさなければならなくなり、標的上のエネルギー密度がまた上がるという、自縄自縛に陥る。NLCの設計グループは、この問題を解決するための力技 (brute force) として、標的+陽電子収集系を複数(例えば4セット)用意して、入射電子のビームパルスをRFディフレクターで振り分けて分割することにより、1つの標的に当たる電子の強度を減らすという案を出している[15]。そして、生成された陽電子は、別のRFディフレクターにより逆に1つのビームパルスとしてまとめることになる。この案により原理的な困難は回避することはできるが、システムが複雑になるので、よりスマートなアイデアを考案する必要があると思う。しかし、今のところ、少なくとも著者には妙案は無いが、後で述べる、チャネリングによる陽電子生成が一助になる可能性はあると考えている。とにかく、現在のリニアコライダーの陽電子源の設計においては、如何にしてこの標的の破壊を防ぎつつ、十分な陽電子収量を確保するかということが最大の課題となっている。

さてこの章では陽電子の生成のあらましについて述べたので、次の章では生成された陽電子を捕まえる、陽電子収集系の性質について解説する。

### 3 陽電子収集系

陽電子を生成するには電子ビームをそれなりの厚みの標的に当てるため、そこから出てくる陽電子は、多重散乱の結果、ビーム進行方向に対して大きな角度を（言い換えると大きな横方向運動量を）もって出てくる。しかし、ビームのサイズ（位置の広がり）は直径 2 ~ 3 mm であり、下流の加速管の開口径（およそ 20mm 直径）に比べると小さい。陽電子の横方向位相空間分布を、位置を横軸に、運動量を縦軸にプロットすると縦長の形になる。しかし、下流の Q マグネットのビーム収束系の持つアクセプタンスに適合（マッチング）させるには、位置広がりが大きく、運動量広がりの小さい（横長の形の）分布に変換する必要がある。これは、光学とのアナロジーでいうと、点光源から出た光を、レンズを通すことによって平行光線に変換することに相当する。

このような陽電子のマッチングシステムとして、一般的に用いられるものには二種類ある。一つは、Quarter Wave Transformer (QWT) : "四分の一波長変換器" と呼ばれるもので、もう一つは、Adiabatic Matching Device (AMD) と呼ばれるものである。この節では、ソレノイド磁場がいかにしてビームを収束するかについての理論的な概説を述べた上で、これら QWT と AMD の性質について述べていきたい。

#### 3.1 なぞなぞ

ソレノイドには、ビームを収束する働きがあるらしい。では、理想的な状況を考えてみよう。一様なソレノイド磁場があるとしよう。この向きを  $z$  軸とする。ここへ、陽電子ビームが入射したとしよう。これは理想的な平行ビームで、粒子の速度ベクトルは  $z$  軸方向の成分しかないと仮定しよう。ええっと、ローレンツ力は高校で習った左手の法則で向きを求めてと、.. あれ？。大学で習ったベクトル積を使ってと、.. あれ？。磁場ベクトルと速度ベクトルが平行だと力はゼロのはずだなあ？それじゃあ、ソレノイド磁場に収束力なんて無いじゃない？なぜだろう？

### 3.2 ソレノイド磁場中での荷電粒子の運動

#### 3.2.1 荷電粒子の運動方程式

まず、電磁場中での荷電粒子の運動について、おさらいをしておこう。電磁場中での荷電粒子の相対論的運動方程式は、以下のように表される。まず、粒子の運動量  $p$  の時間変化を表す式は、

$$\frac{dp}{dt} = F \quad (3-1)$$

であり、ここで  $F$  は粒子に働く力である。粒子に働く力が電磁場によるものだけであるとすると、これは Lorentz 力で表すことができる。

$$F = eE + ev \times B \quad (3-2)$$

ここで、 $e$  は粒子の電荷、 $E$  と  $B$  はそれぞれ、電場、磁場ベクトルである。また  $v$  は粒子の速度ベクトルであり、粒子の位置  $r$  の時間変化を表す。

$$\frac{dr}{dt} = v \quad (3-3)$$

なお、運動量  $p$  は

$$p = \frac{m_0 v}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad (3-4)$$

のように表される。ここで、 $m_0$  は粒子の静止質量であり、 $c$  は光速度である。また、粒子のエネルギー  $U$  の時間変化を表す式は、

$$\frac{dU}{dt} = F \cdot v \quad (3-5)$$

となる。なお、エネルギー  $U$  は、

$$U = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad (3-6)$$

のように表される。

実際のシミュレーションの計算などに用いるには、運動方程式系をなるべく無次元化しておくのがよい。まず、運動量の変化を表わす式より、

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{m_0 v}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \right) = eE + ev \times B \quad (3-7)$$

であるが、ここで速度  $v$  の代わりに、これを光速  $c$  で割った、

$$\beta = \frac{v}{c} \quad (3-8)$$

および、ガンマファクター

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad (3-9)$$

を導入する。また、独立変数として、時間  $t$  の代わりに、これに光速をかけた  $s = ct$  を用いることにする。結果として、

$$\frac{d}{ds}(\gamma\beta) = \left(\frac{e\mathbf{E}}{m_0c^2}\right) + \beta \times \left(\frac{e\mathbf{B}}{m_0c}\right) \quad (3-10)$$

また、エネルギーの変化を表わす式、

$$\frac{d}{dt} \frac{m_0c^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = e\mathbf{E} \times \mathbf{v} \quad (3-11)$$

は、

$$\frac{d}{ds}(\gamma) = \left(\frac{e\mathbf{E}}{m_0c^2}\right) \times \beta \quad (3-12)$$

となり、また粒子の位置の変化を表わす式、

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \mathbf{v} \quad (3-13)$$

は、

$$\frac{d}{ds}(\mathbf{x}) = \beta \quad (3-14)$$

となる。これで、 $\mathbf{x}, \beta, \gamma$  の時間変化を表わす、運動方程式系ができた。

さて次に、方程式系として、速度よりも運動量を独立変数に取ったほうが都合がよいことが多いので、そのように書き直す。まず、運動量の定義式 (3-4) より、両辺を二乗して大きさ同士を比較して、 $v$  についてまとめると、

$$\mathbf{v} = \frac{c^2\mathbf{p}}{U} \quad (3-15)$$

となる。但し、ここで、エネルギーと運動量の間になり立つ関係式

$$U^2 = m_0^2c^4 + p^2c^2 \quad (3-16)$$

を利用している。まず、運動量の変化を表わす式は、

$$\frac{d\mathbf{p}}{ds} = \frac{e}{c}\mathbf{E} + \frac{ec}{U}\mathbf{p} \times \mathbf{B} \quad (3-17)$$

となり、エネルギーの変化を表わす式は、

$$\frac{dU}{ds} = \frac{ec}{U}\mathbf{E} \times \mathbf{p} \quad (3-18)$$

となる。

### 3.2.2 一様磁場中での荷電粒子の運動

さて、磁場中を荷電粒子が運動する際に、どのような軌道を描くかについて調べるために、一様磁場の場合について運動方程式を解いてみる。

まず、直交座標系を取って、 $z$  軸方向に一様な磁場  $\mathbf{B} = (0, 0, B)$  があるとする。陽電子ビームは  $z$  方向に進むとし、ある粒子が初期状態 ( $t = 0$  或いは  $s = ct = 0$ ) で位置と運動量  $\mathbf{x} = (x_0, y_0, z_0), \mathbf{p} = (p_{x0}, p_{y0}, p_{z0})$  を持っているものとする。運動方程式 (3-17) を各成分について書き下すと

$$\begin{aligned} \frac{dp_x}{ds} &= +\frac{ec}{U}p_yB \\ \frac{dp_y}{ds} &= -\frac{ec}{U}p_xB \\ \frac{dp_z}{ds} &= 0 \end{aligned} \quad (3-19)$$

積分をやりやすくするために式 (3-19) の第 1 式と第 2 式に虚数単位  $i$  を掛けたものを加えると、

$$\frac{d}{ds}(p_x + ip_y) = -i\frac{ecB}{U}(p_x + ip_y) \quad (3-20)$$

となる。ここで  $ecB/U = \alpha$  とおいて、 $s$  について積分し、初期条件を代入すると

$$p_x + ip_y = (p_{x0} + ip_{y0}) \exp^{-i\alpha s} \quad (3-21)$$

となる。また、

$$p_z = p_{z0} = \text{constant} \quad (3-22)$$

である。また、位置の変化を与える式は、

$$\begin{aligned} \frac{d}{ds}(x + iy) &= \frac{c}{U}(p_x + ip_y) \\ &= \frac{c}{U}(p_{x0} + ip_{y0}) \exp^{-i\alpha s} \end{aligned} \quad (3-23)$$

となる。これを積分して、初期条件を代入すると、

$$x + iy = \frac{i}{eB} (p_{x0} + ip_{y0}) (\exp^{-i\alpha s} - 1) + (x_0 + iy_0) \quad (3-24)$$

となる。これより、xy 平面内の軌道は、

$$\rho = \frac{p_t}{eB} = \frac{\sqrt{p_{x0}^2 + p_{y0}^2}}{eB} \quad (3-25)$$

の半径を持つ円軌道となることがわかる。また z については、

$$\frac{dz}{ds} = \frac{c}{U} p_{z0} \quad (3-26)$$

を積分して、

$$z = \frac{cp_{z0}}{U} s + z_0 \quad (3-27)$$

となる。

### 3.2.3 ソレノイド端部磁場の影響

さて、章の初めのなぞなぞでも述べたように、一様磁場に平行に入射した粒子は力を受けない。それは、前節の結果の式でビーム進行方向に垂直な成分の運動量（横方向運動量： Transverse Momentum）、 $p_{x0} = 0, p_{y0} = 0$  と置いてみてもわかる。では、なぜソレノイドが収束力を持つかという疑問であるが、それは横方向運動量があるからである。では、平行入射粒子はどうなるんだということになるが、大丈夫、ソレノイドがちゃんと横方向運動量を与えてくれるのである。それは、ソレノイド端部磁場によるものである。すなわち、端部磁場こそがソレノイドによる収束力のエッセンスなのである。それでは、粒子がソレノイドの入り口に入る時、どんな力を受けるのだろうか？

図 10 のように、陽電子がソレノイド磁場に入っていく場合を考える。端部磁場の形状は一般的に複雑なのであるが、ここでは大ざっぱな近似で考える。図のように中心部でほぼ一様であったソレノイド磁場の磁力線は端部のところでリターンヨークの方へ向かうとする。ここで、近軸近似を用いる。これは、軸対称性を持つ磁場分布を記述するのにあたって、中心軸上の軸方向磁場成分

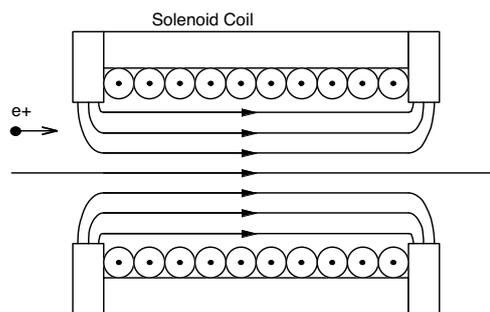


図 10: ソレノイド端部磁場

$B_z(r=0, z)$  のみを使って、軸から外れた部分の磁場成分  $B_z, B_r$  を表わす近似法である。軸上の磁場分布をある関数  $f(z)$  で記述できたとして

$$B_z(r=0, z) = f(z) \quad (3-28)$$

これより、各磁場成分を

$$\begin{aligned} B_z(r, z) &= \sum_{n=0} a_n r^n f^{(n)}(z) \\ B_r(r, z) &= \sum_{n=0} b_n r^n f^{(n)}(z) \end{aligned} \quad (3-29)$$

のように展開できると仮定する。ちなみに、これはテイラー展開のような一般的な展開式ではなく、仮定されたものである。マクスウェル方程式より、展開係数を定めることができ、

$$\begin{aligned} B_z(r, z) &= f(z) - \frac{1}{4} r^2 f''(z) + \dots \\ B_r(r, z) &= -\frac{1}{2} r f'(z) + \frac{1}{16} r^3 f'''(z) + \dots \end{aligned} \quad (3-30)$$

と書ける。

入口部のソレノイド磁場が、非常に短い長さ  $dL$  の領域で、ゼロから磁場強さ  $B$  まで立ち上がっているとすると、近軸近似の展開式の第 1 項のみ取って考えると、

$$B_r(r, z) = -\frac{1}{2} r \frac{B-0}{dL} \quad (3-31)$$

と書ける。中心軸から  $r$  離れたところに入射した陽電子は、

$$\begin{aligned} dp &= F \times dt \\ &= ev \times B_r dt \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= -v(dt) \frac{e}{2} r \frac{B}{dL} \\
&= -\frac{e}{2} r B \quad (3-32)
\end{aligned}$$

