

超伝導空洞の基礎-I

1. はじめに

本講義においては、明日からでも超伝導空洞の研究開発の最前線で、実践的に活躍できる人材育成・確保を目指して、超伝導空洞に関する基本的な知識を解説します。

本講義は3部構成となっており、最初に超伝導空洞の基礎-Iとして、超伝導加速器の概要と超伝導空洞システムについての概略を説明します。次に、超伝導空洞の基礎-IIとして、高周波加速空洞の基本的なパラメータについての解説と超伝導空洞への適用を説明します。さらに、超伝導空洞の周辺技術では、主要な周辺機器である入力結合器、高調波結合器、周波数チューナーについて、技術的な視点からの解説を行います。また、超伝導空洞の性能評価、表面処理、磁気遮蔽、クライオモジュールについては、本講義に続いて詳細な説明が行われます。残りの主要分野としては、超伝導理論、超伝導材料の特性、超伝導空洞の製造技術、モジュール組立、モジュール試験、ビーム運転などがありますが、本講義では簡単に触れる程度にとどめます。

超伝導空洞について、きちんと学ぶための教科書として、

1. “RF Superconductivity for Accelerators”, by H. Padamsee, J. Knobloch and T. Hays.
 2. “Field and Waves in Communication Electronics”, by S. Ramo, J.R. Whinnery and T. van Duzer.
- の2冊を、さらに興味があれば、
3. OHO’87, “超伝導加速空洞”, by 野口 修一.
 4. OHO’92, “超伝導空洞”, by 光信 信二.
 5. OHO’06, “超伝導空洞の基礎”, by 古屋 貴章.
- の3冊を参考文献として、お勧めします。

本章では、超伝導空洞についての一般的な知識を習得することを目的として、現在開発が進められている超伝導加速器を紹介することによって、超伝導空洞システムの全体像を解説します。

2. 超伝導加速器

超伝導空洞を用いる最大の利点は、空洞内表面での高周波損失が非常に小さい（ゼロではない）ことであり、入射する高周波電力のほとんど（全てではない）をビームに供給することができ、かつ、常伝導空洞では困難な高加速電界での連続運転（CW）が可能であることである。

KEKでは、1988年にTRISTANにおいて、世界で初めて超伝導空洞システムの大型加速器への応用に大きな成功を収めた[1]。その後、1990年代には超伝導空洞の応用は、KEKBでの加速空洞[2]およびクラブ空洞[3]へと発展し、さらに2000年代後半からは、ILCでの高加速電界でのパルス運転を目指したSTF9セル空洞[4]、ERLでのCW運転を目指した超伝導空洞[5, 6]の研究開発が開始された。これまでに、KEKで開発されビーム運転に成功した超伝導空洞をFig.1-1にまとめて示す。



Fig. 1-1, これまでにKEKで開発され、ビーム運転された超伝導空洞 [1, 2, 3, 4, 5, 6]

超伝導空洞を製造するうえでその主材料となる高純度ニオブ材は、高性能な超伝導加速器を開発するための重要な要素の一つである。この高純度ニオブ材を供給できる会社は、世界中でも数社に限られており、Fig.1-2にまとめて示す。

超伝導空洞の製作では、電子ビーム溶接などの信頼性の高い特殊な製造技術が必要とされる。また、多数の超伝導空洞を製造するための量産技術も重要な要素となる。超伝導空洞の製造元として優れた技術を有する世界の数社をFig. 1-3にまとめて示す。

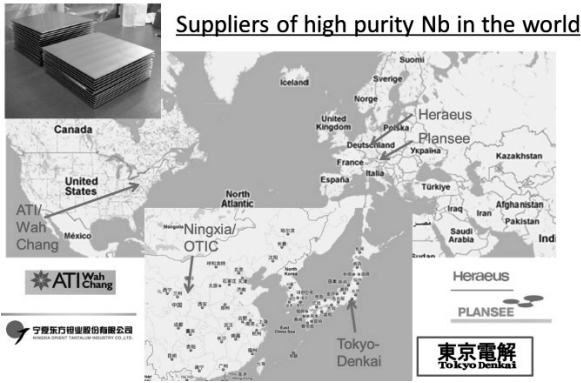


Fig. 1-2, 高純度ニオブ材料の供給会社 (5社)



Fig. 1-3, 世界中の超伝導空洞製造元 (8社)

2.1. ILC と STF

将来の TeV 領域での電子・陽電子衝突型素粒子実験を目指したリニアコライダー (ILC, International Linear Collider) では、Fig. 1-4 に示すように加速器トンネル全長が対向する2本の線形加速器と衝突点での測定器を含めて 31 km となり、1.3 GHz, 9-cell 超伝導加速空洞が約 16,000 台必要とされる超大型の超伝導加速器計画である。その実現を目指して、現在、さかんに研究開発が行われており、設計作業が進行中である。

ILC での実用化を目的とした超伝導空洞の開発は、KEK の超伝導高周波試験施設 (STF, Superconducting RF Test Facility) で 2005 年から行われており、これまでに 1.3 GHz, 9-cell 超伝導空洞約 30 台が製作され、空洞単体での低温高電界性能試験、クライオモジュールへの組立、

大電力高周波源を用いた高加速電界発生実験、ビーム加速運転などが継続的に行われてきた。現在、STF トンネル内では 9-cell 超伝導空洞 14 台から構成される Fig. 1-5 に示す STF2 加速器の建設が完成し、これから冷却試験が開始される場所である。ここでは、平均加速電界として 31.5 MV/m での長期間安定したパルス運転の実証が重要な目標であり、到達ビームエネルギーとして 400 MeV までのビーム加速を予定している。

STF と ILC の各パラメーターの比較を Table 1-1 に示す。ILC では、ビームエネルギーが 1000 倍以上に増強されるため、同じ加速電界で運転される 9-cell 超伝導空洞の数も 1000 倍以上必要となる。同様に、空洞を冷却するための冷凍機設備、および、衝突後のビームダンプ電力も 1000 倍以上となり、STF2 加速器に比べ、いかに ILC が超大型の超伝導加速器であるかが理解できる。

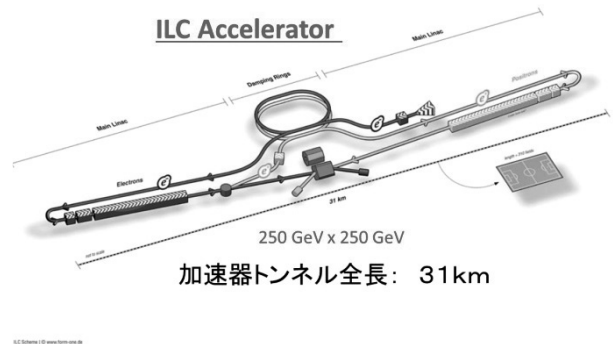


Fig. 1-4, リニア・コライダー計画 [7]

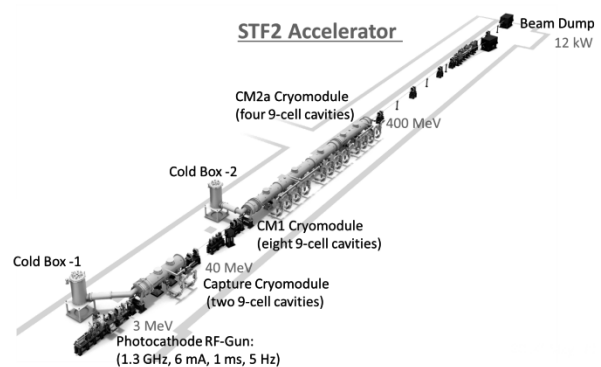


Fig. 1-5, STF2 加速器 [8]

Table 1-1, STF と ILC の比較

	STF2	ILC
Beam energy	400 MeV	250 GeV x2
Beam current	6 mA	6 mA
Pulsed operation	1 ms, 5 Hz	1 ms, 5 Hz
Operational gradient	31.5 MV/m	31.5 MV/m
Required RF power /cav.	200 kW	200 kW
Number of 9-cell cavity	14	16,000
Number of cryomodule	1.5	1,800
Dynamic heat load (2K)	7 W	8 kW
Beam dump power	12 kW	7.5 MW x2
Length of tunnel	~70 m	31 km

2.2. 3GeV-ERL と cERL

エネルギー回収型線形加速器（ERL, Energy Recovery Linac）は、エミッタンスを極限まで小さくでき、かつ大強度のビームを加速できる装置であり、超高輝度放射光源として期待される。KEK では将来の次世代放射光源として、Fig. 1-6 に示す 3GeV-ERL 計画を提案しており、高輝度電子銃や超伝導空洞などの研究開発を含めて、設計作業が進行中である。

将来の 3GeV-ERL 計画の実現に向けて、要求される良質なビームの生成・加速・周回の実証試験を行うことを目的に、Fig. 1-7 に示すコンパクト ERL（cERL）が KEK の ERL 開発棟内に建設された。ここでは、入射部と主加速部で異なるタイプの CW 運転に対応できる超伝導空洞システムを内蔵するクライオモジュールの開発が行われ、すでにこれらを用いた安定なビーム加速（エネルギー回収）運転が行われている。

cERL と 3GeV-ERL での各パラメータの比較を Table 1-2 に示す。3GeV-ERL では、入射部ではビームエネルギーが 2 倍、ビーム電流が 10 倍に増強されるため、入力結合器に要求される高周波電力が高くなり、この開発が重要となる。一方、主加速部では、ビームエネルギーが約 100 倍になることで、必要とされる超伝導空洞が 200 台となり、空洞の熱負荷も 100 倍となり、CW 運転に対応できる非常に大きな冷凍機設備が必要となる。

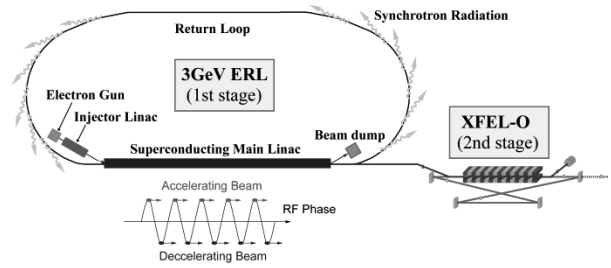


Fig. 1-6, 3GeV-ERL 計画 [9]

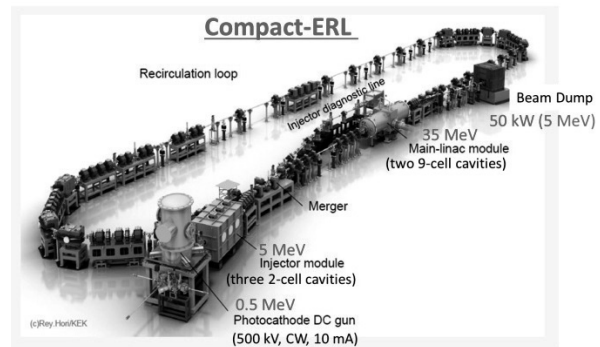


Fig. 1-7, cERL 加速器 [10]

Table 1-2, cERL と 3GeV-ERL の比較
(上：入射部、下：主加速部)

Injector Linac	cERL	3GeV-ERL
Beam energy	5 MeV	10 MeV
Beam current	10 mA CW	100 mA CW
Operational gradient	7.5 MV/m	7.5 MV/m
Required RF power/ cav.	17 kW	170 kW
Number of 2-cell cavity	3	6

Main Linac	cERL	3GeV-ERL
Beam energy	35 MeV	3 GeV
Operational gradient	15 MV/m	15 MV/m
Number of 9-cell cavity	2	200
Dynamic heat load (2K)	50 W	5 kW
Beam dump power	50 kW	1 MW
(Beam power)	(350 kW)	(300 MW)

2.3. ILC と ERL

将来の大型超伝導加速器計画である ILC と 3GeV-ERL の各パラメーターの比較を Table 1-3 に示す。ここで、3GeV-ERL は大電流 (100 mA) を CW 運転する加速器であるのに対して、ILC は高加速電界 (31.5 MV/m) で低いデューティー (1% 以下) のパルス運転する加速器であることが特徴である。この両者について、要求される運転加速電界と Q 値の関係を Fig. 1-8 に示す。ERL 用超伝導空洞では、CW 運転での冷凍器負荷を少しでも軽減するために、空洞損失が小さく、Q 値の高い超伝導空洞の開発が重要となるが、ILC 用超伝導空洞では、できるだけ高いエネルギーに短い距離で加速するために高い加速電界を達成できる超伝導空洞の開発が重要となる。両者の空洞開発において、電界放出電子 (フィールド・エミッション) による空洞性能の低下を抑制することは、共通の重要な課題となっている。ILC と 3GeV-ERL の加速器の規模を比較するために、必要となる 9-cell 超伝導空洞の台数とビームダンプ電力の比較を Fig. 1-9 に示す (縦軸、横軸ともに対数表示であることに注意)。ともに技術開発の実用化を目指した原理実証機である cERL と STF2 から、将来の大型加速器計画の建設実現までに、ERL でも約 2 桁、さらに ILC では 3 桁程度の飛躍が必要である。いずれにしても堅実で、かつ段階的な研究開発計画の方策が必要である。

Table 1-3, ILC と ERL の比較

	3GeV-ERL	ILC
Beam energy	3 GeV	250 GeV x2
Beam current	100 mA	6 mA
Beam operation	CW	1 ms, 5 Hz
Operational gradient	15 MV/m	31.5 MV/m
Required RF power/ cav.	10 kW	200 kW
Number of 9-cell cavity	200	16,000
Number of cryomodule	50 (4)	1,800 (8)
Total heat load at 2K	5 kW	20 kW
Beam dump power	1 MW	7.5 MW x2
Length of tunnel	300 m	31 km

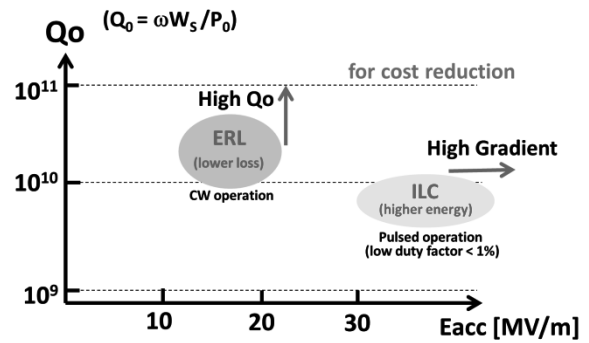


Fig. 1-8, 加速電界と Q 値の比較

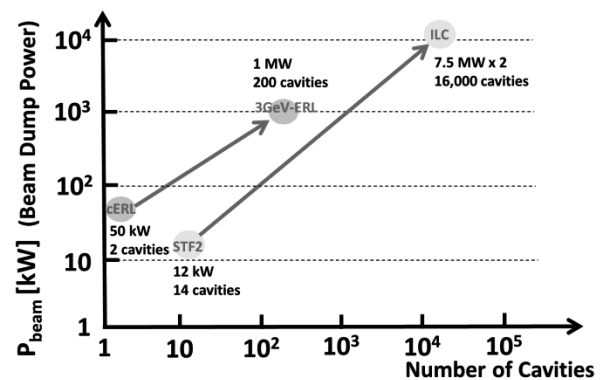


Fig. 1-9, 必要空洞数とビームダンプ電力の比較

3. 超伝導空洞システム

超伝導空洞システムの開発に必要な基盤技術は、Fig. 1-10 に示されるように幅広い範囲にわたっている。また、その関連する要素技術としても、Fig. 1-11 に示すように多方面からの連携が必要となる。

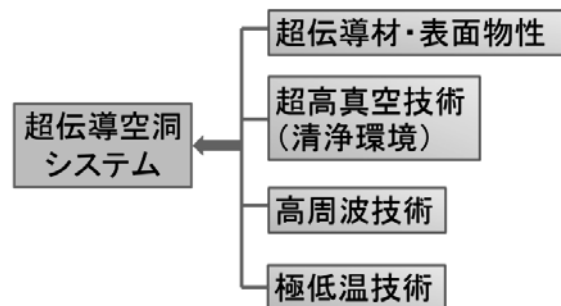


Fig. 1-10, 超伝導空洞システムにおける基盤技術

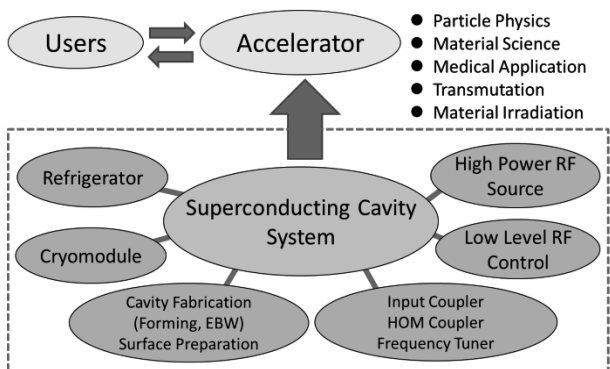


Fig. 1-11, 超伝導空洞システムにおける要素技術

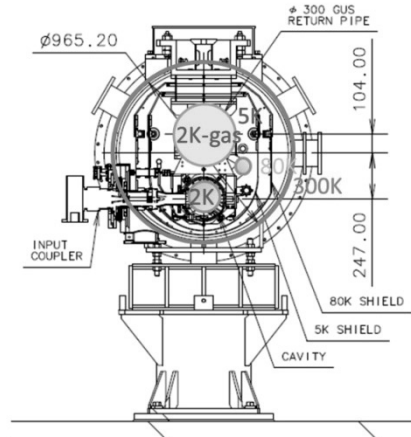


Fig. 1-12, STF2 用クライオモジュール [11]

3.1. 超伝導空洞システムの構成

超伝導空洞は Fig. 1-12 に示されるように、クライオモジュールと呼ばれる真空容器の内部に格納され、液体ヘリウムを用いて 2 K に冷却される。超伝導空洞は 2 K のヘリウムガス回収配管に吊下げられており、空洞の外側は、5 K と 80 K の熱遮蔽で覆われる。超伝導空洞システムの概要を Fig. 1-13 に示す。ニオブ製の 9 セル空洞は磁気シールドで覆われ、その外側はチタン製のヘリウムタンクで囲まれ、ステンレス製の 2 K 液体ヘリウム供給ラインへ接続する。空洞のビームパイプには、高調波カップラーが両端に各 1 箇所、入力結合器用ポート、加速電界を測定するためのモニターカップラー用ポートがあり、大小 6 箇所の開口部には、ニオブチタン合金製のフランジが溶接されている。ヘリウムタンクには、周波数チューナーが円筒部中央に取り付けられている。この超伝導空洞システムにおいて、次節に記すニオブ空洞本体、Fig.1-14 に示される高周波源からの高周波電力を空洞に供給するための入力結合器、Fig. 1-15 に示されるビームに誘起される有害な高調波電力取出しのための高調波モード結合器、Fig. 1-16 に示される空洞の共振周波数を調整するための周波数チューナーが主要な開発要素となる。これらの周辺機器については後の講義において、詳しく解説される。超伝導空洞システム全体を構成し、実際に製作された機器を Fig. 1-17 に示す。

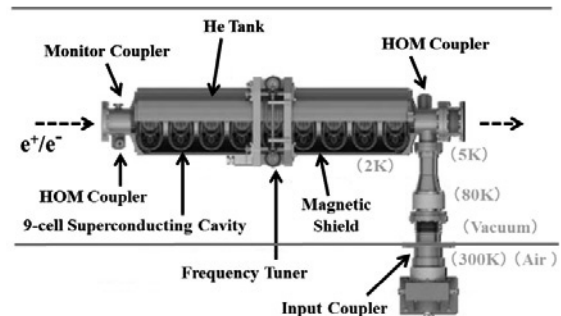


Fig. 1-13, STF 9-cell 超伝導空洞パッケージ [12]

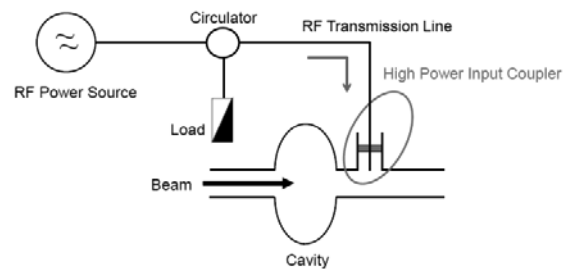


Fig. 1-14, 入力結合器 (インプットカップラー)

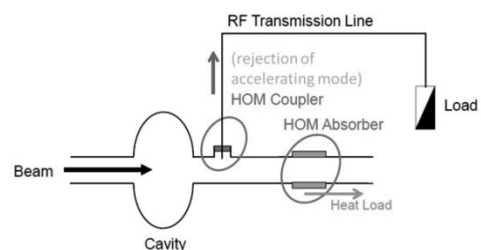


Fig. 1-15, 高調波結合器 (HOM カップラー)

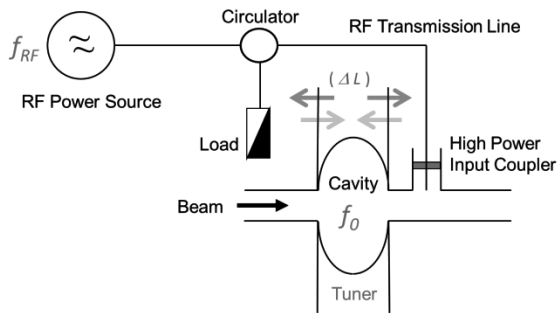


Fig. 1-16, 周波数チューナー

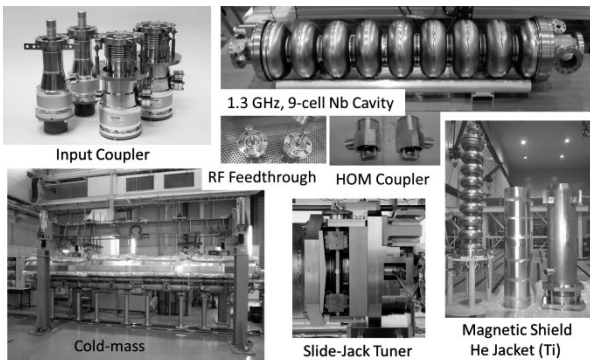


Fig. 1-17, 超伝導空洞システム全体の構成部品

3.2. 超伝導空洞

板厚 2.8 mm ・ 外径 260 mm の高純度ニオブ円板（純度 99.85 % 以上、残留抵抗比 RRR ~ 300）を、金型を用いたプレス成型による深絞り加工でハーフセルを製作し、アイリス部を電子ビーム溶接（EBW, Electron Beam Welding）によりダンベル形状に接合する。素材のニオブ円板、成形後のハーフセル、ダンベル形状を Fig. 1-18 に示し、空洞両端のエンドグループおよび 2 空洞分の溶接前の全部品を Fig. 1-19 に示す。ハーフセル部の変形に対する強度を上げるための強め輪をアイリス部外側にレーザービーム溶接（LBW, Laser Beam Welding）で接合した後、ダンベルの赤道部を順次 EBW 接合して多連結化する。完成した STF 9-cell 超伝導空洞を Fig. 1-20 に示す。アイリス部および赤道部を接合するための EBW 条件は、空洞性能を制限する可能性のある空洞内表面の溶接ビード上および周辺で発生する表面欠陥を防止するために、特に重要な製造工程である。

