

る。

## 1) KEKBの主要なマシンパラメタ

KEKBは、トリスタンMRトンネル内に建設されるエネルギー非対称 (8 GeV × 3.5 GeV) ・ 2リング・コライダであり、ピーク・ルミノシティ  $L = 10^{34} \text{ cm}^{-2} \text{ s}^{-1}$  を目標としている。このルミノシティを、出来るかぎり少ないビーム電流によって達成するには、衝突点の垂直方向ベータ関数  $\beta_y^*$  を出来るかぎり小さくする必要がある。KEKBでは  $\beta_y^*$  を1 cmまで絞り込むことができるようにラティス設計がなされている。また、 $\beta_y^* = 1 \text{ cm}$  を有効に生かし、ルミノシティの幾何学的な損失やシンクロベータトロン共鳴によるビームビーム・チューンシフトの減少を極力避けるために、KEKBではバンチ長を  $\beta_y^*$  の半分以下に抑えることにしている。このため必要な加速電圧が高くなるが、ラティスを工夫すれば加速電圧を下げる事が出来る。

KEKBの主要なマシンパラメタをまとめると次のようになる。

エネルギー	E	3.5	8.0 GeV
周長	C	3016	m
ビームビームパラメタ $\xi_x/\xi_y$		0.04/0.06	
衝突点のベータ関数 $\beta_x^*/\beta_y^*$		0.33/0.01	m
エミッタンス $\epsilon_x/\epsilon_y$		$1.8 \cdot 10^{-8}/3.6 \cdot 10^{-10}$	m
ビーム電流	I	2.6	1.1 A
バンチ長	$\sigma_z$	4	mm
バンチ間隔	$S_B$	0.6	m
ビーム交差角度		+/- 10	mrاد

これらの主要パラメタは、ビーム電流を除いて、3.5 GeV、8 GeV 二つの衝突リングで同じ値をとる。また両リングはベータトロンチューン、ビームエネルギー幅などもほとんど同じになるが、曲線部ユニットセルの偏向磁石のみで決まるダンピングタイムは3.5 GeVリングの方が約2倍長くなっている。(ウイグラー磁石を使用すればダンピングタイムを短く出来る。) 両衝突リングの大まかな構成は同じで、ユニットセルで構成される曲線部と4つの直線部から成る。直線部の1つが衝突点領域に、他はRF部とウイグラー部に割り当てられる。図1に両リングの概念的な配置図を示す。

尚、KEKBのラティス設計全般に渡って、KEKで開発された加速器設計のための総合的プログラム SAD (Strategic Accelerator Design) [1] を使用してい

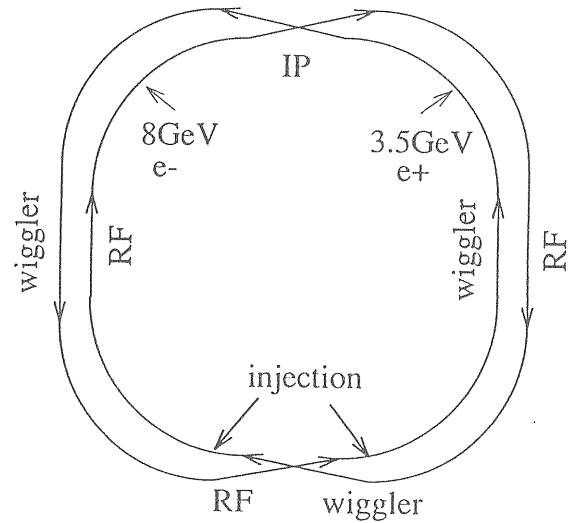


図1 KEKB 衝突リングの概念的な配置図

## 2) noninterleaved sextupole scheme によるクロマティシティ補正

### 2-1) クロマティシティ補正とダイナミック・アパーチャ

KEKBのような低ベータ・ラティスを設計するにあたってまず問題となるのは、クロマティシティ (chromaticity、運動量のずれに対応した磁石の収束力の差) の補正方式である。衝突点領域の四極磁石で発生する大きなクロマティシティを補正するには強い六極磁石が必要となるが、この六極磁石の非線形性によってダイナミック・アパーチャ (dynamic aperture) が制限されることになる。 $\beta_y^* = 1 \text{ cm}$  のオブティックスが実現可能かどうかは、クロマティシティ補正後に十分なダイナミック・アパーチャが確保できるか否かにかかっている。

必要とされるダイナミック・アパーチャの大きさは、(1) 入射器から衝突リングへの入射条件と (2) ビーム寿命によって決まる。衝突実験用オブティックスのダイナミック・アパーチャが入射

