

0. はじめに

RF フィードバックとは、加速空洞から高周波信号を検出し、高周波のまま入力段に戻すことを言い、これによって見かけの空洞インピーダンスを下げる事ができる。RF フィードバックの目的はRF システムへのビーム・ローディングの影響の軽減、ビーム不安定性の抑制などである。B-ファクトリーではビーム電流値が非常に大きいので、ビームのリアクタンス分を補償するために必要な、加速空洞の共振周波数のずれが大きくなる。加速モードのインピーダンスは、減衰された高次モードのインピーダンスよりかなり大きい。従って、空洞の共振周波数が加速周波数からずれることにより、ビームの縦方向結合バンチ・モード不安定性を誘起し、しかもその増大率は非常に大きくなる。RF フィードバックは、このビーム不安定性を抑制するための一つの方法と考えられている。本テキストでは、このRF フィードバックおよびその周辺の事柄について説明する。

テキストの構成について以下に述べる。第1章では、先ず基本的なフィードバック制御とフィードフォワード制御の定義を述べ、次に高周波加速システムに用いられているフィードバックの例をいくつか示す。第2章では、RF フィードバックとRF フィードフォワードの定義、目的、これまでの使用例について述べる。第3章では、RF フィードバックによって、どのように空洞の見かけのインピーダンスが下がるかを説明する。第4章では、最初に伝送線路と加速空洞のインピーダンス整合、およびそのために必要な空洞の共振ずれについて述べ、次に加速モードによる縦方向結合バンチ・モード不安定性の増大率について解説する。第5章ではRF フィードバックによるビーム不安定性抑制に関する一般的な事柄について説明する。第6章では、デジタルくし型フィルターの原理、これを用いたRF フィードバック回路の構成、およびこれまでの実績等について述べる。第7章では並列くし型フィルターの原理とこれを用いたRF フィードバックについて述べる。最後の第8章では、B-ファクトリーに向けてKEKで行っているRF フィードバックの開発の状況について説明する。

1. 高周波加速装置のフィードバック

1.1 フィードバック制御とフィードフォワード制御

”フィードバック制御とは、外乱がある時に制御対象の出力値を目標値と比較し、その差を用いて出力値を目標値に近付ける操作である”。外乱とは制御対象の状態を変えようとする外的作用である。フィードバック制御の概念図を図1に示す¹⁾。

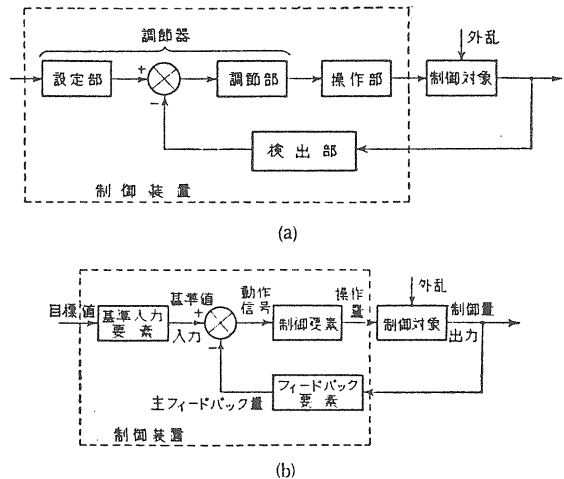


図1 制御系の機能系統図

フィードバック制御の例として水温調節器を図2に示す²⁾。水はスチームによって温められる。出口の水温の測定値と設定値を比較し、その差によってスチームのバルブの開度を調節し、水温をコントロールする。この場合の外乱は室温や入り口の水温、流量の変化などである。

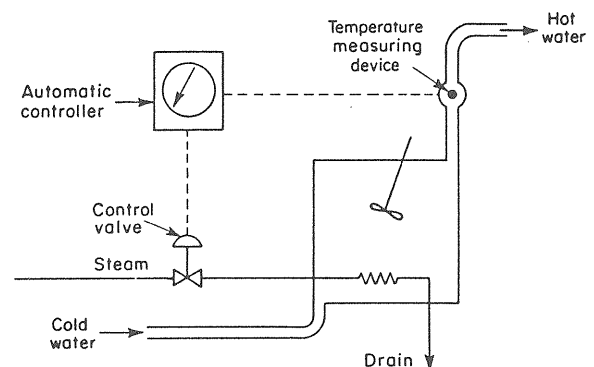


図2 水温制御システム (その1)

”フィードフォワード制御とは、外乱が測定可能な量である場合に、その外乱をほぼ正確に補償することにより、外乱によって生じる制御量の変動を未然に防ぐような制御である”。フィードフォワード制御の例として水温調節器の場合を図3に示す²⁾。

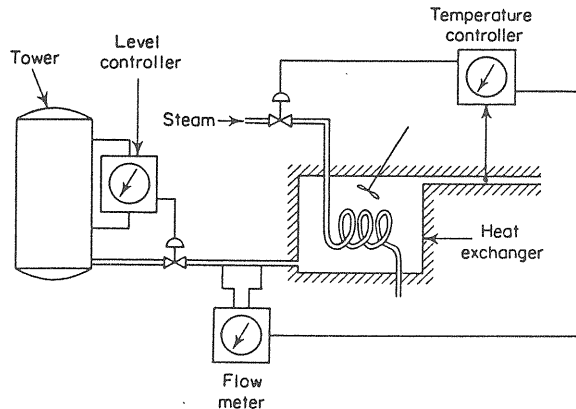


図3 水温制御システム (その2)

この場合は tower の水位によって熱交換器入口の流量が変わり、これがこのシステムの最大の外乱となる。基本的なフィードバック機構は出口の水温と設定水温との差によるスチーム・バルブの操作である。この場合は、これに加えて入口流量の変化の信号も温度制御装置に入り、水温が変化する前に予防措置としてスチーム・バルブを操作することになる。これにより、この制御システムの過渡応答特性が良くなり、誤差（目標値と制御量との差）も小さくなる。

ただし、フィードフォワード制御は開ループ制御であるから、それ自体の制御確度はあまり高くないし、また当然であるが、測定できない外乱に対しては無力である。したがって、フィードフォワード制御はこの例のように、フィードバック制御の性能を向上させるためにフィードバック制御と併用されることが多い。