EBW 開先の厚み調整、開先面の清浄化処理、ビームパラメーターの最適安定条件領域の拡大、装置の清浄化環境、治具組立時の清浄管理など EBW に関連する多岐にわたる改善が継続的に行われている。完成した空洞は、真空リーク試験、気密試験、3 次元寸法検査を経て、周波数測定、電界分布測定、厚み分布測定などの受入れ検査が行われ、表面処理・熱処理を経て、たて測定と呼ばれる低温性能確認試験へと順次工程は進められる。

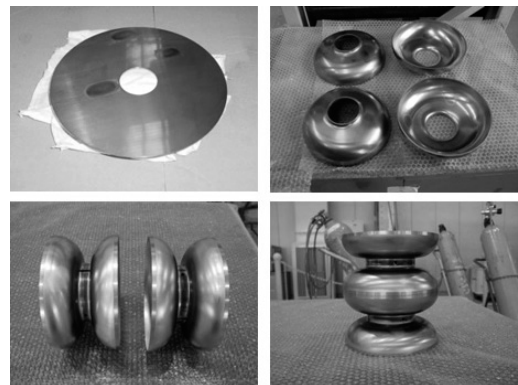


Fig. 1-18, ニオブ円板（左上）、ハーフセル（右上）、センターセル用ダンベル形状（右下と左下）



Fig. 1-19, エンドグループ（左）、空洞部品（右）

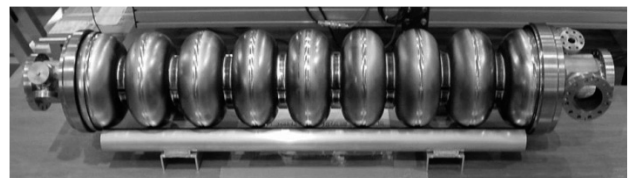


Fig. 1-20, 完成した 1.3 GHz, 9-cell 超伝導空洞

ニオブ材料は、一般に RRR（残留抵抗比、Residual Resistance Ratio）によって評価され、式 (1-1) に示されるように室温と低温での常伝導状態での抵抗値の比として定義される。この

RRR は、経験的に式 (1-2) で示されるように 4.2 K での熱伝導率 (κ) と関係づけられる。空洞表面の欠陥や不純物での局所的な発熱による超伝導破壊現象は、空洞性能を制限する原因の一つである。非常に単純なモデルとして、半径 (a) で表面抵抗 (R_{defect}) をもつ常伝導の表面欠陥によって超伝導破壊が発生する表面磁界 (H_{quench}) は、式 (1-3) によって表される。

$$RRR = \frac{\rho(300K)}{\rho(9.2K)} \quad (1-1)$$

$$\kappa_{(4.2K)} \approx RRR/4 \quad [W/m \cdot K] \quad (1-2)$$

$$H_{quench} = \sqrt{\frac{4\kappa(T_c - T_{He})}{a R_{defect}}} \quad (1-3)$$

ここで、ニオブの臨界温度 (T_c) と周辺温度 (T_{He}) とする。同じサイズの表面欠陥が存在することを仮定すれば、ニオブ材の熱伝導率を上げること(高純度化)は、空洞性能の向上に大きな寄与を与えることが分かる。一方、ニオブの高純度化は、機械強度を低下させることに注意を要する。高純度ニオブ材料の熱伝導率の温度依存性を Fig. 1-21 に示す。ここで、式 (1-2) を概算として確認することができる。

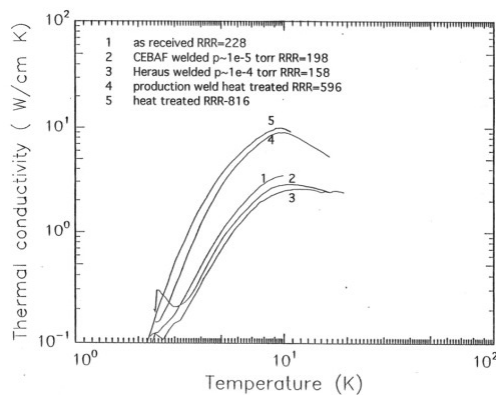


Fig. 1-21, 純ニオブ材の熱伝導率 [13]

3.3. 高圧ガス対応の超伝導空洞

クライオモジュールに組み込まれた超伝導空洞を用いてビーム運転する加速器では、高圧ガス保安法に遵守した超伝導空洞の製作が必須である。STF 9-cell 超伝導空洞は、Fig. 1-22 に示す空洞断面構造を持ち、その構成材料と溶接方法を Table 1-4 に示す。超伝導空洞の構成材料として、純ニオブ材、ニオブチタン合金材、純チタン 2 種材が用いられ、素材同士および異材組合せの溶接部は EBW、LBW や TIG 溶接にて接合される。これらの素材や溶接接合部の材料については、Fig. 1-23 に示すように、引張試験や衝撃試験などを行って、得られる機械強度試験の結果が許容値以上であることを示す必要がある。さらに、応力解析や疲労解析などの強度計算の結果を含む詳細基準事前評価申請書を作成して、事前に製作の承認を得なければならない。実際の空洞製造時には、強度計算書、材料証明書、溶接施工法確認試験記録、溶接要領書、耐圧・気密試験手順書などを添付した高圧ガス試験申請書を作成し、専門員立会いでの耐圧・気密試験を実施しなければならない。ニオブ空洞本体完成時での耐圧気密試験の様子を Fig. 1-24 に示す。空洞性能の確認後には、チタン製ジャケットが溶接され、Fig. 1-25 に示すように最終耐圧気密試験が行われる。この試験成績書を提出することで、1 空洞ごとに合格証が発行される。これら一連の手続きを完了することにより、クライオモジュールへの超伝導空洞の組立開始が可能となる。

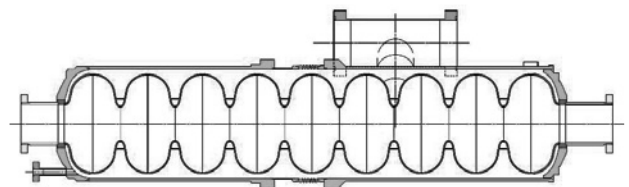


Fig. 1-22, 9セル超伝導空洞の構造図 (色分けは、材料の違いを示す)

Table 1-4, 9セル超伝導空洞の構成材料

材料	場所、溶接方法
ニオブ	空洞本体
チタン	ヘリウム槽ジャケット
ニオブチタン	フランジ部
ニオブ・ニオブ接合	EBW, LBW
ニオブ・チタン接合	EBW
チタン・チタン接合	TIG
ニオブチタン・チタン接合	TIG
ニオブチタン・ニオブ接合	EBW, LBW

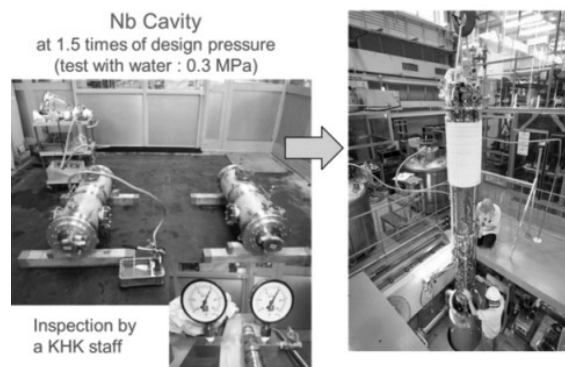


Fig. 1-24, ニオブ製9セル超伝導空洞本体の水圧での耐圧・気密試験

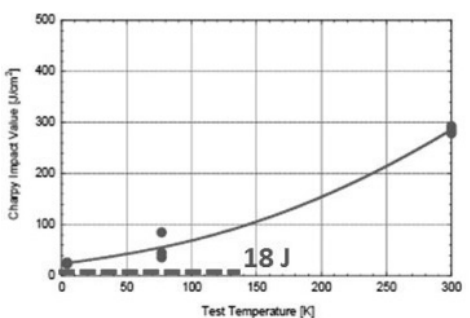
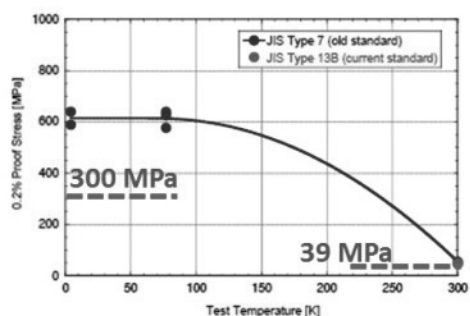
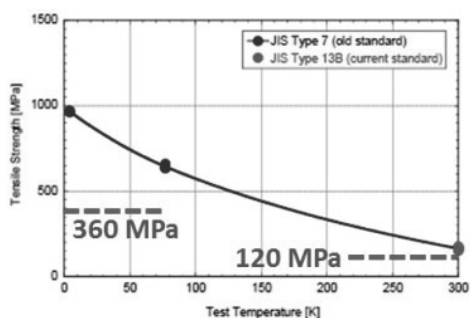


Fig. 1-23, 純ニオブ材料の機械強度の温度依存性と許容値 ; (上) 引っ張り強さ、(中) 0.2 % 耐力、(下) シャルピー衝撃試験 [14]

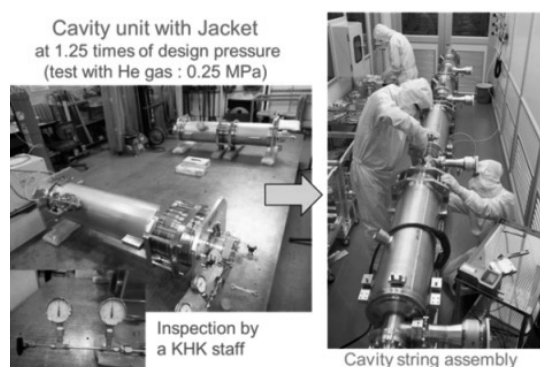


Fig. 1-25, チタン製ジャケットを装着した9セル超伝導空洞の気体での耐圧・気密試験

3.4. 超伝導空洞のモジュール試験

これまでに STF トンネル内に設置され大電力試験が行われた、STF-1 クライオモジュール、S1-G クライオモジュール、その後一旦すべてが撤去され、ビーム加速試験が行われた STF-2 キャプチャークライオモジュール、そして最近建設が完了した 12 空洞を内蔵する STF-2 クライオモジュールを Fig. 1-26 に示す。これら 4 台のクライオモジュールの建設・試験が行われたこの 10 年間の歩みを Fig. 1-27 に示す。超伝導空洞の製造を開始、空洞の性能確認試験を経て、クライオモジュールの組立を行い、トンネルに設置して大電力試験を行うまでには短くて 3 ~ 4 年間かかっている。これからビーム試験が予定されている STF-2 クライオモジュールでは、空洞の製作開始から 7 年経過することになる。このことは、長期

間に渡るクライオモジュールの開発において、その試験結果を次の世代の超伝導空洞システムの改善策にフィードバックするのに、かなりの時間を要しなければならないことを意味している。

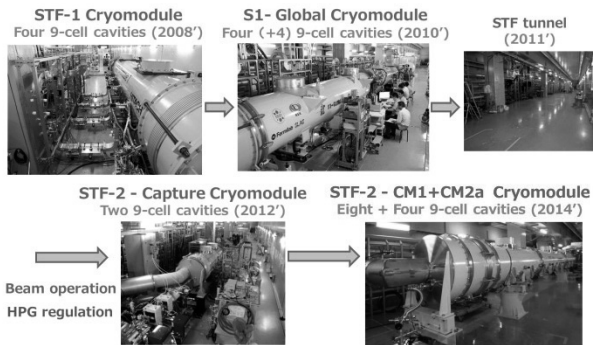


Fig. 1-26, 超伝導高周波試験施設 (STF) トンネルに建設されたクライオモジュール [15, 16, 17, 18]

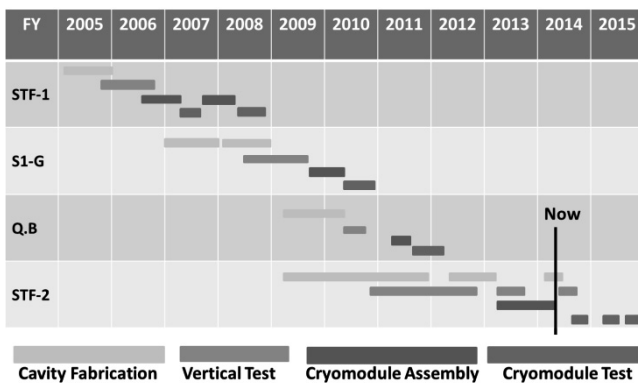


Fig. 1-27, 2005年から約10年間におけるSTFでのクライオモジュールの建設状況

4. まとめ

- 超伝導加速器は、信頼性の高い機器の開発に重点を置いて展開し、その建設は段階的に進めることが重要である。
- 超伝導空洞システムは、クライオモジュールを含めて、空洞本体と周辺機器がシステム全体として調和のとれた設計であることが本質的に重要である。
- 超伝導空洞システムの開発は長期間に渡って行われることを念頭に置いて、適切な研究開発計画で行うべきである。

参考文献

- [1] S. Noguchi, et al., "Status of TRISTAN Superconducting RF Program," Proceedings of 3rd Workshop on RF Superconductivity, Chicago, USA (1987) 605 - 624
- [2] T. Furuya et al., "Operation Status of the KEKB Superconducting Damped Cavity", Proceedings of 11th Workshop on RF Superconductivity, Tsukuba, Japan (2001) 599 - 601
- [3] K. Hosoyama et al., "Crab Cavity Development", Proceedings of 12th Workshop on RF Superconductivity, Cornell University, Ithaca, NY, USA (2003) 439 - 445
- [4] 加古永治、「ILC用超伝導空洞の開発」低温工学 48 (2013) 415 - 425
- [5] E. Kako et al., "High Power Tests of Injector Cryomodule for Compact-ERL", IPAC2013, Shanghai, China (2013) 2340 - 2342
- [6] K. Umemori et al., "Construction of Main Linac Cryomodule for Compact ERL Project", IPAC2013, Shanghai, China (2013) 2349 - 2351
- [7] ILC Technical Design Report: <http://www.linearcollider.org/about/Publications/Technical-Design-Report>
- [8] 早野仁司、「ILCに向けた超伝導加速器技術開発」, 第11回日本加速器学会年会予稿集, 青森市 (2014) SUOM03
- [9] ERL Conceptual Design Report: KEK Report 2012-4, October 2012 A/M
- [10] S. Sakanaka et al., "Progress in Construction of the 35 MeV Compact Energy Recovery Linac at KEK", IPAC2013, Shanghai, China (2013) 2159 - 2161
- [11] 大内徳人、加古永治、他、「S1-Global : 国際協力によるクライオモジュールの建設」, 高エネルギーニュース, Vol. 29, No. 2 (2010) 70 - 77
- [12] 加古永治、「超伝導空洞の高周波設計」OHO'06 セミナー (2006) 7-1~7-29
- [13] G. R. Myneni, Private Communication
- [14] 仲井浩孝、他、「ILC超伝導加速空洞およびクライオモジュール用材料の低温引張試験」低温工学 48 (2013) 436 - 444, および、仲井浩孝、他、「ILC超伝導加速空洞およびクライオモジュール用材料の低温シャルピー衝撃試験」低温工学 48 (2013) 445 - 450

- [15] E. Kako, et al., “Cryomodule Test of Four TESLA-like Cavities in the Superconducting Test Facility at KEK”, Phys. Rev. ST-AB, 13, 041002, (2010)
- [16] E. Kako, et al., “S1-Global Module Tests at STF/KEK”, Proceedings of IPAC2011, San Sebastian, Spain (2011) 38 - 40
- [17] 山本康史、他、「KEK-STF における量子ビーム実験のためのキャプチャーライオモジュールの建設とビーム運転」, 第9回日本加速器学会年会予稿集, 豊中市 (2012) 1127-1132
- [18] 宍戸寿郎、他、「STF2 用 1.3GHz 9 セル超伝導空洞から構成される Cryomodule の現状」, 第 11 回日本加速器学会年会予稿集, 青森市 (2014) MOOL12

超伝導空洞の基礎－II

1. はじめに

本章では、高周波加速空洞の基本的な RF パラメーターを理解するために、マクスウェルの方程式から出発して、円形導波管内の電磁界分布を導出し、ピルボックス空洞での加速モードについて、各 RF パラメーターを計算する。その後、これらを超伝導空洞に適用したうえで、ビーム加速を行うための空洞との結合度の計算を説明する。

2. 高周波加速空洞

高周波空洞内を通過するビームは、空洞内の電界によって Fig. 2-1 に示されるように、ビームの速度と高周波電界の時間変化が同期する条件下で効率よく加速（あるいは減速）されます。この加速空洞内の高周波電磁界分布を理解するためには、下に示すいくつかの方程式を活用して、計算を順次行っていく必要がある。[1, 2]

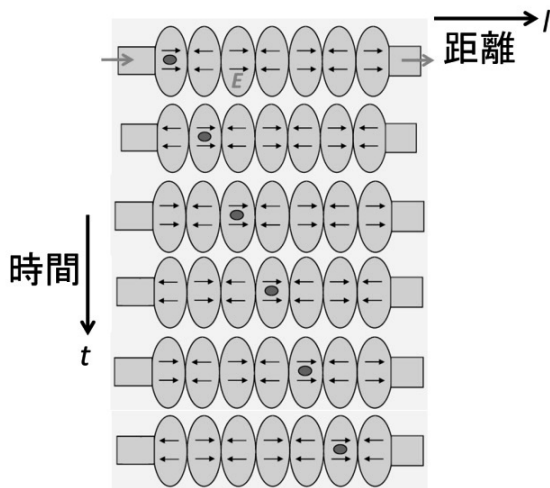


Fig. 2-1, Beam acceleration by E-field in a cavity

- マクスウェル方程式
- 波動方程式
- ヘルムホルツ方程式

- 円筒座標系
- 円形導波管
- ベッセル方程式、ベッセル関数
- TM モードと TE モード

2.1. マクスウェル方程式

高周波電磁界を表す基本方程式を以下に示す。

$$\text{div } \vec{B} = 0 \quad (2-1)$$

$$\text{div } \vec{D} = \rho \quad (2-2)$$

$$\text{rot } \vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \quad (2-3)$$

$$\text{rot } \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (2-4)$$

$$\vec{D} = \epsilon \vec{E}, \vec{B} = \mu \vec{H}, \vec{J} = \sigma \vec{E} \quad (2-5)$$

ここで、 ϵ, μ, σ はそれぞれ媒質の誘電率、透磁率、導電率である。

2.2. 波動方程式

式 (2-3) と式 (2-4) から、式 (2-5) を代入することで、

$$\text{rot } \vec{H} = \sigma \vec{E} + \epsilon \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \quad (2-6)$$

$$\text{rot } \vec{E} = -\mu \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} \quad (2-7)$$

と書くことができ、式 (2-6) の回転をとると、

$$\begin{aligned} \text{rot}(\text{rot } \vec{H}) &= \sigma \text{rot } \vec{E} + \epsilon \frac{\partial}{\partial t} \text{rot } \vec{E} \\ &= -\sigma \mu \frac{\partial}{\partial t} \vec{H} - \epsilon \mu \frac{\partial^2}{\partial t^2} \vec{H} \end{aligned} \quad (2-8)$$

となり、左辺にベクトル公式 (2-17) を用いて、式 (2-1) を考慮すると、

$$\begin{aligned} \text{rot}(\text{rot} \vec{H}) &= \text{grad}(\text{div} \vec{H}) - \nabla^2 \vec{H} \\ &= -\nabla^2 \vec{H} \end{aligned} \quad (2-9)$$

を得るので、式 (2-8) との等式から、

$$\nabla^2 \vec{H} = \sigma \mu \frac{\partial}{\partial t} \vec{H} + \varepsilon \mu \frac{\partial^2}{\partial t^2} \vec{H} \quad (2-10)$$

が導出される。これを電磁波の波動方程式という。

高周波電磁界は正弦波振動成分をもつことから、

$$\vec{H} \propto e^{j\omega t} \quad (2-11)$$

とすると、式 (2-10) は、

$$\begin{aligned} \nabla^2 \vec{H} &= j\omega\mu\sigma \vec{H} - \omega^2 \varepsilon \mu \vec{H} \\ &= -(\omega^2 \varepsilon \mu - j\omega\mu\sigma) \vec{H} \\ &= -k^2 \vec{H} \end{aligned} \quad (2-12)$$

書き換えられ、ここで、 $(k^2 = \omega^2 \varepsilon \mu - j\omega\mu\sigma)$ を用いる。同様にして、磁界と電界の両方について、

$$\begin{aligned} \nabla^2 \vec{H} + k^2 \vec{H} &= 0 \\ \nabla^2 \vec{E} + k^2 \vec{E} &= 0 \end{aligned} \quad (2-13)$$