だけの横方向の運動量キックを受ける。

さて、このような横方向の運動量を持った粒子は、このあと一様磁場部に入ってどのような軌道を描くであろうか？ 横方向の運動量  $p_t$  と曲率半径  $\rho$  との間には、式 3-25 より、

$$p_t = e\rho B \quad (3-33)$$

という関係があるから、この場合の曲率半径は、

$$\rho = \frac{p_t}{eB} = \frac{r}{2} \quad (3-34)$$

となる。つまり、軸から  $r$  離れたところに入射した粒子は、曲率半径  $r/2$  の円軌道を描いて中心軸に向かうのである（図 11）。しかも、これはどの位置に入射した粒子にも当てはまる。つまり、平行入射したビームは、ソレノイド入口の端部磁場による運動量キックを受けて、それぞれ中心軸に向かう円軌道（立体的にはらせん軌道）を描く。もしも、各粒子のエネルギーが共通であると、各粒子の軌道はある焦点距離のところまで1点に交わる。

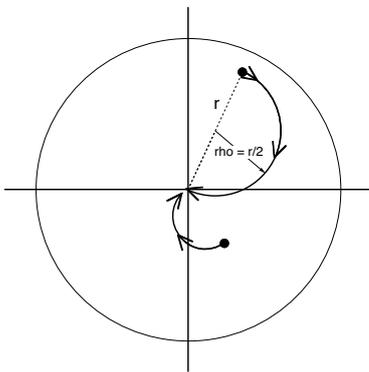


図 11: ソレノイド磁場中での軌道

次に、ソレノイド磁場の出口では、逆のプロセスが起きる。つまり、逆方向の運動量キックを受けることになる。そこで今度は、ソレノイド磁場中の中心軸上のある1点から、全ての粒子が生成されて出てきたとすると、それより下流のソレノイド磁場の長さをちょうど焦点距離になるように

すると、ある横方向運動量  $p_t$  を持った粒子は出口のところで、ちょうどその横方向運動量をキャンセルするような運動量キックを受ける。そして、粒子がどんな  $p_t$  を持っていたとしても成り立つ。そのため、1点から出た粒子たちは、出口で平行光線状のビームになって出ていく。このように、ソレノイド磁場にはレンズのような収束作用があり、そこでは端部磁場が非常に重要な役割を果たしている。

### 3.3 Quarter Wave Transformer

Quarter Wave Transformer (QWT) 型マッチングシステムでは、そのソレノイド磁場分布は、図 12 のようになっている。まず短く強いソレノイド磁場がある。その磁場の強さを  $B_i$ 、その長さを  $L_i$  とする。これに引き続いて磁場の強さは下がるが長いソレノイド磁場がある。その磁場の強さを  $B_f$  とする。KEK 陽電子ライナックでは、QWT を採用しているが、 $B_i=2.3$  Tesla,  $L_i=45$  mm,  $B_f=0.4$  Tesla である。弱磁場領域には、標的から出て強磁場部で集束された陽電子をすぐに加速するための加速管のセクションが設置されている。

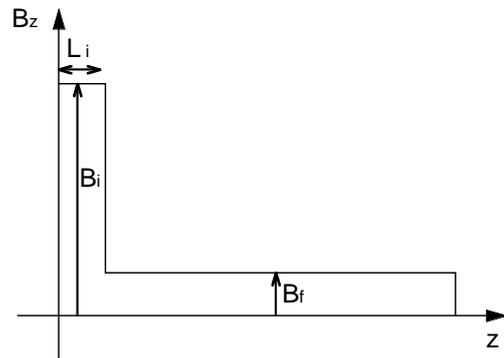


図 12: QWT の磁場分布

#### 3.3.1 QWT 系の横方向アクセプタンス

このような QWT 系の磁場分布形状で、まず横方向位相空間分布のどのような範囲の粒子を捕らえることができるか、について考えてみよう。

まず、先に明らかにしておきたいことは、QWT系には特定のエネルギー（より厳密には、縦方向運動量  $p_z$ ）を持つ粒子のみを捕まえるという性質を持つ。この目標とするエネルギーは  $B_i \times L_i$  で決まる。まずその表式を求めておこう。標的から出る陽電子のうち、原点 ( $x = y = 0$ ) から  $y$  方向に横運動量  $p_t$  を持って出るものを考える（図 13）。まず QWT の入口磁場では、( $r = 0$ ) であるので、横方向運動量キックは受けない。この陽電子は、曲率半径

$$\rho = \frac{p_t}{eB_i} \quad (3-35)$$

を持って ( $xy$  平面内で) 円軌道を描く。そして、原点から 1 番離れたところに来た時点で、ちょうど強磁場  $B_i$  と弱磁場  $B_f$  の変わり目が来るように、強磁場の長さ  $L_i$  を決める。さて、運動量

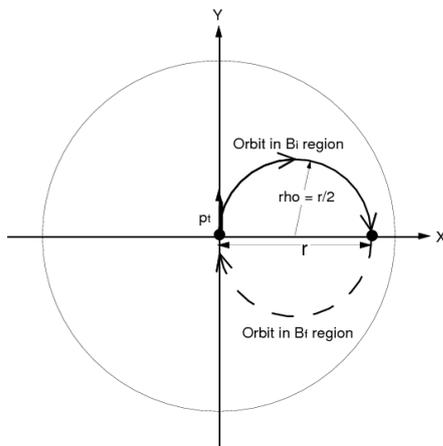


図 13: QWT での粒子の軌道 1

は速度ベクトルと比例の関係があるから、陽電子が  $z$  方向に進んだ距離  $L_i$  と、 $xy$  平面内で進んだ距離  $\pi\rho$  の比は、縦方向運動量  $p_z$  と横方向運動量  $p_t$  の比に等しい。

$$\frac{L_i}{\pi\rho} = \frac{p_z}{p_t} \quad (3-36)$$

また、 $\rho$  として、式 3-35 を代入して整理すると、

$$p_z = \frac{eB_i L_i}{\pi} \quad (3-37)$$

が得られる。概して、 $p_z \gg p_t$  であるので、近似的にエネルギー  $U \sim p_z c$  と見なすと、これは主に捕らえたい陽電子のエネルギーを決める式にな

る。例えば、KEKB ライナックでは、約 10MeV 付近のエネルギーを持つ陽電子を捕まえられるように設計されている。これよりエネルギーが低いと陽電子の数は増えるが、後で述べるデバンチングの影響でバンチの長さが伸びてしまいあまり得策でないし、逆にエネルギーが高いところでは陽電子の数が減るからである。

さて、強磁場  $B_i$  と弱磁場  $B_f$  の変わり目に到達した陽電子は、どうなるだろうか？  $xy$  平面上では、原点から 1 番離れたところに来ており、 $y$  方向下向きに  $p_t$  の大きさの横方向運動量を持っているが、ここで磁場の強さが変わることにより運動量キックを受けて、横方向運動量の大きさが

$$p_t \frac{B_f}{B_i} \quad (3-38)$$

になり、弱磁場領域に入りその曲率半径は、

$$\rho_f = \frac{p_t \frac{B_f}{B_i}}{eB_f} = \frac{p_t}{eB_i} \quad (3-39)$$

となり、うまく具合に強磁場域にいた時(式 3-35)と同じとなる。こうして、さらに同じ円軌道を描いていくことになる。それでは、設計エネルギーとは異なる陽電子は、どうなるであろうか？ その場合、原点からの最遠点とは、違う場所で運動量キックをうけることになる。その結果、元の軌道からずれるような方向のキックを受けて、おかしな軌道を描いてやがてはビームダクトや加速管などにぶつかって止まってしまうことになる。こうして、QWT 系では設計エネルギー付近のある範囲内の陽電子のみが捕まえられる。言い換えれば、エネルギーアクセプタンスがバンドパス特性を持つ。図 14 に QWT のエネルギーアクセプタンスの例を示す(文献 [11])。文献 [12] によれば、QWT のエネルギーアクセプタンス幅のおおよその目安は、

$$\frac{\delta E}{E} \sim \frac{B_f}{B_i} \quad (3-40)$$

であるとのことである。

さて、それではこの QWT は、横方向位相空間についてはどのような範囲の陽電子を捕まえることができるだろうか？ まず、中心軸から出る粒子の横方向運動量の最大許容値はいくらかを求

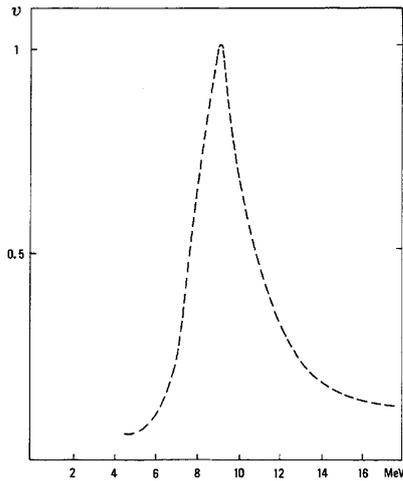


図 14: QWT のエネルギーアクセプタンス

める。まず、低磁場領域の開口半径（主に加速管のアイリス径で決まる）を  $a$  とする。中心軸から出る粒子は、ソレノイド入口の端部磁場の影響は（ $r = 0$  であるため）受けない。そして、自分の持つ横方向運動量により円軌道を描くが、図 13 からわかるように、軌道の曲率半径の 2 倍が  $a$  になった時が、最大横方向運動量となる。

$$\rho_{max} = \frac{p_{t-max}}{eB_i} = \frac{a}{2} \quad (3-41)$$

これより、

$$p_{t-max} = \frac{eB_i a}{2} \quad (3-42)$$

となる。

次に、標的から出てきた陽電子は、中心軸から最大どれだけ離れたところまで捕らえられるだろうか？ 図 15 のように、中心から  $r$  離れたところに、軸方向に入射した陽電子は、自分自身は横方向運動量を持っていないが、入口端部磁場により運動量キックを受ける。その大きさは、

$$p_{t-kick} = \frac{eB_i r}{2} \quad (3-43)$$

である。この粒子は、円軌道を描き、もしもエネルギー（或いは厳密には、縦方向運動量）が設計値に合っていれば、強磁場出口でちょうど中心軸のところに来てくる。ここでは、（ $r = 0$  であるため）出口端部磁場の影響を受けない。これ以

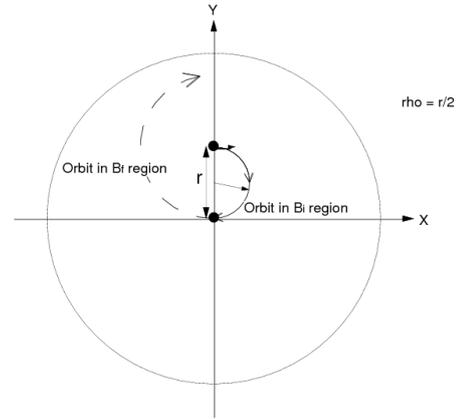


図 15: QWT での粒子の軌道 2

降では、弱磁場（ $B_f$ ）にしたがって円軌道を描くが、その曲率半径は、

$$\rho = \frac{p_t}{eB_f} = \frac{eB_i r}{2eB_f} = \frac{1}{2} \frac{B_i}{B_f} r \quad (3-44)$$

となる。最大許容値  $r_{max}$  は、この軌道の曲率半径の 2 倍が  $a$  になった時であるから、

$$\rho_{max} = \frac{1}{2} \frac{B_i}{B_f} r_{max} = \frac{a}{2} \quad (3-45)$$

より、

$$r_{max} = \frac{B_f}{B_i} a \quad (3-46)$$

となる。より厳密なアクセプタンスの形状の導出は、文献 [11]、[14] に詳しいのでそちらを参照されたい。

さて、QWT (Quarter Wave Transformer) という名前の由来である。横方向位相空間内での分布の変換を考えよう（図 16）。この収束系は、強磁場部を通して弱磁場部に渡すにあたって、中心軸付近から出た大きな横運動量をもった粒子は、半径方向には最大のところに達するが横方向の運動量は小さくなる（黒丸）。逆に、横運動量は持たないが、中心から離れたところに入った粒子は、横運動量もらい、中心付近に動く（白丸）。つまり、位相空間分布は、縦長から横長へと 90 度回転するのである。つまり、1 回転の 4 分の 1 だけ動いたわけである。つまり、Quarter Wave Transformer であるという訳である。この変換後

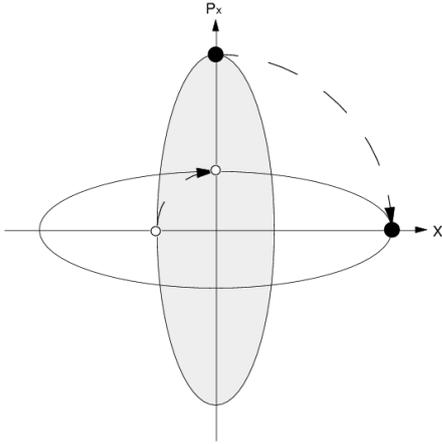


図 16: QWT による位相空間分布の回転

の位相空間分布の形は、弱磁場部やより下流のQマグネットの収束系のアクセプタンスの形状に合致（マッチング）している。このような働きをするために、QWT などの収束系はマッチングシステムと呼ばれる。