時のビーム振幅より大きければ、衝突オプティクスそのままビームをつぎたすことが可能なので、入射時間を短縮できる。またビーム寿命に関しては、特に3.5GeVリングで十分な Touscheck 寿命を確保することが課題となっている。

クロマティシティを補正するには、ディスパージョン  $\eta$  がゼロでない場所（通常は曲線部）に六極磁石を配置する。六極磁石の厚さの効果を無視すれば、積分した強さ

$$k' = \int K' ds = \int \frac{e}{p_0} \left( \frac{\partial^2 B_y}{\partial x^2} \right) ds \quad (2-1)$$

を持つ六極磁石によって運動量がずれた粒子が受けるキックは

$$\Delta x'_{sext} = -\frac{1}{2} k' (1 - \chi) \{ (x + \eta \chi)^2 - y^2 \}$$

$$\Delta y'_{sext} = k' (1 - \chi) (x + \eta \delta) y$$

$$\chi \equiv \frac{p - p_0}{p} \quad (2-2)$$

となる。このうち  $\chi$  に比例する項  $-k' x \eta \chi$  と  $k' y \eta \chi$  によって運動量のずれに対応した収束力の過不足が補正される。例えば、線形クロマティシティ

$$\xi_{x,y} = \frac{\partial v_{x,y}}{\partial \chi} = -\frac{1}{4\pi} \int (K - K' \eta) \beta_{x,y} ds \quad (2-3)$$

は六極磁石の強さを調整して望ましい値に補正することが出来る。

六極磁石のもたらす非線形効果を低減し、横方向（transverse 方向、ビームの進行方向に垂直な方向）に広いダイナミック・アパーチャを確保するには、noninterleaved sextupole scheme が大変有効である。この方式は、2台1組の同じ強さの六極磁石を、六極磁石間のトランスファ行列  $M_{ss}$  が水平垂直方向ともに

$$M_{ss} = -I = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \quad (2-4)$$

（この区間のベータトロン振動の位相進行が  $\pi$  で、入り口と出口の Twiss parameter が等しい）となる様に配置し、しかも1つのペアの間には別のペアに

属する六極磁石が割り込まないようにする。こうしておけば、on-momentum 粒子にとって、ペアの片方の六極磁石が与えた非線形なキック

$$\begin{aligned} \Delta x'_{sext} &= -\frac{1}{2} k' (x^2 - y^2) \\ \Delta y'_{sext} &= k' xy \end{aligned} \quad (2-5)$$

はもう一方の六極磁石によって相殺されるので、横方向に大きなダイナミックアパーチャを確保できる[2]。

noninterleaved sextupole scheme の基本的な性能については、 $\beta_y^* = 1\text{cm}$  のモデル・ラティスを用いて既に詳細な研究が行なわれ、次のような結論が得られている。[3]（図2～5は参考文献3からの引用。）

## 2-2) interleaved scheme との比較

トリスタンなど既存の衝突リングでは、ユニットセルの全ての四極磁石のそばに六極磁石が配置される。この方式は六極磁石の台数が多く、ディスパージョンがゼロでない場所にあるクロマティシティ源の近くにコレクターがあつてクロマティシティが局所的に補正されることになるので、noninterleaved sextupole scheme に比べ広い運動量範囲にわたってクロマティシティが補正し易い。

（六極磁石は、ベータトロン振動の位相差が  $\pi$  の関係になっているものどうしが組（ファミリー）になって励磁されるので、複数のファミリーの六極磁石が織り合わさって（interleaved）配列されていることになる。）

a) noninterleaved 及び b) interleaved 両補正方式について、それぞれ、衝突点領域の設計は同じで曲線部の構造が異なる、次のようなモデル・ラティスを作り性能を比較した。

- ・ユニットセルの位相進行 a)  $\pi/2$ , b)  $\pi/3$
- ・六極磁石の台数 a) 72, b) 288
- ・六極磁石のファミリー数 a) 18, b) 24

クロマティシティ補正の結果（ベータトロンチューンとRFセクションにおけるの  $\beta$  関数の運動量依存性）を図2に、また、6次元の位相空間でトラッキングを行ない、ダイナミックアパーチャを比較した結果を図2に示す。図3は3.5 GeVリング