が得られる。これをヘルムホルツの方程式という。

2.3. 円形導波管

円筒座標系を Fig. 2-2 に示す。

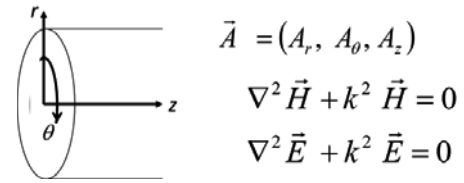


Fig. 2-2, Cylindrical coordinates (r, θ, z)

ここで、円筒座標系における役に立つベクトル公式を次に示す。

$$\nabla \Phi = \vec{e}_r \frac{\partial \Phi}{\partial r} + \vec{e}_\theta \frac{1}{r} \frac{\partial \Phi}{\partial \theta} + \vec{e}_z \frac{\partial \Phi}{\partial z} \quad (2-14)$$

$$\nabla \cdot \vec{A} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r A_r) + \frac{1}{r} \frac{\partial A_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial A_z}{\partial z} \quad (2-15)$$

$$\begin{aligned} \nabla \times \vec{A} &= \vec{e}_r \left[\frac{1}{r} \frac{\partial A_z}{\partial \theta} - \frac{\partial A_\theta}{\partial z} \right] \\ &+ \vec{e}_\theta \left[\frac{\partial A_r}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial r} \right] \\ &+ \vec{e}_z \left[\frac{1}{r} \frac{\partial (r A_\theta)}{\partial r} - \frac{1}{r} \frac{\partial A_r}{\partial \theta} \right] \end{aligned} \quad (2-16)$$

$$\nabla^2 \Phi = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \Phi}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} \quad (2-17)$$

$$\text{rot}(\text{rot} \vec{A}) = \text{grad}(\text{div} \vec{A}) - \nabla^2 \vec{A} \quad (2-18)$$

円形導波管：

高周波電磁界は、時間的に正弦波振動を行い、同時に進行方向の + z に伝搬する性質をもっている。ここで、 $(e^{j\omega t - \gamma z})$ の因子をもつと考える。

ここで、

$$\gamma = \alpha + j\beta$$

γ : 伝搬定数

α : 減衰定数

β : 位相定数

として、与えられる。ここで、減衰のない場合 ($\alpha = 0$) を考えると、

$$\gamma = j\beta$$

となり、伝搬条件では β は実数として、

$$\beta^2 = k^2 - k_c^2 > 0, \quad (k^2 = \omega^2 \varepsilon \mu) \quad (2-19)$$

となる。

ここで、円形導波管を Fig. 2-3 に示し、内部の電磁界ベクトルを考える。

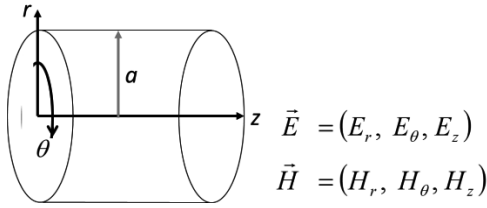


Fig. 2-3, Circular waveguide

$\vec{e}_r, \vec{e}_\theta, \vec{e}_z$ を各方向成分の単位ベクトルとすると、高周波電磁界は、

$$\vec{E} = (\vec{e}_r E_r + \vec{e}_\theta E_\theta + \vec{e}_z E_z) e^{j(\omega t - \beta z)} \quad (2-20)$$

$$\vec{H} = (\vec{e}_r H_r + \vec{e}_\theta H_\theta + \vec{e}_z H_z) e^{j(\omega t - \beta z)} \quad (2-21)$$

で表される。式 (2-7) より、

$$\text{rot } \vec{E} = -\mu \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} = -j\omega\mu \vec{H} \quad (2-22)$$

を、ベクトル公式 (2-15) を用いて変換すると、

$$\begin{aligned} \text{rot } \vec{E} &= \vec{e}_r \left[\frac{1}{r} \frac{\partial E_z}{\partial \theta} - \frac{\partial E_\theta}{\partial z} \right] \\ &+ \vec{e}_\theta \left[\frac{\partial E_r}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial r} \right] \\ &+ \vec{e}_z \left[\frac{1}{r} \frac{\partial (rE_\theta)}{\partial r} - \frac{1}{r} \frac{\partial E_r}{\partial \theta} \right] \\ &= -j\omega\mu [\vec{e}_r H_r + \vec{e}_\theta H_\theta + \vec{e}_z H_z] \end{aligned} \quad (2-23)$$

が導出され、この電界を各ベクトル成分に分離することで、

r 成分について、

$$\frac{1}{r} \frac{\partial E_z}{\partial \theta} - j\beta E_\theta = -j\omega\mu H_r \quad (2-24)$$

θ 成分について、

$$-j\beta E_r - \frac{\partial E_z}{\partial r} = -j\omega\mu H_\theta \quad (2-25)$$

z 成分について、

$$\frac{1}{r} \frac{\partial (rE_\theta)}{\partial r} - \frac{1}{r} \frac{\partial E_r}{\partial \theta} = -j\omega\mu H_z \quad (2-26)$$

の3式が得られる。

同様に磁界についても、式 (2-6) から、 $\sigma = 0$ として、

$$\text{rot } \vec{H} = \varepsilon \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = j\omega\varepsilon \vec{E} \quad (2-27)$$

$$\begin{aligned} \text{rot } \vec{H} &= \vec{e}_r \left[\frac{1}{r} \frac{\partial H_z}{\partial \theta} - \frac{\partial H_\theta}{\partial z} \right] \\ &+ \vec{e}_\theta \left[\frac{\partial H_r}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial r} \right] \\ &+ \vec{e}_z \left[\frac{1}{r} \frac{\partial (rH_\theta)}{\partial r} - \frac{1}{r} \frac{\partial H_r}{\partial \theta} \right] \\ &= -j\omega\varepsilon [\vec{e}_r E_r + \vec{e}_\theta E_\theta + \vec{e}_z E_z] \end{aligned} \quad (2-28)$$

が導出される。 r 成分について、

$$\frac{1}{r} \frac{\partial H_z}{\partial \theta} + j\beta H_\theta = j\omega\varepsilon E_r \quad (2-29)$$

θ 成分について、

$$-j\beta H_r - \frac{\partial H_z}{\partial r} = j\omega\varepsilon E_\theta \quad (2-30)$$

z 成分について、

$$\frac{1}{r} \frac{\partial(rH_\theta)}{\partial r} - \frac{1}{r} \frac{\partial H_r}{\partial \theta} = j\omega\varepsilon E_z \quad (2-31)$$

の3式が得られる。ここでこれら6式を用いて、 E_z と H_z に関して、 $E_r, E_\theta, H_r, H_\theta$ を解くことが可能となる。

式 (2-25) と式 (2-29) から H_θ を消去すると、

$$H_\theta = \frac{j\beta}{j\omega\mu} E_r - \frac{1}{j\omega\mu} \frac{\partial E_z}{\partial r} \quad (2-32)$$

$$j\omega\varepsilon E_r = \frac{1}{r} \frac{\partial H_z}{\partial \theta} + j\beta \left(\frac{j\beta}{j\omega\mu} E_r + \frac{1}{j\omega\mu} \frac{\partial E_z}{\partial r} \right)$$

$$\left(j\omega\varepsilon + \frac{\beta^2}{j\omega\mu} \right) E_r = \frac{1}{r} \frac{\partial H_z}{\partial \theta} + \frac{1}{\omega\mu} \frac{\partial E_z}{\partial r}$$

$$(-\omega^2\varepsilon\mu + \beta^2) E_r = j \left(\frac{\omega\mu}{r} \frac{\partial H_z}{\partial \theta} + \beta \frac{\partial E_z}{\partial r} \right) \quad (2-33)$$

となり、ここで、 $(\beta^2 - \omega^2\varepsilon\mu = \beta^2 - k^2 = -k_c^2)$ を用いると、

$$\therefore E_r = -\frac{j}{k_c^2} \left[\beta \frac{\partial E_z}{\partial r} + \frac{\omega\mu}{r} \frac{\partial H_z}{\partial \theta} \right] \quad (2-34)$$

を得ることができる。

同様に、式 (2-24) と式 (2-30) から、

$$\therefore H_r = \frac{j}{k_c^2} \left[-\beta \frac{\partial H_z}{\partial r} + \frac{\omega\varepsilon}{r} \frac{\partial E_z}{\partial \theta} \right] \quad (2-35)$$

が、得られる。

式 (2-24) と式 (2-35) から、 H_r を消去することで、

$$\frac{1}{r} \frac{\partial E_z}{\partial \theta} - j\beta E_\theta = \frac{\omega\mu}{k_c^2} \left(-\beta \frac{\partial H_z}{\partial r} + \frac{\omega\varepsilon}{r} \frac{\partial E_z}{\partial \theta} \right) \quad (2-36)$$

$$\begin{aligned} E_\theta &= \frac{j\omega\mu}{k_c^2} \frac{\partial H_z}{\partial r} + \frac{j\omega^2\varepsilon\mu}{k_c^2\beta r} \frac{\partial E_z}{\partial \theta} + \frac{j}{\beta r} \frac{\partial E_z}{\partial \theta} \\ &= \frac{j}{k_c^2} \left(\omega\mu \frac{\partial H_z}{\partial r} + \frac{-\omega^2\varepsilon\mu + k_c^2}{\beta r} \frac{\partial E_z}{\partial \theta} \right) \end{aligned} \quad (2-37)$$

$$\therefore E_\theta = \frac{j}{k_c^2} \left[-\frac{\beta}{r} \frac{\partial E_z}{\partial \theta} + \omega\mu \frac{\partial H_z}{\partial r} \right] \quad (2-38)$$

が、得られる。

同様に、式 (2-29) と式 (2-34) から、

$$\therefore H_\theta = -\frac{j}{k_c^2} \left[\omega\varepsilon \frac{\partial E_z}{\partial r} + \frac{\beta}{r} \frac{\partial H_z}{\partial \theta} \right] \quad (2-39)$$

を得ることができる。

ここで、円形導波管内の電磁界分布をまとめると、下の6式で表すことができる。

$$E_r = -\frac{j}{k_c^2} \left[\beta \frac{\partial E_z}{\partial r} + \frac{\omega\mu}{r} \frac{\partial H_z}{\partial \theta} \right] \quad (2-40)$$

$$E_\theta = \frac{j}{k_c^2} \left[-\frac{\beta}{r} \frac{\partial E_z}{\partial \theta} + \omega\mu \frac{\partial H_z}{\partial r} \right] \quad (2-41)$$

$$H_r = \frac{j}{k_c^2} \left[\frac{\omega\varepsilon}{r} \frac{\partial E_z}{\partial \theta} - \beta \frac{\partial H_z}{\partial r} \right] \quad (2-42)$$

$$H_\theta = -\frac{j}{k_c^2} \left[\omega\varepsilon \frac{\partial E_z}{\partial r} + \frac{\beta}{r} \frac{\partial H_z}{\partial \theta} \right] \quad (2-43)$$

$$\nabla_t^2 E_z = -k_c^2 E_z \quad (2-44)$$

$$\nabla_t^2 H_z = -k_c^2 H_z \quad (2-45)$$

ここで、 $(k_c^2 = k^2 - \beta^2)$ であり、 t は、 (r, θ) 平面を、 z は縦方向（進行方向）を示している。

ベッセルの方程式：

スカラーのヘルムホルツ方程式は、公式 (2-17) から、円筒座標系で次のように表される。

$$\begin{aligned}\nabla_t^2 \psi &= \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \psi}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial \theta^2} \\ &= \frac{\partial^2 \psi}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial \theta^2} \\ &= -k_c^2 \psi\end{aligned}\quad (2-46)$$

ここで、 $(\psi = E_z)$ である。

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial \theta^2} = -k_c^2 \psi \quad (2-47)$$

において、変数分離を行い、

$$\psi = R_{(r)} \cdot F_{(\theta)} \quad (2-48)$$

とおき、 $R_{(r)}$ は r のみの関数、 $F_{(\theta)}$ は θ のみの関数として、次式に変換される。

$$R''F + \frac{1}{r} R'F + \frac{1}{r^2} RF'' = -k_c^2 RF \quad (2-49)$$

$$r^2 \frac{R''}{R} + r \frac{R'}{R} + k_c^2 r^2 = -\frac{F''}{F} \quad (2-50)$$

ここで、左辺は r のみの関数、右辺は θ のみの関数となる。両辺が、すべての r と θ の値について等しくなるのであれば、両辺は定数 n^2 に等しくなければならない。

したがって、右辺は、

$$-\frac{F''}{F} = n^2 \quad (2-51)$$

となり、

$$\therefore F'' + n^2 F = 0 \quad (2-52)$$

は、単振動の方程式であるから、

$$F = A \cos n\theta + B \sin n\theta \quad (2-53)$$

となる解をもつ。

一方、左辺は、

$$r^2 \frac{R''}{R} + r \frac{R'}{R} + k_c^2 r^2 = n^2 \quad (2-54)$$

から、

$$\therefore R'' + \frac{1}{r} R' + \left(k_c^2 - \frac{n^2}{r^2} \right) R = 0 \quad (2-55)$$

が得られ、これはベッセルの微分方程式といわれる。この解は、 n 次のベッセル関数で表され、

$$R = C \cdot J_{n(k_c r)} + D \cdot N_{n(k_c r)} \quad (2-56)$$

で、与えられる。したがって、式 (2-47) の解は、

$$\therefore \psi = [C \cdot J_{n(k_c r)} + D \cdot N_{n(k_c r)}] [A \cdot \cos n\theta + B \cdot \sin n\theta] \quad (2-57)$$

として得られる。

2.4. ベッセル方程式

ベッセルの微分方程式

$$\frac{d^2 R}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dR}{dr} + \left(k_c^2 - \frac{n^2}{r^2} \right) R = 0 \quad (2-58)$$

の解は、次式で与えられる。

$$R = A J_n(k_c r) + B N_n(k_c r) \quad (2-59)$$

ここで、

$J_n(k_c r)$ は、ベッセル関数とよばれ、

$$J_n(k_c r) = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{(-1)^m (k_c r / 2)^{n+2m}}{m! (n+m)!} \quad (2-60)$$

で表され、Fig. 2-4 にその関数が表示する。

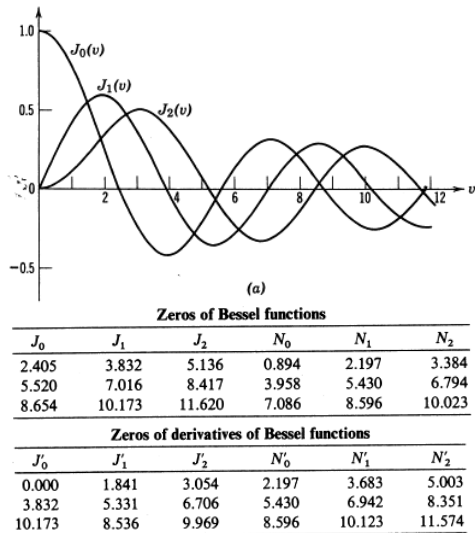


Fig. 2-4, Bessel functions [1]

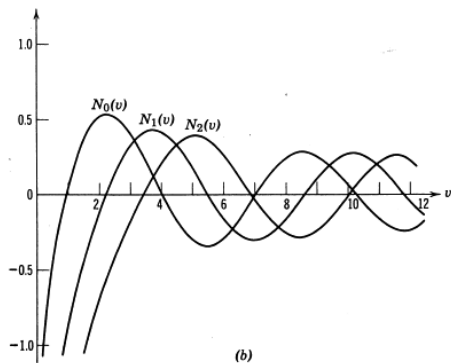


Fig. 2-5, Neumann functions [1]

また、

$N_n(k_c r)$ は、ノイマン関数とよばれ、

$$N_n(k_c r) = \frac{\cos n\pi J_n(k_c r) - J_{-n}(k_c r)}{\sin n\pi} \quad (2-61)$$

で表され、Fig. 2-5 にその関数を表示する。

ベッセル関数について、役に立つ公式を次に示す。

$$J'_0(v) = -J_1(v) \quad (2-62)$$

$$J'_1(v) = J_0(v) - \frac{1}{v} J_1(v) \quad (2-63)$$

$$\begin{aligned} \int v J_n^2(\alpha v) dv &= \frac{v^2}{2} [J_n^2(\alpha v) - J_{n-1}(\alpha v) J_{n+1}(\alpha v)] \\ &= \frac{v^2}{2} \left[J_n^2(\alpha v) + \left(1 - \frac{n^2}{\alpha^2 v^2} \right) J_n^2(\alpha v) \right] \end{aligned} \quad (2-64)$$

2.5. TMモードとTEモード

TMモードは、Transvers Magnetic Mode とよばれ、 $(H_z = 0)$ である。

ヘルムホルツ方程式 (2-44) で、

$$\nabla_t^2 E_z = -k_c^2 E_z$$

はその解が、式 (2-57) によって、

$$\begin{aligned} E_z(r, \theta) &= [A' J_n(k_c r) + B' N_n(k_c r)] [C' \cos n\theta + D' \sin n\theta] \end{aligned} \quad (2-65)$$

として与えられる。ここで右辺第1項は、Fig. 2-5 から $r=0$ では、

$$N_n(k_c r) = -\infty, \quad \therefore B' = 0 \quad (2-66)$$

となる。さらに、右辺第2項は、

$$C' \cos n\theta + D' \sin n\theta = C'' \cos(n\theta + \phi) \quad (2-67)$$

となり、ここで ($\phi = 0$) とすると、式 (2-67) は、

$$E_z = A' J_n(k_c r) \cdot C'' \cos n\theta \quad (2-68)$$

となり、最終的に、

$$\therefore E_z = A J_n(k_c r) \cos n\theta \quad (2-69)$$

が得られる。TM モードの条件として、

$$H_z = 0 \quad (2-70)$$

と式 (2-69)、さらに式 (2-40, 41, 42, 43) を用いて計算することで、

$$E_r = -j \frac{\beta}{k_c^2} \frac{\partial E_z}{\partial r} = -\frac{j\beta}{k_c} A J_n'(k_c r) \cos n\theta \quad (2-71)$$

$$E_\theta = \frac{j}{k_c^2} \left(\frac{\beta}{r} \frac{\partial E_z}{\partial \theta} \right) = \frac{j\beta n}{k_c^2 r} A J_n(k_c r) \sin n\theta \quad (2-72)$$

$$H_r = \frac{j}{k_c^2} \left(\frac{\omega \varepsilon}{r} \frac{\partial E_z}{\partial \theta} \right) = \frac{j\omega \varepsilon n}{k_c^2 r} A J_n(k_c r) \sin n\theta \quad (2-73)$$

$$H_\theta = -\frac{j}{k_c^2} \left(\omega \varepsilon \frac{\partial E_z}{\partial r} \right) = -\frac{j\omega \varepsilon}{k_c} A J_n'(k_c r) \cos n\theta \quad (2-74)$$

が得られる。Fig. 2-3 において $r = a$ では、完全導体となる境界条件から、

$$E_z = 0, \quad E_\theta = 0 \quad (\text{at } r = a) \quad (2-75)$$

となる。さらに、式 (2-69) と式 (2-72) から、

$$\therefore J_n(jnl) = 0 \quad (2-76)$$

が導出され、したがって、

$$k_c a = \frac{2\pi a}{\lambda_c} = jnl \quad (2-77)$$

が得られる。

TE モードは、Transvers Electric Mode とよばれ、($E_z = 0$) である。

ヘルムホルツ方程式 (2-45) で、

$$\nabla_t^2 H_z = -k_c^2 H_z$$

から、同様にして、

$$\therefore H_z = B J_n(k_c r) \cos n\theta \quad (2-78)$$

が得られる。TE モードの条件として、

$$E_z = 0 \quad (2-79)$$

と式 (2-78)、さらに式 (2-40, 41, 42, 43) を用いて計算することで、

$$E_r = -\frac{j}{k_c^2} \left(\frac{\omega \mu}{r} \frac{\partial H_z}{\partial \theta} \right) = -\frac{j\omega \mu n}{k_c^2 r} B J_n(k_c r) \sin n\theta \quad (2-80)$$

$$E_\theta = \frac{j}{k_c^2} \left(\omega \mu \frac{\partial H_z}{\partial r} \right) = \frac{j\omega \mu}{k_c} B J_n'(k_c r) \cos n\theta \quad (2-81)$$

$$H_r = -\frac{j}{k_c^2} \left(\beta \frac{\partial H_z}{\partial r} \right) = -\frac{j\beta}{k_c} B J_n'(k_c r) \cos n\theta \quad (2-82)$$

$$H_\theta = -\frac{j}{k_c^2} \left(\frac{\beta}{r} \frac{\partial H_z}{\partial \theta} \right) = -\frac{j\beta n}{k_c^2 r} B J_n(k_c r) \sin n\theta \quad (2-83)$$

が得られる。同様に、完全導体となる境界条件から、

$$E_{\theta} = 0 \quad (\text{at } r = a) \quad (2-84)$$

となり、さらに式 (2-80) から、

$$\therefore J_n'(j'nl) = 0 \quad (2-85)$$

が導出され、したがって、

$$k_c a = \frac{2\pi a}{\lambda_c} = j'nl \quad (2-86)$$

が得られる。

ここで、円形導波管における各TM, TEモードの相対的な遮断周波数 (f_c) を Fig. 2-6 に示す。また、各TM, TEモードの円形導波管内部の電磁界分布を Fig. 2-7 に示す。

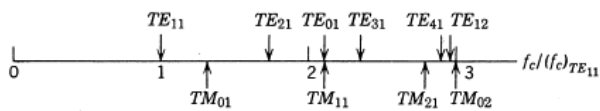


Fig. 2-6, Relative cutoff frequency of waves in a circular waveguide [1]