1.2 高周波加速システムに用いられるフィードバック

リング型加速器の高周波加速システムに用いられているフィードバックの代表的なものについて簡単に述べる。

1.2.1 高周波装置自体の安定化

トリスタンやB-ファクトリーのような電子・陽電子リングでは、

- (1) 加速周波数が一定であることと、
- (2) 加速される粒子の放射減衰が大きいために、基本的にはビームから加速装置へのフィードバックは必要ない。加速装置自体を安定化しておけば粒子を長時間回し続けることができる。

a) 高周波レベルの安定化

大電力高周波増幅器出力の安定化、加速空洞電圧の安定化等があるが、後者の場合の概念図を図4に示す³⁾。空洞からピックアップした高周波電圧を検波し、それと参照電圧（設定電圧）との差で空洞入力電力の大きさをコントロールしている。

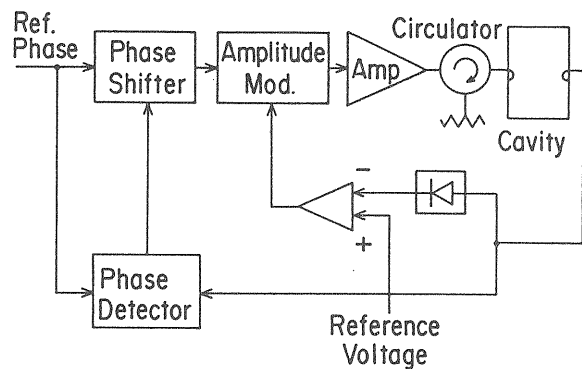


図4 空洞電圧および位相安定化回路

b) 高周波位相の安定化

高周波増幅器出力位相や加速空洞の位相を参照位相に合わせる、いわゆる位相ロック回路を構成することになる。加速空洞位相の安定化回路の例を空洞電圧の安定化回路と一緒に図4に示す。空洞の位相と参照位相の差が零になるように空洞の高周波入力位相をコントロールしている。

c) 空洞の共振周波数制御

加速空洞の共振を保持するための回路の例を図5に示す³⁾。空洞入力位相とピックアップ信号位相との差が零になるようにチューニング・プランジャーを出し入れして共振周波数をコントロールする。場合によっては位相検出器にオフセット信号を入れ、空洞の共振を少しずつらして運転することもある。ト

リスタンでは、ビーム不安定性対策として共振から5度位ずらして運転している。

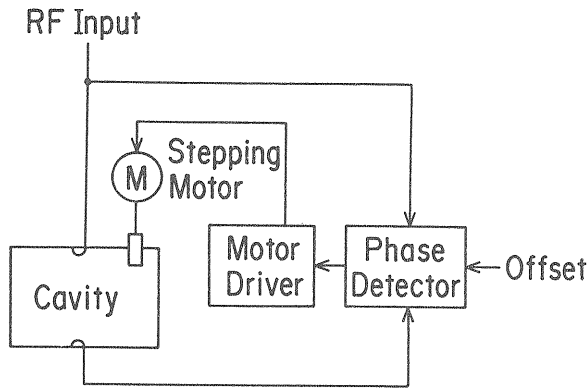


図5 空洞の共振周波数制御系のブロック図

1.2.2 ビームと高周波装置を含めた安定化

KEKの12 GeV陽子シンクロトロンのように重い粒子を加速する場合には、加速するに連れて粒子の周回周波数が増加する。従って粒子を所定のエネルギーまで加速するためには、加速周波数を周回周波数と同期させながら上昇させていかなければならない。

このための周波数プログラムは偏向磁場の大きさを基にして作られる。しかし、これだけでは十分ではなく、ビーム軌道の変化およびバンチと加速電場との位相差を検出して、周波数にフィードバックすることが必要である。概念図を図6に示す。

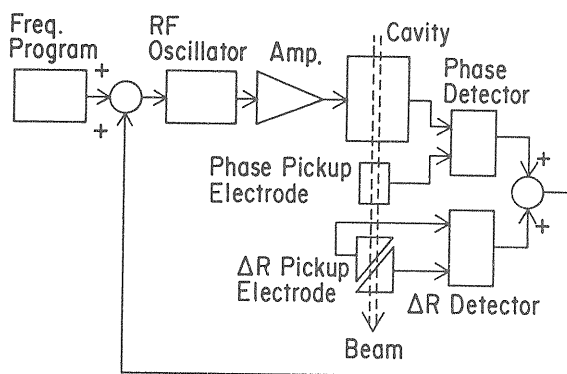


図6 陽子シンクロトロンの周波数制御系概念図

ビーム軌道のずれをフィードバックすることにより周波数のゆっくりした成分の補正を行い、バンチと加速電場との位相差により速い補正を行っている。陽子のように重い粒子の場合には放射減衰が期待できないので、このようにバンチを加速電場に位相ロックしないと、バンチのシンクロトロン振動を抑えることができない。

2. RF フィードバックとはどんなものか

2.1 RF フィードバックの定義

前章で述べたフィードバックは、高周波電圧のフィードバックにしても高周波位相のフィードバックにしても、高周波信号の包絡線を検出してフィードバックしていることになる。これに対して“高周波信号を検出して高周波のままフィードバックすること”をRFフィードバックと称している。高周波信号の検出源は増幅器出力や加速空洞の電磁場である。なお、RFはRadio Frequencyの頭字語であり、一般に10 kHz~100 GHzの周波数帯を指す。

2.2 RF フィードバックの目的

加速器のビーム不安定性を回避するためには、ビームが走行する道筋の高周波構造の持つインピーダンスのうち、ビームが持っている周波数成分のインピーダンスを下げねばならない。また加速装置が受けるビーム・ローディングの影響を軽減するためには加速周波数でのビームの見る空洞のインピーダンスを下げねばならない。”RFフィードバックの目的は加速空洞の見かけの(等価的な)インピーダンスを下げることである”。高周波信号を加速空洞から検出し、それを増幅器の入力回路に逆相で加えることによって、同一高周波入力に対する空洞電圧を下げるができる。つまり入力側から見た負荷のインピーダンスが下がったことになる。次章で示されるようにビームから見た負荷(空洞+伝送線路)のインピーダンスも同量だけ下がったことになる。