### 3.3.2 QWT 系の縦方向アクセプタンス

ソレノイド磁場の中での陽電子はらせん軌道を描いて飛んでいく。このため、軌道長の差によりバンチの長さが伸びること（デバンチング）がおきる。バンチが伸びると、加速管の電界で加速される際にサインカーブの頂上から外れて、十分な加速を受けられず損失する粒子の割合が増えてしまう。そこで、デバンチングの大きさを定量的に評価しよう。

（速度差によるデバンチング） まず、一般に電子や陽電子は質量が軽いために、少しエネルギーが上がると光速で規格化した速度  $\beta$  がほぼ 1 に近くなる。しかし、非常にエネルギーが低い粒子については、 $\beta$  が小さくなり、この速度差によるデバンチングが起きる。これによる、バンチの伸び  $dL_{vel}$  は、以下のような式で表わされる。

$$\begin{aligned} dL_{vel} &= \frac{1}{2} \int_0^L \left( \frac{1}{\gamma^2} - \frac{1}{\gamma_0^2} \right) dz \\ &\simeq \frac{1}{2} \frac{1}{\gamma^2} L \\ &\simeq \frac{1}{2} \frac{m_0^2 c^2}{p_z(0)^2 + m_0^2 c^2} L \quad (3-47) \end{aligned}$$

ここで、 $\gamma, \gamma_0$  はそれぞれ、ある陽電子とバンチ内基準粒子のエネルギーのガンマファクターである。そして、この積分距離  $L$  は、標的出口から、加速セクションまでの長さである。加速セクションに入れば、すぐにエネルギーが高くなり、この速度差によるデバンチングはほとんど無視できるようになるからである。そして、この積分領域では加速が無いので、 $\gamma$  は一定として積分されている。

（マッチングセクションでのデバンチング） らせん軌道を描くことにより、直線軌道からどれくらい軌道長の差がつくかについては、一般的に次のような式で表わされる。

$$\begin{aligned} dL &= \int_0^L \sqrt{1 + x'^2 + y'^2} dz - L \\ &= \int_0^L \sqrt{1 + \Theta^2} dz - L \\ &\simeq \int_0^L \frac{1}{2} \Theta(z)^2 dz \quad (3-48) \end{aligned}$$

ここで、

$$x' = \frac{dx}{dz}, \quad y' = \frac{dy}{dz} \quad (3-49)$$

であり、 $\Theta(z)$  は、陽電子の放出角度を表わしている。また、

$$\Theta(z) = \frac{p_t(z)}{p_z(z)} \quad (3-50)$$

でもある。QWT の強磁場領域内では磁場一定であり、また加速は無いので、 $p_t(z), p_z(z)$  とともに一定であり、この角度  $\Theta(z)$  も一定である。そこで、定義式の積分を強磁場領域の終わりまで、長さ  $L_i$  にわたって行い、また、式 3-37 を代入すると、

$$\begin{aligned} dL_{QWT} &= \frac{1}{2} \frac{p_t(0)^2}{p_z(0)^2} L_i \\ &= \frac{1}{2} \frac{p_t(0)^2}{p_z(0)} \frac{\pi}{eB_i} \quad (3-51) \end{aligned}$$

となる。

(加速セクションでのデバンチング) さて、弱磁場領域の加速セクションに入ってからデバンチングを求めよう。ここでは、加速があるので  $p_z(z)$  が変化していく。QWT 出口の位置を  $z_1$  とし、単位長さ当りの加速量を  $\alpha$  としておくと、ある点  $z$  まで進むと、加速されることにより

$$p_z(z) = p_z(z_1) + \alpha(z - z_1) \quad (3-52)$$

となる。  $\Theta(z)$  の 2 乗は、

$$\begin{aligned} \Theta(z)^2 &= \frac{p_t(z)^2}{p_z(z)^2} \\ &= \frac{p_t(z_1)^2}{(p_z(z_1) + \alpha(z - z_1))^2} \\ &= \frac{p_t(z_1)^2}{\alpha} \frac{1}{\left((z - z_1) + \frac{p_z(z_1)}{\alpha}\right)^2} \end{aligned} \quad (3-53)$$

となる。すると、デバンチング長は、

$$\begin{aligned} dL_{ACC} &= \frac{1}{2} \frac{p_t(z_1)^2}{\alpha} \\ &\times \int_{z_1}^{z_{end}} \frac{1}{\left((z - z_1) + \frac{p_z(z_1)}{\alpha}\right)^2} dz \\ &= \frac{1}{2} \frac{p_t(z_1)^2}{\alpha} \\ &\times \left( \frac{1}{p_z(z_1)} - \frac{1}{p_z(z_1) + \alpha(z_{end} - z_1)} \right) \end{aligned} \quad (3-54)$$

この第 2 項の分母は、ソレノイド加速セクション出口での縦方向運動量 (ほぼ、エネルギーに等しい) であり、第 1 項に比べると第 2 項は無視してよいと仮定する。結果として、

$$dL_{ACC} = \frac{1}{2\alpha} \frac{p_t(z_1)^2}{p_z(z_1)} \quad (3-55)$$

また、QWT セクションでは、 $p_t, p_z$  とともに一定であったので、

$$dL_{ACC} = \frac{1}{2\alpha} \frac{p_t(0)^2}{p_z(0)} \quad (3-56)$$

となる。この式を解釈すると、ソレノイドセクションの加速管の電界が高いほど (つまり、なるべく早く加速されるほど) デバンチングは小さくなるということである。そこで、ここに置かれる加速

管はなるべく電界を上げるのがよい。

さて、総合したデバンチング長は、これらの各寄与を加えると得られる。

$$\begin{aligned} dL_{QWT}^{total} &= dL_{vel} + dL_{QWT} + dL_{ACC} \\ &= \frac{1}{2} \frac{m_0^2 c^2}{p_z(0)^2 + m_0^2 c^2} L \\ &\quad + \frac{\pi}{2eB_i} \frac{p_t(0)^2}{p_z(0)} \\ &\quad + \frac{1}{2\alpha} \frac{p_t(0)^2}{p_z(0)} \end{aligned} \quad (3-57)$$

### 3.4 Adiabatic Matching Device

Adiabatic Matching Device (AMD) 型マッチングシステムでは、そのソレノイド磁場分布は、図 17 のようになっている。まず、すぐに非常に

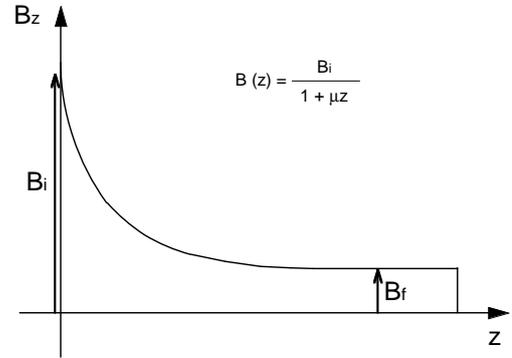


図 17: AMD の磁場分布

強い磁場があり、それがゆっくり下がってくるような分布になっている。磁場の形状は、

$$B(z) = \frac{B_0}{1 + \mu z} \quad (3-58)$$

のように表わされる。SLAC の SLC では、AMD を採用しているが、 $B_0=7.0$  Tesla,  $B_f=0.5$  Tesla であり、一定磁場になるまでのおよその長さは 210 mm である。磁場の表式中の磁場の傾きを表わす係数の値は、 $\mu = 61$  [1/m] である。低磁場領域には、標的から出て高磁場部で集束された陽電子をすぐに加速するための加速管のセクションが設置されている。QWT とは違って、このようにゆっくり変化する磁場の場合、粒子のらせん

運動は断熱的に変化する。言い換えると、断熱不変量が存在して、

$$\int \sum_i p_i dq_i = \frac{\pi p_t^2}{eB} \quad (3-59)$$

が保存する。

### 3.4.1 AMD系の横方向アクセプタンス

さて、QWTの時と同様に、横方向位相空間についてのアクセプタンスを求めてみる。まず、中心軸から出る粒子の横方向運動量の最大許容値はいくらかを求める。中心軸から出る粒子は、ソレノイド入口の端部磁場の影響は ( $r = 0$  であるため) 受けない。そして、自分の持つ横方向運動量により円軌道を描き始めるが、磁場はゆっくりと弱くなっていくのに、断熱不変量  $p_t^2/B$  を一定に保つので、横方向運動量もこれに合わせてゆっくりと小さくなっていく。

$$\frac{p_t(z)^2}{B(z)} = \frac{p_t(0)^2}{B(0)} = \text{constant} \quad (3-60)$$

であるから、

$$p_t(z) = \sqrt{\frac{B(z)}{B(0)}} p_t(0) \quad (3-61)$$

また、これに合わせて軌道の曲率半径も、

$$\rho(z) = \frac{p_t(z)}{eB(z)} = \frac{1}{e\sqrt{B(z)B(0)}} p_t(0) \quad (3-62)$$

となるが、これが弱磁場の一定値領域 ( $B_f$ ) に入って、軌道の曲率半径の2倍が  $a$  になる場合が、最大横方向運動量となる。

$$p_{t-max} = \frac{e}{2} \sqrt{B_f B_0} a \quad (3-63)$$

次に、最大許容値  $r_{max}$  はどうなるだろうか？

中心から  $r$  離れたところに、軸方向に入射した陽電子は、自分自身は横方向運動量を持っていないが、入口端部磁場により運動量キックを受ける。その大きさは、

$$p_{t-kick} = \frac{eB(0)r}{2} \quad (3-64)$$

である。これも、磁場の緩やかな変化に合わせて、ゆっくりと減少していく。弱磁場の一定値領域では、

$$p_t = \sqrt{\frac{B_f}{B_0}} \frac{eB(0)r}{2} = \frac{e}{2} \sqrt{B_f B_0} r \quad (3-65)$$

となり、曲率半径は最大で

$$\rho_{max} = \frac{\frac{e}{2} \sqrt{B_f B_0} r_{max}}{eB_f} = \frac{a}{2} \quad (3-66)$$

となるから、

$$r_{max} = \sqrt{\frac{B_f}{B_0}} a \quad (3-67)$$

で与えられる。より厳密なアクセプタンス形状については、文献 [11] に詳しい。

さて、AMD系では、QWTとは違って、どのようなエネルギーであっても、断熱不変量にしたがって横方向運動量を緩やかに変化させて取り込んでしまうので、エネルギーアクセプタンスは非常に広い。しかし、エネルギー値の上限は存在する。つまり、磁場の変化が断熱的であるという条件が成り立たないようになってくると、これまでのように行かなくなるのである。

文献 [11] によれば、変化の緩やかさが十分小さいという条件 (断熱条件) の成り立つ範囲の目安として

$$\epsilon = \frac{\mu p_z}{eB_0} \leq 0.5 \quad (3-68)$$

であるという。例えば、 $B_0 = 7.0$  [Tesla],  $\mu = 60$  [1/m] とすると、

$$p_z \leq 17.5 \text{ [MeV/c]} \quad (3-69)$$

となる。つまり、AMD系といえども、約 20 MeV 以下のエネルギーの陽電子しか捕まえられない。しかし、これは QWT 系に比べると、ずっと広いエネルギーアクセプタンスである。

### 3.4.2 AMD系の縦方向アクセプタンス

AMD系でのデバンチングを求める表式は、QWTの場合と若干違いがあるので、その部分について説明する。

まず、速度差によるデバンチングは QWT の場合と同じ式で求められる。

(マッチングセクションでのデバンチング)  
AMD の場合は、マッチングセクションでも磁場の強さが変わっていくので、粒子の角度  $\Theta(z)$  も変化していく。AMD の性質として、

$$\frac{p_t(z)^2}{B(z)} \quad (3-70)$$

が断熱不変量として保存するので、ある地点での  $p_t(z)$  は、

$$p_t(z)^2 = p_t(0)^2 \frac{B(z)}{B(0)} \quad (3-71)$$

で表わされる。一方、マッチングセクションでは加速が無いので、

$$p_z(z) = p_z(0) \quad (3-72)$$

であり、 $\Theta(z)$  の 2 乗は、

$$\begin{aligned} \Theta(z)^2 &= \frac{p_t(z)^2}{p_z(z)^2} \\ &= \frac{B(z)}{B(0)} \frac{p_t(0)^2}{p_z(0)^2} \end{aligned} \quad (3-73)$$

となる。ところで、AMD 系の磁場の変化は、

$$B(z) = \frac{B_0}{1 + \mu z} \quad (3-74)$$

と表わされるから、デバンチング長の計算は、

$$\begin{aligned} dL_{AMD} &= \int_0^L \frac{1}{2} \Theta(z)^2 dz \\ &= \frac{1}{2B(0)} \frac{p_t(0)^2}{p_z(0)^2} \int_0^{z_{AMD}} \frac{B_0}{1 + \mu z} dz \\ &= \frac{1}{2B_0} \frac{p_t(0)^2}{p_z(0)^2} \frac{B_0}{\mu} \ln(1 + \mu z_{AMD}) \end{aligned} \quad (3-75)$$