Wave Type	TM ₀₁	TM ₀₂	TM ₁₁	TM ₂₁	TE ₀₁
Field distribution in cross-sectional plane, at plane of maximum transverse field					
Field distribution along guide					
Field components present	E_z, E_r, H_{θ}	E_z, E_r, H_{θ}	$E_z, E_r, E_{\theta}, H_r, H_{\phi}$	H_z, H_r, E_{θ}	$H_z, H_r, H_{\theta}, E_{\phi}$
p_{cr} or p'_{cr}	2.405	5.02	3.03	3.03	1.84
$(k_c)_c a$	2.405	5.02	3.03	3.03	1.84
$(k_c)_c a$	2	2	2	2	2
$(k_c)_c a$	2.512	1.16	1.64	1.64	3.41
$U_c(k_c)$	0.333	0.077	0.009	0.009	0.203
	$a\sqrt{\epsilon}$	$a\sqrt{\epsilon}$	$a\sqrt{\epsilon}$	$a\sqrt{\epsilon}$	$a\sqrt{\epsilon}$
Attenuation due to imperfect conductor	$\frac{R_s}{a\sqrt{1-(U_c)^2}}$	$\frac{R_s}{a\sqrt{1-(U_c)^2}}$	$\frac{R_s}{a\sqrt{1-(U_c)^2}}$	$\frac{R_s}{a\sqrt{1-(U_c)^2}}$	$\frac{R_s}{a\sqrt{1-(U_c)^2}} \left[\left(\frac{U_c}{a}\right)^2 + 0.69 \right]$

Fig. 2-7, Summary of wave types for circular waveguides [1]

3. ピルボックス空洞

これまでに導出した式を基礎として、Fig. 2-8 に図示するピルボックス空洞において、次に記述する基本RFパラメーターを実際に解析的手法により計算する。

- TM-01 モード
- 加速モード
- 共振周波数: f_0
- 蓄積エネルギー: W_s
- 高周波損失: P_d
- 高周波表面抵抗: R_s
- Q 値: *quality factor*
- 空洞形状因子: G
- 通過時間因子: T
- 加速電界: E_{acc}
- シャント抵抗: R_{sh}
- 加速モードのインピーダンス: R/Q
- エネルギー利得: E

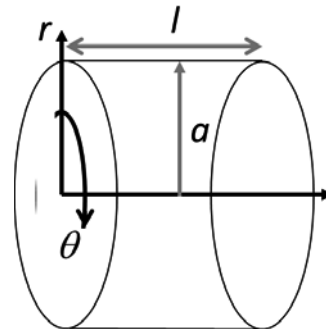


Fig. 2-8, Pill-box cavity; (Circular cylindrical resonator)

3.1. TM-01 mode

TM-01 mode: ($n=0, l=1$)

における条件 (TM, $n=0, l=1$) として

$$H_z = 0, \quad E_{\theta} = 0, \quad H_r = 0 \quad (2-87)$$

が与えられ、さらに Fig. 2-8 において $r=a$ では、完全導体となる境界条件から、

$$k_c a = j_{01} = 2.405 \quad (2-88)$$

を用いて、

$$E_{z(r=a)} = 0$$

$$\therefore J_n(j_{nl}) = J_0(j_{01}) = J_0(k_c a) = 0 \quad (2-89)$$

が、求められる。

ここで、 $n = 0$ と式 (2-69) から、

$$E_z = A J_0(k_c r) \quad (2-90)$$

式 (2-70) から、

$$E_r = -\frac{j\beta}{k_c} A J_0'(k_c r) = \frac{j\beta}{k_c} A J_1(k_c r) \quad (2-91)$$

式 (2-74) から、

$$H_\theta = -\frac{j\omega\varepsilon}{k_c} A J_0'(k_c r) = \frac{j\omega\varepsilon}{k_c} A J_1(k_c r) \quad (2-92)$$

が、TM-01 モードの電磁界分布の解として求められる。

3.2. 加速モード

TM010 mode ; accelerating mode

ピルボックス空洞内の加速モード (TM010 mode) の高周波電磁界分布は、その境界条件から、

$$\begin{aligned} H_z &= 0 \\ E_r &= 0 \\ H_r &= 0 \\ E_\theta &= 0 \end{aligned} \quad (2-93)$$

となり、次式で示す $E_z(r)$ と $H_\theta(r)$ の 2 成分のみが存在する。

$$E_{z(r)} = E_0 J_0(k_c r) \cos \omega t \quad (2-94)$$

$$H_{\theta(r)} = -\left(\frac{E_0}{Z_0}\right) J_1(k_c r) \sin \omega t \quad (2-95)$$

ここで、

$$Z_0 = E_0/H_0 = (\varepsilon_0/\mu_0)^{0.5} = 120 \pi = 377 \Omega \quad (2-96)$$

が、用いられる。

ピルボックス空洞内部の加速モードの電磁界分布の様子を $E_z(r)$ と $H_\theta(r)$ について、Fig. 2-9 に図示する。

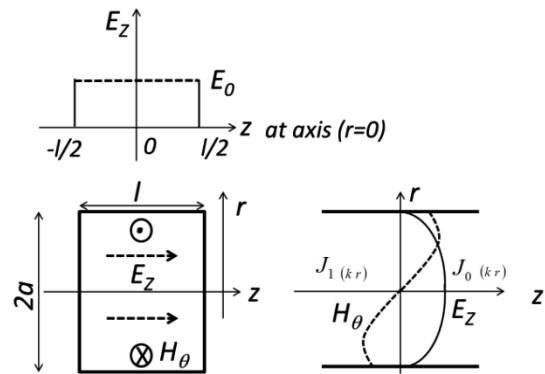


Fig. 2-9, Accelerating mode (TM-010 mode)

3.3. 共振周波数

Resonant Frequency ; f_0 [Hz]

共振条件において、

$$J_0(j_{01}) = 0, \quad k a = j_{01} = 2.405 \quad (2-97)$$

共振波長 (λ) は、

$$\lambda = \frac{2\pi}{k} = \frac{2\pi}{2.405} a = 2.612 a \quad [m] \quad (2-98)$$

空洞長 (l) は、

$$l = \frac{\lambda}{2} = 1.306 a \quad [m] \quad (2-99)$$

共振周波数（ f_0 ）は、

$$f_0 = \frac{c}{\lambda} = \frac{2.998 \times 10^8 \text{ [m/s]}}{2.612a \text{ [m]}} = 114.8/a \text{ [MHz]} \quad (2-100)$$

で、与えられる。

3.4. 蓄積エネルギー

Stored Energy ; W_s [J]

空洞内に蓄積された電磁界エネルギーは、その内部の電界分布の2乗を体積積分、あるいは、磁界分布の2乗を体積積分することによって、次のように計算される。

$$\begin{aligned} W_s &= \frac{1}{2} \varepsilon_0 \int_V E_z^2 dV = \frac{1}{2} \mu_0 \int_V H_\theta^2 dV \\ &= \frac{1}{2} \varepsilon_0 \int_0^a l \cdot 2\pi r \cdot E_z^2 dr \\ &= \varepsilon_0 \pi l E_0^2 \int_0^a r \cdot J_{0(kr)}^2 dr \end{aligned} \quad (2-101)$$

ベクトル公式 (2-64) から、

$$\begin{aligned} \int_0^a r J_{0(kr)}^2 dr &= \left[\frac{r^2}{2} (J_{0(kr)}^2 + J_{0(kr)}^2) \right]_0^a \\ &= \frac{a^2}{2} [J_{0(ka)}^2 + J_{0(ka)}^2] \\ &= \frac{a^2}{2} J_{1(j01)}^2 \end{aligned} \quad (2-102)$$

が得られる。ここで、

$$J_{0(ka)} = J_{0(j01)} = 0, \quad J_{0(v)} = -J_{1(v)}$$

を用いて、

$$\therefore W_s = \frac{\pi}{2} \varepsilon_0 a^2 l E_0^2 J_{1(j01)}^2 \quad (2-103)$$

となり、ここに、

$$[J_{1(j01)} = 0.519, \quad j01 = 2.405] \quad (2-104)$$

を代入することで計算される。

3.5. 高周波損失

Dissipated power / RF loss ; P_d [W]

このピルボックス空洞は、常伝導材料で製作されているとすると、その高周波表面抵抗（ R_s ）と表皮厚さ（ δ ）は、次式にて与えられる。

- 高周波表面抵抗 ; R_s

$$R_s = \sqrt{\frac{\omega \mu}{2 \sigma}} = \frac{1}{\sigma \delta} \quad (2-105)$$

- 表皮厚さ ; δ

$$\delta = \sqrt{\frac{2}{\omega \mu \sigma}} \quad (2-106)$$

高周波損失は、空洞の表面磁界について、空洞全表面について面積積分することで、次式のように計算される。

$$\begin{aligned} P_d &= \frac{1}{2} R_s \int_A H_\theta^2 dA \\ &= \frac{1}{2} R_s \left[\left(\frac{E_0}{Z_0} \right)^2 J_{1(ka)}^2 2\pi a l + 2 \int_0^a \left(\frac{E_0}{Z_0} \right)^2 J_{1(kr)}^2 2\pi r dr \right] \end{aligned} \quad (2-107)$$

ここで、右辺第1項は円筒部での損失であり、第2項は両側端板での損失であり、全損失はその和として表され、

$$= \pi R_s \frac{E_0^2}{Z_0^2} \left[a l J_{1(ka)}^2 + 2 \int_0^a r \cdot J_{1(ka)}^2 dr \right] \quad (2-108)$$

となる。

同様に、ベクトル公式 (2-64) を用いて、

$$\begin{aligned}
\int_0^a r J_{1(kr)}^2 dr &= \left[\frac{r^2}{2} \left\{ J_{1(kr)}'^2 + \left(1 - \frac{1}{k^2 r^2} \right) J_{1(kr)}^2 \right\} \right]_0^a \\
&= \frac{a^2}{2} \left[J_{1(ka)}'^2 + \left(1 - \frac{1}{k^2 a^2} \right) J_{1(ka)}^2 \right] \\
&= \frac{a^2}{2} \left[\left\{ J_{0(ka)} - \frac{1}{ka} J_{1(ka)} \right\}^2 + \left(1 - \frac{1}{k^2 a^2} \right) J_{1(ka)}^2 \right] \\
&= \frac{a^2}{2} \left[\frac{1}{k^2 a^2} J_{1(ka)}^2 + J_{1(ka)}^2 - \frac{1}{k^2 a^2} J_{1(ka)}^2 \right] \\
&= \frac{a^2}{2} J_{1(j01)}^2
\end{aligned} \tag{2-109}$$

となり、ここで、

$$J_{0(ka)} = J_{0(j01)} = 0, \quad J_{1(v)}' = J_{0(v)} - \frac{1}{v} J_{1(v)}$$

を用いて、

$$\begin{aligned}
\therefore P_d &= \pi R_s \frac{E_0^2}{Z_0^2} \left[al J_{1(j01)}^2 + a^2 J_{1(j01)}^2 \right] \\
&= \pi R_s \frac{E_0^2}{Z_0^2} a(a+l) J_{1(j01)}^2
\end{aligned} \tag{2-110}$$

が得られ、ここに、

$$\left[J_{1(j01)} = 0.519, \quad j01 = 2.405 \right]$$

を代入することで計算される。

3.6. Q 値

Quality Factor ; Q

空洞内の蓄積エネルギー（ W_s ）と空洞の高周波損失（ P_d ）の比は、Q 値と呼ばれ、次式にて定義される。

$$\begin{aligned}
Q &= \frac{\omega W_s}{P_d} = \frac{\omega \mu_0 \int_V H_\theta^2 dV}{R_s \int_A H_\theta^2 dA} \\
&= \frac{\omega (\pi/2) \varepsilon_0 a^2 l E_0^2 J_{1(j01)}^2}{\pi R_s (E_0^2 / Z_0^2) a(a+l) J_{1(j01)}^2} \\
&= \frac{\omega \varepsilon_0 Z_0^2 a l}{2 R_s (a+l)}
\end{aligned} \tag{2-111}$$

となり、

$$\begin{aligned}
\therefore Q &= \frac{1}{R_s} \left[\frac{l \cdot Z_0}{2(a+l)} \right] \cdot ka \\
&= \frac{1}{R_s} [j01 \cdot l \cdot Z_0 / 2(a+l)]
\end{aligned} \tag{2-112}$$

が得られる。

ここで、（ $j01 = ka$ ）である。

3.7. 形状因子

Geometrical factor ; G [Ω]

空洞の内部磁界の 2 乗の体積積分と表面磁界の 2 乗の面積積分の比は、形状因子（ G ）と呼ばれ、周波数に依存しない形状のみで決まるパラメータである。したがって、空洞の大きさが異なっても、相似形状であれば同じ値をもち、次式で表される。

$$\begin{aligned}
G &= \frac{\omega \mu_0 \int_V H_\theta^2 dV}{\int_A H_\theta^2 dA} \\
&= j01 \cdot l \cdot Z_0 / 2(a+l)
\end{aligned} \tag{2-113}$$

また、空洞の Q 値は、この形状因子 (G) と高周波表面抵抗 (R_s) を用いて、次式でも表すことができる。

$$\therefore Q = \frac{G}{R_s} \quad (2-114)$$

3.8. 通過時間因子

Transit-time factor ; T

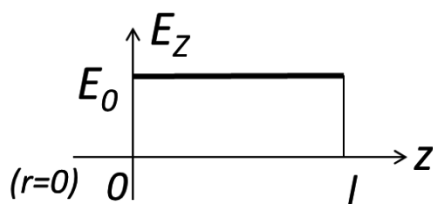


Fig. 2-10, Electric field on the axis in a cavity

Z 軸上の電界が Fig. 2-10 に示されるように、一様に E_0 である時、その電圧は長さ ($0 \rightarrow l$) で積分することによって、

$$V_{\max} = \int_0^l E_0 dz = E_0 \cdot l \quad (2-115)$$

で計算される。

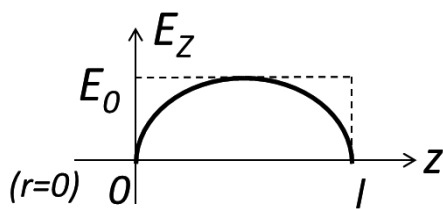


Fig. 2-11, Electric field with time-dependence

一方、粒子が空洞内を通過する間には、Fig. 2-11 に示すように、 Z 軸上の電界が時間変化することを考慮することによって、

$$E_z = E_0 \cos(\omega_0 t + \phi) \quad (2-116)$$

である。ここで、 ϕ は、 $t=0$ での粒子の位置に関する任意の位相である。

ここで、 v を粒子の速度、 l を空洞の実効長さとする、

$$\omega_0 = 2\pi c / \lambda_0 = k_0 c,$$

$$t = Z / v$$

$$\phi = -\pi c l / \lambda_0 v \quad (\text{最大となる条件})$$

の関係が与えられる。

軸上の粒子が実際に感じる実効電圧 (V) は、式 (2-122) を空洞長で積分することで与えられ、

$$\begin{aligned} V &= \int_0^l E_z dz = \int_0^l E_0 \cos(\omega_0 t + \phi) dz \\ &= \frac{V_{\max}}{l} \frac{\lambda_0 v}{2\pi c} \left[\sin\left(\frac{2\pi c}{\lambda_0 v} z + \phi\right) \right]_0^l \\ &= V_{\max} \cdot \sin\left(\frac{\pi c l}{\lambda_0 v}\right) / \left(\frac{\pi c l}{\lambda_0 v}\right) \\ &= V_{\max} \cdot T \end{aligned} \quad (2-117)$$

となる。ここで、 T は通過時間因子と呼ばれる。

$$\therefore T = \sin\left(\frac{\pi c l}{\lambda_0 v}\right) / \left(\frac{\pi c l}{\lambda_0 v}\right) \quad (2-118)$$

ここで、 $v=c$ 、 $l=\lambda_0/2$ のときには、

$$T = \sin(\pi/2) / (\pi/2) = 0.637 \quad (2-119)$$

が得られる。

3.9. 加速電界

Accelerating electric field ; E_{acc} [V/m]

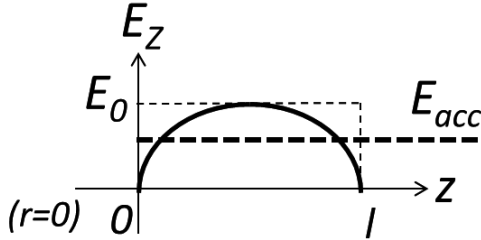


Fig. 2-12, Accelerating gradient, E_{acc}

加速電界 (E_{acc}) は Fig. 2-12 に示すように、 Z 軸上の電界が時間変化することを考慮した

$$E_z = E_0 \cos(\omega_0 t + \phi) \quad (2-120)$$

と、次式で与えられる通過時間因子 (T)

$$T = \frac{V}{V_{\max}} = \frac{\int_0^l E_0 \cos(\omega t + \phi) dz}{\int_0^l E_0 dz} \quad (2-121)$$

から、

$$E_{acc} = \frac{V}{l} = \frac{T \cdot V_{\max}}{l} = E_0 \cdot T \quad (2-122)$$

として、与えられる。

より一般的な場合には、

$$(k = 2\pi / \lambda) \quad (2-123)$$

を用いて、

$$E_z = E_{Z(z, r=0)} \cos(k \cdot z) \quad (2-124)$$

と表わすことによって加速電界を

$$E_{acc} = \frac{1}{l} \int_{-l/2}^{l/2} E_{Z(z, r=0)} \cos(k \cdot z) dz \quad (2-125)$$

としても、表すことができる。

3.10. シャント抵抗

Shunt Impedance ; R_{sh} [Ω]

シャント抵抗 (R_{sh}) は、高周波損失を一定としたときに、できるだけ高い加速電界を発生するための空洞の加速効率を得るための指標となる。

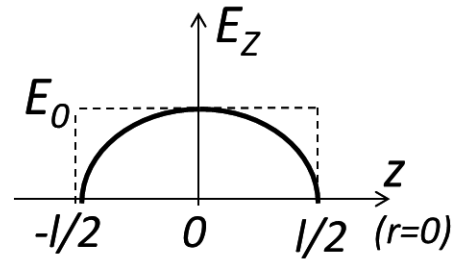


Fig. 2-13, Effective electric field seen by a particle

空洞内を通過する粒子が感じる実効的な電界が Fig. 2-13 によって示されるとき、加速電圧 (V) は、

$$\begin{aligned} V &= \int_{-l/2}^{l/2} E_z dz = 2 \int_0^{l/2} E_0 \cos(k \cdot z) dz \\ &= E_0 \cdot \sin\left(\frac{\pi l}{\lambda}\right) / \left(\frac{\pi}{\lambda}\right) \end{aligned} \quad (2-126)$$

で与えられ、シャント抵抗 (R_{sh}) は、式 (2-126) の加速電圧と式 (2-107) の空洞損失との比をとることから、次式により計算される。

$$\begin{aligned}
R_{sh} &= \frac{V^2}{P_d \cdot l} \\
&= \left[E_0 \cdot \sin(\pi l / \lambda) / (\pi / \lambda) \right]^2 / \pi R_s \frac{E_0^2}{Z_0^2} a(a+l) J_{1(j01)}^2 l \\
&= \frac{1}{R_s} \left[\frac{\sin(\pi l / \lambda)}{\pi l / \lambda} \right]^2 \frac{j01 \cdot l \cdot Z_0}{2(a+l)} \frac{4 Z_0}{(j01)^2 J_{1(j01)}^2} \frac{1}{\lambda}
\end{aligned} \tag{2-127}$$

$$\therefore R_{sh} = \frac{1}{R_s} \cdot T^2 \cdot G \cdot G_1 \cdot \frac{1}{\lambda} \tag{2-128}$$

ここで、 T は式 (2-121) で示される通過時間因子、 G は式 (2-113) で示される形状因子であり、 G_1 は定数として計算することができる。

3.11. R/Q

R over Q: [Ω]

R/Q は、空洞損失に依存しない（つまり、表面抵抗に関係なく、常伝導でも超伝導でも同様に）純粋に空洞形状で決まるパラメータであり、加速効率の良い空洞設計において重要な役割を持つ。 R/Q は、式 (2-127) で示されるシャント抵抗と式 (2-111) で示される Q 値との比から与えられ、次式にて計算される。

$$\begin{aligned}
R/Q &= \frac{V^2}{P_d \cdot l} \cdot \frac{P_d}{\omega \cdot W_s} = \frac{V^2}{\omega \cdot W_s \cdot l} \\
&= E_0^2 \cdot \left[\sin(\pi l / \lambda) / (\pi / \lambda) \right]^2 / \frac{\pi}{2} \varepsilon_0 a^2 l E_0^2 J_{1(j01)}^2 \cdot \omega l \\
&= \left[\frac{\sin(\pi l / \lambda)}{\pi l / \lambda} \right]^2 \cdot \left[4 Z_0 / (j01)^2 J_{1(j01)}^2 \right] \cdot \frac{1}{\lambda}
\end{aligned} \tag{2-129}$$

$$\therefore R/Q = G_1 \cdot T^2 \cdot \frac{1}{\lambda} \tag{2-130}$$

ここで、 T は式 (2-121) で示される通過時間因子であり、 G_1 は式 (2-128) と同様で、定数として計算することができる。

3.12. エネルギー利得

Energy Gain: E [eV]

空洞内を通過した粒子が得るエネルギー利得は、加速電圧 (V_{acc}) を

$$V_{acc} = L_{cavity} \cdot E_{acc} \tag{2-131}$$

として、次式から計算される。

$$Energy\ gain\ [eV] = q \cdot L_{cavity} \cdot E_{acc} \cdot \cos\phi \tag{2-132}$$

ここで、

E_{acc} : 加速電界

L_{cavity} : 実効空洞長

ϕ : 同期位相 (加速電界と粒子との間の位相差) である。

3.13. 高周波空洞の RF パラメータのまとめ

これまでに導出し、計算した高周波空洞の加速モードにおける主要 RF パラメータのまとめを以下に示す。

- 高周波電界 (Electric RF field, [V/m])

$$\vec{E} \exp(j\omega t) \tag{2-133}$$

- 高周波磁界 (Magnetic RF field, [A/m])

$$\vec{H} \exp\left\{j\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)\right\} \tag{2-134}$$

- 加速電界 (Accelerating gradient, [V/m])

$$E_{acc} = \frac{1}{l} \int_{-l/2}^{l/2} E_{Z(z, r=0)} \cos(k \cdot z) dz \tag{2-135}$$

