

1. 電子、重い荷電粒子、光と物質の相互作用

測定器中を通過していく（または中で止ってしまう）粒子は、そこにある物質と相互作用をする。その結果ある場合は光を発生し、またある場合は物質中の原子や分子から電子を剥ぎ取り、イオンとしてその痕跡を残す。これらの痕跡をうまく捕えるのが測定器であり、以下の章で述べるように、その捕え方にいろいろある。ニュートリノのように物質と殆ど相互作用しない粒子は測定が困難である。ここではまず粒子と物質の相互作用について簡単に説明する。

1-1 電子と物質の相互作用

電子のエネルギーが低い場合（表1-1にあげてある平均イオン化ポテンシャル10~700eV以下）、物質中の原子の中の軌道電子を、上のエネルギー準位へ叩き上げる。軌道電子のエネルギーは飛び飛びなので、これは選択吸収になる。これを励起（excitation）と呼ぶ。次に起きるのが軌道電子を完全に叩き出して、剥ぎ取ってしまう電離作用（ionization）である。更に入射電子のエネルギーが高い場合には、物質中の原子の中に入り込み、原子核の持つクーロン場と相互作用して、自らX線を発生し、このためにエネルギーを失っていく。これを制動輻射（Bremsstrahlung）または単に輻射（radiation）と呼ぶ。まず電離による電子の単位走行長当りのエネルギー損失の式を書く。

$$-\frac{dE}{dx} = \frac{2\pi\alpha^2(c\hbar)^2 N}{m_e v^2} \left\{ \ln \left(\frac{m_e v^2 E}{2I^2(1-\beta^2)} \right) - (2\sqrt{1-\beta^2} - 1 + \beta^2) \ln 2 + 1 - \beta^2 \right\} \quad (1-1)$$

但し m_e = 電子質量、 v = 電子速度
 N = 1cm³当りの原子個数
 I = 平均電離エネルギー
 Z = 物質原子の原子番号
 $\alpha = 1/137$ （微細構造定数）
 $\beta = v/c$
 E, P = 電子のエネルギー、運動量

特殊相対論の復習をここでしておく

$$E = \gamma m_e c^2 \quad \left(\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} \right)$$

$$P = \gamma m_e v$$

$$\beta = v/c = cP/E,$$

$$\gamma = E / (m_e c^2)$$

または次のようにも書ける

$$-\frac{dE}{dx} = \frac{2\pi\alpha^2(c\hbar)^2 \rho N_0 Z}{cP\beta A} \left\{ \ln \left(\frac{\gamma(cP)^2}{2I^2} \right) - \left(\frac{2}{\gamma} - \frac{1}{\gamma^2} \right) \ln 2 - \frac{1}{\gamma^2} \right\} \quad (1-2)$$

但し N_0 = アボガドロ数 = 6.023×10^{23} (個/mol)

A = 原子の原子量

$N = \rho N_0 / A$

ρ = 物質の密度 (g/cm³)

$E > 10$ MeV では微少項を無視して

$$-\frac{dE}{dx} = \frac{2\pi\alpha^2(c\hbar)^2 \rho N_0 Z}{m_e c^2 A} 3 \ln E \quad (1-3)$$

$L = \rho x$ (g/cm²) を長さの単位にとると

$$-\frac{dE}{dL} = \text{Const.} \times \frac{Z \ln E}{A} \quad (1-4)$$

次に輻射の場合の単位長さ当りのエネルギー損失を書くと

非相対論的な場合 ($P \ll m_e c^2$)

$$-\frac{dE}{dx} = \frac{16}{3} \bar{\Phi} m_e c^2 N \quad (1-5)$$

相対論的な場合 ($P \gg m_e c^2$)

$$-\frac{dE}{dx} = \bar{\Phi} E N \left\{ 4 \ln \left(\frac{4}{3\alpha Z^{1/3}} \right) + \frac{2}{9} \right\} \quad (1-6)$$

但し 平均断面積

$$\begin{aligned} \bar{\Phi} &= \alpha Z(Z+1) r_0 \\ &= 5.79 \times 10^{-28} Z(Z+1) \quad (\text{cm}^2) \end{aligned}$$

古典電子半径

$$\begin{aligned} r_0 &= \frac{e^2}{m_e c^2} = \frac{\alpha c \hbar}{m_e c^2} \\ &= 2.82 \times 10^{-13} \quad (\text{cm}) \end{aligned}$$

相対論的な式を見てみると

$$-\frac{dE}{dx} = \lambda E \quad (1-7)$$

$$\lambda = \bar{\Phi} N \left\{ 4 \ln \left(\frac{4}{3\alpha Z^{1/3}} \right) + \frac{2}{9} \right\} \quad (1-8)$$

従って

$$E = E_0 e^{-\lambda x} \quad \text{である。} \quad (1-9)$$

E_0 = 入射エネルギー

一般にエネルギーが $\frac{E}{E_0} = \frac{1}{e}$ になる距離を輻射長 (radiation length) と呼び、 X_0 で表す。従ってこの場合

$$X_0 = \frac{1}{\lambda} = \frac{1}{4\bar{\Phi}N \ln\left(\frac{4}{3\alpha Z^{1/3}}\right)} \quad (1-10)$$

但し (1-8) 式 { } 中の第2項は第1項に比べて小さいので無視した。

$N = \rho N_0 / A$ を代入して

$$X_0 = \frac{A}{4\bar{\Phi}N_0 \rho \ln\left(\frac{4}{3\alpha Z^{1/3}}\right)} \quad (1-11)$$

g/cm^2 を単位にした放射長を X_0' で表すと

$$\begin{aligned} X_0' &= \rho X_0 = \frac{A}{4\bar{\Phi}N_0 \ln\left(\frac{4}{3\alpha Z^{1/3}}\right)} \\ &= \text{Const.} \frac{A}{Z^2} \end{aligned} \quad (1-12)$$

(Z^2 は $\bar{\Phi}$ から出てくる。 $\ln(\)$ の項は変化が緩いので、定数と見做せる。)

高エネルギー電子の場合、ほとんど放射でエネルギーを失う。このとき物質中を電子が1放射長 ($1 X_0$) 進むと、そのエネルギーは $1/e$ になる。更に $1 X_0$ 進むと、そのまた $1/e$ 、合計入射エネルギーの $(1/e)^2$ になる。また (1-12) より g/cm^2 を単位にした放射長は A/Z^2 に比例する。例えばアルミニウムは $A=27$ 、 $Z=13$ 、鉄は $A=56$ 、 $Z=26$ である。よって

$$(A/Z^2)_{Al} / (A/Z^2)_{Fe} = (27/13^2) / (56/26^2) = 1.9$$

実際のデータでは

$$(X_0')_{Al} / (X_0')_{Fe} = 24.5 / 14.1 = 1.7$$

で (1-12) がほぼ正しいことが分かる。

物質がいくつかの原子でできているときは、各原子の物質中の質量比を f_i とすると、その物質の放射長 X_0' は

$$\frac{1}{X_0'} = \sum_i \left(\frac{f_i}{X_0'(i)} \right) \quad (1-13)$$

表1-1 にいろいろな物質について I 、 X_0 、 ρ 、 X_0' 、 E_c を掲げる。但し E_c は臨界エネルギーと呼び、 $E < E_c$ では主に電離が、 $E > E_c$ では主に放射が効く。

1-2 重い荷電粒子と物質の相互作用

制動放射によるエネルギー損失は入射粒子の荷電の二乗 (Ze)² に比例し、質量の二乗に反比例する。

$$\frac{(-dE/dx)_{M,Z}}{(-dE/dx)_e} \approx Z^2 \left(\frac{m_e}{M} \right)^2 \quad (1-14)$$

入射粒子が陽子の場合

$$\frac{(-dE/dx)_{\text{proton}}}{(-dE/dx)_e} \approx \left(\frac{0.51}{939} \right)^2 \approx 3 \times 10^{-7}$$

入射粒子が μ 粒子の場合

$$\frac{(-dE/dx)_{\mu}}{(-dE/dx)_e} \approx \left(\frac{0.51}{105} \right)^2 \approx 2 \times 10^{-5}$$

つまり電子以外の荷電粒子では制動放射によるエネルギー損失は全く無視できる。効くのは電離損失だけである。

電離による単位長さ当りのエネルギー損失を書く

表1-1. いろいろな物質の特性表

	Z	A	$I(eV)$	$X_0(cm)$	$r(g/cm^3)$	$X_0'(g/cm^2)$	$E_c(MeV)$
液体 H_2	1	1	15.6	865	0.071	61.3	340
固体 C	6	12	76.4	18.8	2.27	42.7	103
液体 O_2	8	16	150	30.0	1.14	34.2	77
Al	13	27	241	8.9	2.70	24.0	47
Fe	26	56	418	1.76	7.87	13.84	35
Pb	82	207	705	0.56	11.35	6.37	6.9
水				36.1	1.00	36.1	93
空気				30420	1.29 (g/l)	36.7	83

非相対論的な場合 ($P \ll Mc$)

$$\begin{aligned} \frac{-dE}{dL} &= \frac{4\pi(c\hbar)^2 \alpha^2 N_0 z^2 Z}{m_e c^2 \beta_{inc}^2 A} \ln\left(\frac{2m_e c^2 \beta_{inc}^2}{I}\right) \\ &= \frac{0.307 z^2 Z}{\beta_{inc}^2 A} \ln\left(\frac{1.022 \beta_{inc}^2}{I}\right) \end{aligned} \quad (1-15)$$

相対論的な場合 ($P \gg Mc$)

$$\begin{aligned} \frac{-dE}{dL} &= \frac{4\pi(c\hbar)^2 \alpha^2 N_0 z^2 Z}{m_e c^2 \beta_{inc}^2 A} \left\{ \ln\left(\frac{2m_e c^2 \gamma_{inc}^2 \beta_{inc}^2}{I}\right) - \beta_{inc}^2 \right\} \\ &= \frac{0.307 z^2 Z}{\beta_{inc}^2 A} \left\{ \ln\left(\frac{1.022 \gamma_{inc}^2 \beta_{inc}^2}{I}\right) - \beta_{inc}^2 \right\} \end{aligned} \quad (1-16)$$

但し $L = \rho x$ (g/cm^2)、
 mc^2, E, cP, I の単位は (MeV)、
 $-dE/dL$ の単位は ($MeV/g/cm^2$)、
 z は入射粒子の、 Z は物質原子の原子番号、 A は物質原子の原子量である。

相対論的な場合で $\beta_{inc} = 1$ と近似すると (1-16) 式は

$$\begin{aligned} \frac{-dE}{dL} &= \frac{0.307 z^2 Z}{A} \{ \ln(\gamma_{inc}^2) - \ln(I) - 1 \} \\ &= \text{Const.} + \frac{0.614 z^2 Z}{A} \ln \gamma_{inc} \end{aligned} \quad (1-17)$$

つまり入射エネルギーが $\beta_{inc} = 1$ 程度に上がると (だいたい $E \geq 3Mc^2$ 程度、つまり π 粒子で $0.4 GeV$ 、陽子で $3 GeV$ くらい)、 $\ln \gamma_{inc}^2$ のために $-dE/dL$ がゆっくりと増加を始める。これを相対論的上昇 (relativistic rising) と呼ぶ。 $-dE/dL$ は $3Mc^2$ 付近で最少になる。このときの値は粒子の質量によらず、また物質の種類にもよらず、だいたい $1 MeV/g/cm^2$ である。図 1-1 にいろいろな粒子の $-dE/dL$ 曲線を示す。尚この図にはレンジ (range) と呼ばれる、粒子が停止するまでに物質中を走る距離も一緒に示してある。レンジを R とすると

$$R = \int_0^{K_{max}} \frac{1}{\left(-\frac{dE}{dx}\right)} dK \quad \text{である。} \quad (1-18)$$

但し $K = E - Mc^2$ 運動エネルギー

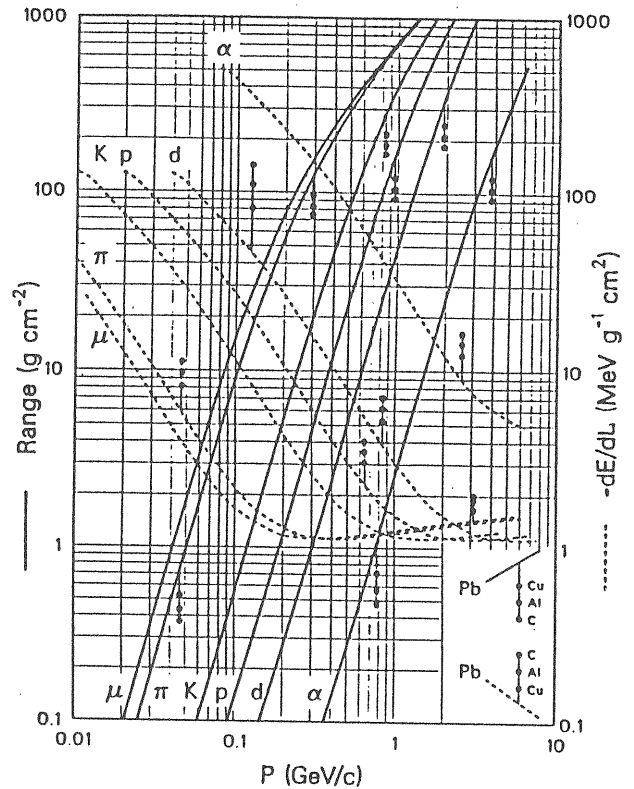


図 1-1. いろいろな粒子の $-dE/dL$ 及びレンジ曲線

またガス中では電離によって失うエネルギーは、ガスの種類によらずほぼ一定である。表 1-2 にイオン対 1 ヶを作るのに要するエネルギーをあげる。

表 1-2. イオン対 1 ヶを作るのに要するエネルギー

	ω (eV)	ω/I
H	35	2.2
He	30	1.2
O	32	2.6
Ar	26	1.6
Xe	22	1.8
Air	35	
平均	~30	~2

1-3 光と物質の相互作用

図 1-2 は光と物質の相互作用の強さを、横軸に光のエネルギーをとって示したものである。

光のエネルギーが最も低いときには、原子内軌道電子に吸収される。軌道電子はエネルギーを吸

収して上のエネルギー準位に上がる、いわゆる共鳴吸収が起こる。次に γe^- 散乱によって、軌道電子を完全に叩き出すようになる。これが光電効果(photo-effect)である。更に電子の原子核による束縛エネルギーを無視できる程、光子のエネルギーが上がってくると、これは光子と自由電子の散乱、つまりコンプトン(compton)散乱となる。更にエネルギーが上がり、 $E_\gamma > 2m_e c^2 = 1 \text{ MeV}$ となると、原子核及び軌道電子のクーロン場と相互作用して、真空中から電子・陽電子対を創り出す。これを電子対生成(electron pair creation)と呼んでいる。以上4つの反応が光子のエネルギーに従って次々に主役になる。

主量子数 n のエネルギー準位は

$$E_n = -13.6 (\text{eV}) \times Z^2 / n^2; \quad (n=1,2,3,\dots) \quad (1-19)$$

但し Z は原子の原子番号

全角運動量 J 及び J_z の違いによるエネルギー準位の差はほとんど無視できて、縮退していると見てよい。従って共鳴吸収は $E_n - E_n'$ のエネルギーを丁度持った光子が来ると吸収され、軌道電子のエネ

ルギー準位が $E_n \rightarrow E_n'$ へ移る。光子のエネルギー E が $E > |E_n|$ であれば、エネルギー準位 E_n にある軌道電子を光電効果により叩き出す。

コンプトン散乱は光子と自由電子の散乱と考え、その散乱断面積は

$$\sigma = \phi_T \quad \text{for } hv \ll m_e c^2$$

$$= \frac{3}{8} \phi_T \frac{m_e c^2}{hv} \left(\ln \left(\frac{2hv}{m_e c^2} \right) + \frac{1}{2} \right) \quad \text{for } hv \gg m_e c^2 \quad (1-20)$$

$$\text{但し Thomson 散乱断面積 } \phi_T = (8/3)\pi r_0^2 = 0.665 \times 10^{-24} (\text{cm}^2)$$

$h\nu$ は光子のエネルギー

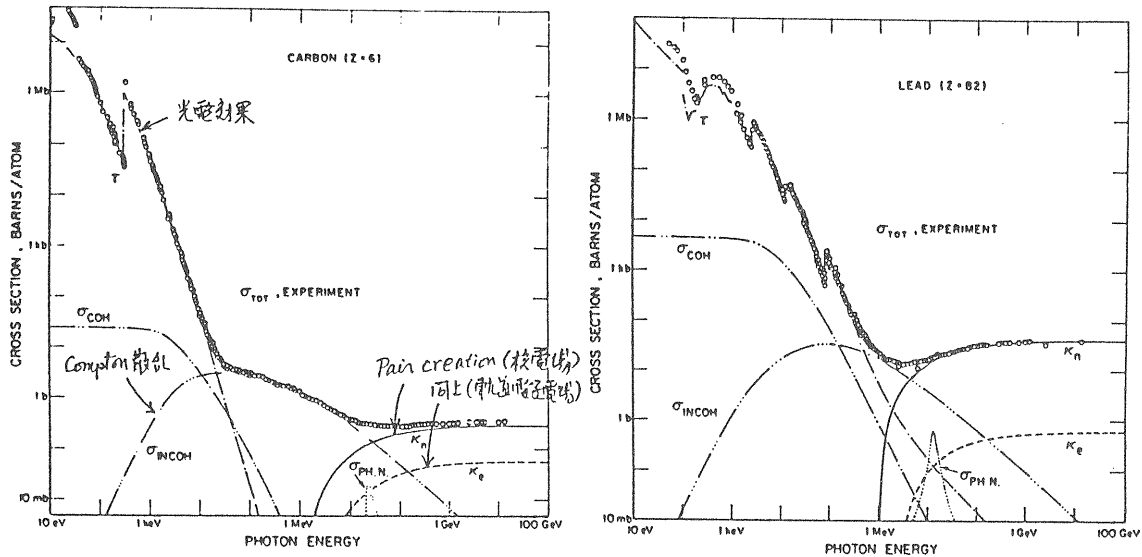
$$\text{古典電子半径 } r_0 = e^2 / m_e c^2 = 2.818 \times 10^{-13} \text{ cm}$$

光子は原子核とも散乱するが、その断面積を σ_N とすると

$$\frac{\sigma_N}{Z\sigma} \approx \frac{(Ze^2/M_N)^2}{Z(e^2/m_e)^2} = Z \left(\frac{m_e}{M_N} \right)^2$$

軌道電子は Z 個あるので σ の代わりに $Z\sigma$ とした。 $M_N \sim AM_p \sim 2ZM_p$ と書けるので

Contributions to Photon Cross Section in Carbon and Lead



Photon total cross sections as a function of energy in carbon and lead, showing the contributions of different processes.

- τ = Atomic photo-effect (electron ejection, photon absorption)
- σ_{COH} = Coherent scattering (Rayleigh scattering—atom neither ionized nor excited)
- σ_{INCOH} = Incoherent scattering (Compton scattering off an electron)
- κ_n = Pair production, nuclear field
- κ_e = Pair production, electron field
- $\sigma_{\text{PH.N.}}$ = Photoneuclear absorption (nuclear absorption, usually followed by emission of a neutron or other particle)

From Hubbell, Gimm, and Øverbø, J. Phys. Chem. Ref. Data 9, 1023 (1980). The photon total cross section is assumed approximately flat for at least two decades beyond the energy range shown. Figures courtesy J.H. Hubbell.

図1-2. カーボン及び鉛中の光子の散乱断面積

$$\frac{\sigma_N}{Z\sigma} \approx \frac{1}{4Z} \left(\frac{m_e}{M_p}\right)^2 \approx \frac{1}{4Z} \left(\frac{0.51}{938}\right)^2 = \frac{1}{Z} \times 0.7 \times 10^{-7}$$

つまりコンプトン散乱は軌道電子との散乱のみを考えればよく、原子核との散乱は無視できる。

光子エネルギー $h\nu > 2m_e c^2$ では電子対生成が始まる。このファイマン図の一つを図1-3に示す。Zは原子核が作るクーロン場で、この場と相互作用してエネルギーの補正を受けないと、 $\gamma \rightarrow e^+ e^-$

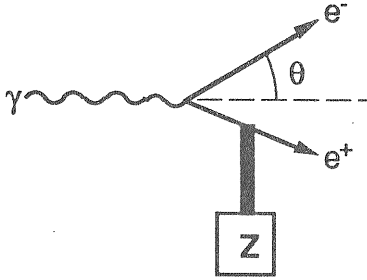


図1-3. 電子対生成のファイマン図

だけでは運動量とエネルギーを同時に保存することはできない。さてこの電子対生成の断面積を書くと

$$\sigma = \bar{\Phi}_{\text{atom}} \left[\frac{28}{9} \ln \left(\frac{2h\nu}{m_e c^2} \right) - \frac{218}{27} \right]$$

$$\text{for } h\nu < \frac{m_e c^2}{\alpha Z^{1/3}} = \frac{70 \text{ (MeV)}}{Z^{1/3}}$$

$$\sigma = \bar{\Phi}_{\text{atom}} \left[\frac{28}{9} \ln \left(\frac{4}{3\alpha Z^{1/3}} \right) - \frac{2}{27} \right]$$

$$\text{for } h\nu > \frac{m_e c^2}{\alpha Z^{1/3}} = \frac{70 \text{ (MeV)}}{Z^{1/3}} \quad (1-21)$$

但し平均断面積

$$\bar{\Phi}_{\text{atom}} = \alpha Z(Z+1) r_0^2 = \frac{3}{8\pi} \alpha Z(Z+1) \phi_T$$

$$= 0.579 Z(Z+1) \times 10^{-27} \text{ (cm}^2\text{)}$$

このとき電子又は陽電子のエネルギーをEとすると散乱角 θ は

$$\theta \leq \frac{m_e c^2}{E} = \frac{0.51 \text{ (MeV)}}{E}$$

Eは電子質量 $m_e c^2$ に比べて、普通ずっと大きいから、 θ は非常に小さい角である。つまり e^- も e^+ も入射 γ の方向に創られる。

2. 検出器の歴史

現在はほとんど使われていないが、昔のある時期には盛んに活躍し、物理の発展に貢献した測定器について簡単に述べる。

霧箱

1899年 C.T.R. Wilson が考案したもので、塵のない湿気を含んだ空気を圧縮して待っていて、荷電粒子が通過した直後（この信号は他のトリガークOUNTERからもらう）膨張させる。すると湿った空気は急激な膨張のため過飽和状態になり、通過荷電粒子が飛跡に沿って残したイオンを核にして水滴が成長する。膨張後約0.1秒くらいが見頃である。このときの写真を撮ると、荷電粒子の飛跡が撮影できる。C. Anderson はこの装置を使って、世界初の反粒子である陽電子を宇宙線の中から発見した。

泡箱

1952年に D. Glaser が発明した。これはガスを冷却・加圧して液化し、これを膨張すると過沸状態になる。このとき荷電粒子が入射してくると、飛跡に沿ってできたイオンを核に沸騰し、ガスの泡ができる。これを霧箱と同様に写真に撮るのである。1954年 L. Alvarez は改良を加えて、水素を -253°C (20K) 以下に冷却し、これを加圧して水素泡箱を作った。水素は純粋な陽子標的であり、素粒子物理実験には理想的なガスである。泡箱はそれ自体が大きな標的であり、飛跡検出器としても反応点（バーテックス vertex と呼ぶ）及びそのまわり全周の飛跡が測定できる、測定精度が立体空間の位置精度で $100 \sim 200 \mu\text{m}$ と非常に良いなどの優れた点がある。近年ではレーザーホログラムを撮影に使うことにより、位置精度が $10 \mu\text{m}$ を切るものもできていた。しかし欠点としては、膨張の繰り返しがそんなに早くできないこと、データの解析には膨大な量のフィルムの測定が必要であること、衝突型加速器実験に向かないことなどがある。このため大型飛跡検出器の座を、ドリフトチェンバーに急速に譲ることになる。

D. Glaser は1960年に、L. Alvarez は1968年にそれぞれ泡箱の発明でノーベル物理学賞を受けている。

放電箱・ストリーマーチェンバー

1949年 Keuffel が平行板電極に高電圧をかける

と、荷電粒子が通過するたびに放電（スパーク）を起こすことを発見した。これを測定器にしたのが放電箱（スパークチェンバー）である。平行板電極を多層置いておき、荷電粒子通過の信号で高電圧（15kV程度）を印加すると、通過経路に沿って放電が起きる。これを写真に撮ったり、磁歪遅延ラインを使ったりして、放電の位置を記録する。高電圧パルスを適当に短時間（20nsec程度）にすると、放電は通過荷電粒子の残したイオン近傍だけで起きる。平行板電極は1対で、電極間隙は広くとる。これがストリーマーチェンバーで、大型のチェンバーを作ることができ、トリガーができるので、泡箱と違って不必要な事象のデータは探らずに済む。ただ泡箱と同様、繰り返しを早くできない、立体空間での位置精度は泡箱より劣るなどの欠点がある。

3. 検出器各論

高エネルギー物理学研究所の電子・陽電子衝突型加速器、トリスタン（TRISTAN）で実験を続けている3つの測定器AMY（エミー）、TOPAZ（トパーズ）、VENUS（ヴィーナス）及び将来計画Bファクトリー用測定器を例にとり、現在使われている測定器の説明をする。

表a 鉛ガラス(SF6)の性質.

成 分 (重量%)	PbO	70.9
	SiO ₂	27.3
	その他	1.8
輻 射 長 比 屈 折 率 (n _d)	長	1.69 cm
	重	5.20 g/cm ³
	率 (n _d)	1.805

表3-1. TRISTANでの測定器の性能

表b TRISTANで使用されている超伝導ソレノイド電磁石の諸元:

	AMY	TOPAZ	VENUS
サ イ ズ (直径×長さ)	2.2 m×2.1 m	2.9 m×5.1 m	3.54 m×5.27 m
中 心 磁 場 (Tesla)	3.0	1.0 (max 1.21)	0.75 (max 1.0)
電 流 値 (A)	5,000 (at 3.0 Tesla)	3,650 (at 1.21 Tesla)	3,978 (at 0.75 Tesla)
物 質 量 (輻射長)	10.0*	0.70	0.52

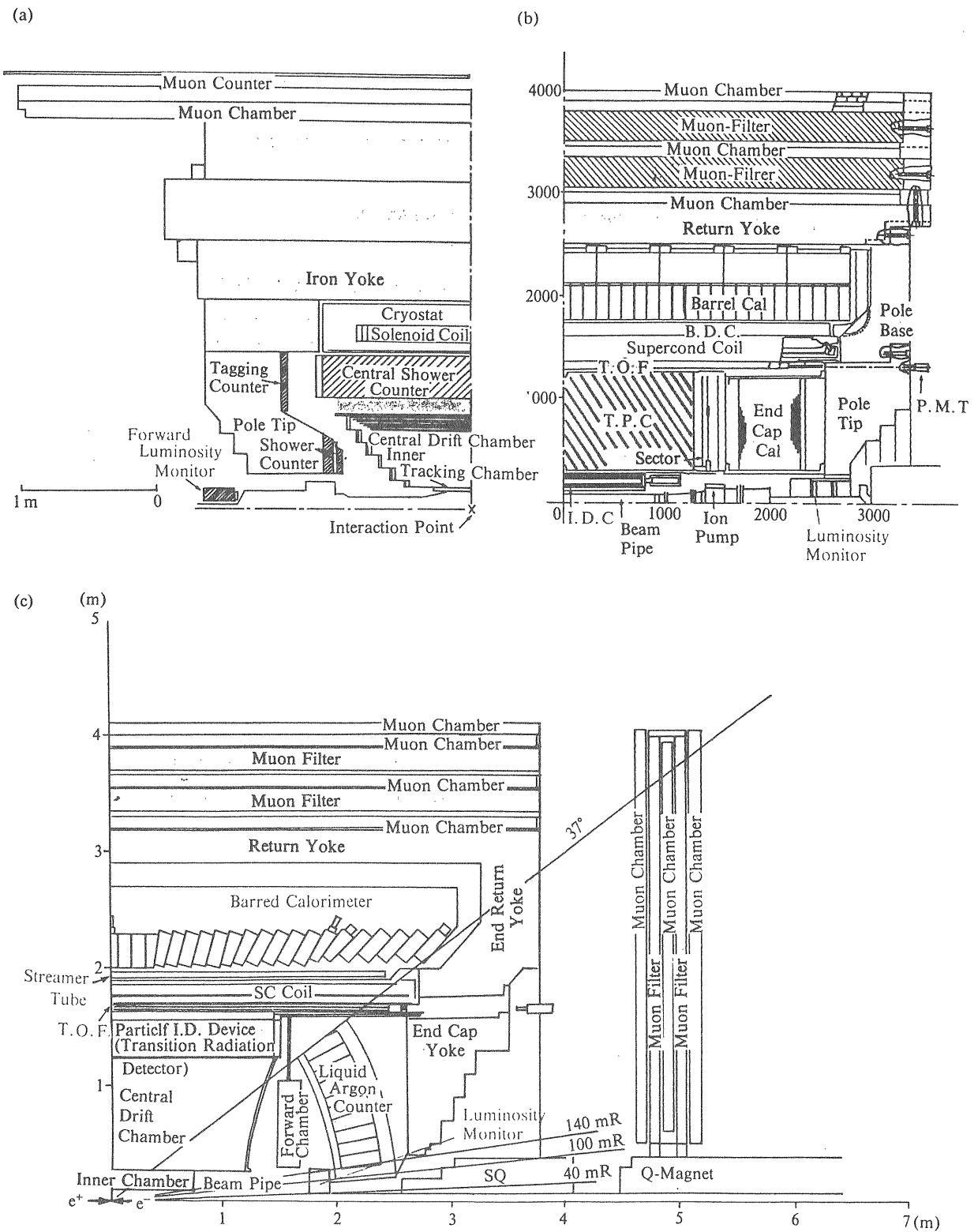
* AMYでは電磁石の内側にカロリメーターが置かれている。

表c TRISTANで使用されている測定器のまとめ.

