

1. 序

この講義は、電子ライナックの基礎的な事項をまとめたものである。しかしライナックはこまごまとしたところを含めると分野が多岐に渡りすぎとても全体について述べることは出来ない。電子ライナック自体その用途は広くそれぞれ目的に応じてその構成は変わるがごく一般的な、基本構成を図1-1に示す。

主要構成は下記のようになる。

電子銃：加速される電子の供給源

加速管：加速するための導波管

クライストロン：加速管に大電力マイクロ波を供給するための電子管

パルサー：電子銃及びクライストロンに高電圧を印加するパルス発生器

パルストランスタンク：パルサーで発生した電圧を所定の電圧迄昇圧するパルストランス

集束系：電子ビームを集束するレンズ系

ビームモニタ：加速の状態及び加速されたビームの診断

マイクロ波モニタ：加速管入口(クライストロン出口)や加速管出口に於けるマイクロ波のモニタ

パルス高電圧のモニタ：クライストロンや電子銃に印加されている高電圧のモニタ

RF窓：マイクロ波を透過させる真空の遮断窓

真空系：加速器を高真空に保つ真空引系

ビーム窓：必要に応じてビームを大気中に取り出すフォイルによるビーム窓

コントローラ：加速器全体のコントロール

この外にも数え上げると相当数にのぼる。その一つ一

つに多くの努力が払われてきている。たとえば、RF窓一つをとっても、窓の材料であるアルミナの物性が問題になる。アルミナからの二次電子放出、二次電子がマイクロ波によってまた別の面を叩いて二次電子を増倍させるマルチパクタリング、それによる窓の破損といった様なことも生ずる。この問題などは表面物性の詳細な研究に依って解決されるなど一つ一つ突き詰めて行くとかなり基本的な問題に立ち帰る必要のあることが多い。既に確立したと思われる技術でも少しパワーを上げたり条件を変えると途端に問題の出ることも経験するところである。つまり各コンポーネントひとつひとつに奥の深いものがあることを認識しながらそれらが正常に動作することを仮定した場合の各コンポーネントの基本動作について述べる。

1-2 用語の解説

ライナックの話をしていくつかの気になる言葉が出て来ると思うのでここに簡単に説明を行う。

(1)、加速エネルギー：粒子の持つ運動エネルギーを電子ボルト(eV)を単位としている。ここに静止エネルギーを含まない。

(2)、加速電流：ビーム電流についてはいくつかの言い方がある。マイクロ波で加速されたビームは図1-2に示すように微細構造を有している。この微細パルスをバンチという。電流には3通りの言い方がある。

1)時間的に平均化した平均電流

2)パルス幅内で平均化した電流

3)バンチの尖頭電流

これらはその用途によって使い分けられる。

1例をあげる。パルス内の平均電流200mA、バンチ幅5ps、パルス繰り返し100pps(pulse per second)、パルス幅5 μ s、マイクロ波周波数2856MHz(T=350ps)、の時

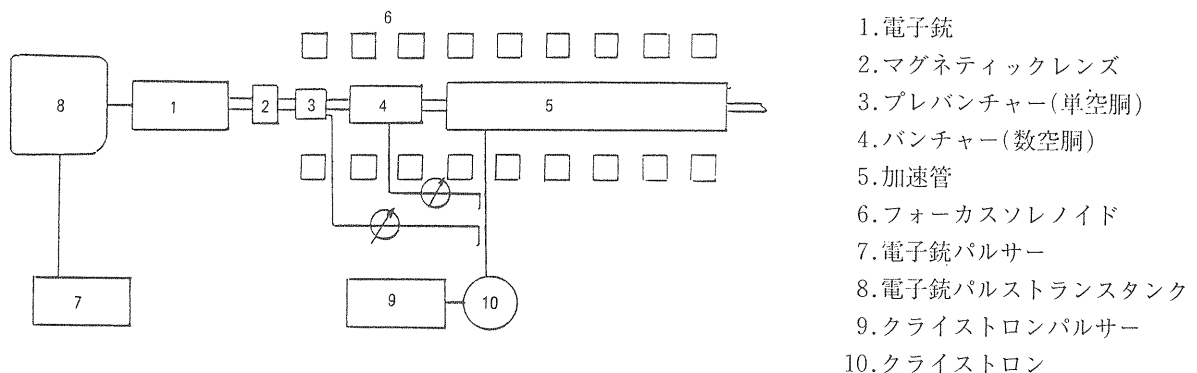


図1-1 一般的加速器の構成

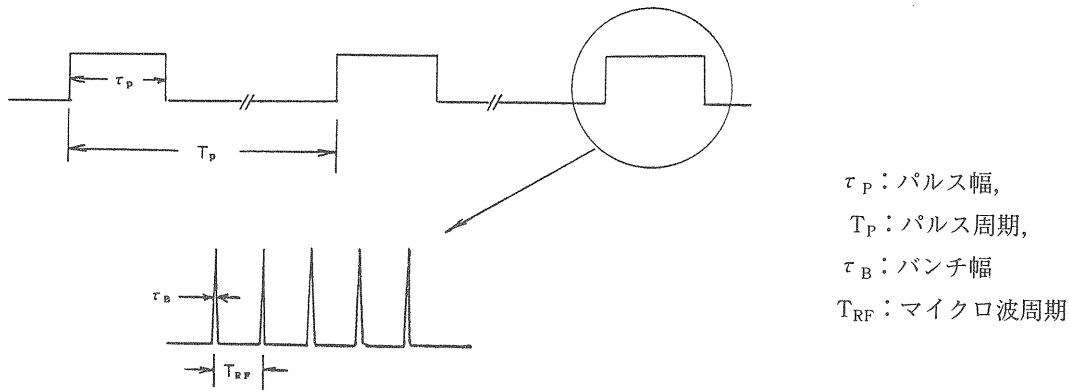


図1-2 ビームの構造

バンチの尖頭電流

$$0.2 \times \frac{350}{5} = 14 \text{ A}$$

平均電流

$$0.2 \times 5 \times 10^{-6} \times 100 = 100 \times 10^{-6} \text{ A}$$

の様を求めることが出来る。つまり1つの状態を3通りの電流で表現する。これらはその用途別に使い分けられるので混同されることはないが記述に際しては明記するほうがよい。

(3), CWライナック

パルス化していないCW(continuous wave)で加速するライナック

(4), 衝撃係数(duty factor)

$$d = \text{パルス幅} \times \text{繰り返し}$$

例えば(2)の例ではビームのduty factorは

$$d = 5 \times 10^{-6} \times 100 = 5/10000$$

となる。

CWライナックはd=1である。

1-3 電磁界の基本

(1), 電界強度

電界強度は電界中に置かれた単位正電荷に働く力で定義する。単位はボルト/メートルである。点電荷qからr離れた場所に於ける電界強度は

$$E = \frac{q}{4\pi\epsilon r^2} r \text{ (V/m)} \quad 1-(1)$$

rはr方向の単位ベクトル。

(2), 電位

静電界に於ける空間の1点の電位は単位正電荷を零電位の点から問題にしている点迄電界に抗して移動する間になされる仕事と定義する。電界に打ち勝つ力は $F = -E$ なので電位差は

$$V_b - V_a = -\int_a^b E \cdot dl \quad 1-(2)$$

で与えられる。

メモ 電位差1ボルトのところを電界に抗して1クーロンの電荷量を運ぶのになす仕事は1ジュールである。従ってボルトの単位はジュール/クーロンである。加速器では電子1個についての仕事を基本とすることが多く1ボルトの電位差のところを電子1個が加速された場合に得るエネルギーを1電子ボルト(eV)として使う。電子1個の電荷量は 1.6×10^{-19} クーロンであるので1eVは 1.6×10^{-19} ジュールとなる。

(3), ガウスの法則

電束密度をDとし、ある閉曲面を通して外に出るDの総量はその面内に含まれる電荷に等しい。

$$\oint D \cdot dS = q \quad 1-(3)$$

(4), アンペールの法則

ある閉じた回路の回りの磁界強度の線積分がこの回路と鎖交する電流に等しい。

$$\oint H \cdot dl = I \quad 1-(4)$$

(5), ファラデーの法則

閉回路中に誘起する起電力は、この回路と鎖交する磁束の時間変化に等しい。電界強度を積分する回路は導体中でも誘電体中でも自由空間でもよい。

$$\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = \frac{d\phi}{dt} \quad 1-(5)$$

さてここでこの法則を用いてライナックやインダクションライナックの基本となっている概念について説明する。図1-3に加速管の断面を示す。AからBに電子が移動する間にV電子ボルトのエネルギーを得たとする。これをこの法則に当てはめて考えると、AからスタートしてBにいきBで直角に曲がってCに行き、同様にD,Aと1循する積分経路を採る。完全導体中の電界強度は零であることと電界に垂直と考えられるBから導体の端迄及びその逆のAにいたる積分は零としてよいので $\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = \mathbf{E} \cdot \mathbf{AB}$ がこの線分中の磁界の時間変化率に等しい。一方AとBを外部の点Pから見ることにする。先に述べた電位の定義より、点Pから見た各々の電位は次式で表すことが出来る。

$$\text{Aの電位} \quad -\int_P^A \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = 0$$

$$\text{Bの電位} \quad -\int_P^B \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = 0$$

この様に加速管中の荷電粒子から見ると電界を感じAとB間に電位差があるにも拘らず他の一点Pから見たときにA,B両者の間に電位差が生じないということが判る。これは積分範囲に時間的に変化する磁場が存在するか否かによっており交番電磁界を用いる全ての加速器に共通している。静電加速器の場合には加速管の各電極はその中央を通る粒子からみてもまた大地からみても同様の電位を持っている。つまり単位正電荷のある電極まで運ぶのに要する仕事はその経路によらない。このため常に高電圧化に対して対大地との間の絶縁を考慮する必要が生じずと加速電圧の限界が存在する。一方交番電磁界においては変化する磁場の積分経路に対しての耐電圧を考慮すれば良いことになる。従ってライナックではどの様に高いエネルギーに加速

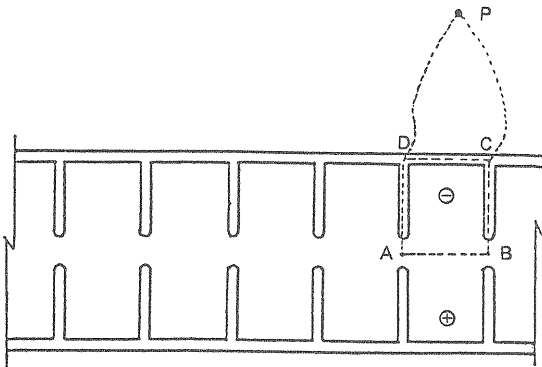


図1-3 加速器の断面図

する場合にも原理的にAとBの間の耐圧を考慮するだけでよいことになる。

1-4 マクスウエルの方程式

ここで今までのまとめとしてマクスウエルの方程式と呼ばれる4つの式についてまとめておく。これは上記のファラデーの法則、アンペールの法則、ガウスの法則そのものである。

$$\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = -\frac{\partial \phi}{\partial t} \quad \text{ファラデーの法則} \quad 1-(6)$$

$$\oint \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = I \quad \text{アンペールの法則} \quad 1-(7)$$

$$\oint \mathbf{D} \cdot d\mathbf{S} = q \quad \text{ガウスの法則} \quad 1-(8)$$

$$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} = 0 \quad \text{ガウスの法則} \quad 1-(9)$$

ここで導き方は示さないが上記の式が積分形式で表されているのに対して微分形式のマクスウエルの方程式を次ぎに示す。

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad \text{ファラデーの法則} \quad 1-(10)$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J}_c + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \quad \text{アンペールの法則} \quad 1-(11)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = q_r \quad \text{ガウスの法則} \quad 1-(12)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad \text{ガウスの法則} \quad 1-(13)$$

上記の式で積分形式も積分形式も勿論同じ事をいっている。共に非常に重要である。

ここで $\nabla \times \mathbf{A}$ と $\nabla^2 V$ について円筒座標系での形をよく使うのでここにまとめておく。

$$\nabla \times \mathbf{A} = \begin{vmatrix} \frac{1}{r} \mathbf{r} & \phi & \frac{1}{r} \mathbf{Z} \\ \frac{\partial}{\partial r} & \frac{\partial}{\partial \phi} & \frac{\partial}{\partial Z} \\ A_r & rA_\phi & AZ \end{vmatrix} \quad 1-(14)$$

$$\nabla^2 V = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial V}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 V}{\partial \phi^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial Z^2} \quad 1-(15)$$

1-5 電力の流れとポインティングベクトル

電磁界中に蓄積されているエネルギー密度は

$$W = \frac{1}{2} (\epsilon E^2 + \mu H^2) \quad 1-(16)$$

で与えられる。

$$\frac{1}{2} \epsilon E^2 \quad 1-(17)$$

は電界中のエネルギーを

$$\frac{1}{2} \mu H^2 \quad 1-(18)$$

は磁界中のエネルギーを表す。

$$\mathbf{P} = \mathbf{E} \times \mathbf{H} \quad 1-(19)$$

をポインティングベクトルと定義し単位面積当りの電力密度の流れをあらわす。

1-6 運動方程式

ライナック、特に電子ライナックでは少し加速しただけで電子は相対論的な速度になる。従って電子ライナックではほとんどの場合相対論的な運動方程式を扱わなければならない。高速度で運動する電子の質量がその速度に応じて

$$\frac{m_0}{\sqrt{1-(v/c)^2}} \quad 1-(20)$$

m_0 : 静止質量 c : 光速

であらわれ重くなる。以下加速器で良く用いる運動方程式について述べる。

粒子の速度と光速の比を β であらわす。

$$\beta = v/c \quad 1-(21)$$

全エネルギーと静止エネルギーの比を γ であらわす。加速電圧を V として

$$\gamma = 1/\sqrt{1-\beta^2} = \frac{e \cdot V}{m_0 c^2} + 1 \quad 1-(22)$$

電子の全エネルギー

$$E = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1-\beta^2}} = m_0 c^2 \gamma \quad 1-(23)$$

電子の運動量

$$\mathbf{P} = \frac{m_0 \mathbf{v}}{\sqrt{1-\beta^2}}$$

Z方向にのみ運動している場合

$$\mathbf{P} = \frac{m_0 \mathbf{v}}{\sqrt{1-\beta^2}} = \frac{m_0 c \cdot \beta}{\sqrt{1-\beta^2}} = m_0 \gamma c \beta \quad 1-(24)$$

エネルギー30MeVのライナックといえば電子の運動エネルギーについていっていることは前に述べた。つまり

$$T = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1-\beta^2}} - m_0 c^2 = m_0 c^2 (\gamma - 1) \quad 1-(25)$$

が30MeVである。またこの電子の速度を求めると

$$\gamma = \frac{T}{m_0 c^2} + 1, \quad \gamma^2 = \frac{1}{1-(v/c)^2}$$

よりもとまり光速の99.986%となる。

運動方程式は

$$\frac{d\mathbf{P}}{dt} = -e(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}) \quad 1-(26)$$

で与えられる。

1-7 波動方程式

前述のマクスウエルの微分形式の表示とベクトル解析の式を用いると電界強度のみの式と磁界強度のみの式の2つの独立の式が得られる。これを波動方程式という。マクスウエルの方程式1-(10)式と1-(11)式を再び記載すると

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J}_c + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}$$

この式の回転をとって

$$\begin{aligned} \nabla \times (\nabla \times \mathbf{E}) &= -\mu \cdot \nabla \times \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} = -\mu \frac{\partial}{\partial t} (\nabla \times \mathbf{H}) \\ &= -\mu \frac{\partial}{\partial t} \left(\mathbf{J}_c + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \right) \\ &= -\mu \left(\sigma \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} + \epsilon \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} \right) \end{aligned}$$

一方

$$\nabla \times (\nabla \times \mathbf{E}) = -\nabla^2 \mathbf{E} + \nabla(\nabla \cdot \mathbf{E})$$

であるから

$$-\nabla^2 \mathbf{E} + \nabla(\nabla \cdot \mathbf{E}) = -\mu \left(\sigma \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} + \epsilon \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} \right) \quad 1-(27)$$

となる。

磁界についても

$$-\nabla^2 \mathbf{H} + \nabla(\nabla \cdot \mathbf{H}) = -\mu \left(\sigma \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} + \epsilon \frac{\partial^2 \mathbf{H}}{\partial t^2} \right) \quad 1-(28)$$

完全導体で境界が作られているとしかつ電磁界を解こ

うとしている空間が $\sigma = 0$, でありかつ空間電荷密度が零とすると, $\nabla \cdot \mathbf{E}$ および $\sigma \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}$ が零となり

$$\nabla^2 \mathbf{E} = \mu \epsilon \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} \quad 1-(27)'$$

となる。磁界についても全く同様に

$$\nabla^2 \mathbf{H} = \mu \epsilon \frac{\partial^2 \mathbf{H}}{\partial t^2} \quad 1-(28)'$$

となる。これを波動方程式という。

上記の式を解く場合に与えられた物理系の境界条件を満足することが必要である。ここでは完全導体における境界条件について述べる。図1-4に境界条件についての説明のための図を示す。