2.3 ビーム・ローディングとRFフィード フォワード

RFフィードバックの歴史を遡るとRFフィードフォワードに辿り着く。RFフィードフォワードは元々、加速空洞のビーム・ローディング補償のために導入されたものである。

空洞の加速電圧 V_c は、高周波増幅器から供給される電力によって生じるジェネレーター電圧 V_g とビームから空洞に誘起される電圧 V_b との和である(図7)。

$$V_c = V_g + V_b \quad (2-1)$$

ビーム電流値 I_b が大きくなると V_b も大きくなり、B-ファクトリーのような大ビーム電流の加速器になると V_b の方が V_g よりもずっと大きくなる。KEKB-ファクトリーでは、ビーム電流が最大値の時には、 V_b は V_g の数倍になる。

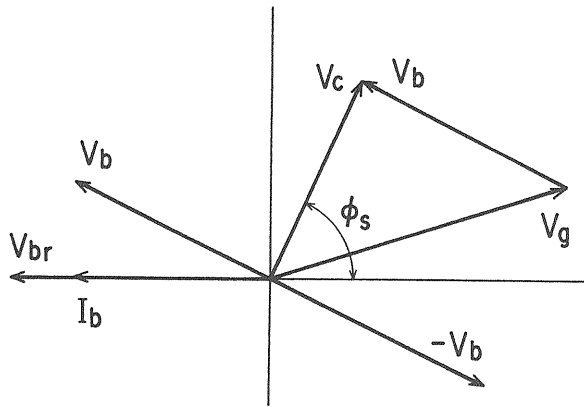


図7 空洞電圧 V_c 、ジェネレーター電圧 V_g 、ビーム電圧 V_b の関係を示すベクトル図

加速器運転時にはビーム電流値が変わっても V_c を一定とするような制御を行う。 V_c の振幅と位相を一定に保つということは、図7のベクトル図から分かるように、 I_b の増大 (V_b の増大) と共に V_g を自動的に変えていかねばならないことを意味する。これをすべて空洞まわりのフィードバック(空洞電圧、位相および共振周波数フィードバック)が担っていることになる。

ビーム・ローディングが重くなった時の問題点を纏めると次のようになる。

- (1) 空洞電圧フィードバック、空洞位相フィードバック等の負担が重くなる。
- (2) 空洞電圧フィードバックと空洞位相フィードバックの間に cross-talk が生じ、コントロール精度が悪くなる。
- (3) 空洞電圧がバンチのシンクロトロン振動を助長する。

(3)については少し説明を要する。バンチがシンクロトロン振動を始めると V_b にもその振動分が現われ、 V_c も振動を始める。 V_c にはフィードバックが掛かっているのに理想的にはその振動分は抑さえられるはずである。しかし現実にはフィードバック・ループのカットオフ周波数がシンクロトロン周波数より低いとか、電圧ループと位相ループの cross-talk などのために振動を抑えることができない。その結果 V_c の振動がバンチのシンクロトロン振動を益々増大させてしまう。

このようにビーム・ローディングが非常に重い場合には、通常のフィードバックの他にビーム・ローディングの補償が必要となる。

RFフィードフォワードを用いたビーム・ローディングの補償回路の概念図を図8に示す。

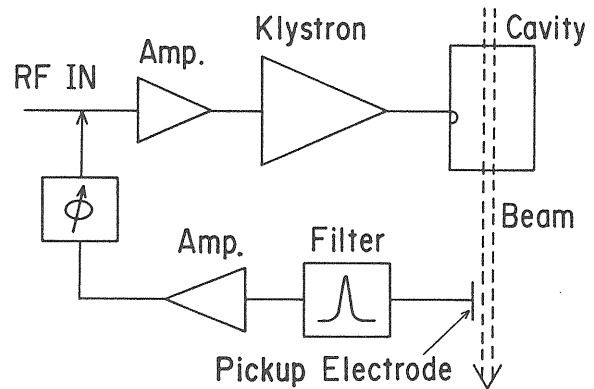


図8 RFフィードフォワードを用いたビーム・ローディング補償の概念図

バンチから加速周波数成分を検出し、空洞で丁度 $-V_b$ になるように振幅と位相を調整して、加速信号の回路に戻してやる。これが理想的に動作すれば、図7のベクトル図から推定できるように、上記の3項目は解決することになる。

2.4 RF フィードフォワードとRF フィードバックの歴史

RF フィードフォワードについて最初に報告したのは F. A. Ferger and W. Schnell⁴⁾ であると思われる。CERN ISR (Intersecting Storage Ring) の空洞のビーム・ローディングを補償するために考案されたものであり、図9のような構成になっている⁵⁾。

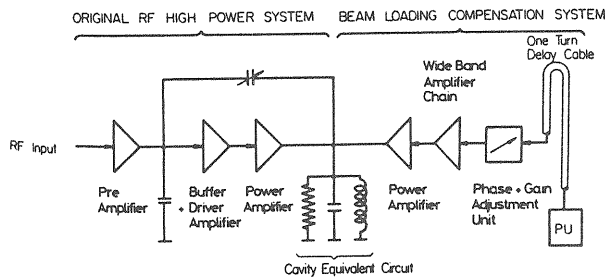


図9 CERN ISR で行われたビーム・ローディング補償実験のブロック図

ビームから加速周波数成分を取り出し、空洞のビーム誘起電圧をキャンセルするように、振幅と位相を調整した後、加速用とは別の電力増幅器を通して空洞に直接フィードバックしている。これによりビーム・ローディングの影響を大幅に軽減することができた。しかし、この方式の欠点は独立の電力増幅器を必要とすることであり、ビーム強度が大きくなると、加速信号用の電力増幅器と同程度或いはそれ以上の大電力増幅器が必要になる。

ビームから取り出した高周波信号を加速信号回路のローレベルの部分に戻す方式が1979年に E. Ezura et al⁶⁾ と D. Boussard et al⁷⁾ によって独立に考案された。

KEK の 500 MeV ブースター・シンクロトロンに適用された回路構成を図10に示す⁶⁾。このビーム・ローディング補償がある場合とない場合の空洞電圧の包絡線を図11に示す。補償がない場合には、バンチがシンクロトロン振動をしているため空洞電圧が変調されている。補償がある場合には変調分が大幅に軽減されており、ビームの振動がかなり収まったことが分かる。