を1000回安定に周回したテスト粒子の初期条件  $(J_{x0}, \delta_0)$  を表示したものである。  $J_x, \delta$  は、

$$2J_x = \beta_x \left( p_x + \frac{\alpha_x x}{\beta_x} \right)^2 + \frac{x^2}{\beta_x}$$

$$\delta = \frac{p - p_0}{p_0} \quad (2-6)$$

で与えられる。図3から明らかなように、横方向のダイナミック・アパーチャはnoninterleaved schemeの方が圧倒的に大きく、衝突オプティクスのままに入射条件を満足できるのはこの方式だけである。運動量方向についても、六極磁石の台数およびファミリー数が十分あれば、interleaved schemeと同程度のモーメントム・アパーチャが得られる。Touscheck寿命を長くするには、横方向、運動量方向ともにアパーチャを広げる必要があるので、この点でもnoninterleaved schemeの方が有利である。

図2に示した例ではクロマティシティ補正自体はinterleaved schemeのほうが良いが、その後の改良によって、noninterleaved schemeでもinterleaved schemeと同程度の結果が得られるようになってきている。また、各種マシンエラーの影響もそれほど深刻でなく、ラティスにランダムなエラーがあっても、四極および六極磁場の強度誤差が0.1% rms、四極および六極磁石の横方向設置誤差が100 $\mu$ m rms、四極および六極磁場中心からの軌道のずれが100 $\mu$ m rms程度であればダイナミック・アパーチャの減少は少ないことが確かめられている。

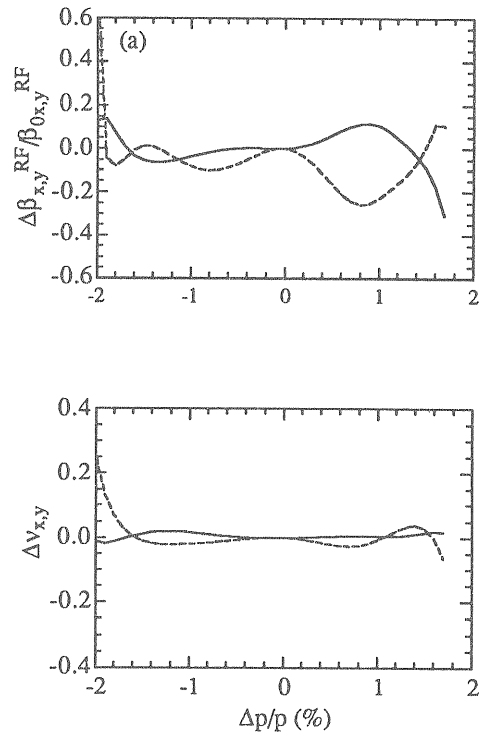


図2 (a) noninterleaved scheme によるクロマティシティ補正の結果

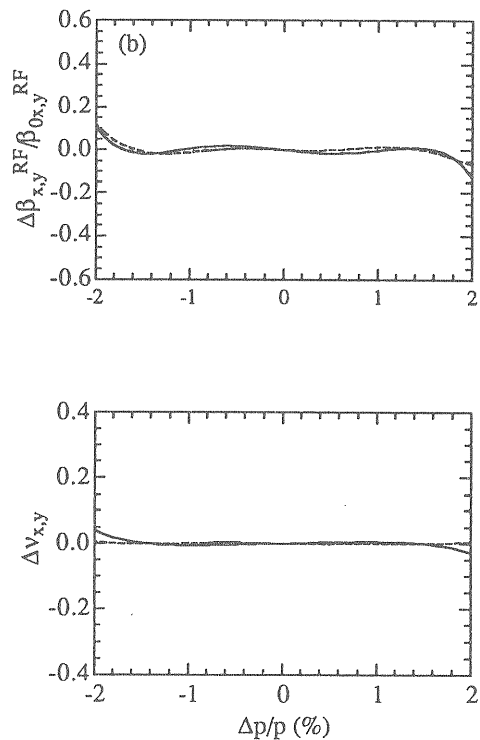


図2 (b) interleaved scheme によるクロマティシティ補正の結果

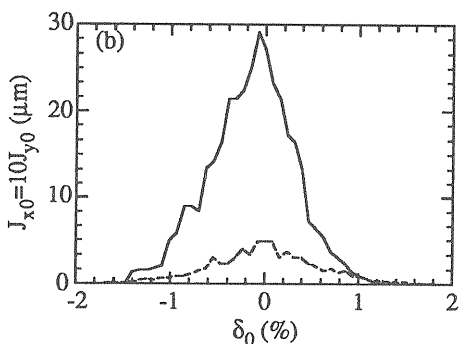
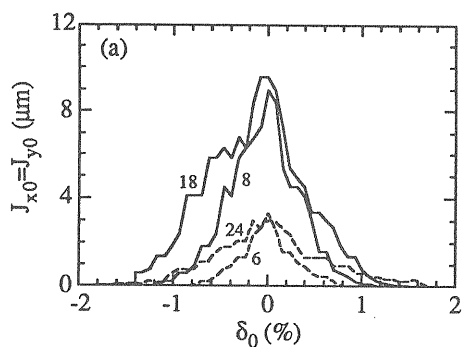