となる。ここで、AMD 系の磁場は、 $z_{AMD}$  より下流では、一定値  $B_f$  となるとすると、

$$B_f = \frac{B_0}{1 + \mu z_{AMD}} \quad (3-76)$$

であるから、

$$dL_{AMD} = \frac{1}{2\mu} \frac{p_t(0)^2}{p_z(0)^2} \ln \left( \frac{B_0}{B_f} \right) \quad (3-77)$$

となる。

(加速セクションでのデバンチング) AMD 系の下流の加速セクションでのデバンチングについては、その導出は途中までは QWT の場合と同じである。すなわち、式 3-55 で導かれるように、

$$dL_{ACC} = \frac{1}{2\alpha} \frac{p_t(z_1)^2}{p_z(z_1)} \quad (3-78)$$

である。ここで、 $z_1$  は、AMD 出口の位置  $z_{AMD}$  に等しい。AMD 系の場合は、QWT と異なり、先に導出したように、

$$\begin{aligned} p_t(z_{AMD})^2 &= p_t(0)^2 \frac{B(z_{AMD})}{B(0)} \\ &= p_t(0)^2 \frac{B_f}{B_0} \end{aligned} \quad (3-79)$$

及び、

$$p_z(z_{AMD}) = p_z(0) \quad (3-80)$$

で与えられるから、

$$dL_{ACC} = \frac{1}{2\alpha} \frac{p_t(0)^2}{p_z(0)} \frac{B_f}{B_0} \quad (3-81)$$

となる。

これらを総合すると、

$$\begin{aligned} dL_{AMD}^{total} &= dL_{vel} + dL_{AMD} + dL_{ACC} \\ &= \frac{1}{2} \frac{m_0^2 c^2}{p_z(0)^2 + m_0^2 c^2} L_{AMD} \\ &\quad + \frac{1}{2\mu} \frac{p_t(0)^2}{p_z(0)^2} \ln \left( \frac{B_0}{B_f} \right) \\ &\quad + \frac{1}{2\alpha} \frac{p_t(0)^2}{p_z(0)} \frac{B_f}{B_0} \end{aligned} \quad (3-82)$$

となる。

## 4 実際の陽電子生成装置

この章では、電子ライナックを用いた実際の陽電子生成装置について、KEKB ライナック（図 18 の写真参照）を例にとってハードウェア的な観点も交えて概観する。



図 18: KEBB ライナック陽電子生成装置

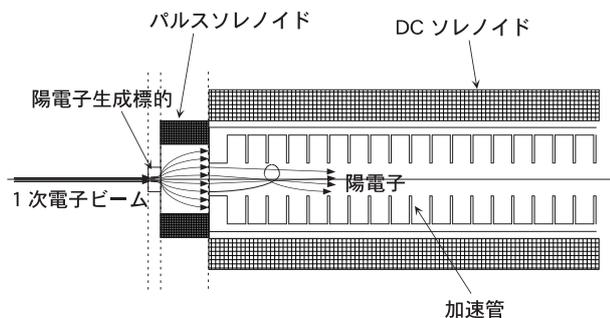


図 19: 陽電子生成装置概念図

さて、陽電子生成装置の構成を概念的に表わしたのが、図 19 である。また KEBB ライナックの陽電子生成部のカットモデルが図 20 である。まず、高エネルギーの電子ビームを標的となる金属物質に照射して、起きた電磁シャワー中の陽電子を取り出す。この陽電子は標的を出るとすぐに、パルス電流で励磁する強いソレノイド磁場で収束される。これにより、陽電子の位相空間分布は、位置の広がりは小さいが、角度（或いは横方向運動量）の広がりは大きい初期分布から、下流の収束系のアクセプタンスの形に適合（マッチ）した、位置の広がりは大きい角度の広がりは小さい分布に

変換される。こうして、長距離ビーム輸送するのに適した分布になった陽電子は、引き続き DC 電流で励磁するやや弱いソレノイド磁場の領域に入る。ここには、加速管があり強磁場から出てきた陽電子をなるべく早く加速する。それは、ソレノイド磁場中でのらせん軌道の長さの違いのため、パンチの長さが長くなる（デバンチング）の影響を小さくするためである。そして、ある程度のエネルギーまで加速された陽電子は、ソレノイドによる収束系から、Q マグネット（四極電磁石）による収束系に引き渡され、さらに長距離に渡って加速されていくことになる。

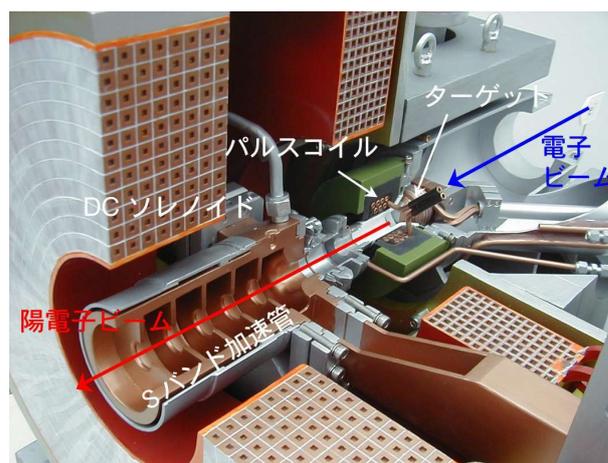


図 20: 陽電子ターゲット付近

以下の各節では、陽電子生成装置を構成するそれぞれの要素について説明する。

### 4.1 一次電子ビーム

先の章で述べたように、生成される陽電子の粒子数はおおよそ、一次電子ビームのエネルギーとビーム強度の積に比例する。理想的には、一次電子ビームはなるべくエネルギーが高く、ビーム強度（粒子数）もなるべく高いほうがよいが、そう単純にはいかない。まず、一次電子ビームのエネルギーを高くするには、長い加速長が必要となり、建設コストに直接影響することになる。SLAC では、SLC (SLAC Linear Collider) を建設する以前にすでに 50 GeV の加速能力をもつ 2 マイルライナックが存在していたため、33 GeV の 1 次電子ビームを使用することができた。一方、KEK

では B-ファクトリー計画のため、ライナックの改造を行って全長で 8 GeV の加速能力を持つようになったが、蓄積リングに入射する陽電子のエネルギーとして 3.5 GeV 必要であるので、1 次電子ビームのエネルギーとしては、4 GeV 程度である。

そこで、ビーム粒子数を大きくすると、ビームの作る電磁場が加速構造と相互作用するウエーク場 (Wake Field) の影響が強くなる。例えば、マルチバンチビームの場合、前方のバンチの作った長距離ウエーク場により、後続するバンチが横方向に蹴られたりする影響を受けるし、また前方のバンチが加速のため加速管内の RF パワーを消費して後ろのバンチほど受ける加速電界が下がる効果 (ビーム・ローディング) もある。また、単バンチ内でも、バンチ内の前の方にいる電荷の作る短距離ウエーク場によりバンチの後方が振られてバンチ形状がバナナ状に曲がったり、バンチ内の各粒子のエネルギー分布が歪んでしまう。これらの結果として、ビームのエミッタンスが悪化したり、最悪ビームの一部分が真空ダクトなどに当たって失われてしまうことが起きる。

KEKB の陽電子源では 4GeV の電子ビームを使って、単バンチで 10nC の電子ビームを当てて 0.6nC の陽電子を得ている。我々の実感としては、この単バンチで 10 nC という電荷量はウエーク場の影響をしのげるぎりぎりの量であるように思える。特に、KEKB ライナックではレイアウトの制約から、この 10 nC という大電流電子ビームを標的まで運ぶ途中に、180 度ビーム偏向部 (通称: J アーク部) というエネルギーアクセプタンスを制限する ( $\pm 1.4\%$  堅端幅) 場所がある。このため、ビームのエネルギー幅をあまり大きくすることができないため、SLAC などで行われているエミッタンス低減のための BNS ダンピング法がうまく適用できないという制約もある。そこで、10nC 以上のバンチ電荷量を取り扱うのは難しいと思われる。

では、バンチ数を増やすとどうだろうか? 先に述べたように、マルチバンチの場合は、バンチ間

でのウエーク場の影響があり、これも大きな問題である。しかし、バンチ間隔が十分長ければ、後方のバンチが受けるウエーク場の影響はほとんど減衰し、ビーム・ローディング効果のみ対策すればよいことになる。現在、KEKB ライナックでは、種々の検討及びビームスタディーの結果、一次電子ビームとして、各 10nC のバンチを 2 つ、96 nsec の間隔において加速して陽電子生成に用いることに成功している。なお、SLC では、6 nC の単バンチ一次電子ビームを 33GeV まで加速して標的に当てて、6 nC の陽電子ビームを作っている。

## 4.2 陽電子生成標的

先の章でもすでに述べたが、陽電子を生成させるための標的物質として、望ましい条件は、以下のような 3 点である。

1. 制動放射や電子陽電子対生成の発生確率が高くなるように、原子番号の高い元素からできていること、
2. 電子ビームによる照射により発熱して高温になるので、溶けたりしないように高融点を持つ物質であること
3. 高温になったときの变形による応力で割れたりしないように、張力に対する強度が高いこと

これらを満足するものとして、タンタル ( $^{73}\text{Ta}$ )、タングステン ( $^{74}\text{W}$ ) やタングステンとレニウム ( $^{75}\text{Re}$ ) の合金が一般的に用いられる。ちなみに、3000°C 以上の融点を持つ金属を表 2 に挙げておく。

タンタル	$^{73}\text{Ta}$	3263 °C
タングステン	$^{74}\text{W}$	3653 °C
レニウム	$^{75}\text{Re}$	3453 °C
オスミウム	$^{76}\text{Os}$	3318 °C

表 2: 高融点金属

KEKB ライナックでは、タングステンをを用いている。KEKB ライナックの標的部の図面を図

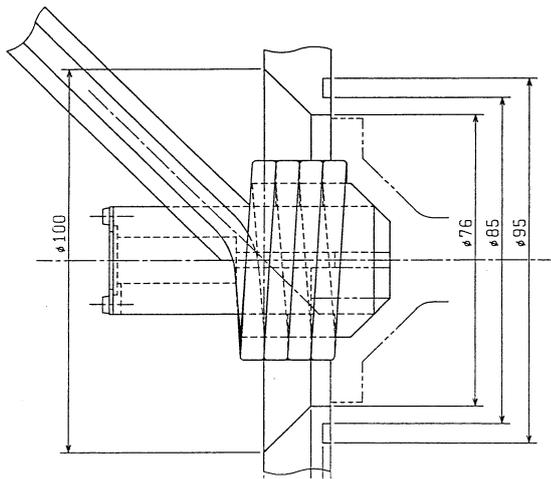
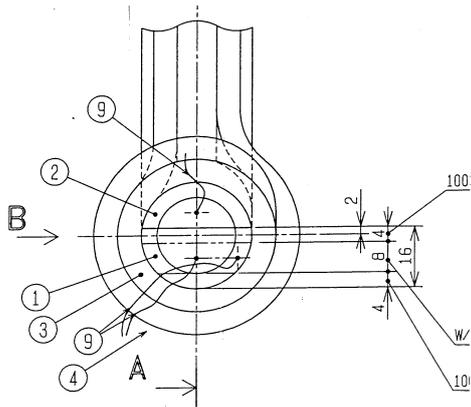


図 21: 陽電子生成標的図面

21 に示す。この下側の図でいうと、左側から入射電子がやってくる。タングステンの厚みは 14 mm であり、これは 4.0 放射長に相当する。この厚みは、先に述べたようにシミュレーションにより最適化して決められた。このタングステンの横方向の高さは、4 mm しかない。これは、冷却効率が高くなるように、発熱部分が熱伝導度の高い銅の部分に近くなるようにするためである。また、タングステンと銅の接合部分には、タングステンと銅の組成比が準連続的に変わる "傾斜機能材料" (8 mm 長) を挟むことにより、熱膨張係数の違いにより発生する応力を緩和するようにしている。なお、この標的を下流側からみた写真を図 22 に示す。

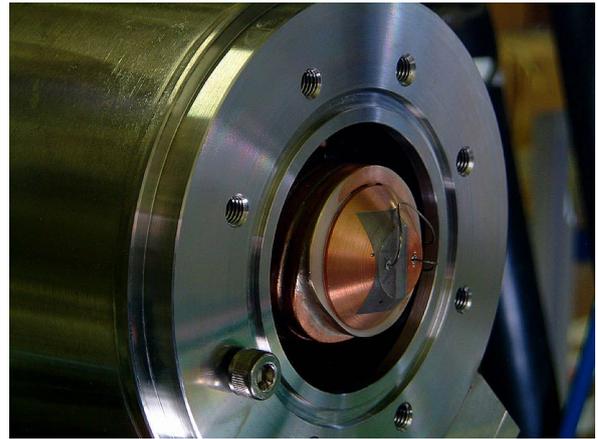


図 22: 陽電子生成標的の写真

### 4.3 パルスコイル

KEKB ライナックでは、陽電子の位相空間マッチングシステムには、QWT を採用しているが、標的から出たばかりの陽電子を強く収束して、位相空間分布を変換させるための短く (KEKB ライナックでは、45 mm) かつ強いソレノイド磁場 (同、2.3 Tesla) をつくるためには、コイルに非常に大きな電流 (同、10 kA) を流す必要がある。しかし、そのような大電流を定常的に流すには電力消費もコイルからの発熱量も莫大になる。しかし、そのような強い磁場はビームが通る瞬間だけ実現されていればよいので、パルス的な電流を発生させるような電源とそれに適合した空芯コイルを用いることで問題を解決することができる。図 23 に、KEKB ライナックのパルスコイルの図面を示す。コイルの導線には、冷却水の中に流すこ