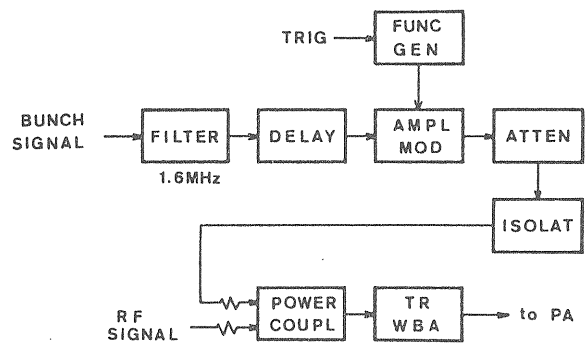


図10 KEK 500 MeV Booster Synchrotron で実験されたRF フィードフォワードによるビーム・ローディング補償回路

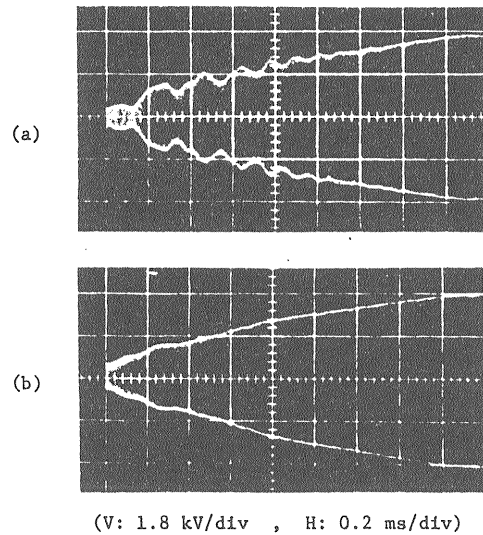


図11 図10のビーム・ローディング補償回路が (a) ない場合と (b) ある場合の高周波電圧の包絡線

CERN の 28 GeV PS (Proton Synchrotron) に適用された回路構成を図12に示す⁷⁾。図10、図12いずれの場合も、ビームから取り出した加速周波数成分を加速信号増幅系のローレベル部に戻しているので、独立の電力増幅器を必要としないことが利点になっている。

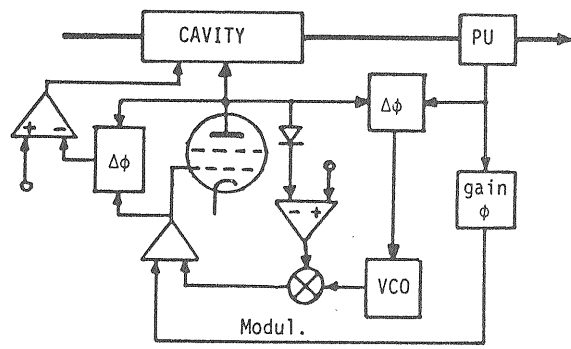


図12 CERN PS で実験された RF フィードフォワードによるビーム・ローディング補償回路

RF フィードフォワードのもう一つの例として、トリスタンの超伝導空洞のビーム・ローディング補償用として開発されたシステムを図13に示す⁸⁾。

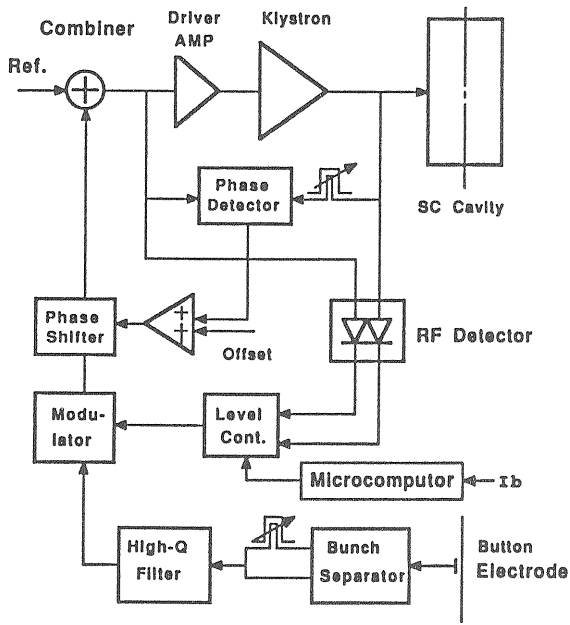


図13 トリスタン MR 用として開発された RF フィードフォワードによるビーム・ローディング補償回路

超伝導空洞はシャント・インピーダンスが高いためビームから誘起される電圧が大きい。このため static Robinson instability により蓄積電流が制限さ

れる。トリスタン MR (Main Ring) 用超伝導空洞を開発する前に、実験用空洞を製作し、トリスタン AR (Accumulation Ring) でビームを用いてテストを行った。この時、ビーム・ローディング補償法として RF フィードフォワードと空洞ディチューニング法をテストした。いずれも蓄積電流を増加させる効果があることを確認した。図13に示す回路は MR 用として作られ、テストされたビーム・ローディング補償回路である。しかし、MR 程度の電流値 (10 数 mA) では、より手軽な空洞ディチューニングで十分であることが分かり、現在は用いられていない。

RF フィードバック、つまり空洞電圧をピックアップして増幅器の前段にフィードバックする試みは 1988年に CERN の SPS (Super Proton Synchrotron) でなされている⁹⁾ (図14)。SPS は LEP (Large Electron-Positron storage ring) の入射器としても使われている。電子・陽電子ビーム加速用の超伝導空洞の大きなシャント・インピーダンスが、大電流陽子サイクルの時にビーム不安定性を引き起こすことが問題となった。これを回避するために、RF フィードバックを掛けて見かけの空洞インピーダンスを大幅に下げる実験を行った。

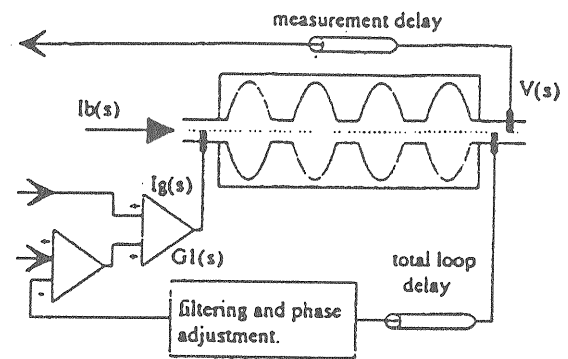


図14 CERN SPS で行われた RF フィードバックによる空洞インピーダンスの低減実験回路

3. RF フィードバックの基礎

一般的な RF フィードバック回路のブロック図を図15に示す。空洞に流れ込む電流はクライストロン側からの I_g とビームからの I_b である。電流に着目して等価回路を作ると図16のようになる。

