

# 1. 始めに

加速器とは荷電粒子を加速するための装置である。直流加速器(例えばバンデグラフ型加速器等)を除くと、ほとんどの加速器は高周波を用いて荷電粒子を加速するのが普通である。これは別の観点からみるとエネルギー変換器と考えることが出来る。すなわち、何等かの形で市場に供給されている電力を使って大電力高周波に変換し、それを加速管の中に入れて荷電粒子のエネルギーに変換していると考えることが出来るからである。加速器は非常に多くの種類があり、又それらに使用される高周波電力の利用方法も多様である。本稿では主に線型加速器で使用される大電力クライストロンを中心に説明することを目的としているが、この章では高周波源の概略、及びそれらと加速器の関係について述べよう。

## 1.1 高周波源の種類と特徴

高周波源としてどのようなものを使用されているかは、その使用する周波数帯によって大いに異なる。約300MHz以下の周波数領域では、現在トランジスター(高周波用)が、馴染みの深いものである。少し年を繰った人は板極管と呼ばれる真空管を思い浮かべるであろう。トランジスターによる高周波の発振や増幅は、手軽であり且つ、性能の良いものを作ることが出来る。欠点は利用できる電力が小さいことである。トランジスター1個で扱える電力はせいぜい200W程度であり、それ以上にしようと思えばハイブリッド回路で電力を合成するしか手はない。その様にして使用しても数十kWの能力を持つに過ぎない。一方板極管の場合は大電力用のものが各メーカーで開発されており、真空管斜陽の時代でも重要な地位を占めている。加速器用や核融合用の場合には数MWのものが使用されている。使用する周波数が300MHz以上になって来ると、この板極管は適さなくなってくる。それは実用的な大きさの板極管では、格子電極間を走る電子の走行時間が、扱う高周波の時間と同等となつて効率が悪くなるためである。この周波数領域では、電子の走行時間を積極的に利用した新しいタイプのもの(ここではマイクロ波管と呼ぶ)が使われている。直線型ビームデバイスと呼ばれるクライストロン、進行波管、後進波管や、クロスフィールドデバイスに分類されるマグネトロン、ジャイロトロンなどがそれに相当する。その中で

反射型クライストロン、後進波管、マグネトロン、ジャイロトロンなどは、発振用として専ら使用されているが、加速器用途としてはその発振周波数の安定性が悪いことから余り使われていない。加速器用としては、主発振器としてシンセサイザーや空胴に同調したトランジスター発振器のような、周波数安定度の高いものを使用するので、マイクロ波管は増幅器として使用される。クライストロンは図1.1に示されるような構造をしており、入力空胴に発生した高周波電界により速度変調を受けた電子ビームが、空間を走るうちに密度変調に変わるのを利用したものである。中間空胴をもつ多空胴クライストロンは、その空胴数に比例して電力利得が大きくなり、大電力マイクロ波源として使える。効率も高いが、空胴が重要な働きをしていることから解るように周波数帯域は一般に狭い。進行波管と呼ばれるものも広く使われているマイクロ波管であるが、これはクライストロンと異なり遅波回路で伝播速度を遅くしたマイクロ波が電子ビームと同じ方向に走りその間の相互作用により増幅を行うものである。この特徴は空胴を使用していないことから解る通り、周波数帯域が広いことである。最近では効率も高いものが開発されているが、出力電力のレベルとしては中電力クラスである。その外に、以上に述べたもののうちの二種類を組み合わせさせた形のもの、例えば、ハイブリッド管(クライストロン+進行波管)、クライストロード(クライストロン+板極管)、ジャイロクライストロン(クライストロン+ジャイロトロン)等が開発、又は現在開発中である。それらの特徴は組み合わせられた二種類の中間的な特徴を持つものであり、大電力出力の点から将来期待できるものである。

以上簡単に高周波源の概略を示したが、加速器に使用される高周波源の終段増幅器に要求される要素はなんと言っても大電力ということであるので、現在の所、板極管及びクライストロンが使用されることが多い。

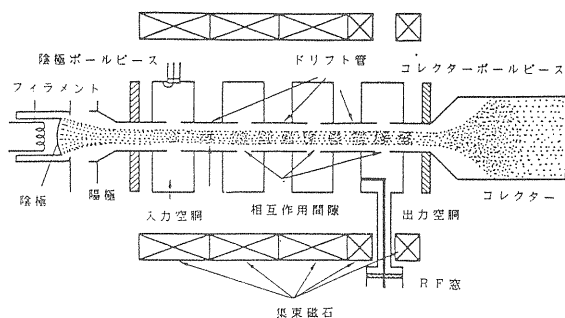


図1.1 クライストロンの構成

## 1.2 加速器と高周波源

ここでは加速器と高周波源の関係について簡単に調べてみよう。まず円形加速器についてみてみよう。サイクロトロンでは良く知られているように、非相対論的粒子については等時性の原理が成立し、リングを一周する回転角周波数は、

$$\omega = \frac{qB}{m} \quad (1.1)$$

で与えられる。但し $q$ は荷電粒子の電荷、 $m$ は荷電粒子の静止質量、 $B$ は磁場である。しかし荷電粒子のエネルギーが少し高くなると相対論的効果のために質量 $m$ が増加して等時性はずれて来る。この対策としてFMサイクロトロンと呼ばれる $m$ の増加分だけ加速周波数を下げるか、AVFサイクロトロンと呼ばれる $B/m$ を一定となるように $B$ を変え、 $\omega$ を一定にする方式がある。陽子を加速する場合についてこの加速周波数を求めてやると、

$$f = 15.2 \frac{B}{1 + \frac{E}{m_p c^2}} \quad (\text{MHz}) \quad (1.2)$$

となる。(但し $m_p$ は陽子の静止質量、 $E$ は加速エネルギーである。)  $B$ の実用的な値は $1.5 \sim 2 \text{Wb/m}^2$ であるから、 $f = 20 \sim 30 \text{MHz}$ である。

荷電粒子のエネルギーがより高くなるとシンクロトロンが用いられる。陽子シンクロトロンの場合を考えると、平衡軌道にある粒子の回転周波数 $f_r$ は、全周長 $L$ 、平均軌道半径 $R$ 、中心軌道の磁場 $B$ 、曲率半径を $\rho$ として、

$$f_r = \frac{v}{L} = \frac{c\beta}{2\pi R} = \left( \frac{ecB}{2\pi} \right) \frac{1}{\sqrt{m_p^2 c^2 + B^2 e^2 \rho^2}} \left( \frac{\rho}{R} \right) \quad (1.3)$$

となり、又ハーモニック数を $h$ とすると加速周波数との関係は、

$$f = hf_r \quad (1.4)$$

となる。ここで $\beta = v/c$ である。 $f_r$ の項に $\beta$ が含まれることから解るように、陽子の速度変化におおじて広い範囲に渡る周波数の変化が必要である。具体例としてKEK、12GeV陽子シンクロトロンの場合を考えよう。

この場合は、 $R = 54 \text{m}$ 、 $\rho = 24.4 \text{m}$ 、 $E_{\min} = 500 \text{MeV}$ 、 $E_{\max} = 12 \text{GeV}$ 、 $B_{\min} = 0.15 \text{Wb/m}^2$ 、 $B_{\max} = 1.8 \text{Wb/m}^2$ 、 $h = 9$ であるから、加速周波数の範囲は $f = 6 \sim 8 \text{MHz}$ となる。一方電子シンクロトロンの場合には $\beta = 1$ であるから、回転周波数 $f_r$ は一定である。ハーモニック数を幾らに取るかは、別の観点からの検討が必要である(例えば全段加速器での運転周波数との関連や不安定現象との関係など)。多くの場合使用するマイクロ波帯としては、小型のシンクロトロンやSORリングではVHF帯、大型のシンクロトロンではUHF帯が選ばれている。トリスタンのMRの場合を例にとると、周長 $L = 3018 \text{m}$ 、 $h = 5120$ であるから $f = 508.6 \text{MHz}$ である。

以上の概略的な考察からサイクロトロンや陽子シンクロトロンではその使用周波数が低いので、必要な電力レベルに応じ板極管やトランジスタ増幅器が使用され、大型電子シンクロトロンでは使用周波数帯域がUHF領域なのでクライストロンが使用されることになる。ビームは連続的なので高周波源も、CW(連続波)運転である。

次に線形加速器と高周波源の関係について見てみよう。線形加速器のカテゴリの中には、電子線形加速器、陽子線形加速器、重イオン線形加速器があり、この順番に加速粒子の質量は重くなる。従ってこの順番に加速される粒子の速度も供給する電力の割には遅くなる。所で、与えられた高周波電力に対して、どのくらいの加速電界が発生するかを示す目安としてシャントインピーダンスと呼ばれる $r$ がある。加速管や加速空洞の単位当りのマイクロ波の損失 $P(\text{W/m})$ と発生する電界強度 $E(\text{V/m})$ の間には

$$r = \frac{E^2}{P} \quad (\text{M}\Omega/\text{m}) \quad (1.5)$$

の関係がある。この量は空洞の形状、周波数、材料、及び粒子の速度 $\beta$ に関係する。このシャントインピーダンスと $\beta$ の関係を図1.2に示す。これから解のように、粒子の速度 $\beta$ によって最適な加速管の構造が大体決められる。例えば重イオン加速器のように $\beta$ が非常に低いところから加速する場合にはWideroe型(又はRFQ)+Alvarez型+・・・、陽子加速器の場合には(RFQ)+Alvarez型+SCS型又はIris型(CCL)、そして電子加速器の場合のようにすぐ光速になる場合はIris型のみという組合せの線形加速器の構成が通常である。線形加速器は同じ様な加速構造の繰り返しであり、その基本となるユニットセルの長さは $\beta \lambda$ で特徴づけられる。実用的なユニットセルの長さを $10 \text{cm}$ 程

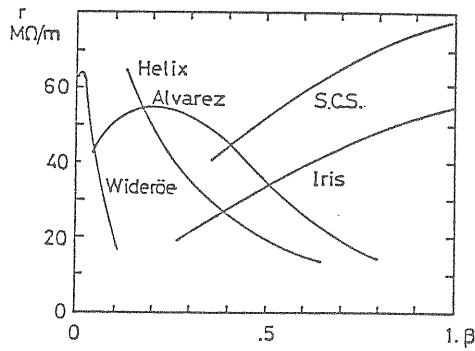


図1.2 各種加速管における  $\beta = v/c$  と  $\gamma$  の関係(田中「物理学界誌」39・4より転載)

度として、代表的な粒子の速度を考えよう。重イオン、例えば  $C^+$ 、0.6 MeV ( $\beta = 0.01$ )、陽子 5MeV ( $\beta = 0.1$ )、電子 10MeV ( $\beta = 0.999$ ) の場合にはそれぞれ  $\lambda = 10m$  ( $f = 30MHz$ )、 $\lambda = 1m$  ( $f = 300MHz$ )、 $\lambda = 10cm$  ( $f = 3000MHz$ ) となる。加速間の周波数を選定する場合には、採用する加速管の構造、シャントインピーダンスと周波数の関係、実用的なマイクロ波源の有無等を考慮しなければならないが、概ね以上の議論から重イオン線形加速器の場合100MHz以下、陽子線形加速器の場合でVHF帯からUHF帯、電子線形加速器でもっと高い周波数帯が使用されることが解るであろう。運転モードとしては、線型加速器の場合は電界強度を大きくとって加速ゲインを上げたい場合が多く、マイクロ波出力レベルでMW以上が要求されるので、必然的にパルス運転となる場合が多い。(CWビームを発生させる線形加速器は勿論例外)。ここで重要なことは大電力のマイクロ波源が、使用したい周波数の所で存在するかと言うことである。特に大電力クライストロンはある限られた周波数帯にのみ存在する。それはレーダーの使用帯域か、又は過去の加速器に採用されたものに対応しており、多いのは、400~500MHz帯、800MHz帯、1300MHz帯、及び2856MHz(又は(2997MHz)帯である。従って、加速周波数について概略の検討を終えた時点で、これらマイクロ波源が存在する周波数に合わせる必要がある。その方がコスト的に安価であり、新たにクライストロン等を開発するより時間や費用が楽になり、又負うリスクも軽減されるからである。

### 1.3 線形加速器のマイクロ波源としてのクライストロン

今まで述べてきたように、加速器の最終段のマイク

ロ波源としては板極管か又はクライストロンが使用される。KEKでも電子線形加速器、放射光リング、トリスタン加速器ではクライストロンが使用されている。一方陽子線形加速器では世界的にみて200MHz帯の周波数が多く採用されてきた(但しLAMPFは除く)いきさつもありTH516(201MHz、パルス)という大型板極管を使用している。ここでは陽子線形加速器で使用されている板極管と電子線形加速器に使用されているクライストロンの比較から、後者の利点を少し強調しておこう。図1.3(a)に陽子線形加速器で使用されているマイクロ波源の、図1.3(b)に電子線形加速器に使用されているマイクロ波源の、各々のブロックダイアグラムを示した。一見して電子線形加速器の方が簡単であるのが解るが、その違いの原因は、主に、クライストロンが二極管構成であることと増幅利得が高いことによる。板極管を使用した場合には特に高出力電力の所での増幅利得が低いために多段増幅を必要とすること(従って、多くの場合必要である外部空胴も比例して増えることになる)、及び各段につきプレート電源、グリッド電源( $G_1$ 電源及び $G_2$ 電源)が必要である。その結果システムが複雑になり、またその分故障率も増加することになる。クライストロンは、増幅利得が50dB程度は簡単に実現できるし、内蔵の空胴を持っているものも多いので、非常にシンプルになる。高エネルギーの線形加速器では同じ構成の繰り返しが並ぶわけであるから、このマイクロ波源の信頼性が上がる

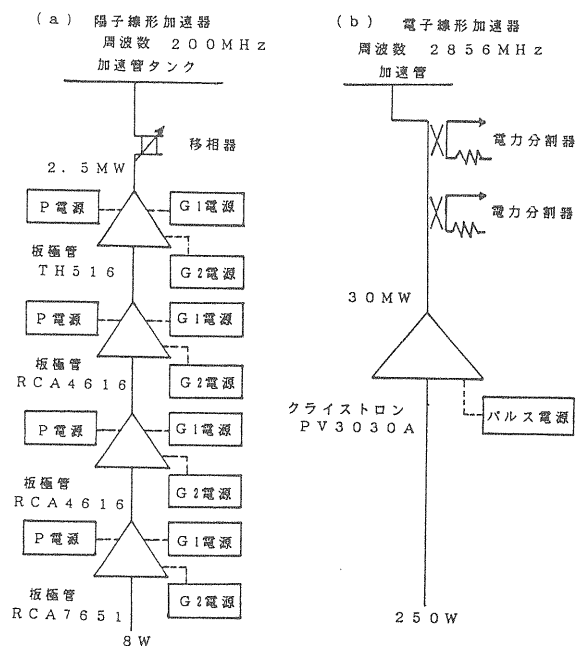


図1.3 陽子線型加速器と電子線型加速器のRF系の比較

ことは、全体の信頼性を大幅に改善することになりシステムを考える上で大変重要である。従って最近の傾向としては陽子線形加速器(例えばAlvarez型)を考える場合もクライストロンの採用を検討するようになっている。現在の技術ではクライストロンの実用的な周波数の下限は200MHzである。(但しサイズが非常に大きくなる。)その辺ではクライストロンと板極管を組み合わせたクライストロードと呼ばれる新しいマイクロ波管が開発されつつあり、今後実用に供せられるかも知れない。

## 1.4 クライストロンの構成と講義の進め方

クライストロンの構成は図1.1を見れば解る通り電子銃、空洞とドリフト管(ビームとマイクロ波の相互作用領域)、コレクター、及び出力マイクロ波窓である。しかも各々の働きが独立的であるので分かりやすい。そのほかに重要な要素として大電流ビームを長いドリフト管中に伝送するための外部磁場によるビーム集束系がある。クライストロンはビームの持つエネルギーをマイクロ波のエネルギーに変換する装置であり、また加速器はマイクロ波の持つエネルギーを粒子のエネルギーに変換する装置と考えることが出来るので、本質的に両者は同じ物理的内容を持ち同じ研究要素を持っている。クライストロンを勉強することは加速器(この場合は逆過程であるから減速器と呼ぶべきか)を勉強することと同様である。ただ電子線形加速器との違いはクライストロンの場合、扱う電流がけた違いに大きい場合が多いので常に空間電荷の効果を考えにいなければならないと言うことである。

以上の事を踏まえて、この講義では加速器に対する理解も得られるように各構成要素に沿ってその基本的な事柄を理解することに重点をおく。第2章で電子銃及び電子放出陰極(特に熱電子放出陰極)について説明する。第3章では電子ビームの集束についてのべる。第4章ではクライストロンの動作原理、特にビームの小信号時の集束作用について説明をする。第5章ではクライストロンの特性や性能について説明をする。ここまではクライストロンそのものについての理解であるが、更にクライストロンを使うと言う実用的な立場からクライストロンの電源、パルストランス等の動作原理、運転場の立場での問題点等について簡単に説明を加える。

## 2. 電子銃及び電子放出陰極

### 2.1 大電流電子銃の必要性

比較的高密度大電流の電子銃の必要性については、マイクロ波管が近年大型化し、又大電力出力の用途が増加するにつれて多くなってきている。ここではこの章の序論としてその辺を少し詳しくみよう。

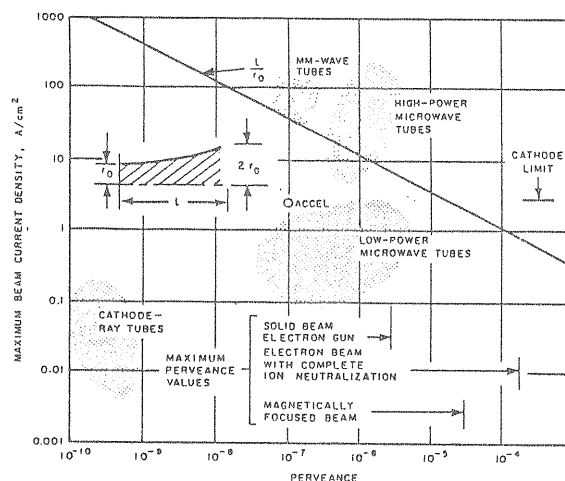


図2.1 マイクロ波管とパービアンスの関係(文献(6)より転載)

高密度大電流の電子銃及びそこから放出された電子ビームの取り扱いとは異なっている。質的に異なっている原因はビームによる空間電荷力の効果が重要な働きをするからである。この章以下では空間電荷制限領域に於ける層流(Laminar Flow; お互いに交差しない流れ)を中心に考えるものとしよう。熱電子速度の影響やレンズの収差等の問題は二次の効果であり、必要に応じて考えるものとする。すると空間電荷制限領域の電子ビームを特徴付ける量はパービアンスと呼ばれる量Pであり、この量が流れを分類する基本パラメーターと考えて良い。図2.1に一般に使用されているマイクロ波管の位置付けを、パービアンスとビーム電流密度の関数として示した(ハッチングの部分)。又実線で示された直線は空間電荷力により最初の半径( $r_0$ )から二倍に広がる距離をLとして、 $L/r_0$ とパービアンスの関係を示している。電子線形加速器やCRT(陰極線管)に使用されるビームの空間電荷力は小さいが、マイクロ波管に使用されるビームはパービアンスが $10^{-7} \sim 10^{-6} \text{ A/V}^{3/2}$ に集中しており、空間電荷力が大きく効く領域である。2.3節で述べられるように磁場が無

いときには空間電荷力による発散はユニバーサルカーブから計算することが出来て、最初の半径 $r_0$ から二倍に広がる距離は

$$\frac{L}{r_0} = \frac{0.0127}{\sqrt{P}} \quad (2.1)$$

で与えられ、 $P$ に逆比例する。((2.1)式の数値はユニバーサルカーブの図2.5を参照の事)。放射光実験施設の電子線形加速器で使用しているクライストロンは $P = 2.0 \times 10^{-6} \text{A} / \text{V}^{3/2}$ であり、これは $L/r_0 \sim 9.0$ 、つまり最初の半径の十倍の距離もいかないうちにビーム半径は倍に広がってしまうことになる。従って高パービアンズ電子銃から発生したビームは、空間電荷力による発散は非常に大きく、ビームの集束が重要であることも理解できよう。線形加速器用マイクロ波源の最終段に使われるマイクロ波管は総て大電力用であり、扱うビームの電流密度は $10 \sim 100 \text{A} / \text{cm}^2$ の範囲であり、また電流自身も数 $10 \sim 600 \text{A}$ に及ぶ。一方次の節で述べる様に実用的な電子放出陰極の電流密度は放出能や陰極の寿命を考えると数 $\text{A} / \text{cm}^2$ である。(但しここでは今現在主流である熱電子放出陰極の場合の値を元にして)。従って必要に応じて(というよりは大部分のマイクロ波管では)電子放出陰極の電子放出能を越えた分だけ何等かの方法でビームを集めてやらなければならない。つまりビーム集束型の電子銃の設計が重要になって来る。(電子線形加速器自身の電子銃は、電流値と言うよりは、よりエミッタンスの良いビーム、つまりビームの質を問題にする)。

本章では2.2節で電子放出陰極の概略と、特に熱電子放出陰極、その中の酸化物被覆陰極とバリウム含浸型陰極について説明をする。2.3節では空間電荷による広がりユニバーサルカーブについて、また2.4節では電子銃の設計法、特にピアンズ電子銃と呼ばれる電子銃についての設計法について説明をすることにする。

## 2.2 電子放出陰極

### 2.2.1 電子放出

マイクロ波管は電子の働きを利用するものであるから、内部に電子を放出するもの(陰極)を持たなければならない。陰極は金属表面に近い伝導帯にある自由電子に、表面の位置エネルギー以上のエネルギーを外から与えて電子を放出するものである。外部からのエネルギーの与え方によって、熱電子放出、電界放出、光