まず完全導体内では電流が有限であることより

$$\mathbf{E} = 0$$

図1-4に示すようにEの接線方向を考えると

$$\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = (E_{t2} - E_{t1}) \cdot \Delta Z = -\frac{\partial \phi}{\partial t}$$

よりこの2つの通路の間隔を無限小にとると

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} = 0, \quad E_{t2} = 0$$

より

$$E_{t1} = 0$$

となる。

次に電界の法線成分を考え、表面の電荷密度を q_s とする。

$$\oint \mathbf{D} \cdot d\mathbf{S} = (D_{n2} - D_{n1}) \cdot \Delta S = q_s \cdot \Delta S \text{ より}$$

$$D_{n1} = q_s$$

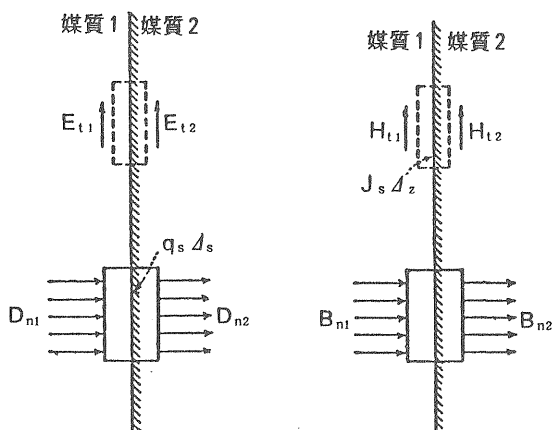


図1-4 境界条件

つまり電束密度の法線成分の不連続は表面電荷密度に等しい。

一方磁界はアンペールの法則より

$$\oint \mathbf{H} \cdot d\mathbf{S} = I \text{ より} \\ (H_{t1} - H_{t2}) \cdot \Delta Z = J_s \cdot \Delta Z$$

いま, $H_{t2} = 0$ より $H_{t1} = J_s$

つまり磁界の接線成分の不連続は電流密度に等しい。

また磁界の法線成分は1-(9)よりゼロになる。

これらをまとめると

(1), 電界は完全導体境界に対して垂直な成分しか存在せず表面の電荷密度は ϵE である。

(2), 磁界は完全導体境界に対して接線成分しか存在せずその大きさは表面電流密度 J_s である。

以上のベタマクスウエルの方程式を円筒導波管中で解くことはライナックの基本と考えられる。これは多くの教科書にのっているの各自で検討してもらいたい。

1-8 同軸線

同軸線は加速器に於て非常に多く用いられかつパルサーにおいてもPFN(PULSE FORMING NETWORK)として重要である。ここで今までのベタ事のまとめとして同軸線内の電磁界をとき特性インピーダンス, エネルギーの伝播についての理解を整理する。同軸線内の基本波形(Principal Mode)についてのみ考察する。

図1-5に示す同軸線においては電界は内導体から外導体に放射状に出来, ϕ 方向に磁界が出来る。

さて, 前述のガウスの法則とアンペールの法則を用いて同軸線の特異インピーダンスを導く。これはキャパシタンスとインダクタンスの概念を理解する上でも役に立つ。同軸線にIアンペア, Vボルトの電流電圧が流れているとする。

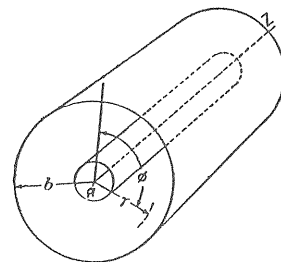


図1-5 同軸線

アンペールの法則より

$$\oint \mathbf{H}_\phi \cdot d\mathbf{l} = I = I_0 e^{j(\omega t - \beta z)}$$

$$2\pi r \cdot H_\phi = I_0 e^{j(\omega t - \beta z)}$$

$$H_\phi = \frac{I_0}{2\pi r} e^{j(\omega t - \beta z)} \quad 1-(29)$$

マクスウエルの式に代入して

$$\nabla \times \mathbf{H} = \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}$$

より先に述べた円筒座標の回転の式1-(14)に代入して、

$$\nabla \times \mathbf{H} = -\frac{\partial H_\phi}{\partial z} = \frac{j\beta I_0}{2\pi r} e^{j(\omega t - \beta z)}$$

$$\frac{\partial D}{\partial t} = \epsilon \cdot \frac{\partial E}{\partial t} = j\omega \epsilon E_r$$

従って

$$E_r = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} \frac{I_0}{2\pi r} e^{j(\omega t - \beta z)} \quad 1-(30)$$

となる。これで同軸線内の電磁界に対する解が得られた。

ここで β を求めておく。

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad \nabla \times \mathbf{H} = \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}$$

$$\frac{E_r}{H_\phi} = \frac{-\omega \mu}{\beta}$$

$$\frac{E_r}{H_\phi} = \frac{-\beta}{\omega \epsilon}$$

これより

$$\beta = \omega \sqrt{\epsilon \mu} \quad 1-(31)$$

ここで内導体と外導体の電位差を求めると

$$V = \int_a^b E_r \cdot dr = \frac{I_0}{2\pi \sqrt{\epsilon}} \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} \ln \frac{b}{a} e^{j(\omega t - \beta z)} \quad 1-(32)$$

線路の特性インピーダンスは V/I と定義される。従って

$$Z_0 = V/I = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} \ln \frac{b}{a} \quad 1-(33)$$

ここで

$$\begin{aligned} \mu &\sim \mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{H/m}, \quad \epsilon = \epsilon_r \cdot \epsilon_0 \\ &= \epsilon_r \cdot 8.85 \times 10^{-12} \text{F/m} \end{aligned}$$

とおくとよく知られた式

$$Z_0 = \frac{138}{\sqrt{\epsilon_r}} \log \frac{b}{a} \quad 1-(34)$$

が得られる。

キャパシタンスは単位電圧当り電界に蓄えられるエネルギーで定義される。電界に蓄えているエネルギーは $\frac{1}{2} \epsilon E^2$ で与えられ、これを誘電体空間に渡って積分する。エネルギーAは

$$A = \int_a^b \frac{1}{2} \epsilon (E_r)^2 \cdot 2\pi r \cdot dr$$

$$= \frac{1}{4\pi} \mu I_0^2 (e^{j(\omega t - \beta z)})^2 \cdot \ln \frac{b}{a}$$

$$V^2 = \frac{I_0^2}{(2\pi)^2} \frac{\mu}{\epsilon} \left(\ln \frac{b}{a}\right)^2 \cdot (e^{j(\omega t - \beta z)})^2$$

$C = \frac{2A}{V^2}$ より単位長さ当りのキャパシタンス

$$C (\text{F/m}) = \frac{2\pi \epsilon}{\ln b/a} \quad 1-(35)$$

が得られる。

同様にインダクタンスを求める。磁界中に蓄えられるエネルギーAは $\frac{1}{2} \mu H^2$ を誘電体の空間に渡って積分することによって与えられアンペア当りの磁界に蓄えられるエネルギーとインダクタンスの定義 $L = \frac{2A}{I^2}$ より

$$L (\text{H/m}) = \frac{\mu_0}{2\pi} \ln \frac{b}{a} \quad 1-(36)$$

で与えられる。

特性インピーダンスは

$$Z_0 = \sqrt{\frac{L}{C}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} \ln \frac{b}{a} \quad 1-(37)$$

で与えられる。

これは前に求めた特性インピーダンスと当然の事ながら一致する。

次に電磁界のエネルギーの伝播について検討する。

ポインティングベクトル

$$\mathbf{P} = \mathbf{E} \times \mathbf{H}$$

は先に述べたように単位面積当りの電力密度の流れである。一方

$$\mathbf{W} = \mathbf{I} \cdot \mathbf{V}$$

はこの伝送線路の伝送電力で1秒間当りIVジュールのエネルギーを伝送する。ここここでポインティングベクトルを同軸線の誘電体の面積で積分しそれと比較する。

電力の時間平均値Wは

$$W = \frac{1}{2} I \cdot V = \frac{1}{2} I_0 \cdot \frac{I_0}{2\pi} \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} \ln \frac{b}{a}$$

$$= \frac{I_0^2}{4\pi} \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} \cdot \ln \frac{b}{a}$$

一方ポインティングベクトルも

$$P = \frac{1}{2} E_r H_\phi$$

を誘電体の面積で積分すると

$$W = \int_a^b \frac{1}{2} E_r H_\phi \cdot 2\pi r \cdot dr = \frac{I_0^2}{4\pi} \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} \ln \frac{b}{a} \quad 1-(38)$$

となり両者は等しくなる。つまり電圧と電流で考えた場合の電力は空間のどこを通じて伝播しているかについては言及していないのでわからなかったのであるが以上の事より全電力は同軸線の中の誘電体部分を通じて流れていくということがわかった。(導線の部分は積分の範囲から外れている。)この様にエネルギーは導線中を伝わるのではなく誘電体中の電磁界を通じて伝播されるという概念は重要である。

1-9 スキンデプス

前述の波動方程式では導電率 $\sigma=0$ の空間が興味の対象であったが σ が非常に大きい媒体つまり一般に金属の中の電磁界についてここで述べる。

ここでもう一度式1-(27)を示す。

$$-\nabla^2 E + \nabla(\nabla \cdot E) = -\mu \left(\sigma \frac{\partial E}{\partial t} + \epsilon \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} \right)$$

ここで $\nabla \cdot E$ は零とおける。したがって

$$\nabla^2 E = \mu \left(\sigma \frac{\partial E}{\partial t} + \epsilon \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} \right)$$

時間項を $e^{j\omega t}$ とすると、

$$\frac{\partial E}{\partial t} = j\omega E$$

となり

$$\nabla^2 E = j\omega\mu(\sigma + j\omega\epsilon)E = r^2 E$$

となる。

$$r = \sqrt{j\omega\mu(\sigma + j\omega\epsilon)} = \alpha + j\beta$$

で固有伝播定数といわれる。もし今、 E_x のみが存在するとするとこのときこの解は

$$E_x = E_1 e^{r y} + E_2 e^{-r y}$$

となる。時間の項も入れると

$$E_x = E_1 e^{\alpha y} e^{j(\omega t + \beta y)} + E_2 e^{-\alpha y} e^{j(\omega t - \beta y)}$$

前進波に着目するとこれは $e^{-\alpha y}$ で減衰する。

さて今興味は最初に述べたように σ が十分 $\omega\epsilon$ より大の場合である。このときは、

$$r = \sqrt{j\omega\mu\sigma} = \sqrt{\frac{\omega\mu\sigma}{2}} + j\sqrt{\frac{\omega\mu\sigma}{2}}$$

となり電界強度は $\exp(-\sqrt{\frac{\omega\mu\sigma}{2}} y)$ で減衰する。

このとき電界強度が e 分の1になる厚さ

$$\delta = \sqrt{\frac{2}{\omega\mu\sigma}} \quad 1-(39)$$

をスキンドープスという。例えば銀では $\sigma = 6.14 \times 10^7$ $\Omega^{-1}m^{-1}$ であり500MHzでは3ミクロン程度となる。これは金属中での電界の入り込む深さを示している。つまり高周波になると金属中に余り入り込まないことになる。有効なシールドの厚さや導電性をあげるための鍍金の厚さを決める際の重要な数値である。更に直流では充分な導電性のある丸棒が高周波では抵抗が高く問題を起こしたりすることがある。この様なときに幅の広い表面積を広くした銅板で問題が解決できることがあるこれらはスキンドープスを考えると理解できる。

1-10 位相速度と群速度

ここで加速管の話によくでてくる位相速度と群速度について述べる。

$$E(Z, t) = E_0 \sin(\omega t - \beta Z + \phi) \quad 1-(40)$$

は進行する波を表わす。

この波が Δt 時間後に Δz 右方に移動した場合に同じ振幅になるためには

$$\omega(t + \Delta t) - \beta(Z + \Delta Z) = \omega t - \beta Z$$

したがって

$$\omega \cdot \Delta t - \beta \cdot \Delta Z = 0$$

$$\frac{\Delta Z}{\Delta t} = v_p = \frac{\omega}{\beta} = f \cdot \lambda \quad 1-(41)$$

を位相速度という。

さてこの波を使って何等かの信号を伝達したいとするとこの波に変調をかける必要がある。変調された波が伝わって初めて受信側でその内容を知ることが出来るわけであるからこの速度を知ることが重要となる。振幅変調をかけた波は搬送波とわずかに周波数のずれた二つの側帯波を有する。

$$\begin{aligned}
 E &= E_0 (1 + m \sin \Delta\omega t) \sin \omega t \\
 &= E_0 \sin \omega t + \frac{m}{2} E_0 \{ \cos(\omega - \Delta\omega)t \\
 &\quad - \cos(\omega + \Delta\omega)t \}
 \end{aligned}$$

となる。

搬送波の位相定数を β 側帯波のそれを $\beta + \Delta\beta$, $\beta - \Delta\beta$ とすると

$$\begin{aligned}
 E &= E_0 \sin(\omega t - \beta Z) + \frac{m}{2} E_0 \\
 &\quad \{ \cos[(\omega - \Delta\omega)t - (\beta - \Delta\beta)Z] \\
 &\quad - \cos[(\omega + \Delta\omega)t - (\beta + \Delta\beta)Z] \} \\
 &= E_0 \{ 1 + m \sin(\Delta\omega t - \Delta\beta Z) \} \sin(\omega t - \beta Z)
 \end{aligned}$$

$\{ 1 + m \sin(\Delta\omega t - \Delta\beta Z) \}$ は変調波の包絡線を表わす。包絡線の速度は

$$\Delta\omega t - \Delta\beta Z = 0 \quad \text{と} \quad \text{おいて}$$

$$v_g = \frac{\Delta\omega}{\Delta\beta} = \frac{d\omega}{d\beta} \quad 1-(42)$$

で与えられこれを群速度という。自由空間では両者は一致するが加速管などでは大きく異なるのが普通である。群速度は加速管中のエネルギーの伝わる速度と考えてよい。

2. エミッタンスとブライトネス

2-1 エミッタンス

ビームの平行性、または質といっても良いであろうがこれを定量的に表すためにエミッタンスを定義する。図2-1に示すように電子の中心軌道からの変位 X とビームの発散角 θ を変数とする位相空間においてビームの占める面積をエミッタンスという。

さてイメージを具体的にするために計測の方法を示す。図2-2に示すようにビームの中心軌道から X 離れた点にスリットを設置しそこから L 離れた点でのビームの広がり計測することによって広がり角 θ を求めることが出来る。これをビームの右端から左端まで行えば図2-1に示す関係が得られる。Y方向についても

全く同様である。ビームが軸対称であれば r, θ で表す方が便利である。

角度をラジアンで、径をメートルで表せば、エミッタンス ϵ は $\text{rad}\cdot\text{m}$ となる。しかしこのままではビームが加速されて発散角が小さくなるとエミッタンスがどんどん良くなる。事実ビームは加速するほど発散角の小さいきれいなビームが得られる事は経験する。しかしこれではエミッタンスの表し方としては不便であるので規格化エミッタンス ϵ_n を次のように定義する。

$$\epsilon_n = \frac{P}{m_0 c} \cdot \epsilon \quad 2-(1)$$

ここで1-(24)の関係を用いると

$$\frac{P}{m_0 c} = \beta \gamma$$

したがって

$$\epsilon_n = \beta \gamma \epsilon \quad 2-(2)$$

なお、 β, γ 共に無次元の数であるため単位からは何れの表現を用いているか判らない。ノーマライズドかまたはアンノーマライズドかを併せて記載するのが普通である。電子ライナックでは前に述べたように数十 MeV で殆ど光速に近い。このため実用上は ϵ を γ 倍したものをノーマライズドエミッタンスとして問題は

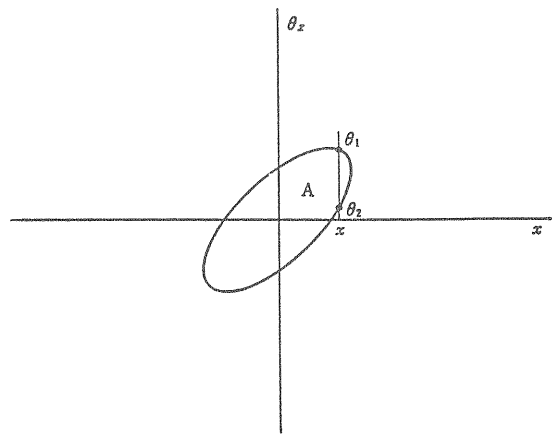


図2-1 エミッタンス図

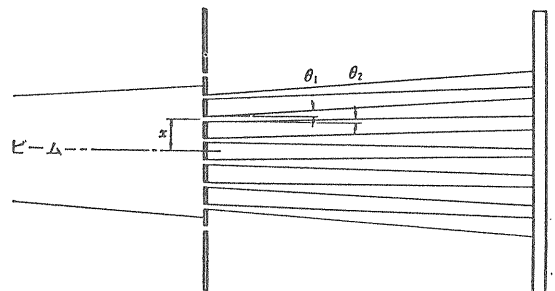


図2-2 エミッタンスの計測方法(1例)

ない。上記の説明で明らかなようにノーマライズドエミッタンスは径方向の運動量に着目した値であるのでエミッタンスの単位も直接それで表すことが多い。しかしいろいろな単位が出て来るとまごつくことも事実であるのでここに良く使われる単位をまとめておく。