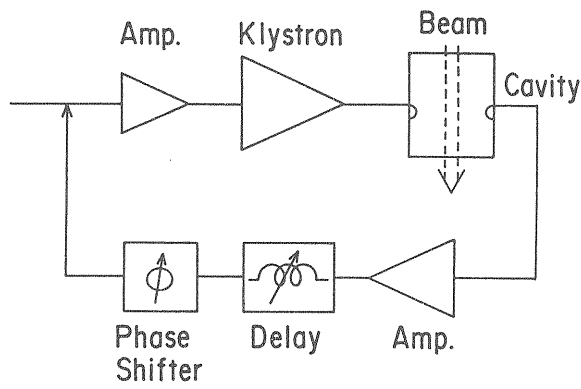


図 15 RF フィードバック回路のブロック図

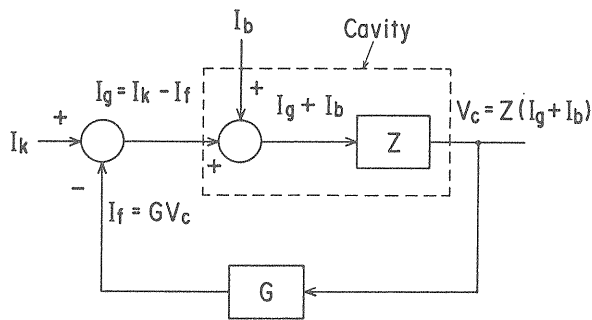


図 16 RF フィードバック回路の等価回路

ここで

- I_b : ビーム電流値
- I_g : ジェネレーター電流値 ($= I_k - I_f$)
- I_k : 空洞側に換算した SUM 点前のドライブ電流値
- I_f : フィードバック電流値
- Z : 空洞のインピーダンス
- V_c : 空洞電圧
- G : フィードバック・ループの伝達関数

である。

V_c と I_f は次のように表わされる。

$$V_c = Z(I_k + I_b - I_f) \quad (3-1)$$

$$I_f = GV_c \quad (3-2)$$

(3-1)、(3-2) より

$$I_f = \frac{GZ}{1+GZ} (I_k + I_b) \quad (3-3)$$

となる。

次にフィードバックを掛けた場合の空洞の見かけのインピーダンス Z' を求める。ループの外から空洞に流れ込む電流で空洞の電圧を割ればよい。

$$Z' = \frac{V_c}{I_k + I_b} = \frac{Z}{1+GZ} \quad (3-4)$$

つまり、見かけのインピーダンスは真のインピーダンスの $1/(1+GZ)$ になる。

また (3-1) の V_c を書き直して次式を得る。

$$\begin{aligned} V_c &= Z \left(\frac{1}{1+GZ} I_k + \frac{1}{1+GZ} I_b \right) \\ &= V_g + V_b \end{aligned} \quad (3-5)$$

ここで V_g 、 V_b は次のように表される。

$$V_g = I_k \frac{Z}{1+GZ} = I_k Z' \quad (3-6)$$

$$V_b = I_b \frac{Z}{1+GZ} = I_b Z' \quad (3-7)$$

ジェネレーター側の SUM 点より前から見た空洞インピーダンス、およびビームから見た空洞インピーダンスはいずれも $1/(1+GZ)$ になる。しかしクライストロンと空洞は共にループの中にあるのでクライストロンから空洞を見たインピーダンスは変わらない。従って、当然のことながら、空洞の見かけのインピーダンスが下がったからといって、同じ空洞電圧を出すためのクライストロン出力が増加する

わけではない。ただし、SUM点前の必要電力は増す(I_k が増す)ことになるが、元々ローレベルの場合なので問題ない。

フィードバックを掛けてもビーム電流値は変わらないので、空洞の見かけのインピーダンスが下がった分だけ V_b は小さくなる。ところが V_c は一定に保たれるので V_b/V_c が小さくなり、ビーム・ローディングの影響が軽減される。また見かけのインピーダンスが下がるため、ビームと空洞との結合が小さくなり、ビーム不安定性が起りにくくなる。

加速周波数成分についてRFフィードバックを掛けた場合と掛けない場合のベクトル図を図17に示す。

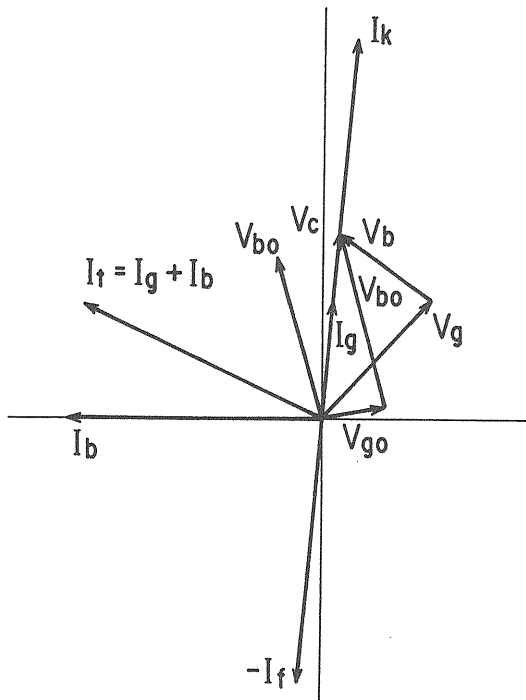


図17 RFフィードバックを説明するためのベクトル図 (suffix 0 が付いているベクトルはフィードバックなしの場合を示す)

図中で suffix 0 が付いているベクトルはRFフィードバックなしの場合を示す。RFフィードバックのある場合も、通常の電圧フィードバック、位相フィードバックが働いて、 V_c をRFフィードバックなしの時と同じ値に保っている。また図17では I_f のフィードバック位相を V_c の逆位相に選んでいるが、目的に応じて選ぶことができる。例えば I_b の逆位相に選べば、前に述べたRFフィードフォワードに近い特性が得られる。