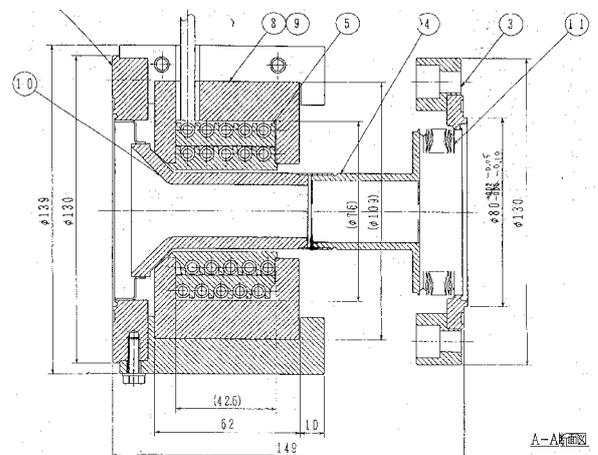


図 23: パルスコイル図面

とができるような中空の銅管（ホロー・コンダクタ）が使用されている。ターン数は8である。図には10ターンあるように見えるが、これは作図上の問題である。パルスコイルの仕様を表3にまとめる。パルス電源から、幅  $100 \mu\text{s}$  の片側サイン波の電流  $10 \text{ kA}$  を供給する。また、パルスコイル内側の真空ダクトは、渦電流が流れないようにセラミックでできている。

磁場の強さ	2.3 Tesla
磁場有効長	45 mm
コイル長	42.5 mm
コイル部半径	20 ~ 38 mm
セラミックダクト内半径	11 mm
ターン数	8 turn
ピーク電流	10 kA
ピーク電圧	2 kV

表 3: KEKB パルスコイル仕様

#### 4.4 フラックス・コンセントレータ

SLC では、陽電子の位相空間マッチングシステムには、AMD を採用しているが、これに必要となる、長さ方向に緩やかに磁場強度が下がっていくような分布の、強いソレノイド磁場を発生させるための装置としては、フラックス・コンセントレータ（図 24）というものを使用している [16]。これは銅の円柱の内側に円錐状に穴を開けたものに外側から導線を巻き付けて、パルス電流を流したときに、銅の導体内側面に流れる渦電流を利用して、非常に強い磁場を作るものである。パルス電源から、幅  $5 \mu\text{s}$  の片側サイン波の電流  $16 \text{ kA}$  を供給する。なお、フラックス・コンセントレータだけでなくテーパー型 DC ソレノイド ( $1.2 \text{ Tesla}$ ) を併用して、合わせて  $7.0 \text{ Tesla}$  のピーク磁場を実現している。

また現在 KEK とロシアの BINP 研究所で共同開発している新型フラックス・コンセントレータの写真を図 25 に示す。これは下流側から見た様子である。最大磁場強度  $10 \text{ Tesla}$  を目指している。

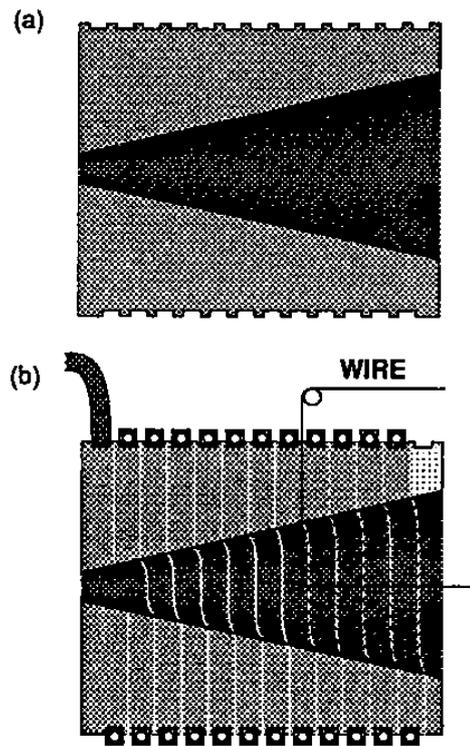


図 24: SLC フラックス・コンセントレータ ([16] より引用)

磁場の強さ	5.8 Tesla
導体円筒長さ	100 mm
導体外径半径	40 mm
円錐状空間部半径	3.5 ~ 26 mm
ターン数	12 turn
ピーク電流	16 kA

表 4: SLC フラックス・コンセントレータ仕様

#### 4.5 DC ソレノイド

さて、パルスコイルやフラックス・コンセントレータにより収束された陽電子は、磁場の強さはやや弱くなる（KEKB ライナックの場合、 $0.4 \text{ Tesla}$ ）が、長い（約  $8 \text{ m}$ ）ソレノイド磁場に入る。それは、このソレノイドの内側には、陽電子を加速するための加速管が置かれており、下流の Q マグネットの収束系に引き渡せるエネルギーまで加速するのに十分な長さが必要になるからである。この磁場は、DC ソレノイドにより作られているが、加速管を内側に収めるために内径を大きくする必要があり、電流値をかなり大きくする必要が

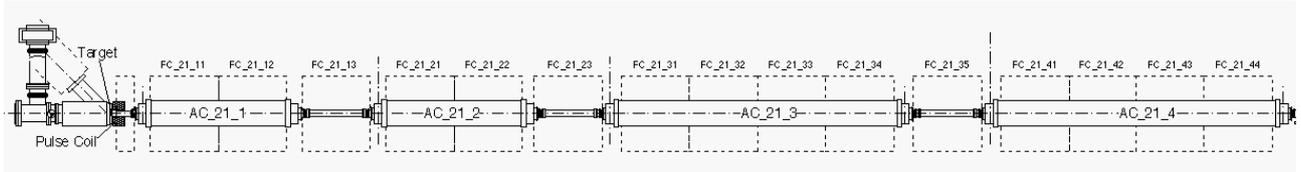


図 26: 陽電子収束ソレノイド系



図 25: BINP 型 フラックス・コンセントレータ

ある。KEKB ライナックの DC ソレノイドの仕様を、表 5 に示す。ソレノイドは図 26 にあるように、長さ 450 mm のモジュールを 15 基並べて使用している。実際の磁場分布を図 27 に示す。

磁場の強さ	0.4 Tesla
コイル長 (1 モジュール)	450 mm
コイル部半径	210 ~ 550 mm
ターン数 (1 モジュール)	301 turn
電流	650 A
電圧 (1 モジュール)	25 V

表 5: KEKB DC ソレノイド仕様

所々で磁場にくぼみがあるのは、加速管に RF パワーを入れるための導波管、及び出口側の導波管を通せるように、コイル配置にすき間があるからである。もちろん、このようなくぼみがないほうが望ましいが、現実にはそうはいかない。なお、パルスコイルから加速管に巻いてある DC ソレノイドに到るまでにはやや距離があるので、ここについては図 28 にあるように、すき間を埋めるための "ブリッジコイル" が設置してあり、磁場のくぼみを小さくするようにしてある。

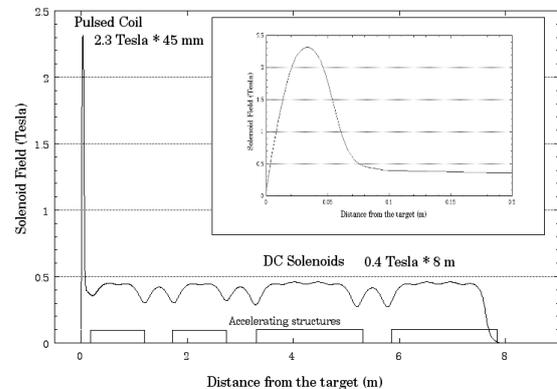


図 27: KEKB QWT の磁場分布

#### 4.6 陽電子収集部用加速管

陽電子収集部では、マッチングセクションから出てきた陽電子をなるべく早く加速する必要がある。これは、らせん軌道の軌跡の長さの違いから生じるデバンチングの影響をなるべく小さいようにするためにである。そのため、なるべく加速電界が高いのが望ましい。しかし、陽電子収集部用加速管には放電の問題がある。なぜならば、加速管の表面電界により放出された電子がソレノイド磁場の影響でまた出射点に戻って表面を叩き、これがさらに電子放出を誘発し、しまいには放電を起こさせるからである。このため、磁場中に置かない普通の加速管に比べて放電が起きやすい。

さらに陽電子生成標的からは、電子、陽電子、ガンマ線がたくさん出て、ある程度の部分は加速管を直撃する。このことも放電が起きやすい一因となっている。さらに、度重なる放電により加速管の表面が傷ついて、加速電界を上げることができなくなることも起こりうる。そして、加速電界の強さはデバンチングの影響から陽電子の収量に直結しているため、電界を下げることで陽電子ビーム強度が下がる。こうなると、加速管を交換するしかないが、標的周辺は残留放射線が強

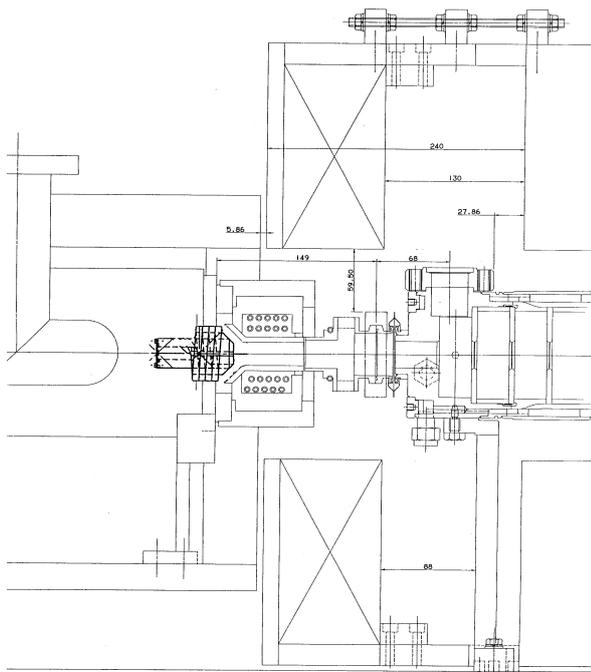


図 28: 標的付近のコイル配置

く作業がやりにくい。

KEK の昔の陽電子生成ライナックでは、4m-長の加速管 2 本を使用していた。理由はそのほうが加速電界を稼げるからであった。しかし、放電の起こりやすさには、RF パルスの長さも大きく関係していると思われる。そこで、現在の KEKB ライナックでは図 26 のように、1m 加速管 2 本 + 2m 加速管 2 本の構成に変更された。また、1m 加速管と 2m 加速管は別の RF 源からパワーを供給するように変更された。こうすることにより、標的直後の 1m 加速管に入れる RF パルスの長さを短くすることができた。また、交換作業を行うにあたって、作業スペースが短くて済むので、作業時間が短縮された。また、RF エージングについても、電界の強さ、磁場の強さを細かく変えて入念に行うことにより、放電の頻度を下げ、安定した運転を行えるようになっている。

また、陽電子収集部の加速管、特に 1m 加速管は、アイリス口径の大きい設計となっていて、陽電子収量を増やすのに寄与している。KEKB ライナックでは、S-band 加速管を使用しているため、アイリスは加速管入口で 26 mm 程度であるが、リニアコライダーの陽電子生成部の設計案

では L-band 加速管を使って、これを 40 mm 程度に拡げることによりアクセプタンスを大きくして、陽電子収量を増やすことが考えられている。但し、この場合、捕まえられる陽電子のエミッタンスも大きくなるので、二段階のダンピングリングが必須となる。

## 5 偏極陽電子の生成

前の節までに述べてきた陽電子の生成、捕獲については、陽電子のスピンの向きがどうであるということには関心を払ってこなかった。陽電子ビームの強度、ビームの質の向上にのみ努力が払われてきた。

特定のスピンの向きを持つ（偏極した）ビームの有用性については昔から認められており、少なくとも電子ビームについてはすでにこれまでに、SLACのSLCと呼ばれる線形衝突型加速器においては、偏極度80%のビームを作って加速して実験を行っている。どうやって偏極した電子ビームを作るかということについては文献[18]を参考にさせていただきたいが、基本的には電子がスピンの向きにより異なったエネルギー準位を持つように工夫をしたカソード材料を用いて、これの片方の準位に合うエネルギーの偏極したレーザー光を当てて、特定のスピンの向きを持つ電子のみをカソードから取り出す事により偏極電子ビーム作ることができる。そしてこれの技術的な手法はすでに確立している。

しかし将来のリニアコライダーにおける電子陽電子衝突実験により素粒子物理の研究を行う際には、電子のみならず陽電子についても偏極したビームを用いることにより調べたい物理現象をよりきれいに取り出す事ができるということが言われている。