		AMY	TOPAZ	VENUS
主 飛 跡 検 出 器	種 類	ドリフトチェンバー	TPC	ドリフトチェンバー
	位 置 解 能	$\sigma_{\eta} = 180 \mu\text{m}$ $\sigma_z = 2 \text{ mm}$	$\sigma_{\eta} = 230 \mu\text{m}$ $\sigma_z = 380 \mu\text{m}$	$\sigma_{\eta} = 200 \mu\text{m}$ $\sigma_z = 4 \text{ mm}$
	運 動 量 測 定 精 度 $\sigma_{\eta}/P_t(\text{GeV}/c)$	~0.6 p _t %	$\sqrt{(1.5 p_t)^2 + (1.6)^2}$ %	$\sqrt{(0.8 p_t)^2 + (1.2)^2}$ %
	ガ ス	Ar(89)/CO ₂ (10)/CH ₄ (1)	Ar(90)/CH ₄ (10) 3気圧	Ar(89)/CO ₂ (10)/CH ₄ (1)
カ ロ リ メ ー タ ー	円筒部 種 類 厚 さ エネルギー分解能	鉛+PWC* 14.5 X ₀ $\sigma_E/E \cong 21\%/\sqrt{E} + 6\%$	鉛ガラスカウンター 20 X ₀ $\sigma_E/E \cong 8\%/\sqrt{E}$	鉛ガラスカウンター 18 X ₀ $\sigma_E/E \cong 5.4\%/\sqrt{E} + 2.8\%$
	前後部 種 類 厚 さ エネルギー分解能	鉛+シンチレーター 15 X ₀ $\sigma_E/E \cong 15\%/\sqrt{E} + 5\%$	鉛+PWC 18.4 X ₀ $\sigma_E/E \cong 20\%/\sqrt{E}$	鉛+液体アルゴン 21 X ₀ $\sigma_E/E \cong 11\%/\sqrt{E} + 1.5\%$
粒 子 識 別	T.O.F (時間分解能) そ の 他	1~2 ナノ秒 (宇宙線除去用) X線チェンバー	220 ピコ秒 TPCによる電離エネルギー損失の測定	200 ピコ秒 遷移輻射測定器**

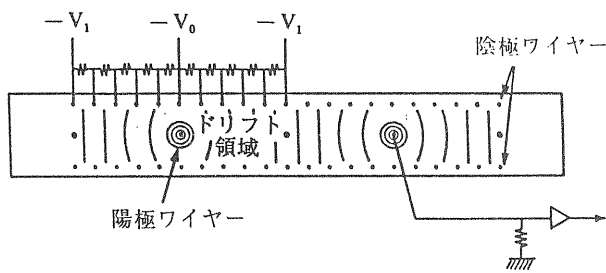
* プロポーショナルワイヤーチェンバー (PWC).

** 現在設置が行なわれている。

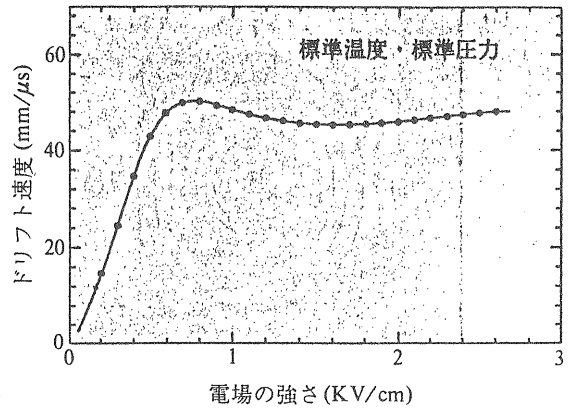


現在 TRISTAN で稼働している測定器の 1/4 断面図. (a) AMY, (b) TOPAZ, (c) VENUS. 青色の部分が飛跡検出器, 赤色の部分がカロリメーターとして紫色の部分が粒子識別の為の測定器を表わしている.

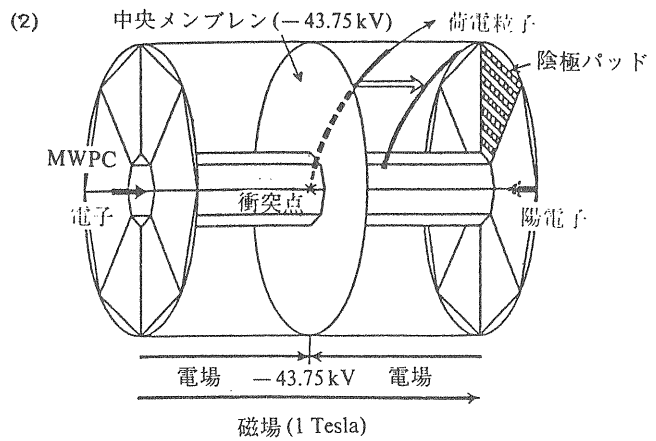
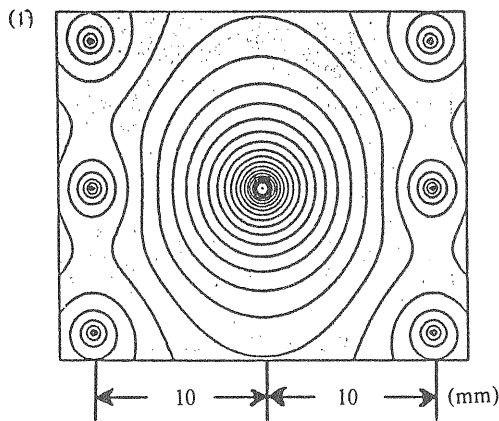
図 3-1



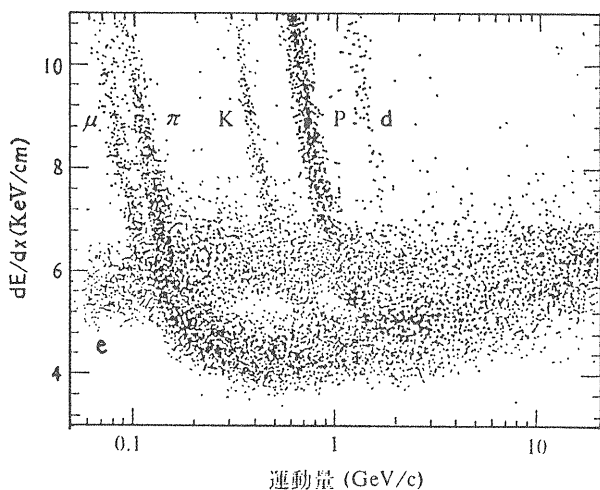
図a 一般的なドリフトチェンバーの構造。赤線は等電位面を表す。



図b Ar(89%)/CO₂(10%)/CH₄(1%) の混合ガス中に於ける電子のドリフト速度と電場の強さの関係。(●はデータで、実線は Spline-fitting の結果。)



図c (1) VENUS 円筒型ドリフトチェンバーの陽極ワイヤー周辺の等電位分布 (中央の陽極ワイヤーとその周りの6本のポテンシャルワイヤーで一つのセル構造を形成する)。 (2) TOPAZ TPC の概念図。荷電粒子の通過に伴う飛跡としての電離電子群はその空間分布を乱さず、電場・磁場方向にドリフトする。



図d TOPAZ の TPC による運動量と電離損失 (dE/dX) の2次元分布。粒子毎の奇麗なバンドが見える。e (電子), μ (ミュー粒子), π (パイ中間子), K (ケイ中間子), p (陽子), d (重陽子)。

図 3-2. TRISTAN での測定器の性能

図3-1にトリスタンで活躍している3つの測定器 (a) AMY、(b) TOPAZ、(c) VENUS の断面図を、表3-1と図3-2にこれらの性能表を、図3-3にBファクトリー用測定器の断面図(設計図)^[4]を示す。トリスタンの測定器については、住吉氏が物理学会誌^[5]に解説を書きしており、興味のある方はこちらを参照されたい。図3-1.2及び表3-1はこの住吉氏の解説からそのまま写したものである。これらを見て分かるように、衝突型実験では万能型測定器を使うので、いずれも基本的には似た形をしている。まず荷電粒子の飛跡を曲げて、その曲率半径 ρ から

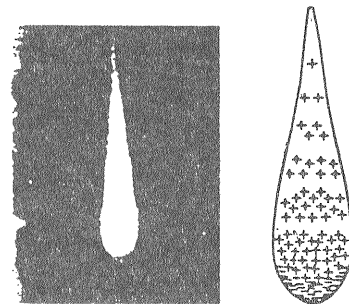
$$P_T (\text{GeV}/c) = 0.3B (\text{T}) \times \rho (\text{m}) \quad (3-1)$$

に従って運動量を測るため、ソレノイド電磁石を置く。ここでBは磁場の強さ、 P_T は運動量のビーム軸に垂直な成分を表す。ソレノイド電磁石には、できるだけ薄く(外側の測定器の邪魔をしないよう)、できるだけ高磁場(P_T の測定精度を上げるため)にするために、超伝導電磁石が使われている。その外側はこの高磁場の磁束が外に漏れないようにするため、お厚い純鉄(厚さ約1m)で囲まれている。従って測定器の総重量は非常に重く、TOPAZ, VENUSは2,000tを越える。測定器は円筒状に中心部から外側へ同心円状に層をなして置かれたもの(バレル測定器と呼ぶ)と、円筒を蓋する形で円板状にビーム軸に鉛直におかれたもの(端部測定器と呼ぶ)に分けられる。これら層状に並べられた測定器にはいろいろな種類があるが、機能別に分けると飛跡検出器(tracking chamber; パーテックス チェンバー、インナードリフトチェンバー、セントラルドリフトチェンバー、バレルドリフトチェンバー、ミューオンチェンバー、エンドキャップドリフトチェンバーなど)、カロリメーター(バレルカロリメーター、エンドキャップカロリメーター)そしてシンチレーションカウンター(その機能からTOFカウンターとも呼ばれる)に分けられる。

3-1 飛跡検出器

衝突型加速器実験では主にドリフトチェンバーが使われる。これは陽極(アノード)ワイヤー、陰極(カソード)ワイヤー、フィールドワイヤーといった細いワイヤーをはったチェンバー型測定器である。図3-2(a)が構造の簡単な説明図である。陽極に(+)電圧、陰極に(-)電圧をかけておくと、荷電粒子の通過によってできたイオン対

(これを一次イオン対と言う)のうち、陽イオンは陰極へ、陰イオン(つまり電子)は、陽極に向かって移動する。これをドリフトと呼ぶ。陽イオンに較べて電子の質量が極端に小さいため、電子のドリフト速度は陽イオンより1,000倍ないしはそれ以上速い。このため信号は主に陽極に届く電子の信号を使う。さてガスの種類、ガス圧、電場の強さを適当に選ぶと、ドリフト速度を一定にすることができる。図3-2(b)を見ていただきたい。ただ電場を均一にするために、ドリフト経路に沿って電場補正のための補正ワイヤー(フィールドワイヤー)を置かれなければならない。さて電子はドリフトして陽極ワイヤーに近づく。陽極ワイヤーは20 μm 径程度の細いワイヤーが使われており、この近傍で電場が急に強くなる。電子がここに来ると大きな加速を受け、ガス分子を叩いて、これをイオン化する。イオン化で新しく出てきた電子は、又加速されてガス分子を叩いて、新しいイオン対をつくる。このようにして、次々にイオン対が鼠算式に増えていく。これを電子雪崩(electron avalanche)と呼ぶ。先に書いたように、電子のドリフトが陽イオンよりはるかに速いため、電子のドリフトから見ると、陽イオンは止って見える。電子はドリフトの先端に、液滴のような形をして集中する。その様子を図3-4に示す。このときの電子の増殖の仕方によって、いろいろな種類のチェンバーができる。



比例計数管中でなだれが形成されるとき電荷の空間分布。霧箱の写真を左に、イオン(+)と電子(-)の分布を右に示す。([LO 61])

図3-4

ガスの増幅度の変化を、横軸に加速電圧をとって、図3-5に示す。印加電圧が低いと、ガス増幅は起こらず、一次イオンがそのまま陽極に達する。この領域を使っているのが電離箱である。次がガス増幅するが、陽極に出てくる信号の大きさが一次イオン数に比例する領域である。これを比例計

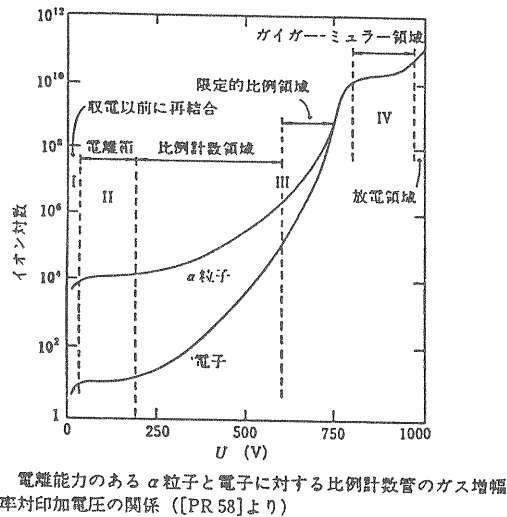


図3-5

数領域と呼ぶが、ここでは信号の大きさから dE/dx を知ることができ、エネルギー値によっては、粒子の弁別ができる。TOPAZの中央飛跡検出器 (TPC) は、この機能を持っている。図3-2 (d) を見ていただきたい。TOPAZのTPCは他のドリフトチェンバーと違った技術を使い、立体空間座標が精度よく測れるようになっている。普通のドリフトチェンバーは、ワイヤーがビーム軸と平行に張っており、ビーム軸に垂直な面での座標しか測定できない。ステレオワイヤーという方法でビーム軸方向の座標も測れるようにできるが、精度はTPCに較べ10倍以上悪い。TPCはTime Projection Chamberの略で、米国カルフォルニア大バークレー校のD.R. Nygrenによって考案されたものである。図3-2 (c-2) にTPCの構造図を示す。ビーム軸 (Z軸と呼ぶ) の中心に、中心メンブレンと呼ばれる陰極のメッシュをビーム軸に垂直面 (X-Y面と呼ぶ) に置く。内筒、外筒には一様電場をつくるためのフィールドワイヤーに相当するフィールドケージが設けてある。両端部に陽極ワイヤーを張って、ドリフトしてきた電子のドリフト時間を測る。この時間からZ座標を知ることができる。このドリフト時間と、パルス量を測定するためにCDC (Charge Coupled Device; アナログ量を記憶できる大容量メモリーICであり、最近ではビデオカメラに、映像を記憶するのに使われている) が使われている。X-Y座標は、陽極ワイヤーのもう一つ端部側に、 $1 \times 1.2 \text{ cm}^2$ のパッドと呼ぶ細かい四角形の電極を置いて、これで電子が陽極ワイヤーに吸収されるときに誘起される信号を検出し、X-Y座標を求める。

他にシリコンストリップを使って、 $10\mu\text{m}$ 程度の精度を出すバーテックスチェンバーも飛跡検出器の一つである。

3-2 カロリメーター

カロリメーターには電子・ γ 線など電磁相互作用をする粒子のエネルギーを測る電磁カロリメーターと、 π 中間子、陽子などのハドロンのエネルギーを測るハドロンカロリメーターがある。ここでは電磁カロリメーターについて説明する。

電磁カロリメーターには (1) 結晶又は鉛ガラスを使って、入射粒子が中で作る電磁シャワー (入射電子又は入射 γ が物質と電磁相互作用して、電子・ γ 線を増殖しながらエネルギーを失っていく反応を言う) が発するシンチレーション光又はチェレンコフ光を光電子増倍管 (photo-multiplier tube、PMTと略される) やフォトダイオードを使って測定し、それから入射粒子のエネルギーを測定するものと、(2) 電磁シャワーを起こすための金属板 (鉛など) と、シャワー中の粒子数を測るための簡単なワイヤーチェンバー (半導体プラスチックの筒にワイヤーを1本通し、これを板状に並べ、中にチェンバーガスを流すものがよく使われる) を層状に積み重ねたサンプリングカロリメーターがある。結晶又は鉛ガラスを使ったものは性能が良く

$$\sigma_E/E = (1 \sim 3\%) / E^{1/4} \quad (\text{結晶})$$

または

$$\sigma_E/E = (3 \sim 8\%) / \sqrt{E} \quad (\text{鉛ガラス})$$

程度であるが、大型の測定器を作るのには高価である。ちなみにTOPAZ, VENUSでは4,000 ~ 5,000本の鉛ガラスを使っている。1本30kgの重量である。これに較べてサンプリングカロリメーターはVENUSのアルゴンカロリメーターのような例外はあるが、概して精度は

$$\sigma_E/E = (10 \sim 30\%) / \sqrt{E}$$

と悪いが、安価で大型のものが作り易い。

結晶及び鉛ガラスを使ったカロリメーター

現在使われている結晶としてはNaI (TI), BGO, CsI (TI), BaFzがある。NaIやCsIはほんの少シタリウム (TI) を入れて (モル濃度で0.1程度) 活性化すると光量が飛躍的に増大する。これらはいずれもシンチレーション光で、そのエネルギー分解能は結晶の均一性のバラツキのため $1/E^{1/4}$ に比

例し、エネルギーが高い所ではそれ程分解能が上がらない。1 GeV 以下の e^\pm, γ のエネルギーを精度よく測るのに適している。また光量が多いため、フォトダイオードを使うことができ、測定器を直接高磁場の中に置くことができる。これに較べて鉛ガラスは表3-1 (a) を見ても分かるように、重量のうち70%が鉛である。(それでも鉛ガラスというように無色透明である)。この中を荷電粒子が走ると、チェレンコフ光を出す。チェレンコフ光については次のチェレンコフカウンターのところで詳しく説明するが、粒子の速度 β が臨界速度 β_c より大きいときにチェレンコフ光を発する。但し

$$\beta_c = 1/n_d \quad (n_d = \text{物質の屈折率}) \quad (3-1)$$

鉛ガラス (SF6) では $n_d = 1.805$ なので、電子の場合

$$E_c = \gamma m_e c^2 = \frac{m_e c^2}{\sqrt{1-\beta_c^2}} = 0.76 \text{ MeV} \quad (3-2)$$

つまり0.76MeV以上のエネルギーを持った電子は鉛ガラスの中でチェレンコフ光を発する。只この光は微弱で、光電子増倍管で測定する必要があるため、普通高磁場の中には置けない。エネルギー分解能は $1/\sqrt{E}$ でエネルギーと共に向上するので、1 GeV 以上の高エネルギーの e^\pm, γ のエネルギー測定に向いている。

液体アルゴンカロリメーター

原理はサンプリングカロリメーターであるが、金属板とドリフトチェンバーのサンドイッチ型とは形状が全く違う。アルゴンは-186°Cで液体となるが、液体アルゴンの中では荷電粒子は効率よくイオン対をつくる。このカロリメーターは液体アルゴンの中に鉛板を層状に並べておき、鉛板で e^\pm, γ の増殖を起こさせ、液体アルゴン中に出てきた e^\pm は、そこでアルゴン・電子のイオン対をつくる。このイオン対を鉛板に電圧をかけ、陽極、陰極をつくり、液体アルゴンの中をドリフトさせ、電極に集めて信号を得る。VENUS の端部液体アルゴンチェンバーはエネルギー分解能

$$\sigma_E/E = 11\%/\sqrt{E}$$

を実現している。

3-3 粒子弁別

粒子弁別、つまり通過粒子が $e/\mu/\pi/K/p$ のうちのどれかを判定する必要がある。電子の場合は、電磁カロリメーターの出力を調べれば分かる。

つまり飛跡検出器から得られた運動量に見合った、シャワー出力があれば、電子ということになる。飛跡が何もなく、カロリメーターからの出力が大きければ γ である。 μ 粒子は物質とほとんど相互作用しないので、貫通力が強い。そこで磁束リターン用の分厚い鉄の中に、ドリフトチェンバーを層状に埋め込んでおく。鉄を貫通してくる荷電粒子があれば、 μ 粒子ということである。このドリフトチェンバーをミューオンチェンバーと呼んでいる。さて $\pi/K/p$ であるが、これは同じ強い相互作用をするハドロンなので、区別するのは少々難しい。方法にはいくつかあり、その主なものは

- (1) 飛跡時間測定法 (Time of Flight法又は簡単にTOFと呼ぶ)、
- (2) チェレンコフカウンター
- (3) その他 (遷移放射検出器 (Transition Radiatin Detector 又はTRD), シンクロトロン輻射検出器 (Synchrotron Radiation Detector 又はSRD) がある。

(3) についての説明はここでは省く。

飛跡時間測定法 Time of Flight (TOF)

ある距離を粒子が飛ぶのにかかる時間を測定すれば、その粒子の速度がわかる。これを v とすると、運動量 P は飛跡検出器で測られているので、この2つの測定量より粒子の質量がわかる。

$$P = \gamma m v = \gamma \beta m c$$

よって

$$m c^2 = c P / (\gamma \beta) \quad (3-3)$$

$$\text{但し } \gamma = 1/\sqrt{1-\beta^2}, \quad \beta = v/c$$

荷電粒子の通過時間を知るのにプラスチックシンチレーターが使われる。これはプラスチックの中にシンチレーション光を発する薬品を混入したもので、最近幅数10cm、長さ数mの良質のものが安価に購入できる。この光はシンチレーター両端に設置された光電子増倍管で測定される。問題になるのは得られる時間信号のバラツキ σ_t である。 σ_t を決めるのは、シンチレーション光の発光量 N_e と、シンチレーターの中を光が通ってくるときの光の減衰量である。発光量 N_e は、同じ材質を使っていれば厚さ d に比例する。減衰量はシンチレーターの長さ L に比例する。 σ_t とこれらの関係は実験より

$$\sigma_t = \text{Const.} \times \sqrt{L/d} \quad (3-4)$$

であることが知られている。従ってできるだけ厚いシンチレーターを使う方が良い時間分解能が得られる。衝突型加速器実験では2~3mのシンチレーターが使われ、この $\sigma_t = 150 \sim 250 \text{ psec}$ である。

近年これと全く違う型の、スパークを利用した

TOF カウンターが、ソ連人 Yu.N. Pestov を中心に開発され、 $\sigma_t = 50$ psec を出した。現在大型の実機大のものを作ろうとしている。図 3-6 に $\sigma_t = 200$ psec と $\sigma_t = 50$ psec のときの $\pi/K/p$ の分離の様子を、横軸に粒子の運動量をとって示す。

チェレンコフカウンター

光が物質中を伝わると、その速度 c' は

$$c' = c/n_d \tag{3-5}$$

と遅くなる。但し n_d は物質の屈折率。従って物質中では粒子の速度が光の伝わる速度 c' を越すことが起きる。このときに荷電粒子はチェレンコフ光という光を発する。つまり粒子速度を v とすると

$$v > c' = c/n_d$$

または

$$\beta > \beta_c = 1/n_d$$

のときにチェレンコフ光を発する。この光は1934

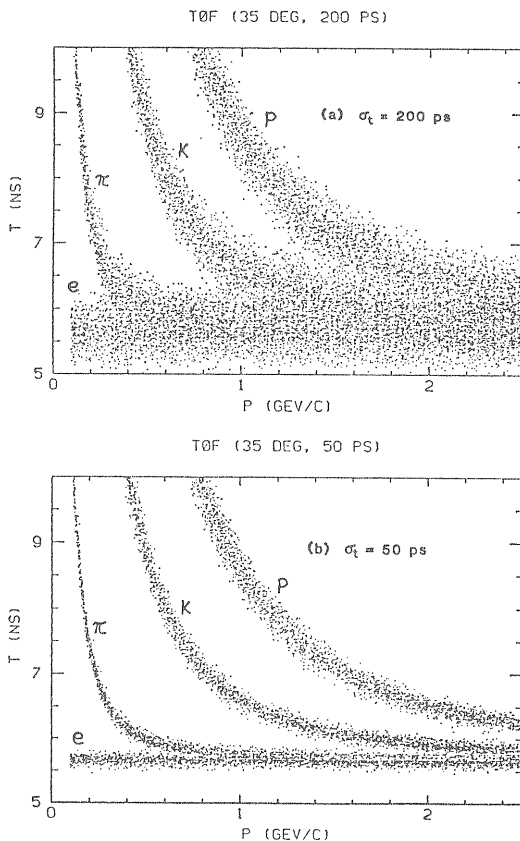
年に P.A. Cerenkov によって発見された。このチェレンコフ光が粒子の進行方向に対して出ていく角を θ_c とすると、

$$\cos\theta_c = 1/(\beta n_d) \tag{3-6}$$

適当な屈折率の材料を選ぶと、同じ運動量でも質量が違い、従って速度 β が異なるため、光る粒子と光らない粒子が出てくる。この原理を利用したのが threshold 型チェレンコフカウンターである。いろいろな屈折率に対して、各粒子がチェレンコフ光を出し始める運動量 P_c の値を GeV/C の単位で次に掲げる。

表 3-2

	n	e	π	K	p
a	1.022	0.002	0.66	2.34	4.45
b	1.005	0.005	1.39	4.93	9.37
c	1.00177	0.009	2.34	8.30	15.76
d	1.00049	0.016	4.46	15.77	30.00
e	1.000135	0.031	8.56	30.05	



TOF カウンターにおいて、(a) $\sigma_t = 200$ ps のとき、(b) $\sigma_t = 50$ ps のときの粒子の弁別能力。但し飛行距離 2.1m で運動量測定誤差としてビーム軸から 35° の方向に出た粒子に対する TRISTAN・TOPAZ 測定器の運動量分解能が入っている。

図 3-6

b~e はガスであるが、a はアエロジェルと呼ばれる 2 酸化ケイ素のゲル状の固まりである。この開発のおかげで、 $\pi/K/p$ 選別が低いエネルギーまでできるようになった。アエロジェルは作り方で $n_d = 1.022 \sim 1.075$ まで変えることができる。threshold 型チェレンコフカウンターは主に固定標的の実験で使われる。

さて (3-6) で示されたように、走っている荷電粒子からは一定の角 θ_c でチェレンコフ光がコーン状に出てくる。これを球面鏡で反射させると、球の半径の半分 $R/2$ のところにリング状に集光する。図 3-7 に示すように、ビーム衝突点が球面の中心になるようにすると、半径の半分 $R/2$ の位置に

$$r = (R/2) \theta_c$$

のリング状にチェレンコフ光が焦点を結ぶ。 $R/2$ の位置に、光に感度の良いゼノン (X_e) ガスを使ったドリフトチェンバーを置いて、リングの半径を測れば、(3-6) 式より β がわかる。あとは TOF と同じようにして、粒子の質量がわかり、粒子の種類がわかるというわけである。このようなチェレンコフカウンターをリングイメージチェレンコフカウンター (Ring Image Cherenkov Counter 略して RICH) 又はチェレンコフリングイメージディテクター (Cherenkov Ring Image Detector 略して CRID) と呼ぶ。最近 CERN LEP の DELPHI 測定器の中で動き始め、SLAC SLC の SLD 測定器で

も動き始めようとしている。日本のBファクトリーでも使われる予定である。

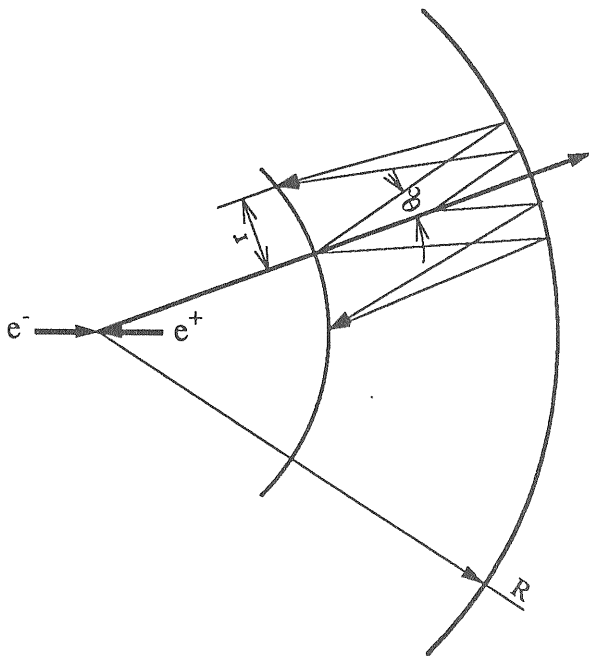


図 3 - 7

参考文献

- (1) "Detektoren für teilchenstrahlung" Konrad Kleinknecht
和訳: 「粒子線検出器」高橋嘉右、吉城肇、培風館
英訳: "Detectors for particle radiations" by Konrad Kleinknecht, Cambridge University Press (1986)
- (2) "Experimental techniques in high energy physics" Thomas Ferbel, Addison-Wesley Publishing Co. Inc.
- (3) 「放射線計測学」三浦功、菅浩一、俣野恒夫; 裳華堂 (古い教科書だがけっこう役にたつ)
- (4) "Physics and detector of asymmetric B factory at KEK" F. Takasaki et al. KEK Report 90-23, March 1991; "Accelerator design of the B-factory" S. Kurokawa et al. KEK Report 90-24, March 1991.
- (5) 「TRISTAN実験の測定装置」住吉孝行; 日本物理学会誌 Vol.46, No.8 (1991) P.659-665
- (6) "Principles of operation of multiwire proportional and drift chambers" F. Sauli, CERN 77-09 ('77) (MWPC及びドリフトチェンバーの教科書的文献)
- (7) 「プラズマ現象を利用した素粒子検出器」菅原龍平、日本電気学会誌 Vol.107, No.11 (1987) P.1154-1157

4. 序

自然界には次の4つの力が働いている：

	力の強さ	力を媒介する粒子
1. 強い相互作用	1	グルーオン (g)
2. 電磁相互作用	10^{-2}	光子 (γ)
3. 弱い相互作用	10^{-14}	W^{\pm}, Z
4. 重力	10^{-38}	グラビトン (G) ?