4. 空洞の加速モードに起因するビーム不安定性

4.1 概説

高いミノシティを目指すB-ファクトリーでは、従来の加速器のビーム電流値よりも桁違いに大きな電流値を要求する。ちなみにトリスタンMRの電流値は e^+e^- で15mA程度であるが、KEKB-ファクトリーでは、HER (High Energy Ring) で1.1A、LER (Low Energy Ring) で2.6 Aが設計値である。この大電流ビームとビーム通路の高周波構造との相互作用で、ビームが不安定にならないように、ビーム通路の結合インピーダンスを非常に低く抑さえねばならない。最大のインピーダンス源は加速空洞であり、高次モード (HOM) のインピーダンスを極端に下げるために、様々ないわゆる damped cavity の試みがなされている^{10) 11)}。

ビーム電流値が非常に大きいことにより、もう一つ厄介な問題が生ずる。加速空洞の加速モードのインピーダンスは、共振周波数が加速周波数に一致していれば、ビーム不安定性を起こすことはない。なぜなら、各モードの damping と unti-damping の周波数が加速周波数に関して対称に分布しているからである。空洞の共振ずれがない場合には、対応する加速モードのインピーダンスが同一であるため、インピーダンスの影響が相殺される (4.3節参照)。

一方、クライストロンのRF出力を最小にするためには、加速空洞を伝送線路 (導波管) に整合させて反射電力を無くさねばならない。伝送線路から見た空洞にはビームも含まれている。空洞を整合させるには、ビームの持っているリアクタンス分 (またはサセプタンス分) を補償するために、空洞自体の共振周波数を少し下げねばならない (4.2節参照)。共振周波数を加速周波数からずらすことにより、上述のようなインピーダンスの相殺効果がなくなり、加速モードもビーム不安定性を引き起こすことになる。しかも、加速モードはHOMのように不要成分ではないから damp することができないので、インピーダンスはHOMのそれよりもずっと大きくなる。従って、共振周波数のずれが大きくなり、共振のピークがビームの周回周波数に近づくようになると、HOMによるよりも激しいビーム不安定性を引き起こすことになる。

4.2 ビームによる空洞共振周波数のずれ

4.2.1 RFシステムの基礎方程式

ビーム・ローディングのサセプタンス分を補償するために必要な、空洞の共振周波数のずれの量を、RFシステムの等価回路と伝送回路論を用いて導出する。この目的のためには、もっと簡単に求める方法があるが、ここではより一般的な方法により導出する。

図18のように空洞をL、C、 G_c の並列回路で表わし、伝送線路と空洞の結合を巻数nの理想変圧器で表わす。伝送線路の特性アドミタンスを G_0 とする。伝送線路には進行波 $V_1^+(z)$ と反射波 $V_1^-(z)$ が存在する。

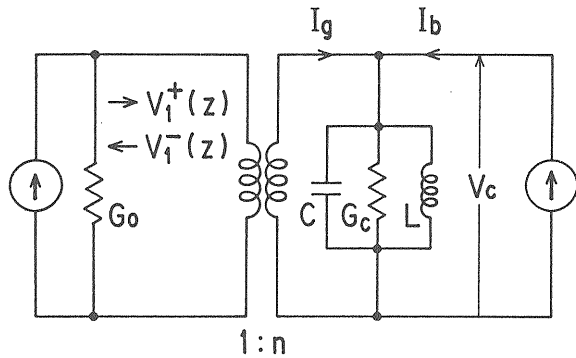


図18 RFシステムの等価回路

空洞直前の $V_1^+(z)$ 、 $V_1^-(z)$ を V_1^+ 、 V_1^- とすれば、空洞電圧 V_c は

$$V_c = n(V_1^+ + V_1^-) \quad (4-1)$$

空洞に流れ込む電流は

$$I_g + I_b = C \frac{dV_c}{dt} + G_c V_c + \frac{1}{L} \int V_c dt \quad (4-2)$$

また I_g は次のように表わすことができる。

$$I_g = \frac{1}{n} G_0 (V_1^+ - V_1^-) \quad (4-3)$$

(4-2)、(4-3)より次式を得る。

$$C \frac{dV_c}{dt} + G_c V_c + \frac{1}{L} \int V_c dt - I_b = \frac{G_0}{n} (V_1^+ - V_1^-) \quad (4-4)$$

ここで空洞の共振角周波数を ω_r とし、無負荷Q値を Q_0 、結合係数を β とすれば

$$Q_0 = \frac{1}{\omega_r L G_c} = \frac{\omega_r C}{G_c} \quad (4-5)$$

$$\beta = \frac{G_0}{n^2 G_c} \quad (4-6)$$

(4-5)、(4-6)を用いて(4-4)を書き直す。

$$\begin{aligned} Q_0 \left(\frac{1}{\omega_r} \frac{d^2 V_c}{dt^2} + \omega_r V_c \right) + \frac{d}{dt} \left(V_c - \frac{I_b}{G_c} \right) \\ = n\beta \frac{d}{dt} (V_1^+ - V_1^-) \end{aligned} \quad (4-7)$$

(4-1)と(4-7)がRFシステムの解析の基礎となる式である。

次に定常状態のみを考慮することとし、また共振周波数からあまり離れたところを考えなければ、

(4-7)は次のように簡略化される。

$$\left(1 + i 2Q_0 \frac{\Delta\omega}{\omega_r} \right) V_c - I_0 R_{sh} = n\beta (V_1^+ - V_1^-) \quad (4-8)$$

ここで $\Delta\omega = \omega - \omega_r$ であり、加速周波数と共振周波数の差である。また平均電流 $I_0 = I_b/2$ 、シャント抵抗 $R_{sh} = 2/G_c$ を用いた。

4.2.2 空洞の入力アドミタンス

空洞の入力アドミタンス、つまり空洞の直前から

空洞側を見たアドミタンス（インピーダンスの逆数）を Y_c とすれば、伝送線路の特性アドミタンス G_0 で正規化した入力アドミタンス Y_{cn} は次のように表わされる。

$$Y_{cn} = \frac{Y_c}{G_0} = \frac{V_1^+ - V_1^-}{V_1^+ + V_1^-} \quad (4-9)$$

(4-1) と (4-8) を用いることにより、(4-9) は次のようになる。

$$Y_{cn} = \frac{1}{\beta} \left[\left(1 + i 2 Q_0 \frac{\Delta\omega}{\omega_r} \right) - \frac{I_0 R_{sh}}{V_c} \right] \quad (4-10)$$