電子については物質中より特定のスピンのもののみ取り出すということで偏極ビームを作れたが、陽電子についてはすでに述べたように自然界には安定に存在せず二次粒子としてしか生成することができないために、偏極電子生成と同じ方法は採る事ができない。基本的に陽電子はガンマ線が物質中で対生成することにより発生するから、偏極したガンマ線をまず作ることが重要である。これを薄い金属標的に当てて、1回だけの対生成反応により電子と陽電子を作り、エネルギーの高い陽電子のみを取り出せば、この陽電子もかなり偏極しているはずである。厚い標的で多数回の反応を経て陽電子を発生させてしまうと偏極がほとんど失われてしまうので良くない。また生成された陽電子が捕獲系にうまく捕まるためにはガンマ

線のエネルギーは数十 MeV 程度でなければならない。

さてそこでどうすればこのような偏極したガンマ線を作れるかというのが知恵の絞り所であるが、現在のところ次のような2つの方式が考案されている。

- 一つ目の方式（ヘリカルアンジュレーター方式）は、非常に高いエネルギー（100 GeV以上）の電子ビームをヘリカルアンジュレーターに通すことにより円偏光した（偏極した）ガンマ線を作るというアイデアである。この方式の難しいのは、非常に高いエネルギーの電子ビームを用意する必要があるという点と非常に長い（100m以上）のアンジュレーターにまっすぐビームを通す必要があるという点である。
- もう一つの方式（レーザー逆コンプトン方式）は、そこそこのエネルギー（数 GeV）の電子ビームに偏極したレーザー光を当て、逆コンプトン散乱により跳ね返されて出てきたガンマ線のうちエネルギーの高いものはもとのレーザー光と同じ向きに偏極していることを利用するものである。この方式の難しいのは十分なガンマ線強度を得るためには非常に強い強度のレーザーを使う必要があると言う点である。

以下の節においては、これらの方式でいかにして偏極したガンマ線を作るかについての解説と理論的な定式化を行う。そして、それぞれの方式の利点と問題点についても述べる。

### 5.1 ヘリカルアンジュレータによる偏極陽電子生成

ヘリカルアンジュレータとは図29のように2本のらせん状のコイルに同じ強さで逆向きの電流を流してできる磁場の中に電子ビームを通してそれが発する放射光を利用するためのものである。一般的なアンジュレータでは、電子が磁場により一つの平面内でサインカーブを描いて揺すられるために発生する光も直線偏光であるのに対して、ヘリカルアンジュレータでは軌道がらせんなので

(5-2)

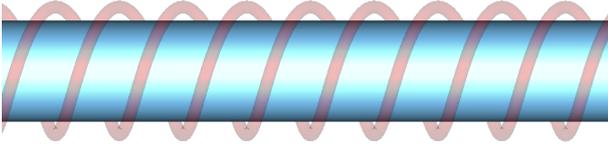


図 29: ヘリカルアンジュレータのコイル

円偏光を作ることができる。ガンマ線が円偏光を持つということは進行方向に偏極していることを意味しており、右円偏光が左円偏光によってスピンの進行方向に対して前向き、或いは後向きに対応する。

ヘリカルアンジュレータの作る磁場を求めるには、定電流とそれが作る磁場の関係を表した Biot-Savart の法則を用いる。

$$d\mathbf{B} = \frac{\mu_0 I d\mathbf{s} \times \mathbf{r}}{4\pi r^3} \quad (5-1)$$

ここで、 $d\mathbf{s}$  は電流の微小要素の流れる向きを表すベクトル、 $\mathbf{r}$  は観測点に対するこの電流要素の位置を与えるベクトルであり、 $r$  はこのベクトルの大きさすなわち観測点と電流要素の間の距離を表している。 $I$  は電流の大きさである。この式も含めて、この講義で電磁気学に関する式は全て MKSA 国際単位系を用いることにする。昔の論文はたいてい cgs 系だったりするので、毎度変換するのが面倒であるが例えば、文献 [19] などには変換のやり方についてわかりやすく書いてあるので参照されたい。

解き方の詳細は省くが(電磁気学の演習問題と思って解いて下さい) コイル上の微小電流要素からの寄与をアンジュレータ長の端から端まで(近似的には  $z=-\infty$  から  $+\infty$  と見なしてよい)積分すると、中心軸上の点における磁場は、

$$B_x = B_0 \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda_u} z + \psi\right)$$

$$B_y = B_0 \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda_u} z + \psi\right)$$

$$B_z = 0$$

但し

$$B_0 = \frac{2\mu_0 I}{\lambda_u} \left[ \frac{2\pi a}{\lambda_u} K_0\left(\frac{2\pi a}{\lambda_u}\right) + K_1\left(\frac{2\pi a}{\lambda_u}\right) \right]$$

と書ける。ここで  $\lambda_u$  はアンジュレータの周期長、 $a$  はコイルの半径、 $I$  はコイルに流す電流であり、 $K_0$  と  $K_1$  は変形ベッセル関数である。この2本のコイルからの寄与を足し算すると、 $z$  方向(ビーム軸方向)のソレノイド的な成分は相殺してゼロになり、横方向成分は大きさは一定であるが位置  $z$  により回転していくような値を持つ。1本のコイルのみからくる  $z$  成分の大きさは  $x, y$  成分よりずいぶん大きい。つまり2本のらせんに逆向きに電流を流す事により、主要な成分である  $z$  成分は消し、弱い成分である横方向のみ残しているのである。電力効率としては悪いが、回転する横方向磁場を作るためにはやむを得ない。

このような磁場中で運動する電子の軌道を求めよう。Lorentz 力を考えると運動方程式は、

$$\dot{\boldsymbol{\beta}} = \frac{e}{m_0 \gamma} (\boldsymbol{\beta} \times \mathbf{B}) \quad (5-3)$$

となるが静的な磁場中の運動なのでエネルギーは変化しないので、この運動方程式は簡単に積分できて、

$$\begin{aligned} \beta_x &= \frac{K}{\gamma} \cos(\beta_z \Omega_u t + \psi) \\ \beta_y &= \frac{K}{\gamma} \sin(\beta_z \Omega_u t + \psi) \\ \beta_z &= \beta_z \end{aligned} \quad (5-4)$$

但し

$$\begin{aligned} \Omega_u &= \frac{2\pi c}{\lambda_u} \\ \beta_z &= \sqrt{\beta^2 - \beta_x^2 - \beta_y^2} \\ &= \sqrt{\beta \left\{ 1 - \left(\frac{K}{\gamma}\right)^2 \right\}} \end{aligned}$$

となる。この  $K$  はアンジュレータの  $K$  値である。

$$K = \frac{e B_0 \lambda_u}{2\pi m_0 c} \quad (5-5)$$

式 5-5 を時間積分して適当な初期値をとると以下のような軌道を表す式が得られる。

$$\begin{aligned} x(t) &= \frac{K}{\gamma} \frac{c}{\Omega_u \beta_z} \sin(\beta_z \Omega_u t) \\ y(t) &= \frac{K}{\gamma} \frac{c}{\Omega_u \beta_z} \cos(\beta_z \Omega_u t) \\ z(t) &= \beta_z c t \end{aligned} \quad (5-6)$$

これは電子がらせん軌道を描く事を示している。こうして電子の軌道がわかると、これが輻射する電磁場の分布を Lienart-Wiechert の式を使って求める事ができる。

$$\frac{d^2 I(\omega)}{d\omega d\Omega} = \frac{e^2 \omega^2}{16\pi^3 \epsilon_0 c} \left| \int_{-\infty}^{+\infty} F(t) dt \right|^2$$

ここで

$$F(t) = \hat{n} \times (\hat{n} \times \beta) \times \exp \left[ i\omega \left( t - \frac{\hat{n} \cdot \mathbf{r}(t)}{c} \right) \right] \quad (5-7)$$

ここで  $\hat{n}$  は座標原点から観測者の位置へ向かう長さ 1 の方向ベクトルであり、ビーム軸から角度  $\theta$  をなしていて、 $\hat{n} = (0, \sin \theta, \cos \theta)$  のような成分を持つものとする。

文献 [20] に示されているようにヘリカルアンジュレータからの光子輻射の分布は

$$\frac{d^2 I(\omega)}{d\omega d\Omega} = \frac{e^2 \omega^2 K^2}{4\pi^3 c \epsilon_0 \omega_0^2 \gamma^2} \sum_{n=1}^{\infty} G_n(\omega) \quad (5-8)$$

$$G_n(\omega) = \left[ J_n'^2(x) + \left( \frac{\gamma\theta}{K} - \frac{n}{x} \right)^2 J_n^2(x) \right] \times \frac{\sin^2 \left[ N\pi \left( \frac{\omega}{\omega_1} - n \right) \right]}{\left[ \left( \frac{\omega}{\omega_1} - n \right) \right]^2}$$

で与えられる。 $J_n(x)$  と  $J_n'(x)$  は、 $n$  次のベッセル関数とその微分である。ここで輻射の基本周波数  $\omega_1$  は、

$$\omega_1 = \frac{2\gamma^2 \omega_0}{1 + K^2} \quad (5-9)$$

で与えられる。但しここで  $\omega_0$  は電子のらせん軌道の旋回周波数  $\omega_0 = 2\pi\beta_z c / \lambda_u$  である。式 5-9 の両辺にプランク定数  $\hbar$  をかけるとヘリカルアンジュレータ輻射の光子の基本エネルギー  $E_1$  を与える式になる

$$E_1 = \hbar\omega_1 = \frac{2\gamma^2 \hbar\omega_0}{1 + K^2} \quad (5-10)$$

この式において、まずアンジュレータの  $K$  値はだいたいオーダー  $O(1)$  の数である。次に走る電子から周期長  $\lambda_u$  のアンジュレータの磁場を見ると、粗く言うと、波長  $\lambda_u$  の光子と衝突するように見え、その光子のエネルギーはほぼ  $\hbar\omega_0$  である。例

えば  $\lambda_u = 9.1 \text{ mm}$  とすると、 $\hbar\omega_0 = 1.4 \times 10^{-4} \text{ eV}$  程度である。ここで  $\gamma$  は電子の持つエネルギーを電子質量  $m_0$  で規格化して無次元化したものである  $\gamma = E_{beam}/m_0$ 。つまり、この 5-10 式の意味はアンジュレータ磁場の仮想光子が電子で蹴り出されてくる光子はおおよそ  $\gamma^2$  倍のエネルギーになって出てくるということである。逆に言うと、目的とする数十 MeV のエネルギーのガンマ線を得るためには、元の光子のエネルギーがとても低いために、非常に高いエネルギーの電子で弾き出してやる必要があるという事である。

これを光子の個数分布に書き直すと文献 [21] にあるように

$$\frac{dN_{ph}}{dE} = \frac{10^6 e^3 K^2}{4\pi \epsilon_0 c^2 \hbar^2 \gamma^2} \times \sum_{n=1}^{\infty} \left[ J_n'^2(x) + \left( \frac{\alpha_n}{K} - \frac{n}{x} \right)^2 J_n^2(x) \right] \quad (5-11)$$

と書ける。但し

$$\alpha_n^2 = \left[ n \cdot \frac{\omega_1(1 + K^2)}{\omega} - 1 - K^2 \right]$$

$$x = 2K \cdot \frac{\omega}{\omega_1(1 + K^2)} \cdot \alpha_n$$

また光子のエネルギー  $\omega$  を与えると、発生角は

$$\theta = \frac{\alpha_n}{\gamma} \quad (5-12)$$

でほぼ決まると考えて良い。5-11 式の値の単位は  $[1/\text{MeV}/\text{meter}]$  であり、アンジュレータ長さ 1m 当り、単位エネルギー幅内に発生する光子の数を与えている。この式は  $n$  についての級数になっているが、 $n=1$  の成分は輻射の基本波成分であり、それよりも高次の項はそれぞれ  $n$  次高調波の成分を表す。各  $n$  次高調波成分のエネルギー分布の上限値は  $E_1$  の  $n$  倍となっている。

電子ビームエネルギーが 250 GeV、アンジュレータ周期長が 9.1 mm、アンジュレータ磁場が 1.76 Tesla とすると、 $K$  値は 1.5 となり基本波光子のエネルギーは 20 MeV となる。この場合について光子のエネルギー分布をプロットしてみると図 30 のようになる。このように基本波 ( $n=1$ ) 成分により  $E_1 = 20 \text{ MeV}$  付近に分布のピークが