(1), MeV/c-cm

径方向の運動量をMeV/cで、径をcmで表した場合である。上述のラジアン-cmへの変換については、この単位で表したエミッタンスを ϵ'_n とすると

$$\epsilon'_n = \pi P_r \cdot r$$

$$\epsilon = \pi \theta \cdot r$$

$$\epsilon_n = \frac{P}{m_0 c} \cdot \epsilon$$

とするとき

$$\epsilon'_n = \pi P_r \cdot r = P_z \cdot \frac{\pi P_r \cdot r}{P_z}$$

ここで

$$\frac{P_r}{P_z} = \theta$$

であるので

$$\epsilon'_n = P_z \cdot \pi \theta \cdot r = \frac{P_z}{P} \cdot m_0 c \cdot \frac{P}{m_0 c} \pi \theta \cdot r$$

ここで $\frac{P}{m_0 c} \pi \theta r$ は定義によりノーマライズドエミッタンスであり、

いま、 $P_z/P=1$ とすると

$$\epsilon'_n = m_0 c \cdot \epsilon_n$$

$$\epsilon_n = \epsilon'_n / m_0 c \quad 2-(3)$$

で与えられるのでMeV/c-cmで与えられたエミッタンスを $m_0 c=0.511\text{MeV/c}$ で除すことに依ってrad-cm(ノーマライズド)に変換できる。

(2), $m_0 c$ -cm

これは径方向の運動量を $m_0 c$ を単位として述べたものである。

前述のMeV/cに変換するには

$$m_0 c = \frac{m_0 c^2}{c} = \frac{0.511 \text{ MeV}}{c} \quad 2-(4)$$

により0.511を掛けることに依って得られる。またそのままrad-cm(ノーマライズド)と読み変えて良い。

尚、このノーマライズドエミッタンスはビームの恒量であり加速や集束などでは変化しない。(しかし時間的、位置的に変化する径方向の電界によって加速管内で特にバンチャー部で生ずるエミッタンスの増大については後ほど少し検討を加える)

2-2 ブライトネス

通常ライナックにおいては上記のエミッタンスよりは輝度-ブライトネス-が重要になることが多い。ブライトネスは次式で定義される。

$$B_n = I / \epsilon_n^2 \quad 2-(5)$$

X方向とY方向でエミッタンスが違う場合には

$$B_n = I / \epsilon_x \epsilon_y \quad 2-(6)$$

つまり単位位相空間内に含まれる電流を問題にしているわけである。実際よく経験することであるが小電流加速の場合には比較的良いエミッタンスのビームが加速できるのに大電流ではそれが困難である。理由は空間電荷効果やウエークフィールドによる。この様な観点からもブライトネスで比較することは加速器のビームの質を比較する上で妥当なことといえよう。

2-3 カソードのブライトネス

前述のようにノーマライズドエミッタンスは加速によって変わらないビームの恒量であるので電子銃のカソードのそれ以上のものは加速によって得る事が出来ない。この様な観点からカソードのブライトネスについて考察を加えることは有益であると考えられる。カソード表面における電子はそこに雲のようになっていると考える。従って電子の温度はカソードと同一と仮定する。

温度がTのカソードのノーマライズドブライトネスは

$$B_n = \frac{m_0 c^2 J}{2 \pi k T} \quad 2-(7)$$

k: ボルツマン定数

で与えられ、カソードそのもののブライトネスはその温度Tに逆比例しその電流密度J(A/m²)に比例する。

2-4 いくつかのカソードの比較

(1), オキサイドカソード

使用温度：約1100°k 電流密度：20A/cm²

(2), BIカソード

使用温度：約1400°k 電流密度：10A/cm²

但し最近では100A/cm²の電流が取り出せるという報告もある。

(3), LaB₆

使用温度：約1800°k 電流密度：40A/cm²

(4), フォトカソード

使用温度は室温または冷却も可能であるがレーザーのエネルギーと電子放出に必要なエネルギーの差が見かけの温度になる。電流密度200A/cm²

ここで述べているカソードの電流密度はカソードを使用する際の一つの目安であり実際の電子銃では電極形状と電圧で決まる電流密度が存在する。つまりカソード表面での電界強度によりスペースチャージリミットでの電流が存在する。ある目標とする電流を取り出す電子銃を設計する場合に大電流密度のカソードがあればその面積を小さくしアノードカソード間を狭くし電位傾度を大きくして大電流密度で使用して初めて本来のブライトネスを生かす事が出来る。スタートにおけるブライトネスは重要なファクターの一つである。

3. 電子源

3-1 電子銃の基礎

(1), パービアン

二極管電子銃の電流をI(A), 加速電圧をV(Volt)としたときに

$$I = PV^{3/2} \quad 3-1$$

となり空間電荷制限領域においては電流は電圧の3/2乗に比例する。この比例定数をパービアンという。

(2), ピアス型電子銃

一般に電子銃は電子の走行時間に比して十分に長いパルス幅で使用される。従って定常解であるポアソンの方程式を解けば電子の分布、つまり軌道がわかるはずである。いくつかの電極形状においては直感的にその形状が知れる。例えば無限平行平板では電子の軌道はカソードからアノードに直進することは明かである。また同心球二極管ではカソードである外球から球の中心に向かって電子が加速されることは明かである。ライナックで特に興味のあるのはこの同心球の場合である。このビームの状態を保ったままその一部を取り出して使用するのがピアス型電子銃といわれるものである。

ここではライナックで最も一般的に用いられている同心球の一部を用いる電子銃の設計について述べる。

アノードカソード間の電子の走行時間に比して充分長いパルスの電子を加速する場合には同心球内のポアソンの方程式

$$\frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} \left(r^2 \frac{dV}{dr} \right) = \frac{-\rho}{\epsilon_0} = \frac{I}{4\pi r^2 \sqrt{2\eta V} \epsilon_0} \quad 3-2$$

ここで η は比電荷を表す。

を解けば必要な全ての情報が得られるはずである。この方程式はLangmureらによって解かれており重要なパラメータについて述べると次のようになる。

(a) ビームに沿っての電位分布

ビームに沿っての電位分布は次式で与えられる。

$$\frac{V(R)}{V_a} = \frac{(-\alpha)^{4/3}}{(-\alpha_a)^{4/3}} \quad 3-3$$

$$\alpha = r - 0.3r^2 + \dots$$

$$r = \ln(R/R_c)$$

α_a はアノードでの α の値

この計算に必要な数値を文献10)より転載し表3-1に示す。

(b) 電流

全電流Iは次式で与えられる。

$$I = \frac{16\pi\epsilon}{9} \sqrt{2\eta} \frac{V_a^{3/2}}{(-\alpha_a)^2} \quad 3-4$$

実際の電子銃では図3-1に示すように球のうちの一部をカソードとして使用するわけであるからそのカソー

表 3-1

A	B	C	D
R_c/R	$(-\alpha)^2$	$(-\alpha)^{4/3}$	$(-\alpha)^{2/3}$
1.0	0.0000	0.0000	0.0000
1.025	0.0006	0.0074	
1.05	0.0024	0.0179	0.134
1.075	0.0052	0.0306	0.173
1.10	0.0096	0.0452	0.212
1.15	0.0213	0.0768	0.277
1.20	0.0372	0.1114	0.334
1.25	0.0571	0.1483	0.385
1.30	0.0809	0.1870	0.432
1.35	0.1084	0.2273	0.476
1.40	0.1396	0.2691	0.519
1.45	0.1740	0.3117	0.558
1.50	0.2118	0.3553	0.596
1.60	0.2968	0.4450	0.667
1.70	0.394	0.5374	0.733
1.80	0.502	0.6316	0.795
1.90	0.621	0.7279	0.853
2.00	0.750	0.8255	0.908
2.10	0.888	0.9239	0.961
2.20	1.036	1.024	1.012
2.30	1.193	1.125	1.061
2.40	1.358	1.226	1.107
2.50	1.531	1.328	1.152
2.60	1.712	1.431	1.196
2.70	1.901	1.535	1.239

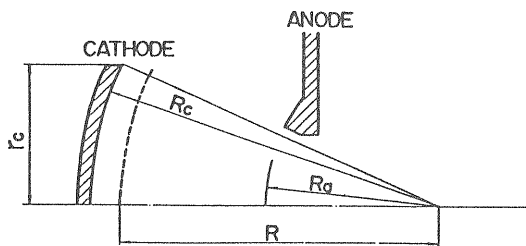


図3-1 同心球を用いた電子銃

R_a : アノード径(内球の半径), R_c : カソード径(外球の半径), R : 二球の中間の任意の球面, r_c : カソード半径。

θ と中心点のなす円錐の開角の半分を θ とすると電流及びパービアンスは次式で与えられる。

$$I = \frac{1 - \cos \theta}{2} I_0 = \frac{8 \pi \epsilon}{9} \sqrt{2 \eta} \frac{V_a^{3/2}}{(-\alpha_a)^2} (1 - \cos \theta) \quad 3-5$$

したがって

$$P = 14.66 \times 10^{-6} \frac{(1 - \cos \theta)}{(-\alpha_a)^2} \quad 3-6$$

3-2 設計方法の一例

最近の電子銃の設計例をみると軸対称のポアソンの方程式を差分方や有限要素法で解くシュミレーションの方法によっている。ここではピアスの方法によって基本となるパラメータについて決定しコンピュータによる解法のスタートとなるパラメータを決定する。ここの記号は図3-1の記載方法にしたがう。

(a) パービアンスの決定

必要な電流と加速に使う電圧によりパービアンスを求める。例として90kVで5Aを要求するものとする。

$$P = I/V^{3/2}$$

$$P = 0.185 \text{ マイクロパービアン}$$

(b) 利用可能なカソードの電流密度からカソード径を決定する。

このときに先に述べた各カソードの最大電流密度をそのまま使用するとは限らない。一般には少し余裕をみるのが普通であるがどの程度か期待する寿命とそのカソードの使用経験に頼ることが多い。たとえば10A/cm²で直径1cm(0.8cm²)のカソードが利用できれば8Aの出力が得られるわけだから充分となる。ここでは例としてそれを使用するものとする。カソード径10mmとする。

(c) カソードとアノードの距離を決める

カソードとアノードの距離は一意には決まらない。一つの典型的な例ではアノードの径 R_a をカソードのそれ R_c の1/2に選ぶものでありそれを決めると基本パラメータはすべて決まる。もし

$$R_a/R_c = 0.5$$

とすると

$$(-\alpha_a)^2 = 0.75$$

また3-(6)より

$$\theta \approx 8^\circ$$

r_c が5mmということより $R_c \approx 36 \text{ mm}$, $R_a \approx 18 \text{ mm}$ となる。

ここ迄求めるとあとはウェーネルトとよばれるカソー

ド近傍の電極の形状とアノードの形状をコンピュータによるシュミレーションで解いてビームが要求に合うようにその形状を繰り返し計算して決める。図3-2, 3にその様にして形状を決めた電子銃の例とビーム軌道を示す。

(d) 三極管

ライナックでは三極管が多く用いられるのでここで二極管と三極管の関係について述べる。これは筆者が経験的に用いている方法で別の考え方があるかもしれない。勿論三極管そのものをふくんだ電子銃プログラムが利用できればそれでよいが一つの例としてここに述べておく。

まず、ビームを加速する場合を考えるが、グリッドは元々の二極管内で作られる等電位面に沿ってその電位と同じ電位に保たれる。この電位の計算には3-(3)式が利用できる。この式を用いて計算した電位分布の例を図3-4に示す。この式よりグリッドの挿入点での電位がもとまり少なくともグリッドパルサーはその電圧までグリッドの電位をあげる能力を必要とする。その場合にはグリッドを挿入することによって電位分布は影響を受けない。しかし実際にはグリッドは有限の大きさを持っているためカソードからでた電子のいく

らかを止めてしまう。この割合はグリッドメッシュの設計によるが具体的にはグリッド全面積に占めるワイヤの面積で決まる。例えばスクリーニングフラクション15パーセントなどという。通常はこのグリッドで止められる電子の割合程度電流の大きめの二極管を設計しておく。

次に電子をカットオフする場合を考える。グリッドに対カソード負の電位を与え電子が通過するのを妨げる。この場合のグリッドの電圧とアノードの電圧の比をカットオフ増幅率という。これはアノードからの電界がグリッドメッシュを通じてどの程度滲み出すかと言うことに関係するのでメッシュの形状に大きく依存する。文献からの次式を参考に示す。ここで用いた記号は図3-5によっている。経験上はこの式でもとめられるバイアス電圧(陽極電圧/ μ_{co})で実質的に電流はゼロに近いようであるが一般には完全にカットオフするために更にバイアスを深くする。

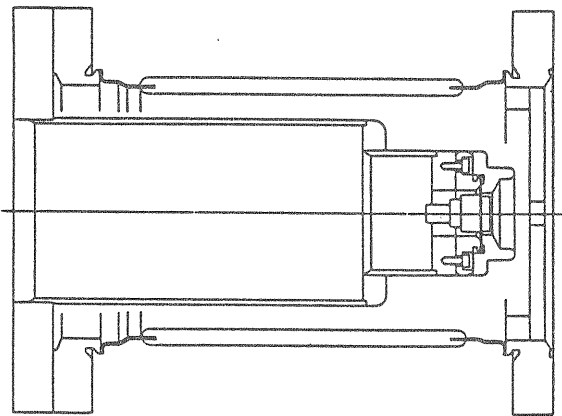


図3-2 電子銃の断面図

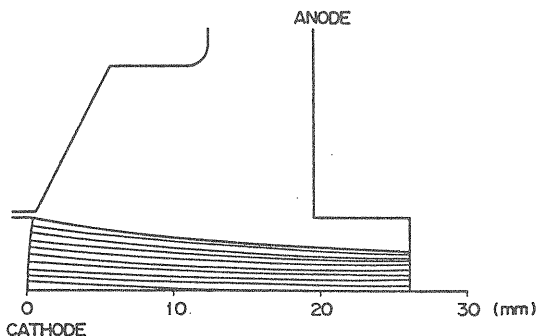


図3-3 ビームトレース

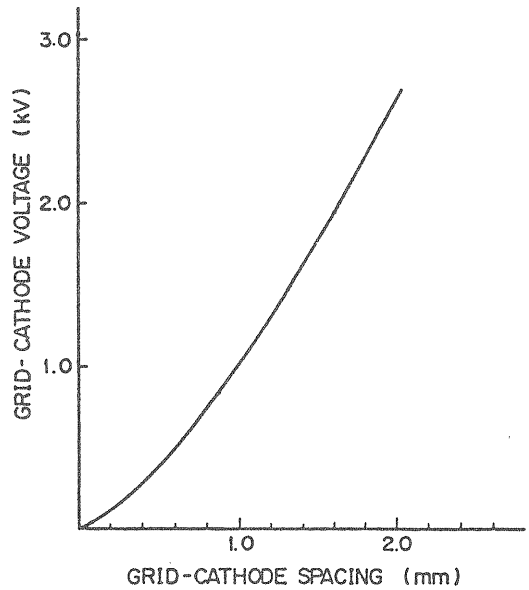


図3-4 カソード近傍の電位分布, カソードからの距離を横軸にその電位をたて軸に示した。

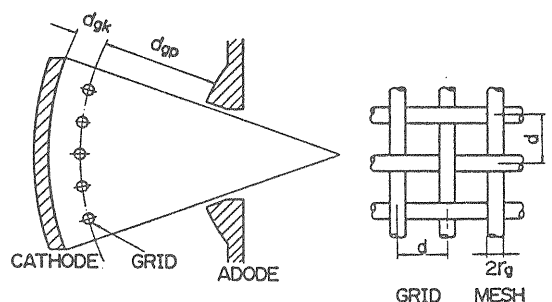


図3-5 グリッドメッシュの寸法

$$\mu_{co} = \frac{\frac{4\pi d_{gp}}{d} - \ln \cos h \frac{4\pi r_g}{d}}{\ln \cot h \frac{4\pi r_g}{d}} \quad 3-(7)$$

3-3 電子銃の駆動

ライナックには二極管または三極管が多く用いられる。二極管の場合にはカソードに印加する負の高電圧パルスを準備すれば十分でこのため回路は単純になる。一方三極管のドライブ方法についてはいくつかある。

(a) カソードアースの場合

回路の例を図3-6に示す。電位的にはアノードを大地アースとしカソードに負の高電圧を印加するのであるが普通の回路にならってこの様によぶ。グリッドには対カソード負のバイアスが印加され電子の放出を止めている。この方式が多く用いられていたが最近は次に述べるグリッドアースが多くなってきている。