電子放出、二次電子放出などに分類される。熱電子放出は物質を $1000 \sim 2500^\circ \text{K}$ ぐらいに加熱して、その熱エネルギーにより電子放出を起こさせるものである。大部分のマイクロ波管はこれを利用しており、本節でもこれを重点的に説明をする。電界放出は電子を放出する物質の表面近くに強電界をかけて表面のポテンシャル障壁を下げてやり、これによって電子を放出させるものである。この特徴は陰極を加熱する必要が無いので冷電子放出(Cold Emission)であること、 $10^9 \text{V} / \text{m}$ 以上の強電界をかけて、比較的大電流が取れることが上げられる。一方で、制御しやすい安定な電流を出すことは難しく、又大電流の場合は連続負荷電流を取るのに問題がある。KEKでは、インダクション型の線形加速器のR&Dで使用されている。光電子放出は光子の持つエネルギーが電子に与えられ、それが表面の仕事関数より大きくなったときに、電子が放出される機構である。主に光電子陰極は光電管、光電子倍増管、及びTVの撮像管に使用されている。マイクロ波管への応用としてはKEKで、大電力レーザーを利用して大電流を取り出す試みが行われている(レーザートロン)。二次電子放出は、物質に高速度の電子が衝突した際に、その運動エネルギーが物質内の電子に与えられ、その表面から電子を放出するものである。入射する電子を一次電子、放出される電子を二次電子と呼ぶ。この二次電子放出は一般のマイクロ波管に取っては邪魔なものであり、害を与える現象と深く関係している。例えばマルチパクター現象と呼ばれるものはマイクロ波の周期と二次電子放出のタイミングが同期したもので、管内の放電やマイクロ波窓の破壊につながるものである。実用上、原因となる一次電子を極力減らすか、二次電子の発生を抑えるような工夫(例えばTiNなどの薄膜をつける)が必要である。

### 2.2.2 熱電子放出陰極

大部分の真空管(マイクロ波管を含む)に使用される陰極は熱電子放出陰極である。この基本的な考察はリチャードソンにより与えられた。それは金属の内部で熱運動している自由電子のうち、エネルギーがある一定値より大きいものが外に飛び出して来るものとして説明をした。金属の内部の自由電子の速度分布がマックスウェル・ボルツマンの分布に従うと仮定をすると

$$\begin{aligned} I &= -ne \left( \frac{kT}{2\pi m_0} \right)^{\frac{1}{2}} \exp \left( -\frac{e\phi}{kT} \right) \\ &\equiv a T^{\frac{1}{2}} \exp \left( -\frac{e\phi}{kT} \right) \end{aligned} \quad (2.2)$$

と表せる。但しkはボルツマン定数、Tは絶対温度、eφは仕事関数である。(2.2)式はリチャードソンの式と呼ばれている。しかし量子統計力学によれば金属内の電子はフェルミ・ディラック統計に従うことが知られている。この分布を仮定すると(2.2)式の代わりに

$$I = AT^2 \exp\left(-\frac{e\phi}{kT}\right) \quad (2.3)$$

となる。但し

$$A = -\frac{4\pi me k^2}{h^3} = -120.4 \text{ (A/cm}^2 \text{ deg}^2) \quad (2.4)$$

であり、(2.3)式はリチャードソン・ダッシュマンの式と呼ばれる。ここでhはプランクの定数である。(2.2)(2.3)式とも指数関数の寄与が大きいため余り差が無い。実測値から仕事関数や係数Aを決めるには(2.3)式の小取を取って、

$$\log(I/T^2) = \log A - 0.4343 \left(\frac{e\phi}{kT}\right) \quad (2.5)$$

と変形をする。縦軸に $\log(I/T^2)$ 、横軸に $1/T$ を取って対数プロットをすると、縦軸との交点からAが、傾きから仕事関数が得られる。これはリチャードソン線と呼ばれる。図2.2に各種の陰極の温度と放射電流の関係を示した。この様にして求めたAは理論値と必ずしも一致しないが、これは表面のいろいろな事情が関係していると思われる。金属の仕事関数をリチャードソン線から求めたものはいろいろな文献に載っているので参考にされたい。しかしこの仕事関数が低いからといってすぐに熱電子放出陰極として使えるわけでは

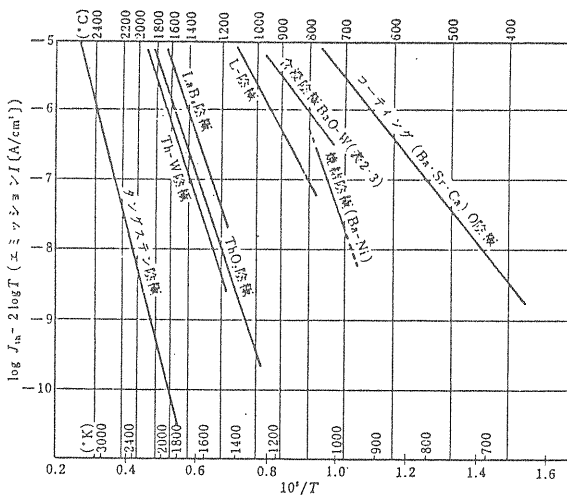


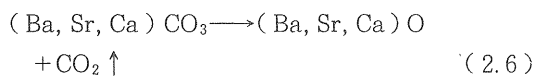
図2.2 各種陰極のリチャードソン線(電子イオンビームハンドブックより転載)

ない。それは金属の融点や真空中での蒸発なども考慮しなければならないからである。純金属陰極として良く使われるのはW, Mo, Taなど、または特殊用途としてのRe, Hfなどがある。Wの場合は仕事関数が4.5eVと大きい融点3655° Kと高く、使用温度2500° Kで電子放出密度100~700mA/cm<sup>2</sup>程度が得られる。またこの陰極は管内の残留ガスで生じる高エネルギーのイオン衝撃にも強いので大型送信管、高圧整流器やX線管などに使用されている。使用される形状はWの場合にはフィラメント状、Taの場合には板状が多く、それらの寿命は主に蒸発で決まる。単原子層陰極と呼ばれる陰極は、金属表面に陽電性原子が吸着した時に表面層に出来る電気的ダイポール層による実効的な仕事関数の低下を利用したものである。単原子層としてBaを用いたものは後述の酸化物被覆陰極やBa含浸型陰極へと改良発展された。その外で最も多く実用に供せられているのはベース金属であるWにThの単原子層を作ったものである。Th-W, Th-WC<sub>2</sub>など通称トリタン陰極と呼ばれているものである。この陰極の仕事関数は2.6eVであり、2000° K付近の動作点では電子放出密度は1~2A/cm<sup>2</sup>である。この使用形態としてはベース金属をフィラメント状にして直接電流を流し加熱する直熱型陰極が多く、中型の送信管に多く使用されていた。今現在広範囲に使用されている酸化物被覆陰極と含浸型陰極については、節を改めて説明をする。

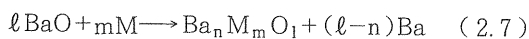
### 2.2.3 酸化物被覆陰極

前節で述べた単原子層陰極のバリエーションとして純Ni基体上にBaを単原子層として用いたものから発展したものが酸化物被覆陰極である。これは純Ni基体上にBa, Sr酸化物(二元酸化物)、またはBa, Sr, Ca酸化物(三元酸化物)を塗布したものである。この形は仕事関数が小さく動作温度800° Cぐらいで十分な電流が取れるので(μsecオーダーの短パルスでは20A/cm<sup>2</sup>の電流密度に及ぶ)一時期多くの真空管にこの酸化物被覆陰極が使用された。歴史的には単にNi基体に酸化物を塗布するだけでは中間層の高い抵抗性のために高電圧下のもとでは破壊につながり易いということで、多くのバリエーションを生み出した。マトリックス陰極(Ni基体にNiワイヤメッシュを張りその上に陰極材料を塗布したもの)、Ni化陰極(陰極材料とNi粉末を混合してワイヤ上に塗布するもの)、マッシュ陰極(Ni基体にNi粉末を焼結させ、その上に陰極材料を塗布するもの)、メッシュ・マッシュ陰極(マッシュ陰極

+Niワイヤ), プレス焼結型陰極(Ni粉末と陰極材料, 少量の還元剤を入れてプレス焼結してNi基体上に用いたもの)等がある。基体のNi金属は99.99%程度の高純度Niで, Mg, Siなどの還元剤を数ppm微量に(コントロールされて)含有しているものである(電子管用高純度Niとして製造されている)。Ni基体上に塗られる酸化物の原料としては空気中で化学的に安定な炭酸化物(Ba, Sr)CO<sub>3</sub>または(Ba, Sr, Ca)CO<sub>3</sub>を用い, バインダーの役目をするニトロセルローズ等に溶解した有機溶媒に混合して, 吹き付けまたはブラッシングで100 μm程度塗布される。これらは管球を真空にする工程で10<sup>-6</sup>Torr程度の真空にて加熱して

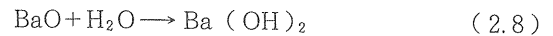


という加熱分解で酸化物に変換する。(この過程をコンバージョンと呼ぶ)。この過程で大量のCO<sub>2</sub>が発生して一次的に管内の真空度は10<sup>-4</sup>~10<sup>-3</sup>Torrまで悪くなり, 分解が終ると急激にまた真空は良くなる。低温から徐々に温度を上げると, 酸化物の種類の数だけの分解に対応した出ガスのピークが観測される。真空を封じた後電子電流を取る。この時基体金属と電子放出層の接触する界面で基体中から拡散して来るMg, Siの還元剤と反応して遊離Baを生成する。この過程を活性化と呼んでいる。従ってこの型の陰極では少量の還元剤の存在が本質的な役割を担う。BaOと還元剤Mの反応は次式で示される。



動作機構の詳しい説明は他の文献に譲るが, 遊離したBaがN型不純物半導体的な振舞いをするとして説明がされている。放射電流は遊離Baの数に比例する。還元剤は基体金属の結晶を拡散移動し, 界面でBaOと反応する。出来た反応生成物は堆積して中間層と呼ばれる層を作る。この中間層の生成と成長は還元剤の拡散移動の障壁となり, また酸化物から出来ているので電気伝導も低く電子電流に対しても障壁となる。このことは酸化物被覆陰極から大電流を取り出そうとすると中間層での発熱に結び付き, 連続電流を取る際の制限を与える。この型の陰極からの電子放出密度は, 短パルスで寿命を犠牲にした場合で20A/cm<sup>2</sup>, 平均的には2A/cm<sup>2</sup>, 寿命を10000時間以上にする実用的な連続出力で0.5A/cm<sup>2</sup>とされている。動作温度が比較的

低い(800℃)のがこの型の陰極の最大のメリットであるが, 一方で残留ガスなどに弱いことが欠点として上げられる。図2.3に酸化物被覆陰極のあるものについての残留ガスの分圧と電子放出密度の劣化の関係を示した。特にこの種の陰極は水または水蒸気に弱い。これは次の



という熱的に非可逆の化学反応をするため, 半永久的に劣化する。図2.3からまた言えることは管内の真空度が余り良くないと全ての残留ガスが陰極の劣化につながることを意味しており, 動作時には10<sup>-9</sup>Torr程度の高真空度が望ましい。故に製造時には十分なベーキングや, 使用する電極材料の吟味と処理が必要とされる。一般にマイクロ波管ではこのことを考慮して500℃ぐらいの温度で長時間真空ベーキングを行っているのが普通であるが, 例えば電子線形加速器の電子銃のようにデマンタブルな構造の場合には注意を要する。ガスによる害作用の外にエミッションが低下する原因としては基体の還元剤の消耗や陰極物質の蒸発, 中間層の抵抗の増大, 真空度が不十分な時に良く起こるイオン衝撃による酸化物や基体の局部的破壊(これは陰極物質の蒸発を伴うことが多い)などが考えられる。極端に寿命が短い場合には, 残留ガスによる劣化, イオン衝撃, 材料的な問題(異常に還元剤が多い雰囲気, Ni基体の材料的問題, マッシュを構成する焼結Niの問題等)を検討する必要がある。特に陰極材料の蒸発が何等かの理由で多くなった場合はそれら蒸発物が陰極や陽極表面に付着して, 電極間の放電に結び付き著しく劣化を早めるので注意をすべきである。最近の動向としては, より高い電流密度が欲しいという要求(例えば高輝度ブラウン管の場合)や, 今まで述べた陰極の劣化防止対策上の管理の問題から次節で述べる含浸型陰極の使用に進みつつあるようである。

#### 2.2.4 含浸型陰極

酸化物被覆陰極を改良しようという試み(電気伝導を良くすること, 放射電流を高くすること)は, 1950年代から行われており, 1970年代以降に大きな発展を見た。その一つが含浸型陰極(Dispenser Cathode)であり, そのカテゴリーの中には, 空洞貯蔵補給型(Cavity Reservoir Dispenser Cathode)と含浸補給型(Impregnated Dispenser Cathode, 通称Ba含浸型陰極, またはBI陰極)がある。今日良く使用されているのは

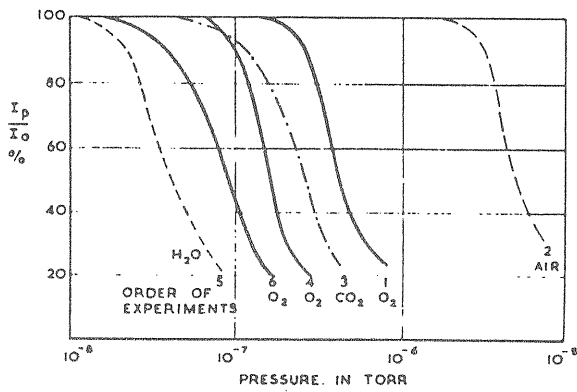


図2.3 Niマトリックス陰極のガスによる劣化特性 (R.O.Jenkins, Vaccum 19(1969)353より転載)

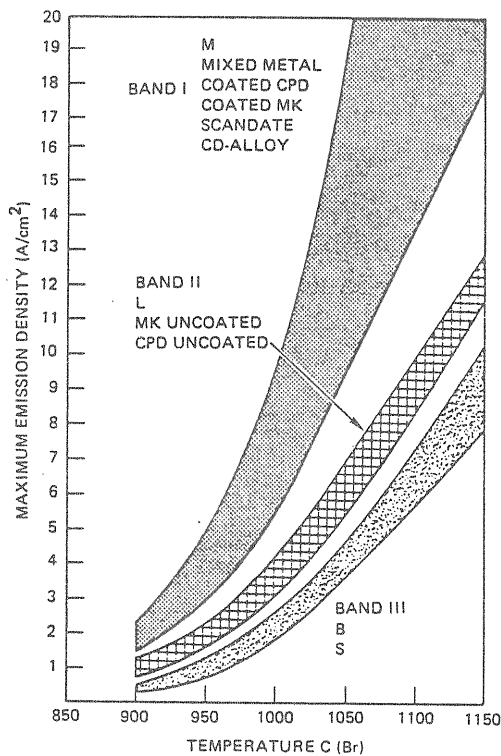
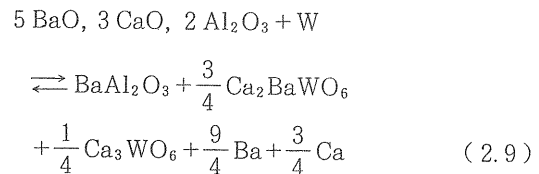


図2.4 含浸型陰極の特性(L.R.Falce, IEDM83(1983) 448より転載)

後者のタイプであり、それは多孔質のW基体に電子放出物質を含浸させた型である。このタイプの陰極はW基体を電流が流れ、酸化陰極のような中間層が無く電流制限が無い点が利点であるが、高電流密度で動作させるためには1100℃以上の高温動作が必要であり電子放出面でのBa蒸発が激しいという問題を抱えていた。最近の技術の発展は主に電子放出面での仕事関数を下げて少しでも動作温度を下げようという試みによっている。例えば、初期のタイプである焼結W基体にBaO, Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>, CaOを溶融含浸する型(B型)からは、この型のW基体表面にOsをコーティングして仕事関

数を下げた形(M型)へと進歩した。Osは酸素と結合して毒性のあるOsO<sub>4</sub>となる危険性があるので、最近ではOs-Ru合金を使用したりIrを混合焼結したものが使用されている。日本で大型陰極として実用化されているのは後者の型である(例えば、東芝とか新日本無線)。その他多くの改良型陰極が開発されているが詳細は他の文献に譲る。図2.4に代表的な陰極の放出電流密度と動作温度の関係を示した。その図からも解る通り、図中の Band I に相当するものは酸化物被覆陰極よりも放出電流密度が大きい。その中で一つ触れる必要があるのはSc陰極と呼ばれているものである。それはScが仕事関数を下げる効果に着目して、B型陰極にSc<sub>2</sub>O<sub>3</sub>を混合含浸した型、より改善されたW-Sc<sub>2</sub>O<sub>3</sub>を混合含浸した型などがある。そのうちの一つは最近アメリカ合衆国のSLACで、大電力パルスクライストロンに採用され400本以上のクライストロンで使用実績を作り、成功を取めている。含浸型陰極の動作機構については完全に理解されているとは言えないようであるが、酸化物被覆陰極とは異なり、基体金属自身のWが還元作用を持つと考えられている。標準B型の場合、高温動作時に



の反応が行われと考えられていて、還元されたBaが基体表面に移動して電子放出に寄与するといわれている。上式から解るように、酸化物被覆陰極が必要であったコンバージョンという過程が不要であることは一つの特徴である。またこの陰極を活性化の後で空気に晒しても適当な活性化を行うとまた元の動作状態に容易に戻ることも重要な性質である。一般には含浸型陰極の場合、含浸直後の初期蒸発は非常に多いのであるが、管球に組み込む前に別の真空チェンバーで適当な熱処理を行うことで管球内を汚す原因となる初期蒸発を避けることが出来る。従ってクリーンな管球を製造する上ではこの型の陰極を使うことは大きなメリットがある。寿命の点では、原理的に(名前の由来からも解るように)電子放出物質は表面で無くなっても多孔質のW基体中に含浸されていてその都度補給される仕組みになっているので、原則的に長寿命である。連続電流で2A/cm<sup>2</sup>程度取り出したとして10000時間以上の寿命が期待できる。管球内の真空度とエミッション電流



や寿命との関係は酸化物被覆陰極ほど厳しくはない。しかし含浸されている電子放出材料は基本的に同じであり高真空度( $10^{-7}$ のよい所 $\sim 10^{-8}$ Torr以上)であることが望ましい。最近のこの陰極の進歩は、酸化物陰極を駆逐する勢いである。高輝度ブラウン管の陰極、大電力マイクロ波管の大型陰極を始め、電子線形加速器の電子銃にもこれらが使用されつつある。

## 2.3 空間電荷による広がり

### 2.3.1 ローレンツの運動方程式

ここでは空間電荷によるビームの広がりについて考える。一般に電界 $\mathbf{E}$ 及び磁界 $\mathbf{B}$ が存在するところでの電子ビームの運動を記述するのはローレンツの式

$$\frac{d}{dt} (m \mathbf{u}) = q (\mathbf{E} + \mathbf{u} \times \mathbf{B}) \quad (2.10)$$

である。ここで $m$ は荷電粒子の質量、 $q$ は荷電粒子の電荷、 $\mathbf{r}$ は電子の位置を表す動径ベクトル、 $\mathbf{u}$ は $d\mathbf{r}/dt$ である。荷電粒子が電子の場合には

$$q = -e, e = 1.620 \times 10^{-19} (\text{C}) \quad (2.11)$$

である。電子の質量は軽いので、電極間に掛かる電圧が数十kV以上になると相対論的な効果が無視できなくなり、この時には

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \left(\frac{u}{c}\right)^2}} \equiv m_0 \gamma \quad (2.12)$$

と書ける。但し $m_0$ は電子の静止質量で

$$m_0 = 9.109 \times 10^{-31} (\text{kg}) \quad (2.13)$$

である。相対論的な効果が無視できる場合には(2.10)式は $m \sim m_0$ であるので

$$m \frac{d\mathbf{u}}{dt} = m \frac{d^2 \mathbf{r}}{dt^2} = q (\mathbf{E} + \mathbf{u} \times \mathbf{B}) \quad (2.14)$$

と書ける。多くのマイクロ波管ではビームは円筒パイプの中を伝送され、形状も軸対称であることが多い。従って今後は総て軸対称を仮定して話を進めることにしよう。この時には(2.14)式は、円筒座標系の各成分に分けると

$$m \frac{d^2 z}{dt^2} = -e \left( E_z + \frac{dr}{dt} B_\theta - r \frac{d\theta}{dt} B_r \right) \quad (2.15)$$

$$m \left[ \left( \frac{d^2 r}{dt^2} \right) - r \left( \frac{d\theta}{dt} \right)^2 \right] = -e \left( E_r + r \frac{d\theta}{dt} B_z - \frac{dz}{dt} B_\theta \right) \quad (2.16)$$

$$m \frac{1}{r} \frac{d}{dt} \left( r^2 \frac{d\theta}{dt} \right) = -e \left( E_\theta + \frac{dz}{dt} B_r - \frac{dr}{dt} B_z \right) \quad (2.17)$$

となる。外部磁場も軸対称であると仮定すると、 $B_\theta = 0$ ,  $E_\theta = 0$ であるから

$$m \frac{d^2 z}{dt^2} = -e \left( E_z - r \frac{d\theta}{dt} B_r \right) \quad (2.18)$$

$$m \left[ \left( \frac{d^2 r}{dt^2} \right) - r \left( \frac{d\theta}{dt} \right)^2 \right] = -e \left( E_r + r \frac{d\theta}{dt} B_z \right) \quad (2.19)$$

$$m \frac{1}{r} \frac{d}{dt} \left( r^2 \frac{d\theta}{dt} \right) = -e \left( \frac{dz}{dt} B_r - \frac{dr}{dt} B_z \right) \quad (2.20)$$

となる。これらの式が、これからの議論の出発点となる式である。

### 2.3.2 ユニバーサルカーブ

ここでは $z$ 方向に進んでいる軸対称ビームを考える。外部磁場は今無いとする。又電流による自己磁場も無視をする。すると(2.18)~(2.19)は簡単になって次の式を考えるだけでよい。

$$m \frac{d^2 z}{dt^2} = -e E_z \quad (2.21)$$

$$m \frac{d^2 r}{dt^2} = -e E_r^s \quad (2.22)$$

ここで(2.21)式の $E_z$ は外部からの加速(又は減速)電界、(2.22)式の $E_r^s$ はビーム自身による空間電荷による電界である。ビームの単位長さ当りの電荷を $q$ としてガウスの法則を用いると

$$E_r^s = \frac{q}{2\pi r \epsilon_0} \quad (2.23)$$

となる。ビームの電荷密度を  $\rho_0$ 、電流を  $I_0$ 、電子の速度を  $u$  とすると

$$I_0 = qu = -neu = \pi r^2 \rho_0 u \quad (2.24)$$

の関係があるので(2.22)式は

$$E_r^s = \frac{q}{2\pi r \epsilon_0} = \frac{I_0}{2\pi r \left(\frac{dz}{dt}\right) \epsilon_0} = \frac{\rho_0 u}{2\epsilon_0} \quad (2.25)$$