- 高周波損失 (Dissipated RF power / RF Loss, [W])

$$P_d = \frac{R_s}{2} \int_A |\vec{H}|^2 dA \quad (2-136)$$

- 蓄積エネルギー (Stored energy, [J])

$$\begin{aligned} W_s &= \frac{\mu_0}{2} \int_V |\vec{H}|^2 dV \\ &= \frac{\epsilon_0}{2} \int_V |\vec{E}|^2 dV \end{aligned} \quad (2-137)$$

- Q 値 (Q value)

$$Q = \frac{\omega_0 W_s}{P_d} = \frac{G}{R_s} \quad (2-138)$$

- 空洞形状因子 (Geometrical factor, [Ω])

$$G = \omega_0 \mu_0 \frac{\int_V |\vec{H}|^2 dV}{\int_A |\vec{H}|^2 dA} \quad (2-139)$$

- シャント抵抗 (Shunt impedance, [Ω])

$$R_{sh} = \frac{V_{acc}^2}{P_d} = \frac{E_{acc}^2}{P_d} L_{cavity}^2 \quad (2-140)$$

- 加速モードのインピーダンス (R / Q, [Ω])

$$\left(\frac{R}{Q} \right) = \frac{E_{acc}^2}{\omega W_s} L_{cavity}^2 \quad (2-141)$$

4. 超伝導空洞

4.1. 空洞形状

ピルボックス空洞のような空洞形状では、Fig. 2-14 に示すように空洞の赤道部 (胴部) において、電子共鳴現象であるマルチパッキングが発生することによって空洞性能が制限されることがある。したがって、実際の超伝導空洞では、これを抑制するために、Fig. 2-15 に示すような円弧を描く球形に近いセル形状となる。また、ビームパイプとの接続部 (セル間では、アイリス部という) では、表面電界が高く電界放出電子が発生しやすいため、表面電界を低くするために楕円形状にできるだけ滑らかに接続する。セル形状としては、成形加工と洗浄工程などが容易にできることを考慮して設計されることが望ましい。

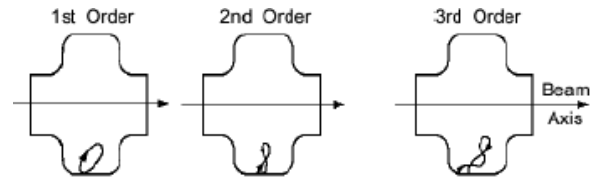


Fig. 2-14, Multipacting at equator region [3]

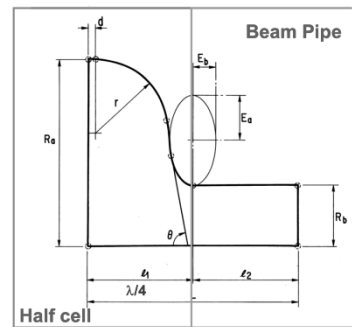


Fig. 2-15, Cavity shape of a superconducting cavity

4.2. SUPERFISH による計算

ピルボックス空洞では、空洞内の高周波電磁界分布を解析的に計算して、各パラメータを算出することができるが、実際の超伝導空洞の形状では電磁界分布が単純ではないので、計算コードを

用いて行わなければならない。ここでは、SUPERFISHを用いた計算結果を示す。計算可能なモードとしては、

- 円筒軸対称空洞
- 軸対称電磁界モード : TM-0 mode

に限定されるが、加速モードについては精度の良い結果を得ることができる。

ハーフセルでのセンターセル形状 (1.3 GHz) について、加速モードの計算結果の1例として、Fig. 2-16に空洞形状と電界分布の等高線を示す。また、Fig. 2-17にその数値計算結果の出力リストを示す。

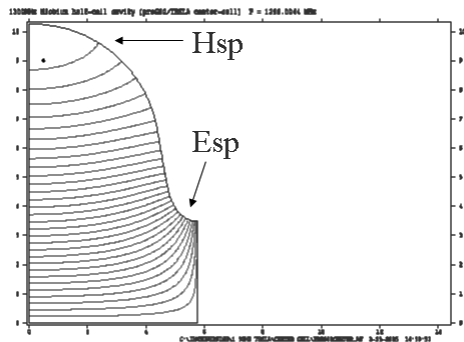


Fig. 2-16, Electric field of an accelerating mode (Esp and Hsp are shown locations of surface-peak electric field and surface-peak magnetic field.)

```

Superfish output summary for problem description:
1300MHz Niobium half-cell cavity (TESLA center-cell)
Equator flat = 0.0 mm for EBW
Iris flat = 0.0 mm for EBW
Cell length = 57.59 mm
Design beta = 1.00
Resonant frequency = 1300 MHz
Sore radius = 35 mm
Wall angle = 76.7 degree
Problem file: C:\IBM\SUPERFISH\1.3GHZ TESLA\CENTER CELL\ORIGINAL CENTER.AF 2-15-2005 15:12:40

All calculated values below refer to the mesh geometry only.
Field normalization (NORM = 1): EZEROT = 1.00000 MV/m
Frequency = 1300.99347 MHz
Particle rest mass energy = 938.272029 MeV
Beta = 1.000000
Normalization factor for E0 = 1.301 MV/m = 13600.828
Transit-time factor = 0.7685243
Stored energy = 0.001724 Joules
Superconductor surface resistance = 26.8218 nanoOhm
Operating temperature = 2.0000 K
Power dissipation = 5797.9234 uW
Q = 1.0112E+10 Shunt impedance = 1.6847E+07 MOhm/m
Rs/Q = 271.226 Ohm Wake loss parameter = 0.11601 V/C
r/Q = 56.769 Ohm Wake loss parameter = 3296.38 A/m 14.5901 uW/cm^2
Average magnetic field on the outer wall = 3314.26 A/m 14.7309 uW/cm^2
Maximum H (at Z, R = 2.93564, 9.13317) = 1.98007 MV/m 0.061645 Kilp.
Maximum E (at Z, R = 5.16515, 3.75867) = 2.1034 mT/(MV/m)
Ratio of peak fields Bmax/Emax = 1.5217
Peak-to-average ratio Emax/E0

Wall segments:
Segment Zend Rend Emax Power P/A dF/dZ dF/dR
(cm) (cm) (MV/m) (uW) (uW/cm^2) (MHz/mm) (MHz/mm)
-----
0 0.0000 10.330
2 4.0870 7.0970 0.8438 4731 14.59 -9.419 -14.26
3 4.6450 4.7340 1.693 957.3 10.61 1.459 0.3469
4 5.7692 3.5000 1.981 109.7 2.442 4.277 3.937
-----
Total 5798

```

Fig. 2-17, Output example of calculation results by SUPERFISH

この出力リストから、注目する RF パラメーターをまとめると、

$$\begin{aligned}
 f_0 &= 1300.99 \text{ MHz} \\
 W_s &= 0.0071 \text{ J}, \quad P_d = 5.80 \text{ mW} \\
 E_{acc} &= 1.0 \text{ MV/m} \\
 E_{sp} &= 1.98 \text{ MV/m}, \quad H_{sp} = 3314 \text{ A/m} \\
 E_{sp} / E_{acc} &= 1.98 \\
 H_{sp} / E_{acc} &= 3314 \text{ A/m} / \text{MV/m} = 41.4 \text{ Oe} / \text{MV/m} \\
 R / Q &= 56.7 \Omega \times 2 = 113.4 \Omega \\
 G &= 271 \Omega, \quad R_s = 26.8 \text{ n}\Omega \\
 Q_0 &= 1.01 \times 10^{10}
 \end{aligned}$$

が得られ、主に E_{sp} / E_{acc} や H_{sp} / E_{acc} などのパラメーターを吟味しつつ、空洞形状の最適化設計を行う必要がある。

4.3. 高周波表面抵抗

常伝導空洞と超伝導空洞の場合の表面抵抗を比較する。

- 常伝導空洞の場合 :

$$R_s = \sqrt{\frac{\omega \mu}{2 \sigma}} = \frac{1}{\sigma \delta} \quad [\Omega] \quad (2-142)$$

$$f = 1.3 \text{ GHz}, G = 270 \Omega$$

$$Cu (20^\circ C); \sigma = 0.58 \times 10^8 [1/\Omega m]$$

である銅空洞 (室温) を考えると、

$$\begin{aligned}
 R_s &= 9.4 \text{ m}\Omega \\
 \delta &= 1.8 \text{ mm} \quad (\text{表皮厚さ}) \\
 Q &= G / R_s = 2.9 \times 10^4
 \end{aligned}$$

が、得られる。

- 超伝導空洞の場合 :

超伝導体の高周波表面抵抗は、温度依存性をもつBCS抵抗 (R_{BCS} : BCS resistance) ともたない残留表面抵抗 (R_{res} : Residual surface resistance) の和として、次式にて表わされる。

$$R_S = R_{BCS}(T) + R_{res} \quad (2-143)$$

$$R_{BCS} = A \frac{\omega^2}{T} \exp\left(-\frac{\Delta}{k_B \cdot T}\right) \quad (2-144)$$

ここで、 R_{BCS} はBCS理論に基づき計算され[3]、 A は平均自由工程やロンドン侵入深さなどの材質によって決まる定数、 ω は角周波数、 T は空洞内表面の絶対温度、 Δ はギャップエネルギー、 k_B はボルツマン定数である。有限温度では、クーパーペアになっていない常伝導電子が存在するためゼロにはならず、指数関数の部分が常伝導電子の密度に相当する。一方、温度依存性をもたない残留表面抵抗 (R_{res}) は、超伝導転移する際に磁束量子として捕捉される周辺の残留磁界や、表面欠陥、化学的残留物、異物などの常伝導部分の影響によると考えられる。実験で得られた1.3 GHz, 9-cell 超伝導空洞における表面抵抗の温度依存性の測定結果を Fig. 2-18 に示す。

ここで、常伝導空洞の場合と同様に、

$$f = 1.3 \text{ GHz}, \quad G = 270 \Omega$$

$$Nb(2K) ; R_{BCS}(2K) = 7 \text{ n}\Omega, \quad R_{res} = 10 \text{ n}\Omega$$

であるニオブ製超伝導空洞を考えると、

$$R_S = 17 \text{ n}\Omega,$$

$$\lambda_0 = 44 \text{ nm} \quad (\text{侵入深さ})$$

$$Q = G / R_S = 1.6 \times 10^{10}$$

となり、銅空洞と比較して、超伝導空洞は6桁高いQ値を有していることが分かり、このことは高周波損失が6桁小さいことを意味する。

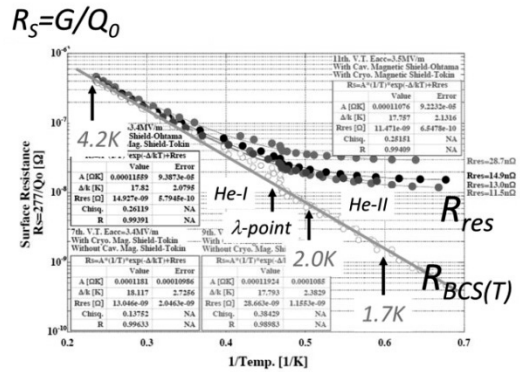


Fig. 2-18, Temperature dependence of surface resistance

4.4. 残留磁界の効果

残留磁界は、ニオブ空洞が超伝導状態に転移するときに、Fig. 2-19 に示すようにその芯が常伝導の磁束量子としてトラップされるため、残留表面抵抗の主な原因のひとつとなる。実験的には、

$$R_{res}(H) = 0.35 \text{ n}\Omega/\text{m Gauss} \quad (2-145)$$

の影響を受けることが分かっているので10ミリガウス程度まで下げることが目標とする。STF 9-cell 超伝導空洞では、磁気シールドはヘリウム槽内部の液体ヘリウム中に浸漬されるため、低温でも比透磁率の低下しない材料を使用する必要がある。また、超伝導空洞の冷却時の温度勾配が大きい場合には、異種金属接合部での熱起電力の発生による熱電流が誘起する磁界が原因となって空洞のQ値を低下させる現象が観測されるので注意を要する。

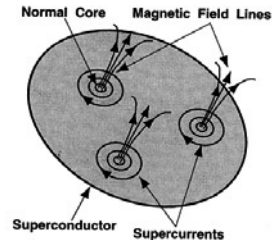


Fig. 2-19, Trapped magnetic flux in a superconductor [3]

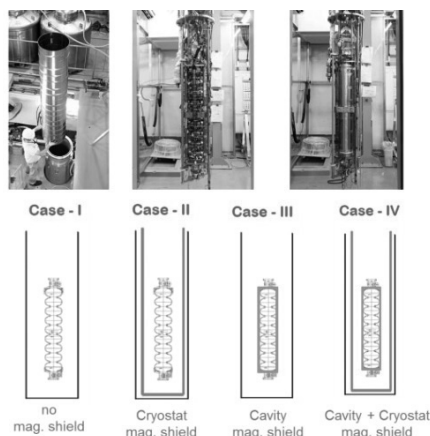


Fig. 2-20, Experiments to compare the effect of residual magnetic fields

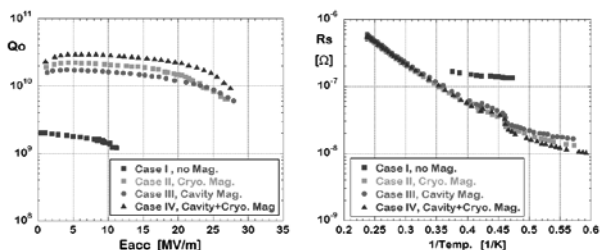


Fig. 2-21, Q_0 -Eacc plots (left) and temperature dependence of R_s (right) in four test conditions

空洞の Q 値に与える残留磁界の影響を調べる実験が Fig. 2-20 に示される 4 つの磁気シールド条件において行われ、その結果が Fig. 2-21 にまとめられている。磁気シールドのない場合には地磁気の影響により残留抵抗値は約 $130 \text{ n}\Omega$ となるが、2 重に磁気シールドを装着した場合には、 $8 \text{ n}\Omega$ まで改善した。高い Q 値を達成するための第 1 の方策として、磁気シールドの強化は重要である。

5. 超伝導空洞の外部 Q 値

5.1. 外部 Q 値

一般的な超伝導空洞における外部 Q 値の関係を示す概念図を Fig. 2-22 に示す。

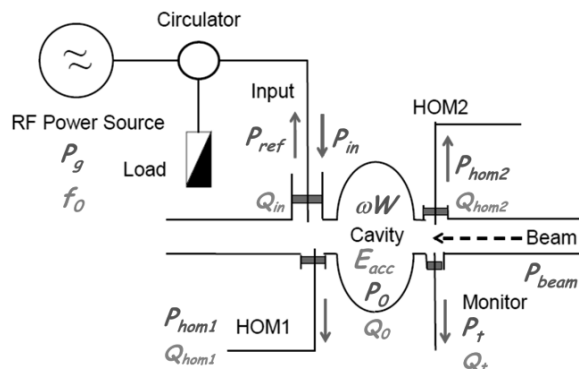


Fig. 2-22, External Q value of a cavity with beam

超伝導空洞での空洞損失 (P_0) はビーム電力 (P_{beam}) に比べて無視できるほど小さいので以下の条件が与えられる。

$$P_g \approx P_{beam} \gg P_0 \quad (2-146)$$

このことは、高周波源からの高周波電力 (P_g) のほとんどがビーム電力として供給されることを意味している。各空洞ポートにおける電力収支の総計は、

$$P_{in} - P_{ref} = P_0 + P_{beam} + P_t + P_{hom1} + P_{hom2} \quad (2-147)$$

で表され、各ポートの外部 Q 値の関係は次のように設計されることが望ましい。

$$Q_{in} \ll Q_0 \ll Q_t, Q_{hom1}, Q_{hom2} \quad (2-148)$$

5.2. 入力結合器の結合度

超伝導空洞の入力結合器の外部 Q 値 (Q_{in}) は、以下に示す計算式を用いて決定される。

R/Q : 加速モードのインピーダンス

L_{cavity} : 空洞の実効長
 ωW : 蓄積エネルギー
 Z_{cavity} : 空洞の定数パラメーター
 Q_0 : 空洞の Q 値
 V_C : 加速電圧
 I_{beam} : ビーム電流
 ϕ : ビーム位相

として、次の各式を用いる。

- 加速電界 (Accelerating gradient, E_{acc})

$$E_{acc} = \frac{\sqrt{R/Q}}{L_{cavity}} \sqrt{\omega W} = Z_{cavity} \sqrt{P_0 \cdot Q_0} \quad (2-149)$$

- 空洞損失 (Cavity loss, P_0)

$$P_0 = \frac{\omega W}{Q_0} \quad (2-150)$$

- ビーム電力 (Beam power, P_{beam})

$$\begin{aligned}
 P_{beam} &= I_{beam} \cdot V_C \cdot \cos \phi \\
 &= I_{beam} \cdot E_{acc} \cdot L_{cavity} \cdot \cos \phi
 \end{aligned} \quad (2-151)$$

- 高周波源からの高周波電力 (Generator RF power, P_g)

$$P_g = P_0 + P_{beam} \quad (2-152)$$

この場合において、

$$P_{ref} \sim 0 \quad (\text{無反射条件})$$

$$P_g = P_{in} \quad (\text{無損失伝送路})$$

$$P_0 + P_{beam} \gg P_t, P_{hom1}, P_{hom2}$$

が、仮定される。

- 結合定数 (Coupling constant, β)

$$\beta = \frac{P_g}{P_0} = 1 + \frac{P_{beam}}{P_0} \cong \frac{Q_0}{Q_L} \quad (2-153)$$

$$\frac{1}{Q_L} = \frac{1}{Q_{in}} + \frac{1}{Q_0} + \frac{1}{Q_t} + \frac{1}{Q_{hom1}} + \frac{1}{Q_{hom2}} \quad (2-154)$$

$$Q_L \cong Q_{in} \quad (2-155)$$

ここで、 $Q_{in} \ll Q_0 \ll Q_t, Q_{hom1}, Q_{hom2}$ が、設定されている。

- 負荷 Q 値 (Loaded Q, Q_L)

$$Q_L = \frac{Q_0 \cdot P_0}{P_{beam}} \cong \frac{Q_0}{\beta} \quad (2-156)$$

ここで、実際の運転条件を考えると、

$$E_{acc} = 30 \text{ MV/m,}$$

$$I_{beam} = 10 \text{ mA}$$

$$L_{cavity} = 1.0 \text{ m,}$$

$$P_0 = 100 \text{ W, } Q_0 = 1.0 \times 10^{10}$$

式 (2-151) から、

$$\rightarrow P_{beam} = 300 \text{ kW}$$

式 (2-156) から、

$$\rightarrow Q_{in} \sim Q_L = 3.3 \times 10^6$$

式 (2-153) から、

$$\rightarrow \beta = 3,000$$

が得られる。

したがって、整合条件下の場合を考えると、

- 最適結合度 (Optimum coupling, $Q_L \sim Q_{in} \ll Q_0$)

$$Q_{in} \cong \frac{V_c}{(R/Q) \cdot I_{beam} \cdot \cos \phi} \quad (2-157)$$

- 必要とされる高周波電力 (P_g) は、
($P_{ref} \sim 0$ の場合)

$$P_g = \frac{V_c^2}{4 \cdot (R/Q) \cdot Q_L} \left[1 + \frac{I_{beam} \cdot (R/Q) \cdot Q_L \cdot \cos \phi}{V_c} \right] \quad (2-158)$$

- ここで、ビーム電流のない場合 ($I_{beam} = 0$) は、

$$\begin{aligned} E_{acc} &= \frac{\sqrt{R/Q}}{L_{cavity}} \cdot \sqrt{4 \cdot P_g \cdot Q_L} \\ &= Z_{cavity} \sqrt{P_t \cdot Q_t} \end{aligned} \quad (2-159)$$

- 最適条件下では、

$$\frac{1}{Q_{in}} = \frac{1}{Q_0} \left(1 + \frac{P_{beam}}{P_0} \right) = \frac{1}{Q_0} + \frac{1}{Q_{beam}} \quad (2-160)$$

が得られる。最適結合度は、ビーム電流に強く依存し、

$$P_{beam} \gg P_0; \quad Q_{in} = Q_{beam} \quad (2-161)$$

であるため、ビーム電流が変化する超伝導加速器では、反射電力を最小限にするために、結合度を可変にできることが望ましい。

共振周波数のバンド幅 (Broader band width) は、

$$\Delta f = \frac{f}{2Q_{in}} \quad (2-162)$$

で与えられ、ここで実際のバンド幅を計算すると、

$$\begin{aligned} f &= 1.3 \text{ GHz}, \quad Q_{in} = 3 \times 10^7 \\ \rightarrow \Delta f &= 22 \text{ Hz} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f &= 1.3 \text{ GHz}, \quad Q_{in} = 3 \times 10^6 \\ \rightarrow \Delta f &= 220 \text{ Hz} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f &= 1.3 \text{ GHz}, \quad Q_{in} = 3 \times 10^5 \\ \rightarrow \Delta f &= 2.2 \text{ kHz} \end{aligned}$$

となり、ビーム運転時の安定性を考えるときに重要なパラメーターとなり、周波数制御を容易にするためには、

$$Q_{in} \leq 10^7 \quad (2-163)$$

とすることが望ましい。

5.3. 入力結合器の結合度の計算

入力結合器の結合度を設計するために、Fig. 2-23 に示す超伝導空洞のエンドセル形状をもつ銅製の単セルモデル空洞を考え、アンテナ先端の突き出し位置と外部 Q 値の関係を計算する。高周波計算コード HFSS を用いて行った計算結果例を Fig. 2-24 に示す。結果として得られる S_{11} , S_{21} , Δf (P_{ext} のバンド幅) から、入射電力 (P_{in}) を基準として、反射電力 (P_{ref})、透過電力 (P_{ext})、 Q_L を求め、次式から空洞損失 (P_0) および空洞の Q 値 (Q_0) を計算し、最終的に式 (2-169) から外部 Q 値 (Q_{ext}) を計算することができる。外部 Q 値の計算結果を Fig. 2-25 に示す。

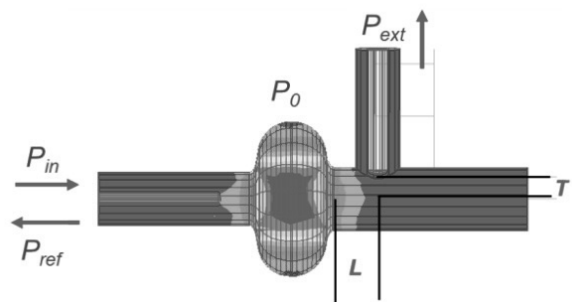


Fig. 2-23, Model for calculation of external Q values of an input coupler

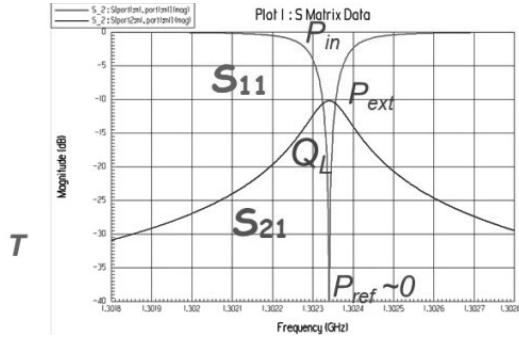


Fig. 2-24, Calculation results by HFSS.

$$P_o = P_{in} - P_{ref} - P_{ext} \quad (2-164)$$

$$\beta^* = \frac{1 \pm \sqrt{P_{ref}/P_{in}}}{1 \mp \sqrt{P_{ref}/P_{in}}} \quad (2-165)$$

$$\beta_{in} = \beta^* \cdot (1 + \beta_{ext}) \quad (2-166)$$

$$\beta_{ext} = P_{ext} / P_o \quad (2-167)$$

$$Q_o = Q_L \cdot (1 + \beta_{in} + \beta_{ext}) \quad (2-168)$$

$$\therefore Q_{ext} = P_o \cdot Q_o / P_{ext} \quad (2-169)$$

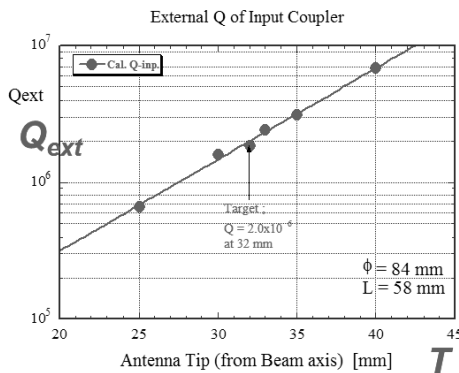


Fig. 2-25, External Q values as a function of the location of an antenna tip.