(b) グリッドアースの場合

回路の例を図3-7に示す。最近マイクロ波の増幅管である板極管のグリッドカソードアセンブリをライナックの電子銃として用いることが多くなってきた

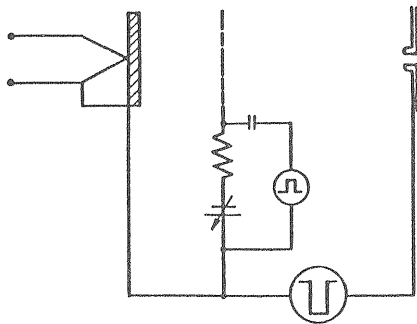


図3-6 カソードアース時の構成

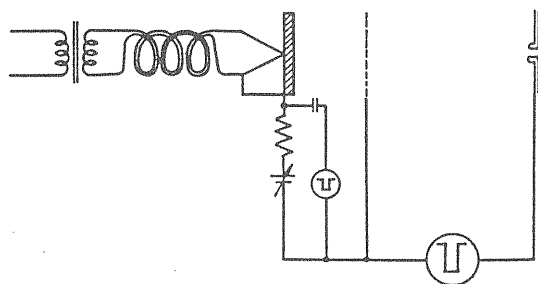


図3-7 グリッドアース時の構成

めこの方式がよく用いられる。グリッドカソードを同軸構造にすることを考えるとどうしても同軸管の外導体がグリッドとなりアースとなる。高速応答性に優れている。この場合カソードにグリッドパルスを印加するためヒータ用のケーブルを通じてパルスが伝送しないようにチョークコイル形式のヒータ供給となる。

3-4 高電圧部への制御信号の伝送

電子銃のカソード部には高電圧(パルス)が印加されておりそこでグリッドをコントロールするため高電圧部への信号の伝送が必要となる。最近光通信が中心になって来つつあるがいくつかの方法がある。

(a) 同軸チョークコイルによるパルス伝送

電子銃に印加する電圧がパルスの場合には、同軸線をコアに巻き付けたチョークコイルがパルスの伝送に用いられる。電子銃に印加された電圧は同軸線に同相でかかるため阻止され、同軸線の中を通る信号に対しては電磁界が外に漏れないのでコアはなんの影響も与えない。ここでこのチョークコイルのインダクタンスと浮遊容量が後述するパルサーの負荷になっていることに注意する。

(b) 光ファイバーによる方法

光通信の技術の進歩が目ざましく最近非常に多くこの技術が加速器に用いられている。最大の特徴はノイズに対して強いと言うことであろう。パルサーの負荷にならないということも大きなメリットである。

4. 加速管

加速管はマイクロ波のエネルギーを電子のエネルギーに変換するために必要なものである。自由空間を伝播するマイクロ波は進行方向に対して電界も磁界も直角になっている。電子を継続的に加速するためには電界が進行方向を向いている必要がある。進行方向に電界成分をもつ導波管としては円形導波管がよく知られている。円形導波管中の電磁界を円筒座標で解くことは多くの教科書に記載されているのでここでは割愛する。その結果の重要な点は位相速度が光速よりも速くしたがって加速管としては使用できないことが示される。これに解決を与えるものとしてデスク装荷の円形導波管が考案された。これは図4-1に示す形をし

ている。

4-1 ブリリアンダイアグラム

加速管がマイクロ波の位相速度の調整を主目的としている以上周波数と波長の関係をしめすブリリアンダイアグラムは重要なものとなる。(なぜならば波の位相速度は周波数と波長の積で表わされる。)まず ω と β の関係を図に表しておけば式1-(41)に示すように ω/β が位相速度を表すので原点からの傾きがそれを示し式1-(42)に示すように $d\omega/d\beta$ が群速度を表すことよりその点での接線の傾きがそれを表す。加速管のブリリアンダイアグラムでは横軸は一デスク間での位相シフトに取るのが便利である。

周期構造を持つ加速管のブリリアンダイアグラムについて次のことが言える。

(a) ω は β の周期関数でありデスクの周期を d とするとその周期は $\frac{2\pi}{d}$ である。

(b) ω は β の偶関数である。
ここで

$$\beta_n = \beta_0 + \frac{2\pi n}{d} \quad 4-(1)$$

で表される。第 n 高調波の位相速度は

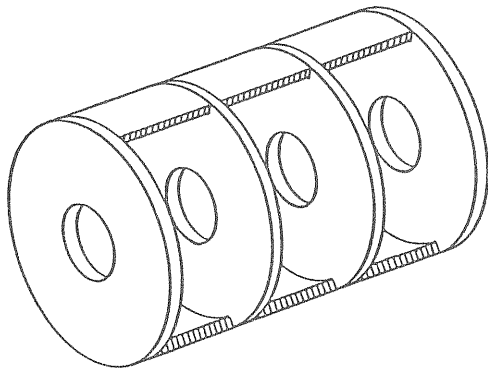


図4-1 ディスク装荷の加速管断面図

$$v_{pn} = \frac{\omega}{\beta_n} = \frac{\omega}{\beta_0 + \frac{2\pi n}{d}} \quad 4-(2)$$

で表わされる。

周期構造をした加速管のブリリアンダイアグラムを図4-2に示す。この図に基づいてもう少し具体的に話を進める。例えばある周波数 ω_0 でちょうど共振状態になり1デスク間で $2\pi/3$ 位相のシフトする波が存在するとする。

これが $n=0$ に対応する基本波となる。

$$\beta_0 = \frac{2\pi}{3d}$$

$$v_p = \frac{\omega_0}{\beta_0} = f \cdot 3d$$

このとき図4-2により群速度が正のものを順次あげると $n=-1$ にたいして

$$\beta_{-1} = \frac{2\pi}{d} - \frac{2\pi}{3d} = \frac{4\pi}{3d}$$

$$v_p = \frac{\omega_0}{\beta_{-1}} = f \cdot 3d/2$$

となりちょうど位相速度で半分の空間高調波が存在する。

さらに $n=1$ のばあいには

$$\beta_1 = \frac{2\pi}{3d} + \frac{2\pi}{d} = \frac{8\pi}{3d}$$

$$v_p = \frac{\omega_0}{\beta_1} = f \cdot 3d/4$$

となり $n=-1$ の場合の更に波長が半分で位相速度も半分の波に相当する。

更に $n=-2$ のばあいには

$$\beta_{-1} = \frac{4\pi}{d} - \frac{2\pi}{3d} = \frac{10\pi}{3d}$$

$$v_p = f \cdot 3d/5$$

と無数の位相速度の異なる波の重ね合わせとして導波管中の波が記述される。

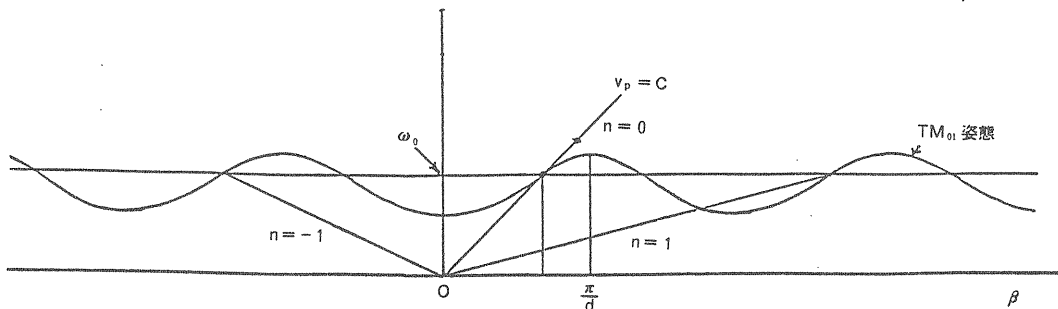


図4-2 ブリリアンダイアグラム

このことは後で実際に計測された加速管中のマイクロ波のフーリエ成分として観測されることを示す。

しかしここで注意すべき点は空間高調波と言うのは加速管の周期構造によって現われるもので加速管を通過した波を計測したところでこの成分を検出することは出来ない。ビームを加速した際に加速管内に誘起される高調波成分とは意味が異なる。

さて具体的な例を用いて説明する。図4-3に示すように6空胴の加速管を作りマイクロ波で励振する。6空胴の場合加速管の全長、 $d \times 6$ がマイクロ波の管内波長の1/2の整数倍のところまで共振する。つまり

$$\frac{\lambda_g}{2} \cdot n = 6d \quad (n = 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6) \quad 4-(3)$$

n の各値に対応して、つまり1デスク間での位相シフトに対応して

$$0, \frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{2}, \frac{2}{3}\pi, \frac{5}{6}\pi, \pi$$

の7モードの共振点がある。これをブリリアンダイアグラムにプロットしたのが図4-4でありこれにはいくつかの異なる寸法の加速管について測定してある。ここで2856MHzにおいて一点を通るのは何れの加速管寸法においても2856MHzで $2\pi/3$ になることをもくろんでいたためである。つまりどのテスト空胴も $d = 34.989\text{mm}$ に選んであり位相速度が光速に等しい。参考までにこのときの各タイプの寸法を表4-1に示しそれに対応する寸法を示すための加速管断面を図4-5に示す。(佐藤勇 博士論文より)

4-2 電波の伝わり方

後述するように加速管にはクライストロンから大電力マイクロ波が供給される。ではこのとき加速管の中でマイクロ波はどのように伝わるか考えることにする。

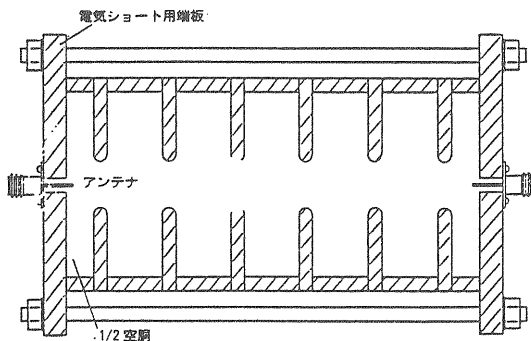


図4-3 6空胴テスト空胴

図4-2を見てわかるようにどのモード(空間高調波)も群速度が一定であることが判る。群速度は前に述べたように $d\omega/d\beta$ で与えられブリリアンダイアグラム上では接線の傾きで与えられる。加速管中の群速度は加速管の寸法によるが一般には光速に比して非常に遅い。いま群速度を $0.01c$ 程度とすると加速管に供給されたマイクロ波はその速度でエネルギーを満たしながら進んでいく。位相速度が $1c$ の速い波は入口から波

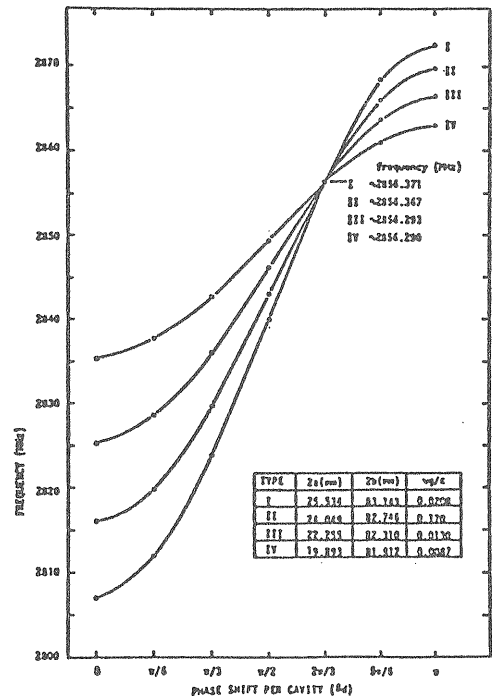


図4-4 6空胴テスト空胴のブリリアンダイアグラム

表4-1 テスト空胴の各寸法表

TYPE	2a(mm)	2b(mm)	t(mm)	D(mm)
I	25.534	83.143	5.000	29.989
II	24.049	82.746	5.000	29.989
III	22.255	82.310	5.000	29.989
IV	19.893	81.812	5.000	29.989

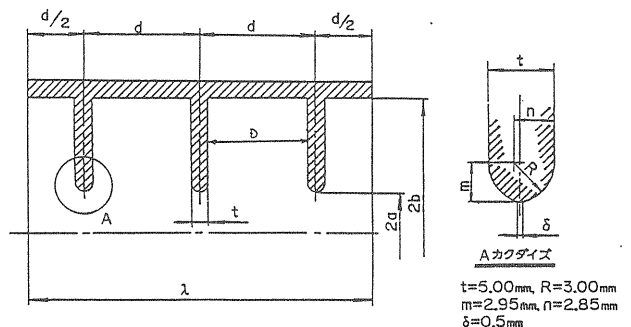


図4-5 加速管断面の寸法表, 表4-1に対応している

の先頭の所まで来ると消える。この現象に似た例として池に石を落とした場合に波面の広がりはゆっくりと大きくなって行くがその中に中心から波の先頭まで速く進みそこで消える波を観測する。

加速管中の電波の伝わり方を計測結果を用いて定量的にみることにする。ここでビーズパーターベーション法とよばれる計測方法について簡単に述べる。

加速管中の電磁界はマクスウエルの方程式を解けばもとまるはずであるが実際には計算結果に多少の誤差が出ること等よりモデル空胴を作って実測を行い場合によっては複数個のモデル空胴の結果から内挿によって最終的な形状を決定するような事が良く行われる。勿論この様なときに今まで製作経験のある空胴のデメンションが大いに役立つのはいうまでもない。図4-6に示すように両端に1/2空胴を取り付けた合計3キャビテイのテスト加速管を製作しここで定在波を生じさせる。空胴の中央では電界は対称となり1/2空胴の端板に電界は垂直である。従って電界分布はこの空胴で変化しない。両端に1/2空胴を配置することによって無限長さの加速管を模擬している。この中には各空間高調波のモードについて、進行波と反射波が存在し

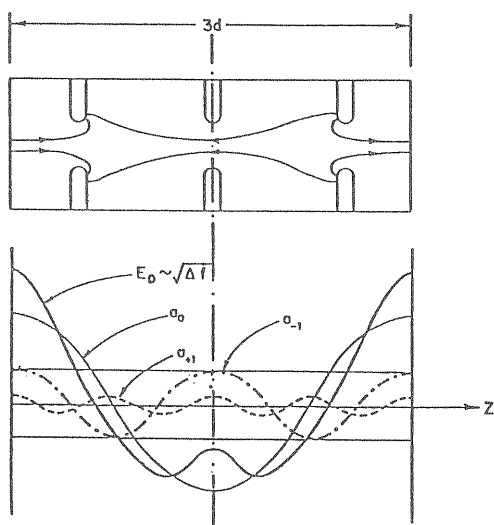
$$\text{進行波 } A_n \exp j(\omega t - \beta_n Z)$$

$$\text{反射派 } A_n \exp j(\omega t + \beta_n Z)$$

両者の合成を行い実数部を取れば

$$2A_n \cos \omega t \cdot \cos \beta_n Z \quad 4-(4)$$

となり各波は時間項と位置の項が分離できる。これを



2π/3モード

図4-6 2π/3モードの基本波，空間高調波合成法

定在波という。

図4-6に3空胴での電界強度分布をビーズパーターベーション法で計測した結果が示されている。これは加速管の中に定在波を作り小さい金属ビーズをその中に挿入していき共振周波数が電界強度の2乗でシフトすることを利用して電界強度を計測する方法である。つまり共振周波数のずれを δf とするとそのビーズの存在する位置の電界強度と

$$|\delta f| = k |E|^2 \quad 4-(5)$$

の関係がある。ここで電界強度は全ての波の合成として表される。従ってこの周波数変化を位置の関数としてプロットしてそれをフーリエ解析することによってもとになっている各高調波の周波数成分とその振幅の相対値を求めることが出来る。

その一例が同じく図4-6に示してある。この図で $\sqrt{\Delta f}$ で示す形が加速管中のある瞬間での $2\pi/3$ モードでの電界波形である。このままの形では後述するビームの運動の解析に単一周波数のサイン関数を用いて良いのか疑問になるほどに歪んでいるのが判る。これらの空間高調波は各々に進行波と反射波とで定在波を作っておりそれが重なっている。ここで進行波成分のみ取り出して式に表すと $2\pi/3$ モードの場合の基本波及び高調波は

$$A_0 \cos(\omega t - \frac{2\pi}{3d} Z)$$

$$A_{-1} \cos(\omega t + \frac{4\pi}{3d} Z)$$

$$A_1 \cos(\omega t - \frac{8\pi}{3d} Z)$$

$$A_{-2} \cos(\omega t + \frac{10\pi}{3d} Z)$$

d はデスクの間隔

となる。この場合 A_0, A_{-1}, A_1, A_{-2} の4モードに対してその振幅の相対値が求められそれぞれ約 $1, 0.36, 0.1, 0.08$ となっている。実際にビームが加速される場合の空間高調波は位相速度がビームと大きく異なっているためプラスマイナスで殆ど相殺するとされる。

さて今までは加速管中の軸方向の電界成分のみについて検討を加えてきたがここで加速特性に実際影響を与える径方向の電界と ϕ 方向の磁界について簡単に触れる。加速管の加速空間の電磁界はChu-Hansenによれば次式で展開できる。

$$Z_0 H_\phi = \sum_{-\infty}^{\infty} A_n \frac{j k}{X_n} J_1(X_n r) \exp(-j \beta_n Z) \exp(j \omega t)$$

$$E_r = \sum_{-\infty}^{\infty} A_n \frac{j \beta_n}{X_n} J_1(X_n r) \exp(-j \beta_n Z) \exp(j \omega t)$$

$$E_z = \sum_{-\infty}^{\infty} A_n J_0(X_n r) \exp(-j \beta_n Z) \exp(j \omega t)$$