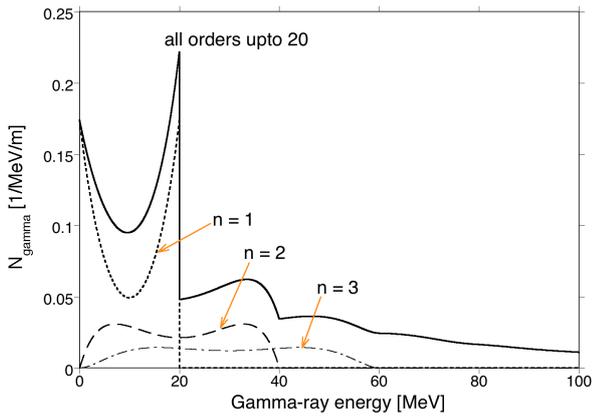


図 30: ヘリカルアンジュレータ光子のエネルギー分布

できるのがわかる。しかし高調波成分もそれなりに寄与する事がわかる。

次に輻射される光子の偏極が前向きか後向きかを区別して式 5-11 を書き直すと次のようになる。

$$\frac{dN_{ph}}{dE} = \frac{10^6 e^3 K^2}{4\pi\epsilon_0 c^2 \hbar^2 \gamma^2} \times \sum_{n=1}^{\infty} [A_n + B_n]$$

$$A_n = \frac{1}{2} \left\{ J'_n(x) + \left( \frac{\alpha_n}{K} - \frac{n}{x} \right) J_n(x) \right\}^2$$

$$B_n = \frac{1}{2} \left\{ J'_n(x) - \left( \frac{\alpha_n}{K} - \frac{n}{x} \right) J_n(x) \right\}^2$$

(5-13)

次にこれの基本波成分 (n=1) のみに注目すると図 31 のようになり、エネルギーの高いものは主に前向きの偏極を、低い者は後向きの偏極を持つ事がわかる。

次に、このエネルギーに対して偏極度がどうなるかについては次のような式で与えられる。

$$Pol(E) = \frac{A_n - B_n}{A_n + B_n} \quad (5-14)$$

この依存性を図 32 に表す。つまりエネルギーの高い成分を集めれば前向きに偏極した光子が得られる。ちなみに、このプロットが離散的なのは確率分布に従ってモンテカルロシミュレーションによりサンプルを発生させたものだからであり、分布の濃さが発生確率を表している。

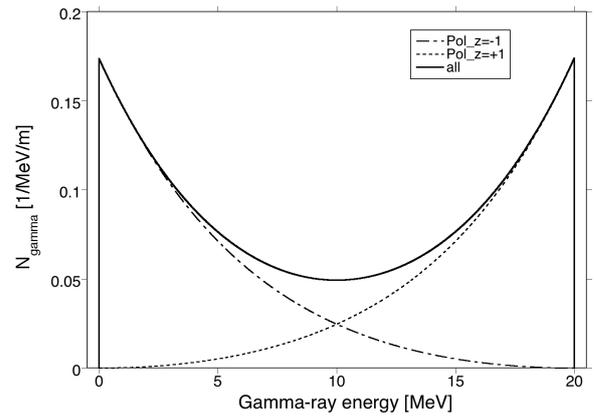


図 31: ヘリカルアンジュレータ光子のエネルギー分布 (基本波のみ)

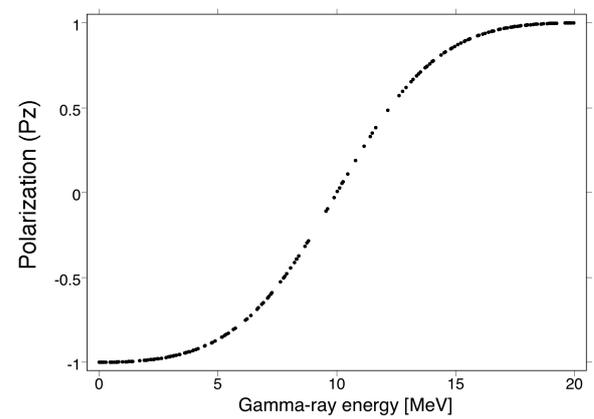


図 32: アンジュレータ光子のエネルギー - 偏極相関 (基本波のみ)

このようなエネルギー分布の光子を薄い標的に当てて対生成を起こさせると、発生する陽電子のエネルギーの高い成分は主に前向きの偏極を持つ。これを捕獲系でエネルギーの高い陽電子を主に集めることにより、偏極した陽電子ビームが得られる。

ところで図 30 に示したように、高調波成分が高いエネルギーのところに分布しているために、これらが混入する事により陽電子の偏極度は悪化する。しかし、発生した光子エネルギーに対して対応する発生角が決まり (式 5-12) その依存性は図 33 のようになる。つまりエネルギーの高いものはビーム軸に対して小さな角度で発生し、低いものほど大きな角度を持つ事がわかる。また角度と偏極の相関として示すと図 34 のようになる。

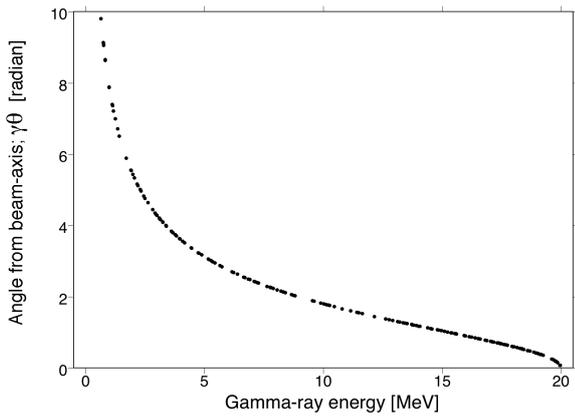


図 33: アンジュレータ光子のエネルギー - 角度相関 (基本波のみ)

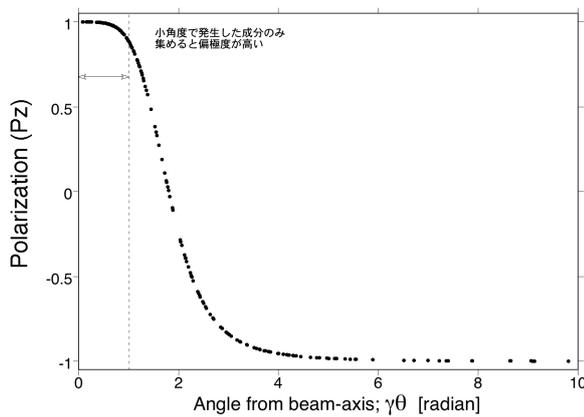


図 34: アンジュレータ光子の角度 - 偏極相関

つまり小角度で発生したもののみ取る (途中にコリメータなどをおいて角度を制限すれば良い) ことにより、高調波成分による寄与を減らす事ができ、光子の偏極度を高くすることができる。

これらの影響も含めて、最終的に得られる陽電子の偏極度は 50~60 % 程度と思われる。本講義では、残念ながら準備の時間の制約より、光子から電子陽電子対生成での偏極の変化や陽電子捕獲部による偏極の変化についての取り扱いは省略させていただきます。

## 5.2 逆コンプトン散乱による偏極陽電子生成

この節では、逆コンプトン散乱による偏極ガンマ線の生成についての定式化のまとめをするが、

基本的に大森恒彦氏のまとめられた文献 [22] の議論にしたがって進めていくことにする。さらに詳しい原典は文献 [23]、[24] である。

一般的にコンプトン散乱と言えば、ほぼ静止していると見なせるような電子に対して光子がぶつかって、電子と光子が弾性散乱するような反応である (図 35)。すなわち、光子により電子がはじき出されてくると考えてよい。まずはこのコンプトン散乱に関する関係式を整理する必要がある。

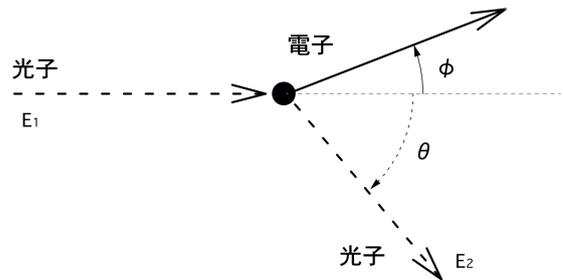


図 35: コンプトン散乱 (静止している電子に光子が衝突する)

まず、光子の始状態と終状態のエネルギーを  $E_1$ 、 $E_2$ 、電子は最初は静止状態とし、その終状態での  $\beta$ -ファクターを  $\beta_2$  とする。光子の散乱角を  $\theta$ 、電子の散乱角を  $\phi$  とする。また電子の静止質量を  $m_0$  とする。

エネルギー及び運動量の保存則より

$$E_1 = E_2 + m_0 c^2 \left\{ \frac{1}{\sqrt{1 - \beta_2^2}} - 1 \right\}$$

$$\frac{E_1}{c} = \frac{E_2}{c} \cos \theta + \frac{m_0 \beta_2 c}{\sqrt{1 - \beta_2^2}} \cos \phi$$

$$0 = \frac{E_2}{c} \sin \theta - \frac{m_0 \beta_2 c}{\sqrt{1 - \beta_2^2}} \sin \phi \quad (5-15)$$

が得られるが、これらの式を整理すると、光子の散乱角  $\theta$  と始状態及び終状態のエネルギーの関係、

$$E_2 = \frac{(m_0 c^2) \cdot E_1}{(m_0 c^2) + (1 - \cos \theta) \cdot E_1} \quad (5-16)$$

が得られる。これを  $\cos \theta$  について解くと

$$\cos \theta = 1 + \left( \frac{1}{E_1} - \frac{1}{E_2} \right) (m_0 c^2) \quad (5-17)$$

が得られる。これはコンプトン散乱に関する散乱角とエネルギー変化の間に成り立つ有名な関係式である。

次に逆コンプトン散乱を考える(図36)。この場合はエネルギーの高い電子が走ってきて、低エネルギーの光子と正面衝突して光子がはじき出されてくるような反応である。この時、光子がより高いエネルギーを持って出てくるのが重要な点である。しかし起きている反応の本質は普通のコンプトン散乱と全く同じであり、座標変換して電子が静止している座標系からみれば単なるコンプトン散乱に見える。そこで以下の導出でも、まず通常のコンプトン散乱の公式を示して、それを座標変換することにより、必要としている逆コンプトン散乱の公式を導くことにする。

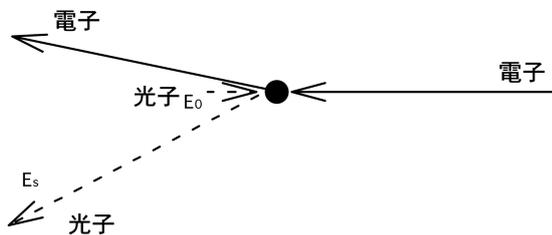


図 36: 逆コンプトン散乱 (電子が光子に当たっていく)

コンプトン散乱の散乱断面積を表すのは有名なクライン-仁科の公式である。粒子の偏極を考えない場合、その全断面積は

$$\sigma_0 = 2\pi r_0^2 \left( \frac{1+\alpha}{\alpha^2} \left[ \frac{2(1+\alpha)}{1+2\alpha} - \frac{\ln(1+2\alpha)}{\alpha} \right] \right) + 2\pi r_0^2 \left( \frac{\ln(1+2\alpha)}{2\alpha} - \frac{1+3\alpha}{(1+2\alpha)^2} \right) \quad (5-18)$$

で与えられ、その角度に関する微分断面積は

$$\frac{d\sigma_0}{d\Omega} = \frac{r_0^2}{2} \left( \frac{E_2}{E_1} \right)^2 \left( \frac{E_1}{E_2} + \frac{E_2}{E_1} - \sin^2 \theta \right) \quad (5-19)$$

で与えられる。また、式 5-16 を使って  $E_2$  を消去すると

$$\frac{d\sigma_0}{d\Omega} = \frac{r_0^2}{2} \left( \frac{1}{1+(1-\cos\theta)\alpha} \right)^2$$

$$\times \left[ 1 + \cos\theta^2 + \frac{(1-\cos\theta)^2\alpha^2}{1+(1-\cos\theta)\alpha} \right] \quad (5-20)$$

となる。

次に電子の静止している座標系での物理量と逆コンプトン散乱を観測している実験室座標系の物理量の間の変換式を求める。まず実験室系において、電子のビームエネルギーを  $E_b$  とするとこれのガンマファクターは  $\gamma_b = E_b/(m_0c^2)$  であり、 $\beta_b = -\sqrt{1-1/\gamma_b^2}$  である。同じく実験室系での光子の始状態と終状態のエネルギーを  $E_0$ 、 $E_s$  とする。ローレンツ変換の関係式より、

$$E_1 = \gamma_b E_0 - \gamma_b \beta_b \times E_0 = \gamma_b E_0 (1 - \beta_b)$$

$$E_s = \gamma_b E_2 + \gamma_b \times E_2 \cos\theta = \gamma_b E_2 (1 + \beta_b \cos\theta) \quad (5-21)$$

これに式 5-16 を代入すると、

$$E_s = \gamma_b \frac{(m_0c^2) \cdot E_1}{(m_0c^2) + (1 - \cos\theta) \cdot E_1} (1 + \beta_b \cos\theta) \quad (5-22)$$

が得られ、これを  $\cos\theta$  について整理すると

$$\cos\theta = \frac{E_s(m_0c^2) + E_1 E_s - E_1 \gamma_b (m_0c^2)}{E_1 \gamma_b \beta_b (m_0c^2) + E_1 E_s} \quad (5-23)$$