図3 実線はnoninterleaved scheme、破線はinterleaved schemeにおけるダイナミック・アパーチャ。図 (a) 中の数字は六極磁石のファミリー数を示す。

### 2-3) 六極磁石以外の非線形項の影響

noninterleaved schemeでは六極磁石の非線形性が表に出なくなって、代わりに通常は問題にならない他の非線形項の影響が重要になってくる。垂直方向のダイナミック・アパーチャは、主に最終収束四極磁石の衝突点側フリンジ磁場と衝突点まわりの（最終収束四極磁石間の）ドリフト空間の非線形項によって制限される。図3は垂直方向ダイナミックアパーチャのチューン依存性を表しているが、上記のフリンジ磁場とドリフト空間の非線形項のみを取り入れた垂直方向のみのトラッキング（実線）と6次元の位相空間での完全なトラッキング（破線）の結果は良く合っている。（縦軸は規格化されたダイナミック・アパーチャ。）

Fig. 1(e)

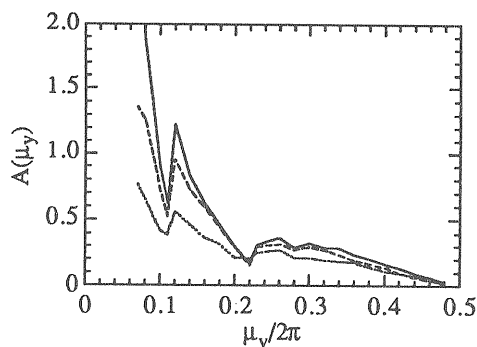


図4 垂直方向アパーチャのベータトロンチューン依存性。破線は  $J_{x0} = 0$ 、点線は  $J_{y0} = J_{x0}$

Fig. 1(b)

### 2-4) シンクロベータトロン共鳴の影響

図2aに示すように、noninterleaved schemeではクロマティシティ補正後のRFセクションにおける  $\beta$  関数の運動量依存性が大きい。このため、粒子がRFセクションを通過して運動量が変わる度に  $\beta$  関数のミスマッチが起こり、シンクロベータトロン共鳴

$$2v_{x,y} \pm mv_z = N \quad (2-7)$$

が励起される。図5では、この共鳴条件を満たすところ ( $2v_x = 2v_z, 3v_z, 4v_z$ ) でモーメントム・アパーチャの減少がはっきりと見られる。しかし、シンクロトロンチューンを十分小さく出来れば、共鳴条件を満たす次数が上がって、モーメントム・アパーチャにほとんど影響を及ぼさなくなる。KEKBでは次章で述べるように曲線部のユニットセル構造を工夫して、シンクロトロンチューンを  $\sim 0.02$  まで（通常のFODOセルの場合の  $\sim 1/4$ ）下げたラティスを採用する。

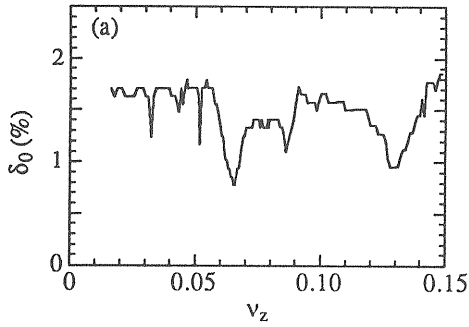


図5 モーメントム・アパーチャのシンクロトロンチューン依存性。  $J_{y0} = J_{x0} = 0$ でのトラッキングの結果を示す。この場合のベータトロンチューンは  $\nu_x = 0.12$ 。

### 3) モーメントム・コンパクションが小さいラティス

電子リングにおいて、バンチ長  $\sigma_z$ 、エネルギー幅  $\sigma_e$ 、モーメントム・コンパクション  $\alpha_p$ 、シンクロトロンチューン  $\nu_s$ の間には

$$\sigma_z \approx \frac{c\alpha_p\sigma_e}{\nu_s\omega_0} \quad (3-1)$$

という関係がある。(ここで、 $c$ は光速度、 $\omega_0$ は周回角周波数である。)バンチ長、エネルギー幅を目的の値に保ったまま、シンクロトロンチューンを下げるには、モーメントム・コンパクションを小さくすればよい。モーメントム・コンパクション  $\alpha_p$ は、

$$\alpha_p = \frac{1}{C} \int \frac{\eta}{\rho} ds \quad (3-2)$$

と表せるので ( $C$ は周長、 $\rho$ は偏向磁石の曲率半径)、ユニットセルを通常FODOセルから図6のように変更して、ディスパージョンの小さい場所のみ偏向磁石を置くことによって、 $\alpha_p$ を小さくすることが出来る ( $\alpha_p = 8.8 \times 10^{-4} \rightarrow 1.7 \times 10^{-4}$ )。図6はユニットセル2つ分を表している。(偏向磁石をB、四極磁石をQで示して