ここで

Z_0 : 自由空間のインピーダンス

A_n : 各成分の振幅

λ_0 : 自由空間波長

λ_g : 管内波長

$$k = \frac{2\pi}{\lambda_0}$$

$$k^2 = X_n^2 + \beta_n^2$$

$$\beta_n = \frac{2\pi}{\lambda_g} + \frac{2\pi n}{d} \quad 4-(7)$$

これらの式を用いれば加速管内の電磁界のいろいろな問題に対処できるはずである。従来の設計例では加速管の主要なパラメータとして軸上の基本波の電界成分のみを考慮しているものもたくさんある。一方バンチャー部で生じるエミッタンスの劣化やビームに対する発散力を検討する場合には上記の3成分についての基本波を考慮するといった具合に使い分けるのが普通のものでありその例として集束のところで径方向の力について検討を加える。

このテキストでは定在波加速管については触れないが簡単にここで述べる。

定在波加速管の電界パターンの1例を図4-7に示す。この場合には空間高調波についても当然考慮する必要がある。と言うのは空間高調波も周波数は基本波と同じであるからビームと完全に同期する。勿論ビームが空胴を通過する間の時間-トランジットタイム-については考慮する必要がある。小型のライナックにおいては進行波形加速管よりむしろ定在波形加速管の方が多く用いられている。

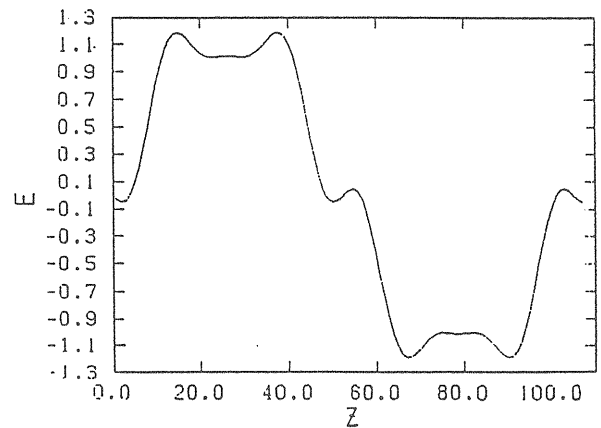


図4-7 定在波型の加速管の電界パターン例

4-3 加速管の基本特性

加速管を伝送線路と見なしたときの主要なパラメータとしては次のものがある。

位相速度 v_p

群速度 v_g

伝送電力 P (Watt)

減衰定数 I (N/m)

Quality Factor Q

単位長さ当りの伝送損失 W (Watt/m)

単位長さ当りに蓄えられている電磁エネルギー U (ジュール/m)

マイクロ波電力が加速管に供給されたときに加速管 dz に於けるエネルギー-保存則より

$$\frac{\partial P}{\partial Z} + \frac{\partial U}{\partial t} + W = 0 \quad 4-(8)$$

無負荷時の Q の定義は

$$Q_0 = \frac{\omega U}{W} \quad 4-(9)$$

エネルギー-フローの速度が v_g であることより

$$P = v_g \cdot U \quad 4-(10)$$

ここでシャントインピーダンスの定義について述べる。これは空胴や加速管に於て加速に有効に使われる電界強度を表す言葉である。従ってここで述べる電界は粒子に同期した電界成分のみを指す。一般に単空胴などでは電界のピーク値を E とし、シャントインピーダンスは

$$r_0 = \frac{(\int E \cdot dl)^2}{2 (\text{消費電力})} \quad 4-(11)$$

で定義される。ライナックにおいては単位長さ当りのシャントインピーダンスが使われる。これは次式で定義される。

$$r_0 = \frac{E^2}{-dP/dZ} \quad \text{オーム/m} \quad 4-(12)$$

以上の準備をして4-(8)式を書き換えると

$$\frac{\partial P}{\partial Z} + \frac{1}{v_g} \frac{\partial P}{\partial t} + \frac{\omega}{Q_0 v_g} P = 0 \quad 4-(13)$$

定常状態、つまりパワーを供給してからFilling Time以上の時間がたった以後、においては時間微分の項が消えて

$$P = P_0 \exp\left(-\frac{\omega}{Q_0 v_g} Z\right) \quad 4-(14)$$

減衰定数(電界減衰定数) を次式で定義する。

$$I \equiv \frac{1}{2} \frac{\omega}{Q_0 v_g} = \frac{\pi}{Q_0 \lambda_0 v_g / c} \quad 4-(15)$$

この減衰定数が加速管のいたるところで一定のものを定インピーダンス型の加速管という。

(1). 定インピーダンス型加速管における重要な関係式

パワーの減衰

$$P = P_0 e^{-2IZ} \quad 4-(16)$$

ここで

$$r = \frac{E^2}{-\frac{dP}{dZ}}$$

$$E^2 = -r \frac{dP}{dZ} = r P_0 2I \exp(-2IZ)$$

より

電界強度は

$$E = E_0 \exp(-IZ)$$

$$E_0 = \sqrt{2IrP_0} \quad 4-(17)$$

定常状態でのエネルギーゲインはもう一度エネルギーフローの式、4-(8)に戻り

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial P}{\partial Z} + W = 0$$

次に加速されるビームを考慮する。いまビームが入射されてから十分な時間が経つと $\frac{\partial U}{\partial t} = 0$ かつ iE なるビームの単位長さ当りの電力を考慮して

$$\frac{dP}{dZ} + W + iE = 0 \quad 4-(18)$$

$$\text{いま } P = \frac{E^2}{2Ir} \text{ より}$$

$$\frac{dP}{dZ} = \frac{2E}{2Ir} \frac{dE}{dZ}$$

式4-(18)は

$$\frac{dE}{dZ} + IE + iIr = 0$$

$$Z=0 \text{にて } E = E_0 = \sqrt{2IrP_0} \text{ より}$$

$$E(Z) = \sqrt{2IrP_0} e^{-IZ} - ir(1 - e^{-IZ}) \quad 4-(19)$$

第一項が入力マイクロ波電界を、第二項がビームの誘起するマイクロ波電界を表し両者の重ね合わせにより加速管内の電界が記述されている。

加速管長 L の場合に得られるエネルギーは

$$V = \int_0^L E(Z) dZ = E_0 L \frac{1 - \exp(-IL)}{IL} - riL \left(1 - \frac{1 - \exp(-IL)}{IL}\right) \quad 4-(20)$$

ビームの誘起する電力

$$E_b = ri(1 - \exp(-IZ))$$

$$r = \frac{E^2}{-\frac{dP}{dZ}} = \frac{E^2}{2IP}$$

$$P = \frac{E^2}{2Ir} = \frac{ri^2(1 - \exp(-IZ))^2}{2I} \quad 4-(21)$$

ビーム電流がないときのエネルギーゲインは4-(20)より

$$V = \sqrt{2IrP_0} L \frac{1 - e^{-IL}}{IL} = \sqrt{2rP_0} L \cdot \tau^{1/2} \frac{1 - e^{-\tau}}{\tau} \quad 4-(22)$$

ここで $\tau = IL$

この式より加速管長を固定した場合の最大エネルギーゲインは

$$\tau \doteq 1.26$$

の時に得られる。(証明は各自)

Filling Time t_F は

$$t_F = \frac{L}{v_g} = \frac{2Q_0\tau}{\omega} \quad 4-(23)$$

蓄積エネルギーは

$$U_e = \int_0^L \frac{P}{v_g} \cdot dZ$$

$$= t_F P_0 \frac{1 - e^{-2\tau}}{2\tau} \quad 4-(24)$$

(2), 定電界加速管の場合の重要な関係式

定電界加速管はビーム電流がゼロの時の軸上の電界強度がどこでも一定である。つまり

$$E(Z) = \text{constant}$$

となる。いまシャントインピーダンスが一定とすると

$$-\frac{dP}{dZ} = \frac{E^2}{r} = 2IP \quad 4-(25)$$

となりこのようにIPが一定のものを定電界型加速管という。

式4-(25)より

$$\frac{dP}{dZ} = -2I$$

$$P = P_0 \exp(-2 \int I \cdot dZ)$$

となりZ=0でP₀, Z=LでP_L, $\int_0^L I \cdot dZ = \tau$ とすると

$$P_L / P_0 = e^{-2\tau}$$

dP/dZ が一定ということより

$$\frac{dP}{dZ} = \frac{-(P_0 - P_L)}{L} = \frac{-P_0 (1 - e^{-2\tau})}{L}$$

したがって

$$P = P_0 \left(1 - (1 - e^{-2\tau}) \frac{Z}{L} \right) \quad 4-(26)$$

ここで後ほど使うために4-(25), (26)より

$$I = \frac{-1}{2} \frac{dZ}{P} = \frac{1}{2} \frac{(1 - e^{-2\tau})/L}{(1 - (1 - e^{-2\tau})Z/L)}$$

$$\frac{dI}{dZ} = 2I^2 \quad 4-(27)$$

を求めておく。

さて次ぎにビームローディングがあるときの加速管内の電界分布を求める。

$$E^2 = r \left(-\frac{dP}{dZ} \right) = 2IrP$$

より両辺をZで微分して

$$2E \cdot \frac{dE}{dZ} = 2r \left(\frac{dI}{dZ} P + I \frac{dP}{dZ} \right)$$

$$= 2r \left(\frac{dI}{dZ} \frac{E^2}{2rI} + I(-2IP - iE) \right)$$

整理して

$$\frac{dE}{dZ} = EI \left(\frac{1}{2I^2} \frac{dI}{dZ} - 1 \right) - iIr$$

これに4-(27)を代入して

$$\frac{dE}{dZ} = -iIr$$

したがって

$$E = C - ir \int I \cdot dZ$$

$$= E_0 - ir \int \frac{1}{2} \frac{(1 - e^{-2\tau})/L}{\{1 - (1 - e^{-2\tau})Z/L\}} dZ$$

$$= E_0 + \frac{ir}{2} \ln \{ 1 - (1 - e^{-2\tau})Z/L \}$$

ここで $E_0 = \sqrt{2IrP_0} = \sqrt{rP_0(1 - e^{-2\tau})}/L$

加速管内の電界分布は

$$E = \sqrt{rP_0(1 - e^{-2\tau})}/L + \frac{ir}{2} \ln \left\{ 1 - (1 - e^{-2\tau}) \frac{Z}{L} \right\} \quad 4-(28)$$

エネルギーゲインはこの式を0-L迄積分することによって得られる。

$$V = \int_0^L E \cdot dZ = \sqrt{rP_0(1 - e^{-2\tau})} L$$

$$- \frac{irL}{2} \left(1 - \frac{2\tau e^{-2\tau}}{1 - e^{-2\tau}} \right) \quad 4-(29)$$

さて群速度 v_g は4-(15)より

$$v_g = \frac{\omega}{2Q_0 I} \quad 4-(30)$$

4-(27)より

$$v_g = \frac{\omega L \cdot (1 - (1 - e^{-2\tau}) \frac{Z}{L})}{Q_0 (1 - e^{-2\tau})} \quad 4-(31)$$

Filling Time は

$$t_F = \int_0^L \frac{dZ}{v_g} = \int_0^L \frac{Q_0}{\omega L} \frac{(1 - e^{-2\tau})}{(1 - (1 - e^{-2\tau}) \frac{Z}{L})} dZ$$

$$= \frac{2\tau Q_0}{\omega} \quad 4-(32)$$

蓄積エネルギーは

4-(26), 4-(31)より

$$U_e = \int_0^L \frac{P}{v_g} dZ = \int_0^L \frac{P_0 (1 - (1 - e^{-2\tau})Z/L)}{\frac{\omega L}{Q_0} \frac{(1 - (1 - e^{-2\tau})Z/L)}{(1 - e^{-2\tau})}} dZ$$

$$= \frac{Q_0 P_0}{\omega} (1 - e^{-2\tau})$$

4-(32)より

$$\frac{Q_0}{\omega} = \frac{t_F}{2\tau}$$

したがって

$$U_e = \frac{t_F P_0}{2\tau} (1 - e^{-2\tau}) \quad 4-(33)$$

ここで実際に通常の加速管中にどの程度のエネルギーが蓄えられているか計算してみる。P₀を10MW, t_Fを0.8μs 2τを2とすると3.4ジュールとなる。これに比して例えば3MeV程度のバンデグラフなどではその高圧ターミナルには数百ジュールのエネルギーが蓄えられている。

4-4 加速管内の電子の運動方程式

電子の加速管中の運動は計算機によるシュミレーションによって行われ目的に応じた最適パラメータを捜すことが多い。

Z-方向の電界強度は電子とマイクロ波の位相差をΔとして

$$-eE \sin \Delta \quad 4-(34)$$

で表される。

運動方程式は

$$\frac{dP}{dt} = \frac{d}{dt} (r m_0 v) = -eE \sin \Delta \quad 4-(35)$$

速度 v を

$$v = \frac{c \sqrt{r^2 - 1}}{r} \quad 4-(36)$$

とおいて4-(35)式に代入すると運動方程式はZ-方向のエネルギー変化の式で表すことが出来る

$$\frac{d}{dt} (c m_0 \sqrt{r^2 - 1}) = m_0 c \frac{r}{\sqrt{r^2 - 1}} \frac{dr}{dZ} \frac{dZ}{dt}$$

ここで再び $\frac{dZ}{dt} = v$ に式4-(36)を用いると

$$m_0 c^2 \frac{dr}{dZ} = -eE \sin \Delta \quad 4-(37)$$

で与えられる。

ここで

Z-方向には自由空間波長λ₀を単位としてξ = $\frac{Z}{\lambda_0}$ とおく

加速電界E電子の静止質量をm₀として α = $\frac{eE \lambda_0}{m_0 c^2}$

$$\frac{dr}{d\xi} = -\alpha \sin \Delta$$

位相に関してはv_wを波の位相速度として

$$\Delta = \omega \left(\frac{Z}{v_w} - \frac{Z}{v_e} \right)$$

$$\frac{d\Delta}{dZ} = \frac{d\Delta}{d\xi} \frac{d\xi}{dZ} = \omega \left(\frac{1}{v_w} - \frac{1}{v_e} \right)$$

これをまとめると

$$\left. \begin{aligned} \frac{dr}{d\xi} &= -\alpha \sin \Delta \\ \frac{d\Delta}{d\xi} &= 2\pi \left(\frac{1}{\beta_w} - \frac{1}{\beta_e} \right) \end{aligned} \right\} \quad 4-(38)$$

一般には加速管の入口部には位相速度が1Cより遅い部分をつけられこれをバンチャー部という。加速管のパラメータが与えられれば今までの式からパワーフローの関係がわかり場所によるαが算出できる。それを用いて4-(38)式を解くことで各粒子のγ(エネルギー)Δ(位相)を追跡できる。

4-5 その他

(1), プレバンチャー(単空胴形)

加速管の入口部に位相速度の小さいバンチャー部を設け電子のトラップ効率をあげると共にエネルギースペクトルを良くすることが行われる。実際の加速器で電子銃とバンチャー付きの加速管のみで構成される加速器は数多く稼動している。しかし実際に設計してみるとこれだけではなかなか良いエネルギースペクトルを得る事が難しいことも事実である。そこで加速管の前に単空胴よりなるプレバンチャーを取り付け加速管入口のバンチ幅を狭め更にバンチャーで位相幅を狭めることによって良いスペクトルを得ようとする試みが多く行われている。

(2), サブハーモニックプレバンチャー

一般には加速用のマイクロ波の周波数とプレバンチャーの周波数は同一のものが使われるが特殊な用途には加速マイクロ波の整数分の1(サブハーモニック)の周波数が用いられる。主目的は電子銃からの電子を広い時間範囲に渡って圧縮し1バンチ当りの電荷量を増やしたり1バンチのみの加速を行ったりする。

以上の結果を用いると標準的な加速器についてその電子のエネルギーと位相について計算することが出来るいくつかのパラメータについて目的にあった値を捜すこ

とが出来る。

5. パルサー

電子銃やクライストロンに高電圧を印加するためにラインタイプパルサーとパルス変圧器が用いられている。ここではそれらの基本的な事項について述べる。

5-1 ラインタイプパルサー

図5-1に示すようにキャパシターとコイルの組合せ(パルスフォーミングネットワーク PFN)よりなり、スイッチによりその特性インピーダンスと同一の負荷にパルスを形成するものである。PFNは同軸ケーブルなどの伝送線の等価回路と同じ事に気が付くであろう。ラインの特性インピーダンスは1-(37)

$$Z_0 = \sqrt{\frac{L}{C}} \quad 5- (1)$$

パルス幅は

$$\tau = 2n\sqrt{LC} \quad n: \text{セクション数} \quad 5- (2)$$

で与えられる。図5-1の例ではクライストロンのインピーダンス Z_k に対し $Z_k/n^2=Z_0$ となるようにする。このPFNに実際同軸ケーブルを使った例はクライストロンや電子銃用パルサーではほとんど見かけないが電子銃のグリッドをドライブするためのグリッドパルサーでは多く用いられている。

最近のコンピュータを用いた設計手法の進歩により図5-1に示す回路などはその特性は正確に解ける。従ってどのような回路部品を接続するとどのような出力が得られるかは計算によって得ることが出来る。

詳細は上述のように回路網の解析を行えば良いのであるが実際の調整などでは直感的なモデルが役に立つのでここに述べる。

図5-1の様な回路を作ったとして実際の負荷を接続して動作させると後述するクライストロンに必要な程度に平坦なパルスが得られないことが多い。この原因は例えばキャパシターの容量のばらつきであったりパルス変圧器に起因するものであったりする。出力パルスの平坦度の微調はインダクタンスの大きさを調整することによって行われるのが普通である。コイルは