* 4のみ $GM_p^2/(c^2 \hbar)$, 他は $g^2/(c \hbar)$.

但し近年標準理論 (量子色力学 (QCD) + 電弱理論) が確立し、この中に出てくるヒッグス粒子とクォーク・レプトン間に働く力 (湯川型の力と考えられている) 及びヒッグス粒子同士で働く力 (ヒッグス力と呼ばれている) は上の4つの力とは違う力と考えられているが、現在ヒッグスは発見されておらず、実験的検証はまだ何も無い。

さて高エネルギー物理学とは、自然界の基本的な仕組みをつきとめる学問であり、これらの力の性質、更にはこれらの力の源をつきとめようとするものである。この学問は加速器、測定器に対する理解力の他に、量子力学、相対論、群論、ゲージ理論などと言った難しい理論の上に成り立っている。従ってこの学問を、短時間に解り易く講義するのは困難である。以下の章で素粒子 (基本粒子) の現時点での分類、電磁相互作用、弱い相互作用、強い相互作用について説明するが、少しでも高エネルギー物理学について、聴衆に得るところがあれば良しとしたい。

5. 素粒子及び基本粒子の分類

素粒子は現在次のように分類される。

ハドロン (中間子 meson ... (qq̄) ; π, K, ρ , etc.)	hadron {	重粒子 baryon ... (qqq) ; p, n, Σ, Λ , etc.
		レプトン lepton ... (ν_e, e^-), (ν_μ, μ^-), (ν_τ, τ^-)
ゲージボゾン gauge boson ... γ, Z^0, W^{\pm}, g (gluon)		
ヒッグスボゾン* (H で表す)		
グラビトン* (G で表す)		

* まだ確認されていない。

レプトン、ゲージボゾン、ヒッグスボゾン、グラビトンは、内部構造を持たない、基本粒子と現在考えられているが、ハドロンは内部構造を持っており、クォークとグルーオンからできている。各素粒子はそれぞれ固有の量子数で区別される。

5-1 ハドロン

ハドロンはクォークとグルーオンからできているが、一部は安定な粒子であり、一部は散乱時に、共鳴状態として観測されているものである。全体では100を超える数になっているが、これらは、クォーク模型によって、原子の周期律表のように、きちんと整理されている。素粒子はそれぞれ固有の量子数を持っており、この量子数で互いに区別されるが、まずはハドロンの量子数を列挙してみる。

- (1) 電荷 (Q)
- (2) スピン (S)
- (3) パリティ (P)

素粒子の波動関数を $\Psi(\vec{r}, t)$ 、空間反転 $\vec{r} \rightarrow -\vec{r}$ のオペレーターを \hat{P} とすると、"空間反転に対して物理現象は変わらないはず" であるから、 $|\Psi|^2$ は不変のはず。従って

$$\hat{P}\Psi(\vec{r}, t) = \Psi(-\vec{r}, t) = P\Psi(\vec{r}, t)$$

を要請する。但し $|P|^2 = 1$ 。2回空間反転すれば元に戻るはずであるから

$$\hat{P}^2\Psi(\vec{r}, t) = \Psi(\vec{r}, t) = P^2\Psi(\vec{r}, t)$$

よって $P = \pm 1$

つまり素粒子は ± 1 のどちらかのパリティを持つ。

- (4) 粒子・反粒子反転 charge conjugation (C)

粒子=反粒子である粒子がある。例えば π^0 中間子など。このような粒子はC変換しても、自分自身に戻り、 $C = \pm 1$ のどちらかの量子数を持つ。

- (5) 荷電スピン isospin (I)

陽子と中性子のように、質量及びスピンなどの量子数はほとんど同じなのに、電荷だけが違う粒子群がある。これを空間中のスピンと同じように考えて、荷電空間と言う抽象的な空間中のスピンを与えて、区別した。これが荷電スピンIであり、例えば陽子と中性子は $I = 1/2$ の粒子で、 $I_z = +1/2$ の状態が陽子であり、 $I_z = -1/2$ の状態が中性子とする。

(6) ストレンジネス (s)、ハイパーチャージ (超電荷 hyper-charge; Y)

π 中間子が発見された後、1940年代後半にK中間子が発見された。このK中間子の奇妙な性質(当時では)のため、これにストレンジネスと言う量子数を与えて、 π 中間子と区別した。後に重粒子まで考慮して、対称性の良いハイパーチャージ (Y) を導入した。

$$Y = s + B \quad (B \text{は重粒子数})$$

(7) 重粒子数 (B)

全ての重粒子に+1、反重粒子に-1を与える。

さて中間子はクォーク・反クォーク(q \bar{q})でできており、重粒子は3つのクォーク(qqq)でできている。以下クォーク・反クォーク及び3つのクォークで上記の素粒子の状態を作ってみる。

中間子、(q \bar{q}) システム

(q \bar{q}) システムの全角運動量 J、つまり中間子のスピンは、クォークのスピン (S) と、クォーク間の角運動量 L との合成角運動である。この S と L の合成のしかたで、違ったエネルギー状態 (つまり中間子の質量) を取り、また違ったパリティ (P) 及び C パリティを持つ。このように中間子はそれぞれ固有の J^{PC} を持っているが、それは内部の構成クォークの状態を表すものである。

クォークはスピン1/2のフェルミオンであり、(q \bar{q}) システムの角運動量を L とすると、



$$\text{全波動関数は } \Psi = \psi_q \psi_{\bar{q}} Y_{Lm}$$

(Y_{Lm} は Legendre の球関数で角運動量部分を表す)

2個のフェルミ粒子を入れ替えるオペレーター \hat{E}_{12} に対して、フェルミ統計の要請より

$$\hat{E}_{12} \Psi = -\Psi$$

\hat{E}_{12} は空間反転をして (粒子内部空間は反転しない)、粒子・反粒子反転をすることと同じである。

$$\text{スピン部分の合成は } \vec{1/2} + \vec{1/2} = \vec{1} \text{ or } \vec{0}$$

スピン部分の波動関数を |S, S_z> と書く

$$|1/2, +1/2> |1/2, +1/2> = |1, +1>$$

$$|1/2, -1/2> |1/2, -1/2> = |1, -1>$$

$$|1/2, +1/2> |1/2, -1/2> = \frac{1}{\sqrt{2}} |1, 0> + \frac{1}{\sqrt{2}} |0, 0>$$

つまり S=1 のスピン状態は空間反転に対して対称であり、これと直交する S=0 のスピン状態は反対称である。以上をまとめると

$$\hat{P} \Psi_S = (-1)^{S+1} \Psi_S$$

以上より

$$\hat{E}_{12} \Psi = \hat{P} \hat{C} \Psi$$

$$\text{左辺} = -\Psi$$

$$\text{右辺} = C(-1)^L (-1)^{S+1} = -C(-1)^{L+S}$$

$$\text{よって } C = (-1)^{L+S} \quad (5-1)$$

また系のパリティは、P₁ をクォークのパリティとすると

$$P = (-1)^L P_1 (-P_1) = (-1)^{L+1} \quad (5-2)$$

全角運動量 \vec{J} は

$$\vec{J} = \vec{L} + \vec{S} = \quad L \quad \text{for } S=0$$

$$L-1, L, L+1 \text{ for } S=1$$

整理すると、中間子は表5-1のような J^{PC} を持っている。ここで注意して欲しいのは J^{PC} = 0⁺⁺, 1⁺⁻, 2⁺⁻, ... は (q \bar{q}) ではできない。このような状態を exotic state と言い、もしこういった中間子が発見されれば、4個のクォークなどでも中間子が

表 5-1

L	J ^{PC}	
	S=0	S=1
0	0 ⁺⁺	1 ⁻
1	1 ⁺⁻	(0, 1, 2) ⁺⁺
2	2 ⁺⁻	(1, 2, 3) ⁻
.	.	.
.	.	.

できていることになる。しかし現在このような exotic state は発見されていない。

1963年に Murray Gell-Mann が素粒子は3個のクォークでできていると提唱し、これはチャーム粒子 (cクォークを含む素粒子) が1974年に B. Richter 達と S. Ting 達の2グループによって独立に発見されるまでは、素粒子群をほぼ完全に説明していた。素粒子が3個のクォークでできているという提案は、他に坂田昌一が1956年にしたが、基本粒子として既存の素粒子 (p, n, Λ) を採ったので、素粒子群を完全には説明できなかった。

現在クォークは6個あるとされている。但し6番目の tクォークはまだ発見されていない。現在 tクォークの質量は100~200 GeV の間にあると予想され、探索が続けられている。

さてここでは Gell-Mann の3個のクォーク (u, d,

s) で素粒子を構成してみる。残りの3個のクォーク (c, b, t) は、同じ手法で加えればよく、それに伴って新しい素粒子が増えることになる。

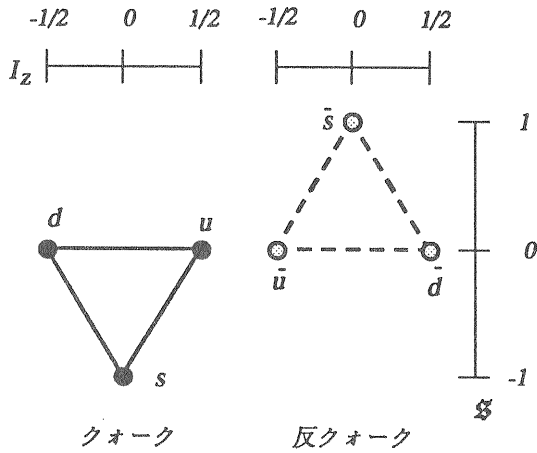


図 5-1

横軸に荷電スピンの Z 成分 (I_z)、縦軸にストレンジネス (S) をとるとクォーク、反クォークは図 5-1 のように図示される。中間子はクォーク、反クォークでできているから、このクォーク、反クォークの図を重ねてみる。

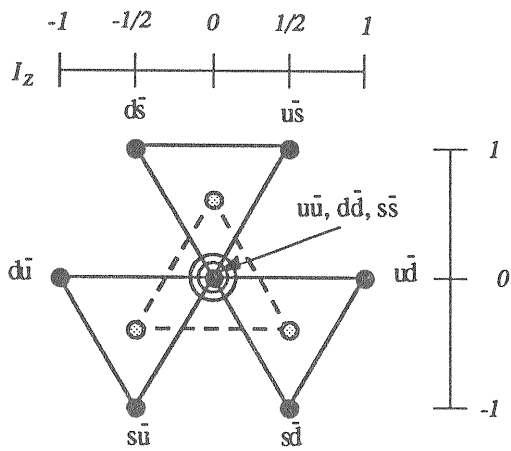


図 5-2

中心部に3個の状態が重なってしまうが、このうちの1個は、クォークの種類の入替えに対して不変な状態 (スカラー状態と呼ぶ) であり

$$\frac{1}{\sqrt{3}}(u\bar{u} + d\bar{d} + s\bar{s})$$

この状態はクォークの種類の入替えをしても、自分自身に戻るので、この状態だけで独立したグループを作っている。これをシングレットと呼ぶ。残り8個はクォークの種類の入替えに対して、互いに移り変わり、オクテットグループを作って

いる。中央に重なった部分の後1個は、図の中で左右にある粒子と同じ粒子で、 $I_z=0$ の状態である。これは $I, I_z = |1, +1\rangle$ の状態にスピンの Z 成分を1つ下げるオペレーターを作用させればよく、

$$|1, 0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(u\bar{u} - d\bar{d})$$

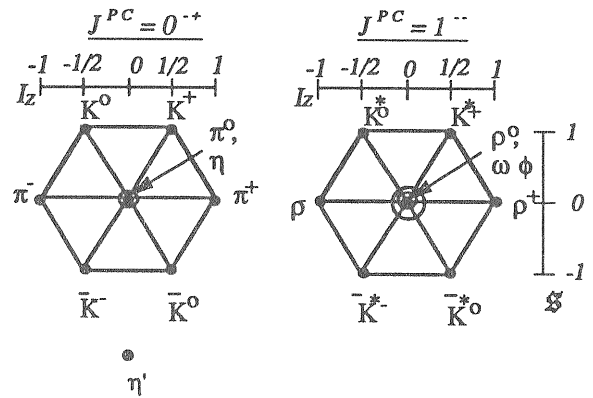
となる。最後は他の2個の状態と直交する状態を見つければよく

$$\frac{1}{\sqrt{6}}(u\bar{u} + d\bar{d} - 2s\bar{s})$$

となる。素粒子群の基底状態は $J^{PC} = 0^{-+}$ (擬スカラー、pseudo-scalar) と、 $J^{PC} = 1^{-}$ (ベクトル、vector) の状態であるが、ベクトル粒子群を調べて見ると、そのシングレットにあたる ϕ 粒子が84% $K\bar{K}$ に崩壊し、 $\phi = (s\bar{s})$ であることが分かった。従って残りの状態 ω は

$$\omega = (u\bar{u} + d\bar{d})$$

となる。以上をまとめて図示すると図 5-3 のようになる。



$$\pi^0 = \frac{1}{\sqrt{2}}(u\bar{u} - d\bar{d})$$

$$\eta = \frac{1}{\sqrt{6}}(u\bar{u} + d\bar{d} - 2s\bar{s})$$

$$\eta' = \frac{1}{\sqrt{3}}(u\bar{u} + d\bar{d} + s\bar{s})$$

$$\rho^0 = \frac{1}{\sqrt{2}}(u\bar{u} - d\bar{d})$$

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{2}}(u\bar{u} + d\bar{d})$$

$$\phi = s\bar{s}$$

図 5-3

重粒子、(q q q) システム

次に重粒子を作ってみる。重粒子は3クォーク (qqq) でできている。まず2クォークを重ねてみると図 5-4 のようになる。中心部の三角形を作っている部分は、2つの状態が重なっているが、このうちの片方は重なっていない部分と一緒にあって、6重項をつくるもので、残りは3重項を作っており、丁度反クォークと同じ構造をしている。つまり

$3 \otimes 3 = 6 + 3$ (⊗は重ねることを表す)
これを図示すると図 5-5 ようになる。

これに更にもう一つのクォークを重ねると

$3 \otimes 6 = 10 + 8$ (図 5-6)

$3 \otimes 3 = 8 + 1$ (図 5-2)

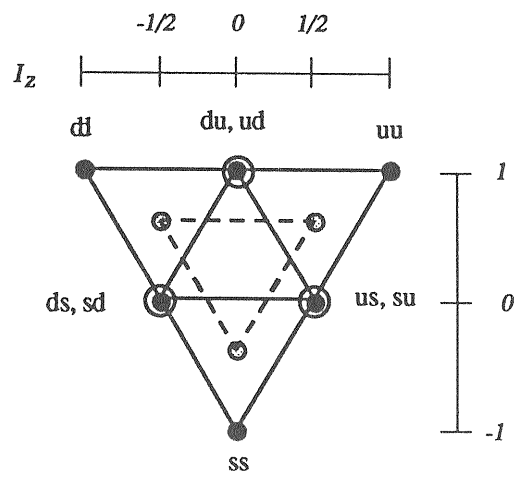


図 5-4

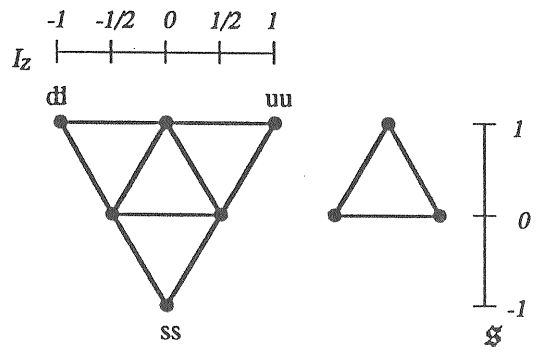


図 5-5

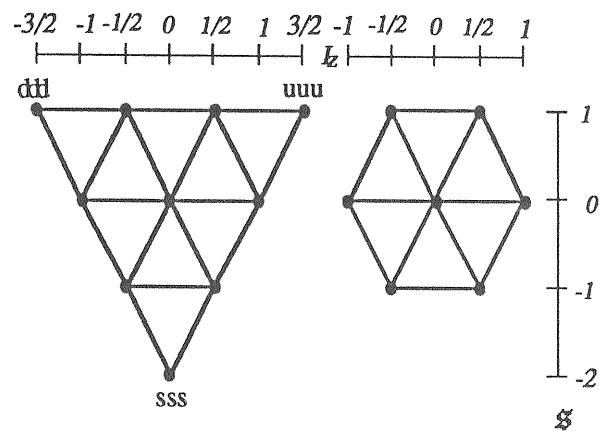
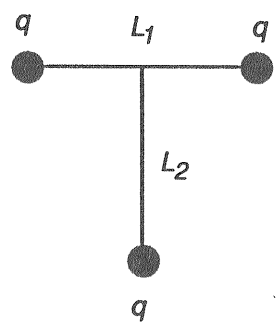


図 5-6

従って全部で10重項 (デカプレット) が1ヶ、8

重項 (オクテット) が2ヶ、1重項 (シングレット) が1ヶできる。重粒子群の基底状態は、クォーク間の角運動量 $L_1 = L_2 = 0$ (S-wave) であり、



素粒子のスピン J はクォークのスピンのみでできており、

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = (0, 1) + \frac{1}{2} = \frac{1}{2}, \frac{3}{2}$$

従って $J^P = (1/2)^+$ と $J^P = (3/2)^+$ が基底状態であり、このデカプレット群とオクテット群を $I_z - \mathcal{Y}$ 図で図 5-7 に示す。

重粒子の対称性を良くするために、ストレンジネス (s) の代わりにハイパーチャージ (超電荷 hyper-charge; Y) を定義する。

$$Y = \mathcal{S} + B$$

すると

$$Q = I_z + Y/2$$

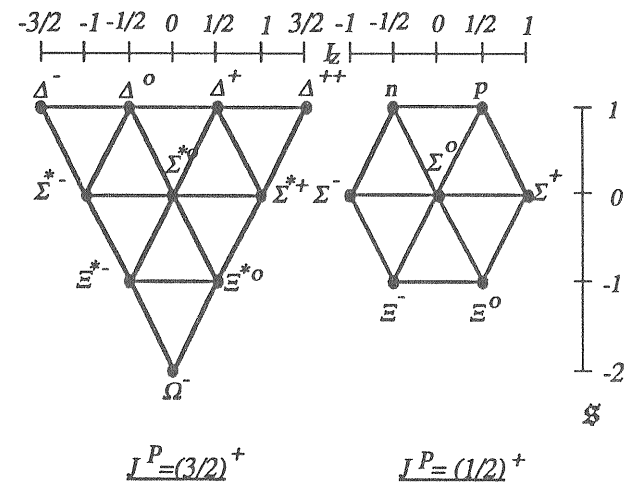


図 5-7

5-2 クォーク、レプトン

クォーク、レプトンはハドロンと違って、内部構造を持たない、基本粒子と考えられている。これらの持つ量子数を上げると

- (1) 電荷 (Q)

(2) スピン (S)

(3) 弱荷電スピン weak isospin (I_w)

弱い相互作用ではクォークもレプトンも2個で1組になっている。例えば素粒子の散乱または崩壊の中で、クォークは主に $u \leftrightarrow d, c \leftrightarrow s, t \leftrightarrow b$ と移り変わり、レプトンは $e \leftrightarrow \nu_e, \mu \leftrightarrow \nu_\mu, \tau \leftrightarrow \nu_\tau$ と移り変わる。これを荷電スピンと同じく、空間中のスピンへのアナロジーから、弱荷電スピンと言う抽象的な量を考え、1組を作っている粒子は、同じ弱荷電スピン1/2を持ち、そのZ成分が違うだけと考える。

(4) 弱ハイパーチャージ (弱超電荷; Y_w)

ハドロンと同じように、弱い相互作用をする粒子群を区別するために、弱ハイパーチャージを各粒子に与える。

$$Q = (I_w)_z + Y_w/2$$

(5) バリオン数 (B)、レプトン数 (L)

これは重粒子と中間子、またはクォークとレプトンを区別するための量子数であり、クォークに $B = 1/3$ 、反クォークに $B = -1/3$ を与える。一方レプトンには $L = 1$ を、反レプトンには $L = -1$ を与える。

(6) 香 (flavour) 又は世代数 (generation)

表 5-2 を見よ。

(7) 色 (colour)

Gell-mann の3クォーク模型にも問題があり、例えば $\Delta^{++}(1238)$ は (uuu) ででき、基底状態のため、空間部分の角運動量は零である。従って同一粒子が3ヶ同じエネルギー状態にいることになり、フェルミ統計に反する。フェルミ統計では、スピンの上向きと下向きがあるため、2ヶのフェルミオンまでは同一状態に入れるが、3ヶは入れない。これは後に、クォークが更に3種類の状態 (これを光の3原色になぞらえて R (赤)、G (緑)、B (青) とした) を持っていることが分かり、問題は解決した。

(8) ヘリシティ (helicity)

粒子の進行方向をZ軸にとったときのスピンのZ成分 (S_z)。レプトン群のニュートリノは、今のところ質量が零と思われている。するとこの粒子は光速で飛行しており、そのためにその粒子のヘリシティはローレンツ変換をどのようにしても、変わらない。従って質量零の粒子は固有のヘリシティを持つと考えられる。実験の結果、

ニュートリノのヘリシティは $-1/2$ であることが分かった。つまり進行方向と逆向きのスピンを持っており、左巻ヘリシティ (left handed helicity) と呼ばれる。従ってこの世は左巻フェルミオンが基本粒子のように見える。しかしニュートリノ以外は質量を持っているため、右巻も存在する。但し右巻粒子は互いに独立しており、左巻粒子のように移り変わることはしない。

以上をまとめると

表 5-2

	第1世代	第2世代	第3世代	$(I_w)_z$	Q	Y_w
クォーク ($B=1/3$)	$\begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}_L$	$\begin{pmatrix} c \\ s \end{pmatrix}_L$	$\begin{pmatrix} t \\ b \end{pmatrix}_L$	+1/2	+2/3	1/3
	$(u)_R$	$(c)_R$	$(t)_R$	0	+2/3	4/3
	$(d)_R$	$(s)_R$	$(b)_R$	0	-1/3	-2/3
	但し $i = R, G, B$					
レプトン ($L=1$)	$\begin{pmatrix} \nu_e \\ e^- \end{pmatrix}_L$	$\begin{pmatrix} \nu_\mu \\ \mu^- \end{pmatrix}_L$	$\begin{pmatrix} \nu_\tau \\ \tau^- \end{pmatrix}_L$	+1/2	0	-1
	$(e^-)_R$	$(\mu^-)_R$	$(\tau^-)_R$	-1/2	-1	-1
				0	-1	-2

5-3 ゲージボゾン、ヒッグス、グラビトン

これらの基本粒子は、ヒッグス粒子を除いて他は、粒子間に働く力を媒介する粒子である。これらの量子数を次に示す。

表 5-3

	J^P	Q	色
γ	1	0	
W^\pm	1	± 1	
Z	1	-1	
g	1	0	8色
H^0	0 ⁺	0	
G	2	0	

6. 電磁相互作用

6-1 量子力学の復習

非相対論的運動を考える。

このときのエネルギーは

$$E = T + V \quad (6-1)$$

但しTは運動エネルギーで

$$T = (1/2)mv^2 = P^2/(2m) \quad (6-2)$$

Vはポテンシャルエネルギーである。

従って(6-1)式は

$$E = P^2/(2m) + V \quad (6-3)$$

さて量子力学では

$$E \rightarrow i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \quad (6-4)$$

$$\vec{P} \rightarrow -i\hbar \vec{\nabla}$$

$$\left(\vec{\nabla} = \left(\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z} \right) \right)$$

という波動関数への作用子と考えるから、(6-3)式は、

$$\left(i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \right) \psi = \frac{1}{2m} \left(-i\hbar \vec{\nabla} \right)^2 \psi + V\psi$$

$$i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 \psi + V\psi \quad (6-5)$$

と書ける。 ψ は粒子の状態を表す波動関数である。これはポテンシャルVがあるときの、粒子の非相対論的運動方程式であり、Schrödinger方程式と呼ばれる。例えばポテンシャルとして、Coulombポテンシャル

$$V = -e^2/r \quad (6-6)$$

を入れて、6-5を解いてやると、水素原子中の軌道電子のエネルギー準位

$$E_n = -\frac{\alpha^2 m_e c^2}{2} \times \frac{1}{n^2} = -\frac{13.6 \text{ (eV)}}{n^2} \quad (6-7)$$

が求まる。但し電子質量 $m_e c^2 = 0.51 \text{ MeV}$ 、微細構造定数 $\alpha = 1/137$ 、 n は主量子数と呼ばれる量子数で $n = 1, 2, 3, \dots$ 。

さて自由運動 ($v=0$)を考える。運動方程式は

$$i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 \psi \quad (6-8)$$

この解は

$$\psi = A e^{i(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t)} + B e^{i(\vec{k} \cdot \vec{r} + \omega t)} \quad (6-9)$$

$$\text{但し波数ベクトル } \vec{k} = \vec{P}/\hbar \quad (6-10)$$

$$\text{角速度 } \omega = 2\pi\nu = E/\hbar \quad (6-11)$$

(注) deBroglie 波長は $\lambda = \hbar/P$ であるから、

$k = 1/\lambda$ つまり k は deBroglie 波長の逆数になっている。

(6-9)式の第一項は、 $\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t = \text{一定}$ であれば同じ状態を表す。今粒子の進行方向 (\vec{k} の方向)を軸にとって、両辺時間について微分すると

$$k dr - \omega dt = 0$$

$$dr/dt = v_1 = \omega/k$$

一方第二項では

$$dr/dt = v_2 = -\omega/k$$

つまり第一項は正方向への進行波であり、第二項は負方向への進行波である。ここでは正方向への進行波を考える。

$$\psi = A e^{i(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t)} \quad (6-12)$$

さて $|\psi|^2 = \psi^* \psi$ は粒子の存在確立を表すが、これを全空間で積分すれば、粒子の数は1ヶであるから

$$\int |\psi|^2 d\vec{r} = 1 \quad (6-13)$$

これを規格化条件と言う。(6-12)の場合

$$|\psi|^2 = \psi^* \psi = A^2$$

であるから、規格化条件より

$$A^2 \int d\vec{r} = A^2 V = 1$$

$$A = 1/\sqrt{V}$$

よって

$$\psi = \frac{1}{\sqrt{V}} e^{i(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t)} \quad (6-14)$$

ここで便宜的に規格化の体積として、一辺がLの立方体を考える。

$$V = L^3$$

$$\psi = \frac{1}{L^{3/2}} e^{i(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t)} \quad (6-15)$$

さて量子力学では、波動関数は周期性を持たねばならない。これは "物質量はエルミートでなければならない" という要請からくる。つまり

$$\psi(-L/2) = \psi(L/2) \quad (6-16)$$

これを周期境界条件という。これを自由粒子の波動関数(6-15)に代入してみると、x成分について

$$e^{ik_x L/2} = e^{-ik_x L/2}$$

つまり

$$(k_x \cdot L/2) - (-k_x \cdot L/2) = 2\pi n_x$$

$$k_x = (2\pi/L)n_x, \quad n_x = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

y,z方向も同様に

$$k_y = (2\pi/L)n_y, \quad n_y = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

$$k_z = (2\pi/L)n_z, \quad n_z = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (6-17)$$

$\vec{P} = \hbar \vec{k}$ であるから

$$P_x = (h/L)n_x, \quad n_x = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

$$P_y = (h/L)n_y, \quad n_y = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

$$P_z = (h/L)n_z, \quad n_z = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (6-18)$$

以上のように量子力学では運動量はとびとびの値をもつことになる。(P_x, P_y, P_z)の位相空間では、体積(h/L)³の中に1ヶの状態がある。状態の密度ρは

$$\rho = (L/h)^3 \quad (6-19)$$

(k_x, k_y, k_z)空間では

$$\rho' = (L/2\pi)^3 \quad (6-20)$$

微小位相空間 $\vec{p} d\vec{p}$ に入る状態数は

$$\rho d\vec{p} = (L/h)^3 P^2 dP d\Omega \quad (6-21)$$

運動エネルギー $E = P^2/(2m)$ であるから

$$dE = (P/m) dP$$

これを代入すると

$$\rho d\vec{p} = (L/h)^3 m P dE d\Omega \quad (6-22)$$

6-2 Rutherford 散乱

(スピンのない電子の粒子による弾性散乱)