5.4. 外部 Q 値の測定

クライオモジュールに組み込まれた実際の超伝導空洞における各ポートの外部 Q 値の測定方法について説明する。入力結合器 2 台、HOM カップラー 5 台、モニターカップラー 1 台を持つ 2 セル超伝導空洞の概略図を Fig. 2-26 に示す。この空洞について、ポートの総計 8 個について各外部 Q 値の測定を行う。

最初に、モニターカップラーから RF を入力し、 Q_L とその他の全てのポートからの RF 出力を測定する。次に RF 入力を入力結合器-1 に変更して同様の測定を行う。これらの測定した Q_L と各 RF 出力を用いて次式を用いて計算することによって、すべてのポートの外部 Q 値を得ることができる。

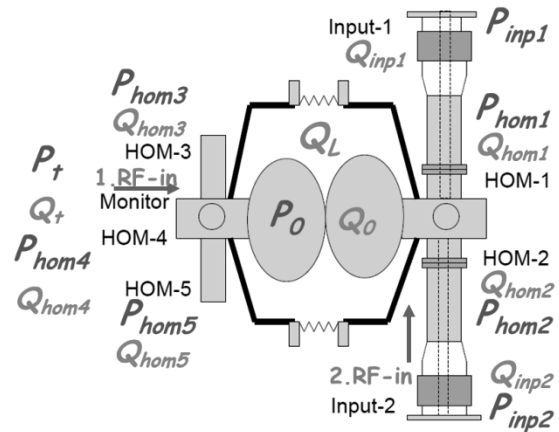


Fig. 2-26, 2-cell cavity with 2 input and 5 HOM couplers.

1. モニターカップラーから RF 入力する場合：

Q_L と P_{inp1} , P_{inp2} , P_{hom1} , P_{hom2} , P_{hom3} , P_{hom4} , P_{hom5} からの RF 出力を測定する。

$$Q_{inp1} \times P_{inp1} = Q_{inp2} \times P_{inp2} \quad (2-170)$$

$$Q_{inp_{-1}} \approx Q_L \cdot \left(\frac{P_{inp_{-2}}}{P_{inp_{-1}}} + 1 \right) \quad (2-171)$$

$$Q_{inp_2} \approx Q_L \cdot \left(\frac{P_{inp_1}}{P_{inp_2}} + 1 \right) \quad (2-172)$$

2. 入力結合器-1 から RF 入力する場合：

Q_L と P_{inp1} , P_t , P_{hom1} , P_{hom2} , P_{hom3} , P_{hom4} , P_{hom5} からの RF 出力を測定する。

$$Q_{inp1} \times P_{inp1} = Q_t \times P_t \quad (2-173)$$

$$Q_t = \frac{Q_{inp_1} \cdot P_{inp_1}}{P_t} \quad (2-174)$$

$$Q_{hom_1} = \frac{Q_t \cdot P_t}{P_{hom_1}} \quad (2-175)$$

$$\frac{1}{Q_L} = \frac{1}{Q_{inp1}} + \frac{1}{Q_{inp2}} + \frac{1}{Q_0} + \frac{1}{Q_t} + \frac{1}{Q_{hom1}} + \frac{1}{Q_{hom2}} + \frac{1}{Q_{hom3}} + \frac{1}{Q_{hom4}} + \frac{1}{Q_{hom5}} \quad (2-176)$$

$$Q_{inp1}, Q_{inp2} \ll Q_0, Q_t, Q_{hom1}, Q_{hom2}, Q_{hom3}, Q_{hom4}, Q_{hom5}$$

ここで、全体の負荷 Q 値として、近似的に

$$\frac{1}{Q_L} \approx \frac{1}{Q_{inp_1}} + \frac{1}{Q_{inp_2}} \quad (2-177)$$

の関係をもつ。

6. まとめ

これまでに行ってきた説明の中で、特に重要と思われる項目を以下にまとめる。

- 超伝導空洞の大きさは、共振周波数で決まるサイズとなる。

- 超伝導空洞の表面抵抗は、銅空洞と比較して6桁小さい。
- 超伝導空洞の表面抵抗は、周波数の約2乗に比例し増加する。
- 超伝導空洞の残留抵抗の低減には、有効な磁気遮蔽が本質的に重要である。
- 超伝導空洞の入力結合器の結合度は、ビーム負荷との整合条件により決まる。
- 超伝導空洞への入力高周波電力は、整合条件下では、ほとんどがビーム電力として消費される。

参考文献

- [1] S. Ramo, J.R. Whinnwry and T. van Duzer, "Field and waves in communication electronics", JOHN WILEY & SONS, INC., ISBN 0-471-87130-3.
- [2] 中島将光、「マイクロ波工学」森北出版株式会社
- [3] H. Padamsee, J. Knobloch and T. Hays, "RF superconductivity for accelerators", JOHN WILEY & SONS, INC., ISBN 0-471-15432-6.

超伝導空洞の周辺技術

1. はじめに

本章では、超伝導空洞システムの主要な周辺機器である入力結合器、高調波結合器、周波数チューナーについて、設計および製造に関する有用な知識、単体試験および運転上における注意点などを、これまでの経験を基本に、技術的な視点からの解説を行う。

2. 入力結合器（インプットカップラー）

入力結合器は、高周波源からの高周波電力を高周波空洞とビームに供給するために用いられる重要な機器である。超伝導空洞では、空間的な制約や熱侵入を抑制する観点から、同軸型構造が適しており、空洞からの反射高周波電力を最小限に低くするために、空洞とビーム負荷を合わせた結合条件に、整合させることが重要である。ビーム電流の変化を伴う運転では、結合度を可変とする機構が必要となる。入力結合器は、超伝導高周波

空洞システムの中でも最も重要な構成品の一つであり、なかでもセラミクスを用いる高周波窓は、高い信頼性が要求される部品である。入力結合器は、その設計、製造、コンディショニング、運転などにおいて、種々の重要となる技術的要素を含んでいる。入力結合器の設計からビーム運転までに必要となる多岐にわたる行程を Fig. 3-1 にまとめて示す。

2.1. 入力結合器の製造技術

2.1.1. セラミクス高周波窓

高周波窓には、Fig.3-2 に示す同軸平板型と Fig. 3-3 に示す円筒型セラミクスを用いる 2 種類のタイプがある。使用するセラミクスでは、熱伝導率、熱応力、誘電率、純度などの特性を考慮した適切な選択が重要である。超伝導空洞では、取付け時のゴミの混入などの汚染を避けるために、クリーンルーム内での組立ができる構造とすることも重要である。

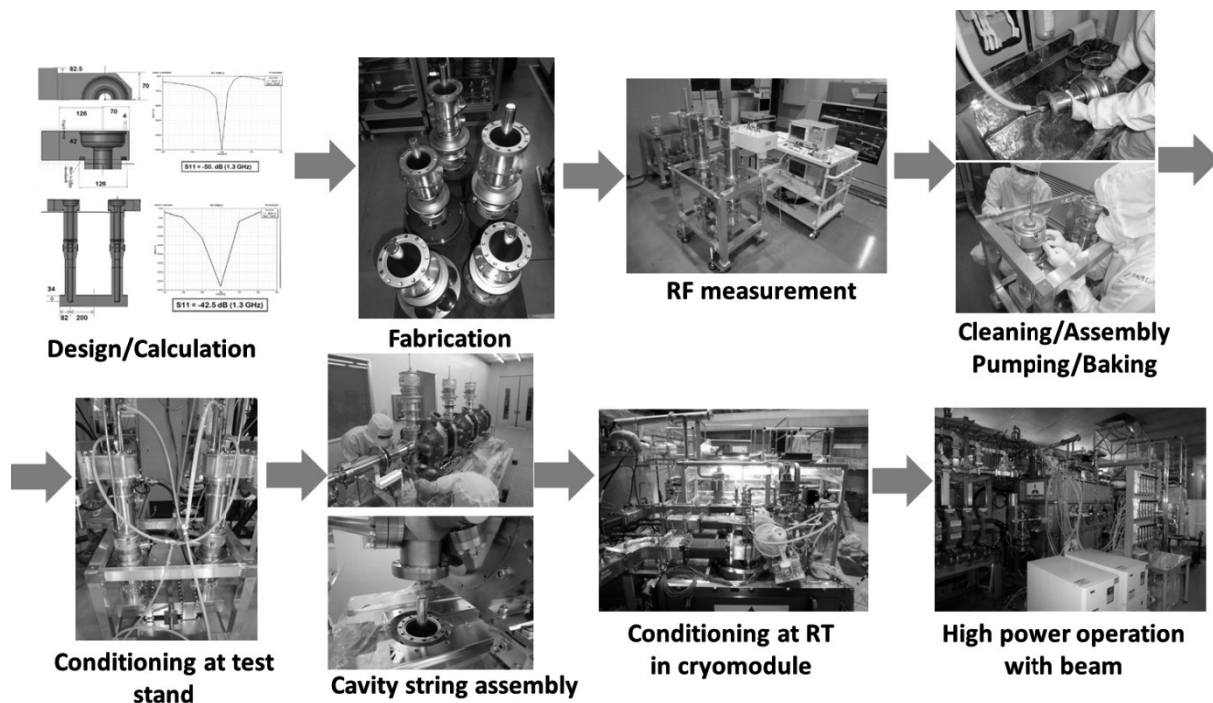


Fig. 3-1, 入力結合器の設計からビーム運転までの全工程 (CW input coupler for cERL injector)

空洞近くの低温部に設置される高周波窓では、冷却時の熱収縮による熱歪応力で、クラックが発生し破損する危険性があるので注意を要する。



Fig. 3-2, 同軸平板型セラミクス (Tristan-type RF window with choke structure for STF) [1]



Fig. 3-3, 円筒型セラミクス (TTF-3 type cylindrical RF window for E-XFEL) [2]

2.1.2. メタライズ、ロー付け、コーティング

セラミクスと金属を接合するためのメタライズは、高度な信頼性が要求される重要な技術である。通常、モリブデンとマンガン (Mo-Mn) を主成分とする混合物ペーストをセラミクスの接合部に塗固め、焼結させてメタライズが行われる。

メタライズされたセラミクスと金属、および、金属部品同士を接合するためのロー付は、真空炉あるいは水素炉を用いて、通常 2 段階で行われる。1 回目のロー付では、銅/金系混合物をロー材料として 1000 °C 付近で行い、2 回目には銅/銀系混合物をロー材料として 800 °C 程度にて行われる。

セラミクス表面は、高い 2 次電子放出係数を持つため、高周波電磁界によるマルチパッキング現象を抑制する目的で、10 nm 程度の厚みの窒化チタンのコーティングが真空側表面に行われる。

窒化チタン薄膜の形成には、窒素ガス雰囲気中でのチタンをスパッタリングする方法と、アンモニア雰囲気中でチタンを窒化チタンに転化して蒸着する方法がある。

2.1.3. 銅メッキ

入力結合器は、室温部と低温の空洞が直接に連結されるため、冷却時の熱収縮による変形応力の緩和と熱侵入の低減は重要な課題である。発生応力の緩和のためにステンレス製ベローが内外導体に挿入され、その内面には高周波損失を低減するために、銅メッキが行われる。高周波損失による動的熱損失を考えると前章の式 (2-142) から電気伝導度の高い、すなわち熱伝導度が高く高純度の銅メッキが適している。一方、外部からの静的な熱侵入を抑制するためには純度が低く、熱伝導率の低い銅をできるだけ薄くメッキすることが好ましい。この相反する条件を両立させるために、入力結合器の低温部の外導体には、0.8 mm 厚のステンレスに 5 μm 程度の極薄銅メッキが用いられた。この時の銅メッキ試料とその断面観察の結果を Fig. 3-4 に示す。銅メッキには、素材との密着性が良く、膨らみ、シミ、斑が無く、均一な厚みが形成されていることが重要である。

銅メッキで使用する溶液の種類 (ピロリン酸銅、シアン化銅、硫酸銅) とメッキ厚みを変えた試料を各種製作し、水素炉での 800 °C のアニール前後での銅メッキの RRR (純度の指標となる、前章の式 (1-1) を参照) を測定した結果を Fig. 3-5 に示す。この結果から、高周波損失による発熱量の増加について、アニール後の著しい銅メッキの純度低下が原因の一つであることが理解された。

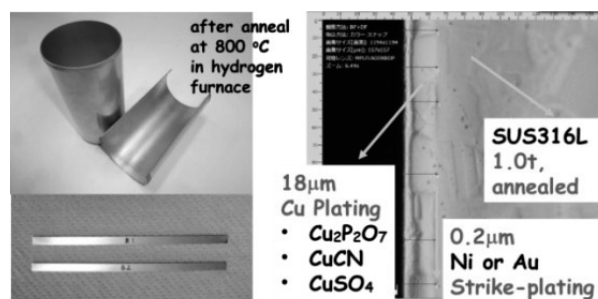


Fig. 3-4, 銅メッキ試料 (左) と断面観察 (右) [3]

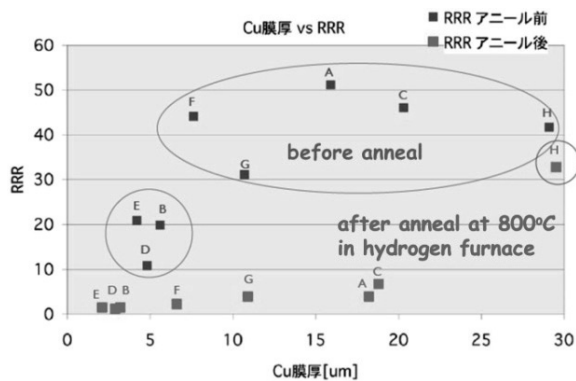


Fig. 3-5, 銅メッキ試料での800°C熱処理（ロー付温度）前後におけるRRRの変化 [3]

2.1.4. クリーニング

超伝導空洞の性能悪化を引き起こすゴミや汚染物質を、組立時に空洞内に持ち込まないようにするために、空洞の真空環境と同程度までに入力結合器の清浄化を行うことは重要な工程である。

製造工程での清浄環境の整備、完成後のクリーンルーム内での超純水による低圧水洗浄、クラス10室内での乾燥、イオンガンを用いた丹念な微細ゴミや微粒子の除去、超伝導空洞への注意深い取付け作業などが重要である。

2.2. 入力結合器の設計技術

入力結合器は、下記のこと注意到して設計を行う必要がある。

- 高周波特性の整合条件
- 高周波損失の評価
- 高周波発熱による温度分布
- 応力・強度計算

2.2.1. 高周波設計

運転周波数での各機器の高周波特性の最適化は、入力結合器の設計における基本的な課題である。高周波窓部はチョーク構造をもち、同軸部と整合がとれるような形状寸法に最適化され、ドアノブ型同軸導波管変換器を用いて、大電力高周波システムに接続する。また、入力結合器の大電力試験を行うためには、真空容器として結合導波管

が必要となる。これらの構成部品全体を一体化した STF-2 入力結合器について、HFSS を用いて計算した結果の一例と製作した各構成機器を Fig. 3-6 に示す。（設計の詳細については、OHO'06 を参照。）

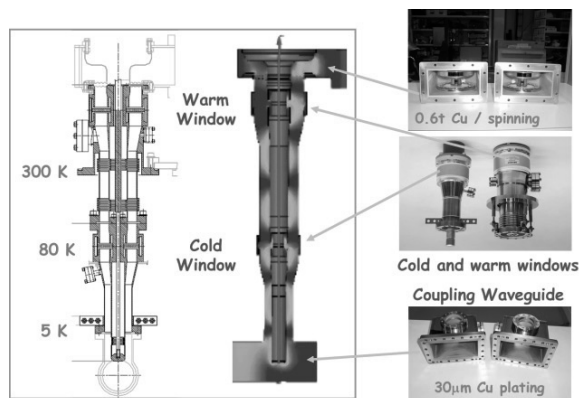


Fig. 3-6, HFSS による高周波設計 (STF-2 input coupler) [1]

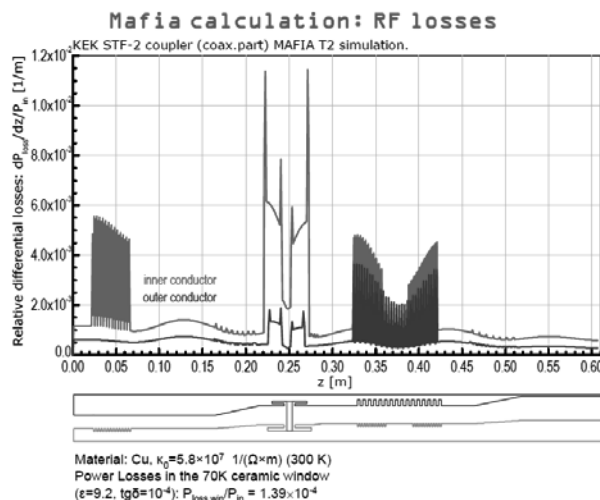


Fig. 3-7, 高周波損失の計算 (STF-2 input coupler) [4]

2.2.2. 高周波損失

STF-2 入力結合器について行った高周波損失のシミュレーションの結果を Fig. 3-7 に示す。ここでは、入力結合器の表面電流分布と銅メッキの電気伝導度、高周波窓のセラミックスの誘電体損などのパラメーターを入力して計算されており、内外

導体のベロー部とチョーク構造部分での高周波損失が大きいことが分かる。入力結合器の製作に用いられているステンレス、銅メッキ、アルミナ、ニオブについて、これら構成材料の電気伝導度と熱伝導度の低温での温度依存性を Fig. 3-8 に示す。

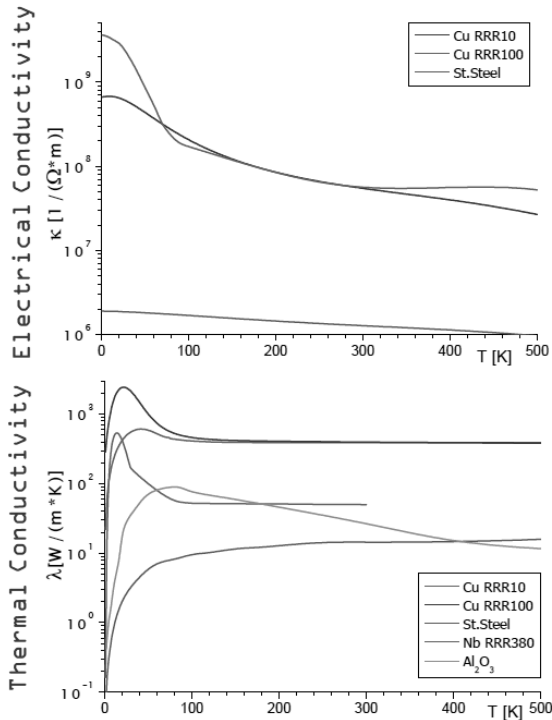


Fig. 3-8, 構成材料について、電気伝導度（上）と熱伝導度（下）の低温での温度依存性 [4]

2.2.3. 高周波発熱による温度分布

上記の高周波損失の計算結果を用いて行った STF-2 入力結合器での平均入射高周波電力 2.5 kW における表面温度分布を Fig. 3-9 に示す。ここでは、高周波損失による発熱量、ステンレス材と銅メッキの厚みと熱伝導率を入力パラメータとして表面温度分布が計算されている。入力結合器の外導体は、サーマルアンカーにより 2 K, 5 K, 80 K, 300 K に温度が固定されているが、内導体の先端部では 300 K 付近にまで温度上昇していることが分かる。