となる。 $\theta = 180$  度の時に出射光子のエネルギーは最大となり

$$E_s(max) = \frac{\gamma_b^2 (m_0c^2) E_0 (1 - \beta_b)^2}{(m_0c^2) + 2\gamma_b E_0 (1 - \beta_b)} \sim 4\gamma_b^2 E_0 \quad (5-24)$$

となる。この式の示していることは、光子はエネルギーの高い電子によって逆コンプトン散乱されることにより、元のエネルギーの  $4\gamma_b^2$  倍程度高いエネルギーを持って蹴り出されてくるということである。例えば、炭酸ガスレーザーの光(波長  $10.6\mu m = 0.117$  eV)と  $3.35$  GeV ( $\gamma_b = 6.5 \times 10^3$ )の電子ビームを用いると出てくる光子の最大エネルギーは  $20$  MeV となる。アンジュレータの場合と比較すると元の光子のエネルギーが  $1000$  倍ほど高いので、電子ビームのエネルギー

も数 GeV 程度とそれほど高くなくても数十 MeV のガンマ線が得られるという点がこの方式の利点である。

最終的に求めたいのは、実験室系での出射光子のエネルギーに関する微分断面積  $\frac{d\sigma_0}{dE_s}$  である。これは、電子静止系での角度に関する微分断面積  $\frac{d\sigma_0}{d\Omega}$  としてクライン-仁科の公式 5-19 を用いて、次のような変換式より求める事ができる。

$$\frac{d\sigma_0}{dE_s} = \frac{d\sigma_0}{d\Omega} \cdot \frac{d\Omega}{dE_s} \quad (5-25)$$

ここで

$$\frac{d\Omega}{dE_s} = \frac{2\pi \sin \theta d\theta}{dE_s} = \frac{-2\pi d(\cos \theta)}{dE_s} \quad (5-26)$$

である。ところで、式 5-23 を  $E_s$  について微分すると

$$\frac{d \cos \theta}{dE_s} = \frac{(m_0c^2) + E_1}{E_1\gamma_b\beta_b(m_0c^2) + E_1E_s} - \frac{(E_s(m_0c^2) + E_1E_s - E_1\gamma_b(m_0c^2))E_1}{\{E_1\gamma_b\beta_b(m_0c^2) + E_1E_s\}^2} \quad (5-27)$$

が得られる。こうして、式 5-25 に式 5-19 と式 5-27 を代入し、また式 5-21 で  $E_1$  を  $E_0$  に書き直せば、全てが実験室系のパラメータで書き下した微分断面積  $\frac{d\sigma_0}{dE_s}$  が得られる。この式は長いので書き下すのは省略する。

さてここまでの導出は偏極については考慮していなかったが、入射光子と出射光子の偏極をそれぞれ  $P_i$ 、 $P_f$  で表すと、次の式のような偏極に依存した付加項が現れる。

$$\frac{d\sigma_P}{d\Omega} = \frac{r_0^2}{2} \left( \frac{1}{1 + (1 - \cos \theta)\alpha} \right)^2 \times \left[ 2 + \frac{(1 - \cos \theta)^2 \alpha^2}{1 + (1 - \cos \theta)\alpha} \right] \cos \theta \quad (5-28)$$

これらを合わせた寄与として

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{d\sigma_0}{d\Omega} + P_i P_f \frac{d\sigma_P}{d\Omega} \quad (5-29)$$

と書ける。これらより、前向き及び後向きののスピンの持った光子の生成される断面積は

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma_{(+1)}}{d\Omega} &= \frac{d\sigma_0}{d\Omega} + \frac{d\sigma_P}{d\Omega} \\ \frac{d\sigma_{(-1)}}{d\Omega} &= \frac{d\sigma_0}{d\Omega} - \frac{d\sigma_P}{d\Omega} \end{aligned} \quad (5-30)$$

と書く事ができる。また、偏極の角度依存性については

$$Pol(\theta) = \frac{\frac{d\sigma_{(+1)}}{d\Omega} - \frac{d\sigma_{(-1)}}{d\Omega}}{\frac{d\sigma_{(+1)}}{d\Omega} + \frac{d\sigma_{(-1)}}{d\Omega}} \quad (5-31)$$

で表される。

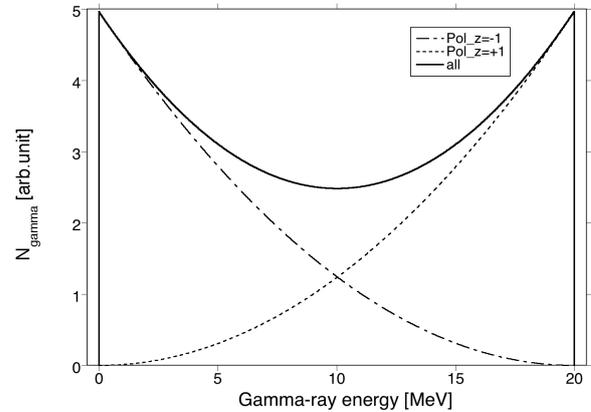


図 37: 逆コンプトン光子のエネルギー分布

入射光子のエネルギーを 0.117 eV、電子ビームのエネルギーを 3.35 GeV と想定して、逆コンプトン散乱で生成される光子のエネルギー分布を図 37 に示す。これはアンジュレータからの光子のエネルギー分布 (図 31) と同様の分布になっていることがわかる。偏極に関しても、アンジュレータの場合同様、エネルギーの高いものは主に前向きの偏極を、低いものは後向きの偏極を持つ事がわかる。これは図 38 のエネルギー - 偏極相関からもわかる。

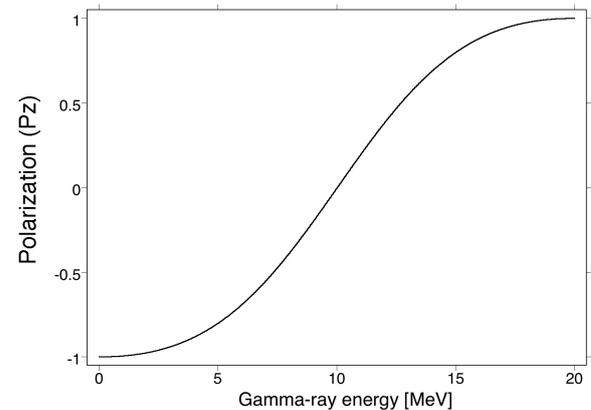


図 38: 逆コンプトン光子のエネルギー - 偏極相関

このような光子を薄い標的に当てて生成される陽電子のうちエネルギーの高い成分を主に捕獲する事により偏極した陽電子ビームを得る事ができる。アンジュレータ方式の場合には高次項の寄与が問題になったが、逆コンプトン方式については現在の設計パラメータでは高次項(多重散乱)の影響はあまり問題にならないようであり、角度方向のカットは特に必要ないと考えられている。

### 5.3 アンジュレータ方式と逆コンプトン方式の比較

1. アンジュレータ放射による光子発生と逆コンプトン散乱によるものは、物理的なプロセスとしては本質的には同一である。低いエネルギーの光子(アンジュレータの場合は仮想光子)を高いエネルギーの電子で蹴り出して数十 MeV のガンマ線をつくる。そしてそのうちエネルギーの高い成分は主に前向きに偏極を持って出てくるというのが基本的なアイデアである。
2. アンジュレータの仮想光子の波長はアンジュレータの周期長で決まるが構造的な制約によりこれを数 mm より小さくはできないため、光子のエネルギーは例えば  $1.4 \times 10^{-4}$  eV 程度である。これから数十 MeV のガンマ線を作るためには、電子ビームは 100 GeV 以上の非常に高いエネルギーが必要で、最近のリニアコライダーの設計でも 150 GeV と想定されている。これだけのエネルギーになると陽電子生成専用のライナックを作る事はコスト的に難しく、衝突用の電子ビームを衝突前にアンジュレータに通して陽電子を生成させるしかない。このため加速器全体のレイアウトが複雑になり、運転形態もまた複雑なものになる。
3. これに対して逆コンプトン方式では入射光子にレーザーを使えるので、例えば炭酸ガスレーザーを使うと光子のエネルギーは 0.117 eV であり、電子ビームのエネルギーは 3 GeV 程度でよい。これぐらいであれば独立

の陽電子生成用ライナックを準備する事には問題がなく、運転形態もシンプルになる。

4. 生成される陽電子の強度はこれに用いる入射光子の強度に比例する。アンジュレータ光子の強度は主にアンジュレータの長さで決まる。実は磁場強度や電子ビームの強度にもよるが、これらを大きくするには限度があるため。必要な陽電子強度を確保するためには非常に長いアンジュレータ(リニアコライダーの設計案では長さ 200 m)を作り、その中をまっすぐにビームを通す必要があるが。この微妙なビーム制御や長いアンジュレータの安定した運転など難しい点がある。
5. 逆コンプトン方式では出てくる光子の強度は、入射光子と電子の強度で決まる。電子ビームの強度には限度がある(最近はライナックの代わりにリングに蓄積された電子ビームを使うというアイデアもある)ので、非常に強度の強いレーザーを光空洞に蓄積して使う必要がある。このようなレーザーの安定運転は技術的に簡単ではない。
6. 現状のリニアコライダーの設計案ではアンジュレータ方式が採用されているが、技術的に難しい点も多いので逆コンプトン方式についても検討、開発が平行して進められている。

## 6 あとがき

この講義録は基本的には 2002 年の OHO 加速器セミナーで著者が行った「陽電子源」の講義録を増補したものである。イントロの章に電子スピンの発見の話をつけ加えたことと、最後の章に最近のトピックスとして偏極陽電子生成に関する内容を付け加えたことが大きな違いである。しかし、著者の勉強不足で偏極陽電子に関する公式の導出については、あまりつまこんだところまでまとめられなかったように思う。機会があれば増補したいと考えている。

## 参考文献

- [1] 「反物質はいかに発見されたか(ディラックの業績と生涯)」A. パイス他著、藤井昭彦訳、丸善
- [2] 「スピンはめぐる(成熟期の量子力学)」朝永振一郎著、中央公論社自然選書
- [3] 「X線からクォークまで(20世紀の物理学者たち)」E. セグレ著、久保亮五他訳、みすず書房
- [4] "The Discovery of Anti-matter (The Autobiography of Carl David Anderson, the Youngest Man to Win the Nobel Prize)", Edited by R. J. Weiss, World Scientific
- [5] "Electron-photon shower distribution function : tables for lead, copper, and air absorbers" By H. Messel and D. F. Crawford Oxford ; New York : Pergamon Press
- [6] "High-energy particles", By Bruno Rossi, Prentice-Hall , 1952
- [7] "The EGS4 Code System", By W. R. Nelson, H. Hirayama, D. W. O. Rogers, SLAC-Report-265, December 1985 See also, <http://www.slac.stanford.edu/egs/>
- [8] "The Review of Particle Physics" Passage of particles through matter (Rev.) K. Hagiwara et al., Phys. Rev. D66 (2002) 010001 <http://pdg.lbl.gov/2002/passagerpp.pdf>
- [9] "Positron Production at CLIC", By T. Kamitani, L. Rinolfi, CLIC Note 465, March 2001
- [10] "Positron Production at CLIC", By T. Kamitani, L. Rinolfi, CLIC Note 465, March 2001
- [11] "Positron Sources" by R. Chehab, in "Proceedings of CERN Accelerator School, Fifth General Accelerator Physics Course, Vol. II", CERN 94-01, Jan. 1994
- [12] "The Positron Source" by R. H. Helm, in "The Stanford Two Mile Accelerator" Edited by R. Neal, Benjamin Inc (1968)
- [13] "Positron Accelerators" by F. Amman, in "Linear Accelerators" Edited by P. Lapostolle, North Holland (1970)
- [14] 「陽電子発生」竹内康紀、「高エネルギー加速器セミナー」(OHO '90)
- [15] "2001 Report on the Next Linear Collider", Snowmass '01, Edited by N. Phinney, SLAC-R-571, June 2001
- [16] "SLC positron source pulsed flux concentrator", By A. Kulikov, et. al., SLAC-PUB-5473, Jun 1991
- [17] 「陽電子の生成」紙谷琢哉、榎本収志、「放射光入射器増強計画(KEKBに向けて)」KEK Report 95-18, Mar. 1996
- [18] 「粒子源の設計と現状」栗木雅夫、OHO 加速器セミナー 2006
- [19] 「電磁気学の単位系(パリティ物理学コース)」青野修著、丸善
- [20] B. M. Kincaid, "A short-period helical wiggler as an improved source of synchrotron radiation", Journal of Applied Physics, Vol. 48, No. 7, July 1977
- [21] Klauss Floettman, "Investigation Toward the Development of Polarized and Unpolarized High Intensity Positron Source for Linear Colliders", DESY 93-161 (1993)
- [22] 「Compton 散乱を使った Polarimeter 1, 2」大森恒彦 (1991)
- [23] R. D. Evans, "Compton Effect", Editor S. Fluegge, "Handbuch der Physik" Vol.34, p234-298, Berlin, Springer-Verlag, 1958
- [24] H. A. Tolhoek, Rev. Mod. Phys. 28, 277 (1956)