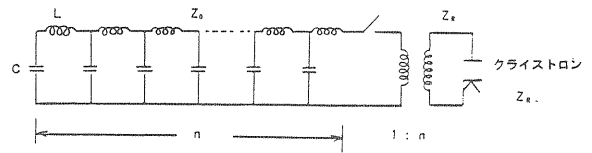


図5-1 パルスフォーミングネットワーク(PFN)と負荷, クライストロンインピーダンス Z_k , パルス変圧器巻数比1:n, $Z_R=Z_k/n^2$ とする。

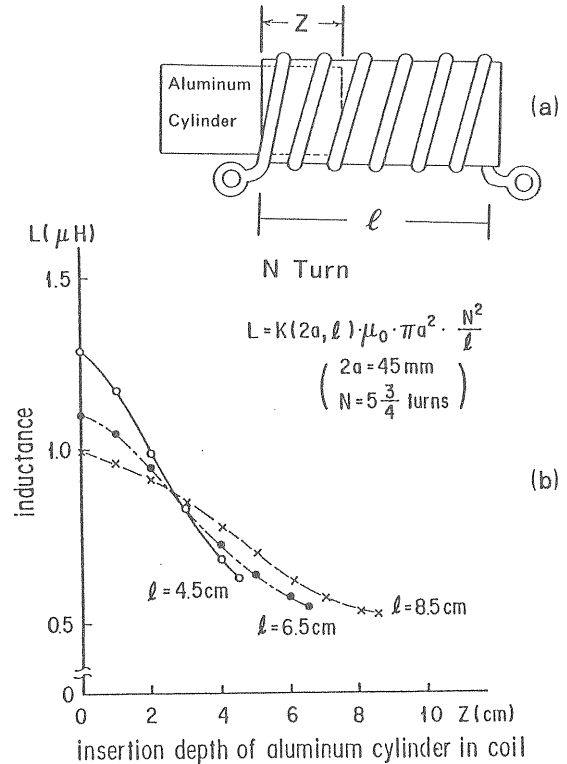


図5-2 PFNのコイルとショートリングによるインダクタンスの調整

図5-2(a)に示すようにコイルとその内部を移動できる導電体(ショートリング)で構成されていることが多い。ショートリングは1-(6), 1-(7)で示される様の中を通過する磁束に対して閉ループの電界が生じそこを流れる電流で磁界が打ち消されコイルの磁界中に蓄えられるエネルギーが減少する結果としてインダクタンスが減少することを利用している。経験上ショートリングで約半分程度までそのインダクタンスを下げる事が出来る。ショートリングの挿入とインダクタンスの低下の1例を図5-2(b)に示す。出力パルスの平坦度をモニタしながらショートリングを出し入れし平坦にしていくときにはパルス幅をPFNのセクション数に分け各セクションのコイルのインダクタンスとその凹凸を対応させながら調整する。この様に理屈どうりに出力パルスを平坦化することが出来るためには各

セクションの特性が揃っていることの他に各セクションのインダクタンス、キャパシタンスが他のセクションのそれと電磁界的にカップルしないことが大切のようである。またキャパシタンスのリードインダクタンスの値にも注意が必要である。最初に回路網解析でちゃんと計算できる事を述べたがキャパシタンスのバラ付きがある場合の配置の仕方、そのリードインダクタンス、他のセクションとの相互インダクタンスなど考慮すべきパラメータは多い。

5-2 充電と安定化

パルサーの回路の1例を図5-3に示す。この場合にはLCの共振回路を用いて充電している。ここでCはPFNのキャパシターを合計した値でありLはチャージングチョークのインダクタンスの値である。この回路を解けば

$$I = \frac{E}{\sqrt{\frac{L}{C}}} \sin\left(\sqrt{\frac{t}{LC}}\right) \quad 5- (3)$$

ここでEは直流電源回路の電圧である。
コンデンサーに充電する電圧は

$$\begin{aligned} E &= \int_0^t \frac{I}{C} dt = \frac{1}{C} \int_0^t \frac{E}{\sqrt{\frac{L}{C}}} \sin\left(\sqrt{\frac{t}{LC}}\right) dt \\ &= E \left(2 - \cos\sqrt{\frac{t}{LC}}\right) \quad 5- (4) \end{aligned}$$

となり充電電圧は直流電源電圧の二倍まで充電する。

5-3 PFNインピーダンスと負荷の整合

図5-4に示すようにPFNの特性インピーダンスを Z_0 、負荷インピーダンスを Z_R とすると伝送線の方程式はよく知られているように次の式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} V &= \frac{V_R}{2} \left(1 + \frac{Z_0}{Z_R}\right) e^{j\beta x} + \frac{V_R}{2} \left(1 - \frac{Z_0}{Z_R}\right) e^{-j\beta x} \\ I &= \frac{I_R}{2} \left(1 + \frac{Z_R}{Z_0}\right) e^{j\beta x} + \frac{I_R}{2} \left(1 - \frac{Z_R}{Z_0}\right) e^{-j\beta x} \end{aligned} \right\} 5- (5)$$

この式の場合 $X=0$ が負荷端で X の一方が前進波を表している。電圧反射係数は

$$\frac{\left(1 - \frac{Z_0}{Z_R}\right)}{\left(1 + \frac{Z_0}{Z_R}\right)} = \frac{Z_R - Z_0}{Z_0 + Z_R} \quad 5- (6)$$

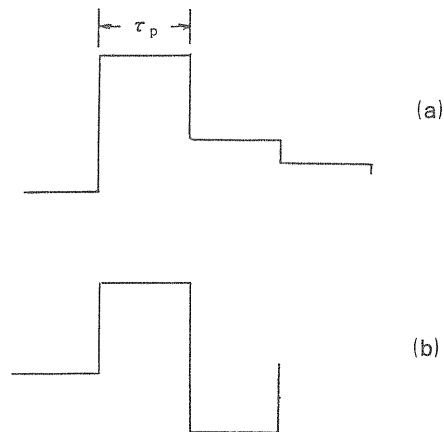


図5-4 PFNインピーダンス Z_0 と負荷 Z_R のミスマッチ (a) $Z_R > Z_0$, (b) $Z_R < Z_0$

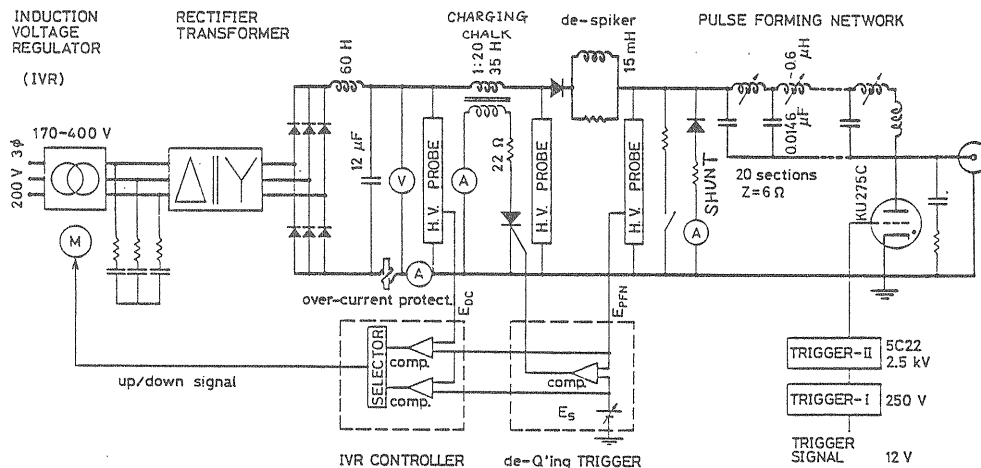


図5-3 パルサー回路

で与えられる。PFNに充電して時刻零でスイッチを閉じるとし $Z_R=Z_O$ であれば

$$V=V_R e^{j\beta x}$$

となり反射波は存在しない。そうすればPFNに蓄えられたエネルギーはきれいに一パルスで消費されサイラトロンは通電を停止する。この放電の時間は先に述べた共振充電の時間に比べると十分短く充電用のチョウクコイルによって直流電源とは切り離されているとして考えて良い。

Z_R が Z_O よりも大きいと電圧反射係数は正となりパルスは反射して来る。PFNの負荷と反対側はオープンであるためそのまま反射係数は1で反射する。従って負荷での電圧は図5-4(a)に示すようになる。一方負荷が特性インピーダンスより小さいと図5-4(b)にしめすようになる。何れの場合にも大きなミスマッチは回路に悪い影響があり保護回路が組み込まれているのが普通であるのでそれについて次に示す。

5-4 インターロック

(1), オーバーカレントプロテクション

この回路の許容直流電流は自ずと決まっているので例えばサイラトロンの連続通電の様な事態に対しては回路を保護する必要がある。次に述べる理由によりこのサイラトロンの連続通電の様なことは起こりうるものである。もしなんらかの理由、例えばクライストロンのカソード電流が減少するなど負荷インピーダンスが高くなるとPFNの電力は図5-4(a)に示すように繰り返しサイラトロンを通過する。この間はサイラトロンは通電しているがそうこうしている間に充電のチョウクコイルが通電し始める。サイラトロンにはそれを停止する機能はないのでやがて回路に過電流が流れる。これを保護するのがOver Current Protection (OCP)である。勿論この外にサイラトロンや他の部品の故障による過電流に対する保護としても重要である。

(2)シャント回路オーバーカレント

このプロテクションが想定するのは先のOCPと異なった負荷状態である。負荷が短絡した場合など例えばクライストロン内部のアノード、カソード間の放電などがこれに相当するがその場合には図5-4(b)に示すようにPFNに反転した電圧パルスがかえって来る。このときシャント回路に順方向に電流がながれこのパ

ルスを吸収する。つまりシャント回路に大電流が流れるとすればそれは負荷の短絡現象を意味するわけであるからひきつずいて電圧を印加しないのが得策である。この意味でプロテクションを掛けている。

このシャント回路にはもう一つの重要な機能がある。それはもしコンデンサーが逆に充電されているときに共振充電が開始されたとしての充電電圧を計算してみるとわかる。このときの状態は各自で検討することにする。このシャント回路の機能として負の反射波を吸収するという重要な役割がある。

5-5 充電電圧の安定化

パルサの出力は電子銃やクライストロンに印加される。このためパルス毎の安定化が重要になって来る。ごく一般的に用いられているパルサの充電電圧の安定化方式がここに述べるDeQ回路と呼ばれるものである。

図5-3に示すように充電用のチョウクコイルに二次巻線を入れておきPFNの充電電圧が設定値に達するとスイッチを閉じコア中に蓄えられている磁界エネルギーを抵抗R(この場合22オーム)で消費する。この時点で充電はストップし充電電圧を一定化することが出来る。

6. クライストロン

クライストロンはライナックのマイクロ波源であり重要なコンポーネントである。ここではその概略を述べると同時にクライストロンに関係するいくつかの重要な点について述べる。クライストロンの断面図を図6-1に示す。この図に示すように電子銃から引き出された電子は第1空胴(入力空胴)で速度変調を受ける。この電子は出力空胴で最良のバンチングとなり出力空胴からマイクロ波が取り出される。

(1), クライストロンの増幅率

クライストロンの入力マイクロ波電力と出力マイクロ波電力の関係の1例を図6-2に示す。これを見てわかるようにクライストロンの利得は50デシベル以上と非常に高いことが判る。この大きい利得のため励振系が比較的シンプルになるのが1つの特色となっている。

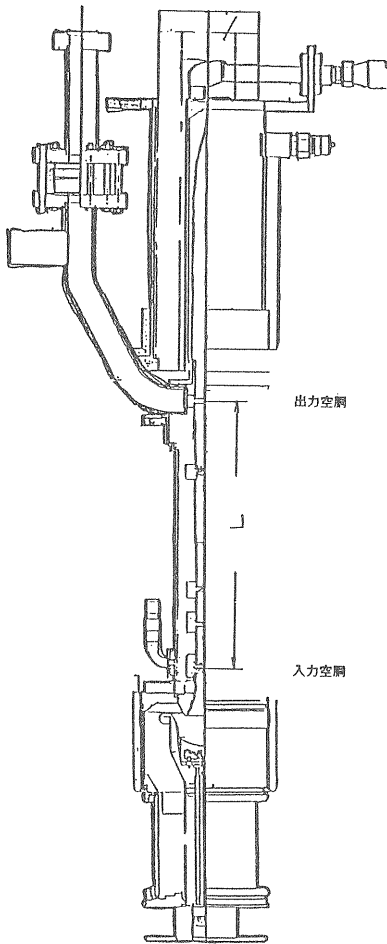


図6-1 クライストロン断面図

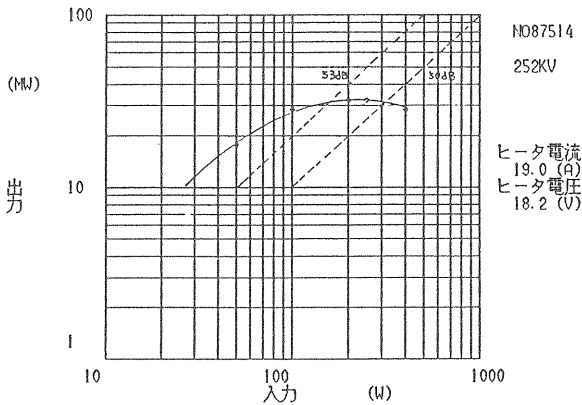


図6-2 クライストロン入力パワーと出力パワー

デシベルは次式で定義される

$$\text{Gain (デシベル)} = 10 \log \frac{P_{\text{out}}}{P_{\text{in}}} \quad 6-(1)$$

例えば50デシベルでは出力パワー P_{out} は P_{in} の100000倍である。

(2), 電圧変動と出力変動

ここではクライストロンに印加される電圧の変動とその影響について述べる。この電圧はいうまでもなく

パルサ出力がパルストランスで昇圧されたものである。

クライストロンの電子銃は2極管で空間電荷制限領域で使用しているので

$$I = kV^{3/2} \quad 6-(2)$$

出力パワー P_o は

$$\begin{aligned} P_o &= \eta \cdot I \cdot V \\ &= \eta \cdot k V^{5/2} \end{aligned} \quad 6-(3)$$

ここで η は変換効率

ここで印加電圧(アノード電圧)の変動に対する出力パワーの変動は

$$\begin{aligned} \frac{\Delta P}{\Delta V} &= k \cdot \eta \cdot \frac{5}{2} V^{3/2} \\ \frac{\Delta P}{P} &= \frac{5}{2} \frac{\Delta V}{V} \end{aligned} \quad 6-(4)$$

(3), 電圧変動と位相変動

ここで1-6で述べた運動方程式の応用の1つとして電圧変動に対する出力マイクロ波の位相変動について述べる。図6-1と式1-(21), (22)等より

$$\beta = \frac{v}{c} = \sqrt{\frac{r^2 - 1}{r^2}}$$

この速度で入力空胴から出力空胴まで長さ L を走行した時の位相シフトは

$$\theta = 2\pi f \cdot t$$

で与えられる。

$$t = \frac{L}{v} = \frac{L}{c \sqrt{\frac{r^2 - 1}{r^2}}}$$

より

$$\theta = \frac{2\pi}{\lambda} \frac{rL}{\sqrt{r^2 - 1}}$$

電圧変動に対する位相の変化は

$$\begin{aligned} \frac{d\theta}{dV} &= \frac{d\theta}{dr} \cdot \frac{dr}{dV} = \frac{e}{m_0 c^2} \left(\frac{d\theta}{dr} \right) \\ &= - \frac{e}{m_0 c^2} \frac{2\pi L}{\lambda} (r^2 - 1)^{-3/2} \end{aligned}$$

したがって

$$\Delta\theta = \frac{-2\pi L}{\lambda} \frac{eV}{m_0 c^2} (r^2 - 1)^{-3/2} \frac{\Delta V}{V} \quad 6-(5)$$

ここで具体的な例を述べると例えば140kVで35cmの走行距離とすると6-(5)により1%の電圧変動が約6度の位相変調に相当する。この位相変調はパルスの平坦度に対して非常に敏感であるため平坦度の調整においてパルス出力を直接モニタすることの他に位相変調をモニタしながら行うことも多い。