いる。)このセルは位相進行が水平垂直とも  $\pi$  になっており、セル中の1つのBで発生したディスパージョンがもう1つのBでほぼ吸収される様になっている。また、前章で述べたnoninterleaved sextupoleを効率よく配置するにも適している。

ラティス設計の際には、モーメントム・コンパクションとエミッタンスの両方が目的の値になるようにユニットセル構造を決めなければならない。エミッタンスは

$$\epsilon_x = \frac{55}{32\sqrt{3}} \frac{\hbar}{mc} \left( \frac{E_0}{mc^2} \right)^2 \frac{I_5}{I_2 - I_4}$$

$$I_2 = \int_0^c \frac{1}{\rho^2} ds$$

$$I_4 = \int_0^c \frac{1}{\rho^2} \left( \frac{1}{\rho} + 2\rho K \right) \eta ds$$

$$I_5 = \int_0^c \frac{1}{|\rho|^3} \left\{ \beta_x \left( \eta' + \frac{\alpha_x \eta}{\beta_x} \right)^2 + \frac{\eta^2}{\beta_x} \right\} ds$$

(3-3)

と表せる。従って、リングの平均半径と偏向磁石の曲率半径が決まっている場合は、セル数と偏向磁石の位置 (Q1とBの距離)を変数として、モーメントム・コンパクションとエミッタンスを調整する。

このタイプのユニットセルは、元々、KEKBの最も深刻な問題の一つである、3.5 GeVリングにおける加速空洞の基本(加速)モードによるカップルドバンチ不安定性を避けるために導入されたものである。加速電圧  $V_{RF}$ は、周長、ビームエネルギー  $E$ 、エネルギー幅、バンチ長、モーメントム・コンパクション、RF角周波数  $\omega_{RF}$ によって

$$V_{RF} = \frac{cCE\alpha_p\sigma_e^2}{e\omega_{RF}\sigma_z^2} \quad (3-4)$$

の様に表せる。従って、バンチ長、エネルギー幅などが一定であれば、加速電圧をモーメントム・コンパクションに比例して下げることが出来る。

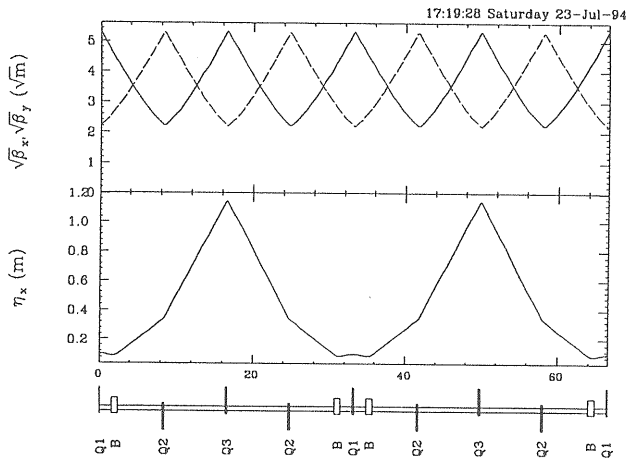


図6 モーメント・コンパクションを下げるためのユニットセル構造 ( $\pi$ セル)

以上の述べてきたようにKEKBのラティスは様々なアイデアが盛り込まれた革新的なものである。このテキストでは取り上げなかったが、衝突点領域で発生したクロマチシティを発生源の近くで局所的に補正する方式（衝突点近くの直線部に偏向磁石を配置してディスパージョンを造り、変換を挟んだ六極磁石ペアを置く）も検討され、効果を発揮している。KEKBに最も相応しいラティスを設計する作業が現在進行中である。

## 参考文献

- [1] K. Oide, Nucl. Instr. Meth. A276, 427(1989).
- [2] K. L. Brown, IEEE Trans. on Nucl. Sci. NS-26, 3490 (1979); K.L.Brown and R.Servranckx, AIP Conf. Proc. 127, Edited by M. Month, P. F. Dahl and M. Dienes (1983), p.62.
- [3] K. Oide and H. Koiso, Phys. Rev. E47, 2010 (1993).