となる。荷電粒子として電子を扱うときは  $\rho_0$ 、 $I_0$  ともに負である。ここで今後のためにプラズマ周波数  $\omega_p$  と電子の伝搬定数  $\beta_p$  を導入しておこう。ここで  $\eta$  は比電荷で  $\eta = e/m = 1.7588 \times 10^{-11} \text{C/kg}$  である。

$$\omega_p^2 = -\frac{\eta \rho_0}{\epsilon_0} \quad (2.26.1)$$

$$\beta_p = \frac{\omega_p}{u_0} \quad (2.26.2)$$

(2.21)式を、一回積分し、初期速度を  $u_0$  とすると

$$\frac{dz}{dt} = -\frac{e}{m} E_z t + u_0 = -\eta E_z t + u_0 \quad (2.27)$$

となるので、(2.27)(2.25)式を(2.22)式に代入してやると

$$m \frac{d^2 r}{dt^2} = \frac{-e I_0}{2\pi \epsilon_0 r (-\eta E_z t + u_0)} \quad (2.28)$$

となる。これが、磁場を一切無視した場合のビームの発散を表す式である。 $E_z=0$ の場合は自由空間(ドリフト空間)に於ける発散を示し、 $E_z \neq 0$ の時は加速空間又は減速空間での発散を示す。ここではドリフト空間での発散のみを考えよう。すると

$$\frac{d^2 r}{dt^2} = -\frac{\eta I_0}{2\pi \epsilon_0 u_0 r} \left( = \frac{1}{2} \omega_p^2 r \right) \quad (2.29)$$

となる。次にこの式を解くことを考えよう。 $z=0$ で  $r=r_0$  とし、まず次の変数変換を行う。

$$R = \frac{r}{r_0} \quad (2.30.1)$$

$$Z = A \frac{t}{r_0} \quad (2.30.2)$$

但し、係数  $A$  は

$$\begin{aligned} A &= \left( -\frac{\eta I_0}{\pi \epsilon_0 u_0} \right)^{\frac{1}{2}} = \left( \frac{1}{2\sqrt{2} \pi \epsilon_0 \sqrt{\eta}} \right)^{\frac{1}{2}} \left( -\frac{I_0}{V^{3/2}} \right)^{\frac{1}{2}} u_0 \\ &= 174 \sqrt{\rho} u_0 \end{aligned} \quad (2.31)$$

である。但し非相対論的な場合の  $u_0 = 2\eta V$  の関係を利用してゐる。 $P$  はパービアンズである。すると(2.28)式は簡単になり

$$\frac{d^2 R}{dZ^2} = \frac{1}{2R} \quad (2.32)$$

となる。これを積分するには、両辺に  $(dR/dZ)$  を乗じて、 $(dR/dZ)(d^2 R/dZ^2) = (1/2)(d/dZ)(dR/dZ)^2$  の関係を使うと

$$\left( \frac{dR}{dZ} \right)^2 = \ln R + (R'_0)^2 \quad (2.33)$$

となる。但し  $R'_0$  は  $Z=0$  に於ける傾き  $(dR/dZ)_0$  である。これより  $R$  の最小値は  $R'=0$  から求まり、

$$R_{\min} = \exp \{ -(R'_0)^2 \} \quad (2.34)$$

である。(2.33)式より

$$\frac{dR}{dZ} = \pm \sqrt{\ln R + (R'_0)^2} \quad (2.35)$$

$$Z = \pm \int_1^R \frac{dR}{\sqrt{\ln R + (R'_0)^2}} \quad (2.36)$$

となる。(2.36)式を解くには又変数変換、 $y=R'$  を行う。すると

$$Z = \pm 2 e^{-(R'_0)^2} \int_{R'_0}^{\pm \sqrt{\ln R + (R'_0)^2}} e^{y^2} dy \quad (2.37)$$

となる。 $R'_0$  が負の時は集束しているビームであり ( $R < 1$ )、積分上限の負号により  $Z=0$  から  $R=R_{\min}$  までの軌跡を与える。更にその先の軌道迄を考えると発散している領域を考慮することになり ( $R > R_{\min}$ ) 積分上限は正符号を取る。 $R'_0$  が正の場合は、発散しているビームであるので、積分上限は正符号である。 $R'_0$  が負の時に最小半径の所までの距離  $Z$  を求めるには、ピアズによって導入された関数  $F(x)$  を用いると

$$Z = -2 e^{-(R'_0)^2} \int_{R'_0}^0 e^{y^2} dy \equiv 2 F(R'_0) \quad (2.38)$$

$$F(x) = e^{-x^2} \int_0^x e^{y^2} dy \quad (2.39)$$

と書くことが出来る。この関数については文献(5)にグラフが与えられている。所で、(2.37)式は最小半径の $R_{\min}$ を与える $z$ の点で対称であるので、ドリフト空間に於ける発散の様子は $R=R_{\min}$ から広がる軌跡だけを考えても十分である。この時最小半径を与える $z$ の点を原点にとると、ここでは $R'_0=0$ であるので式も簡単になる。この時は

$$\int_1^R \frac{dR}{\sqrt{\ln R}} = \frac{Z}{R_{\min}} \left( \frac{1}{2\sqrt{2}} \frac{-I_0}{\pi \epsilon / \eta} \frac{1}{V^{3/2}} \right)^{\frac{1}{2}} = \frac{Z}{R_{\min}} 174 \sqrt{P} \quad (2.40)$$

で軌跡が与えられる。これは図2.5に示したが、横軸にパービアンを含めた量を規格化定数と取ると自由空間に於けるどんなビームの発散も図2.5から求めることが出来る。これをユニバーサルカーブと呼ぶ。ビームの空間電荷による広がりを考える際には応用性の広いものである。相対論的な考慮が必要なビームの場合には(2.40)式に補正項が必要であり次のようになる。

$$\int_1^R \frac{dR}{\sqrt{\ln R}} = \frac{Z}{R_{\min}} 174 \sqrt{P} \phi(V) \quad (2.41)$$

ただし

$$\phi(V) = (1 + 0.9785 \times 10^{-6} V)^{-\frac{3}{4}} \quad (2.42)$$

である。

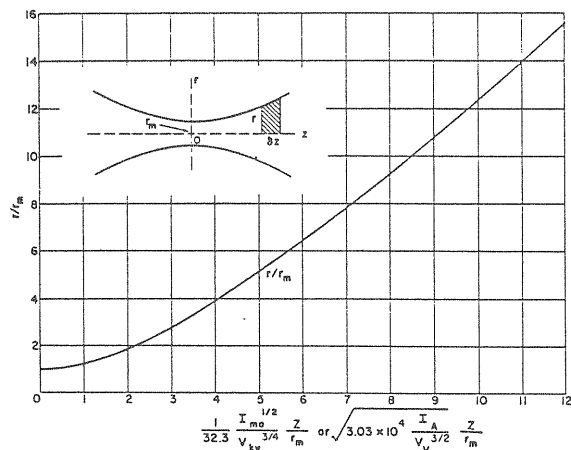


図2.5 ユニバーサル・カーブ(文献6より転載)

## 2.4 電子銃の設計

### 2.4.1 二次元平行ビームピアス電子銃

高電流密度電子銃を考える場合には、ピアス(J.R.Pierce)によって考えられたピアス型電子銃の設計手法が有効である。その基本は平行電極または二次元型空間電荷制限流(Planar Space-charge Limited Flow)を考え、その一部を切り取った平行電流を適当な境界条件を導入することで実現するものである(図2.6)。しかし、単に切り取っただけでは等ポテンシャル面がビームによって曲げられてしまい、従って電子ビームはこの等ポテンシャル面に垂直に動こうとするので電子軌道は広がってしまう(空間電荷力による発散)。元と同じ平行流を得ることは、ビームが存在しない所での境界条件(主にビーム集束電極の形状)を適当に変えて、平行流を実現する解を求める問題を扱うことになる。以下、ピアスの考えに従ってこの場合の電極の形状を求めてみよう。

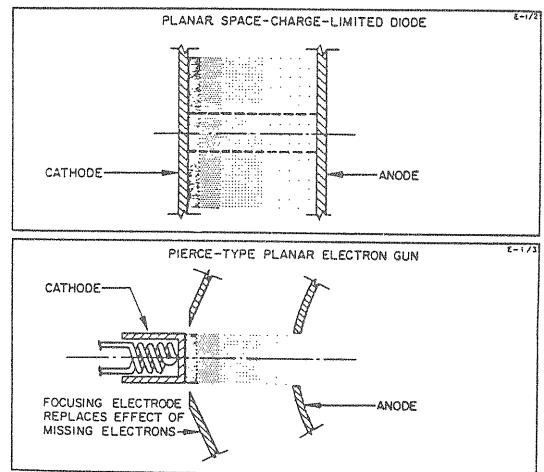


図2.6 平行電極とピアス型プラナー電子銃。(文献6より転載)

無限に広い二次元ビームを考えると、 $y$ 方向は考えなくて良いので、一次元の取り扱いが出来る。単位長さ当りの電荷量を $q$ 、電流密度を $J$ 、加速電圧を $V_0$ 、電極間距離を $d$ とすると、 $z$ の位置でのポテンシャル $V$ は、一次元のポアソン方程式より、ビームの内部では

$$\frac{d^2 V}{dz^2} = \frac{-J}{\epsilon_0 \sqrt{2} \eta V} \quad (2.43)$$

と書ける。但し

$$\frac{dV}{dx} = \frac{dV}{dy} = 0 \quad (2.44)$$

である。式(2.43)を $z=0$ で $V=0$ ,  $dV/dz=0$ という初期条件で解いてやると

$$V = Az^{\frac{4}{3}} \quad (2.45)$$

となる。係数Aは

$$A = \left( \frac{9}{4} \frac{-J}{\epsilon_0 \sqrt{2} \eta} \right)^{\frac{2}{3}} \quad (2.46)$$

である。これを書き改めると

$$J = -\frac{4\sqrt{2}}{9} \epsilon_0 \sqrt{\eta} \frac{V^{\frac{3}{2}}}{z^2} \quad (2.47)$$

またこの二極管特性は

$$I = -\frac{4\sqrt{2}}{9} \epsilon_0 \sqrt{\eta} \frac{S}{d^2} V_0^{\frac{3}{2}} \quad (2.48)$$

となる。これは良く知られた空間電荷制限流に対する $3/2$ 乗則(チャイルド・ラングミュアの式)と呼ばれる関係式を表している。 $V_0^{3/2}$ の係数は $d$ (電極間距離),  $S$ (電極面積)と言った幾何学的な量で決まる因子でありパービアンズと呼ばれる。これでビーム内部の解が得られたので、次に外部の条件を考えよう。ビームが無いので、外部では $q=0$ であり、式(2.43), (2.44)に対応するのは

$$\frac{\partial^2 V}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} = 0 \quad (2.49)$$

$$\frac{\partial V}{\partial x} = 0 \quad (2.50)$$

である。またこれによって求めた解はビームの内部で求めた解(2.45)とビームの境界で一致することが要求される。これは二次元のラプラス方程式であり、良く知られた等角写像の手法を用いると次の式が解であることが解る。

$$V = A \operatorname{Re} (z + jy)^{\frac{4}{3}} \quad (2.51)$$

この式を、極座標形式で表現すると次のようになる。

$$V = Ar^{\frac{4}{3}} \cos \frac{4}{3} \theta = A (y^2 + z^2)^{\frac{2}{3}} \cos \frac{4}{3} \theta \quad (2.52)$$

但し

$$\theta = \tan^{-1} \frac{y}{z} \quad (2.53)$$

これらの式から等ポテンシャル面の軌跡は $V=一定$ と置いて得られる。特に陰極面の等電位面は $V=0$ と置くことによって得られるので、 $\cos(4/3 \cdot \theta)=0$ , 即ち

$$\theta = 67.5^\circ \quad (2.54)$$

$$y = z \tan 67.5^\circ \quad (2.55)$$

となる。即ちビーム端と $67.5^\circ$ の角度を持つ直線状の電極(ビーム形成電極)を設けると良いことが解る。また陽極電極の形状は、 $V=V_0$ と置いて

$$V_0 = 一定 = A (y^2 + z^2)^{\frac{2}{3}} \cos \left\{ \frac{4}{3} \tan^{-1} \frac{y}{z} \right\} \quad (2.56)$$

で与えられる曲線状の形状を持つと良い。この様にして設計された電子銃をピラス型二次元平行ビーム電子銃と呼ばれており、図2.7にその様子が示されている。

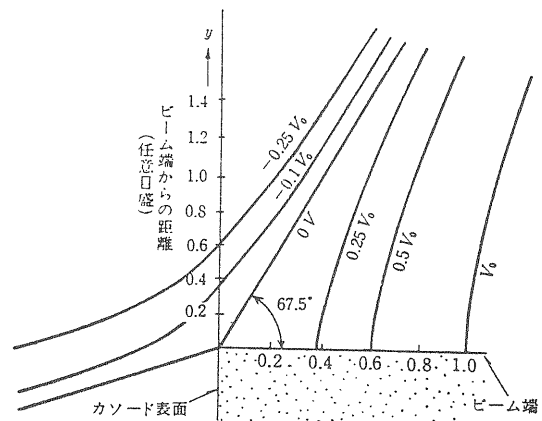


図2.7 ピラス型プラナー電子銃の電解分布

#### 2.4.2 集束ビームに対するピラス型電子銃

最初に述べたように、実際のマイクロ波管に使用される電子銃は陰極で可能な電子放出能以上の電流密度で使われることが多いので、集束型の電子銃を用いて、ビームを集める工夫が必要である。その様な電子銃の

設計の出発点として、図2.6に対応する一番シンプルなものは同心球面状の電極を持った電子銃である。前節の方法と同じ様に同心球面状電極で実現される層流ビームの一部を切り出して、同じビームが得られるように境界条件を考えよう。

同心球面電極の電子銃は、最初 Langmuir-Blodgettにより計算された。以下まず、彼らの方法に従って解を求めよう。同心球面電極形状の場合は、球面座標系の一次元ポアソン方程式より

$$\frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} \left( r^2 \frac{dV}{dr} \right) = \frac{-J}{4\pi\epsilon_0 r^2 \sqrt{2\eta V}} \quad (2.57)$$

と、書くことが出来る。ここで  $a=a(r)$  という変数を導入して、(2.47)式と同じ形式の解

$$J = A \frac{V^{\frac{3}{2}}}{a^2} \quad (5.58)$$

を仮定する。比例係数である  $A$  及び  $a(r)$  が満足すべき関係式は、後から求めることにする。Langmuir & Blodgettに従うと、まず変数変換

$$r = \log \frac{r}{r_0} \quad (2.59)$$

を行って、これを式(2.57)に代入する。但し  $r_0$  は陰極面の半径である。この時に、係数  $A$  を

$$A = -\frac{16}{9} \pi \epsilon_0 \sqrt{2\eta} \quad (2.60)$$

と置いてやると、(2.57)式の微分方程式は次のように書くことが出来る。

$$3a \frac{da}{dr} + \left( \frac{da}{dr} \right)^2 + 3a \frac{d^2a}{dr^2} - 1 = 0 \quad (2.61)$$

この微分方程式の解は解析的ではないので、近似解を求めることにする。  $\gamma=0$  の近傍で級数展開をすると

$$a = r - 0.3r^2 + 0.075r^3 - 0.00143182r^4 + 0.0021609r^5 - 0.00026791r^6 + \dots \quad (2.62)$$

が得られる。この関係式で得られる  $a(r)$  または  $a(\gamma)$  を、Langmuirの関数と呼ぶ。以上の議論をまとめると、式(2.58)は

$$J = -\frac{16}{9} \pi \epsilon_0 \sqrt{2\eta} \frac{V^{\frac{3}{2}}}{a^2} = -29.34 \times 10^{-6} \frac{V^{\frac{3}{2}}}{a^2} \quad (\text{A}/\text{V}^{\frac{3}{2}}) \quad (2.63)$$

と書くことが出来る。(Langmuir-Blodgettの式)。彼らによると(2.62)の展開は、  $r/r_0 > 1$  の時、  $r/r_0 \sim 5$  程度までは正しいが、それ以上では不十分であるとして代わりに近似式も出している。また  $r/r_0 < 1$  の時は(エミッターまたは陰極が外部球面の時)  $\gamma = \log(r/r_0)$  が、負となるがこの時は  $a \rightarrow -a$  と置き換えると、同じ形式で議論が出来る。

以上で同心球面電極の場合の電流解が求められた。次にこの同心球面から、半頂角  $\theta$  だけ切り取った形状の集束型電子銃を考えよう。この時、陰極面の半径を  $R_c$ 、陽極面の半径を  $R_a$ 、 ( $R_a/R_c < 1$ ) 及び陽極での電位を  $V_a$  とする。この時、切り取られた陰極面からの電流の寄与は、全球面の面積と切り取られた球面の面積の比となるので、  $\sin^2(\theta/2)$  である。従って

$$I = -\frac{29.34 \times 10^{-6} V^{\frac{3}{2}} \sin^2(\theta/2)}{(-a_a)^2} \quad (2.64)$$

となる。但し  $a_a$  は  $a(r=R_a)$  を表す。負号は  $R_a/R_c < 1$  の為についたものである。電流は至るところ同じであるから、  $r=R_a$  に於ける電位を基準とすると、式(2.63)から

$$\frac{V(r)}{V_a} = \left( \frac{-a}{-a_a} \right)^{\frac{4}{3}} \quad (2.65)$$

であり、また  $r$  の位置での電場は

$$E_r = -\frac{dV}{dr} = -\frac{4}{3} (-a)^{\frac{1}{3}} \frac{da}{dr} \frac{V_a}{(-a_a)^{4/3}} = -\frac{4}{3} \frac{(-a)^{1/3}}{(-a_a)^{4/3}} \frac{V_a}{R_c} \left( \frac{da}{dr} \right) \quad (2.66)$$

と書くことが出来る。

次に前と同様にビームの無い領域で  $V$  を解いて、今まで求めた電子ビームを作る電極形状を決める必要がある。ビームのない所では

$$\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left( r^2 \frac{\partial V}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \sin \theta \frac{\partial V}{\partial \theta} \right) = 0 \quad (2.67)$$

を満足する。従って、ビーム端で(2.66)式を満足するようなVを求めれば良い。一般にはこれを解くのは困難であり、昔は電界槽実験等で、現在は計算機によるシミュレーションで解を求めて電極の形状を決めるのが普通である。ここでは、理解の手助けとするために、級数展開による近似解より得られた電極の形状を示そう。詳しい求め方は、煩雑であるので省略する。解析の結果だけを示すと、ビーム集束電極及び陽極電極の形状は図2.8に示すようになる。重要なことは、やはりここでもビーム集束電極がビーム端となす角度は $67.5^\circ$ のピアス角をなすことである。今までの解析で使用した Langmuir & Blodgett の変数は文献(5)(6)等にまとめられている。筆算で大きざっぱに電子銃の概略設計するときには有効である。

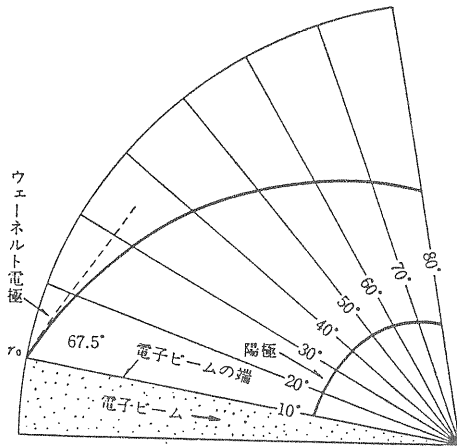


図2.8 集束型ピアス電子銃の電極形状例(川上「電子力学」より転載)

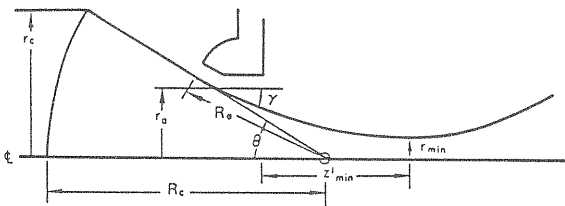


図2.9 電子銃の幾何学的形状

次に実用的な電子銃を設計する場合に必要な諸量を求めよう。実用的な陰極の幾何学的な形状を図2.9に示す。実際には Langmuir 流の電子ビームが陽極孔に達したときには、この孔による等電位面の乱れのためにビームが発散する(ここでは陽極孔は電子レンズのような働きをする)。そこで図2.9に示される電子銃を以下の三つの領域に分けて考える。(i) Langmuir 流に従う空間電荷制限流の領域、(ii)陽極近傍のレンズ

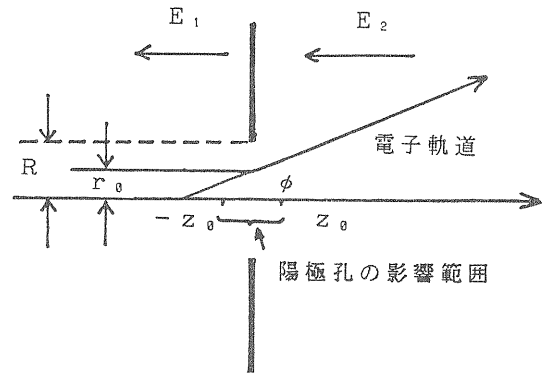


図2.10 陽極孔による電子レンズ効果

作用の領域、(iii)陽極孔を出た後の、自由空間でのビームが発散する領域、である。(i)についてはもう既に求めたので、(ii)の領域を考えよう。通常良く用いられるのは Davisson-Calbick の式と呼ばれる薄い電子レンズによる取り扱いである。(薄いレンズによる取り扱いということは、陽極孔による電位の乱れが小さいことに対応し、従って比較的小さいパーピアンスの電子銃を扱うことに対応する)。簡単な場合に Davisson-Calbick の式をまず求めよう。図2.10の場合のように加速電圧 $V_a$ により、速度 $u_z$ となったビームが半径 $r_0$ で、半径 $R$ の陽極孔を持つ陽極に入射するとする。陽極孔をビームが通過する際に、孔の影響で生じた電界の不均一により $r$ 方向に速度成分 $u_r$ が生じたとする。するとこれらの関係は次式で示される。

$$u_z = \sqrt{2\eta V_a} \quad (2.68.1)$$

$$m \frac{du_r}{dt} = -e E_r \quad (2.68.2)$$

$$\begin{aligned} u_r &= -\eta \int_{-t_c}^{t_0} E_r dt = -\eta \int_{-z_0}^{z_0} E_r / \left( \frac{dz}{dt} \right) dz \\ &= -\frac{\eta}{u_z} \int_{-z_0}^{z_0} E_r dz \end{aligned} \quad (2.68.3)$$