$I_0 R_{sh}/V_c$ は図7のベクトル図から分かるように次のように表わされる。

$$\begin{aligned} \frac{I_0 R_{sh}}{V_c} &= i \left| \frac{I_0 R_{sh}}{V_c} \right| \exp \left[i (90^\circ - \phi_s) \right] \\ &= i \frac{I_0 R_{sh}}{|V_c|} (\sin \phi_s + i \cos \phi_s) \end{aligned} \quad (4-11)$$

(4-11) を (4-10) に代入することにより、次のような空洞の正規化アドミタンスが得られる。

$$\begin{aligned} Y_{cn} &= \frac{1}{\beta} \times \\ &\left[\left(1 + \frac{I_0 R_{sh}}{|V_c|} \cos \phi_s \right) + i \left(2 Q_0 \frac{\Delta\omega}{\omega_r} - \frac{I_0 R_{sh}}{|V_c|} \sin \phi_s \right) \right] \\ &= G_{cn} + i B_{cn} \end{aligned} \quad (4-12)$$

G_{cn} は空洞の入力アドミタンスのコンダクタンス分、 B_{cn} はサセプタンス分である。

4.2.3 空洞の整合条件

空洞が伝送線路に対して整合がとれているための

条件は (4-12) より

$$G_{cn} = \frac{1}{\beta} \left[1 + \frac{I_0 R_{sh}}{|V_c|} \cos \phi_s \right] = 1 \quad (4-13)$$

$$B_{cn} = 2 Q_0 \frac{\Delta\omega}{\omega_r} - \frac{I_0 R_{sh}}{|V_c|} \sin \phi_s = 0 \quad (4-14)$$

が同時に成立することである。

(4-13) より結合係数 β は

$$\beta_{opt} = 1 + \frac{I_0 R_{sh}}{|V_c|} \cos \phi_s = 1 + \frac{P_b}{P_c} \quad (4-15)$$

でなければならない。これが最適結合係数ということになる。なお、 P_b はビームがジェネレーターから受け取る電力、 P_c は空洞の壁で消費される電力である。

(4-14) 右辺の第一項は空洞の共振ずれによるサセプタンス分、第二項はビームによるサセプタンス分である。ビームを含めた空洞系を伝送線路と整合させるためには、ビームによるサセプタンス分を打消すために、空洞自体の共振を次の量だけずらさねばならない。

$$\frac{\Delta\omega}{\omega_r} = \frac{1}{2} \left(\frac{R_{sh}}{Q_0} \right) \frac{I_0}{|V_c|} \sin \phi_s \quad (4-16)$$

(4-16) から分かるように、ビーム電流値が大きい程空洞の共振ずれは大きくなる。また共振ずれを小さく抑さえるためには、空洞の R/Q は小さい方がよく、空洞電圧は高い方がよい。

4.3 加速モードによる縦方向結合バンチ・モード不安定性

4.3.1 概説

ビーム電流を周波数領域で考えると、バンチの周回周波数 f_{ev} の整数倍 $n \times f_{ev}$ の成分を持つ。バンチ

が短い程ビームの持つ周波数成分は高い周波数領域まで延びる。ビームの走行する真空チェンバー（加速空洞も含む）の構造が周波数 $n \times f_{rev}$ 成分のインピーダンスを持つならば、ビームのその周波数成分との間に相互作用が生じる。あるバンチによって作られた wakefield が引き続くバンチに作用してビームを不安定にする。これが結合バンチ・モード不安定性である。縦方向不安定性（バンチの進行方向の振動）と横方向不安定性（バンチの進行方向に対して直角方向の振動）が起こりうるが、このテキストでは前者のみについて考える。

バンチが通路の高周波構造と相互作用をして平衡位置からずれると、加速電界の作用により引き戻すような力が働く。そのため、バンチは平衡位置の周りを振動数 f_s のシンクロトロン振動をしながら収束 (damping) するか、振動が増大して発散 (anti-damping) することになる。従って振動しているビームは $n \times f_{rev} \pm f_s$ の周波数成分を持つことになり、ビームと相互作用するインピーダンスもこの周波数成分ということになる。 $n \times f_{rev} + f_s$ を $n \times f_{rev}$ の上側波帯 (upper sideband) と呼び、 $n \times f_{rev} - f_s$ を $n \times f_{rev}$ の下側波帯 (lower sideband) と呼ぶ。

また、それぞれのバンチが RF バケットの中で周波数 f_s で振動しているわけであるが、それらは wakefield を介して結ばれているので、任意の位相関係で振動することは許されず、バンチ間のシンクロトロン振動の位相差が同じになるような一種の連成振動を行うことになる。リングを一周して同じ位相に戻る必要があるため、起こりうる振動モードの数は入射したバンチの個数ということになる。

4.3.2 縦方向結合バンチ・モード不安定性の増大率

ここでは、点状の堅いバンチが同量の電荷を持ち、リング内に等間隔で分布しているとする。また、バンチ内振動モードとしてはダイポール振動のみについて考える。B-ファクトリーのようにバンチ長が短い場合には高次モードの振動は起こりにくい。バンチの数を M 個とすれば、バンチ間の結合によって生じる振動モードの数も M 個である。

モード・ナンバーを μ とすれば、

$$\mu = 0, 1, 2, 3, \dots, M-2, M-1$$

μ モードで振動している l 番目のバンチの平衡位置からの時間ずれ $\tau_{\mu l}$ は次式で表わされる¹²⁾。

$$\tau_{\mu l} = \hat{\tau}_{\mu} \exp(-\alpha_{\mu} t) \cos\left(\omega_{s\mu} t + \frac{2\mu\pi}{M} l\right) \quad (4-17)$$

$$\alpha_{\mu} = \alpha_{damp} + \Delta\alpha_{\mu} \quad (4-18)$$

ここで

- $\hat{\tau}_{\mu}$: μ モードの振動の振幅
- α_{μ} : μ モードの減衰率
- α_{damp} : 放射減衰等による減衰率
- $\Delta\alpha_{\mu}$: 真空チェンバー（加速空洞を含む）による μ モードの減衰率
- $\omega_{s\mu}$: μ モードのシンクロトロン角周波数
($= \omega_s + \Delta\omega_{s\mu}$)
- ω_s : 非常に小さい電流値でのシンクロトロン角周波数
- M : バンチ数

なお、(4-17) の位相の項

$$\theta_{\mu} = \frac{2\mu\pi}{M} \quad (4-19)$$

は μ モードの隣り合うバンチ間の位相差を表わす。(4-18) より $\Delta\alpha_{\mu}$ が負になり、 $\Delta\alpha_{\mu} < -\alpha_{damp}$ になるとビームが不安定になることが分かる。