7. ビームの集束

ライナックにおけるビームの集束系にはそのエネルギーに応じていくつかの典型的なタイプの集束系が使われているのでそれについて概観する。それらは

(1), 電子銃からの出力ビームを集束させる低エネルギー領域での集束系

このエネルギー範囲は高々数百kVでありマグネチックレンズが最も一般的に用いられる。

(2), マグネチックレンズ以降加速管の初段あたりのビームを集束させるためのソレノイド磁場

(3), 加速されたビームで~10MeV程度以上のビームに対して主として4極電磁石を用いる集束系。

これらの集束系についてその基本的なところを述べる。

7-1 加速器内でのビームの発散力

集束について考える前にまずビームの発散力について考えることにする。

(1), スペースチャージ力による発散

電子ビーム同士の空間電荷効果によりビームが発散する。

電流をIとしたときに最外束rでのビームの受ける力をガウスの法則を用いて計算する。

$$E_r = \frac{-I}{2\pi r \epsilon_0 v_e}$$

$$F_r = -eE_r = \frac{eI}{2\pi r \epsilon_0 v_e} \quad 7-(1)$$

ここで v_e は電子の速度

(2), ビームによる回転磁界

電子ビーム自身が作る回転磁界とビーム自身の速度より生じる。この場合は集束力でアンペールの法則を用いると

$$\oint \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = I$$

$$B_\phi = \frac{-\mu I}{2\pi r}$$

$$F_\phi = -ev_e \times B_\phi = -ev_e \frac{\mu I}{2\pi r} \quad 7-(2)$$

したがってビームがドリフトチューブ内を進むときなどはこの両者の力の和となる。ここでライナックにおいてはビームにバンチングがおきている場合を扱うことが多いのでバンチングパラメータを導入する。これはバンチ幅で周期を割った値とする。

$$X = T_{RF} / \tau_B$$

ビームのスペースチャージによる発散力と磁界による集束力を考慮した発散力は

$$F_r = \frac{eIX}{2\pi r \epsilon_0 v_e} - \frac{ev_e \mu_0 IX}{2\pi r}$$

$$= \frac{eIX}{2\pi r} \left(\frac{1}{\epsilon_0 v_e} - v_e \mu_0 \right)$$

$$= \frac{eIX}{2\pi r} \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} \left(\frac{1}{\beta_e} - \beta_e \right)$$

$$= \frac{eIX}{2\pi r} Z_0 \left(\frac{1 - \beta_e^2}{\beta_e} \right) \quad 7-(3)$$

ここで Z_0 は自由空間のインピーダンス

(3), 電磁界による発散

次には加速管内の電磁界によるビームの発散を考えることにする。加速管の章で管内の電磁界について述べてあるがそのうちの基本波のモードについてのみここで再び述べる。それらは4-(7)式の $n=0$ の項のみを用い $e^{j\omega t}$ を共通として

$$Z_0 H_\phi = A_0 \frac{jk}{x_0} J_1(x_0 r) \exp(-j\beta_0 Z) \quad 7-(4)$$

$$E_r = A_0 \frac{j\beta_0}{x_0} J_1(x_0 r) \exp(-j\beta_0 Z) \quad 7-(5)$$

$$E_z = A_0 J_0(x_0 r) \exp(-j\beta_0 Z) \quad 7-(6)$$

ここで

$$k = \frac{2\pi}{\lambda_0}$$

$$\beta_0 = \frac{2\pi}{\lambda_g}$$

$$k^2 = x_0^2 + \beta_0^2$$

ここで加速に使われる軸上の電界と径方向の電界強度の空間的な位相について考えてみる。7-(5),7-(6)式

の実数部のみ比較すると

$$E_r = A_0 \frac{\beta_0}{x_0} J_1(x_0 r) \sin \beta_0 Z \quad 7-(7)$$

$$E_z = A_0 J_0(x_0 r) \cos \beta_0 Z \quad 7-(8)$$

このようにZ-方向の電界強度と径方向の電界強度は空間的に90度位相がずれている。そのため加速電界のピークの前後で発散集束が変化する。これを図7-1に示す。さて電界と磁界による径方向の発散力の合計は7-(4),7-(5)式の力の方向を考慮して

$$F_r = e \left(A_0 \frac{\beta_0}{x_0} J_1(x_0 r) \sin \beta_0 Z - v_e \frac{\mu_0}{Z_0} A_0 \frac{k}{x_0} J_1(x_0 r) \sin \beta_0 Z \right)$$

ここで $\mu_0/Z_0 = \frac{1}{c}$ と、 $x_0 r \ll 1$ のとき $J_1(x_0 r)$

$$= \frac{1}{2} x_0 r \text{ と近似して}$$

$$\begin{aligned} F_r &= -e \left(A_0 \frac{\beta_0}{x_0} \frac{1}{2} x_0 r \sin \beta_0 Z - v_e \frac{1}{c} A_0 \frac{k}{x_0} \frac{1}{2} x_0 r \sin \beta_0 Z \right) \\ &= -e \frac{A_0 r}{2} \sin \beta_0 Z \left(\beta_0 - \frac{v_e k}{c} \right) \\ &= -e \frac{A_0 r}{2} \sin \beta_0 Z \left(\frac{2\pi}{\lambda_g} - \beta_e \frac{2\pi}{\lambda_0} \right) \\ &= -e \frac{A_0 r}{2} \sin \beta_0 Z \frac{2\pi}{\lambda_0} \left(\frac{1 - \beta_e \beta_w}{\beta_w} \right) \quad 7-(9) \end{aligned}$$

ここで $\beta_e = \frac{v_e}{c}$, $\beta_w = \frac{v_w}{c}$ を表す。

もう一度Z-方向の電界強度と径方向の基本波のみの近似解をまとめると

$$\begin{aligned} F_z &= -e A_0 \cos \beta_0 Z \\ F_r &= -e \frac{A_0 r \pi}{\lambda_0} \frac{1 - \beta_e \beta_w}{\beta_w} \sin \beta_0 Z \end{aligned} \quad 7-(10)$$

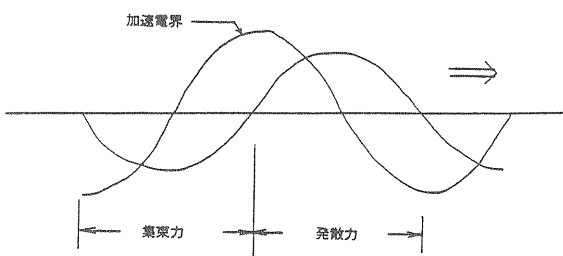


図7-1 加速電界(Z方向)と径方向の電界

この式より径方向の力は中心軸からの変位rに比例する。

レギュラーセクションで電子が光速に近いところでは径方向の力は働かないということがいえる。

ここで1つの重要なことはビームの加速される位相で発散力が変化することである。つまり完全に平行のビームを加速管に入射してもバンチングの過程でビームのある部分は発散力をまたある部分は集束力を受けることになる。これはエミッタンスでみると増大したということである。この様に電子銃からのビームは加速中において主としてバンチャー部でエミッタンスが増大する。これをエミッタンスグロースといい高輝度のビームの加速には重要な問題である。このため最近研究の開始された自由電子レーザーなどに必要な高輝度ビームの加速にはレーザーホトカソードを用い幅の狭いレーザーでそれを照射し最初からバンチしたビームを出力する事が提案されている。この様にしてバンチングの際に生じる輝度の劣化をさげようと言うわけである。

7-2 磁場レンズ

磁場レンズは主として数十から数百キロボルトの電子ビームを集束する場合に用いられる。基本となる形は図7-2に示すようになっている。軸上の磁場分布は同

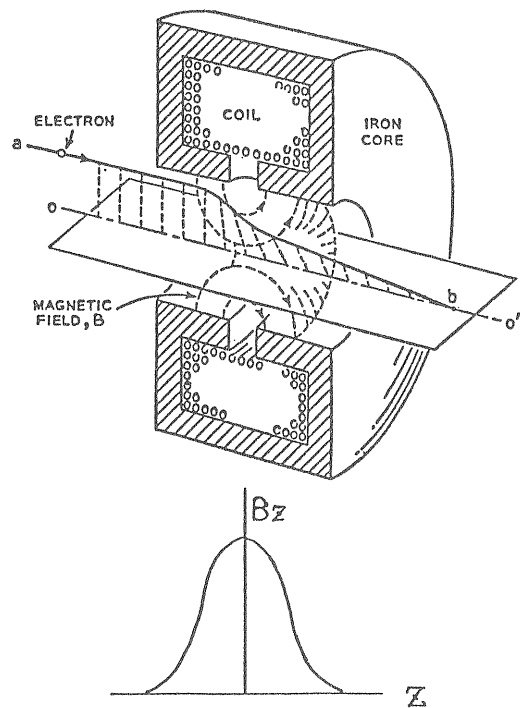


図7-2 マグネティックレンズの構成とそれによる軸上の軸場強度分布

じく図7-2に示すようにベル型の近似で計算されることが多い。また形状が単純で軸対称であることよりベクトルポテンシャルを求め B_z, B_r を考慮してビーム軌道を計算することも多く行なわれている。ここでは近軸軌道近似を用いた計算について簡単に述べる。

磁場中の電子の運動方程式を考えると磁場中の運動では電子のエネルギーが変化しない。比電荷を η として

$$m(\ddot{r}-r\dot{\theta}^2) = e r \dot{\theta} B_z$$

$$\dot{\theta} = -\frac{\eta}{2} B_z \quad \text{より}$$

$$m\left(\ddot{r}-r\frac{\eta^2}{4}B_z^2\right) = -e r \frac{\eta}{2} B_z^2$$

従って

$$\ddot{r} + \frac{r}{4} \eta^2 B_z^2 = 0 \quad 7-(11)$$

変数を t から z に変換する。 z -方向の速度一定と仮定して

$$\begin{aligned} \frac{d^2 r}{dt^2} &= \frac{d}{dt} \left(\frac{dr}{dZ} \frac{dZ}{dt} \right) = \frac{dr}{dZ} \frac{d^2 Z}{dt^2} + \left(\frac{dZ}{dt} \right)^2 \frac{d^2 r}{dZ^2} \\ &= \frac{d^2 r}{dZ^2} v_e^2 \end{aligned} \quad 7-(12)$$

従って7-(11)は

$$\frac{d^2 r}{dZ^2} + \frac{1}{4} \left(\frac{e}{m_0} \right)^2 \frac{1-(v_e/c)^2}{v_e^2} B_z^2 \cdot r = 0 \quad 7-(13)$$

ここで軸上の磁場の強度分布については多くの場合次の式で表すベル型の近似が行われている。

$$B_z = \frac{B_0}{1 + \left(\frac{Z}{a} \right)^2} \quad 7-(14)$$

B_z をベル型近似で与えると7-(13)は解析的に解くことが出来る。

さらに軸上の磁場分布を適当に仮定してこの方程式を数的に解くことは各自で行うことにする。

7-3 フォーカスコイル

フォーカスコイルは電子のエネルギーの低い部分から加速管の最初の部分に取り付けられ電子の発散を防止する目的で用いられる。ここでは加速を受ける電子が磁場中でどのような運動をするかを中心に検討することにする。

磁場を Z -成分のみとし B

入射の時の電子の位置 x_0, y_0

入射の速度の初期値 $V_y = V_{y0}$

Z -方向の加速電界は一定とする。 E_0

運動方程式は

$$\frac{dP}{dt} = F$$

x, y 方向には

$$\frac{m_0}{\sqrt{1-(v_z/c)^2}} \frac{dv_x}{dt} = -e v_y B \quad 7-(15)$$

$$\frac{m_0}{\sqrt{1-(v_z/c)^2}} \frac{dv_y}{dt} = e v_x B \quad 7-(16)$$

z 方向には加速電界があり

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{m_0 v_z}{\sqrt{1-(v_z/c)^2}} \right) = e E_0 \quad 7-(17)$$

ここで $v_z = \frac{c\sqrt{r^2-1}}{r}$ を用いて4-(37)式と同様に

$$m_0 c^2 \frac{dr}{dZ} = e E \quad 7-(18)$$

$$r - r_0 = \frac{e E \lambda_0}{m_0 c^2} \frac{Z}{\lambda_0} = \alpha \xi \quad 7-(19)$$

ここで

$$\frac{dv_x}{dt} = \frac{dv_x}{dZ} \frac{dZ}{dt} = \frac{dv_x}{dZ} \frac{c\sqrt{r^2-1}}{r}$$

を用いて

$$\left. \begin{aligned} \sqrt{r^2-1} \frac{dv_x}{dZ} &= - \left(\frac{eB}{m_0 c} \right) v_y \\ \sqrt{r^2-1} \frac{dv_y}{dZ} &= \left(\frac{eB}{m_0 c} \right) v_x \end{aligned} \right\} \quad 7-(20)$$

これより

$$\frac{dv_x}{dv_y} = - \frac{v_y}{v_x}$$

$$v_x^2 = -v_y^2 + v_{y0}^2 \quad 7-(21)$$

ここで $\frac{dv_x}{dZ} = \frac{dv_x}{dr} \frac{dr}{dZ}$ に7-(18)式を用いると

$$\sqrt{r^2-1} \frac{dv_x}{dr} = - \left(\frac{eB \lambda_0}{m_0 c \alpha} \right) \sqrt{v_{y0}^2 - v_x^2}$$

ここで

$$\int \frac{dv_x}{\sqrt{v_{y0}^2 - v_x^2}} = \sin^{-1} \frac{v_x}{v_{y0}},$$

$$\int \frac{dr}{\sqrt{r^2-1}} = \ln \frac{r + \sqrt{r^2-1}}{r_0 + \sqrt{r_0^2-1}}$$

を用いると

$$v_x = -v_{y0} \sin \left[\left(\frac{eB \lambda_0}{m_0 c \alpha} \right) \ln \frac{r + \sqrt{r^2 - 1}}{r_0 + \sqrt{r_0^2 - 1}} \right]$$

$$v_y = v_{y0} \cos \left[\left(\frac{eB \lambda_0}{m_0 c \alpha} \right) \ln \frac{r + \sqrt{r^2 - 1}}{r_0 + \sqrt{r_0^2 - 1}} \right]$$

7-(22)

更に $v_x = \frac{dx}{dt} = v_z \frac{dx}{dZ} = c \frac{\sqrt{r^2 - 1}}{r} \frac{\alpha}{\lambda_0} \frac{dx}{dr}$ を用い

$$\frac{dx}{dr} = - \left(\frac{v_{y0}}{c} \right) \left(\frac{\lambda_0}{\alpha} \right) \frac{r}{\sqrt{r^2 - 1}}$$

$$\sin \left[\left(\frac{eB \lambda_0}{m_0 c \alpha} \right) \ln \frac{r + \sqrt{r^2 - 1}}{r_0 + \sqrt{r_0^2 - 1}} \right]$$

$$\frac{dy}{dr} = \left(\frac{v_{y0}}{c} \right) \left(\frac{\lambda_0}{\alpha} \right) \frac{r}{\sqrt{r^2 - 1}}$$

$$\cos \left[\left(\frac{eB \lambda_0}{m_0 c \alpha} \right) \ln \frac{r + \sqrt{r^2 - 1}}{r_0 + \sqrt{r_0^2 - 1}} \right]$$

7-(23)

以後各ZでのX, Y, は式7-(23)を7-(18)等を用いてを数値的に解いて行けば良いので各自で検討して戴く。

7-4 四極電磁石

ライナックのように高エネルギーの加速器では集束系の大部分は四極電磁石で構成される。その焦点距離、構成などについて簡単に述べる。

磁石の構成を図7-3に示す。磁極断面の形が双曲線である磁極で囲まれた内部のスカラーポテンシャルを ϕ とすると

$$H = -\text{grad } \phi \quad 7-(24)$$

$$\text{div } B = \mu \cdot \text{div } H = -\mu \cdot \text{div} \cdot \text{grad } \phi = 0 \text{ より}$$

$$\frac{d^2 \phi}{dx^2} + \frac{d^2 \phi}{dy^2} = 0 \quad 7-(25)$$

となる。

この解は

$$\phi = Cxy \quad 7-(26)$$

よって

$$H_x = -Cy \quad 7-(27)$$

$$H_y = -Cx \quad 7-(28)$$

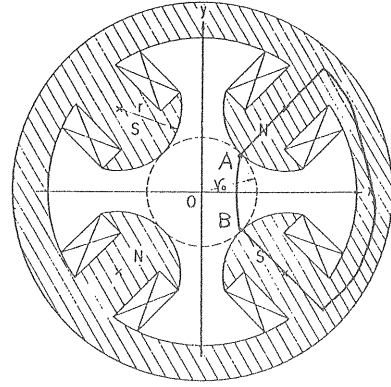


図7-3 θ 磁石の構成

次にこの定数Cを求める。1ポール当りの巻数N, 電流Iとし図7-2に示す閉ループの積分を行うとアンペールの法則により,

$$2NI = \oint H \cdot ds = \int_A^B H \cdot ds + \int_B^A H \cdot ds$$

ここで第2項は磁極内の積分を表し比透磁率が真空部分に比して十分大きいので第1項に対して無視する。

$$\int_A^B -\text{grad } \phi \cdot ds = \int_A^B -\frac{\partial \phi}{\partial x} dx - \frac{\partial \phi}{\partial y} dy = \int_A^B -d\phi$$

ここでN極の形状は $xy = \frac{r_0^2}{2}$ S極は $xy = -\frac{r_0^2}{2}$ であるので

$$\phi_A - \phi_B = Cr_0^2 \quad C = \frac{2NI}{r_0^2}$$

電子の運動方程式を考えて(電子は紙の裏から表へ)