但しここでは不均一電界は $-z_0 < z < z_0$ のきわめて狭い部分にしか存在せず、そこを $-t_0 < t < t_0$ の時刻に通過したとしている。 $E_r$ は単孔レンズにより生ずる偏向電界であるが、ガウスの法則により

$$\int_{-z_0}^{z_0} E_r dz = \frac{\pi r_0}{2} (E_1 - E_2) \quad (2.68.4)$$

で与えられる。ここで $E_1, E_2$ は陽極の前後の電界である。従って $u_r/u_z$ は次式のように一定である。

$$\frac{u_r}{u_z} = \frac{r_0}{4V_a} (E_1 - E_2) = \tan \phi \quad (2.68.5)$$

即ち、半径 $r$ のビームは $r$ に比例した角度で考えている領域から出ていくことになり、光学レンズと同じ関係になる。そこで焦点距離を $f$ とすると

$$f = \frac{r_0}{\tan \varphi} = \frac{4V_a}{E_1 - E_2} \quad (2.69)$$

となる。これが Davisson-Calbick の式と呼ばれるものである。式の導出にあたり、暗黙のうちに $u_r \ll u_z$ ,  $z_0 \gg R$ を仮定しており、本質的に近軸近似のもとでの式であり、幾何光学の薄いレンズに対応するものである。

この式をいま考えている形状に当てはめよう。今の場合陽極の後ろでの電界 $E_2$ は0とする。(2.69)式の角度 $\varphi$ に相当するのは偏向角 $\theta - \delta$ である。これを考慮して(2.69)式を適用してやると

$$\frac{1}{f} = \frac{\tan(\theta - \delta)}{r_a} = \frac{E}{4V_a} = \frac{1}{3a_a R_a} \left( \frac{da}{dr} \right)_a \quad (2.70.1)$$

$$r_a = R_a \sin \theta \quad (2.70.2)$$

故に

$$\delta = \theta - \tan^{-1} \left[ \frac{\sin \theta}{3a_a} \left( \frac{da}{dr} \right)_a \right] \quad (2.71)$$

となる。この $\delta$ は電子銃外部の自由空間に入射する角度であるから、

$$\begin{aligned} \left( \frac{dr}{dz} \right)_a &= \tan \delta \\ &= \tan \left\{ \theta - \tan^{-1} \left[ \frac{\sin \theta}{3a_a} \left( \frac{da}{dr} \right)_a \right] \right\} \end{aligned} \quad (2.72)$$

と書くことが出来る。

(2.72)式は領域(iii)を考える場合の初期条件と考えることが出来る。もし(2.72)式が負であれば陽極を出た所ですぐ発散するし、(2.72)式が正であれば陽極を出てしばらくは集束し続け、従ってビーム径はどこかで最小となる所があり、その後空間電荷力のため発散し始める。 $r=r_a$ (陽極の孔径)で $(dr/dz)_a$ の傾きで入射したビームが自由空間で最小半径を与える $z$ を求めるのは、ユニバーサルカーブの理論を使って

$$z_{\min} = \frac{2r_a}{174\sqrt{P}} F \left( \left[ \frac{d(r/r_a)}{d(\beta_p z)} \right]_a \right) \quad (2.73)$$

となる。但し $\beta_p$ はビームの伝搬定数、 $F(x)$ はピアスによって導入された関数である。(ユニバーサルカー

ブの議論を参照)。 $z_{\min}$ と陰極の曲率半径 $R_c$ の比は

$$\frac{z_{\min}}{R_c} = 2 \frac{R_a}{R_c} \frac{\sin \theta}{174\sqrt{P}} F \left( \frac{1}{174\sqrt{P}} \left( \frac{dr}{dz} \right)_a \right) \quad (2.74)$$

であり、また $r_{\min}$ と陽極半径 $r_a$ 、或は陰極半径 $r_c$ の比は、それぞれ

$$\frac{r_{\min}}{r_a} = \exp \left( - \left[ \frac{1}{174\sqrt{P}} \left( \frac{dr}{dz} \right)_a \right]^2 \right) \quad (2.75)$$

$$\frac{r_{\min}}{r_c} = \frac{r_a}{r_c} \exp \left( - \left[ \frac{1}{174\sqrt{P}} \left( \frac{dr}{dz} \right)_a \right]^2 \right) \quad (2.76)$$

であり、またビーム圧縮比 $C$ は

$$\begin{aligned} C &= \frac{\pi r_c^2}{\pi r_{\min}^2} \\ &= \frac{r_c^2}{r_a^2} \exp \left( 2 \left[ \frac{1}{174\sqrt{P}} \left( \frac{dr}{dz} \right)_a \right]^2 \right) \end{aligned} \quad (2.77)$$

与えられる。以上で集束型のピアス電子銃に関する諸量の計算は終了した。しかしながら以上の計算で与えられた形状と諸量は、低パービアンスの電子銃についてのみ成立するものであり、高パービアンスの電子銃については陽極孔の影響が次第に大きくなるので厳密には成立しない。但し定性的な描像を立てるには有効である。以上の電子銃の設計については図2.11のグラフから読み取って概略を当てるのも便利である。この図においてはハッチングされている所は、陽極孔の効果が大きくて、使用するのは避けた方が不難な領域である。

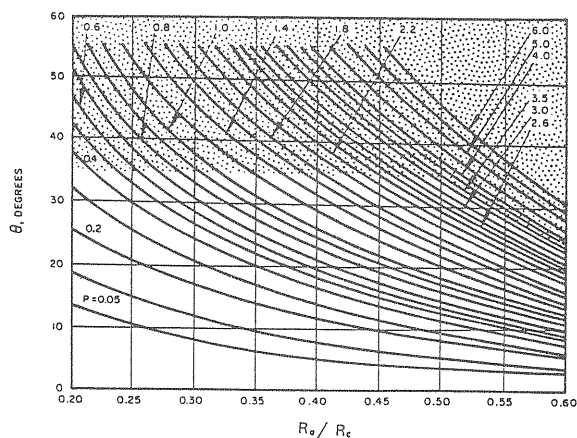


図2.11 球面陰極の二極管に対する半頂角 $\theta$ と $R_a/R_c$ の関係及びパービアンス、点線部は陽極効果が大きく使わない方が不難な領域である。(文献6より転載)

パービアンズが大きい電子銃の設計は今までのべた手法では誤差が大きくなる。それは陽極孔のレンズ効果が大きくなるのと、陰極面での電位面が陽極孔の効果のために歪んでくるからである。これらを考慮した電子銃の設計の具体例なども多く発表されているが最近では計算機が進歩したので専ら計算機によるシミュレーションで設計がされるようになった。特に電極の電位傾度を下げてピェア型電子銃から形状が外れたものを考えるときには有効である。これについての詳細は省略する。

### 3. ビームの集束

#### 3.1 ブッシュの定理

電磁場中での角運動保存則に相当する重要な定理、ブッシュの定理について調べる。ここでは、静電場、静磁場ともに軸対称であるとし、その $\theta$ 成分は0とする。すると、この軸対称場の中での電子の運動は、式(2.18)~(2.20)で表せる。所で、軸対称の磁場の場合、磁界の角成分はベクトルポテンシャル $A_\theta$ のみで書き表せる。即ち

$$B_z = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (rA_\theta) \quad (3.1)$$

$$B_r = -\frac{\partial}{\partial z} A_\theta \quad (3.2)$$

である。これを用いると(2.20)式は

$$\begin{aligned} \frac{1}{r} \frac{d}{dt} (r^2 \dot{\theta}) \\ = \eta \left[ \frac{\dot{r}}{r} \frac{d}{dr} (rA_\theta) + z \frac{\partial A_\theta}{\partial z} \right] \end{aligned} \quad (3.3)$$

と書ける。これを次のように変形する。

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} (r^2 \dot{\theta}) &= \eta \left[ \frac{\partial}{\partial r} (rA_\theta) \frac{dr}{dt} + \frac{dz}{dt} r \frac{\partial A_\theta}{\partial z} \right] \\ &= \eta \left[ \frac{\partial}{\partial r} (rA_\theta) \frac{dr}{dt} + \frac{\partial}{\partial z} (rA_\theta) \frac{dz}{dt} \right] \\ &= \eta \left[ \frac{d}{dt} (rA_\theta) - \frac{\partial}{\partial t} (rA_\theta) \right] \end{aligned} \quad (3.4)$$

$\partial(rA_\theta)/\partial t$ は、いま静磁場を考えているから時間的変化はないとすると0であるから、(3.4)式は

$$\frac{d}{dt} (r^2 \dot{\theta} - \eta r A_\theta) = 0 \quad (3.5)$$

$$\frac{d}{dt} (mr^2 \dot{\theta} - erA_\theta) = 0 \quad (3.6)$$

と書くことが出来る。これはカッコの中が保存量であることを意味している。事実荷電粒子が磁場中にあるときの一般化運動量の $\theta$ 成分に対応する量であり、従って $p_\theta = mr^2 \dot{\theta} - erA_\theta$ が、軸対称場で保存量であることを示している。

即ち

$$mr^2 \dot{\theta} - erA_\theta = \text{一定} \quad (3.7)$$

である。これをブッシュの定理という。半径 $r$ の円を貫く磁束を $\psi$ とすると、ストークスの定理から

$$\psi = \int \mathbf{B} \cdot \mathbf{ndS} = \oint \mathbf{A} \cdot \mathbf{sdl} = 2\pi r A_\theta \quad (3.8)$$

であるから、(3.7)へ代入すると

$$\dot{\theta} = \frac{\eta}{2\pi r^2} (\psi - \psi_c) + \frac{r_c^2}{r^2} \dot{\theta}_c \quad (3.9)$$

となる。但し $\psi_c$ は陰極面を貫く磁束、 $r_c$ は陰極の半径、 $\dot{\theta}_c$ は陰極面上での初期角速度である。(3.9)式は、軸対称磁場中の荷電粒子の角速度は、始点と終点の状態だけで記述できることを表しており、ブッシュの定理の一般的な表現である。これは、軸対称電磁場中での荷電粒子の運動を論ずる場合、大変重要なものである。陰極面は固定されているので $\dot{\theta}_c = 0$ と置くことができ、この時は

$$\dot{\theta} = \frac{\eta}{2\pi r^2} (\psi - \psi_c) \quad (3.10)$$

となる。更に陰極面上を磁束が全く通らないとすると $\psi_c = 0$ であるから

$$\dot{\theta} = \frac{\eta}{2\pi r^2} \psi \quad (3.11)$$

と書くことができる。更に簡単な場合として、磁場が場所によらず一定であるを考えると $\psi = \pi r^2 B$ であるから

$$\dot{\theta} = \frac{1}{2} \eta B \quad (3.12)$$

となる。これはブッシュの定理の一番簡単な場合の表



現であり、電子が磁場の無い領域から一定磁場Bの領域に入るときには(3.12)式で表せる角運動量(ラーモアの歳差運動の角運動量)で回転することを示している。

### 3.2 磁場中での電子の集束

(2.19)式を変形すると

$$\frac{d^2 r}{dt^2} = -\eta E_r^s - \eta r \dot{\theta} B + r \dot{\theta}^2 \quad (3.13)$$

と書くことができる。但しここでは外部電界はないとし、 $E_r^s$ はビーム自身による空間電荷力とする。(3.13)式は動径方向の加速度は、三つの力、即ち、空間電荷力(第一項)、ローレンツ力(第二項)、及び遠心力(第三項)の合力で決まることを示している。 $\theta_c=0$ であり、又磁束密度がビームの断面積に渡って一定、即ち $B = \psi / \pi r^2$ の時には、(3.13)式へブッシュの定理(3.10)式を代入してやると

$$\begin{aligned} \frac{d^2 r}{dt^2} &= -\eta E_r^s - \eta r \left( \frac{\eta}{2 \pi r^2} \right) (\psi - \psi_c) B \\ &\quad + r \left( \frac{\eta}{2 \pi r^2} \right)^2 (\psi - \psi_c)^2 \\ &= -\eta E_r^s - r \left( \frac{\eta}{2 \pi r^2} \right)^2 (\psi^2 - \psi_c^2) \\ &= -\eta E_r^s - r \left( \frac{\eta \psi}{2 \pi r^2} \right)^2 \left\{ 1 - \left( \frac{\psi_c}{\psi} \right)^2 \right\} \quad (3.14) \end{aligned}$$

となる。プラズマ角周波数 $\omega_p$ (2.26.1)式を利用し、また平衡半径を $r_0$ とすると、 $I_0 = \pi r_0^2 \rho_0 u_0$ であるから、(2.25)式を思い出して、

$$\begin{aligned} -\eta E_r^s &= -\frac{\eta \pi r_0^2 \rho_0 u_0}{2 \pi \epsilon_0 u_0 r} = -\frac{\eta \rho_0 r_0^2}{\epsilon_0 2r} \\ &= \omega_p^2 \frac{r_0^2}{2r} \quad (3.15) \end{aligned}$$

となる。またラーモアの歳差運動の角周波数を $\omega_L$ とすると、

$$\omega_L = \frac{1}{2} \eta B \quad (3.16)$$

であるから(3.14)式は

$$\frac{d^2 r}{dt^2} = \omega_p^2 \frac{r_0^2}{2r} - r \omega_L^2 \left[ 1 - \left( \frac{\psi_c}{\psi} \right)^2 \right] \quad (3.17)$$

と書ける。いま磁気シールド係数と呼ばれる $K$ を次の式で定義する。

$$K = \frac{\pi r_c^2 B_c}{\pi r_0^2 B} = \left( \frac{\psi_c}{\psi} \right) \frac{r_0^2}{r^2} \quad (3.18)$$

すると $r$ 方向の運動方程式(3.17)は

$$\frac{d^2 r}{dt^2} = \omega_p^2 \frac{r_0^2}{2r} - r \omega_L^2 \left( 1 - K^2 \frac{r_0^4}{r^4} \right) \quad (3.19)$$

となる。更に(3.19)式を変形しよう。(2.30.1)、(2.30.2)と同じ様に、 $Z = \beta_p z$ 、 $R = r / r_0$ と、変数変換を行うと(3.19)式は

$$\frac{d^2 R}{dZ^2} = \frac{1}{2R} - R \left( \frac{\omega_L}{\omega_p} \right)^2 \left( 1 - K^2 \frac{1}{R^4} \right) \quad (3.20)$$

となり、この式が磁場中を走行する電子の軌道(の放絡線)を記述する式となる。これから電子ビームが磁場中で集束される条件を探そう。それは平衡半径( $R=1$ )に於て、 $Z$ の至る所で電子に働く三つの力がバランスしている事であり、従って $Z$ の至るところでビーム軌道の傾き $dR/dz$ が0であれば良い。その時は二階微分も0であるから $R=1$ であり且つ(3.20)式の左辺が0であるときに、平衡の条件が求められる。これから

$$\omega_L = \frac{1}{\sqrt{1-K^2}} \frac{\omega_p}{\sqrt{2}} \quad (3.21)$$

が得られる。上式は空間電荷力と平衡した流れ(Space-Charge Balanced Flow)が、 $0 \leq K \leq 1$ の時に実現できることを示している。以下、 $K$ の値で分類した集束の形態について調べよう。 $K$ は陰極面上での磁場と、平衡流となって集束されているビームの平衡半径上での磁場の比であり、かつ $K$ は1以下であるから陰極面上での磁気のシールドの程度を示す量と考えて良い。

(i) $K=0$ ( $\psi_c=0$ )すなわち陰極上で完全に磁場が遮蔽されている時の流れをブリルイアンの流れ(Brillouin Flow)という。この時には(3.21)より

$$\omega_L = \frac{\omega_p}{\sqrt{2}} \quad (3.22)$$

$$B_B = \frac{\sqrt{2}}{\eta} \omega_p = \sqrt{-\frac{2\rho}{\epsilon_0 \eta}} \quad (3.23)$$

なる関係が成立する。 $B_B$ を又ブリルイアン磁場と呼んでいる。従って非相対論的な場合の集束電流と磁場の関係は

$$I = -\frac{1}{2} \epsilon_0 \pi \sqrt{2} \eta^3 B_B^2 (V_0)^{\frac{1}{2}} r_0^2$$

$$= -1.45 \times 10^6 B_0^2 (V_0)^{\frac{1}{2}} r_0^2 \quad (3.24)$$

で与えられる。この集束方式は平衡流を実現する一番小さな磁場を与える。

(ii)  $K=1$  ( $\psi = \psi_c$ ) 即ち、陰極面で全く磁場がシールドされていない場合の流れを、界浸流 (Immersed Flow 又は Confined Flow) と呼ぶ。この場合は完全な平衡流を実現するには(3.21)式から解る通り  $\omega_L \rightarrow \infty$ , つまり原理的に非常に大きな磁場を必要とする。この流れでは電子の軌道と磁力線の方向は大体一致し、電子は磁力線の方向に巻き付きながら走る形となる。 $\psi = \psi_c$ であるから

$$B = \frac{\pi r_c^2}{\pi r_0^2} B_c \quad (3.25)$$

となり、実用的な界浸流の磁場強度は陰極の表面での  $B_c$  及び、電子ビームの集束比に依存する。 $K=0.85$ 以上ではコンファインドフローと見なすことが出来、この時の磁場は、 $B=2.0 \sim 3.0 B_B$ である。

(iii)  $0 < K < 1$  ( $\psi_c < \psi$ ) の時は、何等かの方法で部分的に陰極表面での磁場をシールドして平衡流を実現するもので Semi-confined Flow 又は Partially Immersed Flow と呼ばれている。ブリルアン流は、後で述べるように不安定であることと完全な磁気シールドが難しいこともあって、実用上最も利用されているのが、この集束方式である。この時に必要とされる磁界は、多くの場合

$$B = \frac{1}{\sqrt{1-K^2}} B_B \xrightarrow{0.6 < k < 0.8} 1.3 \sim 1.6 B_B \quad (3.26)$$

である。

以下、理論的に興味深い(i)と(ii)の場合について、少し詳細に調べよう。その外に、周期的な磁界、又は電界による集束法もある。しかしここではこれらについては省略することにする。

### 3.3 ブリルアン集束

特別な場合として、理論的に興味のあるブリルアン流について調べよう。この流れは  $K=0$  の場合即ち陰極面で完全に磁場がシールドされている場合に実現される(完全ブリルアン流)。これは図3.1に示されるような配置で実現される。(集束磁石にかなりしっかり

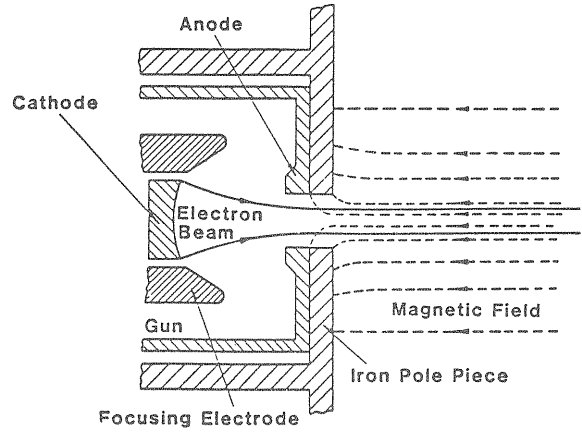


図3.1 ブリルアン流を作る電子銃付近の構造, (J.F.Gittins, 「Power Travelling Wave Tubes」より転載)

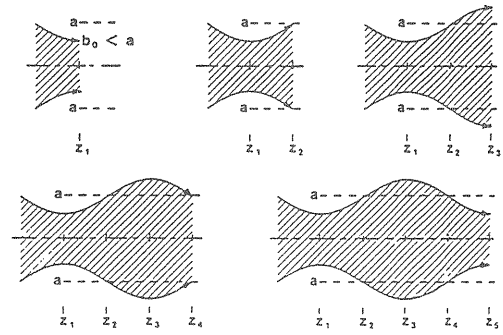


図3.2 平衡半径より小さい径で磁界へ入射したビームの振動の様子(文献7より転載)

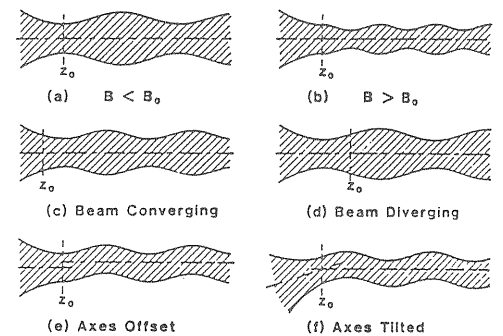


図3.3 入射条件がミスマッチした場合のビームの様子。(文献7より転載)

した磁気シールドを設けて主磁場のもれを遮蔽する必要がある、現実的にはかなり難しい)。完全ブリルアン流を実現するには、磁場が存在するところへ入射するビームの径は、平衡半径と一致し、又その点でのビームの放絡線の傾きも0で無ければならない。これも又実現するのは難しく、また出来たとしても数あるパラメータの内の一点に過ぎない。ともかく(3.22)の条件が成立するときには

$$\frac{d^2r}{dt^2} = \frac{1}{2} \omega_p^2 \left( -r + \frac{r_0^2}{r} \right) \quad (3.27)$$

であるから、入射半径が  $r < r_0$  の時は  $d^2r/dt^2 > 0$  であり外向きに力が働く。そのまま  $r = r_0$  までビームが広がるが  $d^2r/dt^2 = 0$  となっても慣性があるので  $r > r_0$  のどこかで平衡に達し、ここでは  $d^2r/dt^2 < 0$  であるので再びビーム系は細くなる。従ってビームの放絡線は平衡ビーム半径の付近を振動する。(図3.2参照)。又ビームが入射した点 ( $Z = Z_0$ ) でブリルワンの条件と外れた場合(入射半径のミスマッチや入射角  $R_0' \neq 0$  の場合、軸のずれなど)平衡半径が大きくなったり小さくなったりする(図3.3)。

数的にこれらを調べるには(3.20)式をいろいろな場合に解いてみるとわかる。ここではより一般的な場合をも含めることにして  $K \neq 0$  の時を考え、(3.20)式を一回積分する。いま考えている領域へ入射するビームの傾きを  $(dR/dZ)_0$  と置くと

$$\left( \frac{dR}{dZ} \right)^2 = \ln R - \left[ (R^2 - 1) + K^2 \left( \frac{1}{R^2} - 1 \right) \right] \left( \frac{\omega_L}{\omega_p} \right)^2 + \left( \frac{dR}{dZ} \right)_0^2 \quad (3.28)$$