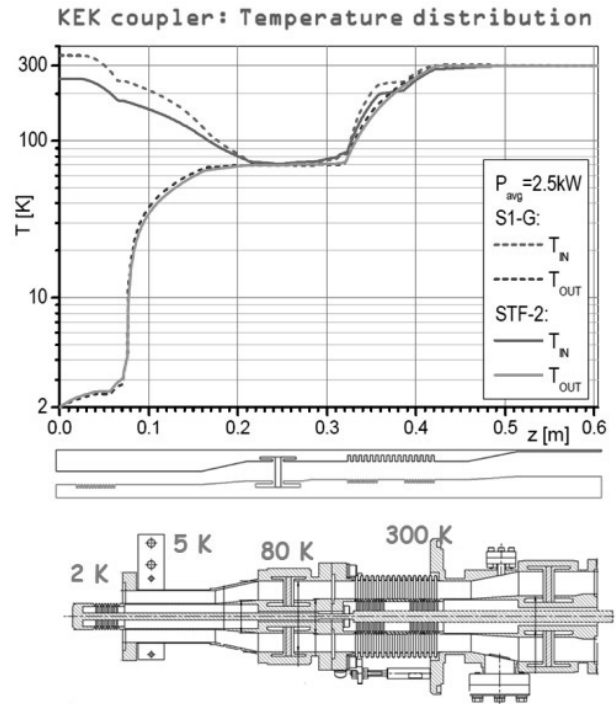


Fig. 3-9, 高周波損失による発熱の計算（STF-2 input coupler） [4]

2.2.4. 発生応力、機械強度

入力結合器の内導体は、高周波窓部セラミックスのメタライズ接合部の機械的強度によって保持されている。IFMIF 入力結合器について ANSYS を用いた機械強度の計算結果の 1 例を Fig. 3-10 に示す。接合部周辺での応力集中が、許容応力以下であることを確認することができる。

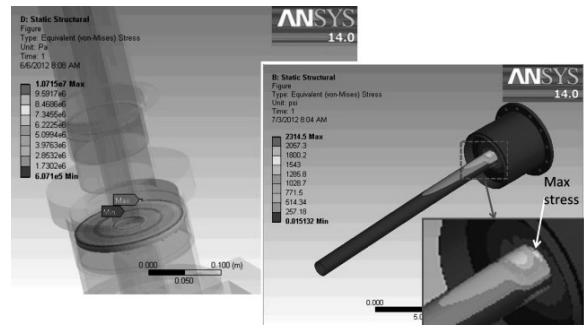


Fig. 3-10, ANSYS による機械強度の計算（IFMIF input coupler） [5]

2.3. 入力結合器の構造

超伝導加速器の運転条件に応じて、適切な入力結合器の構造を選択することが重要である。ここでは、以下の入力結合器の異なる構造について示す。

- 高周波窓の数（1重、あるいは、2重）
- 結合度の可変機構の有無
- 発熱に対する冷却法
- 複数入射での入力結合器

2.3.1. 1重／2重の高周波窓

クリーンルーム内で超伝導空洞への入力結合器の取付けを行うことは必須であり、低温部の高周波窓を用いて2重窓にすることが望ましいが、少しくライオモジュールの構造について工夫をすれば1重窓でも可能となる。1重と2重の高周波窓をもつ入力結合器を Fig. 3-11 に示す。

繰り返しが少なくデューティの小さいパルス運転では冷却の必要性がなく構造が複雑にはならないので、クリーンルーム内での組立が容易であり、窓の破損時での安全性の観点からも2重窓が選択される。一方、CW 運転では、冷却に適した単純な構造が好ましく、1重窓が用いられることが多い。

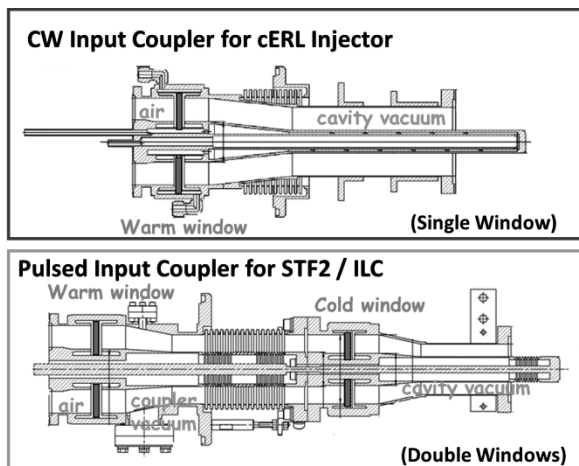


Fig. 3-11, 1重高周波窓（上、cERL input coupler [6]）と2重高周波窓（下、STF-2 input coupler [1]）

2.3.2. 結合度の可変機構

前章の式 (2-161) にて説明したように、ビーム電流を変更する超伝導加速器においては、入力する高周波電力を最小限にして電力効率を上げるために、入力結合器の結合度を可変とする機構を持つことが重要である。結合度の可変機構を有する2種類の入力結合器を Fig. 3-12 に示す。TTF3 入力結合器では、外導体のベローを伸縮することによって、ストロークが±10 mm あり、結合度の可変量として $2 \times 10^6 < Q_L < 1 \times 10^7$ が得られている。一方、STF2 入力結合器では、内導体のアンテナ先端部のベローを伸縮させることにより、ストロークが±3 mm で、結合度の可変量は $2 \times 10^6 < Q_L < 4 \times 10^6$ である。

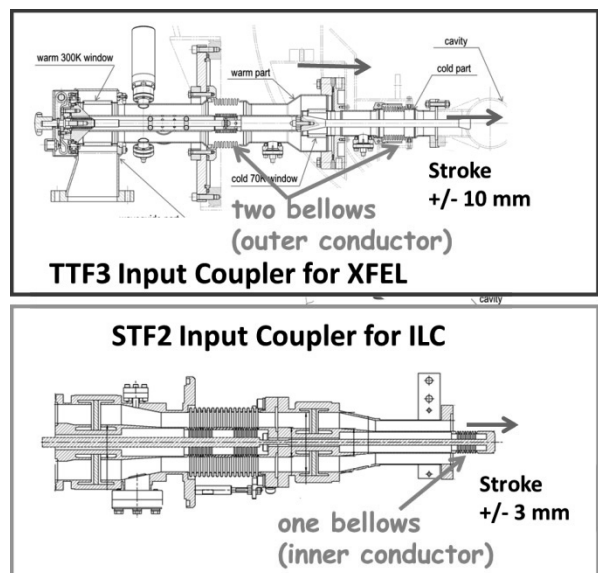


Fig. 3-12, 結合度の可変機構を有する入力結合器 [2] ; (上) TTF3 input coupler、(下) STF2 input coupler [1]

2.3.3. 発熱に対する冷却方法

周波数 1.3 GHz の入力結合器では、一般的に平均入射高周波電力が 3 kW 程度以上に達すると内導体ベロー部での温度上昇が著しくなり、高周波発熱に対する強制冷却が必要になる。空冷、および、水冷による冷却構造をもつ CW 運転用の入力結合器を Fig. 3-13 に示す。現状では、高周波電

力 CW 50 kW 程度までの使用実績ではあるが、CW 100 kW 程度までを仕様とする入力結合器の開発が進行中である。

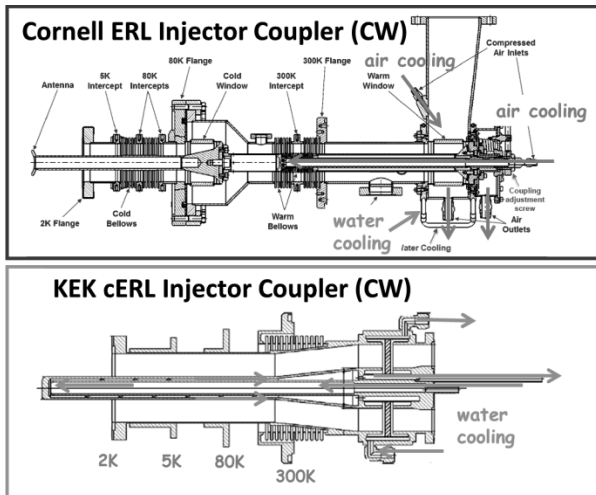


Fig. 3-13, 冷却構造を有する入力結合器 ; (上) 空冷、 Cornell ERL injector coupler [7] (下) 水冷、 KEK cERL injector coupler [6]

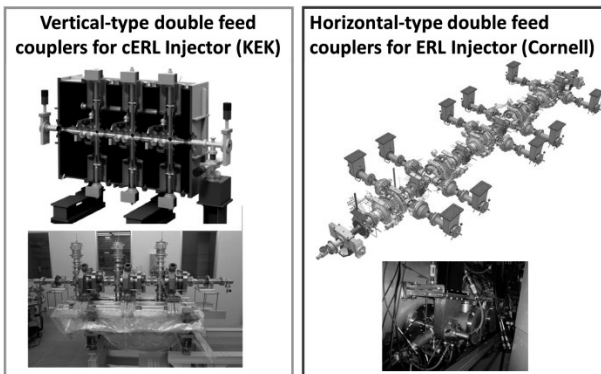


Fig. 3-14, 2 入射方式の入力結合器 ; (左) 垂直入射、 KEK cERL injector coupler [8] (右) 水平入射、 Cornell ERL injector coupler [9]

2.3.4. 2 入射方式の入力結合器

許容される入力結合器の高周波電力を超える入射電力が要求されるビーム電流の大きい超伝導空洞では、ビームパイプ部にアンテナが対向する 2 本の入力結合器を取付ける。この場合、1 本あたりの入射高周波電力は半分となり、さらに、

アンテナ付近での電磁界分布の非対称性から起こるカップラーキックによる影響を、対称性が改善されることから抑制できる利点もある。入力結合器の設置位置により、水平入射と垂直入射方式があり、Fig. 3-14 に示す。

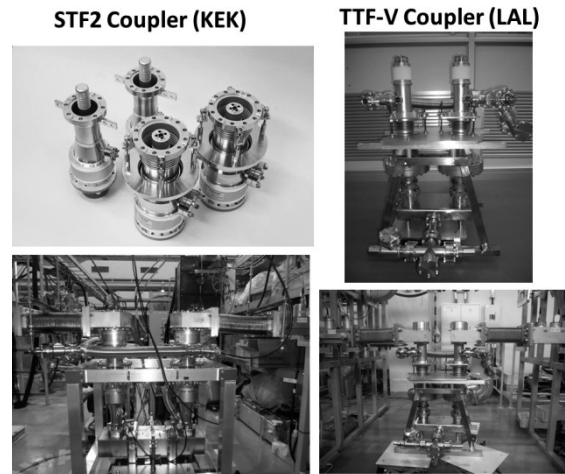


Fig.3-15, Input couplers with two RF windows and no cooling [10, 11]

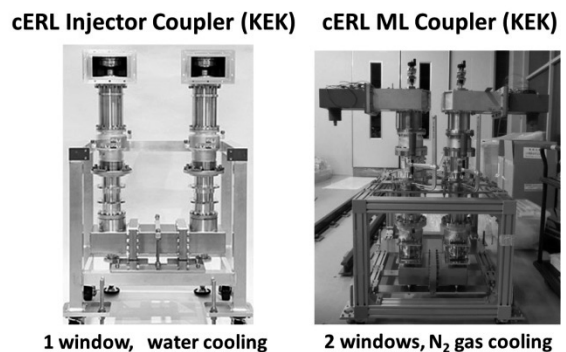


Fig. 3-16, Input couplers with cooling [6, 12]

2.4. 入力結合器の実例

高加速電界用超伝導空洞において大電力パルス運転で用いられる冷却構造を有しない 2 重窓の入力結合器を Fig. 3-15 に示す。CW 運転用超伝導空洞で用いられる水冷、あるいは空冷の冷却構造を有する入力結合器を Fig. 3-16 に示す。陽子加速器用超伝導空洞に用いられる 1 重窓の入力結合器を Fig. 3-17 に示す。低ベーター用超伝導空洞において利用されている比較的運転周波

数の低い入力結合器を Fig. 3-18 に示す。さらに、導波管型入力結合器を用いた超伝導空洞を Fig. 3-19 に示す。

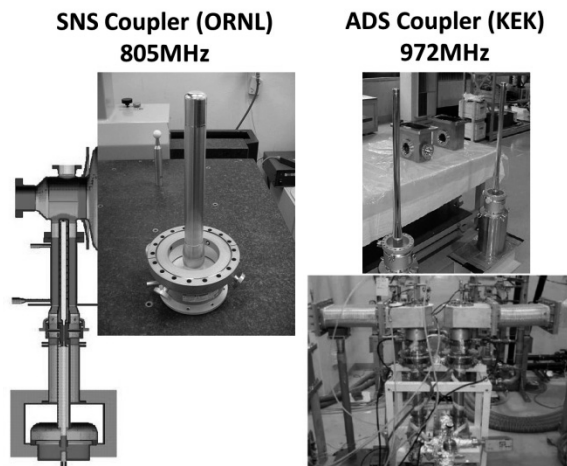


Fig. 3-17, Input couplers with single window [13, 14]

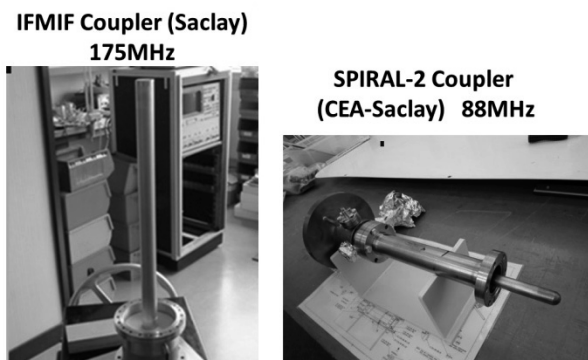


Fig. 3-18, Input couplers for low- β cavities [15, 16]

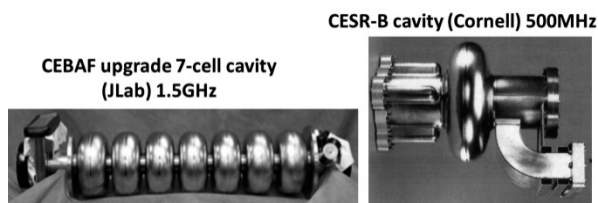


Fig. 3-19, Waveguide input couplers [17, 18]

3. 高調波結合器（HOMカップラー）

ビームが空洞内を通過するとき、高調波モードが誘起される。空洞内に励起された高調波モード

は、空洞内を通過する次のビームに多大な影響を与える。この高調波モードを十分に減衰することができないときには、ビーム不安定性やビーム損失を導く可能性が高くなる。また、高調波モードの増大は、ビームの強度や品質を悪化し、さらに余計な空洞損失により冷凍機負荷を増やす結果となる。ビーム電流が小さい場合には、アンテナ結合型のカップラーで対応できるが、ビーム電流が大きくなると高調波電力も大きくなり、高い周波数成分まで減衰する必要があるためビームパイプに高調波吸収体を取り付けることが適切である。HOM カップラーの種類としては、同軸アンテナ型 HOM カップラー、導波管型 HOM カップラー、HOM 吸収体ダンパーの 3 タイプがあり、現在も研究開発が行われている。

3.1. 同軸アンテナ型HOMカップラー

同軸のニオブ製アンテナをビームパイプに取り付けるのが一般的であり、確立された方法となっている。しかし、100W 程度以上の高調波電力に対応するのは難しく、高い周波数での減衰特性も良好ではない。同軸アンテナ型 HOM カップラーとして要求される一般的な性能としては、

1. すべての危険な高調波モードについての十分な減衰特性をもつこと。
2. 加速モードに対して極力小さな結合度をもつこと。
3. 加速モードのフィルター特性について厳密な調整機構をもつこと。 $(Q_{\text{ext}} > 10^{11})$
4. 過大な熱入力に対して有効な冷却が可能であること。（超伝導状態を維持できること。）
5. ゴミや汚染物質を除去するために洗浄が容易にできる簡略な構造であること。
6. 低コストであることが望ましい。

取出し用ニオブ製アンテナの先端部での発熱により超伝導破壊が起こり、高周波損失が増大する可能性があることから、熱伝導率が高い材料を用いた冷却効率の良い RF フィードスルーを使用することが重要である。

実際の同軸アンテナ型 HOM コップラーについて、Fig. 3-20 に TESLA 9-cell cavity、Fig. 3-21 に TRISTAN 5-cell cavity、Fig. 3-22 に ADS 9-cell cavity、Fig. 3-23 に STF 9-cell cavity、Fig. 3-24 に cERL 2-cell cavity に用いられている各種 HOM コップラーを示す。いずれにおいても、加速モードのフィルター特性が容易に調整できることが重要である。

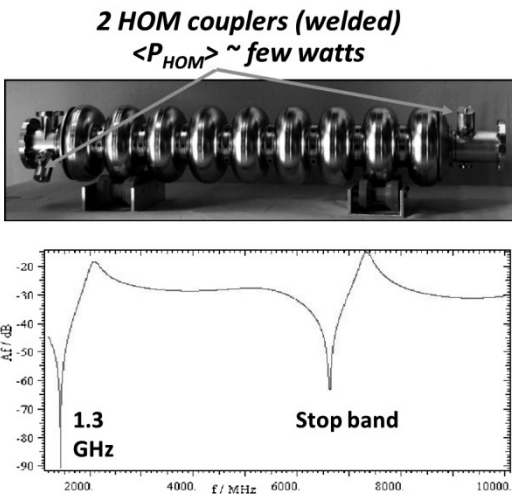


Fig. 3-20, Coaxial HOM couplers for 1.3 GHz TESLA 9-cell cavity (DESY) [19]

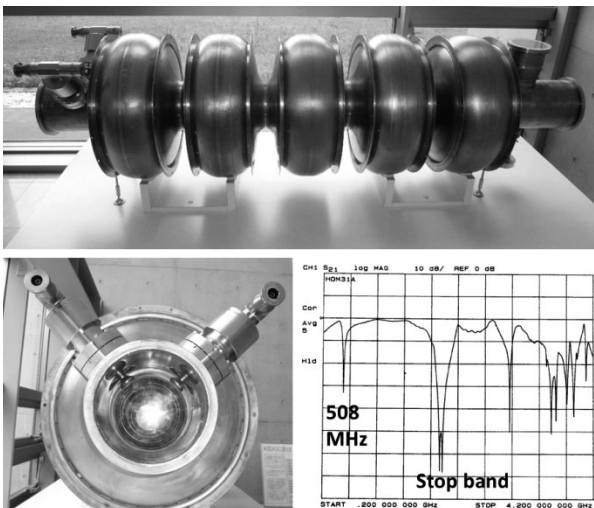


Fig. 3-21, Coaxial HOM couplers for 508 MHz TRISTAN 5-cell cavity (KEK) [20]

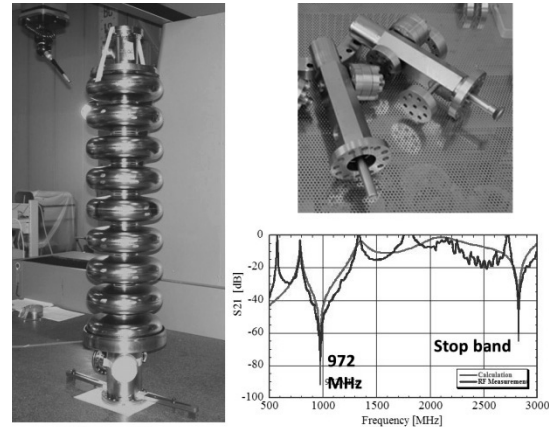


Fig. 3-22, Coaxial HOM couplers for 972 MHz ADS 9-cell cavity (KEK) [21]

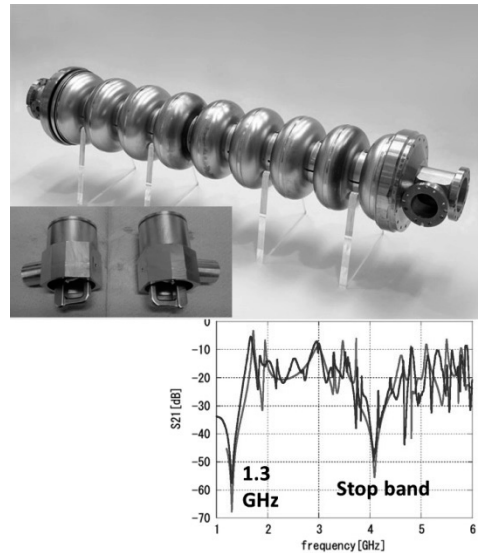


Fig. 3-23, Coaxial HOM couplers for 1.3 GHz STF 9-cell cavity (KEK) [22]

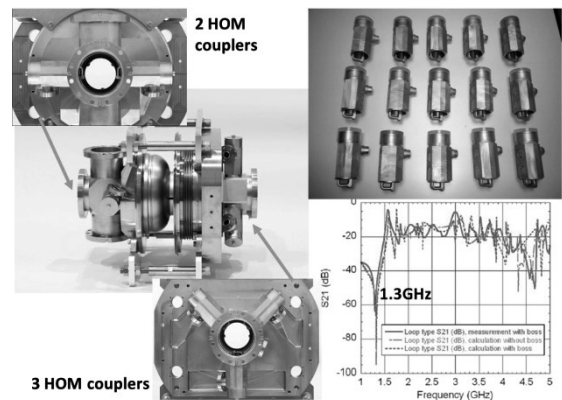


Fig. 3-24, Coaxial HOM couplers for 1.3 GHz cERL 2-cell cavity (KEK) [23]

3.2. 導波管型HOMカップラー

ニオブ製の導波管をビームパイプに取り付けて高調波モードと結合し、導波管の終端に設置したセラミクスなどの吸収体で高調波電力を減衰させる。加速モードの周波数が、導波管の遮断周波数以下になる適当な導波管のサイズを用いることで、高調波モードに対してはハイパスフィルターとなり、複雑な調整機構が不要となる利点がある。しかしながら、導波管フランジの接合部での発熱を抑制するために、ビームパイプから十分に離れた位置でのフランジ接続が必須となる。また、ビームパイプに取り付けた導波管の対面側には、整合条件からマッチングスタブを取り付ける必要がある。