核子によるCoulomb ポテンシャル

$$V = -Ze^2/r \quad (6-23)$$

による電子の散乱を摂動論を使って解いてみる。このような散乱をRutherford 散乱と言う。(注:ここではCGS単位系を使っている。MKS単位系では $V = -Ze^2/(4\pi r)$ となる。CGS単位系では $\alpha = e^2/(c\hbar)$, MKS単位系では $\alpha = e^2/(4\pi c\hbar)$ として、 e^2 の項を微細構造定数 $\alpha = 1/137$ に書き換えれば、電磁気学の単位系に煩わされなくなる。) 運動方程式を解くには、全エネルギーを表すハミルトニアンをHとすると、

$$H\psi_n = E_n\psi_n \quad (6-24)$$

という固有値問題を解けばよい。Hがすでに解けている定常状態の部分H₀と、これに加わる擾乱H'に分かれるとする。

$$H = H_0 + H' \quad (6-25)$$

$$H_0\phi_n = E_n\phi_n \quad (6-26)$$

(6-26)は解けており、この時間部分については

$$i\hbar \frac{\partial \phi_n}{\partial t} = E_n\phi_n \quad \text{を解いて}$$

$$\phi_n = e^{-i\frac{E_n t}{\hbar}} u_n \quad (6-27)$$

ψ_n を ϕ_n で展開する。

$$\psi_n = \sum a_n(t) u_n e^{-i\frac{E_n t}{\hbar}} \quad (6-28)$$

摂動法によると

$$\sum_n |a_n(t)|^2 = \frac{2\pi}{\hbar} |\langle n | H' | 0 \rangle|^2 \rho t \quad (6-29)$$

$$\rho_t = dN/dE = \rho m P d\Omega \quad (6-29B)$$

ここで $\rho(E_n)$ は前項でてきた状態密度である。これは始状態 ϕ_0 から、終状態 ϕ_n へ時間とともに遷移する確立を表す。

単位時間当りの遷移確立 ω_{no} は

$$\omega_{no} = \frac{2\pi}{\hbar} |\langle n | H' | 0 \rangle|^2 \rho_t \quad (6-30)$$

$$M_{no} = \langle n | H' | 0 \rangle = \int \phi_n^* H' \phi_0 d\vec{r} \quad (6-31)$$

これは散乱の行列要素 (matrix element) と呼ばれる。

さてRutherford 散乱を解いてみる。入射電子のエネルギー・運動量を (E_1, \vec{p}_1) 、散乱後のものを (E_2, \vec{p}_2) とする。

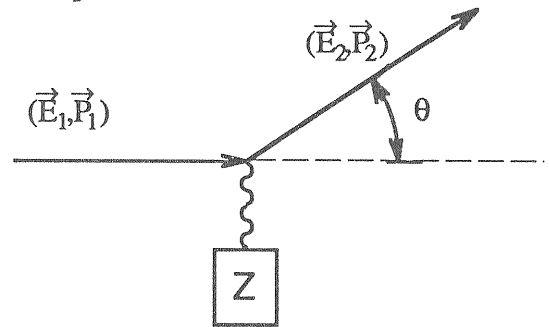


図 6-1

(6-29)において、行列要素 $M_{no} = \langle n | H' | 0 \rangle$ は空間部分の積分が残っているので、波動数関数の空間部分のみ考える。H₀は自由粒子のハミルトニアンであるから、その解は(6-15)であり

$$\phi_0 = \frac{1}{L^{3/2}} e^{i\frac{\vec{p}_1 \cdot \vec{r}}{\hbar}}, \quad \phi_n = \frac{1}{L^{3/2}} e^{i\frac{\vec{p}_2 \cdot \vec{r}}{\hbar}} \quad (6-32)$$

よって

$$M_{no} = \int \phi_n^* \left(-\frac{Ze^2}{r} \right) \phi_0 d\vec{r}$$

$$= -\frac{Ze^2}{L^3} \int \frac{1}{r} e^{i\frac{(\vec{p}_1 - \vec{p}_2) \cdot \vec{r}}{\hbar}} d\vec{r} \quad (6-33)$$

運動量遷移 (momentum transfer)

$$\vec{q} = \vec{p}_1 - \vec{p}_2 \quad (6-34)$$

を定義すると

$$M_{no} = -\frac{Ze^2}{L^3} \int \frac{1}{r} e^{i\frac{\vec{q} \cdot \vec{r}}{\hbar}} r^2 dr 2\pi d\cos\theta$$

$$= -\frac{2\pi Ze^2}{L^3} \int r e^{i\frac{qr\cos\theta}{\hbar}} dr d\cos\theta$$

$$= -\frac{2\pi Ze^2}{L^3} \int_0^\infty dr \int_{-1}^{+1} re^{\frac{i}{\hbar} qru} du$$

$$= -\frac{4\pi \hbar Ze^2}{L^3} \cdot \frac{1}{q} \int_0^\infty \sin \frac{qr}{\hbar} dr \quad (6-35)$$

この積分は不定である。これはCoulombポテンシャルが無限まで広がっているとしているためである。実際は原子核のCoulomb場は、原子外では軌道電子に遮蔽され、零になる。従って実際のポテンシャルは次のような形をしている。

$$V(r) = -\frac{Ze^2 e^{-\mu r}}{r} \quad (6-36)$$

$1/\mu$ ~ 原子の大きさ

$r \gg 1/\mu$ では $V(r) \sim 0$

$r \ll 1/\mu$ では $V(r) \sim -Ze^2/r$

このポテンシャルを用いると

$$M_{no} = -\frac{Ze^2}{L^3} \int \frac{e^{-\mu r}}{r} e^{\frac{i}{\hbar} \vec{q} \cdot \vec{r}} d\vec{r}$$

$$= -\frac{4\pi \hbar Ze^2}{L^3} \cdot \frac{1}{q} \int_0^\infty e^{-\mu r} \sin \frac{qr}{\hbar} dr$$

$$= -\frac{4\pi \hbar Ze^2}{L^3} \cdot \frac{1}{q} \frac{(q/\hbar)}{(q/\hbar)^2 + \mu^2}$$

$$M_{no} = -\frac{4\pi Ze^2}{L^3} \cdot \frac{\hbar^2}{q^2 + \hbar^2 \mu^2} \quad (6-37)$$

電子質量に比べ、原子核の質量は非常に重いので、散乱後も原子核は静止しているとしてよい。従って

$$P_1 \equiv P_2 = P$$

すると

$$\vec{q} = (\vec{p}_1 - \vec{p}_2) = p_1 \vec{e}_1 + p_2 \vec{e}_2 - 2p_1 p_2 \cos\theta$$

$$= 2p^2 (1 - \cos\theta)$$

つまり $q^2 = 4P^2 \sin^2(\theta/2)$ (6-38)

従って前方 ($\theta = 0$) 散乱のとき $q^2 = 0$, q^2 の大きな散乱は散乱角も大きい。

さて $\hbar\mu \sim \hbar/r_{ann} = c\hbar/(c r_{ann})$

$$= 197 \text{ (MeV}\cdot\text{fm)} / (c \cdot 1 \text{ \AA})$$

$$= 2 \text{ keV}/c$$

$q > \hbar\mu \sim 2 \text{ keV}/c$ の場合は $\hbar^2 \mu^2$ の項を無視できて

$$M_{no} \equiv -\frac{4\pi Ze^2}{L^3} \cdot \frac{\hbar^2}{q^2} \quad (6-39)$$

例えば $P = 1 \text{ MeV}/c$ とすると

$$q = 2P \sin(\theta/2) = 2 \text{ keV}/c$$

を解くと

$$\sin(\theta/2) = 10^{-3}$$

$$\theta = 2 \times 10^{-3} \text{ rad} = 0.17^\circ$$

$q > \hbar\mu$ の散乱を考える。

単位時間に起こる遷移確立は (6-30) より

$$\omega = \frac{2\pi}{\hbar} |M_{no}|^2 \rho_f$$

(6-29B), (6-39) を代入して

$$\omega = \frac{2\pi}{\hbar} \left(\frac{L}{h}\right)^3 m_e P_2 \frac{(4\pi Ze^2)^2 \hbar^4}{L^6 q^4} d\Omega$$

$$= \frac{4}{L^3} (Ze^2)^2 \frac{m_e P_2}{q^4} d\Omega$$

電磁相互作用の結合定数 $\alpha = e^2/(c\hbar) = 1/137$ で書きなおすと

$$\omega = \frac{4(c\hbar)^2 Z^2 \alpha^2 m_e P_2}{L^3 q^4} d\Omega \quad (6-40)$$

(3-38) を代入すると

$$\omega = \frac{(c\hbar)^2 Z^2 \alpha^2}{L^3} \frac{m_e P_2}{4P_2^4 \sin^4(\theta/2)} d\Omega \quad (6-41)$$

ω は体積 L^3 の中に入射粒子が 1 ケあるときの散乱確立であるが、これを散乱断面積 σ になおす。 σ は単位面積に単位時間に 1 ケの粒子が入射したときの散乱確立であるので、

$$d\sigma = \frac{L^3}{v_1} \omega$$

但し v_1 は入射粒子の速度

従って

$$d\sigma = \frac{(c\hbar)^2 Z^2 \alpha^2}{4} \frac{m_e P_2}{v_1 P_2^4 \sin^4(\theta/2)} d\Omega$$

$$= \frac{(c\hbar)^2 Z^2 \alpha^2}{4} \frac{m_e^2}{P_2^4 \sin^4(\theta/2)} d\Omega$$

よって散乱の角分布は

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{(c\hbar)^2 Z^2 \alpha^2}{4} \frac{m_e^2}{P_2^4 \sin^4(\theta/2)} \quad (6-42)$$

これが Rutherford 散乱の断面積である。
Rutherford は1911年 α 線 (Heの原子核) を金属箔に当て、その散乱実験から、"原子の質量が原子の中の非常に小さい領域に閉じ込められており、それが (+) の電気をもっており、そのまわりを電子が回っている" という、現在の原子模型を見つけた。このときの散乱角分布は (6-42) 式中の m_e のかわりに α 粒子の質量 M_α を入れた式で表される。この Rutherford の実験までは、J.J. Thomson (電子 (当時陰極線と呼ばれていた) の発見者) などは、原子の中には質量及び (+) 電気が一様に詰まっております、この中に電子が一様にはめ込まれているという原子模型を提唱していた。

(3-42) を運動量遷移を使って書き表す。

$q^2 = 2P_1 P_2 (1 - \cos\theta) = 2P_2^2 (1 - \cos\theta) = 4P_2^2 \sin^2(\theta/2)$
であるから

$$dq^2 = -2P_2^2 d\cos\theta$$

$$d\Omega = 2\pi d\cos\theta = -\frac{\pi}{P_2^2} dq^2$$

(3-42) を書きなおして

$$\begin{aligned} d\sigma &= \frac{4(c\hbar)^2 Z^2 \alpha^2 m_e^2}{q^4} \frac{m_e^2}{(4P_2^4 \sin^2(\theta/2))^2} d\Omega \\ &= \frac{4(c\hbar)^2 Z^2 \alpha^2 m_e^2}{q^4} \left(-\frac{\pi}{P_2^2} \right) dq^2 \end{aligned}$$

よって

$$\frac{d\sigma}{dq^2} = -\frac{4\pi(c\hbar)^2 Z^2 \alpha^2 m_e^2}{P_2^2} \frac{1}{q^4} \quad (6-43)$$

6-3 2 粒子の散乱

次に 2 粒子の散乱を調べるが、そのためには素粒子が従う運動方程式を知らねばならない。ここではボーズ粒子 (スピンが偶数) とフェルミ粒子 (スピンが 1/2) が従う運動方程式について復習する。

ボーズ粒子の相対論的運動方程式

4 次元空間の空間変数を $x_\mu = (ct, x, y, z)$ と定義する。4 次元空間の 4 元ベクトルを V_μ とし、次

のような 2 種のベクトルを定義する。

$$\text{共変ベクトル (covariant vector) } V^\mu = (V_0, -\vec{V}) \quad (6-44)$$

$$\text{反変ベクトル (contravariant vector) } V_\mu = (V_0, \vec{V}) \quad (6-45)$$

すると

$$V_\mu V^\mu = V^\mu V_\mu = V_0^2 - \vec{V}^2$$

は 4 次元空間ではスカラー量となり、ローレンツ変換にたいして不変となる。特殊相対性理論のエネルギー、運動量、静止質量の関係式は

$$E^2 = c^2 P^2 + m^2 c^4 \quad (6-46)$$

これを変形して

$$E^2 - c^2 P^2 = m^2 c^4 \quad (6-47)$$

E と P は $P_\mu = (E/c, P)$ なる 4 元ベクトルを構成しているので、

$$\text{左辺} = c^2 P_\mu P^\mu$$

とローレンツ変換に対して不変になっている。

(6-47) を、粒子の波動関数に対する作用子の式に書き直してみると

$$E \rightarrow i\hbar \frac{\partial}{\partial t}, \vec{P} \rightarrow -i\hbar \vec{\nabla}$$

$$\left\{ (i\hbar)^2 \frac{\partial^2}{\partial t^2} - c^2 (-i\hbar)^2 \nabla^2 \right\} \phi = m^2 c^4 \phi$$

$$\left(\nabla^2 - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right) \phi = \left(\frac{mc}{\hbar} \right)^2 \phi \quad (6-48)$$

これは Klein-Gordon の式と呼ばれ、ボーズ粒子の運動方程式を表す。

フェルミ粒子の運動方程式

フェルミ粒子がボーズ粒子と異なるのは、Pauli の排他律があることである。つまりフェルミ粒子の場合、同一粒子が同一状態に居ることはできない。今 2 粒子でつくる系 Ψ を考える。 Ψ の基本状態として次の 2 つの型が考えられる：

$$\Psi_+ = \{ \psi_a(1)\psi_b(2) + \psi_a(2)\psi_b(1) \} / \sqrt{2} \quad (6-49)$$

$$\Psi_- = \{ \psi_a(1)\psi_b(2) - \psi_a(2)\psi_b(1) \} / \sqrt{2} \quad (6-50)$$

ここで $\psi_a(1)$ は粒子 1 が状態 a にいるときの波動関数、等々。

粒子 1 と 2 を交換する作用子 (Operator) を \hat{O} とすると：

$$\hat{O} \Psi_+ = \Psi_+$$

$$\hat{O} \Psi_- = -\Psi_-$$

もし ψ_a と ψ_b が同一状態であれば、粒子 1 と 2 を交換しても、全体の状態は変わらないはずであるから

$$\hat{O}\Psi = \Psi$$

すると $\Psi_- = 0$ になってしまう。

この2粒子交換に対して反対称に波動関数ができている、つまり Ψ_- がフェルミ粒子で、対称にできている、つまり Ψ_+ がボーズ粒子である。以上のようにフェルミ粒子とボーズ粒子とでは波動関数の性質が全く違うので、それぞれフェルミ統計及びボーズ統計と呼ばれる全く違った統計に従う。

例えば原子中の軌道電子（フェルミ粒子）はエネルギーレベルを下から順に2個ずつ（但しスピンの向きが互に逆）埋めていくが、ボーズ粒子の場合は系のエネルギーを下げていくと最低エネルギー状態に全てが落ちてゆき、ボーズ凝縮という現象を起こす。ボーズ凝縮の特筆すべき例が超伝導現象である。これは電子が極低温のために、対になり（これをクーパー対と言う）ボーズ粒子として振る舞い、ボーズ凝縮を起こす現象である。

さて Klein-gordon の式はローレンツ変換に対して不変な2次微分の運動方程式であるが、一次微分の方程式ができないであろうか。これを1928年につくったのが Paul A.M. Dirac である。Dirac はフェルミオンの運動方程式を考えた。フェルミオンはスピン1/2をもっており、その波動関数は進行波を表す指数部 $e^{-\frac{i}{\hbar}(Et - \vec{P}\cdot\vec{r})}$ とスピン状態を表す2成分スピナーと呼ばれる2行1列の行列の積で表される。さて $(E/c, \vec{p})$ の一次微分作用子と2成分スピナーの積でローレンツ変換に対して不変な方程式をつくりたいとすると、4行4列の4元ベクトル行列が必要となる。（何故必要かは例えば参考文献 [9] に詳しく説明されている）。この4元ベクトル行列と $P_\mu = (E/c, \vec{p})$ のスカラー積をつくってやれば、それはローレンツ変換に対して不変となる。式は次のようになる：

$$(\gamma_0 \frac{E}{c} - \vec{\gamma}\cdot\vec{P})\psi = mc\psi \quad (6-51)$$

又は

$$E\psi = (c\vec{\alpha}\cdot\vec{P} + mc^2\beta)\psi \quad (6-52)$$

これは Dirac の方程式と呼ばれ、フェルミオンの運動方程式を表す。ここで

$$\gamma_0 = \beta = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \gamma_0^2 = \beta^2 = 1$$

$$\vec{\alpha} = \begin{pmatrix} 0 & \vec{\sigma} \\ \vec{\sigma} & 0 \end{pmatrix}, \vec{\gamma} = \beta\vec{\alpha} = \begin{pmatrix} 0 & \vec{\sigma} \\ -\vec{\sigma} & 0 \end{pmatrix}$$

$\vec{\sigma}$ はパウリ行列 (Pauli matrix) と呼ばれる行列で

$$\sigma_x = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \sigma_y = \begin{pmatrix} 0 & i \\ -i & 0 \end{pmatrix}, \sigma_z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

$$\sigma_x\sigma_y = -\sigma_y\sigma_x = i\sigma_z$$

$$\sigma_y\sigma_z = -\sigma_z\sigma_y = i\sigma_x$$

$$\sigma_z\sigma_x = -\sigma_x\sigma_z = i\sigma_y$$

また σ_i はエルミート行列である。

ここで簡単に行列の復習をしておく。

行列 $A = (a_{ij})$ で表すと

複素共役 complex conjugate $A = (a_{ij}^*)$

(但し $a = \alpha + i\beta$ とすると $a^* = \alpha - i\beta$; α, β は実数)

転置行列 transposed matrix $A^T = (a_{ji})$

エルミート共役 hermite conjugate $A^\dagger = (a_{ji}^*)$

ユニタリ行列 unitary matrix $A^\dagger = A^{-1}$

エルミート行列 hermitian matrix $A^\dagger = A$

SU行列 special unitary matrix

$|A| = 1$ なるユニタリ行列

さて Dirac の方程式を微分形式にするには

$$E \rightarrow i\hbar \frac{\partial}{\partial t}, \vec{P} \rightarrow -i\hbar \vec{\nabla}$$

と置き換えればよく

$$\left(\frac{i\hbar}{c} \gamma_0 \frac{\partial}{\partial t} + i\hbar \vec{\gamma} \cdot \vec{\nabla} \right) \psi = mc\psi$$

$$\left(\gamma_0 \frac{\partial}{\partial t} + c\vec{\gamma} \cdot \vec{\nabla} + i \frac{mc^2}{\hbar} \right) \psi = 0 \quad (6-53)$$

Dirac の方程式はもともと電子の運動方程式として導き出されたものである。これを自由電子（電場、磁場などの外場のない状態中の電子）の運動方程式として解いてみる。

まず静止電子を考える。つまり $\vec{p} = 0$ である。

(6-52)式より

$$E\psi = mc^2\beta\psi$$

ここで $\Psi = \begin{pmatrix} u \\ v \end{pmatrix}$ とおく。u, v は2行1列の2成分スピナーである。これを代入して

$$E \begin{pmatrix} u \\ v \end{pmatrix} = mc \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u \\ v \end{pmatrix}$$

行列を計算すると

$$Eu = mc^2u$$

$$Ev = -mc^2v$$

(6-54)

(i) 第1式より $u \neq 0$ とすると $E = mc^2$ となり、第2式より $v = 0$

(ii) 第2式で $v \neq 0$ とすると $E = -mc^2$ となり、第1式より $u = 0$

の2通りの解がある。(i)においてuの2成分については何の制約もつかないので、最も簡単な

$u_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ 及び $u_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ を基本解にとる。 u_1 と u_2 の線形結合式 $au_1 + bu_2$ (但し $a^2 + b^2 = 1$) は全て (6-54) の解である。

(ii) において (i) と同様に

$$v_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \text{ 及び } v_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

を基本解にとる。すると以上から次の4つの基本解が得られる。

$$\psi_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \psi_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \psi_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \psi_4 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (6-55)$$

但し ψ_1, ψ_2 は $E = mc^2$ の解、 ψ_3, ψ_4 は $E = -mc^2$ の解。ここで $E = -mc^2$ という負エネルギーが出てきた。これを Dirac は真空から電子を創り出したとき、後に残る正孔と考へた。これは "正の電荷をもった電子と見えるはず" とし、彼は陽電子の存在を 1928年に示唆した。1932年に見事陽電子が Carl D. Anderson によって宇宙線の中から霧箱を使って発見されている。Dirac は1933年に、Anderson は1936年にそれぞれノーベル物理学賞をもらっている。

さて求められた解に σ_z を作用させると

$$\sigma_z \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\sigma_z \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = -\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (6-56)$$

よって $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ は $\sigma_z = +1$ の、 $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ は $\sigma_z = -1$ の固有状態である。これは u_1 及び v_1 がスピンのZ方向 (つまり進行方向) を向いている状態、 u_2 及び v_2 がスピンのZ軸の負の方向 (進行方向と逆方向) に向いている状態を表す。

スピンを進行方向に投影したときの値をヘリシティー (h で表す) と呼ぶ。この量は質量が零の粒子にとって重要な量子数となる (後に出てくる)。

電子のスピン \vec{S} は

$$\vec{S} = \frac{\hbar}{2} \vec{\sigma}$$

である。普通 \hbar は省略し (又は $\hbar = 1$ にとる単位系をとり)、電子のスピン $S = 1/2$ と言う。ヘリシティーも普通 \hbar を省いて表す。ヘリシティーで表すと

$$u_1 \text{ 及び } v_1 \text{ は } h = +1/2$$

$$u_2 \text{ 及び } v_2 \text{ は } h = -1/2$$

の状態を表す。次に $\vec{p} \neq 0$ の場合を考える。進行方向をZ軸にとると、(6-52) 式より

$$(E\psi - mc^2)u = c\sigma_z pv$$

$$(E\psi + mc^2)v = c\sigma_z pu \quad (6-57)$$

まずヘリシティー $h = 1/2$ の正エネルギーの解を求める。

$h = +1/2$ の固有状態は $u = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ であるから

$$\psi_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ \phi_3 \\ \phi_4 \end{pmatrix} \text{ とおく。}$$

これを(6-57)に代入して

$$(E - mc^2) \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = cP \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \phi_3 \\ \phi_4 \end{pmatrix} = cP \begin{pmatrix} \phi_3 \\ -\phi_4 \end{pmatrix}$$

$$(E + mc^2) \begin{pmatrix} \phi_3 \\ \phi_4 \end{pmatrix} = cP \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = cP \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\text{よって } \phi_4 = 0$$

$$\phi_3 = (E - mc^2) / (cP) = cP / (E + mc^2)$$

$E_0 = \sqrt{c^2 P^2 + m^2 c^4}$ とおくと、 $E = \pm E_0$ であるが、 $E > 0$ であるから、 $E = E_0$ 。

$$\text{よって } h = +1/2 \text{ の解は } \psi = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ cP/(E_0 + mc^2) \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\psi_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ cP/(E_0 + mc^2) \\ 0 \end{pmatrix}, \psi_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ -cP/(E_0 + mc^2) \end{pmatrix}$$

$$\Psi_3 = \begin{pmatrix} -cP/(E_0+mc^2) \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \Psi_4 = \begin{pmatrix} 0 \\ cP/(E_0+mc^2) \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (6-58)$$

他の解についても同様にして解いた結果が (6-58) である。 Ψ_1, Ψ_2 は正エネルギーの解 (つまり粒子の状態) であり、 Ψ_3, Ψ_4 は負エネルギーの解 (つまり反粒子の状態) である。まとめると

	Ψ_1	Ψ_2	Ψ_3	Ψ_4
E =	E_0	E_0	$-E_0$	$-E_0$
h =	+1/2	-1/2	+1/2	-1/2

但し全体の波動関数は上記の4成分スピナーに進行波部分をかけたものであり、進行波部分は (6-21) の微分方程式を満たすようにつくればよく

$$\Psi_{sp} = e^{-\frac{i}{\hbar}(E_0 \cdot \vec{P} \cdot \vec{r})} \quad (6-59)$$

である。つまり波動関数全体は

$$\Psi = \Psi_i \Psi_{sp} = \Psi_i e^{-\frac{i}{\hbar}(E_0 \cdot \vec{P} \cdot \vec{r})} \quad (6-60)$$

但し粒子のときは $E=E_0$ 、反粒子のときは $E=-E_0$ で、波の進行方向は逆になる。この Ψ を (6-53) に入れると

$$\frac{\partial \Psi}{\partial t} = -\frac{i}{\hbar} E \Psi$$

$$\nabla \Psi = \frac{i}{\hbar} \vec{P} \Psi$$

であるから、方程式 (6-52) となる。

また式 (6-57) で u 又は v を消去すると $\sigma_z^2 = 1$ であるから、

$$(E^2 - c^2 P^2 - m^2 c^4) \begin{pmatrix} u \\ v \end{pmatrix} = 0 \quad (6-61)$$

つまり u も v も Klein-Gordon の式を満たすことがわかる。

次に粒子、反粒子のパリティを調べる。空間反転オペレーターを $\hat{\beta}$ と書く。方程式 (6-51) より

$$(\gamma E - c \vec{\gamma} \cdot \vec{P} - mc^2) \psi = 0$$

左から $\hat{\beta}$ を作用させると、 \vec{p} は符号を変えるので

$$\hat{\beta} (\gamma E - c \vec{\gamma} \cdot \vec{P} - mc^2) \psi = (\gamma E + c \vec{\gamma} \cdot \vec{P} - mc^2) \hat{\beta} \psi = 0$$

次に左から元に戻す $\hat{\beta}^{-1}$ を作用させると、これは元に戻らないといけなから

$$\hat{\beta}^{-1} (\gamma E + c \vec{\gamma} \cdot \vec{P} - mc^2) \hat{\beta} = (\gamma E - c \vec{\gamma} \cdot \vec{P} - mc^2)$$

このような4行4列の行列を捜すと

$$\hat{\beta} = \gamma_0$$

であることがわかる。

$\gamma_0^{-1} = \gamma_0, \gamma_0 \vec{\gamma} = -\vec{\gamma} \gamma_0$ という性質を使うと簡単に証明ができる。空間部分 $e^{-\frac{i}{\hbar}(\vec{E} \cdot \vec{P} \cdot \vec{r})}$ は $(\vec{P} \cdot \vec{r})$ が立体空間でスカラー積になっていて、空間反転に対して符号は変わらない。つまり空間部分は空間反転に対して不変。

静止した電子、陽電子を考えると (6-55式)、

$$\gamma_0 \Psi_{1,2} = \Psi_{1,2}$$

$$\gamma_0 \Psi_{3,4} = -\Psi_{3,4} \quad (6-62)$$

つまり静止した電子は $P=+1$ 、陽電子は $P=-1$ のパリティを持つ。

(注) $\hat{\beta} = -\gamma_0$ としてもよい。すると $\hat{\beta}(e^-) = -1$,

$\hat{\beta}(e^+) = +1$ となる。一般に素粒子の絶対的なフェーズを知ることはできず、どれかを固定した時、それに対するフェーズの差を知ることができる。

電子に限らず、フェルミオンの場合、静止している粒子と反粒子のパリティは逆である。

次にニュートリノについて調べてみる。ニュートリノは電荷を持たないため、弱い相互作用しかせず、物質とほとんど相互作用しない。ニュートリノには ν_e, ν_μ, ν_τ と3種類あるが、いずれも今のところその質量を測ることができず、上限しか求められていない。(但し ν_e についてだけ零でない質量の測定結果の報告が2、3或るが、確認されていない)。1990年のPDG^[21]によると、

$$m(\nu_e) < 17 \text{ eV}$$

$$m(\nu_\mu) < 0.27 \text{ MeV}$$

$$m(\nu_\tau) < 35 \text{ MeV}$$

中性子のβ崩壊 $n \rightarrow p + e + \bar{\nu}_e$ によって、ある原子核は e を出しながら $Z \rightarrow Z+1$ というβ崩壊をする。もし $n \rightarrow p + e$ だけであつたら、ほとんど止っている中性子からの2体崩壊なので、放出される電子の運動量は一定の値をもつはずである。

($m_n = 939.6 \text{ MeV}, m_p = 938.3 \text{ MeV}, m_e = 0.51 \text{ MeV}$ として、この運動量の値を求めよ)。ところが実験してみると $P=0 \sim P_{\text{max}}$ まで分布する。しかし測定器につかまるのは e だけである。このことから1930年にWolfgang Pauli が "電氣的に中性で、物質とほとんど作用しない粒子、ニュートリノが出ている" と指摘した。ニュートリノの直接の観測は1956年に原子炉を使ってなされた。

実験によると ν の核子に対する散乱断面積 $\sigma_{\nu N}$ は：

$$\sigma_{\nu N} \cong 10^{-38} E \text{ (cm}^2\text{)} = 10^{-14} E \text{ (barn)} \quad (6-63)$$

(但し E は GeV 単位)

核子の断面積は

$$\sigma_N \cong \pi r_N^2 \cong \pi (1\text{fm})^2 = 3 \times 10^{-26} \text{ cm}^2$$

つまり $\sigma_{\nu N} \cong (\sigma_N/3) \times 10^{12}$ と νN の断面積は核子の持つ幾何学的断面積に較べて桁違いに小さい。