となる。これを数値計算することにより、この流れの様子を掴むことが出来る。完全なブリルワンの流れは  $K = R_0' = 0$  であり、且つ  $(\omega_L/\omega_p) = 1/\sqrt{2} = 0.707$  の時に実現するのは今までのべた通りであるが、しかしそこから外れた場合には、数値計算によると図3.4のようになる。 $(\omega_L/\omega_p) = 0.707$  の時は  $R = 1$  の直線、即ち完全なブリルワンの流れであり、又  $(\omega_L/\omega_p) > 0.707$  の時には(即ち  $B > B_B$ ) の時には平衡半径よりも小さいところで振動する。 $(\omega_L/\omega_p) < 0.707$  の時は、逆に平衡半径より大きい所を振動する。更に  $K \neq 0$  の場合で  $R_0' = 0$  の時(Semi-confined Flow)の様子は図3.5に示した。この図では振動する振幅の一方の径は  $R = 1$  であり、もう一方の振幅の大きさを図示したものである。各  $K$  の値毎に  $R = 1$  と交わる点が完全な平衡流となったとき、即ち(3.21)の条件を満たした時であり、その点よりも大きい磁場の時は平衡半径よりも小さい径で振動することが解る。ここで  $K = 0$  の場合を見ると、平衡流を実現する点から外れると、急に振動振幅が大きくなることを解る。つまり余り安定ではない。 $R_0' \neq 0$  の時は図3.3からも解るように、より複雑な振動を行うが、詳細については省略する。

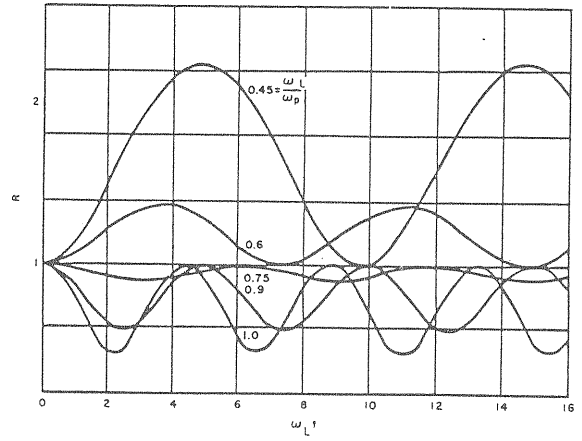


図3.4 ブリルワンの流れのビーム放包線の軌跡、( $K = R_0' = 0$ )  $\omega_L/\omega_p = 0.707$  の時は  $R = 1$  となる、(完全ブリルワンの流れ)(文献6より転載)

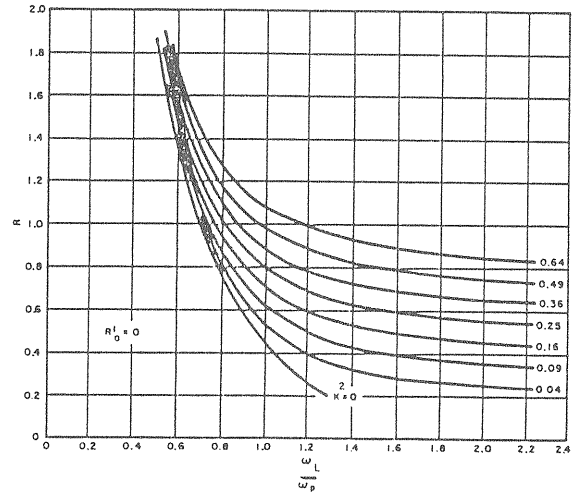


図3.5  $\omega_L/\omega_p$  の関数としての  $K^2$  を変化させた時の振巾。 $R = 1$  との交点で完全平衡流が実現する。(文献6より転載)

### 3.4 界浸流

界浸流の場合は一様な軸方向磁界中に径全体がすっぽり浸された場合の集束法であり、その配置の例は図3.6に示したようなものである。これは磁場のシールドに対する考慮がいらないのでその点では楽な集束法である。これは  $K = 1$  の場合であり、この時はブッシュの定理より

$$\theta = \left( \frac{\eta B}{2} \right) \left( 1 - \frac{r_0^2}{r^2} \right) \quad (3.29)$$

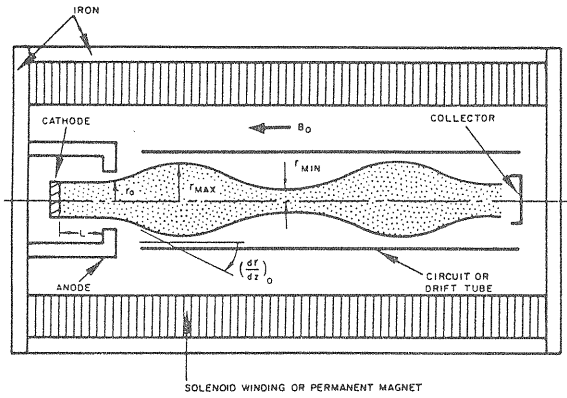


図3.6 界浸流の配置(文献6より転載)

である。平衡半径よりも $r$ が大きいとか小さいかで角速度の符号が変わり、これからこの集束法の場合には平衡半径の回りで回転していることが想像される。この場合の数値的な解析は(3.20)式で $K=1$ と置いた

$$\frac{d^2 R}{dZ^2} = \frac{1}{2R} - R \left( \frac{\omega_L}{\omega_p} \right)^2 \left( 1 - \frac{1}{R^4} \right) \quad (3.30)$$

式で調べることが出来る。

$$R_0 = \frac{r}{r_0} = 1, \quad \left( \frac{dR}{dZ} \right) = R_0' \quad (3.31)$$

として数値計算した結果を図3.7に示した。この図では $R_0'$ の値の同じ上下の線の間を電子は振動しながら進むことを示している。この図から解る通りこの種の集束では本質的にビームの振動は避けられないが、 $(\omega_L/\omega_p)$ を大きくする、即ち磁場の大きさを強くすることで、その振動振幅は小さくできる。傾きが0で入射したビームの場合は振動振幅を10%以内に抑えようとすると $(\omega_L/\omega_p) > 1.5$ であれば良い。当然の事ながら入射するビームの傾きが大きくなると、その分激しく振動することが解り、その様なビームの振幅を十分小さくなるように抑えようとすると、非常に大きな磁場が必要となる。従って現実的な磁場の大きさで界浸流を実現するには、入射角をある程度小さくするような設計上の配慮が必要である。振動のリップル周期に対応する $R-\theta$ 面でのビームの回転の様子は図3.8に示した。従って、磁場が大きいときには、平衡半径の回りで磁束に巻き付くように電子が走ることであり、軸方向に大きく回転するブリルアン流とは異なる回転をしている事が解る。

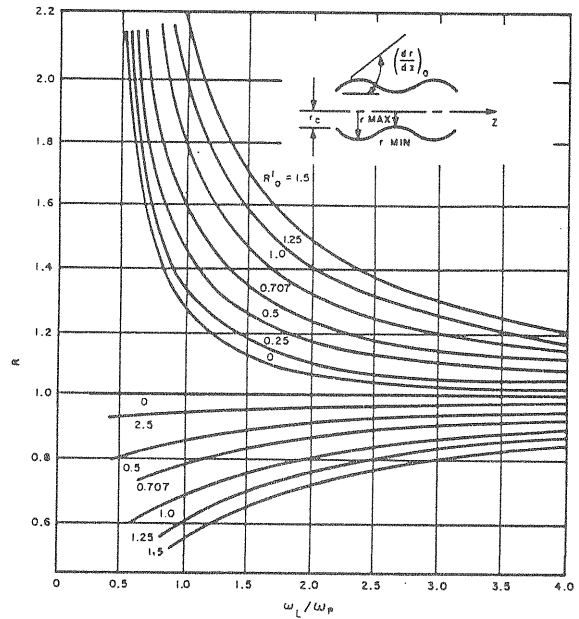


図3.7 界浸流に於けるビーム放包線の最大、最小径の軌跡(文献6より転載)

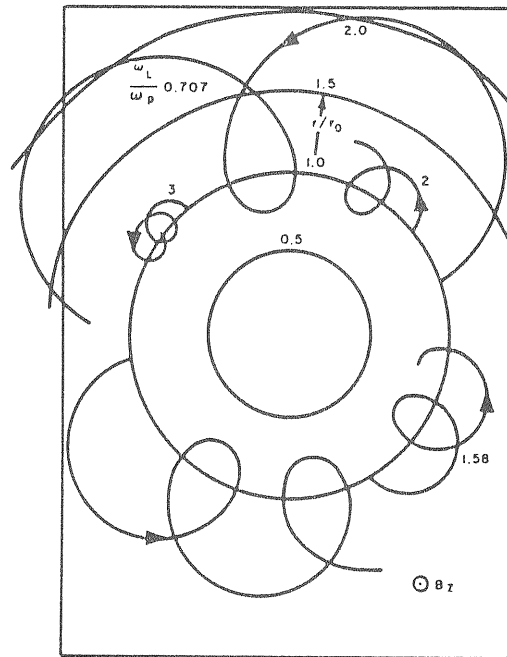


図3.8  $\gamma-\theta$ の平面内での磁場強度と電子の回転運動の関係、(文献6より転載)

### 3.5 実際の集束磁石

以上簡単に各種の集束方法を見てきた。それらをまとめると図3.9の様に書けるであろう。完全なブリルアン流は、 $R_0' \neq 0$ の時や $B \neq B_B$ の磁場中では大きく振動するので、磁場の調整等に敏感である。一方これは集束に必要な最小磁場を与えるので、磁石の大きさや

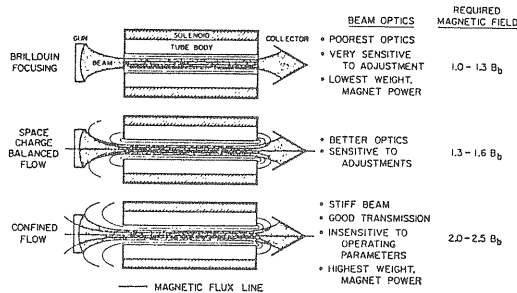


図3.9 各種集束方式の比較(文献3からの転載)

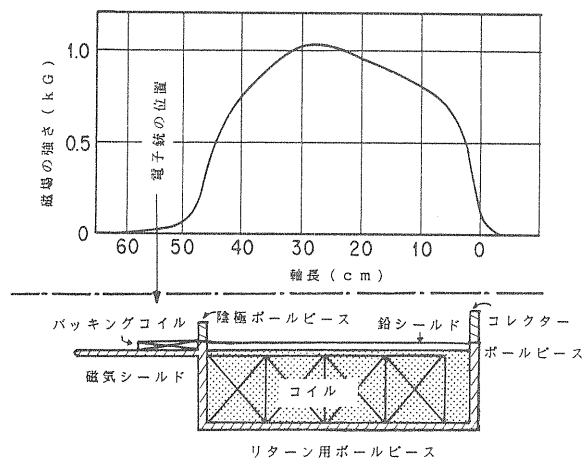


図3.10 集束電磁石の実例

電磁石の場合の使用電力などは小さくてすむ。一方の界浸流の場合は磁場への入射角を適当に小さく取り十分磁場が強ければ安定なビームであり、又透過率も良い。また電子銃、磁場とマイクロ波管の配置が簡単であり、磁場その他のパラメーターに鈍感である。しかし磁場が強いので、磁石の重量が大きく、また電磁石を使用した場合の電力が馬鹿にならず、経済的には不利である。多く使用されるのは、図3.9のまん中に示されるようなものである。実際に使われている集束磁石を見てみよう。集束磁石としては電磁石を用いる場合と永久磁石を用いる場合がある。電磁石を用いると、外部からそれに流す電流を変えることにより磁場を変えることが出来るので、使用するマイクロ波管の最適磁場に合わせ易いという利点がある。その構造は図3.10の様なものである。磁気シールド係数、 $K < 1$ であるから電子銃の周りで主磁場の洩れ磁場を小さくする必要があり、 $K$ の値に応じて、鉄の磁気シールド回路を設けるのが普通である。電磁石の磁束のリターン回路を形成するためにクライストロン等にも鉄の磁気シールドを取り付けることもある。コレクター側にも同様の磁気シールドをつけるのは、コレクター部に洩れた磁場によりビームが再集束されるのを防ぐため

ある。今までの議論から解るように、陰極面での磁束密度は集束に重要な働きをする。事実クライストロン等の動作はこの陰極近傍の磁場に変化敏感である。この陰極近傍の磁場の形を変えるの容易にするために、バックアップコイル(または磁場形成用ソレノイド)を設ける場合があり、これは大変有効である。永久磁石を使用する場合には、永久磁石で作れる磁場強度の制限から、界浸流でない場合が多い。一度磁場を固定すると変える必要が無いこと、電源や冷却水などの事故によるトラブルが無いことなどの利点があるがそれを使いこなすことは簡単ではない。また、永久磁石の場合にその端面で生じる逆磁場の問題や磁場の軸対称性の問題などが実際には大きな問題となるので注意が必要である。永久磁石のN極とS極を交互に並べた周期的磁界による集束方法も用いられることがある。これは磁石の重量などを軽く出来るという利点があるが、大電力のマイクロ波管では使用するの難しいようである。

## 4. クライストロン

### 4.1 クライストロンの原理

クライストロンは速度変調管とも呼ばれ、その名の通り速度変調を利用している。普通の真空管(例えば、三極管)は、空間電荷制限領域で格子を通り抜ける電子の数を変化させる密度変調を用いている。これは、扱う高周波の周波数が高くなると、格子間を通る電子の走行時間と、格子間に掛かる信号の時間が同程度となり、効率が悪くなって来る。それに対してクライストロンは格子を通り抜ける電子の数は一様であるがその速度だけを変える(速度変調)方法を取っている。電子が進むにつれて速い電子が遅い電子に追い付いて結局密度の粗密な波が出来る。つまり密度変調に変わることを利用している。

この考えは1933年にドイツの Heil 兄弟が始めて発表したのが、実際に実用的なものは、1939年にアメリカ Stanford 大学の Varian 兄弟、及びアメリカ、GE社の Hahn 等により独立に発表されたものが始まりである。

クライストロンの中でも、直進型クライストロンと呼ばれる増幅に用いられるものの一番簡単なものは、二空洞型クライストロンであり、それは図4.1のよう

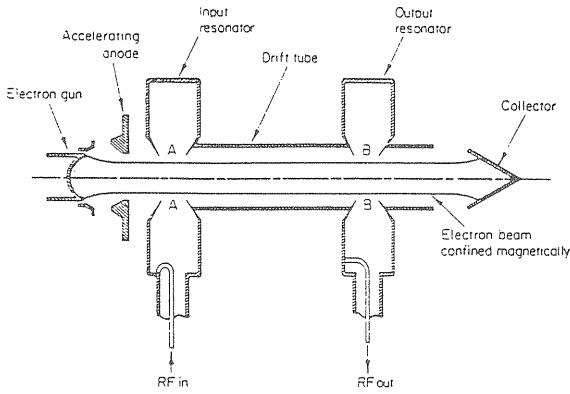


図4.1 最も簡単な二空洞クライストロンの構成

な構造をしている。入力及び出力回路には空胴共振器が用いられる。板極管のように格子(間隙, または格子ギャップ)の部分だけが真空中に封じられ空胴の大部分のものは管外につくもの(外部空胴型)もあるが, 周波数の高いものは空胴も真空容器中に封じられる(空胴内蔵型)が多い。入力空胴共振器(格子も含めて)は buncher, 出力共振器は catcher と呼ばれる。中間空胴をもつ場合はそれらを idler cavity と呼ぶこともある。電子銃から出た電子は陰極-陽極間にかかる直流電圧で一定速度に加速され, ついで入力格子間隙にかかっている高周波電界で速度変調を受ける。その後格子間隙を出て電界の無い空間に入った電子は変調された速度で走り, そこで速い電子は遅い電子に追い付いて電子流に密度の変化が出来る。この作用を電子の集群( bunching )と呼んでいる。何も無い走行空間は, クライストロンでは重要な役目を担い, これをドリフト空間と呼んでいる。密度変調に変わった電子流は出力空胴間隙に入り, ここで回路に誘導電流を流してエネルギーを与え, 増幅作用が行われる。普通は励振高周波の周期毎に集群が出来るので, 同じ周波数の増幅作用が行われるが, 後で述べるように集群された電流は豊富に高調波を含むので, 出力空胴をこの高調波に同調しておくとも周波数通倍器としても使える。また出力空胴の一部を入力空胴の一部フィードバックすれば発振器としても使える。役目を終えた電子はコレクターに行き, そこで熱に変わる。その外に反射型クライストロンという発振専門のクライストロンがあるが, 最近は余り使用されなくなったので省略する。

## 4.2 速度変調による電子の集群

クライストロンの動作の基本は電子が速度変調を受

けてそれがドリフト空間を走る内に密度変調に変わり電子の集群が出来るところである。ここでは, 比較的大電力のクライストロンを考えることにする。従って電子銃部で比較的高い直流電圧により電子が加速され, 相対論的な効果が無視できないとする。この時に比較的簡単な描像である個々の粒子が速度変調を受けて, 弾道的に走る場合を考えてみよう。(2.12)式の関係があるので, 電子銃部で電子が直流電圧  $V_0$  で加速され速度  $u_0$  で入力空胴の間隙に入射するとする。すると

$$m_0 r_0 c^2 - m_0 c^2 = eV_0$$

又は

$$r_0 = \frac{1}{\sqrt{1 - u_0^2/c^2}} = \frac{eV_0}{m_0 c^2} + 1 \quad (4.1)$$

となる。また入力間隙にかかる電界を  $E(t)$  として, それにより電子の速度が  $u(t)$  に変わったとする。この時エネルギー保存の式から

$$mc^2 - m_0 c^2 = m_0 r c^2 - m_0 c^2$$

$$= e \left( V_0 + \int_0^x E(t) dz \right) \quad (4.2)$$

が成り立つ。ここで  $\alpha$  および  $\delta$  という量を導入する。

$$\alpha = \frac{1}{V_0} \int_0^x E(t) dz \quad (4.3.1a)$$

$$\delta = \frac{eV_0}{m_0 c^2} = r_0 - 1 \quad (4.3.2)$$

入力空胴にかかる高周波電圧は直流電圧  $V_0$  に比べて十分弱いとすると(これは通常のクライストロンの場合完全に成り立つ),  $\alpha$  は微量である。そこで  $\alpha$  の一次の項迄を考えて,  $u(t)$  がどう書けるか調べてみよう。まず(4.1)式及び(4.2)式より

$$r = 1 + \frac{eV_0}{m_0 c^2} + \frac{e}{m_0 c^2} \int_0^x E(t) dz$$

$$= r_0 + \delta \alpha \quad (4.4)$$

である。また

$$\frac{u^2}{c^2} = 1 - \frac{1}{r^2} = 1 - \frac{1}{(r_0 + \delta \alpha)^2}$$

$$\alpha \ll 1 \quad \frac{r_0^2 - 1}{r_0^2} \left( 1 + \frac{2}{r_0^2 - 1} \frac{\delta \alpha}{r_0} \right)$$

$$\alpha \ll 1 \quad \frac{r_0^2 - 1}{r_0^2} \left( 1 + \frac{2 \alpha}{r_0(r_0 + 1)} \right) \quad (4.5)$$

となるから

$$u = c \sqrt{\frac{r_0^2 - 1}{r_0^2}} \left\{ 1 + \frac{2\alpha}{r_0(r_0 + 1)} \right\}^{\frac{1}{2}} \\ \sim u_0 \left\{ 1 + \frac{\alpha}{r_0(r_0 + 1)} \right\} \quad (4.6)$$

と書ける。非相対論的な極限では  $u/c \rightarrow 0$  であり、この時は

$$u = u_0 \left( 1 + \frac{1}{2} \alpha \right) \\ = u_0 \left\{ 1 + \frac{1}{2} \frac{1}{V_0} \int_0^x E(t) dz \right\} \quad (4.7)$$

である。入力間隙間にかかる高周波電圧を  $V_1$ 、間隙間隔を  $d$ 、高周波の角周波数を  $\omega$  とすると、 $E = (V_1/d) \sin \omega t$  となる。また電子が間隙へ時刻  $t = t_0$  で入射し、間隙の入口を  $x = 0$  とし、 $x = x$ 、 $x = d$  に電子があるときの時刻をそれぞれ  $t_1$ 、 $t_2$  としよう。すると(4.6)式を積分することにより

$$u = u_0 \left\{ 1 + \frac{1}{r_0(r_0 + 1)} \frac{V_1}{V_0 d} \int_0^x \sin \omega t dz \right\} \\ = u_0 \left\{ 1 - \frac{1}{r_0(r_0 + 1)} \frac{V_1 u_0}{V_0 \omega d} (\cos \omega t - \cos \omega t_0) \right\} \quad (4.8)$$

$$d = \int_{t_0}^{t_1} u dt = u_0 (t_1 - t_0) \\ + \frac{1}{r_0(r_0 + 1)} \frac{V_1 u_0}{V_0 \omega d} (t_1 - t_0) \cos \omega t_0 \\ - \frac{1}{r_0(r_0 + 1)} \frac{V_1 u_0^2}{V_0 \omega^2 d} (\sin \omega t_1 - \sin \omega t_0) \quad (4.9)$$

を得る。今  $V_0 \gg V_1$  を仮定しているから0次のオーダーでは間隙の通過時間は  $d/u_0$  となりこれから

$$\omega t_1 \sim \omega t_0 + \frac{\omega d}{u_0} \quad (4.10)$$

となる。ここで電子の間隙に於ける直流走行角 ( dc transit angle )  $\theta_g$  を次式で定義する。

$$\theta_g = \frac{\omega d}{u_0} \quad (4.11)$$

これより間隙を出る時間での電子の速度は(4.8)に於て  $t = t_1$  とし

$$u(t_1) = u_0 - \frac{1}{r_0(r_0 + 1)} \frac{V_1 u_0^2}{V_0 \omega d} \left\{ \cos \omega \left( t_0 + \frac{d}{u_0} \right) - \cos \omega t_0 \right\} = u_0 + \frac{1}{r_0(r_0 + 1)} \frac{u_0 V_1}{V_0} \\ \frac{\sin(\theta_g/2)}{\theta_g/2} \sin \left( \omega t_0 + \frac{\theta_g}{2} \right) \quad (4.12)$$