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = evBy$$

$$m \frac{d^2 y}{dt^2} = -evBx$$

v が一定ということより

$$\frac{dx}{dt} = \frac{dx}{dZ} \frac{dZ}{dt} = v \frac{dx}{dZ}$$

$$\frac{d}{dt} \left(v \frac{dx}{dZ} \right) = v^2 \frac{d^2 x}{dZ^2}$$

また $B_x = -\mu Cy = -\mu_0 \frac{2NIy}{r_0^2}$ より

$$\frac{d^2 x}{dZ^2} = \frac{-2e}{mv} \frac{\mu_0 NI}{r_0^2} x$$

$$\frac{d^2 y}{dZ^2} = \frac{2e}{mv} \frac{\mu_0 NI}{r_0^2} y \quad 7-(29)$$

が導かれる。この方程式の解は $k^2 = \frac{2e}{mv} \frac{\mu_0 NI}{r_0^2}$ として

$$x = x_0 \cos kZ + \frac{x'_0}{k} \sin kZ$$

$$x' = -x_0 k \sin kZ + x'_0 \cos kZ$$

$$y = y_0 \cos hkZ + \frac{y'_0}{k} \sin hkZ$$

$$y' = y_0 k \sin hkZ + y'_0 \cos hkZ \quad 7-(30)$$

マトリックス表示でおこなうと

$$\begin{pmatrix} x \\ x' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos kZ & \frac{1}{k} \sin kZ \\ -k \sin kZ & \cos kZ \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_0 \\ x'_0 \end{pmatrix} \quad 7-(31)$$

$$\begin{pmatrix} y \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos hkZ & \frac{1}{k} \sin hkZ \\ k \sin hkZ & \cos hkZ \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_0 \\ y'_0 \end{pmatrix} \quad 7-(32)$$

集束方向の焦点距離はQ-磁石を通過後 f_c なる距離を走行したとして

$$\begin{pmatrix} x \\ x' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & f_c \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos kZ & \frac{1}{k} \sin kZ \\ -k \sin kZ & \cos kZ \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_0 \\ x'_0 \end{pmatrix} \quad 7-(33)$$

ここで $x'_0=0$ のビームに対して $x=0$ となる f_c を求めると

$$f_c = \frac{1}{k \tan kZ} \quad 7-(34)$$

となる。発散方向の焦点距離も同様に

$$f_d = \frac{1}{k \tan hkZ} \quad 7-(35)$$

さらにここでThin Lensの近似を行なう。つまりレンズの作用はするが厚さゼロと見なす。 kZ を一定として Z を限りなくゼロに近づけて

$$k(\tan kZ) = k \left(kZ + \frac{(kZ)^3}{3} + \dots \right) \approx k^2 Z$$

$$\frac{1}{k} \tan kZ = \frac{1}{k} \left(kZ + \frac{(kZ)^3}{3} + \dots \right) \approx Z$$

を用いて

集束、発散の各々のマトリックスは

$$M_F = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{f} & 1 \end{pmatrix}, \quad M_D = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \frac{1}{f} & 1 \end{pmatrix} \quad 7-(36)$$

自由空間のマトリックスは

$$M = \begin{pmatrix} 1 & L \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad 7-(37)$$

初期値が X_0, X'_0 のビームがX-方向に集束のQ磁石を通過し更にLの自由空間を走行した場合のその粒子の位置と角度は

$$\begin{pmatrix} x \\ x' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & L \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{f_F} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_0 \\ x'_0 \end{pmatrix} \quad 7-(38)$$

としてもとまる。

ライナクにおいては一般に2組又は3組の磁石を組み合わせるX, Y方向両方に集束効果を持たせている。例えばダブルレットの場合であれば距離 d 離れた磁石では

$$\begin{pmatrix} x \\ x' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & L \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{f_D} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & d \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{f_F} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_0 \\ x'_0 \end{pmatrix} \quad 7-(39)$$

$$\begin{pmatrix} y \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & L \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{f_F} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & d \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \frac{1}{f_D} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_0 \\ y'_0 \end{pmatrix} \quad 7-(40)$$

が両方向に集束作用を持つことが知られている。この式を実際に計算してそれを確かめ更にその焦点距離が

$f_D = f_F = f$ のとき $f = \frac{f^2}{d}$ であることを確かめてもらいたい。

7-5 エミッタンスの表わし方

ビームのエミッタンスはさきに述べたように x, θ 面で規定でき図2-1に示すような形をしているのが一般的である。この x, θ で表したものをPhase Spaceと言う。加速器のある一つの場所で計測した楕円の形が集束系でどの様に変換されて行くかをこれから検討する。このPhase Space上の形を楕円と仮定するとそれは3パラメータで完全に記述できる。このパラメータを使って表わしたものをシグママトリックスという。シグママトリックスの行列の要素と楕円との対応を図7-4に示す。ここで $\sigma_{12} = \sigma_{21}$

この楕円の面積は $\pi \theta \int x_{\max} \int dx$ または $\pi \theta \int x_{\max} \int dx$ で与えられこれをエミッタンスと言うことは前に述べた。シグママトリックスで記載してあると例えば四極電磁

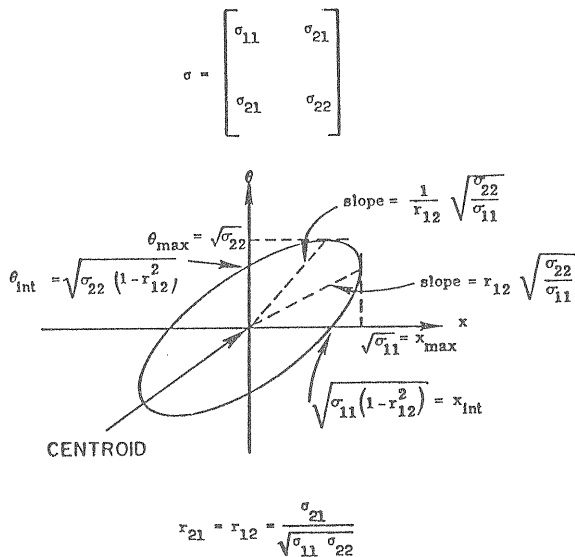


図7-4 シグママトリックスと楕円の関係

石がこのビームに作用したときにエミッタンスは不変であるがその形状がどうなるかを計算できる。シグママトリックスに対して各種のビーム誘導系のコンポーネントの変換は次のように与えられる。

自由空間では

$$\sigma(1) = \begin{pmatrix} 1 & L \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ L & 1 \end{pmatrix} \quad 7-(41)$$

四極電磁石では

$$\sigma(1) = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{f} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -\frac{1}{f} \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad 7-(42)$$

で与えられる。

実際にこの計算を行うことにする。最初にQ磁石の入口でのビームのPhase Space上での形を図7-5のAとする。これに式7-(42)を施すと楕円は回転して図7-5のBようになる。同じく自由空間では楕円は図7-6AからBに示す方向に移動する。再度このBの点でQ-マグネットを通過すると図7-5Bの位置となる。この様にビーム誘導と言うのはPhase Space上で回転を繰り返しながら進んで行くことを言う。四極電磁石で回転させて適当な距離走ると楕円が立つがここでビーム径が最小になる。

7-6 エミッタンスの測定

2章でのべた様にエミッタンスはスリットを用意し

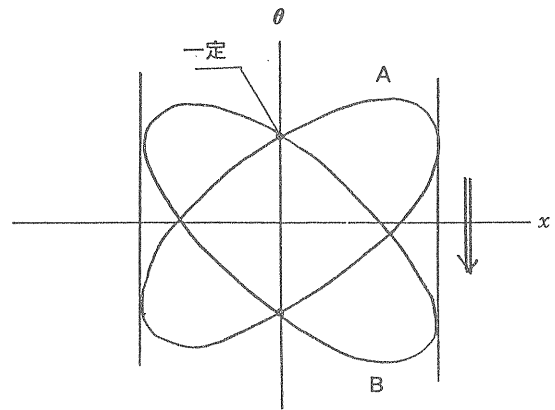


図7-5 θ マグネットによる楕円の回転

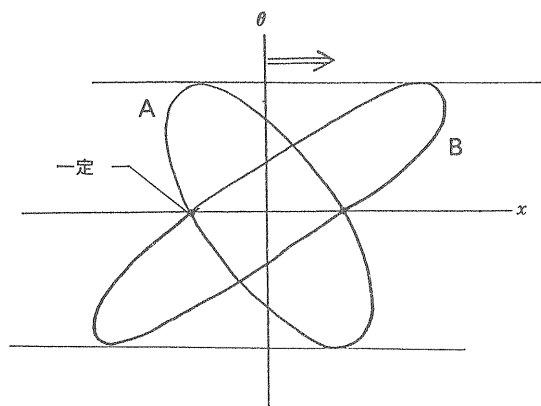


図7-6 自由空間による移動

それをビーム軸に垂直に移動させながら径と発散の関係を測定すれば良いのであるがエネルギーが高くなるとこのスリットを作ることも大変になる。以上述べたシグママトリックスとQ-磁石, 自由空間, ビームの径を計測するためのスクリーンモニタを利用してエミッタンスを計測する方がむしろ普通である。ここでそれについて述べる。

(1), Q-磁石一組とビーム径計測用スクリーンモニタを使用する場合

図7-7に示す構成になる。

Q-磁石でのシグママトリックスを次のように仮定する。

$$\begin{pmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} \\ \sigma_{12} & \sigma_{22} \end{pmatrix} \quad 7-(43)$$

Q-磁石によって次のように変換される。

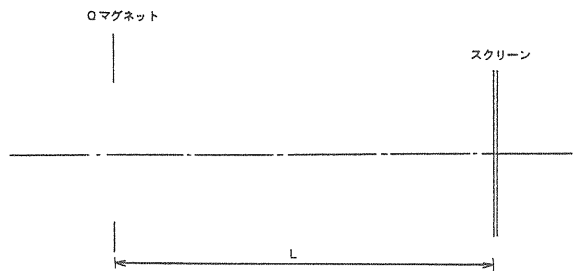


図7-7 エミッタンスの測定—Qマグネットとスクリーンモニターによる方法

$$\sigma' = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{f} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -\frac{1}{f} \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad 7-(44)$$

次にそれに続くドリフトスペースLによって

$$\sigma'' = \begin{pmatrix} 1 & L \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sigma'_{11} & \sigma'_{12} \\ \sigma'_{21} & \sigma'_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ L & 1 \end{pmatrix} \quad 7-(45)$$

ここでビームのサイズは $\sqrt{\sigma''_{11}}$ であるから

$$\sigma''_{11} = r^2 = \frac{\sigma_{11}L^2}{f^2} - \frac{2\sigma_{11}L}{f} - \frac{2\sigma_{12}L^2}{f} + \sigma_{11} + \sigma_{12}L + \sigma_{22}L^2 \quad 7-(46)$$

これをQ-磁石の焦点距離で微分して零とおきビームの径が最小となる焦点距離を求める。

$$\frac{d\sigma''_{11}}{df} = 0 \quad \text{より}$$

$$\frac{1}{f_{\min}} = \left(\frac{\sigma_{12}}{\sigma_{11}} + \frac{1}{L} \right)$$

このときのビームの径は

$$r_{\min} = \sigma_{22}L^2 - \sigma_{12}L - \frac{\sigma_{12}^2}{\sigma_{11}}L^2 \quad 7-(47)$$

これらの関係よりfを変化させたときのスクリーン上でのスポットサイズと焦点距離との関係に於て次の式を導くことができる。

$$\left. \begin{aligned} r^2 - r_{\min}^2 &= L^2 r_0^2 (f^{-1} - f^{-1}_{\min})^2 \\ \text{ここで } r_0^2 &= \sigma_{11} \\ r_{\min}^2 / L^2 &= \sigma_{22} - \frac{\sigma_{12}^2}{\sigma_{11}} - \frac{\sigma_{12}}{L} \end{aligned} \right\} \quad 7-(48)$$

図7-4より

$$\theta_{\text{int}}^2 = \sigma_{22} - \frac{\sigma_{12}^2}{\sigma_{11}}$$

したがって σ_{12}/L が十分小さければ

$$\theta_{\text{int}}^2 = r_{\min}^2 / L^2 \quad 7-(49)$$

一方エミッタンスは $\pi \theta_{\text{int}} r_0$ で与えられる。

$$\varepsilon = \pi \frac{r_{\min} (r^2 - r_{\min}^2)^{1/2}}{L^2 (f^{-1} - f^{-1}_{\min})} \quad 7-(50)$$

さて上記の条件の意味するところはQ-磁石のところでの楕円は十分に横長に寝ていることを意味する。つまりQ-磁石のところでは焦点を結び非常に小さいスポットを作っているような場合には使えない。具体的にはビーム径をスクリーンモニターで見ながらQ-磁石の電流値の関数としてビーム径を計測すると図7-8に示す双曲線が得られる。これより代表値としてのビーム径及び焦点距離を求め式7-(50)によってエミッタンスを得ることが出来る。

(2), スリット及びビーム径の焼付けを用いる方法

これは図7-9に示すようにスリットのところで焦点を作りそこのビーム径と発散角が判ればエミッタンスが算出できることを利用している。

もし楕円が完全に立っているとすればこのときのシグママトリックスは

$$\begin{pmatrix} \sigma_{11} & 0 \\ 0 & \sigma_{22} \end{pmatrix}$$

これが長さLの自由空間を走ると

$$\begin{pmatrix} 1 & L \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sigma_{11} & 0 \\ 0 & \sigma_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ L & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sigma_{11} + \sigma_{22}L^2 & L\sigma_{22} \\ \sigma_{22}L & \sigma_{22} \end{pmatrix}$$

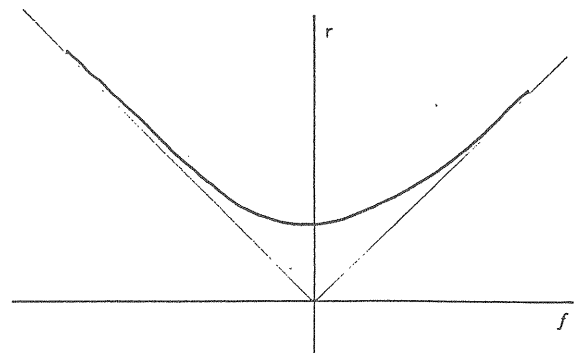


図7-8 θマグネットの焦点距離とスクリーン上でのビームのサイズの関係

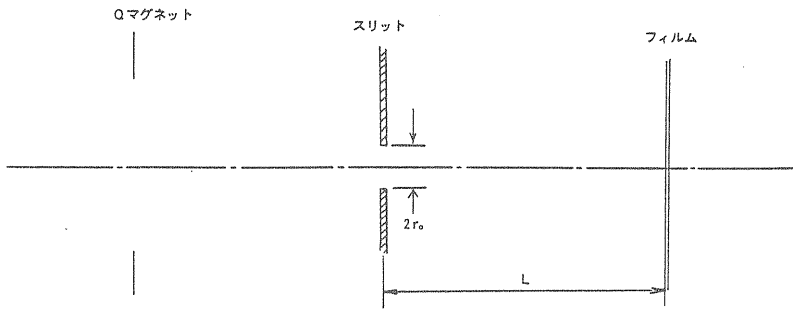


図7-9 スリットとフィルムによるエミッタンスの計測方法

この点でのビーム径を何かのフィルムに焼き付けて計測したとする。

ビームサイズは

$$r^2 = \sigma_{11} + \sigma_{22}L^2$$

一方角度は

$$\theta^2 = \sigma_{22} = \frac{r^2 - r_0^2}{L^2} \quad 7-51$$

よりもとまる。

具体的にはスリットとQ-磁石の強さを調整して例えば90%のビームが通るようにして計測する。スリットの開きを $2r_0$ としてエミッタンスは

$$\pi r_0 \left(\frac{\sqrt{r^2 - r_0^2}}{L} \right) \quad 7-52$$

で与えられる。

おわりに

本稿を作るに当たって参考文献の中から適宜図面を転載した。また放射光入射器の方には図面の提供を含めお世話になった。筆者に加速器の手ほどきをしてくれたのは岡山理科大学教授入江浩一博士であり本稿にも所々にそのときの講義録を使わせて戴いた。放射光佐藤 勇教授には適切なアドバイスを戴いた。

参考文献

- 1) 佐藤 勇 2.5Gev電子線形加速器に関する研究
- 2) 加藤隆夫 ライナックとその周辺 OHO '84 高エネルギー加速器入門
- 3) 山崎良成 高周波加速装置 OHO '84 同上
- 4) 山根功 ビームの輸送入射取り出し OHO '87 高エネルギー加速器セミナー
- 5) その他の OHO'84-87
- 6) J.R.PIERCE 'Theory and Design of Electron Beams' D.VAN NOSTRAND COMPANY, INC.195 4 TORONTO, NEW YORK, LONDON
- 7) A.B.Bronwell et al. 岡村他訳 極超短波工学 近代科学社
- 8) H.J.Wolkstein, RCA Rev., 21, 389 (Sept. 1960)
- 9) K.L.Brown TRANSPORT CERN 80-04
- 10) 菅田栄治編 電子イオンビームハンドブック 日刊工業新聞
- 11) 裏 克己 電子工学 共立全書
- 12) 熊谷寛夫 加速器 共立出版
- 13) P.M.Lapostolle and A.L.Septier eds. 'Linear Accelerators' North-Holland Publishing, Company
-Amsterdam
- 14) E.L.Chu and W.W.Hansen : J.Appl.Phys.18 (1947)996
- 15) G.Mavrogenes, et al. 11th Conf. on High Energy Acc. 1980, Geneva, P481.