(6-63) よりニュートリノが地球にぶつかったときの、平均自由行程 λ (mean free path; 衝突するまでに進む距離の平均) を計算してみると

$$\lambda = 1 / (\rho N_A \sigma)$$

$$\rho \text{ は地球の平均密度 } \rho = 5.49 \text{ g/cm}^3$$

$$N_A \text{ はアボガドロ数 } N_A = 6.02 \times 10^{23}$$

$E_\nu = 1 \text{ GeV}$ として計算すると

$$\lambda = 3.1 \times 10^{13} \text{ cm} = 3.1 \times 10^8 \text{ km}$$

つまり 1 GeV のニュートリノは簡単に地球 (直径 $1.3 \times 10^4 \text{ km}$) をつき抜けてしまう。

さて、今のところ $m_\nu = 0$ と思われている。 $m_\nu = 0$ とすると (6-57) は

$$\begin{aligned} E\mathbf{u} - c\vec{\sigma} \cdot \mathbf{P}\mathbf{v} &= 0 \\ E\mathbf{v} - c\vec{\sigma} \cdot \mathbf{P}\mathbf{u} &= 0 \end{aligned} \quad (6-64)$$

第1式より ($E = cp$ のとき)

$$\mathbf{u} = \frac{\vec{\sigma} \cdot \mathbf{P}}{p} \mathbf{v} = 2h\nu \quad (\text{但し } h \text{ はヘリシティ)}$$

負エネルギー ($E = -cp$) のときは

$$\mathbf{u} = -\frac{\vec{\sigma} \cdot \mathbf{P}}{p} \mathbf{v} = -2h\nu$$

$\mathbf{u} = \mathbf{v}$ とすると

$$\text{正エネルギーでは } h = 1/2$$

$$\text{負エネルギーでは } h = -1/2$$

$\mathbf{u} = -\mathbf{v}$ とすと

$$\text{正エネルギーでは } h = -1/2$$

$$\text{負エネルギーでは } h = +1/2$$

実験してみるとニュートリノは全て $h = -1/2$ で $h = +1/2$ はないので、自然界では $\mathbf{u} = -\mathbf{v}$ のように見える。

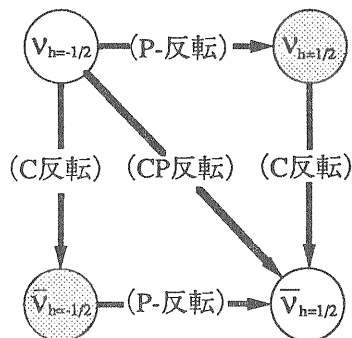


図 6-2

ここで C -反転、 P -反転を考えてみる。 P -反転するとヘリシティは反転する (スピンは反転しないが、 \vec{p} が反転するため)。図 6-2 でもわかるように $\nu_{h=+1/2}$ 及び $\bar{\nu}_{h=-1/2}$ が存在しないため、 ν の関与する弱い相互作用では C 及び P の反転に対する不変性は成立しない。しかし CP 反転に対する不変性は成立する。これは弱い相互作用の一般的な性質である。

$\mathbf{u} = -\mathbf{v}$ とすると方程式は

$$(E + c\vec{\sigma} \cdot \mathbf{P}) \mathbf{u} = 0 \quad (6-65)$$

これをワイル (Weyl) の方程式と呼ぶ

つまり $m = 0$ のフェルミオンはワイルの方程式中の 2 成分スピナーで表される。

このように 2 成分で表わされるニュートリノをワイルニュートリノ、4 成分で表されるニュートリノをディラックニュートリノと呼ぶ。 $m_\nu = 0$ なのか $m_\nu > 0$ なのかは重要な物理課題である。

また ν と $\bar{\nu}$ を同一粒子とするモデルがある。このようなニュートリノをマヨラナ (Majorana) ニュートリノと呼び、 ν_M と書く。すると

$$n_1 \rightarrow p_1 + e^- + \nu_M$$

$$\nu_M + n_2 \rightarrow p_2 + e^-$$

つまりニュートリノが一切でず、 e^- を 2 個放出し、 $Z \rightarrow Z + 2$ なる β 崩壊が可能となる。この反応は $0\nu\beta\beta$ 崩壊 (又は単に二重 β 崩壊) と呼ばれており、現在のところこのような崩壊は観測されていない。

6-4 2 粒子の電磁相互作用による散乱

前項では電子の原子核のクーロン場による散乱を調べたが、この項ではスピンをもった 2 粒子の電磁相互作用を調べる。

$e^- P$ 散乱

$e^- P$ 散乱を例にとると、そのファイマン図は図 6-3 のようである。

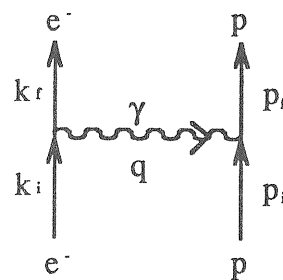


図 6-3

ここで運動量は4元表示を用い、 $p_\mu = (E/c, \vec{p})$ と定義する。運動量遷移も4元となって

$$q_\mu = k_\mu(i) - k_\mu(f) = \left(\frac{\epsilon_i - \epsilon_f}{c}, \vec{k}_i - \vec{k}_f \right) = p_\mu(f) - p_\mu(i) \quad (6-66)$$

また電子・陽子はDirac方程式を満たすフェルミオン波動関数で、その波動関数を ψ 、Dirac方程式の基本解スピノル (2×1 の行列式) を u とすると、規格化条件

$$\int |\psi|^2 d^3r = 1$$

より

$$\psi = \sqrt{\frac{m}{EV}} u \quad (6-67)$$

ここからは $c = \hbar = 1$ という単位系をとる。

さて図6-3のファイマン図の散乱行列式は、左側の電子電流と、右側の陽子電流の相互作用であり、4元電流 J_μ は

$$J_\mu = \bar{\psi}_f \gamma_\mu \psi_i \quad (6-68)$$

と表わせる。但し $\bar{\psi}_f = (\gamma_0 \psi_f)^\dagger = \psi_f^\dagger \gamma_0$ 。左右の電流の間で交換される光子は $1/q_\mu^2$ で表わされる。(一般にファイマン図で粒子が交換されると、それは propagator と呼ばれ、 $1/(q_\mu^2 + m^2)$ という形で散乱行列の中に入ってくる)。つまり図6-3に対する散乱行列式 T_{fi} は次のように書き表わされる。

$$\begin{aligned} T_{fi} &= e^2 j_\mu(e) \frac{1}{q_\mu^2} j_\mu(p) (2\pi)^4 \delta^4(k_i + p_i - k_f - p_f) \\ &= \frac{e^2 m M (2\pi)^4}{V^2 \sqrt{\epsilon_i \epsilon_f E_i E_f}} (\bar{u}_f \gamma_\mu u_i) \frac{1}{q_\mu^2} (\bar{U}_f \gamma_\mu U_i) \\ &\quad \times \delta^4(k_i + p_i - k_f - p_f) \quad (6-69) \end{aligned}$$

但し電子のエネルギー、スピノルを ϵ_j, u_j ；陽子のエネルギー、スピノルを E_j, U_j とした。

散乱断面積は

$$\sigma = \frac{1}{J_{inc} N_i} \int \omega_{fi} \rho(\epsilon_f, E_f) d\epsilon_f dE_f \quad (6-70)$$

ここで単位時間、単位体積当りの遷移確立 ω_{fi} は、

$$\omega_{fi} = |T_{fi}|^2 / (VT) \quad (6-71)$$

状態密度

$$\rho(\epsilon_f, E_f) d\epsilon_f dE_f = \frac{V^2}{(2\pi)^6} d\vec{k}_f d\vec{p}_f \quad (6-72)$$

J_{inc} は単位時間当りの入射粒子密度、 N_i は標的粒子密度で

$$J_{inc} = |\mathbf{v}_i - \mathbf{v}_i| / V, \quad N_i = 1/V$$

\mathbf{v}_i は標的粒子の速度で、実験室系では零。詳しい計算は省くが、以上を計算すると実験室系では

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{Dirac} = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{Rutherford} \left(\cos^2 \frac{\theta}{2} - \frac{q^2}{2M^2} \sin^2 \frac{\theta}{2} \right) \quad (6-73)$$

ここで

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{Rutherford} = \frac{\alpha^2}{4k_i^2 \sin^4(\theta/2)} \frac{k_f}{k_i} \quad (6-74)$$

但し相対論的に計算した結果である。 M は陽子質量。

$$q^2 \equiv -4k_i k_f \sin^2(\theta/2) \equiv -4k_i^2 \sin^2(\theta/2)$$

$\frac{k_f}{k_i} = \left(1 + \frac{2k_i \sin^2(\theta/2)}{M} \right)^{-1}$ であるから(6-74)は

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{Rutherford} = \frac{\alpha^2}{4k_i^2 \sin^4(\theta/2) \left(1 + \frac{2k_i \sin^2(\theta/2)}{M} \right)} \quad (6-74B)$$

とも書ける。さて(6-73)式の第一項はクーロン場による散乱項でMottの公式と呼ばれる。第二項は点状の荷電粒子がもつ磁気双極子 (magnetic moment) $\mu = e\hbar/(2mc)$ による散乱である。古典論では $\mu_0 = e\hbar/(4mc)$ となり、 $\mu = g\mu_0$ と記すと、量子論的には $g=2$ となる。事実、点状の荷電粒子 (電子、 μ 粒子等) では、ほぼ $g=2$ である。ここでほぼと書いたのは高次のファイマン図の寄与のため、実際は $g=2$ からずれるが、このずれは正確に計算されており、現在のところ実験結果とよく合っている。表6-1参照。さて陽子、中性子は内部構造を持っており、 $g \neq 2$ である。実験結果では

表6-1. g の値

電子	2.002 319 304 386 ± 0.000 000 000 020
(理論値)	2.002 319 304 ± 0.000 000 008
μ 粒子	2.002 331 846 ± 0.000 000 016
陽子	5.585 694 77 ± 0.000 000 13
中性子	-3.826 085 55 ± 0.000 000 9
* Van Dyck らの計算 (1977)	

さて陽子、中性子は内部構造をもっているため、

$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{Dirac}$ に形状因子 (form factor) を導入する。

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\text{Mott}} = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\text{Rutherford}} \cos^2 \frac{\theta}{2} \quad (6-75)$$

を定義して (6-73) を変形する

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\text{Dirac}} = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\text{Mott}} \left(1 - \frac{q^2}{2M^2} \tan^2 \frac{\theta}{2}\right) \quad (6-76)$$

これを陽子又は中性子中の構成素子 (フェルミオン) と入射電子との弾性散乱の合計と考えると、次のように書き換えられる。

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\text{Mott}} \left\{ \left(\frac{G_E^2 - \frac{q^2}{4M^2} G_M^2}{1 - \frac{q^2}{4M^2}} \right) - \frac{q^2}{2M^2} G_M^2 \tan^2 \left(\frac{\theta}{2}\right) \right\} \quad (6-77)$$

但し G_E は電氣的形状因子、 G_M は磁氣的形状因子と呼ばれ、両方とも q^2 の関数である。

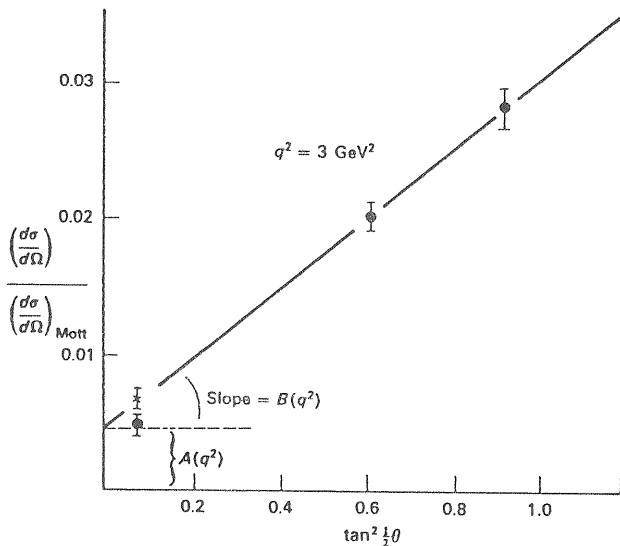
陽子では $G_E(q^2=0) = 1$, $G_M(q^2=0) = 2.79 = \mu_p$
 中性子では $G_E(q^2=0) = 0$, $G_M(q^2=0) = -1.91 = \mu_n$
 この式を Rosenbluth の式と呼ぶ。

つまり

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right) / \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\text{Mott}} = A(q^2) + B(q^2) \tan^2 \left(\frac{\theta}{2}\right) \quad (6-78)$$

エネルギーと θ を変えて、 q^2 を一定にして

$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right) / \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\text{Mott}}$ を調べると、事実 (6-78) の形をしていることが確かめられている (図6-4)。



The electron-proton scattering cross-section plotted for fixed q^2 and different scattering angles θ (Rosenbluth plot). (After Weber (1967).)

図 6-4

$e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-$ 散乱

このファイマン図は図6-5となる。

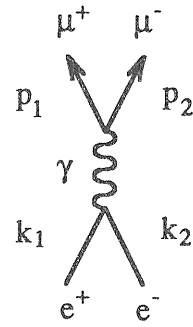


図 6-5

この散乱断面積は次のように求まる

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{\alpha^2}{4S} (1 + \cos^2 \theta^*) \quad (6-79)$$

但し θ^* は重心系での散乱角
 積分して

$$\begin{aligned} \sigma &= \frac{\alpha^2}{4S} \int_{-1}^{+1} (1 + \cos^2 \theta^*) d\Omega \\ &= \frac{\alpha^2}{4S} \int_{-1}^{+1} (1 + \cos^2 \theta^*) d\phi^* d\cos\theta^* \\ &= \frac{\alpha^2}{4S} \frac{8}{3} 2\pi \end{aligned}$$

よって

$$\sigma = \frac{4\pi\alpha^2}{3S} \quad (6-80)$$

ここで S は次のように定義され、重心系の質量の二乗を表し、ローレンツ不変量である。

$$S = (k_1^\mu + k_2^\mu)^2 = (p_1^\mu + p_2^\mu)^2$$

重心系では $\epsilon_1^* = \epsilon_2^* = \epsilon^*$, $E_1^* = E_2^* = E^*$,

$$\vec{k}_1 + \vec{k}_2 = \vec{p}_1 + \vec{p}_2 = 0$$

であるから

$$S = 4\epsilon^{*2} = 4E^{*2}$$

この散乱断面積は電子、陽電子の2ヶの点状フェルミ粒子への消滅断面積であり、衝突型実験ではいろいろな比較の目安になる基本的な量である。

7. 弱い相互作用

原子核のβ崩壊、中性子、Λ粒子、π中間子などの崩壊、ニュートリノと核子 (p及びn) との相互作用などは弱い相互作用によって起きる。弱い相互作用はレプトン同士、レプトンとクォーク間、又はクォーク同士に働く力である。

弱い相互作用において、クォーク及びレプトンは表5-2に示したように、左巻粒子 (右巻反粒子) は弱荷電スピン 1/2 の 2 重項として振る舞い、右巻粒子 (左巻反粒子) は弱荷電スピン 0 の 1 重項として振る舞う。弱い相互作用は弱電流同士の相互作用として表され、弱電流 (weak current) には、 W^\pm 粒子と結合する荷電弱電流 (j^\pm) と Z^0 粒子と結合する中性弱電流 (j^0) がある。弱い相互作用の散乱振幅 M は次のように表される。

$$M = \frac{G_F}{\sqrt{2}} j_{\text{weak}}^\dagger j_{\text{weak}} \quad (7-1)$$

$$j_{\text{weak}} = j_w^- + j_w^0$$

但し G_F は弱い相互作用の結合定数

第一世代について j_w^- を書くと

$$j_k = \bar{\psi}_\alpha \hat{O}_k \psi_\beta + \bar{\psi}_u \hat{O}_k \psi_d \quad (k=0-3) \quad (7-2)$$

ここで ψ_α は粒子 α の 4 成分スピナー

$$\hat{O}_k = \gamma_k (1 + \gamma_5) = \gamma_k - \gamma_5 \gamma_k \quad (7-3)$$

但し $\bar{\psi}_\alpha = \psi_\alpha^\dagger \gamma_0$

$$\gamma_5 = i\gamma_0\gamma_1\gamma_2\gamma_3 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$\bar{\psi}_\alpha \gamma_k \psi_\beta$ は 4 次元空間で、4 元ベクターとして振る舞う。

$\bar{\psi}_\alpha \gamma_5 \gamma_k \psi_\beta$ は 4 次元空間で 4 元擬ベクターとして振る舞う。

(注) 4 元ベクターを V_k 、4 元擬ベクターを A_k とすると、ローレンツ変換に対して V も A もベクターのように変換されるが、空間反転 \hat{P} に対して $\hat{P}\vec{V} = -\vec{V}$ 、 $\hat{P}\vec{A} = \vec{A}$ と変換する。

このような結合のし方を (V-A) 型と呼ぶ。また $(1 + \gamma_5)$ は $h=-1/2$ (左巻) を選び出す作用子になっており、(V-A) 型は左巻の粒子しか関与しない。つまり荷電弱電流の中には左巻粒子しか入らない。別の言い方をすれば、 W^\pm と結合できるのは左巻の粒子か右巻の反粒子だけである。一方中性弱電流は (V-A) 型と (V+A) 型、つまり左巻型と右巻型の両方がある、

$$j_k^0 = \sum_{\alpha=u,d,e,\nu} \bar{\psi}_\alpha (g_{L,\alpha} \hat{O}_k^L + g_{R,\alpha} \hat{O}_k^R) \psi_\alpha \quad (7-4)$$

と表す。各結合定数の大きさを表7-1にあげる。

表 7-1

g_L	g_R
1/2	0 for ν_e, ν_μ, ν_τ
$-1/2 + \sin^2_w$	\sin^2_w for e, μ, τ
$1/2 - (2/3) \sin^2_w$	$-(2/3) \sin^2_w$ for u, c, t
$-1/2 + (1/3) \sin^2_w$	$(1/3) \sin^2_w$ for d, s, b

さて我々は細かい計算はしないので (7-2) の荷電弱電流を次のように簡単に書くことにする。

$$j_w^- = \bar{\nu}_e e^- + \bar{u} d \quad (7-5)$$

ここで e^- (d) は電子 (d クォーク) を消す作用子で、 $\bar{\nu}_e$ (\bar{u}) は電子ニュートリノ (u クォーク) を作り出す作用子を意味する。ファイマン図で示すと図 7-1 のようになる。

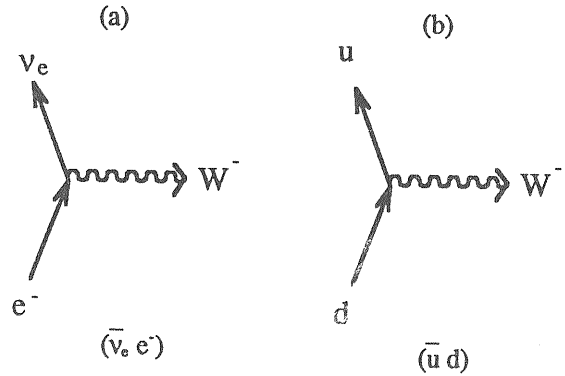


図 7-1

$$m_{W^\pm} = 80.6 \pm 0.4 \text{ GeV}$$

j_w^- の反粒子反転で j_w^+ ができ (図 7-2)

$$j_w^+ = \bar{e}^- \nu_e + \bar{d} u$$

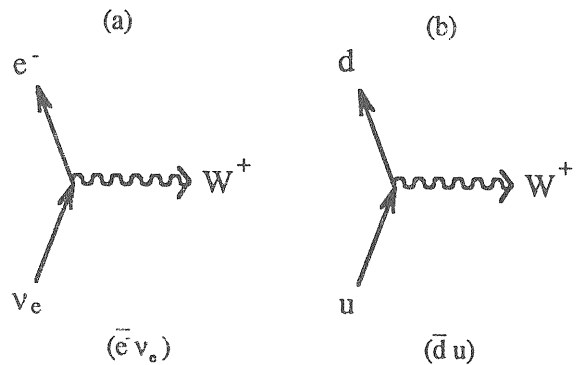


図 7-2

さて $j_w^\dagger j_w$ でどのような反応が起きるか見てみる。

(i) クォーク弱電流×レプトン弱電流
 $(\bar{\nu}_e e)^{\dagger} (\bar{u} d)$

これによって、次のような反応が起きる。



この逆反応



粒子・反粒子反転すると

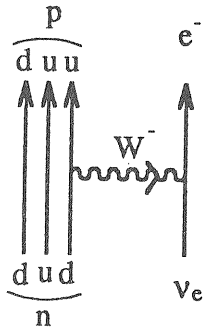


図 7-3

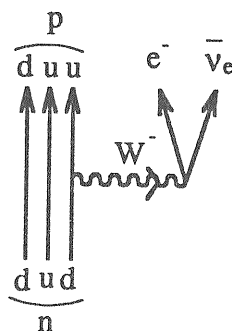
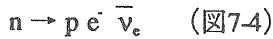


図 7-4

また次のような中性子のβ崩壊もこの型である。



関与する粒子の質量を調べると

$$\begin{array}{ll} m_n = 939.6 \text{ MeV} & m_p = 938.3 \text{ MeV} \\ & m_e = 0.5 \text{ MeV} \\ & m_{\nu} = 0 \end{array}$$

合計 938.3 MeV

始状態と終状態の合計質量差は0.8 MeV であり、この崩壊の平均寿命は15分である。

不確定性原理よりエネルギーレベル幅 Γ と寿命 τ の間には次のような関係がある。

$$\Gamma\tau = \hbar$$

普通共鳴状態で観測される素粒子は、だいたい $\Gamma \sim 100 \text{ MeV}$ を持っている。例えば ρ^0 は $(\pi\pi)$ 共鳴状態で、質量770 MeVを持っている。これは $M(\pi\pi)$ プロットをすると、幅約150 MeVを持ったピークとして観測される。 $\Gamma=100 \text{ MeV}$ を寿命に換算すると

$$\begin{aligned} \tau &= \hbar/\Gamma = c\hbar/(c\Gamma) \\ &= 197 \text{ (MeV}\cdot\text{fm)} / [3 \times 10^{10} \text{ (cm)} \cdot 100 \text{ (MeV)}] \\ &= 6.6 \times 10^{-24} \text{ (S)} \end{aligned}$$

但し $c\hbar = 197 \text{ MeV}\cdot\text{fm}$

$$1 \text{ fm} = 10^{-13} \text{ cm} \sim \text{核子の大きさ}$$

つまり強い相互作用で崩壊する素粒子の寿命は 10^{-24} S 程度である。これに比べて弱い相互作用で

崩壊する素粒子の寿命は、上の例でもわかるように非常に長い。寿命はそこに働く相互作用の強さ(結合定数の二乗)に逆比例する。従って寿命の違いからも弱い相互作用の弱さがわかる。他にもこの型の反応に次のような π 中間子の崩壊がある。



(図7-5)

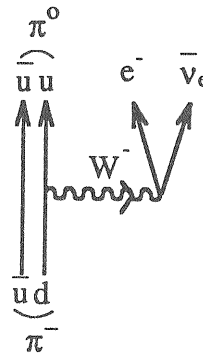


図 7-5

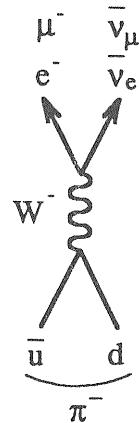


図 7-6



(図7-6)

この2つの崩壊において、先の反応では始状態と終状態の総質量の差が35 MeV しかないのに比べて、後の反応では139 MeV もある。普通終状態において、運動に使えるエネルギー(フェーズスペース)が大きい方が、反応断面積は大きい、この2体崩壊は特別である。これは次のように説明される。つまり親の π 中間子のスピンの成分が零のために、終状態の総角運動量のZ成分も零にならなければならない。反ニュートリノのヘリシティは+1/2 である。これと反対方向に飛んでいくレプトンの質量が零であれば、このヘリシティは-1/2 であり、総角運動量のZ成分は-1 (レプトンの方向をz軸にとった) となって、角運動量のZ成分を保存できず、反応は禁止される。従ってレプトンの質量が小さい場合は、強く禁止されるのである。計算するとこの崩壊比は

$$\frac{\text{BR}(\pi^- \rightarrow \mu^- \bar{\nu}_\mu)}{\text{BR}(\pi^- \rightarrow e^- \bar{\nu}_e)} = \frac{\{m_\mu (m_\pi^2 - m_\mu^2)\}^2}{\{m_e (m_\pi^2 - m_e^2)\}^2}$$

この値が $\sim 10^4$ であることは自分で確かめて欲しい。 π 中間子の平均寿命は $\tau = 2.6 \times 10^{-8} \text{ S}$ であり、 $c\tau = 780 \text{ cm}$ である。崩壊するまでにどのくらい飛行す

るか計算してみる。平均飛行距離 (mean flight path) を L とすると

$$L = c\beta\tau = (cp/E)c\tau = c\tau \cdot cp / (\gamma mc^2) \quad (7-6)$$

$p = 100 \text{ MeV}/c$ の荷電 π 中間子では、 $L = 4.5\text{m}$ である。

(ii) レプトンカレント×レプトンカレント

$$(\bar{\nu}_e e)^\dagger (\bar{\nu}_\mu \mu)$$

この型で起きる反応は次のような μ 粒子の崩壊である。(図 7-7)

$$\begin{aligned} \mu^- &\rightarrow e^- \bar{\nu}_e \nu_\mu \\ \tau_\mu &= 2.2 \times 10^{-6} \text{ S} \\ c\tau_\mu &= 660 \text{ cm} \end{aligned}$$

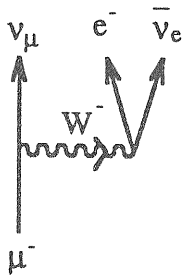


図 7-7

(iii) クォークカレント×クォークカレント

$$(\bar{u} d)^\dagger (\bar{u} s)$$

この型で起きるのは主にハドロンの崩壊である。普通クォークの反応には必ず強い相互作用を伴い、弱い相互作用は隠されてしまう。しかし一部のハドロン崩壊は、強い相互作用で崩壊すべき下の状態が無く、弱い相互作用のみ起こる場合がある。この崩壊は次のようにして起きる。S-クォークには第1世代の d クォークと、第2世代の s' クォークが混じっていることが知られている。 d クォークも s クォークと直交する形で、 d クォークと s' クォークが混じっている。これを式にして表すと

$$\begin{aligned} d &= d' \cos\theta_c - s' \sin\theta_c \\ s &= d' \sin\theta_c + s' \cos\theta_c \end{aligned} \quad (7-7)$$

θ_c はカビボー角 (Cabibo angle) と呼ばれており、 $\sin\theta_c = 0.24$ である。つまり表 (5-2) のクォークに関する部分は

$$\begin{pmatrix} u \\ d' \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} c \\ s' \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} t \\ b' \end{pmatrix} \quad (7-8)$$

となっており

$$\begin{pmatrix} d \\ s \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\theta_c & -\sin\theta_c \\ \sin\theta_c & \cos\theta_c \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d' \\ s' \end{pmatrix} \quad (7-8B)$$

カビボー角は第一世代と第二世代間の混じりで

あるが、実は第二・第三及び第一・第三世代の間でも混じりがある。(7-8) はすでにそうしてある。 $b - \bar{b}$ でできている Υ が発見されたのは1977年であるが、まだ Υ が発見されていない1973年に、もし第三世代があって、これらが互いに混じり合えば、当時謎とされていた、 K^0 崩壊における CP の破れが説明できることを示し、この混じり方を 3行3列の行列 (Kobayashi-Maskawa Matrix, 簡単には K-M Matrix と呼ばれている) で書き表したのが小林・益川であった。(先に弱い相互作用では CP は保存されるとしたが、実はこういった事情で、これも破れているのである)。図7-8でも s の中に $\sin\theta_c$ の割合で混じっている d クォークが u クォークに遷移するのである。この型の崩壊を具体的にあげると、

- $\Lambda \rightarrow p\pi^-$ BP = 64 % (図7-8 (a))
- $\Lambda \rightarrow n\pi^0$ BP = 36 % (図7-8 (b))

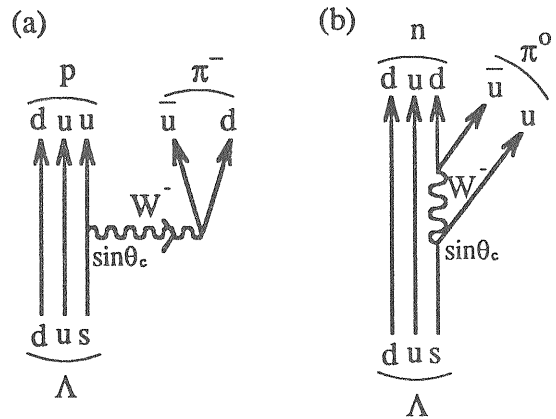


図 7-8

質量差のため例えば $\Lambda \rightarrow p\pi^-$ のような強い相互作用による崩壊は禁止されるため、弱い相互作用だけが働く。

$$\begin{aligned} \tau_\Lambda &= 2.63 \times 10^{-10} \text{ S} \\ c\tau_\Lambda &= 7.89 \text{ cm} \end{aligned}$$