と書ける。(4.12)式は間隙を出る時間  $t_1$  を基準に取ると

$$u(t_1) = u_0 + \frac{1}{r_0(r_0 + 1)} \frac{u_0 V_1}{V_0} \frac{\sin(\theta_g/2)}{\theta_g/2} \sin \left( \omega t_1 - \frac{\theta_g}{2} \right) \quad (4.13)$$

とも書ける。ここで改めて

$$\alpha = \frac{2}{r_0(r_0 + 1)} \frac{V_1}{V_0} \xrightarrow{V_0 \rightarrow 0} \frac{V_1}{V_0} \quad (4.3.1b)$$

と定義し直すと、これは一般に変調指数と呼ばれる量である。またビーム結合定数と呼ばれる量  $M$  を次のように導入する。

$$M = \frac{\sin(\theta_g/2)}{\theta_g/2} \quad (4.14)$$

この量は、電子が間隙間を走行する間に、間隙にかかる電圧も変化し、そのために正味に速度変調に寄与するのが振幅の  $M$  倍に減ることを意味している。ここで一言付け加えると、今まで考えてきた間隙ではその外側にはマイクロ波が洩れないことを仮定している。即ち、これは間隙の両側に格子を張った場合に相当する(格子を張ることにより電子は通すが電界は洩れない)。(4.14)式は格子付き間隙に於けるビーム結合定数を示している。非相対論的な場合には(4.14)は、よく知られた

$$u = u_0 \left\{ 1 + \frac{1}{2} M \frac{V_1}{V_0} \sin \left( \omega t_1 - \frac{\theta_g}{2} \right) \right\} \\ = u_0 \left\{ 1 + \frac{1}{2} M \alpha \sin \left( \omega t_1 - \frac{\theta_g}{2} \right) \right\} \quad (4.15)$$

となる。つまり変調指数を前記のように定義すると相対論的な場合も非相対論的な場合も同じ形式で書ける。

次に間隙を出た後のドリフト空間での電子の運動について見よう。時刻  $t = t_2$  で間隙の出口から距離  $z$  だけ進むとすると

$$\begin{aligned} \Delta t = t_2 - t_1 &= \frac{z}{u(t_1)} \\ &= \frac{z}{u_0 \left\{ 1 + \frac{1}{2} M \alpha \sin\left(\omega t_1 - \frac{\theta_g}{2}\right) \right\}} \\ &\approx \frac{z}{u_0} \left\{ 1 - \frac{1}{2} M \alpha \sin\left(\omega t_1 - \frac{\theta_g}{2}\right) \right\} \quad (4.16) \end{aligned}$$

となる。電子の走行角  $\theta_0$ 、及び集群パラメータ  $X$  を次のように導入する。

$$\theta_0 = \frac{\omega z}{u_0} \quad (4.17)$$

$$\begin{aligned} X &= \frac{1}{2} \theta_0 \alpha M \\ &= \frac{\omega z}{u_0} \frac{1}{r_0(r_0+1)} \frac{V_1}{V_0} \frac{\sin(\theta_g/2)}{\theta_g/2} \quad (4.18) \end{aligned}$$

すると、(4.16)式は

$$\omega t_2 = \omega t_1 + \theta_0 - X \sin\left(\omega t_1 - \frac{\theta_g}{2}\right) \quad (2.19)$$

と書ける。(3.16)(3.19)式はいわゆるクライストロンの電子走行図であるアップルゲート図を与える。この様子を図4.2に示した。次に集群された電流を調べよう。 $z=z_1$ で $t=t_1 \sim t_1 + \Delta t$ にある電荷 $q$ が、速度変調を受けて $z=z_2$ で $t=t_2 \sim t_2 + \Delta t$ に移動したとすると電荷量は変わらないので

$$q = I_0 \Delta t_1 = I_2 \Delta t_2 \quad (4.20)$$

故に

$$I_2 = I_0 \frac{\Delta t_1}{\Delta t_2} \sim I_0 \frac{dt_1}{dt_2} \quad (4.21)$$

となる。(4.20)式で $t_2$ を $t_1$ で微分して、(4.21)式に代入すると

$$\begin{aligned} I_2 &= \frac{I_0}{1 - X \cos\left(\omega t_1 - \frac{\theta_g}{2}\right)} \\ &\sim I_0 \left\{ 1 + X \cos\left(\omega t_1 - \frac{\theta_g}{2}\right) \right\} \quad (4.22) \end{aligned}$$

となる。この電流の変化の様子を集群パラメータの関数として描いてみると図4.3のようになる。(4.22)式の電流式の中にどれくらい周波数成分が含まれるかは、フーリエ展開をすることにより調べることが出来る。即ち(4.22)式を次のように展開をしてやる。

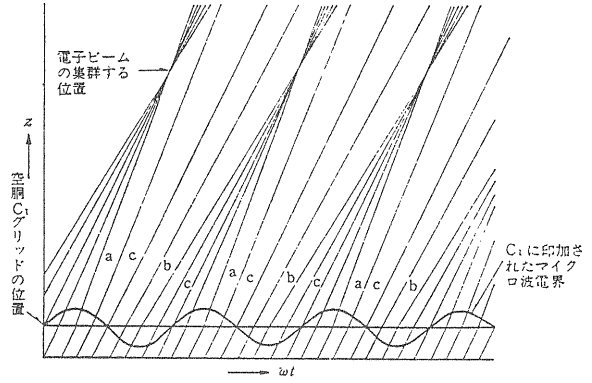


図4.2 クライストロンのアップルゲート線図

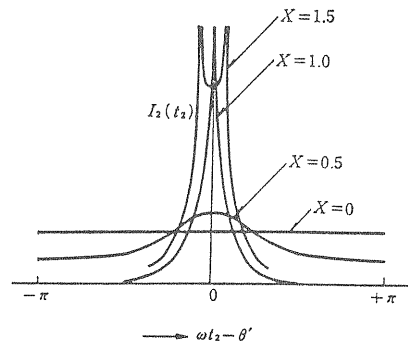


図4.3 バンチングパラメーターと変調電流 $I_2$ の関係

$$I_2 = \sum_{n=0}^{\infty} (A_n \cos n\omega t_2 + B_n \sin n\omega t_2) \quad (4.23)$$

これは直交関数系であるから、係数 $A_n$ 、 $B_n$ を求めるには

$$A_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} I_2 \cos(n\omega t_2) d(\omega t_2) \quad (4.24)$$

$$B_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} I_2 \sin(n\omega t_2) d(\omega t_2) \quad (4.25)$$

として、これを計算すると良い。これらを計算してまとめると

$$I_2 = 2 I_0 \sum_{n=0}^{\infty} J_n(nX) \cos n(\omega t_2 - \theta_0) \quad (4.26)$$

となる。基本は成分は $n=1$ でありこの時ベッセル関数の最大値は $J_1(1.84)=0.58$ であるので、

$$I_2^{\max}(n=1) = 1.18 I_0 \quad (\text{基本波}) \quad (4.27)$$

となる。同様に二倍の高調波、三倍の高調波についてみてみると



$$I_2^{\max} (n=2) = 0.96 I_0 \text{ (2倍の高調波)} \quad (4.28)$$

$$I_2^{\max} (n=3) = 0.86 I_0 \text{ (3倍の高調波)} \quad (4.29)$$

となり、集群された電子ビームは、豊富な高調波成分を持っていることが解る。以上の解析においては電子間に働く空間電荷力を無視しているために集群が最大になった所以降では不自然な結果を与える(例えば電流値が無限大になる等)。このような簡単な解析では電子のクロスオーバー(電子が先行の電子に追い付き追い越す所)より先では正しい結果は与えないので注意を要する。

次に空胴に於ける電子のアドミッタンスを考えよう。入力空胴においては格子間の電子走行角が十分小さければ間隙間で密度の変化を生ずる暇はないので入力回路には誘導電流は流れないが(従って電子アドミッタンスは0)、格子間の電子走行角が無視できなくなると間隙間を走行する内に集群を生じ、回路に誘導電流が流れ、電子アドミッタンスが生ずる。中間空胴がある場合には始めから集群したビームが入射するので勿論電子アドミッタンスを持つ。

今電極間の電圧をV、電子の運動により回路に流れる誘導電流を $i_g$ とすると、エネルギー保存則より回路から電極間に与えられる電力と電子が電界から受け取る電力は同じである(外部回路とつながった平行電極板間を電子が走る場合を考えると分かりやすい)。故に

$$i_g V = \frac{dW}{dt} = qE \cdot \frac{dr}{dt} = qE \cdot u \quad (4.30)$$

となり、従って誘導電流は

$$i_g = q \frac{E}{V} \cdot u \quad (4.31)$$

となる。この関係を使うと、 $z$ と $z+dz$ 間にある電荷によって回路に生じる誘導電流 $i_g$ を求める事が出来る。この間にある電荷は間隙の入口を $t_0$ と $t_0+dt_0$ の間に出たとすると、この電荷量は $\rho = A \rho_0 u_0 dt_0$ であるから(但しここではAはビームの断面積とする)、誘導電流は

$$\begin{aligned} di_g &= \frac{E}{V} u A \rho dz = -\frac{1}{d} u A \rho dz \\ &= -\frac{1}{d} u A \rho_0 v_0 dt_0 = -\frac{u}{d} I_0 dt_0 \end{aligned} \quad (4.32)$$

となる。電子の間隙走行角を $\tau_g$ とすると、全電流は

$$\begin{aligned} i_g &= \int_0^d di = -\frac{I_0}{d} \int_{t-\tau_g}^{\tau_g} u dt_0 \\ &= -\frac{I_0}{d} \int_{t-\tau_g}^{\tau_g} u_0 \left\{ 1 - \frac{1}{r_0(r_0+1)} \frac{V_1 u_0}{V_0 \omega d} \right. \\ &\quad \left. (\cos \omega t - \cos \omega t_0) \right\} dt_0 \end{aligned} \quad (4.33)$$

となる。この式を計算し、また(3.9)式の関係、及び

$$\frac{d}{u_0} = \tau_{g0} \sim \tau_g \quad (4.34.1)$$

$$\theta_g = \omega \tau_g = \frac{\omega^2 d^2}{u_0^2} \quad (4.34.2)$$

$$G_0 = -\frac{I_0}{V_0} \quad (4.34.3)$$

等の関係を用いると、全誘導電流は

$$i_g = -I_0 + V_1 (G_b \sin \omega t + B_b \cos \omega t) \quad (4.35)$$

となる。但し $G_b$ 、 $B_b$ は

$$\begin{aligned} G_b &= G_0 \frac{1}{r_0(r_0+1)} \frac{\sin(\theta_g/2)}{\theta_g/2} \times \\ &\quad \left\{ \frac{\sin(\theta_g/2)}{\theta_g/2} - \cos(\theta_g/2) \right\} \end{aligned} \quad (4.36)$$

$$\begin{aligned} B_b &= G_0 \frac{1}{r_0(r_0+1)} \frac{\cos(\theta_g/2)}{\theta_g/2} \times \\ &\quad \left\{ \frac{\sin(\theta_g/2)}{\theta_g/2} - \cos(\theta_g/2) \right\} \end{aligned} \quad (4.37)$$

となる。(4.35)式を見ると $G_b$ の項は格子間にかかる高周波電圧 $V_1 \sin \omega t$ と同位相で電力を消費する成分であり、また $B_b$ は位相が90度進み無効電力を与える成分である。従って $G_b$ 、 $B_b$ はそれぞれ電子のコンダクタンス、及びサセプタンスを表している。これらの量は空胴を等価回路で表現した場合に、ビームの持つ回路に対する影響を取り込むときに役に立つものである。

### 4.3 空間電荷を取り込んだ表現

今までの解析は電子間に働く空間電荷力を無視しているため、本来ならば電子が集群した時に働く空間電荷力による反発力を無視している。しかし空間電荷こそがマイクロ波間の動作を考えるとときには重要である。それには W.C.Hahn, S.Ramo, L.J.Chu 等により

導入された空間電荷波の考え方が有効である。歴史的にはこの理論により進行波管等も含めたマイクロ波管の小信号での振舞いが統一的に理解されるようになった。

まず4.1節の解析に空間電荷の効果を取り入れた形で考え直そう。出発点として一様にz方向に走る非相対論的な電子ビームを考える。速度変調が無ければどこでもその電荷密度は $\rho_0$ である。しかし速度変調がある場合には電子の位置は、変調の無いときの位置から集群の中心の方へ寄って行き、そのために電荷分布も変化する。この時の電子の運動を二つの座標系、即ち平衡電子(速度変調の無い場合の電子で速度 $u_0$ )と同じ速度で走っている座標系 $z'$ 系と、観測者に固定された座標系 $z$ 系、で見てみよう。 $z'$ 系でみると、速度変調により集群の中心に寄っていった電子は、そのうちに空間電荷による反発力のために逆方向へ移動し始める。こうして、 $z'$ 系では集群の中心の周りを振動することが予想される。いま時刻 $t=t_1$ で電子は入力間隙を出発し、またその時両座標系は一致していたとする。その後、時刻 $t=t$ において、平衡電子の位置を $z'=z_1'$ 、速度変調を受けた場合の電子の位置を $z'$ とする。(これはそれぞれ固定座標系 $z$ 系では $z_1$ 及び $z$ に対応していたとする)。 $\Delta z'=z_1'-z'$ だけずれたために生ずる余分な空間電荷は $\rho_0 \Delta z'=(z_1'-z')$ である。この変化に寄って生じた電界を $E$ とすると

$$E = \frac{\rho}{\epsilon_0} (z_1' - z') \quad (4.38)$$

である。これにより電子が運動を始める場合には

$$m \frac{d^2 z'}{dt^2} = -\frac{e \rho_0}{\epsilon_0} (z_1' - z') \quad (4.39)$$

又は

$$\frac{d^2 z'}{dt^2} = -\frac{\eta \rho}{\epsilon_0} (z_1' - z') = \omega_p^2 (z_1' - z') \quad (4.40)$$

である。これは電荷の変化に寄って生じる単振動の固有周波数は、プラズマ周波数( $\omega_p$ )であることを意味している。この解は

$$z' - z_1' = A \sin(\omega_p t + \phi) \quad (4.41)$$

である。 $t=t_1$ では両座標系は一致し入力間隙を出たところであるので、その点での平衡電子を考えると( $z'=z_1'$ )、 $\phi = -\omega_p t_1$ となる。又(4.13)式が成り立つの

でこれを用いると

$$\begin{aligned} \left( \frac{dz'}{dt} \right)_{t-t_1} &= \omega_p A \\ &= u_0 \frac{1}{2} \alpha M \sin\left(\omega t_1 - \frac{\theta_g}{2}\right) \end{aligned} \quad (4.42)$$

$$\begin{aligned} A &= \frac{1}{2} \frac{u_0}{\omega_p} \alpha M \sin\left(\omega t_1 - \frac{\theta_g}{2}\right) \\ &= \frac{\alpha M}{2 \beta_p} \sin\left(\omega t_1 - \frac{\theta_g}{2}\right) \end{aligned} \quad (4.43)$$

となる。但し

$$\beta_p = \frac{\omega_p}{u_0} = \frac{2 \pi}{\lambda_p} \quad (4.44)$$

と置いている。 $z$ 系に於ける平衡点の位置 $z_1$ はこの量との間に

$$\omega_p(t-t_1) = \beta_p u_0 (t-t_1) = \beta_p z_1 \quad (4.45)$$

の関係があるので

$$\begin{aligned} z' - z_1' &= \frac{1}{2} \frac{\alpha M}{\beta_p} \sin\left(\omega t_1 - \frac{\theta_g}{2}\right) \sin \omega_p (t-t_1) \\ &= \frac{1}{2} \frac{\alpha M}{\beta_p} \sin\left(\omega t_1 - \frac{\theta_g}{2}\right) \sin \beta_p z_1 \end{aligned} \quad (4.46)$$

となる。一方平衡点からのずれは両系からみて変わらないので( $z-z_1=z'-z_1'$ )

$$\begin{aligned} z &= z_1 + \frac{1}{2} \frac{\alpha M}{\beta_p} \sin\left(\omega t_1 - \frac{\theta_g}{2}\right) \sin \beta_p z_1 \\ &= z_1 \left\{ 1 + \frac{1}{2} \frac{\alpha M \sin\left(\omega t_1 - \frac{\theta_g}{2}\right) \sin \beta_p z_1}{\beta_p z_1} \right\} \\ &= u_0 (t-t_1) \left\{ 1 + \frac{1}{2} \frac{\alpha M \sin\left(\omega t_1 - \frac{\theta_g}{2}\right) \sin \beta_p z_1}{\beta_p z_1} \right\} \end{aligned} \quad (4.47)$$

となる。これは(4.16)式に対応する式であり $\beta_p z_1 \rightarrow 1$ の時は $\sin \beta_p z_1 / \beta_p z_1 \rightarrow 1$ であるから(4.16)式に一致する。即ち空間電荷を含めた効果は今までの議論に付加項 $\sin \beta_p z_1 / \beta_p z_1$ がついた事で取り込んだとも見なすことが出来る。 $\alpha$ の一次までの近似では(4.47)式は

$$z = u_0(t - t_1) + \frac{1}{2} \alpha M \sin(\omega t_1 - \frac{\theta_g}{2}) \sin \beta_p z \quad (4.48)$$

と書ける。又電子の速度は(4.41)式より $z'$ 系での速度が

$$\frac{dz'}{dt} = \frac{1}{2} \frac{1}{u_0} \alpha M \sin(\omega t_1 - \frac{\theta_g}{2}) \cos \omega_p(t - t_1) \quad (4.49)$$

であるから、やはり $\alpha$ の一次までの近似では

$$u = \frac{dz_1}{dt} + u_0 = u_0 \left\{ 1 + \frac{1}{2} \alpha M \sin(\omega t_1 - \frac{\theta_g}{2}) \cos \beta_p z \right\} \quad (5.50)$$

である。又(4.48)式より変調電流は

$$\begin{aligned} i &= i_0 \frac{dt_1}{dt} = i_0 \frac{1}{1 - \frac{\alpha M}{2 \omega_p} \cos(\omega t_1 - \frac{\theta_g}{2}) \sin \beta_p z} \\ &\simeq i_0 \left\{ 1 + \frac{\alpha M}{2 \omega_p} \cos(\omega t_1 - \frac{\theta_g}{2}) \sin \beta_p z \right\} \\ &= i_0 \left\{ 1 + \frac{1}{2} \left( \frac{\omega z}{u_0} \right) \alpha M \cos(\omega t_1 - \frac{\theta_g}{2}) \times \frac{\sin \beta_p z}{\beta_p z} \right\} \end{aligned} \quad (4.51)$$

であり  $\beta_p z \rightarrow 1$ ではやはり(3.22)式と一致する。所で以上の式により空間電荷を取り込んだ電子の運動を記述することが出来たのであるが、これを4.1節の結果と比較してみよう。(4.50)式より速度は $\cos \beta_p z = 0$ の時、即ち  $\beta_p z = \pi/2$ の時に $u = u_0$ となり平衡速度と同じになる。同時に(4.48)式より変位距離が一番大きいので $\lambda_p/4$ の時に集団が一番大きくなる。これを(4.48)(4.59)式から図4.2に対応するアップルゲート図を書けば図4.4の様になり、速度変調を受けた電子がドリフト空間でする運動は、空間電荷力により平衡電子の周りを固有振動数 $\omega_p$ で振動をすることが解る。一方(4.51)式によれば密度変調された電流は $\sin \beta_p z / \beta_p z < 1$ であるから、空間電荷が無い場合に比べて小さくなる。これは変調指数が小さくなったのと同じ効果を与えている。以上の考察は小信号の場合( $\alpha \ll 1$ )を仮定しているが、これが成り立つ範囲では実際のクライストロンの動作をかなり正しく表現している式となっている。次の節の議論とつなげるために(4.51)式を少し書き改めよう。時間項は指数関数 $\exp(j$

$\omega t$ )に置き換え、又

$$\sin \beta_p z = \frac{1}{2j} (e^{j\beta_p z} - e^{-j\beta_p z}) \quad (4.52.1)$$

を用いると

$$i = i_0 + i_0 \frac{\alpha \omega}{4 j \omega_p} e^{j(\omega t - \frac{\theta_g}{2})} \left\{ e^{-j(\beta_e - \beta_p)z} - e^{-j(\beta_e + \beta_p)z} \right\} \quad (4.52.2)$$

となる。但し

$$\beta_e = \frac{\omega}{u_0} \quad (\text{直流電子の伝搬定数}) \quad (4.53)$$

である。(4.52.2)式によると、今までの空間電荷を取り込んだ式は二つの伝搬定数 $\beta_e - \beta_p$ と $\beta_e + \beta_p$ を持った波の重ね合わせという形式で書き表されることを示している。

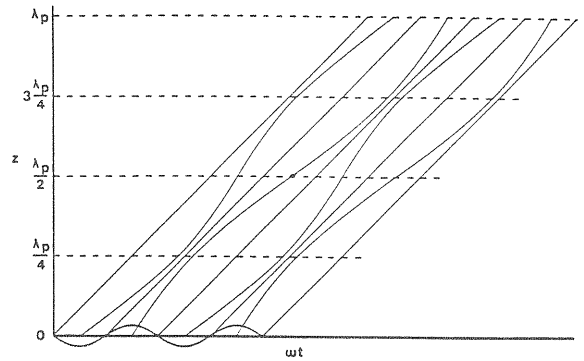


図4.4 空間電荷効果を考慮した場合のクライストロンのアップルゲート線図(文献1より転載)

#### 4.4 空間電荷波の理論

ここでは小信号の時に電子の運動がどうなるかをより一般的な形式で議論しよう。但しいま考える系は電子ビームが $z$ 方向にのみ運動し、従って一次元的な取り扱いが出来るものとする。又、電流密度、電荷、速度その他の物理量は総て直流量と微小な交流量の和で表されるとする。即ち諸量を $X$ で表すと

$$X^T = X_0 + X \quad (4.54)$$

と書けるとする。 $T$ の添字が付いたものは全体量を、0の付いた量は直流量、そして何も添字が付かない量

は微小交流値をあらわすとす。また交流値は時間因子として $\exp(j\omega t)$ を含んでいるとする。関係する諸式は

$$\text{rot } \mathbf{E}^T = -\mu_0 \frac{\partial \mathbf{H}^T}{\partial t} \quad (4.55.1)$$

$$\text{rot } \mathbf{H}^T = \mathbf{J}^T + \epsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}^T}{\partial t} \quad (4.55.2)$$

$$\frac{d\mathbf{u}^T}{dt} = \frac{\partial \mathbf{u}^T}{\partial t} + (\mathbf{u}^T \cdot \nabla) \mathbf{u}^T = -\eta \mathbf{E}^T \quad (4.55.3)$$

$$\text{div } \mathbf{J}^T = -\frac{\partial}{\partial t} \rho^T \quad (4.55.4)$$

$$\mathbf{J}^T = \rho^T \mathbf{u}^T \quad (4.55.5)$$

及び(4.55.1)(4.55.2)式から得られる

$$\nabla^2 \mathbf{E}^T - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{E}^T}{\partial t^2} = \frac{1}{\epsilon_0} \nabla \rho^T + \mu_0 \frac{\partial \mathbf{J}^T}{\partial t} \quad (4.55.6)$$