導波管型 HOM カップラーを有する CEBAF 5-cell cavity と導波管の終端に取り付けられる吸収体を Fig. 3-25 に示す。

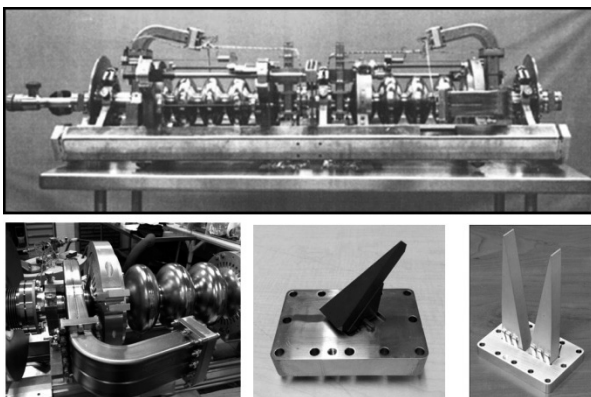


Fig. 3-25, Waveguide HOM couplers for original 1.5 GHz CEBAF 5-cell cavity (JLab) [24]

3.3. HOMダンパー

セラミクスやフェライトの吸収体をビームパイプの内面に貼り付けたもので、高い周波数帯域まで優れた吸収特性を持ち、また大電力にも対応が可能である。HOM ダンパーとして要求される一般的な性能としては、

1. すべての危険な高調波モードについての十分な減衰特性をもつこと。

2. 吸収できる周波数帯域について減衰特性の良好な材料を選択すること。(Ferrite, SiC, AlN, Glassy-carbon, etc.)
3. 冷却のための適切な運転温度を設定できること。
4. 効率的な冷却ができる構造であること。
5. 真空中での低いアウトガス特性をもつこと。
6. ゴミの発生に対して信頼できる洗浄方法を有すること。
7. 低コストであることが望ましい。

実際に開発された HOM ダンパーについて、Fig. 3-26 に CESR-B cavity と KEK-B cavity、Fig. 3-27 に Cornell ERL の Injector cavity と Mian-Linac cavity、Fig. 3-28 に KEK cERL Main-Linac cavity で用いられている各種 HOM ダンパーを示す。

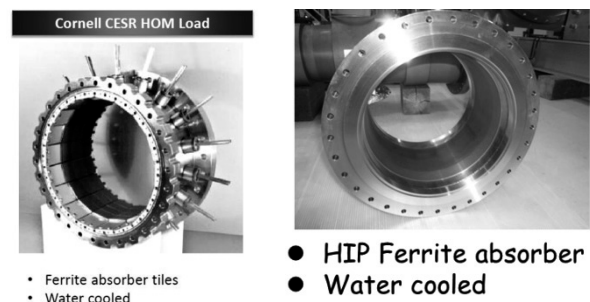
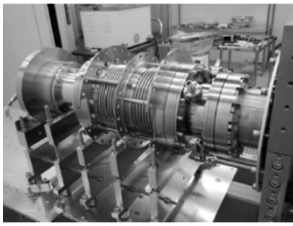


Fig. 3-26, HOM dampers for 500 MHz CESR-B cavity (Cornell [25], left) and 508 MHz KEK-B cavity (KEK [26], right)



Fig. 3-27, HOM dampers for 1.3 GHz ERL Injector cavity (left [27]) and Main-Linac cavity (right [28]) at Cornell



- HIP Ferrite absorber
- Cooled by nitrogen, 80K
- Very slow cool-down speed

Fig. 3-28, HOM dampers for 1.3 GHz cERL main-linac 9-cell cavity at KEK [29]

3.4. RF フィードスルー

超伝導空洞を CW, 15 MV/m で安定に運転するためには、HOM カップラーに取付けるニオブ製アンテナ先端を確実に超伝導状態に保持できるような高い熱伝導率をもつ冷却効率の良い RF フィードスルーの開発が必要である。実際に使用されている RF フィードスルーとして、Fig. 3-29 に JLab と DESY で開発されたもの、Fig. 3-30 に KEK で用いられているものを示す。いずれの RF フィードスルーにおいても、絶縁体としては熱伝導率の高いサファイアが用いられている。

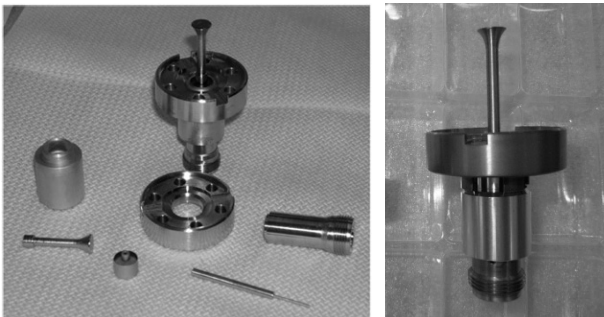


Fig. 3-29, RF feedthroughs for 1.5 GHz CEBAF-Upgrade 7-cell cavity (JLab, left [30]) and 1.3 GHz E-XFEL 9-cell cavity (DESY, right [31])



Fig. 3-30, RF feedthroughs for 1.3 GHz cERL injector 2-cell cavity at KEK [32]

4. 周波数チューナー

超伝導空洞の共振周波数は、励振する高周波源の周波数に一致させなくてはならない。この周波数の調整は、空洞の弾性変形範囲内で空洞全長を伸縮させることで行われる。超伝導空洞の共振周波数の半値バンド幅は、入力結合器の外部 Q 値に依存して決まっており、前章の式 (2-168) で計算したように数十～数千 Hz 程度であり、この周波数範囲内を安定に制御できることが重要である。

ヘリウムジャケット内部の圧力変動、空洞内電磁界応力による空洞形状の変形、外部より励振される機械振動、マイクロフォニクスなどの微細振動などのいくつかの要因が、空洞の共振周波数の安定性に影響を与える。また、運転時に反射電力を低減して、入射高周波電力の効率を最大限に高めるために、 piezo素子を用いた高速でのフィードバックによる精密な制御が必要となる。

周波数チューナーの故障時には、交換できるようにステッピングモーターはクライオモジュールの外部に設置し、piezo素子は容易に交換可能な構造として、アクセス用ポートを用意しておくことが望ましい。

4.1. チューナーのタイプ

通常のチューナー構成としては、ステッピングモーターを用いて機械的に駆動する粗調整用チューナーと piezo素子を用いて電氣的に駆動する精密調整チューナーとを直列に連結した構造をもつ。piezo素子は、室温でのストロークに対して、低温では約 5%程度にまで低下することに注意する必要がある。

KEK の STF にて 2010 年に実施されたクライオモジュール試験 (S1-Global) で、Fig. 3-31 に示す INFN で開発された Blade Tuner、Fig. 3-32 に示す Saclay で開発されたレバーアーム型チューナー、Fig. 3-33 に示す KEK で開発された Slide-Jack Tuner の 3 種類のチューナーについて、比較実験が行われた。その結果として、安定な運転条件を達成するために、どのチューナーシ

システムも十分な機能を有していることが確認された。



Fig. 3-31, Blade Tuner [33]

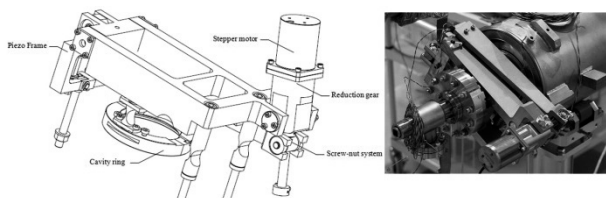


Fig. 3-32, Saclay Tuner [34]

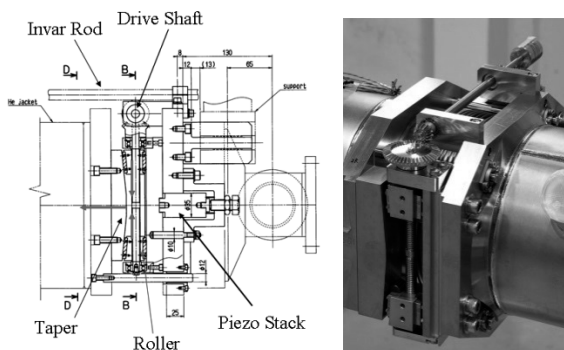


Fig. 3-33, Slide-Jack Tuner [35]

4.2. チューナーの機能

冷却時の超伝導空洞に、ある程度の引っ張り力を加えた状態で運転するために、オフセット用の周波数調整をステッピングモーターで駆動する。さらに、パルス運転時のローレンツ力による周波数変化の補正用にパルス毎の微調整を行うために Piezo 素子が用いられる。前節にて紹介した 3 種類のチューナーシステムについて、その性能を

比較した表を Table 3-1 に示し、Piezo 素子を比較した表を Table 3-2 に示す。KEK で開発された Slide-Jack Tuner では、ローレンツ力による空洞変形を抑制する目的で、チューナー自身の剛性を強くする改善が行われている。また、印加電圧の立ち上がり時間を短縮するために、低容量で高電圧タイプの Piezo 素子を用いている特徴がある。

Table 3-1, チューナーの性能比較

	Blade Tuner	DESY/Saclay Tuner	Slide-Jack Tuner
Type	Coaxial	Lateral – PU side	Coaxial / lateral coupler side
Design tuner stiffness	30 kN/mm	40 kN/mm	290 kN/mm
Drive unit	Inside vessel, Stepper motor + HD	Inside vessel, Stepper motor + HD	Outside vessel, both manual or stepper motor actuation
Nominal range	600 kHz	500 kHz	900 kHz
Nominal sensitivity	1.5 Hz/step	1 Hz/step	3 Hz/step

Table 3-2, Piezo 素子の比較

	Blade Tuner	DESY/Saclay Tuner	Slide-Jack Tuner
Piezo	2, thin-layer (0.1 mm) Dim. 10x10x40 mm	2, thin-layer (0.1 mm) Dim. 10x10x40 mm	1, thick-layer (2 mm) Dim. ϕ 35x78 mm
Voltage	200 V	200 V	Max. 1000 V, operated at 500 V
Nominal piezo stroke at RT	55 μ m	55 μ m	40 μ m
Nominal piezo capacitance at RT	8 μ F	8 μ F	0.9 μ F

4.3. チューナーの動作特性

Slide-Jack Tuner を用いた 4 空洞について、その周波数変化の動作特性を Fig. 3-34 に示す。運転温度 2 K でチューナーフリー状態での共振周波数は、1299.4 ~ 1299.7 MHz の範囲内に全ての空洞は調整されており、300 ~ 600 kHz の引っ張り力を加えることで、運転周波数の 1300.00 MHz に調整される。チューナーの伸縮力の繰り返しに対して、周波数変化のヒステリシスが小さいこと

が分かる。ここで、空洞全長に対する周波数変化は、約 300 kHz /mm である。ピエゾチューナーのストローク・ヒステリシス特性を Fig. 3-35 に示す。使用するピエゾ素子の相違によって、印加電圧に対する周波数変化の感度が異なっている。また、伸縮時でヒステリシスを持っていることが観測されるが、実際の運転では、機能上問題にはならない。

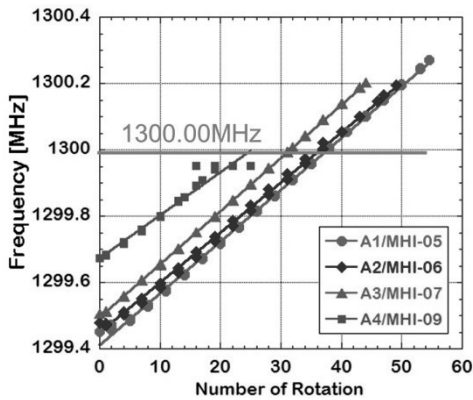


Fig. 3-34, 周波数チューナーの動作特性 [36]

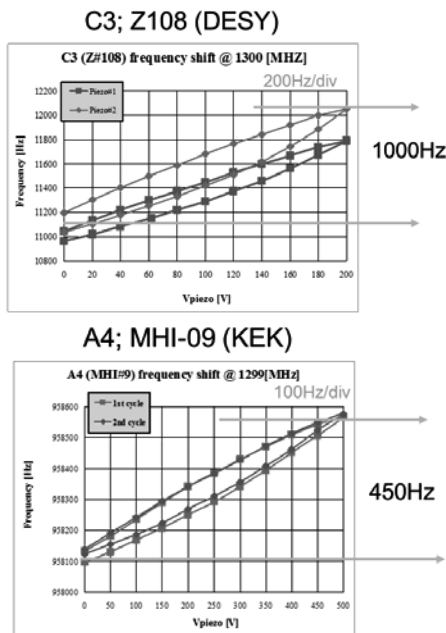


Fig. 3-35, ピエゾチューナーの動作特性 [36] : (上) 低電圧・高容量型ピエゾ素子 (DESY) (下) 高電圧・低容量型ピエゾ素子 (KEK)

4.4. チューナーの運転状況

超伝導空洞の高加速電界でのパルス運転では、空洞内表面の電磁界応力によって空洞変形が引き起こされ、その結果として共振周波数のずれ(ローレンツ離調)が RF パルス毎に発生する。このローレンツ離調を補正するために、パルス印加電圧により高速駆動するピエゾチューナーが用いられる。効率よくローレンツ離調を補正するためには、ピエゾに印加するパルス電圧を最適化する必要があり、パルスのタイミング、パルスの周波数、パルスの振幅、パルスの波形などが重要なパラメーターとなる。

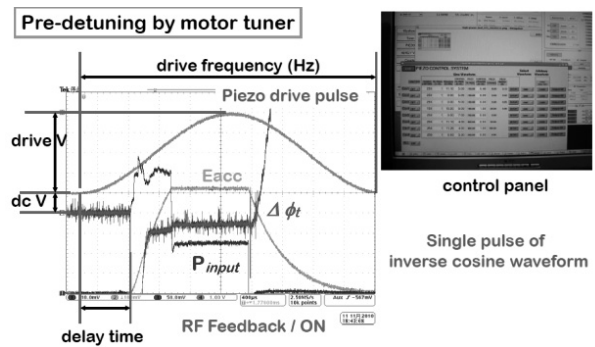


Fig. 3-36, ピエゾチューナーによるローレンツ離調の補正実験において最適化されたパルス波形 [37]

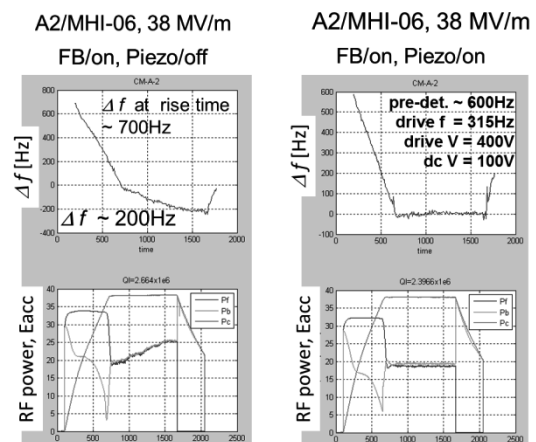


Fig. 3-37, ピエゾチューナーによるローレンツ離調の補正実験の結果 (左: ピエゾ電圧/OFF、右: ピエゾ電圧/ON) [38]

STF 9-cell cavity において Slide-Jack Tuner を用いて行われたローレンツ離調の補正実験での最適化されたピエゾ電圧のパルス波形を Fig. 3-36 に示す。加速電界 38 MV/m で運転されている実際の空洞で行われたローレンツ離調の補正実験の成功例を Fig. 3-37 に示す。RF パルスの平坦部で 200 Hz の周波数のずれ (左) が、ピエゾチューナーの駆動により ± 5 Hz 以下 (右) に補正されていることが分かる。

5. まとめ

入力結合器、高調波結合器、周波数チューナーは、安定なビーム加速運転を行うために、超伝導高周波空洞システムにおいて本質的に重要な周辺機器であり、その設計・製造・運転において様々な要素技術を含んでいる。

参考文献

- [1] E. Kako et al., “High Power Input Couplers for the STF Baseline Cavity System at KEK”, Proceedings of 13th Workshop on RF Superconductivity, Peking University, Beijing, China (2007) TUP60
- [2] W.D. Moeller et al., “High Power Coupler for the TESLA Test Facility”, Proceedings of 9th Workshop on RF Superconductivity, LANL, Santa Fe, NM, USA (1999) THA010
- [3] 梅澤裕明、他、「超伝導空洞用インプットカップラーで仕様される極薄肉銅メッキについての RRR および厚み測定」, 第 10 回日本加速器学会年会予稿集, 名古屋市 (2013) 569 - 572
- [4] D. Kostin, Private Communication
- [5] H. Jenhani, Private Communication
- [6] E. Kako et al., “High Power Tests of CW Input Couplers for cERL Injector Cryomodule”, IPAC2012, New Orleans, Louisiana, USA (2012) 2230 - 2232
- [7] V. Veshcherevich, et al., “Design of High Power Input Coupler for Cornell ERL Injector Cavities”, Proceedings of 12th Workshop on RF Superconductivity, Cornell University, Ithaca NW, USA (2005) 590 - 592
- [8] E. Kako et al., “Construction of Injector Cryomodule for cERL at KEK”, IPAC2012, New Orleans, Louisiana, USA (2012) 2239 - 2241
- [9] M. Liepe, et al., “The Cornell High-Current ERL Injector Cryomodule”, Proceedings of 14th Workshop on RF Superconductivity, Berlin, Germany (2009) 27 - 33
- [10] E. Kako, et al., “Advances and Performance of Input Couplers at KEK”, Proceedings of 14th Workshop on RF Superconductivity, Berlin, Germany (2009) 485 - 490
- [11] H. Jenhani et al., “Studies on Input Couplers for Superconducting Cavities”, LINAC08, Victoria, BC, Canada (2008) 972-974
- [12] H. Sakai et al., “High Power tests of KEK-ERL Input Coupler for Main Linac under Liquid Nitrogen Condition”, Proceedings of 15th Workshop on RF Superconductivity, Chicago, IL, USA (2011) 27 - 33
- [13] M. Stirbet et al., “High Power RF Test on Fundamental Power Couplers for the SNS Project”, EPAC2002, Paris, France (2002) 2283-2285
- [14] E. Kako, “Input Couplers for 972 MHz Superconducting Cavities in the High Intensity Proton Linac”, Proceedings of 11th Workshop on RF Superconductivity, Luebeck/Travemuende, Germany (2003) 685 - 689
- [15] H. Jenhani et al., “Input Power Coupler for the IFMIF SRF Linac”, IPAC2012, New Orleans, Louisiana, USA (2012) 2200 - 2202
- [16] Y. Gomez Martinez, et al., “Last SPIRAL2 Couplers Preparation and RF Conditioning”, Proceedings of 16th Workshop on RF Superconductivity, Paris, France (2013) 1036
- [17] M. A. Drury, et al., “CEBAF Upgrade : Cryomodule Performance and Lessons Learned” Proceedings of 16th Workshop on RF Superconductivity, Paris, France (2013) 836
- [18] S. Belomestnykh, et al., “Commissioning of the Superconducting RF Cavities for the CESR Luminosity Upgrade”, PAC1999, New York, NY, USA (1999) 980-982
- [19] J. Sekutowicz, “Higher Order Mode Coupler for TESLA”, Proceedings of 6th Workshop on RF Superconductivity, Newport News, VA, USA (1993) 426 - 439
- [20] S. Noguchi et al., “Couplers – Experience at KEK”, Proceedings of 4th Workshop on RF Superconductivity, Tsukuba, Japan (1989) 397 - 412

- [21] S. Noguchi et al., "Prototype Cryomodule for the ADS Linac", Proceedings of 11th Workshop on RF Superconductivity, Luebeck/Travemuende, Germany (2003) 111 - 114
- [22] K. Watanabe, et al., "New HOM Coupler Design for ILC Superconducting Cavity", Nuclear Instruments and Methods in Physics Research A 595 (2008) 299-311
- [23] K. Watanabe, et al., "Development of the Superconducting RF 2-cell Cavity for cERL Injector at KEK", Nuclear Instruments and Method in Physics Research A 714 (2013) 67-82
- [24] I. E. Campisi, et al., "Artificial Dielectric Ceramics for CEBAF's Higher-Order-Mode Loads", Proceedings of 6th Workshop on RF Superconductivity, Newport News, VA, USA (1993) 587 - 595
- [25] E. Chojnacki, et al., "Beam line RF Load Development at Cornell", PAC1999 New York, NY, USA (1999) 845 - 847
- [26] T. Tajima et al., "Recent Development of HOM Absorbers of KEKB Superconducting Cavities ", Proceedings of 8th Workshop on RF Superconductivity, Abano Terme, Padova Italy (1997) 709 - 724
- [27] V. Shemekin, et al., "Status of HOM Load for the Cornell ERL Injector", EPAC2006, Edinburgh, Scotland (2006) 478 - 480
- [28] R.G. Eichhorn, et al., "Cornell's Beam Line Higher Order Mode Absorbers", Proceedings of 16th Workshop on RF Superconductivity, Paris, France (2013) 1027
- [29] M. Sawamura et al., "Cooling Properties of HOM Absorber Model for cERL in Japan", Proceedings of 15th Workshop on RF Superconductivity, Chicago, IL, USA (2011) 350
- [30] W. D. Moeller, Private Communication
- [31] J. Sekutowicz, Private Communication
- [32] E. Kako, Private Communication
- [33] C. Pagani, et al., "Piezo-assisted blade tuner: Cold test results", Proceedings of 13th Workshop on RF Superconductivity, Beijing, China (2007) 318
- [34] M. Liepe, et al., "Dynamic Lorentz force compensation with a fast Piezoelectric tuner", Proceedings of 10th Workshop on RF Superconductivity, Tsukuba, Japan (2001) 243
- [35] S. Noguchi, "New Tuners for ILC Cavity Application", Proceedings of 13th Workshop on RF Superconductivity, Beijing, China (2007) WE303
- [36] E. Kako, et al., "S1-Global Module Tests at STF/KEK", Proceedings of IPAC2011, San Sebastian, Spain (2011) 38-40
- [37] R. Paparella et al., "Tuner Performance in the S-1 Global Cryomodule", Proceedings of IPAC2011, San Sebastian, Spain (2011) 286-288
- [38] S. Michizono et al., "Performance of the LLRF System at S1-Global in KEK", Proceedings of IPAC2011, San Sebastian, Spain (2011) 451-453