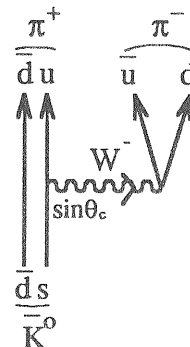


図 7-9

他に

$$\bar{K}^0, K^0 \rightarrow \pi^+ \pi^-; \quad K^\pm \rightarrow \pi^\pm \pi^0$$

$$\bar{K}^0, K^0 \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^0; \quad K^\pm \rightarrow \pi^\pm \pi^0 \pi^\pm, \pi^\pm \pi^0 \pi^0$$

などのk中間子の崩壊もこの型の崩壊である。

$$\tau(K^\pm) = 1.2 \times 10^{-8} \text{ S}$$

$$\tau(K_S^0) = 0.89 \times 10^{-10} \text{ S}$$

$$\tau(K_L^0) = 5.2 \times 10^{-8} \text{ S}$$

第一世代の中性弱電流を前述のように簡略化して書くと

$$j_w^\circ = (\bar{u}u)_L + (\bar{d}d)_L + (\bar{e}e)_L + (\bar{\nu}_e \nu_e)_L + (\bar{u}u)_R + (\bar{d}d)_R + (\bar{e}e)_R \quad (7-8)$$

但し各項には表 7-1 のような結合定数 $g_{L\alpha}$ または $g_{R\alpha}$ が掛かるが、ここでは省いてある。添字のL,Rはそれぞれ左巻 ($h=-1/2$)、右巻 ($h=+1/2$) のフェルミオンで作る弱電流であることを表す。図7-10 参照。但し

$$m_Z = 91.161 \pm 0.31 \text{ GeV}$$

中性弱電流で起きる反応を1例あげると

$$(\bar{u}u)^\dagger (\bar{\nu}_e \nu_e) \text{ 又は } (\bar{u}u)^\dagger (\bar{\nu}_\mu \nu_\mu)$$

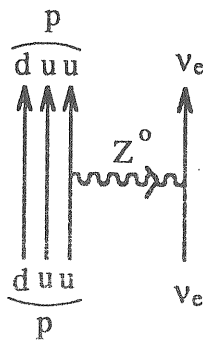


図 7-11

このように、一時弱い相互作用解明のため、盛んに行われた、 νN 散乱実験の中の弾性散乱は、中性弱電流によるものである。

次に弱い相互作用の性質について説明する。

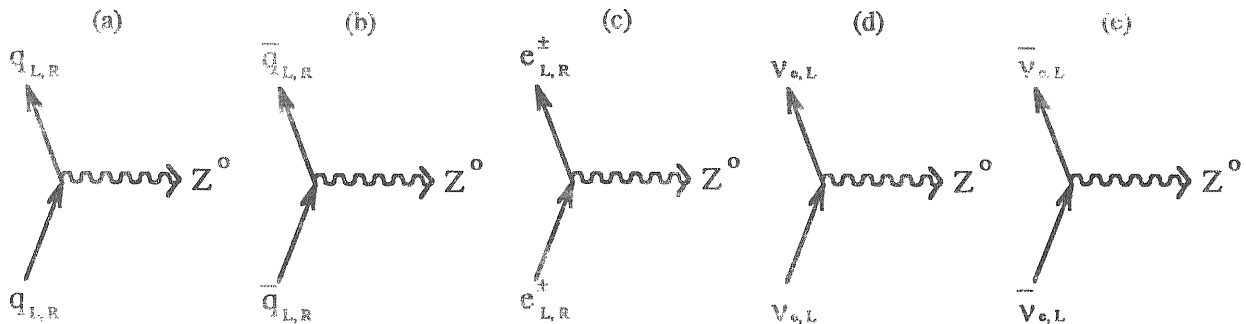


図 7-10

g (ストレンジネス), I, I_z の非保存

次のような Λ の崩壊において

$$\Lambda \rightarrow p \pi^- \quad (a)$$

$$\Lambda \rightarrow n \pi^0 \quad (b)$$

始状態と終状態の g (ストレンジネス), I, I_z をみてもと

	I	I_z	g
Λ	0	0	-1
(a)	1/2 又は 3/2	-1/2	0
(b)	1/2 又は 3/2	-1/2	0

以上のように、一般に弱い相互作用ではストレンジネス, I, I_z は保存されない。

C反転及びP反転に対する不変性の破れ

例えば $\text{Co}^{60} \rightarrow \text{Ni}^{60} + e + \bar{\nu}_e$ という Co^{60} の β 崩壊において、まず極低温・強磁場中で、 Co^{60} ($J=5$) のスピンを一定方向に揃える。磁場方向をZ軸にとると $I_z=+5$ となる。P反転をすると運動量は符号を変える。反応がP反転に対して不変ならば、運動量 \vec{p} で出てくる e^- も、 $-\vec{p}$ で出てくる e^- も同じ頻度でなければならない。つまり出てくる e^- の角分布をとると、 90° を境に対称にならなければならない。しかし、実験結果は非対称であった。

1956年中国系アメリカ人C.N. Yang (楊) とT.D. Lee (李) は β 崩壊におけるパリティの非保存の可能性を示唆し、上記の Co^{60} の β 崩壊の実験を提案し、やはり中国系アメリカ人C.S. Wu (呉) がこれを証明した。楊 (35才) と李 (31才) は1957年ノーベル物理学賞を受けている。

C反転についても例えば $\nu_\mu N$ と $\bar{\nu}_\mu N$ とでは反応のし方が異なることが知られており、C反転についても不変性は破れている。このことは第6章の図 6-2 でも説明されている。

以上のように弱い相互作用はC反転及びP反転に対して不変性は破れている。しかしCP反転に対しては不変であると思われていた。これもJ.W. CroninとV.L. FitchによってK°の崩壊で破れていることが1964年に示された。彼らはこの業績により1980年(実に16年も遅れて!)ノーベル物理学賞を受けている。先にも書いたように、このCPの破れは、1973年小林と益川によって3世代6個のクォークの導入と、それらの混入行列(Kobayashi-Maskawa行列)によって、やっと説明された。

W[±], Z° 中間子の導入について

弱い相互作用にW[±]及びZ°の交換が導入されるまでは、例えばνN散乱のファイマン図は図7-12のように書かれていた:

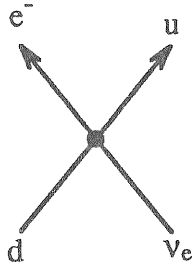


図 7-12

そしてこの結合定数を求めると、非常に小さいものとなる。実はこの弱い相互作用の弱さは、交換するW[±]又はZ°中間子が重いため、真の結合定数は電磁相互作用とほぼ同じである。このことを説明してみる。一般に粒子の交換力は湯川ポテンシャルで表せて、次のような形をしている。

$$V = \frac{g^2}{r} e^{-\lambda r} \quad (7-9)$$

以下Wを例にとって話を進めると、力の到達距離1/λは、Wのcompton波長程度であり

$$\frac{1}{\lambda_W} = \frac{c \hbar}{m_W c^2} \cong \frac{197 \text{ (MeV}\cdot\text{fm)}}{81 \text{ (GeV)}} = 2.5 \times 10^{-16} \text{ cm}$$

これを核力と比較すると、核力はπ中間子の交換力であり、

$$\frac{1}{\lambda_\pi} = \frac{c \hbar}{m_\pi c^2} \cong \frac{197 \text{ (MeV}\cdot\text{fm)}}{140 \text{ (MeV)}} = 1.4 \times 10^{-13} \text{ cm}$$

弱い力の到達距離は強い相互作用の約1/1000である。さてクォーク・レプトンによるWの放出・吸収の結合定数をgとすると(gは丁度クーロン散乱のときの電荷Qと同じと思えばよい)、W粒子

交換のポテンシャルは

$$V(r) = g^2 e^{-\lambda r} / r \quad (7-10)$$

レプトンのW放出: l → W + ν_lを考える。lからν_lに移るときの4元運動量遷移量は

$$q_\mu = p_\mu(l) - p_\mu(\nu_l)$$

散乱振幅は(7-10)のポテンシャルのq²=0(つまり超前方)での強さに比例する。これを求めるには、(7-10)をqを変数としてフーリエ展開すればよく

$$V(q^2) = \int V(r) e^{i\vec{q}\cdot\vec{r}} d\vec{r}$$

$$V(q^2=0) = \int V(r) d\vec{r} = g^2 \int \frac{1}{r} e^{-\lambda r} 4\pi r^2 dr$$

$$\begin{aligned} &= 4\pi g^2 \int_0^{1/\lambda} r e^{-\lambda r} dr \\ &\cong 3.3 g^2 / (\lambda^2) \\ &= 3.3 (g c \hbar / m_W c^2)^2 \end{aligned}$$

π中間子交換の場合も同様に議論でき

$$\frac{\text{弱い力の強さ}}{\text{強い力の強さ}} = \frac{(\text{弱い相互作用の散乱振幅})^2}{(\text{強い相互作用の散乱振幅})^2}$$

$$\sim \left(\frac{g_W}{g_s}\right)^4 \left(\frac{m_\pi^2}{m_W^2}\right)^2 \sim 10^{-14}$$

$$\left(\frac{m_\pi^2}{m_W^2}\right)^2 = \left(\frac{0.14}{81}\right)^4 \cong 10^{-11}$$

これより(g_W/g_s)² ~ 10⁻²。(e/g_s)² ~ 10⁻²であるからg ~ e。実験より

$$e^2 / g^2 = \sin^2 \theta_w = 0.23$$

と実際に電磁相互作用の強さe²と、弱い相互作用の強さg²は同じオーダーである。

K 中間子

K中間子は1940年代、霧箱を使って観測されて以来、現在に到ってもなお研究が続けられており、この研究によって、素粒子の世界のメカニズムの解明がいくつかなされた。K°は($\bar{s}d$)、 \bar{K}^0 は($\bar{d}s$)でできている。sの代わりにbが入ったB°($\bar{b}d$)及び \bar{B}^0 ($\bar{d}b$)が、Υ(4S) → $\bar{B}B$ という崩壊から出てくる。(B°と \bar{B}^0 の定義を逆にしている文献があるが、歴史を踏襲すれば、この定義の方が正しい)。Υ(4S)は($\bar{b}b$)で作る4番

目の共鳴状態で、 $J^P = 1^-$ 、 $m = 10.58 \text{ GeV}$ 。この B^0 中間子が K^0 と同じく、CP非保存の振る舞いをする事が知られており、近年この B 中間子の研究が脚光を浴びてきた。

(1) K の τ - θ パズル

宇宙線を金属板に当てて、そこから出てくる粒子を、霧箱や写真乾板で観測していた頃、質量は同じであるが、片方は1つの荷電粒子に、もう片方は3つの荷電粒子に崩壊する荷電粒子があることが発見された。その崩壊の飛跡の写真から前者は θ 粒子、後者は τ 粒子と呼ばれた。これは後で

$$K^{\pm} \rightarrow \pi^{\pm} \pi^0 \quad (a)$$

$$K^{\pm} \rightarrow \pi^{\pm} \pi^+ \pi^- \quad (b)$$

という崩壊であることが分かった。しかし終状態のパリティーを調べると (a) では

$$P_a = p_1 p_2 (-1)^L$$

但し p_1, p_2 は2ヶの π 中間子の固有パリティー、 L は2ヶの π 中間子間の角運動量

親の K 中間子のスピン $J=0$ であるから、角運動量保存則より、 $L=0$

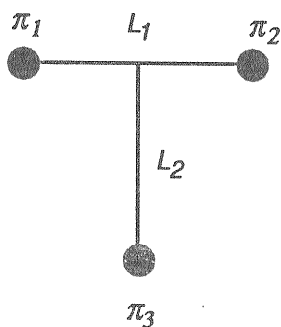
よって

$$P_a = p^2 (-1)^0 = +1$$

$$\text{但し } p_1 = p_2 = p$$

さて (b) では

$$P_b = p_1 p_2 p_3 (-1)^{L_1} (-1)^{L_2}$$



$$P_b = p^3 (-1)^{L_1+L_2}$$

角運動量の保存則より

$$\vec{L}_1 + \vec{L}_2 = 0$$

つまり

$$L_1 = L_2$$

よって

$$P_b = p = -1 \quad (\pi \text{ の固有パリティーは } -1)$$

K 中間子が発見された当時は、パリティーは保存されるものと思われていた。しかし (a) と (b)

とではパリティーが違う状態に崩壊していることになる。これは1953年 Dalitz によって指摘され、 τ - θ パズルと呼ばれた。

この問題は、先に書いたように、C.S. Wu の実験で、弱い相互作用では、パリティーが保存されないことが分かって解決した。

(2) K^0 崩壊における CP の非保存

K^0 は次のように 2π と 3π の崩壊モードを持っている。

$$K^0 \rightarrow \pi^+ \pi^- \quad (a-1)$$

$$\rightarrow \pi^0 \pi^0 \quad (a-2)$$

$$\rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^0 \quad (b-1)$$

$$\rightarrow \pi^0 \pi^0 \pi^0 \quad (b-2)$$

2π 系の CP を調べてみる。全体の波動関数を Φ 、粒子1と粒子2の交換作用子を \hat{E}_{12} とすると、ボーズ統計の要請から

$$\hat{E}_{12} \Phi = \Phi$$

粒子1と2の交換は空間反転してC反転するのと同じである。(5-2章の中間子の項での議論を思い出して欲しい)。粒子1と2はスピン0とし、系の空間部分の角運動量を L とすると、空間反転で $(-1)^L$ と符号を変える。よって

$$\hat{E}_{12} \Phi = C (-1)^L \Phi = \Phi$$

つまり 2π 系では $C = (-1)^L$ (7-11)

(1)で議論したように、 $P = (-1)^L$ 。よって

$$2\pi \text{ 系では } CP = (-1)^L (-1)^L = +1 \quad (7-12)$$

次に 3π 系の CP を調べてみる。 $\pi^+ \pi^- \pi^0$ の場合は π^+ と π^- の間の角運動量を L_1 、 $(\pi^+ \pi^-)$ 系と π^0 の間の角運動量を L_2 とする。 $(\pi^+ \pi^-)$ 系の C を C_{12} とすると、上の議論で $C_{12} = (-1)^{L_1}$ 、 π^0 の C を C_3 とすると $C_3 = +1$ 。従って全体の C は

$$C = C_{12} C_3 = (-1)^{L_1}$$

パリティーは各粒子の固有パリティーと、空間部分のパリティー $(-1)^{L_1+L_2}$ の積で、 $P = (-1)^3 (-1)^{L_1+L_2}$ 。従って

$\pi^+ \pi^- \pi^0$ の場合 $CP = (-1)^{L_1} (-1)^3 (-1)^{L_1+L_2} = (-1)^{L_1+1}$
 $3\pi^0$ の場合は $C = (+1)^3 = +1$, $P = (-1)^3 (-1)^{L_1+L_2}$ 。親はスピン零であるから、角運動量の保存則より $L_1 = L_2$ 。よって

$$\pi^0 \pi^0 \pi^0 \text{ の場合 } CP = (+1)(-1)^3 (-1)^{L_1+L_2} = -1$$

以上をまとめると

$$CP = +1 \text{ は } \begin{array}{l} \pi^+ \pi^- \\ \pi^0 \pi^0 \\ \pi^+ \pi^- \pi^0 \quad (L_1=1) \end{array}$$

$$CP = -1 \text{ は } \begin{array}{l} \pi^+ \pi^- \pi^0 \quad (L_1=0) \\ \pi^0 \pi^0 \pi^0 \end{array}$$

K^0 の崩壊において、P 及び C は保存されないが、CP は保存すると考えると、崩壊する K^0 は K^0 と \bar{K}^0 が混じりあって、CP = +1 と CP = -1 の固有状態の K_1^0 及び K_2^0 になって崩壊していると考えられる。 K^0 と \bar{K}^0 は C-反転で移り変わるが、これを

$$\widehat{CP} K^0 = \bar{K}^0 \quad (7-12)$$

と移り変わる状態を考える。もう一度 CP 反転を作用させると

$$\widehat{CP} \bar{K}^0 = K^0 \quad (7-13)$$

すると

$$\begin{aligned} K_1^0 &= \frac{1}{\sqrt{2}} (K^0 + \bar{K}^0) \\ K_2^0 &= \frac{1}{\sqrt{2}} (K^0 - \bar{K}^0) \end{aligned} \quad (7-14)$$

ここでは K^0 , \bar{K}^0 の波動関数を簡単に K^0 , \bar{K}^0 と書いてある。

従って

	$\frac{BR}{}$
CP = +1 は $K_1^0 \rightarrow \pi^+ \pi^-$	0.686
$\pi^0 \pi^0$	0.314
$\pi^+ \pi^- \pi^0 \quad (L_1=1) < 4.9 \times 10^{-5}$	$< 4.9 \times 10^{-5}$
CP = -1 は $K_2^0 \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^0 \quad (L_1=0)$	0.124
$\pi^0 \pi^0 \pi^0$	0.216

$K_1^0 \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^0 \quad (L_1=1)$ は、終状態で利用できる運動エネルギーがほとんどなく、P-wave ($L_1=1$) を作りやすく、抑制される。さて終状態の phase space の大きなものほど崩壊し易く、寿命は短くなる。つまり K_1^0 は K_2^0 に比べ、短い寿命を持つ。 $\tau_1 = 0.89 \times 10^{-10} \text{ S}$, $\tau_2 = 5.2 \times 10^{-8} \text{ S}$ である。しかしよく調べると、 $\pi^+ \pi^-$ 崩壊するものの中に、 τ_2 の寿命を持っているものが混じっていることが発見された。これが CP 非保存の発見である。現在は短い寿命を持っている K^0 を K_S^0 、長い寿命を持っている K^0 を K_L^0 と書き、

$$\begin{aligned} K_S^0 &= \frac{1}{\sqrt{1+|\epsilon|^2}} (K_1^0 - \epsilon \bar{K}_2^0) \\ K_L^0 &= \frac{1}{\sqrt{1+|\epsilon|^2}} (K_1^0 + \epsilon \bar{K}_2^0) \end{aligned} \quad (7-15)$$

つまり $|\epsilon|^2$ だけ長寿命の 2π 崩壊があり、同じ割合だけ短寿命の 3π 崩壊があることになる。また CP の破れを直接表すパラメーターとして、次のような量を定義する。

$$\eta_{+-} = \frac{f(K_L^0 \rightarrow \pi^+ \pi^-)}{f(K_S^0 \rightarrow \pi^+ \pi^-)} = |\eta_{+-}| e^{i\phi_{+-}}$$

$$\eta_{00} = \frac{f(K_L^0 \rightarrow \pi^0 \pi^0)}{f(K_S^0 \rightarrow \pi^0 \pi^0)} = |\eta_{00}| e^{i\phi_{00}} \quad (7-16)$$

CP の破れ方を、(7-15) のように K_S^0 が K_2^0 を含んでいるため、そして K_L^0 が K_1^0 を含んでいるためとする考え方（これを "CP の間接的破れ" と言う）と、 $K_S^0 = K_1^0$, $K_L^0 = K_2^0$ であり、 K_1^0 (K_2^0) が直接 CP の違う 3π (2π) に崩壊するとする考え方（これを "CP の直接的破れ" と言う）がある。

CP の直接的破れを表すパラメーターを ϵ' として

$$\begin{aligned} \eta_{+-} &= \epsilon + \epsilon' \\ \eta_{00} &= \epsilon - 2\epsilon' \end{aligned} \quad (7-17)$$

と表される。CP の直接的破れがあれば、 $\eta_{+-} \neq \eta_{00}$ となるはずである。

(3) その他

他にも K^0 の研究から、重要な事が幾つか発見されたが、ここではその概略を記す。詳しくは文献 [18] を見ていただきたい。

(3-1) なぜ FCNC (flavor changing neutral current) が K^0 崩壊にないのか。

(u, d, s) の 3 クォークしか発見されていなかったとき、(u, d) は弱荷電スピン二重項、s は $I_w=0$ の一重項と思われていた。また d は

$$d' = d \cos\theta_c + s \sin\theta_c$$

と d と s がカビボ一角で混じっているとされていた。すると中性弱電流の $\bar{d}d$ 成分は

$$\begin{aligned} \bar{d}d &= \bar{d}d \cos^2\theta_c + (\bar{d}s + \bar{s}d) \sin\theta_c \cos\theta_c \\ &+ \bar{s}s \sin^2\theta_c. \end{aligned} \quad (7-18)$$

つまり K^0 は Z^0 と $\sin\theta_c \cos\theta_c$ の割合で結合し、 Z^0 は e^+e^- 対に崩壊するので

$$K^0 \rightarrow Z^0 \rightarrow e^+e^-, \mu^+\mu^- \quad (7-19)$$

という崩壊が可能ならずである。これは $\bar{d}d$ 成分の中から、 $\bar{s}d$ または $\bar{d}s$ が生じることから、flavor changing neutral current (略して FCNC) と呼ばれる。しかし実験ではこのような崩壊は観測されず、何らかの理由で抑制されていると思われた。これに対する答えは 3 クォークではなく、4 クォークあって、

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} u \\ d' \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} c \\ s' \end{pmatrix} \\ d' = d \cos\theta_c + s \sin\theta_c \\ s' = -d \sin\theta_c + s \cos\theta_c \end{aligned} \quad (7-20)$$

とすることによって、中性弱電流は $\bar{d}d + \bar{s}s'$ となり $\bar{s}d$ 及び $\bar{d}s$ が中性弱電流の中で、完全に相殺された。つまり K^0 崩壊での FCNC の不在から、4番目の c クォークの存在が予言されたのである。

(3-2) なぜ K^0_s と K^0_l で質量差がないのか。

$$K^0_s \equiv K^0_1 = \frac{1}{\sqrt{2}} (K^0 + \bar{K}^0)$$

$$K^0_l \equiv K^0_2 = \frac{1}{\sqrt{2}} (K^0 - \bar{K}^0)$$

K^0 と \bar{K}^0 は図7-13のようにして、互いに入れ替わるが、この散乱振幅を Δm とすると、 K^0_1 と K^0_2 の質量差は $2\Delta m$ となる。これから質量差を計算すると、実験値の約 1000 倍の大きさがでてくる。この問題も c クォークを導入することにより、 u の代わりに c が横に飛ぶ振幅が足され、互いに相殺し、質量差は無くなる。

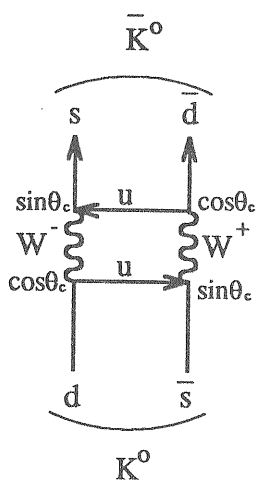


図 7-13

(3-3) CP の破れ

これについては先に書いたように、この問題を解決するために、第3世代の存在と、各世代間の混じりが小林、益川によって予言された。

8. 強い相互作用

強い相互作用は三つの色を持ったクォーク間に働く力である。レプトンには働かない。この力を媒介する粒子はグルーオンと呼ばれる質量零、 $J^P = 1^-$ の粒子である。現在のところクォークもグルーオンも直接には観測されておらず、これら色を持った粒子は単独では存在しえないとされている。

三つの色を持ったクォークを (q_R, q_G, q_B) と表す。R(赤)、G(緑)、B(青)は光の3原色を採用したのだが、勿論これは本当の色とは違う。3種の量子数をこう呼んでいるのである。つまり物理学者はクォークに色香を持たせてしまったのである。

グルーオンはこの3色のクォークと結合し、クォークの色を他の色に変える役目をする。つまり3色の色を吸収し、別の3色の色を付与するのでその種類は $3 \times 3 = 9$ 個あるが、このうち1個は、 (u, d, s) クォークで $q\bar{q}$ の中間子を作ったときと同じようにスカラーとなって、他のメンバーから独立してしまう。つまり8個の状態が残る。

このように3色のクォークどうしが、8色のグルーオンを交換しながら、互いに相互作用することによって、強い相互作用を説明する理論は、QCD (Quantum Chromo-Dynamics; 量子色力学) と呼ばれて、現在の標準理論になっている。ここでは QCD の詳しい説明はしないが、ハドロン中のクォーク分布について説明し、また強い相互作用の結合定数の性質について説明する。

クォークの存在は、電子と核子の深非弾性散乱実験で、初めて実証されたが、今日では次のような高エネルギー現象からも知ることができる。

8-1 パートン (クォーク) の存在を示す:

高エネルギーでの νN 散乱

$e+e^- \rightarrow$ hadrons 散乱

ジェット現象

$\sigma(\nu_\mu N \rightarrow \mu^- + \text{hadrons})$

ν_μ 散乱の相手が point-like (点状) で、弾性散乱であれば

$$\sigma \propto G_F^2 P^2 \quad (8-1)$$

但し G_F は弱い相互作用の結合定数で Fermi 結合定数と呼ばれている。

P^0 は CMS での運動量

$$S = (E_\nu^* + E_p^*)^2 = (P^* + \sqrt{P^{*2} + M_p^2})^2 \cong 2E_\nu M_p$$

よって $P^{*2} \cong E_\nu M_p / 2$

代入して

$$\sigma \propto G_F^2 E_\nu M_p \quad (8-2)$$

但し添字P はパートンを意味する。

従って νN 散乱が、 ν と核子中のパートンとの弾性散乱と考えると

$$\sigma/E_\nu = \text{一定} \text{ のはず。}$$

図8-1 に $\sigma(\nu N)/E_\nu$ ($\sigma(\bar{\nu} N)/E_\nu$) を E_ν (E_ν) の関数として示した。ここにはCERN, Fermilab, Serpukhov での実験データが一緒にプロットしてある。 $\sigma(\nu N)/E_\nu$ 及び $\sigma(\bar{\nu} N)/E_\nu$ が一定であることが良く分かる。尚 $\sigma(\nu N)/E_\nu$ が $\sigma(\bar{\nu} N)/E_\nu$ より約2倍大きいのは、角運動量の保存則から、 $\bar{\nu} N$ 後方散乱が禁止されるからである。 νN 散乱では重心系で前後方対称である。

R ratio

$$R = \frac{\sigma(e^+e^- \rightarrow \text{hadrons})}{\sigma(e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-)}$$

なる比を考えると、分母は図8-2の (a) の散乱断面積であり、分子は (b) を寄与しているクォーク分だけ合計した散乱断面積である。高エネルギー散乱を考えるので、各粒子の質量は無視できて

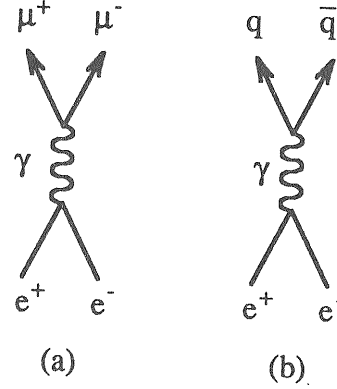


図 8 - 2

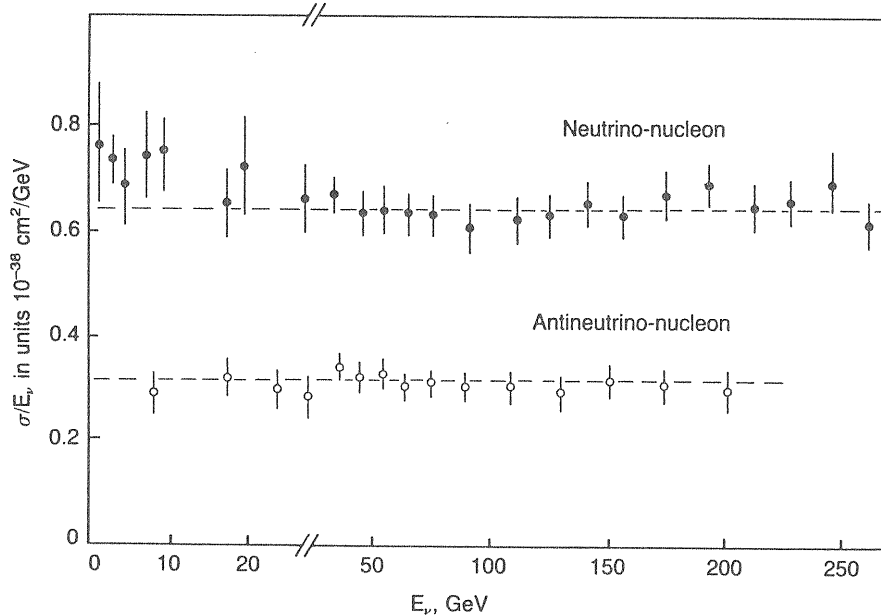
$$\frac{\sigma(e^+e^- \rightarrow q\bar{q})}{\sigma(e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-)} = Q_q^2 \quad (8-3)$$

但し Q_q は e を単位としたクォークの電荷 また (6-80) より

$$\sigma(e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-) = \frac{4}{3} \frac{\pi (c\hbar)^2 \alpha^2}{S} Q_\mu^2 = \frac{86.8 \text{ (nb)}}{S \text{ (GeV}^2)}$$

よって b クォークまで寄与しているとする

$$\begin{aligned} \frac{\sigma(e^+e^- \rightarrow \text{hadrons})}{\sigma(e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-)} &= \sum_q Q_q^2 \quad (8-4) \\ &= 3 \times \left\{ \left(\frac{1}{3}\right)^2 + \left(\frac{2}{3}\right)^2 + \left(\frac{1}{3}\right)^2 + \left(\frac{2}{3}\right)^2 + \left(\frac{1}{3}\right)^2 \right\} \\ &= 11/3 \cong 4 \end{aligned}$$



Total neutrino and antineutrino cross-sections on nucleons as a function of energy, from experiments at CERN, Fermilab, and Serpukhov. The ratio of cross-section per nucleon to incident energy is practically constant over two orders of magnitude and is a direct demonstration of pointlike constituents (partons) inside the nucleon. The gentle dependence of σ/E on energy is predicted in the field theory of interacting quarks (QCD).