である。これらの式へ電流密度、電荷、速度に関する(4.54)式を代入し $z$ 成分に関する式を出す。交流量の二次以上の項は微小量であるとして無視する近似では次のような諸交流量に関する線形化された式を得る。

$$\mathbf{J} + j\omega \epsilon_0 \mathbf{E}_z = 0 \quad (4.56.1)$$

$$j\omega \mu + \frac{d}{dz} (u_0 u) = -\eta E_z \quad (4.56.2)$$

$$\frac{d}{dz} \mathbf{J} = -j\omega \rho \quad (4.56.3)$$

$$\mathbf{J} = \rho u_0 + \rho_0 u \quad (4.56.4)$$

(4.56.1)(4.56.2)式より $E_z$ を消去すると

$$(j\beta_e + \frac{d}{dz}) (u_0 u) = -j \frac{\omega_p^2}{\beta_e} \frac{\mathbf{J}}{J_0} \quad (4.57)$$

となる。ここでカイネチック電圧と呼ばれる電圧と同じ次元を持つ量を導入して書き改めると

$$V_K = -\frac{1}{\eta} u_0 u \quad (4.58)$$

$$(j\beta_e + \frac{d}{dz}) V_K = j \frac{\beta_p^2}{\beta_e} \frac{2\mathbf{J}}{G_0} \quad (4.59)$$

となる。(4.56.3)(4.56.4)より $\rho$ を消去すると

$$(j\beta_e + \frac{d}{dz}) \mathbf{J} = j\beta_e \frac{G_0}{2} V_K \quad (4.60)$$

を得る。但し $\beta_p = \omega_p / u_0$ ,  $\beta_e = \omega / u_0$ , 及び $G_0 = -J_0 / V_0$ (直流コンダクタンス)である。また

$$Z_0 = \frac{\beta_p}{\beta_e} \frac{2}{G_0} \quad (4.61)$$

と置くと(4.59)(4.60)は次のようにも書ける。

$$(j\beta_e + \frac{d}{dz}) V_K = j\beta_p Z_0 \mathbf{J} \quad (4.62)$$

$$(j\beta_e + \frac{d}{dz}) \mathbf{J} = j\beta_p \frac{1}{Z_0} V_K \quad (4.63)$$

即ち $z$ 方向に進むビームの交流成分に関する速度(カイネチック電圧)と電流に関する式が得られた。所でここで考えている交流成分は直流速度 $u_0$ ののっている訳であるから、前節の始めにした議論と同じく $u_0$ で動く座標系からみると交流分だけが見える筈である。固定系( $z$ 系)と $u_0$ で動いている系( $z'$ 系)の間には、従って $\theta = \omega \int_0^z dz / u_0$ だけの位相差がある。それを考慮して更に次の変数変換を行う。

$$V_K = U_K e^{-j\theta} \quad (4.64)$$

$$\mathbf{J} = \mathbf{I} e^{-j\theta} \quad (4.66)$$

これらを(4.62)(4.63)へ代入すると

$$\frac{dU_K}{dz} = j\beta_p Z_0 U_K \quad (4.66)$$

$$\frac{d\mathbf{I}}{dz} = j\beta_p \frac{1}{Z_0} \mathbf{I} \quad (4.67)$$

と書ける。この式を見ると、これは良く知られた電信方程式の形をしている。電気回路の類推からすると回路の電圧、電流に対応するのはそれぞれ $U_K$ ,  $\mathbf{I}$ であり、又単位長さ当りの直列インピーダンス $X = -j\beta_p Z_0$ , 及び並列インピーダンス $Y = -j\beta_p / Z_0$ を有する伝送線を表す式である。その特性インピーダンスは $\sqrt{X/Y}$ で与えられ、これが今の場合(4.61)式で表される $Z_0$ となるので、等価伝送線回路と見なした場合、 $Z_0$ は電子ビームの特性インピーダンスという意味を持つ。また伝搬定数は今の場合 $\sqrt{XY} = j\beta_p$ である。解は $\exp(j\beta_p z)$ と $\exp(-j\beta_p z)$ の重ね合わせで与えられるから、これを用いると

$$V_K = A e^{-j(\beta_e - \beta_p)z} + B e^{-j(\beta_e + \beta_p)z} \quad (4.68)$$

$$J = \frac{1}{Z_0} \left\{ A e^{-j(\beta_e - \beta_p)z} - B e^{-j(\beta_e + \beta_p)z} \right\} \quad (4.69)$$

を得る。これは4.2節の終わりで導いた式と同じ形である。即ち、いま考えているような系では、電子ビームの中には二つの波動が存在し、その伝搬定数は $\beta_e - \beta_p$ と $\beta_e + \beta_p$ である。各々の波の位相速度を見ると

$$u_f = \frac{\omega}{\beta_e - \beta_p} = u_0 \frac{1}{1 - \omega_p/\omega} > u_0 \quad (4.70)$$

$$u_s = \frac{\omega}{\beta_e + \beta_p} = u_0 \frac{1}{1 + \omega_p/\omega} < u_0 \quad (4.71)$$

であるから平衡速度 $u_0$ よりも速い波と遅い波であることが解る。また(4.68)(4.69)式より、前者は $V_k$ と $J$ が同位相、後者は逆位相であることも解る。電子回路との類似性より、電子回路の四端子マトリクスと同様に行列表示を用いると便利ことがある。いま $V_k(z_1)$ ,  $J(z_1)$ から $V_k(z+z_1)$ ,  $J(z+z_1)$ への変換を考える。各々の場合について、(4.68)(4.69)を用いて式を書き下し、係数A及びBを消去し、整理してやると

$$\begin{pmatrix} V_R(z+z_1) \\ J(z+z_1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \beta_p z & jZ_0 \sin \beta_p z \\ j \frac{1}{Z_0} \sin \beta_p z & \cos \beta_p z \end{pmatrix} e^{-j\beta_p z} \begin{pmatrix} V_K(z_1) \\ J(z_1) \end{pmatrix} \quad (4.72)$$

という行列表示を得る。これも平衡電子が一定速度で走るドリフト空間に於ける空間電荷波の伝播を表す式である。この表示を用いると、ドリフト空間及び加速間隙からなる多空洞クライストロンは、加速間隙に関する行列表示を導入すると行列式の連続的な積で表され便利である。

今まで小信号時に於ける空間電荷を含めた式の導出を行ってきたが、電子の固有振動数 $\omega_p$ についてはもう少し検討が必要である。というのも、一次元のビームを導入したときに暗黙の内に、無限に広がる電子ビームを仮定しているからである。(別の観点からいうと、マックスウェルの式で $z$ 成分以外の項について無視している)。これを検討するためにもう一度(4.56)式に戻り交流量を調べよう。ここで $z$ 方向に伝播する波として $\exp(j(\omega t - \beta z))$ の形のものを考える。すると $z$ に関する微分は $-j\beta$ と置き換えることが出来るので(4.56)の諸式を整理すると

$$\rho = j \frac{\eta \beta \rho_0}{(\omega - u_0 \beta)^2} E_z \quad (4.73)$$

$$J = j \frac{\eta \omega \rho_0}{(\omega - u_0 \beta)^2} E_z \quad (4.74)$$

と書くことが出来る。これを(4.55.6)式に代入すると

$$\begin{aligned} \nabla^2 \mathbf{E} + k^2 \mathbf{E} &= \frac{1}{\epsilon_0} \nabla \left\{ j \frac{\eta \omega \rho_0 E_z}{(\omega - u_0 \beta)^2} \right\} \\ &+ j \omega \mu_0 \left\{ j \frac{\eta \omega \rho_0}{(\omega - u_0 \beta)^2} E_z \mathbf{a}_z \right\} \\ &= \frac{\omega_p^2 \beta}{j(\omega - u_0 \beta)^2} \nabla E_z + \frac{\omega^2}{c^2} \frac{\omega_p^2}{(\omega - u_0 \beta)^2} E_z \mathbf{a}_z \quad (4.75) \end{aligned}$$

となる。いま $z$ 成分だけを考えると

$$[\nabla^2 \mathbf{E}]_z = \nabla^2 E_z \quad (4.75.1)$$

$$[\nabla E_z]_z = \frac{\partial E_z}{\partial z} \quad (4.75.2)$$

$$\nabla_r^2 \equiv \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} \quad (4.75.3)$$

の関係を用いると

$$\begin{aligned} \nabla_r^2 E_z + \left[ -(\beta^2 - k^2) \right. \\ \left. + \omega_p^2 \frac{1}{u_0^2} \frac{\beta^2 - k^2}{(\beta_e - \beta)^2} \right] E_z = 0 \quad (4.76) \end{aligned}$$

を得る。但し $k = \omega/c$ ,  $\omega_p^2 = -\eta \rho_0 / \epsilon_0$ ,  $\beta_e = \omega / u_0$  の関係を利用している。(4.76)を我々が考えている実際的な場合について解いてみよう。いま $z$ 方向に進行する一次元ビームを考えるわけであるがそのビーム径を $a$ , ビームが運ばれるビームダクト径を $b$ としよう。 $0 \leq r \leq a$ ではビームは存在するが $a \leq r \leq b$ ではビームは存在しないから $J=0$ ( $\rho_0=0$ )即ち $\omega_p=0$ である。即ち $0 \leq r \leq a$ では

$$\nabla_r^2 E_z + s^2 E_z = 0 \quad (4.77)$$

$$\begin{aligned} s^2 &= k^2 - \beta^2 + \frac{\omega_p^2}{u_0^2} \frac{\beta^2 - k^2}{(\beta_e - \beta)^2} \\ &\equiv -p^2 + \frac{\omega_p^2}{u_0^2} \frac{\beta^2 - k^2}{(\beta_e - \beta)^2} \quad (4.78) \end{aligned}$$

であり $a \leq r \leq b$ では

$$\nabla_r^2 E_z - p^2 E_z = 0 \quad (4.79)$$

$$p^2 = \beta^2 - k^2 \quad (4.80)$$

となる。求める解は $r=a$ の境界で $E_z$ が連続で無ければならない。(4.77)(4.79)式の一般解はベッセル関数の線形結合で表される。 $r=0$ で解が有限で無ければならないから、適当に係数をつけて書き表すと

$$E_z = C_1 J_0(sr) \quad (0 \leq r \leq a) \quad (4.81.1)$$

$$E_z = C_2 I_0(pr) + C_3 K_0(pr) \quad (a \leq r \leq b) \quad (4.81.2)$$

と書くことが出来る。但しここで $J_0(x)$ ,  $I_0(x)$ ,  $K_0(x)$ は各々0次のベッセル関数, 変形されたベッセル関数である。境界条件から伝搬定数 $\beta$ は次の式を満足しなければならない。

$$S = \frac{J_0'(sa)}{J_0(sa)} = \frac{K_0(pb)I_0'(pa) - I_0(pb)K_0'(pa)}{K_0(pb)I_0(pa) - I_0(pb)K_0(pa)} \quad (4.82)$$

但し(4.78)(4.80)より

$$s^2 = -p^2 + \left(\frac{\omega_p}{\omega}\right)^2 \frac{\beta_e^2 p^2}{(\beta_e - \sqrt{p^2 + k^2})^2} \quad (4.83)$$

である。さて、この解を簡単な場合について調べてみよう。まず $a$ も $b$ も無限に大きい場合についてみてみると、どこでも(4.82)が成立するためには $s=t=0$ で無ければならない。この時には(4.78)(4.80)式から

$$\beta = \pm k \quad (4.84.1)$$

$$\beta = \beta_e \left(1 \pm \frac{\omega_p}{\omega}\right) \quad (4.84.2)$$

を得るが、前者の場合は考えている場の量が総て0となるので、意味のある解は(4.84.2)式の場合であり、またこの時には $E_z$ のみが0ではない。始めに $z$ 方向への伝播としては $\exp(j(\omega t - \beta z))$ の形をした解を仮定しているから、この時には

$$u = \frac{\omega}{\beta} = \frac{\omega}{\beta_e} \left(1 \pm \frac{\omega_p}{\omega}\right)^{-1} \rightarrow u_0 \left(1 \pm \frac{\omega_p}{\omega}\right) \quad (4.85)$$

となる。即ち波動速度は直流ビーム速度より僅かに速い波と遅い波の二つの空間電荷波として伝播することを示している。前節やこの節の前半で議論してきたのはこの場合に相当することが解る。もう一つ特別な場合として $a=b$ の場合を考えよう。この場合は(4.82)式の分母が0となるので式が成立するためには

$$J_0(sa) = 0 \quad (4.86)$$

という条件が必要である。0次のベッセル関数の固有値を $s_{0m}$ とおくと

$$\beta = \beta_e \left[1 \pm \frac{\omega_p}{\omega} \left(1 + \frac{s_{0m}^2}{\beta_e^2 a^2}\right)^{-\frac{1}{2}}\right] \quad (4.87)$$

となる。これを(4.84.2)式と同じ形式で書き、この時の $\omega_p$ に対応した量を $\omega_q$ とすると

$$\beta = \beta_e \left(1 \pm \frac{\omega_q}{\omega}\right) \quad (4.88)$$

但し

$$\omega_q = R \omega_p = \frac{\omega_p}{\sqrt{1 + \frac{s_{0m}^2}{\beta_e^2 a^2}}} \quad (4.89)$$

と書くことが出来る。この $R$ は1より小さく見かけ上空間電荷が $R^2$ だけ減ったと考えることが出き、プラズマ周波数通減係数と呼ばれているものである。より一般的な場合はその幾何学的な形状に合わせて伝搬定数を、従って $R$ の表現を求める必要があり複雑になるが、二つの空間電荷波として伝播することには変わりがない。従って $r$ 方向に集束されたビームの場合にはプラズマ周波数の代わりに、見かけ上空間電荷が減ったように見える効果を入れた通減プラズマ周波数を用いると4.2節及び4.3節の前半の議論がそのまま有効である。

#### 4.5 多空洞クライストロン

今までドリフト空間に於ける電子の集群の様子について小信号の場合について調べてきた。実際のクライストロンは電力利得を上げるために多空洞クライストロンの構成を取っている。従って更に空洞との相互作用も考慮する必要がある。

ドリフト空間に於ける電子の振舞いは(4.89)式で示されるようなプラズマ通減周波数を用いて(4.72)式の関

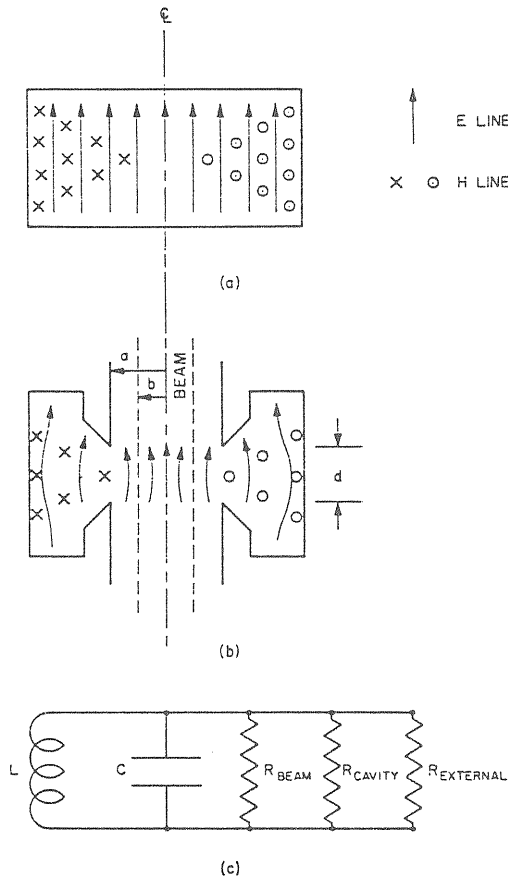


図4.5 クライストロンに使用される空洞の概念, (a)は単純化した矩形空洞(b)クライストロンに使用されるリエントラント形空洞(c)空洞にあるモードに対する等価回路(文献3からの転載)

係を用いると小信号の場合の動作は完全に記述できる。次に空洞部について調べよう。クライストロンの空洞はビームと相互作用するためのビームの通る場所と電圧を発生させるための間隙が必要であるのでリエントラント型の空洞が使用され図4.5(b)に示される形をしている。実際に利用されるマイクロ波のモードを考えるには図4.5(a)のような矩形共振空洞を考えると分かりやすく、最低次のTMモードに相当するものを使っている。この最低次のモードに対するこの空洞の等価回路は図4.5(c)に示されている。ここでこのモードの空洞の共振周波数を $\omega_0$ とすると、この等価回路より

$$\omega_0 = 1/\sqrt{LC} \quad (4.90)$$

となる。等価回路中の $R_E$ は外部回路が接続されている場合の抵抗分で、入力空洞や出力空洞の場合に関係する。 $R_C$ は空洞の幾何学的な寸法で決まる固有の抵抗分である。又ビームが持つインピーダンスを次のよ

うに仮定をする。

$$Z_b = R_b + jX_{b1} = \frac{1}{Y_b} = \frac{1}{G_b + jB_b} \quad (4.91)$$

アドミッタンスはこれの逆数であり、その実部、虚部は前に導入したコンダクタンス、サセプタンスである。ビームの持つインピーダンスは空洞の等価回路に並列にはいることになる。但し図4.5(c)では $X_b$ を無視して $R_b$ だけを考えている。この時には間隙からみたインピーダンスは

$$Z = \frac{Q_L (R/Q)}{1 + jQ_L \left( \frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right)} \quad (4.92)$$

と書ける。但し $Q_L$ は負荷次のQであり又その他の量とは次の関係がある。

$$(R/Q) = \frac{1}{\omega_0 C} = \sqrt{\frac{L}{C}} \quad (4.93)$$

$$R_t = R_b + R_c + R_e \quad (4.94)$$

$$\frac{1}{Q_L} = \frac{1}{Q_b} + \frac{1}{Q_c} + \frac{1}{Q_e} = \frac{R_t}{(R/Q)} \quad (4.95)$$

故にビームと空洞の相互作用で生じる $m$ 番目の空洞の間隙での電圧は空洞に誘起される電流を $I_m$ とすると

$$V_m = Z_m I_m \quad (4.96)$$

となる。(4.14)式で示したように間隙間での有限な電子走行時間がある為に電子に働く有効な電圧はビーム結合定数 $M$ だけ減ることになる。今まで議論してきた小信号の理論によれば(4.14)式の $M$ 、(4.36)式のビームコンダクタンス、(4.72)式の電流を用いると空洞での相互作用が計算することが出来る。多空洞クライストロンは図4.6のような等価回路で示されるとし、又簡単な場合として全ての相互作用間隙でのビーム結合定数や空間電荷波との結合を同じとすると

$$I_m = -j \frac{1}{2} \frac{I_0}{V_0} M^2 \left( \frac{\beta_e}{\beta_q} \right) \sum_{l=1}^{m-1} \sin(\beta_g L_{m1}) V_l \quad (4.97)$$

の様に書ける。又図4.6を参考にする

$$\frac{P_{out}}{P_{in}} = \frac{4 |Y_{nl}|^2 Z_i^2 R_L}{R_{gen}} \quad (4.98)$$

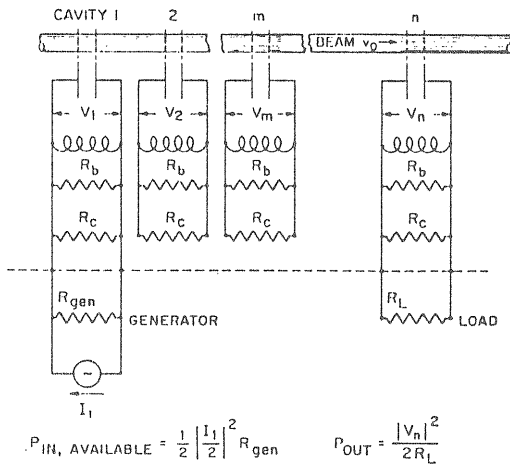


図4.6 クライストロンの等価回路(文献3から転載)

と書ける。 $Y_{n1}$ は入力空胴から出力空胴へのトランスコンダクタンスと呼ばれる量であり、(4.96)(4.97)式を反復計算することにより求まる量である。ここで入力空胴で最大の電力供給を得るためには $R_{GEN}$ と入力空胴のシャント抵抗の間に整合条件が必要である。又 $R_L$ は出力空胴の負荷抵抗である。

以上の議論は小信号時の議論である。この範囲でも(4.14)式のビーム結合定数や(4.36)式のビームコンダクタンスはr方向の変化やその他の効果を含めた考察が必要であり完全な議論はもう少し複雑である。また(4.96)(4.97)の反復計算も実際のクライストロンでは各空胴毎に共振周波数や形状を変えているので複雑となり、計算機等で計算した方が楽である。しかしそれよりも出力空胴の近くなると間隙に誘起される電圧は直流電圧と同等の大きさになり小信号の理論が成り立たなくなる。この場合には今まで述べた線形理論は成り立たず、非線形な運動方程式を扱うために解析的にはならず計算機に専ら頼ることになる。実際には4.2節で述べた弾道的な計算に、各粒子間に働く空間電荷力を含めた数値計算が行われている。1970年代から一次元のディスク模型と呼ばれるものが、1980年代に入って集束磁界を含めた二次元の計算が行われ始め、クライストロンの設計に使われている。これについては議論を省略するがこれにより大電力クライストロンの入力特性や広帯域動作のクライストロンの設計、動作の理解などが可能になってきている。