図 8 - 1

R in e^+e^- Collisions

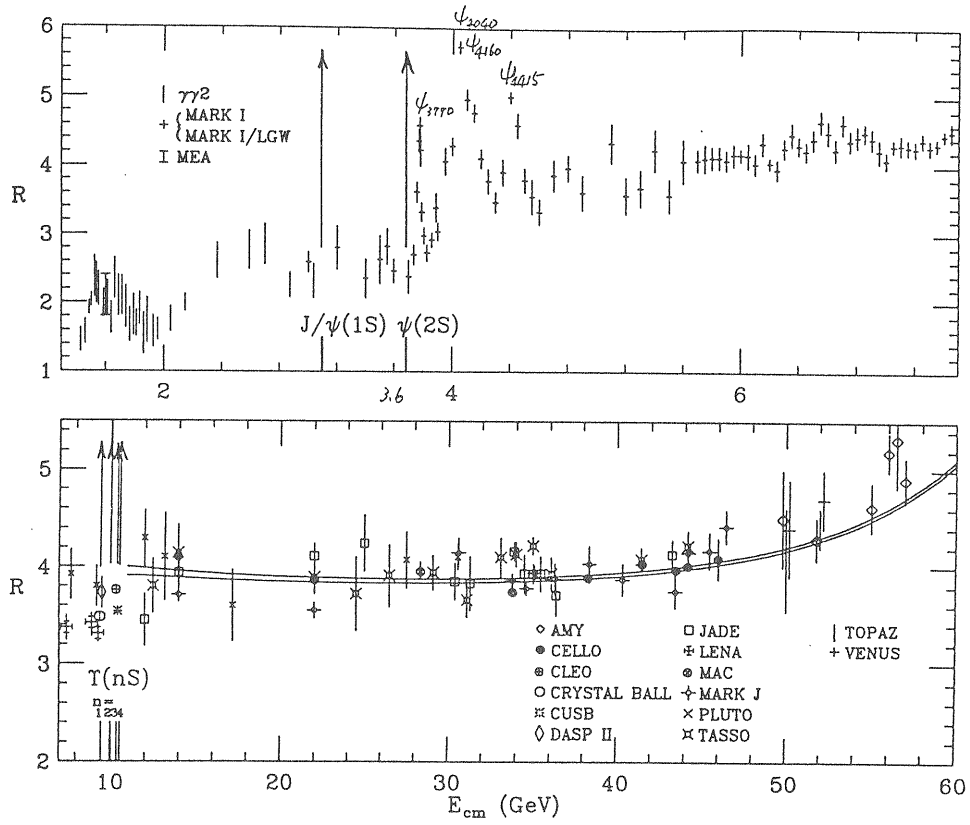
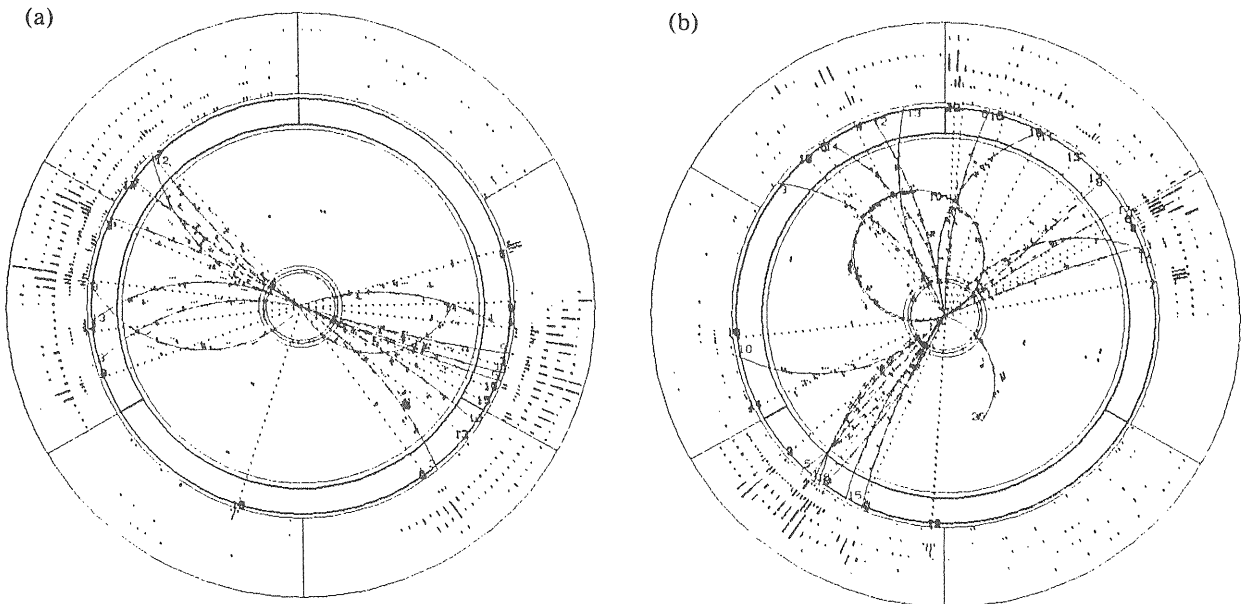


図 8-3



典型的なハドロン事象。(a) 2 ジェット事象, (b) 3 ジェット事象.

この式で、初めの3×は3色のカラーの分、括弧の中は順にd, u, s, c, bクォークの寄与の分である。これがPEP (SLAC; 14.5 GeV), PETRA (DESY; 23.5 GeV), TRISTAN (KEK; 32 GeV) でのRの値である。括弧のなかはビームエネルギー値。もしtクォークがでてくればRは4/3跳ね上がるはずである。図8-3に横軸に $E_{cm} (= \sqrt{S})$ をとってRの変化を示す。J/ψ (c \bar{c}) 付近からR値が跳ね上がっているのが分かる。Υ (b \bar{b}) 付近からはbクォークが効くはずであるが、寄与は1/3と小さく、分からない。尚TRISTAN領域ではZ (91 GeV)の影響でR値が上がり始めている。

ジェット事象

電子・陽電子散乱では、これらが一旦γになり、そしてq \bar{q} の対生成を行う。q及び \bar{q} はそのまま外に出てこれず、真空中からq \bar{q} 対を引き出して、複数のハドロンになり (ハドロン化 hadronization と呼ぶ)、外に出てくる。これがジェットと呼ばれる事象である。図8-4に、トリスタン実験で得られたジェット事象中の、各粒子の飛跡の図を示す。ハドロンは親のクォークの方向に走るので、図8-4 (a) の2ジェットの場合はほとんど互いに反対方向に分かれる。(b) の3ジェットの場合は、片側のクォークがグルーオンを放出し、各々がハドロン化してジェットを作ったものである。このときグルーオンのエネルギーは小さいので、そこから作られるジェットのエネルギーの総和も、他の2つのジェットに較べると小さい。

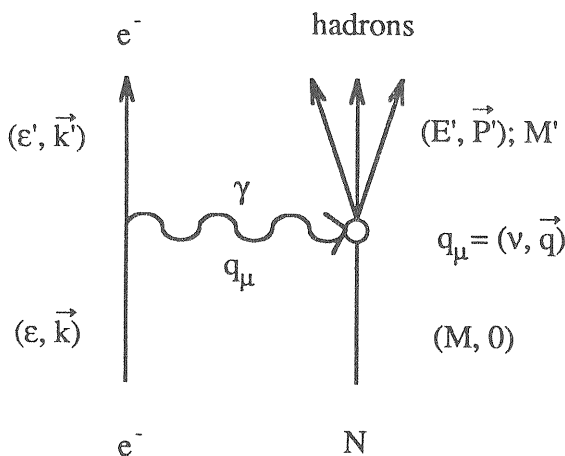


図 8-5

8-2 電子・核子 深非弾性散乱

Deep inelastic electron-nucleon scattering

ここでは歴史上初めて、クォークの存在を直接実証した電子・核子 深非弾性散乱について学ぶ。電子と核子の散乱を考える。但し核子は散乱により、複数のハドロン状態になるとする。4元運動量遷移 (four momentum transfer) を次のように定義する。図 8-5 を見ていただきたい。

$$q_\mu = k_\mu - k'_\mu = p'_\mu - p_\mu \quad (8-5)$$

4元運動量遷移の二乗 (four momentum transfer squared) を t で表すと

$$t = q_\mu^2 = \nu^2 - \vec{q}^2 \dots \text{ローレンツ不変} \quad (8-6)$$

核子側のバーテックスで見ると、

$$t = (E' - M)^2 - \vec{p}'^2$$

実験室系をとる。よって

$$t = M'^2 + M^2 - 2ME' = M'^2 - M^2 - 2Mv \quad (8-7)$$

($E' = M + v$ を代入した)

ここでM' は複数ハドロン系の総質量
電子側でみると

$$t = (\epsilon' - \epsilon)^2 - (\vec{k}' - \vec{k})^2 = 2m_e^2 - 2(\epsilon'\epsilon - k'k\cos\theta)$$

$\epsilon', \epsilon \gg m_e$ とすると

$$t \cong 2m_e^2 - 2k'k(1 - \cos\theta) \cong -4k'k\sin^2(\theta/2)$$

よって

$$t \cong -4k'k\sin^2(\theta/2) \leq 0 \quad (8-8)$$

従ってt は散乱角と関係し

(-t) → 0 は前方散乱 ($\theta \rightarrow 0$)

(-t) → 大 は大角度散乱 ($\theta \rightarrow$ 大)

t は電子側バーテックスから放出されて、核子側バーテックスで吸収される光子の、質量の二乗に相当するものであるが、t は負の値である。これは、この光子が実空間には現われない仮想光子のためである。

ここで $t = q_\mu^2 = -Q^2$ とおく。 $Q^2 \geq 0$ (注: このQ は電荷ではない。Q値という意味である)

非弾性散乱の場合M' も変数である。つまり変数は $\cos\theta$ の他にもう一つ選ぶ必要があり、v をもう一つの変数とする。また $\cos\theta$ の代わりに Q^2 をとる。ここで

$$v = E' - M$$

$$Q^2 = 2kk'(1 - \cos\theta) = 4kk'\sin^2(\theta/2)$$

(6-70) より、実験室系をとると

$$\sigma = \frac{1}{(v/V)(1/V)} \int \frac{1}{VT} |T_{fi}|^2 \frac{V^2}{(2\pi)^6} d^3\vec{k}' d^3\vec{p}'$$

ここで $|T_{fi}|^2$ の中に $\delta^4(k+p-k'-p')$ があり

$$\int \delta^4(k+p-k'-p') d^3\vec{p}' = \delta(\varepsilon + M - \varepsilon' - E)$$

つまり $d^3\vec{p}'$ の積分は消え、 $d^3\vec{k}' = k'^2 dk' d\Omega$ が残る。
この結果は

$$\frac{d^2\sigma}{d\Omega dk'} = \frac{\alpha^2}{4k^2 \sin^4\theta} \frac{k'}{k} \left[\frac{W_2 \cos^2\theta}{2} + \frac{2W_1 \sin^2\theta}{2} \right] \quad (8-9)$$

と書ける。但し W_1, W_2 は Q^2 及び v の関数である。

$$\begin{aligned} Q^2 &= 2kk'(1-\cos\theta) \\ dQ^2 &= -2kk'd\cos\theta + 2k(1-\cos\theta)dk' \\ &= -2kk'd\cos\theta + 2k(1-\cos\theta)(dk'/d\cos\theta)d\cos\theta \\ &= -2k^2 d\cos\theta \end{aligned}$$

よって

$$d\Omega = 2\pi d\cos\theta = -(\pi/k^2)dQ^2 \quad (8-10)$$

$\varepsilon = v + \varepsilon'$ であるから

$$dk' \equiv d\varepsilon' = -dv$$

以上より

$$\frac{d^2\sigma}{d\Omega dk'} = \frac{k^2}{\pi} \frac{d^2\sigma}{dQ^2 dv} \quad (8-11)$$

よって

$$\begin{aligned} \frac{d^2\sigma}{dQ^2 dv} &= \frac{4\pi\alpha^2}{Q^4} \frac{k'}{k} \\ &\quad \times \left[\frac{W_2(Q^2, v) \cos^2\theta}{2} + \frac{2W_1(Q^2, v) \sin^2\theta}{2} \right] \end{aligned} \quad (8-12)$$

と書ける。このような包括的散乱 (inclusive scattering) のときには、 (Q^2, v) の代わりに次のような変数 (x, y) がよく使われる。

$$x = Q^2/(2Mv) \quad (8-13)$$

$$y = v/k \quad (8-14)$$

y は入射電子から仮想光子によって持ち去られるエネルギー v と、入射電子のエネルギー $\varepsilon = k$ の比である。 x は核子がパートンでできているとすると、あるパートンが持っている運動量 p_i と、親の核子の持つ運動量 P との比である。このことを説明する。

非弾性散乱は、入射電子が標的核子の構成素子であるパートンと直接散乱を起こし、弾性散乱で叩き出されたパートンが、ハドロン化したものと解釈できる。

Q/c は質量の次元を持っており、この粒子の広がり、コンプトン波長 \hbar/Q 程度のはずである。つまり、入射電子から核子に向かっていく仮想光子というプローベの位置分解能は

$$r_{res} \equiv \hbar/Q \quad (8-15)$$

Q が増大すると、 r_{res} が小さくなり、つまり位置分解能が上がり、次第に核子の構成素子が見えてくると考えられる。実験では Q^2 の大きな所でも、散乱断面積はそれ程小さくならず、核子が更に小さい構成素子からできていることを示す。この様子は、Rutherford が金属箔にアルファ粒子を入射して、原子核の存在を示したときと、状況が似ている。

今核子が Z 軸方向に運動量 P で動いているとし、これに対して核子中の構成素子は静止していると見做せるとする。構成素子 i の運動量を

$$p(i) = x_i P \quad (8-16)$$

と表す。すると

$$\sum_i p(i) = P \quad (8-17)$$

$$\sum_i x_i = 1 \quad (8-18)$$

これを一般化して

$$p_\mu(i) = x_i P_\mu$$

と表す。 $M^2 = P_\mu^2, m_i^2 = p_\mu^2(i)$ であるから

$$m_i = x_i M$$

k 番目の構成素子が衝突したとすると

$$q_\mu = p'_\mu(k) - p_\mu(k)$$

$$p_\mu(k) + q_\mu = p'_\mu(k)$$

両辺二乗して

$$(p_\mu(k) + q_\mu)^2 = (p'_\mu(k))^2$$

$$\text{右辺} = m_k^2$$

$$\text{左辺} = (p_\mu(k))^2 + q_\mu^2 + 2p_\mu(k) \cdot q_\mu$$

$$= m_k^2 + q_\mu^2 + 2p_\mu(k) \cdot q_\mu$$

よって

$$\begin{aligned} q_\mu^2 &= -Q^2 = -2p_\mu(k) \cdot q_\mu \\ &= -2(E_k v - \vec{p}_k \cdot \vec{q}) \\ &= -2x_k(E_N v - \vec{P} \cdot \vec{q}) \end{aligned}$$

$p_\mu(k) \cdot q_\mu$ はローレンツ不変量なので、その値は系のとり方によらない。ここでは実験室系をとる。

つまり

$$\vec{P} = 0, \quad E_N = M_N$$

(E_N, M_N は核子のエネルギーと質量)

すると

$$q_\mu^2 = -Q^2 = -2M_N v x_k$$

よって

$$x_k = \frac{Q^2}{2M_N v} \quad (8-19)$$

v は仮想光子のエネルギーで

$$v = E' - E$$

以上使った近似式は $Q, q_0 \approx 1 \text{ GeV}$ で成立する。
さて電子と電荷 $\kappa_i e$ を持ったパートンの弾性散乱断面積は (6-73) より

$$\frac{d\sigma^{(i)}}{d\Omega} = \frac{\alpha^2}{4k^2 \sin^4 \frac{\theta}{2}} \frac{k'}{k} \left[\kappa_i^2 \cos^2 \frac{\theta}{2} + \kappa_i^2 \frac{Q^2}{2m_i^2} \sin^2 \frac{\theta}{2} \right] \quad (8-20)$$

$d\Omega = -\frac{\pi}{k^2} dQ^2$ であるから

$$\frac{d\sigma^{(i)}}{dQ^2} = -\frac{4\pi \alpha^2 k'}{Q^4 k} \left[\kappa_i^2 \cos^2 \frac{\theta}{2} + \kappa_i^2 \frac{Q^2}{2m_i^2} \sin^2 \frac{\theta}{2} \right] \quad (8-21)$$

$$\begin{aligned} q_\mu^2 &= -Q^2 = v^2 - q^2 \\ &= (E'_1 - m)^2 - p_i'^2 \\ &= 2m_i^2 - 2m_i E'_1 \\ &= -2m_i (E'_1 - m) \\ &= -2m_i v \end{aligned}$$

つまり

$$Q^2 = 2m_i v \text{ 又は } v = Q^2 / (2m_i) \quad (8-22)$$

(8-21)の左辺の微分に v による微分を追加する。

$$\frac{d^2 \sigma^{(i)}}{dQ^2 dv} = -\frac{4\pi \alpha^2 k'}{Q^4 k} \left[\kappa_i^2 \cos^2 \frac{\theta}{2} + \kappa_i^2 \frac{Q^2}{2m_i^2} \sin^2 \frac{\theta}{2} \right] \delta\left(v - \frac{Q^2}{2m_i}\right) \quad (8-23)$$

(8-12) と (8-23) を較べてみると

$$\begin{aligned} W_1^{(i)} &= \kappa_i^2 \frac{Q^2}{4m_i^2} \delta\left(v - \frac{Q^2}{2m_i}\right) \\ &= \kappa_i^2 \frac{Q^2}{4x^2 M^2} \delta\left(v - \frac{Q^2}{2xM}\right) \end{aligned} \quad (8-24)$$

$$W_2^{(i)} = \kappa_i^2 \delta\left(v - \frac{Q^2}{2xM}\right) \quad (8-25)$$

全てのパートンの寄与を合計するには、各パートンの存在確立 $f_i(x)$ をかけて、 x について積分し、 i について合計すればよい。

まずは簡単なほうから

$$\begin{aligned} W_2(v, Q^2) &= \sum_i \int_0^1 dx f_i(x) \kappa_i^2 \delta\left(v - \frac{Q^2}{2Mx}\right) \\ &= \sum_i \kappa_i^2 \int_0^1 dx f_i(x) \delta\left(\frac{v}{x} \left(x - \frac{Q^2}{2Mv}\right)\right) \\ &= \sum_i \kappa_i^2 \frac{x}{v} f_i(x) \end{aligned}$$

$$W_2(v, Q^2) = F(x) / v \quad (8-26)$$

$$\text{但し } F(x) = \sum_i \kappa_i^2 x f_i(x) \quad (8-27)$$

同様に

$$\begin{aligned} W_1(v, Q^2) &= \sum_i \int_0^1 dx f_i(x) \kappa_i^2 \frac{Q^2}{4M^2 x^2} \delta\left(v - \frac{Q^2}{2Mx}\right) \\ &= \sum_i \frac{Q^2 \kappa_i^2}{4M^2} \int_0^1 dx \frac{f_i(x)}{x^2} \delta\left(\frac{v}{x} \left(x - \frac{Q^2}{2Mv}\right)\right) \\ &= \sum_i \frac{Q^2 \kappa_i^2 f_i(x)}{4M^2 x^2 v} \\ &= \sum_i \frac{Q^2 \kappa_i^2 f_i(x)}{4M^2 v x} \end{aligned}$$

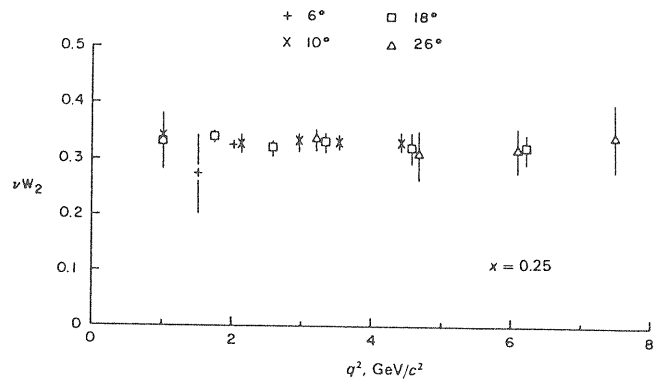
$x = Q^2 / (2Mv)$, $2Mvx = Q^2$ であるから

$$\begin{aligned} W_1(v, Q^2) &= \sum_i \frac{Q^2}{2Mvx} \frac{\kappa_i^2}{2M} f_i(x) \\ &= \sum_i \frac{\kappa_i^2}{2M} f_i(x) \\ &= \frac{1}{2Mx} \sum_i x \kappa_i^2 f_i(x) \end{aligned}$$

よって

$$W_1(v, Q^2) = \frac{1}{2Mx} F(x) \quad (8-28)$$

つまりパートン模型では、形状因子 W_1 及び vW_2 は (v, Q^2) の関数ではなく、 $x = Q^2 / (2Mv)$ の関数となる。これを Bjorken のスケーリングと言う。図 8-6 に実験結果を示す。これはいろいろな角度で $x = 0.25$ に固定して Q^2 を変数にして vW_2 を測定した結果である。 vW_2 が Q^2 に関係なく一定であることが分かる。



vW_2 (or F_2) as a function of q^2 at $x = 0.25$. For this choice of x , there is practically no q^2 -dependence, that is, exact "scaling." (After Friedman and Kendall (1972).)

図 8-6

以上より (8-12) は次のように書ける。

$$\begin{aligned} \frac{d^2\sigma}{dQ^2 dv} &= \frac{4\pi\alpha^2 k'}{Q^4 k} \\ &\times \sum_i \left[\kappa_i^2 \frac{x}{v} f_i(x) \cos^2 2\theta + \kappa_i^2 \frac{1}{M} \frac{Q^2}{2m_i^2} f_i(x) \sin^2 2\theta \right] \\ &= \frac{4\pi\alpha^2 k'}{Q^4 k} \left[\frac{x}{v} \cos^2 2\theta + \frac{1}{M} \frac{Q^2}{2m_i^2} \sin^2 2\theta \right] \sum_i \kappa_i^2 f_i(x) \end{aligned} \quad (8-29)$$

深非弾性散乱は $v > M$ で重要となってくるので、第一項は第二項に較べて寄与は小さい。従って各パートンの寄与は

$$\frac{d^2\sigma^{(i)}}{dQ^2 dv} \propto \kappa_i^2 f_i(x) \quad (8-30)$$

核子の構成素子としては u, d, g (グルーオン) 及び少数の $s, \bar{u}, \bar{d}, \bar{s}$ が考えられる。k番目のクォーク (反クォーク) の x 分布を $f_k(x)$ ($\bar{f}_k(x)$) と書く。

k番目のクォークの核子内にある数 n_k は

$$n_k = \int_0^1 f_k(x) dx \quad (8-31)$$

また

$$p_k/P = \int_0^1 x f_k(x) dx \quad (8-32)$$

$$\frac{d^2\sigma}{dQ^2 dv} \propto \sum_i \kappa_i^2 (f_i(x) + \bar{f}_i(x)) \quad (8-33)$$

ここで陽子の中の u, d クォークの x 分布を $u(x), d(x)$ と書く。荷電スピン空間で X 軸又は Y 軸のまわりに半回転すると (つまり Z 軸の向きを反転すると) $p \rightarrow n, n \rightarrow p$ に移る。このときクォークは $u \rightarrow d, d \rightarrow u, \bar{u} \rightarrow \bar{d}, \bar{d} \rightarrow \bar{u}$ に移る。よって p の状態を、 Z 軸の向きを反転するような回転をすることによって、 n の状態を得ることができる。
 $e^- p$ において

$$\frac{d^2\sigma}{dQ^2 dv} \propto \frac{4}{9} (u(x) + \bar{u}(x)) + \frac{1}{9} (d(x) + \bar{d}(x))$$

この式で、荷電スピン空間の Z 軸の向きを反転してやると、 $e^- n$ の分布になり、 $e^- n$ では

$$\frac{d^2\sigma}{dQ^2 dv} \propto \frac{4}{9} (d(x) + \bar{d}(x)) + \frac{1}{9} (u(x) + \bar{u}(x)) \quad (8-34)$$

次にニュートリノと核子の散乱を考える。実験では主に ν_μ を使うので (ν_μ の方が ν_e よりも得や

すいため)、ここでは ν_μ について記す。許される反応式をあげると

$$\begin{aligned} \nu_\mu + d &\rightarrow \mu^- + u, & \bar{\nu}_\mu + u &\rightarrow \mu^+ + d \\ \nu_\mu + \bar{u} &\rightarrow \mu^- + \bar{d}, & \bar{\nu}_\mu + \bar{d} &\rightarrow \mu^+ + \bar{u} \end{aligned} \quad (8-35)$$

(8-35) の散乱振幅を計算して

$\nu_\mu p$ において

$$\frac{d^2\sigma}{dQ^2 dv} = d(x) + \bar{u}(x) (1 - y^2)$$

$\bar{\nu}_\mu p$ において

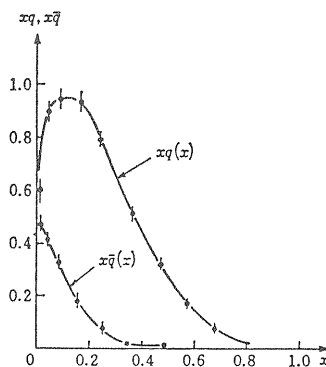
$$\frac{d^2\sigma}{dQ^2 dv} = u(x) (1 - y^2) + \bar{d}(x) \quad (8-36)$$

以上のような量を測定することによって、 $e^- N, \nu_\mu N, \bar{\nu}_\mu N$ の散乱実験から、核子内のクォークの分布を知ることができる。以下に実験の結果、わかった事を列挙する。

$$(1) \int_0^1 (u(x) - \bar{u}(x)) dx \cong 2, \int_0^1 (d(x) - \bar{d}(x)) dx \cong 1 \quad (8-37)$$

核子の中には本来の核子の構成素子 (valence quark) の他に、 (q, \bar{q}) の対で、真空からつくり出されたクォーク (sea quark) がある。 (q, \bar{q}) の対でつくられたものは q と \bar{q} で全く同じ分布をしているはずであるから、 $(u(x) - \bar{u}(x))$ 又は $(d(x) - \bar{d}(x))$ は本来の核子の構成要素であるクォーク (valence quark) の分布と思ってよい。従って (8-37) の結果は陽子が u クォーク 2 個と、 d クォーク 1 個できていることを表す。

(2) x 分布は図8-7のようである。



核子内のクォークの x 分布
($q = u + d, \bar{q} = \bar{u} + \bar{d}$)

図 8-7

(3) q, \bar{q} のもつ運動量は全体の半分。

$$\int_0^1 x (u(x) + \bar{u}(x) + d(x) + \bar{d}(x)) dx \cong 0.5 \quad (8-38)$$

残りは電氣的に中性で、電磁相互作用及び弱い相互作用に関与しない粒子、つまりグルーオンが持っている。

(4) (8-37) の結果は u, d クォークの電荷を $+2/3, -1/3$ とした結果であり、この仮定が正しいことを示す。(但し符号は不明)

(5) s クォークなど重いクォークはわずかしか存在しない。陽子の運動量のうち、各クォークが占有する運動量の割合は

$$\begin{aligned} \int x u(x) dx &\cong 0.28, & \int x d(x) dx &\cong 0.15 \\ \int x \bar{u}(x) dx &\cong 0.03, & \int x \bar{d}(x) dx &\cong 0.03 \\ \int x s(x) dx &\cong 0.03, & \int x \bar{s}(x) dx &\cong 0.01 \end{aligned} \quad (8-39)$$

(6) Q^2 依存性を調べると、 Q^2 が大きくなるに従い q, \bar{q} の x 分布は x の小さい方へ移動し、 (q, \bar{q}) 対の数が増す。これは Q^2 増大とともに分解能が上がり、一つに見えていたクォークと (q, \bar{q}) ペアアが分離して見えてくるためと思われる。

J.I. Friedman (MIT), H.W. Kendall (MIT), R. Taylor (SLAC) はこの e^-N 深非弾性散乱を1967年 SLAC で行い、クォークの存在を初めて実証し、1990年ノーベル物理学賞を受けている。

8-3 QCD ポテンシャル

3つの色を持ったクォークが、8つの色を持ったグルーオンを交換しながら相互作用する。これが強い相互作用のメカニズムであり、これを説明する理論が、QCD (量子色力学 Quantum Chromodynamics) である。

クォーク及びグルーオン探査が、ある時期盛んに行なわれたが、いずれも失敗に終わっている。現在では、クォーク及びグルーオンは、単体では存在しないと思われる。それは QCD ポテンシャルのせいであり、ポテンシャルは次のような形をしている。

$$V_{QCD} = -\frac{4}{3} \frac{\alpha_s}{r} - kr \quad (8-40)$$

r が大きいところでは、第1項は小さくなるが、第2項のために

$$F = dV/dr = -k \dots \text{一定}$$

つまり一度くっついたクォークを、いくら離そうとしても、一定の力で引き合い続け、これを離すことはできない。

またクォークが作るハドロン粒子は無色になっていることが知られおり、

$$\text{中間子} = (q_i \bar{q}_i) \quad (i = R, G, B)$$

$$\text{重粒子} = (q_i q_j q_k) \quad (i, j, k = R, G, B \text{ 但し互いに等しくない}) \quad (8-41)$$

さてクォークonium (quarkonium, 同種のクォーク・反クォーク対で作る中間子) の質量より、 α_s の大きさを求めてみる。

クーロンポテンシャル $V_{em} = -\alpha/r$ の場合、これによってできるエネルギー準位は

$$E_n = -\frac{\alpha^2}{4n^2} m_e c^2$$

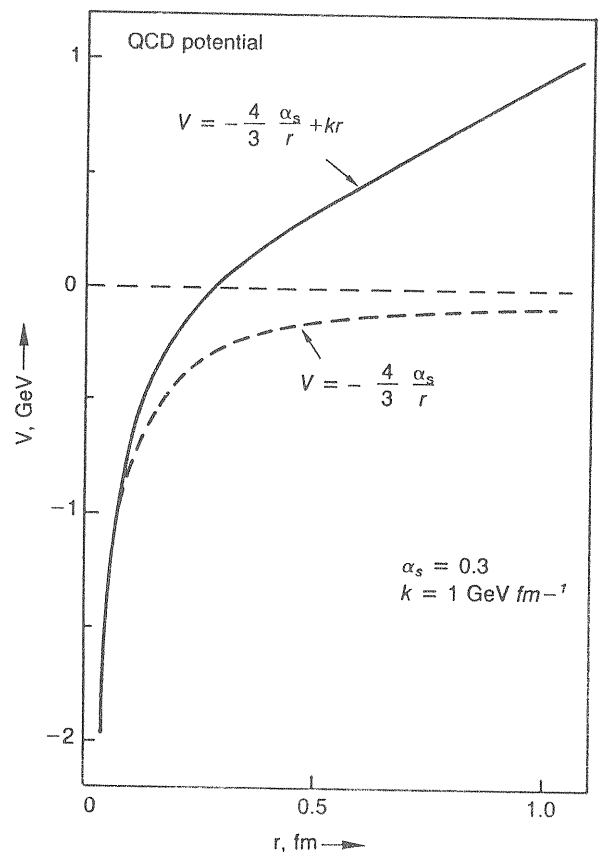


図 8-8

V_{QCD} の形を図8-8 に示すが、零次近似において

$$V_{QCD} \equiv -\frac{4}{3} \frac{\alpha_s}{r}$$

とできる。これから作られるエネルギー準位は

$$E_n^{(QCD)} \equiv -\frac{4\alpha_s^2}{9n^2} m_q c^2 \quad (8-42)$$

さて $(c \bar{c})$ の基底状態 (1S) は J/Ψ (3097), 励起 2S 状態は Ψ' (3685), $m_c = 1870 \text{ MeV}/c^2$ である。
($b \bar{b}$) の基底状態 (1S) は Υ (9460), 励起 2S 状態は Υ' (10023), $m_b = 5280 \text{ MeV}/c^2$ である。これから α_s を求めてみると、

表 8-1

	$(c \bar{c})$	$(b \bar{b})$
M_{1S}	3097	9460
M_{2S}	3685	10023
$(M_{2S} - M_{1S})$	588	563
クォーク質量	1870	5280
$(4/9)m_c^2 (1 - 1/4)$	623	1760
α_s	0.97	0.57

* 質量の単位は MeV/c^2

ここで使ったポテンシャルは第2項を無視したため、実際よりも深いポテンシャルになっており、第2項をきちんと入れて、求めると

$$\alpha_s \equiv 0.3 \quad (8-43)$$

8-4 動く結合定数

素粒子間の相互作用を議論するとき、高次のファイマン図を考慮しなければならない。例えば電磁相互作用においては、図8-9のような2次の図が考えられる。これは"真空分極"と呼ばれる項であるが、この散乱振幅は発散してしまう。それは途中でできる (e^+e^-) 対の積分が、その運動量の無限大まで行なわれるためである。そこでこの積分を無限大までせずに、ある大きな値 Λ までにする。この Λ はカットオフパラメーター (cut-off parameter) と呼ばれている。この項を計算すると、次のように結合定数を変えなければならないことが分かる。

$$e^2 \rightarrow e^2 \left[1 - \frac{\alpha}{3\pi} \ln \left(\frac{\Lambda^2}{m^2} \right) - \frac{\alpha}{15\pi} \frac{q^2}{m^2} + O(\alpha^2) \right] \quad (8-44)$$

但し m は途中で発生するフェルミオン対 (図8-8では電子・陽電子対) の質量。

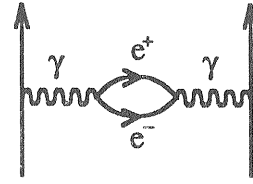


図 8-9

この中の $e^2 \left[1 - \frac{\alpha}{3\pi} \ln \left(\frac{\Lambda^2}{m^2} \right) \right]$ を考えると、第2項は $\Lambda = m_c \sqrt{e^{137}} = 3 \times 10^{26} \text{ GeV}/c^2$ までは $1/(3\pi)$ より小さい。つまり相当大きな Λ の値まで第2項は第1項に較べて無視できる。ところが $\Lambda \rightarrow \infty$ では、第2項は負の無限大になってしまう。そこで

$$e^2 \left[1 - \frac{\alpha}{3\pi} \ln \left(\frac{\Lambda^2}{m^2} \right) \right] \rightarrow e^2 \quad (8-45)$$

としてしまう。すると (8-40) 式は

$$e^2 \rightarrow e^2 \left[1 - \frac{\alpha}{15\pi} \frac{q^2}{m^2} + O(\alpha^2) \right] \quad (8-46)$$

このように無限大に発散する項 (つまり Λ を含んだ項) を分離し、これを実験値である e^2 に置き換えてしまうことによって、無限大の発散を回避できる。この方法を"くり込み" (renormalization) と言う。こうしてくり込みを行いながら、高次の項まで計算していくと、結合定数は4元運動量遷移 $Q^2 = -q^2$ 依存性をもち、これを $\alpha(Q^2)$ とすると

$$\alpha(Q^2) \rightarrow \alpha \left[1 + \frac{\alpha}{3\pi} \ln \left(\frac{Q^2}{m^2} \right) + \dots \right]$$

$$= \frac{\alpha}{1 - (\alpha/3\pi) \ln(Q^2/m^2)} \quad (8-47)$$

但し $Q^2 \gg m^2$

つまり Q^2 が m^2 に較べて十分大きくなると、効き方は \ln のために非常に緩やかであるが、 $\alpha(Q^2)$ は徐々に大きくなってくる。

一方 QCD では高次のファイマン図を考慮すると、どうなるであろうか。2次の寄与としては、図8-9のような図が考えられる。QCDと同様に $\alpha_s = g_s^2$ なる結合定数を定義する。(g_s は QED の素電荷 e に相当する)。ある基準4元運動量遷移を μ^2 とすると (これは $Q^2=0$ では近似が悪く、基準にとれないため)、(8-43) の QCD 版は

$$\alpha_s(Q^2) \rightarrow \alpha_s(\mu^2) \left[1 - \frac{\alpha_s(\mu^2)}{12\pi} (33 - 2f) \ln \left(\frac{Q^2}{\mu^2} \right) + \dots \right]$$

$$= \frac{\alpha_s(\mu^2)}{1 + [\alpha_s(\mu^2)/12\pi] (33-2f) \ln(Q^2/\mu^2)} \quad (8-48)$$

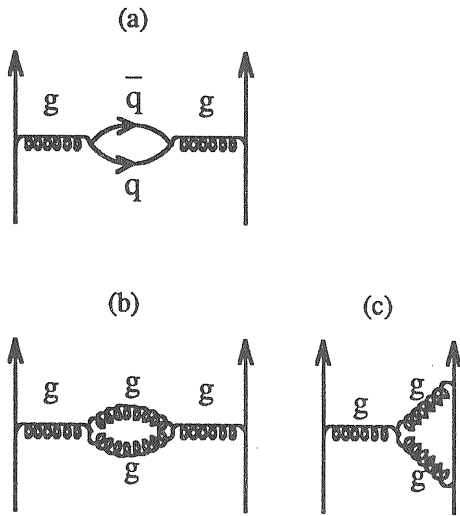


図 8-10

数値 33 はグルーオンから、 $-2f$ は propagator が途中で作るクォーク対からの寄与である。f はフレーバーの数で現在 6 である。従って

$$33 - 2f = 21 > 0$$

つまり Q^2 の増大とともに $\alpha_s(Q^2)$ は減少する。ここで

$$\ln \Lambda = \ln \mu^2 - \frac{12\pi}{(33 - 2f) \alpha_s(\mu^2)} \quad (8-49)$$

とおくと

$$\alpha_s(Q^2) = \frac{12\pi}{(33 - 2f) \ln(Q^2/\Lambda^2)} \quad (8-50)$$

実験データからすると

$$\Lambda = 0.1 \sim 0.6 \text{ GeV}$$

弱い相互作用についても、同様のことが起こっており、結合定数は Q^2 によって変わり、 Q^2 が増大するに従って、弱い相互作用の結合定数は増大する。さて現在 W^\pm と Z^0 の発見によって、QED の結合定数 e^2 と弱い相互作用の結合定数 g_w^2 は同程度の大きさであることがわかり、この 2 つの理論は S. Weinberg と A. Salam によって一つの理論、電弱理論 (electro-weak theory) にまとめられた。これを更に進めて、” 超高エネルギー状態では弱い相互作用/電磁力/強い相互作用という区別はなく、全て一つの結合定数になる” とする理論がある。これが大統一理論であり、このような状態には $E \sim M_x \sim 10^{15} \text{ GeV}$ でなると考えられている。つ

いでに言うておくと、 $E \sim M_p \sim 10^{19} \text{ GeV}$ 程度になると、重力も含めて、この世の中の 4 つの力全てが、同じ強さになると考えられている。 M_p はプランク質量 (Plank mass) と呼ばれている。さて現在のエネルギーは、 M_x にはほど遠いが、それでも現在のデータから外挿すると、標準理論では三つの相互作用の強さは一点では交わらない。超対称性理論のような補正を加えれば、一点で交じることができると言われている。図 8-11 参照。

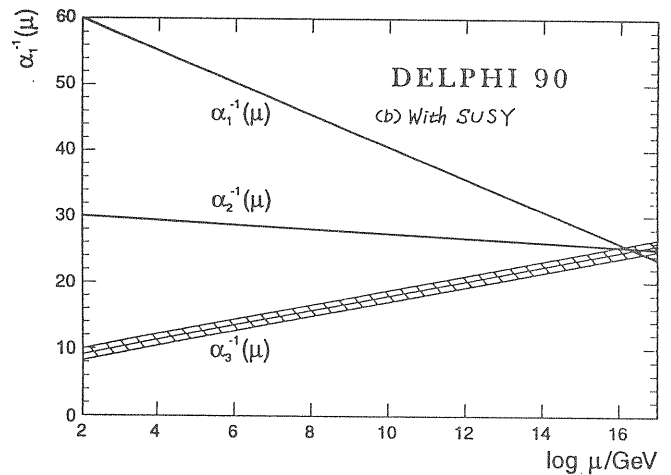
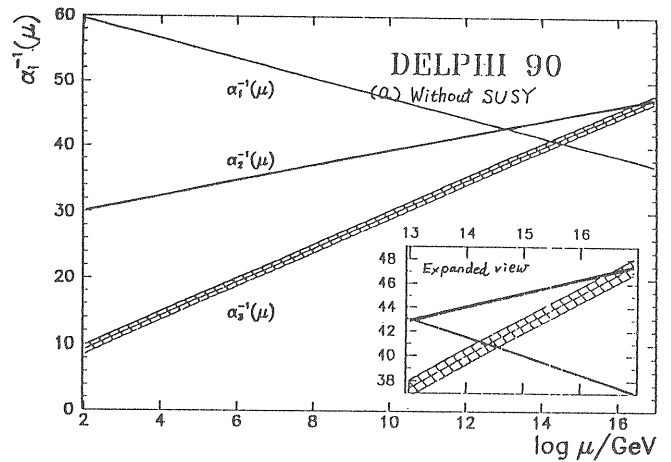


図 8-11

9 終わりに

現在の高エネルギー物理学の標準理論はゲージ理論であり、電弱理論は $SU(2) \times U(1)$ 、強い相互作用は QCD 3色による $SU(3)$ ゲージ理論で説明されている。ゲージ理論については、理論屋は "きれいだ" と好む人が多いが、実験屋にとっては抽象的で、なかなかなじめない。幸か不幸か、この "なじめない" ゲージ理論の説明に割く時間は、残されないと思うので、簡単にゲージ理論の粗筋と、現在提唱されている主なモデルを紹介して、本稿の最後とする。

9-1 ゲージ理論

波動関数にあるフェーズファクター $e^{i\lambda Q}$ をかける。

$$\psi \rightarrow e^{i\lambda Q} \psi, \quad \psi^* \rightarrow \psi^* e^{-i\lambda Q} \quad (9-1)$$

但し λ は実定数、 Q は状態 ψ が持つ、ある固有の量である。

今状態 ψ にある力が働いて、 ψ' という状態になったとする。この相互作用の確立 (散乱振幅) は $\psi^* \psi' = \psi^* \hat{O} \psi$ である。ここで \hat{O} は相互作用の作用子 (オペレーター) である。 ψ' の固有値を Q' とすると、散乱振幅は (9-1) の変換に対して

$$\psi^* \psi' \rightarrow \psi^* e^{-i\lambda Q} e^{i\lambda Q'} \psi' = \psi^* e^{i\lambda(Q' - Q)} \psi' \quad (9-2)$$

$Q' = Q$ であれば散乱振幅は変換 (9-1) に対して不変である。(9-1) のような変換をゲージ変換と言い、 λ はゲージと呼ばれる。(9-1) のようにゲージが実定数の場合は、特に第一種のゲージ変換又は大局的ゲージ変換 (global gauge transformation) と呼ぶ。

さて相互作用 \hat{O} において、固有値 Q が保存されれば、散乱振幅は (9-1) のゲージ変換に対して不変である。逆に散乱振幅が (9-1) のゲージ変換に対して不変であれば、固有値 Q は保存される。このような保存量として、電荷、エネルギー、運動量、角運動量、ハイパーチャージ、その他がある。

大局的ゲージ変換では、ゲージ λ は実定数であった。これは全ての時空座標において、ゲージ λ が共通ということである。ゲージ λ が時空座標の関数 $\lambda(x_\mu)$ であり、異なる時空座標には異なるゲージがあってもよいのではないか。そうするとゲージ変換は

$$\psi \rightarrow e^{i\lambda(x_\mu) Q} \psi, \quad \psi^* \rightarrow \psi^* e^{-i\lambda(x_\mu) Q} \quad (9-3)$$

となる。ゲージ λ が時空座標の関数 $\lambda(x_\mu)$ のとき、

このゲージ変換を第二種のゲージ変換又は局所的ゲージ変換 (local gauge transformation) と呼ぶ。局所的ゲージ変換に対して、散乱振幅が不変であることを要求すると、どういうことになるであろうか。果たしてそのようなことが可能なのであろうか。答えは "yes" である。但しこうするには、6章で求めた運動方程式に、手を加えなければならないが、こうして変形された運動方程式が、相互作用のメカニズムを解き明かしてくれるのである。

さて局所的ゲージ変換に対する不変性を、運動方程式に要求すると、運動方程式の中に4元のベクトルポテンシャル A_μ を導入しなければならない。この運動方程式が粒子と電磁場の相互作用の方程式で、これを解いていくと、例えば Dirac 方程式の中には、クーロンポテンシャルとの相互作用の他に

$$\frac{e\hbar}{2mc} \vec{\sigma} \cdot \vec{B}$$

という項が入っており、これがフェルミオンの磁気能率

$$\vec{\mu} = \frac{e\hbar}{2mc} \vec{\sigma} = \frac{e\hbar}{mc} \vec{S} \quad (9-4)$$

と磁場 \vec{B} との相互作用を表している。但し古典論から導かれる磁気能率 μ_0 は

$$\mu_0 = \frac{e\hbar}{2mc} S \quad (9-5)$$

であり、

$$\mu = g\mu_0 \quad \text{と書くと} \quad g = 2 \text{ となる。}$$

これについての議論は、(6-73) 式付近を参照のこと。また A_μ は電磁力を媒介する光子の状態関数であり、局所的ゲージ変換に対する運動方程式への要請から、 A_μ にも制限が付き、これから光子の質量 m 、スピン・パリティに対して

$$m_\gamma = 0 \\ J^P = 1^-$$

と要請される。一般に運動方程式に局所的ゲージ不変性を要請すると、この運動方程式に、粒子間に働く力を媒介する粒子の状態関数を導入しなければならない。こうして導入される粒子をゲージ粒子と呼び、ゲージ粒子は一般に

$$m = 0 \\ J^P = 1^- \quad (9-6)$$

である。

弱い相互作用をするクォーク・レプトンに対しても、電磁相互作用と同じようなゲージ理論が使えて、 γ に対応して W 粒子が導入される。ただし

W粒子は、弱荷電二重項の左巻クオーク対または左巻レプトン対と結合するため、弱荷電スピン $I_w = 1$ で、3成分 (W^+, W^0, W^-) を持つ。左巻のクオーク・レプトンは弱荷電二重項であり、このゲージ変換をSU(2)ゲージ変換と呼ぶ。一方右巻のクオーク・レプトンは弱荷電一重項であり、これと結合するゲージ粒子として B^0 を考える。このゲージ変換をU(1)ゲージ変換と呼ぶ。 B^0 は $I_w = 0$ である。 B^0 は左巻のクオーク・レプトン対の $I_w = 0$ 成分とも結合する。ゲージ変換では電磁相互作用での粒子の電荷 Q のように、固有の量子量をもつ。弱い相互作用のSU(2)変換では弱荷電スピンのZ成分 (I_{wz}) であり、U(1)変換では弱ハイパーチャージ Y_w である。これらの間には

$$Q = (I_{wz} + Y_w) / 2 \quad (9-7)$$

なる関係式があることでも推測されるように、(γ, \vec{W}, B^0) は互いに独立ではない。つまり γ は W^0 と B^0 で次のように表される：

$$\gamma = B^0 \cos \theta_w + W^0 \sin \theta_w \quad (9-8)$$

これと直交する Z^0 を定義する。

$$Z^0 = -B^0 \sin \theta_w + W^0 \cos \theta_w \quad (9-9)$$

θ_w は Weinberg angle と呼ばれる。

このようにして電磁相互作用と弱い相互作用は統一され、電弱理論となった。この業績によって1979年に S. Weinberg, A. Salam, S.L. Glashow の三人はノーベル物理学賞を受賞した。

先にも書いたように、ゲージボソンの $J^P = 1^-$ で、その質量は零のはずである。しかし弱い相互作用を媒介している、現実のボソンの質量は非常に重い。この問題を解決したのが、ヒッグス機構である。これは、超伝導体の中では電子が対になって、ボーズ統計に従うようになり、ボーズ凝縮を起こし、この凝縮した電子対と相互作用した光子は、有限の質量をもった粒子のように振る舞うことが知られており、これを真空中に応用したものである。このように真空中に凝縮して、ゲージ粒子に質量を与える粒子として、ヒッグス粒子が考えられた。この凝縮は真空中で等方的であるはずなので、ヒッグス粒子はスカラー粒子

$$J^P = 0^+$$

と考えられる。弱荷電は $1/2$ と考えられ、従って2成分があり

$$\Phi = \begin{pmatrix} \phi^+ \\ \phi^0 \end{pmatrix} \quad (9-10)$$

ゲージボゾンに質量を与える簡単な解として

$$\phi_+^\dagger \phi_+ = 0, \quad \phi_0^\dagger \phi_0 = v^2 > 0$$

が考えられる。こうすると

$$m_w c^2 = \frac{v}{2} g = \frac{v e}{2 \sin \theta_w}$$

$$m_z c^2 = \frac{v}{2 \cos \theta_w} g = \frac{v e}{2 \sin \theta_w \cos \theta_w} \quad (9-11)$$

$$\Phi = \begin{pmatrix} 0 \\ \phi^0 \end{pmatrix}, \quad \text{つまりヒッグス粒子は } \phi^0 \text{ のみ}$$

という結果が得られる。 γ はこの影響を受けず、質量零のまま残る。ここで g は W とフェルミオンとの結合定数。他に B^0 とフェルミオンとの結合定数 g' があり、

$$g \sin \theta_w = g' \cos \theta_w = e \quad (9-12)$$

という関係がある。

(9-11) より

$$m_w / m_z = \cos \theta_w \quad (9-13)$$

1990年PDG^[21]では

$$m_w = 80.6 \pm 0.4 \text{ GeV}$$

$$m_z = 91.161 \pm 0.031 \text{ GeV}$$

(9-13) 式を使って、 m_w と m_z から $\sin^2 \theta_w$ の値を求めてみると

$$\sin^2 \theta_w = 0.218 \pm 0.002$$

測定値^[21]は

$$\sin^2 \theta_w = 0.2259 \pm 0.0046$$

強い相互作用では、3色のクオークに対する局所的ゲージ変換を考える。これはSU(3)ゲージ変換であり、このゲージ粒子がグルーオンであり、 3×3 の成分のうち、全体のフェーズは任意なので、1成分減って、8成分が残る。つまりグルーオンは8成分あり、クオークの色を変える働きをし、他のゲージボゾンと同じく

$$m = 0$$

$$J^P = 1^-$$

である。

9-2 大統一理論 (GUT)

電弱理論SU(2)×U(1)と強い相互作用SU(3)を一つにまとめようとするのが大統一理論 (Grand Unified Theory 略してGUT) である。これは、宇宙創世期の超高エネルギーでの粒子の振る舞いを、探るものでもある。いくつかのモデルがあるが、その中の最も単純なモデル、SU(5)を紹介する。まず左巻のクオーク・レプトン (全部で15ヶ) と、この反粒子群とされる右巻のクオーク・レプトン (全部で15ヶ) に分ける。SU(5)モデルでは15ヶの群が、5ヶ (SU(5)) と10ヶ (SU(10)) の群に

分かれ、各群の総電荷は零になる。

$$\underline{15} = \underline{5} + \underline{10}$$

$$\underline{5} = (\bar{d}_R, \bar{d}_G, \bar{d}_B, e^-, \nu_e)_L$$

$\underline{10} = (\bar{u}_R, \bar{u}_G, \bar{u}_B, u_R, u_G, u_B, d_R, d_G, d_B, e^+)_L$
 そうすると、これらと結合するゲージボゾンとして、グルーオン以外に次のようなものがあるはずである。

$\underline{5}$ と結合

	Q	ゲージボゾン
$\bar{d}_i e^+$	+4/3	X^+
$\bar{d}_i \bar{\nu}_e$	+1/3	Y^+
$e^- \bar{\nu}_e$	-1	W^-

及びこれらをC-反転したもの

$\underline{10}$ と結合

$\bar{u}_i \bar{u}_j$	-4/3	X^-
$\bar{u}_i \bar{d}_j$	-1/3	Y^-
$\bar{u}_i e^-$	-5/3	
$u_i \bar{d}_j$	+1	W^+
$u_i e^-$	-1/3	Y^-
$d_i e^-$	-4/3	X^-

及びこれらをC-反転したもの

このようなモデルが正しければ、今まで安定と思われてきた陽子も、図9-1のようにして崩壊せねばならない。

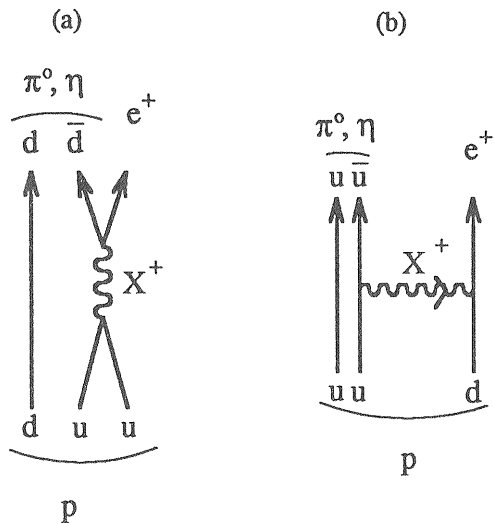


図9-1

計算では、陽子の寿命 τ_p は $10^{30 \pm 2}$ 年とされている。現在大量の水を使った、陽子崩壊実験が進行中で、神岡のKamiokande (3000tの水を使用)の結果では

$$\tau_p \geq 2.5 \times 10^{32} \text{ 年}$$

9-3 標準理論の先

現在、標準理論をそのまま延長したのでは、GUTに行きつかず、将来GUTのエネルギー領域までに行く途中、標準理論に何らかの補正を加える必要があると思われる。このモデルについてはいろいろ考えられているが、この中の代表的なもの、超対称性理論とテクニカラー模型について簡単に説明する。

超対称性理論

(Super Symmetric Theory 略してSUSY)

現在の4つの力は、超高エネルギーでは一つであった力が、エネルギー低下とともに、分化したものとされるが、フェルミオンとボゾンという粒子の種類も、超高エネルギーでは区別はなく、粒子の一つの状態にすぎなかった、とするのが超対称性理論である。従って全ての粒子は、フェルミオンとボゾンの状態を持っているはずで、標準理論を構成している基本素子全てについて、ボゾンにはフェルミオンを、フェルミオンにはボズンをパートナーとしてつける。しかも近年になって、超対称性を導入すると、電磁相互作用/弱い相互作用/強い相互作用の強さが、超高エネルギーで一点で交わり、GUTの要請を満たすということが示され、俄然真実味をおびてきたモデルである。しかもこの理論を導入すると、中性ヒッグス粒子が2ヶ、荷電ヒッグスが2ヶ追加され、その中の最も軽いものは、質量が120GeV以下ということで、電子線型衝突型加速器計画の推進グループが俄かに活気づいてきた。

この理論では通常の粒子に $R=+1$ のパリティ、SUSY粒子に $R=-1$ のRパリティを与える。従って通常粒子の反応でSUSY粒子をつくり出すと、必ず偶数個のSUSY粒子が含まれねばならない。

表9-1に通常粒子とSUSY粒子をリストアップする。

表9-1

標準粒子	S	SUSY粒子	S
q クォーク	1/2	\tilde{q} スクォーク	0
l レプトン	1/2	\tilde{l} スレプトン	0
γ 光子	1	$\tilde{\gamma}$ フォティーノ	1/2
W	1	\tilde{W} ウィーノ	1/2
Z	1	\tilde{Z} ズイーノ	1/2
g グルーオン	1	\tilde{g} グルイーノ	1/2
H ヒッグス	0	\tilde{H} ヒグスイーノ	1/2
G グラビトン	2	\tilde{G} グラビティーノ	3/2

テクニカラー

Higgs粒子を導入せず、代わりにテクニクォーク (U, D)_L, U_R, D_R を導入し、このテクニクォークの真空凝縮によって、ゲージボゾン W^\pm, Z^0 に質量を与えるものである。テクニクォークは他のクォークのように、反テクニクォークと対になって中間子をつくる。これは南部・Goldston ボゾンと呼ばれており、別名テクニパイオンとも呼ばれている。これらはいずれも質量零である。ここでテクニクォークは、これのみで一つのグループをつくるため、テクニクォークの電荷の総和が零になるよう、 U クォークは $+e/2$ 、 D クォークは $-e/2$ の電荷をもつとする。(GUTではクォーク・レプトンでグループをつくり、電荷の総和を零にしている)。テクニカラーは、QCDと同じ要領で、理論を組み立てることができる。

参考文献

- [8] 「素粒子」武田暁；裳華房物理学選書25 (1990)
- [9] 「素粒子物理学」武田暁、宮沢弘成；裳華房物理学選書9 (1965)
- [10] "Introduction to high energy physics" D.H.Perkins, Addison-Wesley Pub. Co. Inc. (1987)
- [11] "Collider physics" V.D.Berger and R.J.N.Phillips, Addison-Wesley Pub. Co. Inc. (1987)
- [12] "Leptons and quarks" L.B.Okun, North-Holland Personal Lib. (1984)
- [13] "Weak interaction of elementary particles" L.B. Okun, Pergamon Press. (1965)
…… 少し古いが今でも通用する名著。[13]を勉強して[12]を勉強するのが良い。
- [14] "Weak interactions" E.D. Comins, McGraw-Hill Inc. (1973).
- [15] 「ゲージ理論入門 I-II」 I.J.R. Aitchison and A.I.G. Hey; 藤井昭彦訳；講談社サイエンティフィック (原著:1982)
— 以下一般向け解説書 —
- [16] 「クォークを捜す」 Brian McCusker; 宮崎忠訳；講談社 BLUEBACKS (1983)
- [17] 「ノーベル賞で語る 20世紀物理学」 小山慶太；講談社 BLUEBACKS (1990)
- [18] 「トップクォークを求めて」 吉川圭二；丸善 FS003 (1985)
…… 以上は現代物理学の発展の歴史を知るのに良い。
- [19] "The key to the universe" Niggel Calder, Penguin Books Ltd. (1977).
- [20] 「最新素粒子論」 学研科学論シリーズ7
…… 以上は図・写真が豊富で、歴史的人物・装置・データの写真があって興味深い。
- [21] "Review of particle properties" Particle Data Group, Phys. Lett. B 239 (1990).