## 5. 実際のクライストロンの特性と動作

### 5.1 クライストロンの特性

前章まではクライストロンを構成する要素毎に原理的なことについて調べたが、ここでは実際のクライストロンの特性及び周辺の装置、使用上の注意などについて簡単に述べる。

クライストロンの出力電力は空間電荷制限領域で使われている場合には(2.48)式から解る通り電流と電圧の間に3/2乗則が成立するので、これと電力Wの関係から効率を $\eta$ として

$$W = \eta P V^{\frac{5}{2}} \quad (5.1)$$

が成立する(Pは前に定義したパービアンسである)。但しここで言う効率とは電源から供給された電力とクライストロンから出てきたマイクロ波の電力の比を意味する。(5.1)式より出力電力は5/2乗に比例する。厳密に言うと効率は集束磁界などに敏感に効くので大体の傾向として成立するものである。とはいえ、もし大幅に出力特性が(5.1)式からずれたならばどこかおかしいと検討をすべきである。図5.1に一例を示す。次に入出力特性であるが、4.1節の簡単な議論からも解る通り、入力電力のある値で電子が出力空胴で最適な集束をする筈であり、従って出力電力は飽和特性を持つ。一般にはこの飽和時の出力でもって印加電圧に対する効率を(5.1)式により定義する。飽和点はクライストロンの動作上重要なものである。と言うのは、この飽和点では入力電力が多少ふらついても出力電力の変動は非常に小さくでき、安定な点であるから、この点に動作点を取るのが普通であるからである。飽和点より低入力電力側に動作点を取ると入力電力変動、電子銃のヒーターハム雑音その他の不安定要素が存在すると大きく出力が変動するので注意すべきである。利得は図5.2の動作点と原点を結んだ傾きで与えられる。この図から解る通り飽和時利得は非飽和時利得よりは小さい。利得の大小はクライストロンの設計によって大いに異なる。多空胴クライストロンほど一般的には利得は大きい。大体空胴一個当り10~20dB利得が増加するので例えば5空胴クライストロンでは総合利得として50~80dBにもなる。但し大電力クライストロンでは、高利得高効率になると不安定になる場



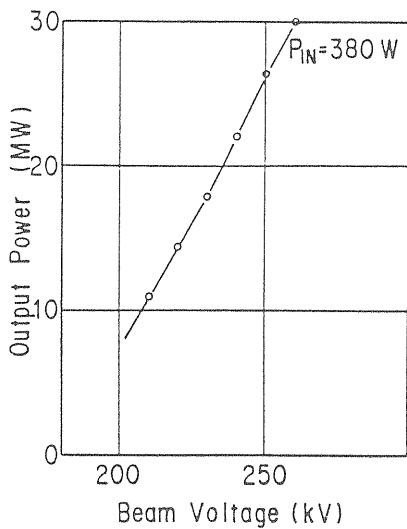


図5.1 印加電圧対出力電力特性の一例(PFで使用されているクライストロン)

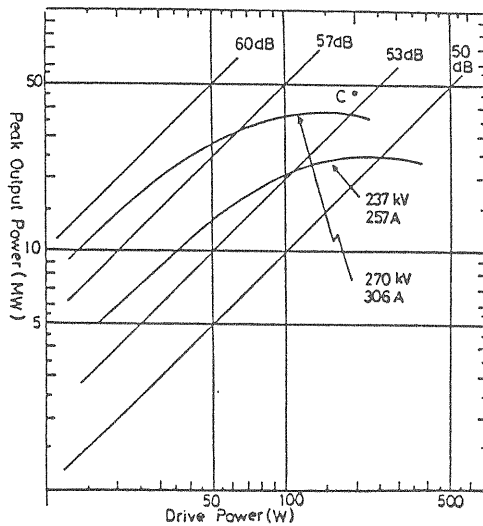


図5.2 入出力特性の一例(図はSLAC-xk-5のクライストロンの例)

合がある。これは出力空胴で急激に速度が減速されて逆行する電子が発生したりして負帰還がかかり発振に近い状況になるためである。従って目的によってはそこそこの利得、効率にして安定化を優先する場合もある。利得はクライストロンの各空胴の同調周波数によっても違って来る。狭帯域仕様の場合には利得が一番高くなるのは総て同じ周波数に同調した場合(シンクロナス同調)である。但し効率は小さいので最終的には出力空胴や最後から二番目の空胴を高周波側へ離調する場合が多い。それに対して広帯域仕様の場合には多少利得を犠牲にしても広帯域化を狙うために特殊な同調法(各空胴を中心周波数の周りに帯域幅内で広く離調する方法)を取っている。これはスタガー同調と

呼ばれている。利得帯域幅の積はクライストロンの性能を示す一つの量であるがこれは次のように空胴の幾何学的な量に依存している。利得をGとすると

$$G^{\frac{1}{2}} \frac{4f}{f} \propto \frac{(R/Q)}{R_0} = \left(\frac{R}{Q}\right) W_0^{\frac{1}{5}} P^{\frac{4}{5}} \quad (5.2)$$

となる。広帯域クライストロンの場合に重要となる量である。線形加速器に使われるクライストロンは一般には狭帯域であり例えばSバンド帯(2856MHz)の大電力クライストロンの場合で半値幅にして50MHzぐらい(1.5%程度)である。加速器に使用される場合に重要な要素としては出力電力のAM変調やPM変調がどうなるかということである。何れも線形加速器の場合加速粒子のエネルギーやエネルギー幅を変化させる要因となり厳しい要求がクライストロンになされる。設計上に問題があって不安定である場合(発振や管球内での放電などは論外であるので除く)としよう。また入力電力はきちんと管理されたものを使用するとする。その時にはクライストロンは基本的に二極管であり印加電圧によって駆動されるものであるので、電圧変動に対してAM変調、PM変調がどうなるかが問題となる。AM変調については(5.1)式より

$$\frac{dW}{dV} = \frac{5}{2} \frac{\eta P}{V} V^{\frac{5}{2}} = \frac{5}{2} \frac{W}{V_0} \quad (5.3)$$

となる。一方PM変調については、式(4.1)により電圧  $V_0$  の変動が平衡電子の速度を変え、それが出力空胴に到達する時間を変える、即ち位相変動としてあらわれることから理解が出来る。相対論的な電子ビームの場合は(4.1)式及び位相  $\theta$  との関係式

$$\theta = (2 \pi f z) / u_0 \quad (5.4.1)$$

を用いると

$$\delta \theta = -\frac{2 \pi f z}{c} \frac{\frac{eV_0}{m_0 c^2}}{\left\{ \left(1 + \frac{eV_0}{m_0 c^2}\right)^2 - 1 \right\}^{\frac{3}{2}}} \frac{\delta V_0}{V_0} \quad (5.4.2)$$

となる。即ち周波数  $f$  とクライストロンの実効長  $z$  (入力空胴から出力空胴までの距離) に依存するので(従ってクライストロンが決まると係数は決まる)、これから仕様に合わせて印加電圧の安定度を決めなければならない。第2章で電子銃及び陰極の基本について述べたがクライストロンを使う側から重要なのは、電子銃

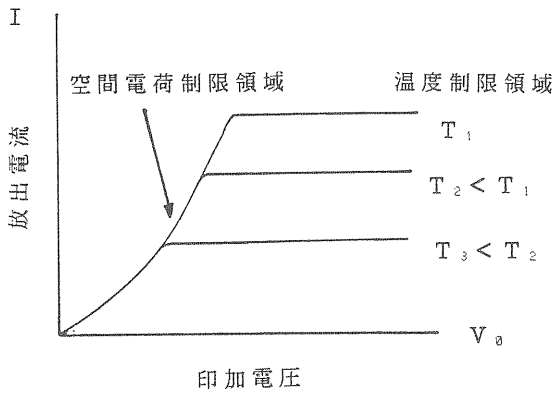


図5.3 電子銃の印加電圧に対する放出電力の特性

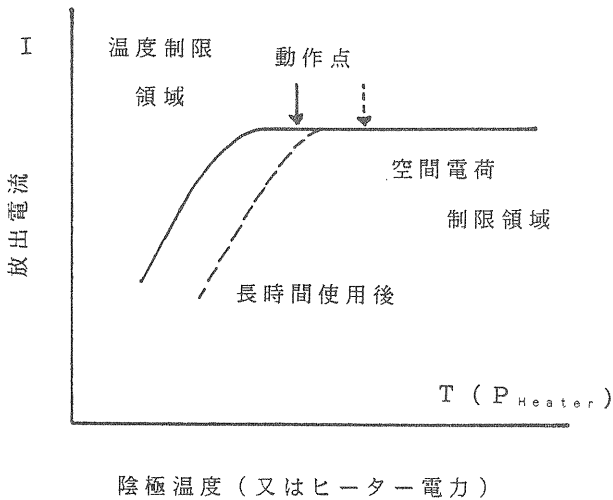


図5.4 電子銃の陰極温度(又はヒーター電力)に対する放出電流の特性。

のヒーター電力対エミッション特性である。今までも述べた通りクライストロンは普通空間電荷制限領域で使用される。その場合はパービアンスが定義できて電流と電圧の間には $3/2$ 乗則が成り立つ。しかし陰極の動作温度が低い場合にはある印加電圧以上では温度制限領域に入ってしまう。この一般的な関係は図5.3に示す通りである。温度制限領域でのエミッション電流は(2.3)式に従い電圧よりは陰極の温度で決まるためにクライストロンの二極管としてのインピーダンスは一定とはならない(図5.3より解る通り温度制限領域でどんどん印加電圧を上げるとインピーダンスもそれにつれて増加する)。パルス動作の場合、次の節で述べるように電源と負荷のインピーダンスの整合の問題があるので、この領域で使うとクライストロンに過大な電圧がかかりついには破損につながりうるので注意すべきである。それでは安全のために陰極の温度を十分に高くすべきかという点、2.2節で述べたように蒸発や寿命の問題があるので適切な値にしなければならない

い。図5.4から解る通り一定電圧でヒーター電圧を増加していくともうそれ以上電流の増加しない点が現れる。これが空間電荷制限領域に入った所である。この転移点、即ちエミッション電流の変化する点を常に測定して、この肩の点より5~10%程度温度を高めを設定すると良い。陰極は長時間使用するとその活性度が下がってきて、図5.4の肩の部分が高温側にずれていく傾向がある。従って使用は一定時間毎にこの特性を測定してそれに合わせてヒーター電力を設定し直す必要がある。

## 5.2 クライストロンのパルス電源

第一章で触れた通り加速器用途のクライストロンとしてはシンクロトロン等に使用されるCW用と線形加速器等に使用されるパルス用がある。ここではパルス用クライストロンに限って話をすることにして、それに用いられるパルス電源について簡単に説明をする。一般にクライストロンを選定する場合には電子ビームを加速するのに何MW必要かという要請から決められる。出力電力が決定するとカタログなどから適切なクライストロンを選定することになるが(5.1)式を考慮すると $\eta$ が大体決まっているので(大電力パルス用で大体45%程度)クライストロンへの印加電圧 $V_0$ も自動的に決まる。概して電子線形加速器に要求される電力は大きく $V_0$ もまた大きい(100kV以上)。直接この大きな電圧を発生させるパルス電源を作るのは困難であるのでパルストランスで昇圧させてクライストロンに供給する方法が取られる。パルス電源そのものは大別してハードチューブパルス電源と呼ばれる真空管を利用したパルス増幅器型と、適当なパルス形成回路(PFN)に電気エネルギーを蓄えておき、大容量のスイッチで放電させて大電力パルスを作るライントイプパルス電源がある。簡単な構成と安価なことから一般に後者の方が良く使われている。後者の電源の基本的な回路構成は図5.5にある通りである。PFNは同軸ケーブルと等価的な回路構成となっている。いまN段からなる簡単なPFNを考えてみよう(各段のLとCは同じとする)。この回路の特性インピーダンス $Z_{PFN}$ とパルス幅は以下の式に従う。

$$Z_{PFN} = \sqrt{\frac{L}{C}} \quad (5.5)$$

$$\tau = 2n\sqrt{LC} \quad (5.6)$$

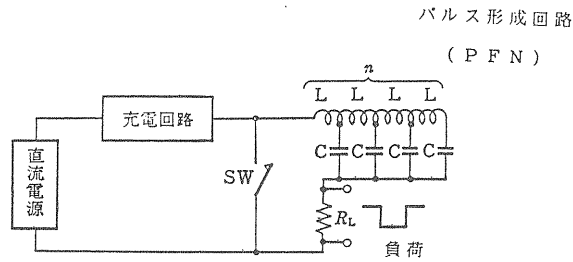


図5.5 ラインタイプパルサーの基本回路構成

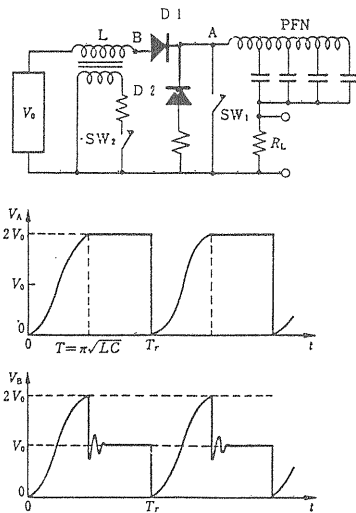


図5.6 共振充電型のラインタイプパルサーの構成と各部波形

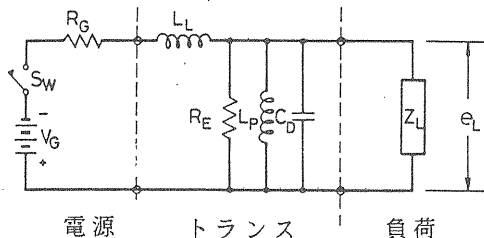


図5.7 パルストランスの等価回路

PFNの段数を幾らにするかは5.1節の(5.3)(5.4.2)式の考慮から決められるべきである。と言うのはN段のPFNから作られる大電流パルスはN個のリプル成分がパルスの平坦部によっており段数を上げるほどリプル分も小さくなるからである。例えばKEKの場合(5.4)式による位相変動は約 $8^\circ / \%V$ であり、一方線形加速器の方からの要求は $2^\circ$ 以内であるから電圧パルスの平坦度は0.25%以下と言うことになる。これは段数もある程度増加させる必要があるが、それ以外にも回路素子のバラ付きを考慮してLかCに可変部分を設けて調整する必要も生じて来る。大電力のスイッチ

素子としてはスパークギャップかまたは水素入りサイラトロンが使用されている。多くの場合パルス電源の出力パルス電圧の制限はこの水素入りサイラトロンで決まる。パルストランスの昇圧比を余り上げすぎるとクライストロンにかかる電圧波形が鈍って特性が悪くなるので性能上は大きいサイラトロンが望ましい。良く使用されているサイラトロンの例としてはITT, KU275C(50kV, 5000A)が上げられよう。充電回路はPFNに必要な電気エネルギーを充電する役目と発生したパルスが直流電源へ戻らないようにするアイソレーションの二つの役目を持つ。代表的なものは抵抗充電法と呼ばれるもの(充電抵抗がつく)と共振充電法と呼ばれるPFNの全容量 $C_T$ に共振する充電チョークトランス $L_C$ をつけた方式(図5.6)がある。この場合にはアイソレーションも兼ねて $D_1$ というダイオードを置いて共振の結果二倍になった電圧をホールドする。この方法は効率も高く、また電圧を高く取れるので良く使用される。各部の電圧波形は図5.6を参照のこと。共振充電法では共振の半周期を使って充電するのでこの電源の最大パルス繰り返し数はこの充電時間で決められる。ラインタイプパルス電源はこのように非常に簡単な構成の回路であるが、この電源自身には出力電圧の安定化を図るものは何もなく従って入力電圧の変動の影響は直接出力電圧の変動に結び付く。(5.3)(5.4.2)式を考慮すると大変具合が悪い。安定化を図る方法としては入力ラインに安定化したAVR等を入れるかまたは $de'$  Q回路と呼ばれる方法が用いられる。 $de'$  Q回路は充電チョークトランスに密結合した二次巻線を用いてある安定化された電圧以上高くなったら強制的に二次側回路を短絡して、それ以上の電圧を負荷に供給しないようにしたものである。回路の見かけ上のQ値が急激に小さくなるので $de'$  Q回路という名前がついているわけであり、良く用いられる方式である。負荷などで放電が生じてパルス電圧が変わるとその影響でクライストロンに過電圧が生じたり逆電圧がかかったりする。これらからクライストロンを保護するためにシャント回路(図5.6の $D_2$ )またはEOL(エンドオブライン)クリッパー回路なども置かれる。

パルストランスは前にも述べた通り必要な電圧迄昇圧すると同時にクライストロンの二極管のインピーダンス( $Z=V/I$ )と電源側のインピーダンス $Z_{PFN}$ を整合する役目も持っている。多くの場合電源側で発生するパルス電圧は20~30kV, クライストロンに要求される電圧は100~300kVであるから昇圧比としては5~

15ぐらいい取られる。パルスの特性を考えると昇圧比は出来るだけ小さくする方がよい。パルストランスの簡単な等価回路は図5.7のように書ける。ここで $R_c$ は電源インピーダンス, $L_p$ はトランスのインダクタンス, $L_L$ は洩れインダクタンス, $C_D$ はコイル間の分布容量, $R_L$ は負荷抵抗であり、全て一次側換算値で表している。基本的な設計方法は実際の寸法から図5.7に対応する等価回路定数を計算し、使用する鉄心の飽和特性を考慮して鉄心の断面積や巻線比を決定する。 $L_p$ は主にパルスの平坦度(パルスのサゲ)の仕様から決まる。又 $L_L$ 、 $C_D$ などはパルスの立ち上がり、立ち下りの特性を決めるものである。電子線形加速器で多く用いられるパルスは立ち上がりが $0.5\sim 1\mu\text{sec}$ 、パルス幅で $2\sim 4\mu\text{sec}$ ぐらいであるので高電圧特性だけでなく周波数帯域も $0.1\sim 5\text{MHz}$ ぐらいを有する広帯域トランスで無ければならない。従って使用される鉄心材料も方向性珪素鋼板の極薄のもの(例えば $0.05\text{mm}$ 厚のもの)をラミネートしたものを使う。飽和を防ぐために鉄心にバイアスをかけるか、又はカットコアにしてB-H特性を傾け実効的なBを大きくするかは設計する側の条件により決まる。パルストランスはその発生する電圧の大きさから多くの場合高圧絶縁油に浸して使用されるので保守整備上からの考慮、電圧や電流のモニター関係の考慮も必要である。また大電力の速いパルスであることから発生するノイズが大きな問題となる。

### 5.3 クライストロン運転上の問題

ここではクライストロンを運転する上で注意しなければならないことを簡単に述べよう。ここでも主にパルス動作のクライストロンを対象にする。大電力のクライストロンは大体高価なものであり不注意やミスのためにこわしたりするのは極力避けるべきである。納入時にヒーターの断線の有無や管内の真空度のチェックを行い保存時もイオンポンプ等で排気しておくことが望ましい。運転に際してはトラブルに対してインターロックで保護できるように配慮する必要がある。最も重要なものは管内の真空度、ヒーター関係、及び冷却関係である。冷却水の断水リレー、真空度のリミットスイッチはヒーター電源と連動するようにする。ヒーター通電後は余熱時間を仕様に合わせて十分とる。高圧を印加する時には集束磁界がかかっていることを確認するシークエンスがいる(電磁石の時は電源や冷却水のトラブルの時に即高圧を切るシークエンス

も含む)。パルストリガーが働いていてクライストロンに高圧がかかった時励振マイクロ波が無い場合には全ての電力はコレクターに行きそこで消費される。電力が大きくてコレクターの負荷が大きすぎるときにはある程度励振マイクロ波を入れてコレクターの保護を図る必要がある。但し急激に大電力のマイクロ波が出ると導波管や加速管で放電などが生じる恐れがあるので減衰器などで入力電力を絞るか、又は印加電圧をある程度低いところから上昇させるかするのが望ましい。クライストロンが定格の状態まで立ち上がって動作し始めた後で生じるトラブルとしては電源側のトラブル、クライストロン管内での放電、マイクロ波回路でのトラブルなどが考えられる。電源側のトラブルのうち直流電源部や充電部のトラブルは余りクライストロンにダメージを与えるものは少ないが、電源側に設けられたインターロックで速やかに高圧を切るようにする。電源側の放電部やパルストランス回りのトラブル、及びクライストロン管内での放電等はそれによってクライストロンに過電圧がかかる恐れがあるので速い検出を行って(パルス内での処理)すぐに高圧を切るべきである。その検出にはパルスの一次側、二次側に設けられたパルス電圧、パルス電流のモニターを用い、サンプル&ホールド回路などで異常を検出する方法がある。同時に電源側にあるシャント回路かEOLクリッパー回路での検出も可能である。クライストロン管内の放電の場合にはパルス内でインピーダンスが下がりパルス電流の一部が髭のように増加するのが観測される。この時には又内蔵のイオンポンプの電流が増加するのでそのリミットでインターロックをかけることも出きる(但しこの応答は遅い)。管内の真空度のリミットは低い方が望ましい。と言うのは真空度が悪い場合には管内の放電時に発生したイオンが陰極を叩いて陰極の劣化を加速する恐れがあるためである。クライストロンのトラブルで多いものの一つにマイクロ波窓の破損がある。大電力マイクロ波の場合には高電界が集中してピンホールが開くトラブルが多い(それに対してCWの場合には熱的なストレスで割れるトラブルが多い)。窓材の材料の問題、窓の表面処理の仕方(TiNの薄膜などをつけることによりマルチパクター現象は軽減される)などが原因として上げられるが、運転上からは負荷(導波管や加速管)からの反射が多すぎるとより破損につながり易い。加速管の整合をきちんと取ること(特に加速間のカプラー)が重要であるのと同時にVSWRのリミットでクライストロンの動作を止めるシークエンスも必要である。10000時間以上フルの定

格で使用し、いわゆるエミ減(温度を上げても陰極からの電流が取れなくなってパービアンスが下がってしまうこと)となったクライストロンは、人間で言うと大往生をしたものであるから手厚く葬って上げるべきであろう。

#### 参考文献

この稿を書くために多くの文献を参考にしたが個々の文献については取り上げない。まとまっていて重要だと思われるものを以下に紹介する。

##### (A)マイクロ波管, クライストロン関係

(1) A.S.Gilmour, Jr, "Microwave Tubes", Artech House, INC(1986)

(2) M.Chodorow and C.Susskind, "Fundamentals of Microwave Electronics", McGraw Hill(1964)

(3) A.Staprans, E.W.McCune and J.A.Ruety, "High Power Linear-beam Tubes", Proc.IEEE, vol61 (1973) 299

##### (B)電子銃, 集束系について

(4)中西寿夫, "受像管用陰極", 応用物理, 56巻(1987)

(5) J.R.Pierce, "Theory and Design of Electron Beams", D.Van Nostrand Co., (1954)

(6) G.R.Brewer, "High Intensity Electron Guns", in "Focusing of Charged Particles", Vol.II ed.A.Septier, Academic Press(1967)

##### (C)電源, パルストランス関係

(7) G.N.Glasoe and J.V.Lebacqz, "Pulse Generators", McGraw Hill(1948)