$\Delta\alpha_{\mu}$ は次のように表わされる¹²⁾。

$$\Delta\alpha_{\mu} = \frac{eI_0 \alpha \omega_{rev}^2}{4\pi E \omega_s} S_{\mu} \quad (4-20)$$

ここで

- I_0 : 平均ビーム電流
- α : モーメントム・コンパクション係数
- ω_{rev} : ビームの周回角周波数
- E : ビームのエネギー

S_{μ} は真空チェンバーの抵抗であり、次のように表わされる。

$$S_\mu = \sum_{m=1}^{\infty} \{ (Mm - \mu) R_m^- - (Mm - M + \mu) R_m^+ \} \quad (4-21)$$

$$R_m^- = \text{Re} Z[(Mm - \mu) \omega_{rev} - \omega_s] \quad (4-22)$$

$$R_m^+ = \text{Re} Z[(Mm - M + \mu) \omega_{rev} + \omega_s] \quad (4-23)$$

$Z(\omega)$ は真空チェンバーのインピーダンスであり $\text{Re} Z(\omega)$ はその実部である。ちなみに $Z(\omega)$ の虚部 $Xm = \text{Im} Z(\omega)$ はコヒーレントな周波数シフト $\Delta\omega_{s\mu}$ を与える

$$\Delta\omega_{s\mu} = -\frac{eI_0\alpha\omega_{rev}^2}{4\pi E\omega_s} \times \quad (4-24)$$

$$\sum_{m=1}^{\infty} \{ (Mm - \mu) X_m^- + (Mm - M + \mu) X_m^+ \}$$

(4-17)~(4-23) を見れば分かるように、 R_m^- 、つまり下側波帯 ($n \times f_{rev} - f_s$) の位置での抵抗が damping に寄与し、 R_m^+ 、つまり上側波帯 ($n \times f_{rev} + f_s$) の位置での抵抗が anti-damping を引き起こす。

横軸に f/f_{rev} をとって各モードの位置を示すと図19のようになる。上側波帯を上側に、下側波帯を下側に示した。 $f/f_{rev} = M$ の周期で同じモード・パターンが繰り返されていることが分かる。

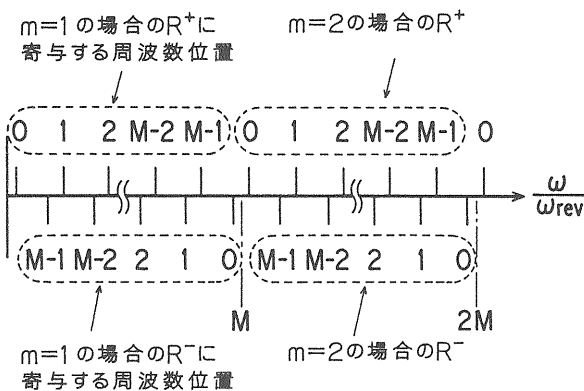


図19 安定モード、不安定モードの周波数位置

ここで、すべての結合バンチ・モード不安定性をフィードバックで抑さえる場合の、フィードバック・システムに要求される帯域幅について一言触れる。図19に示されるように、不安定モードは周期 $f/f_{rev} = M$ で繰り返し現われるので、フィードバック・システムの帯域幅は、ビーム通路の構造が持つ広い周波数帯域をカバーする必要はなく、 $f = f_{rev} M$ の帯域があれば十分である。さらに、 μ モードと $(M - \mu)$ モードは同一であることを考えれば、フィードバック・システムの必要帯域幅はその半分がよく

$$BW_{FB} = \frac{1}{2} f_{rev} M \quad (4-25)$$

ということになる。この事情は周波数領域で各モードを取り出してフィードバックする方式でも、時間領域で処理する bunch-by-bunch フィードバック方式でも同じである。KEK B-ファクトリーについて考えれば、全 RF バケットにバンチを詰めた場合の必要帯域幅は約 250 MHz、1/5 のバケットに入射した場合には約 50 MHz になる。

4.3.3 加速モードによるビーム不安定性

前節の (4-20) はビーム通路に存在するすべてのインピーダンスを含んでいるが、これ以後、加速モードのインピーダンスだけを考えることにする。この場合には、加速周波数 f_{rf} の近く、つまり $Mm = h$ ($h = f_{rf}/f_{rev}$) の近くだけを考えればよいことになる。KEK B-ファクトリーの場合、最初は RF バケットの 1/5 にバンチを等間隔に入射することを考えているが、この場合には $m = 5, 6$ のみを考えればよい。全 RF バケットにバンチを詰める場合には $m = 1, 2$ のみを考えればよい。

図20に加速モードの抵抗 (インピーダンスの実部) の例を示す。この場合は空洞の共振が周回周波数の約 1.5 倍位ずれているように描いてある。

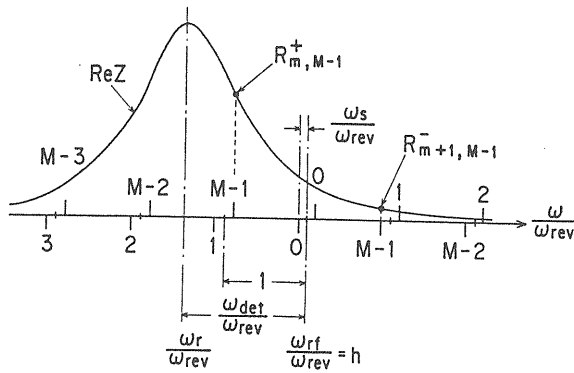


図20 加速モードの抵抗とモード位置の例

(M-1)モードについて考えると、上側波帯の抵抗の方が下側波帯の抵抗よりも大きいので不安定モードとなる。(M-2)、(M-3)、・・・モードについても同様である。これとは逆に0、1、2、・・・モードでは抵抗の大きさの関係が逆になるので安定モードとなる。図20から分かるように、加速モードの共振のピークがバンチ振動のモードの上側波帯と一致した時に抵抗の差が最大になる。従って、その付近でそのモードの増大率が最大になり、そこを離れると急速に減衰する。空洞の共振ずれが大きく周回周波数の何倍もずれるような場合には、ビーム電流値をゼロから増していくと各モードの増大率の変化は図21のようになる。

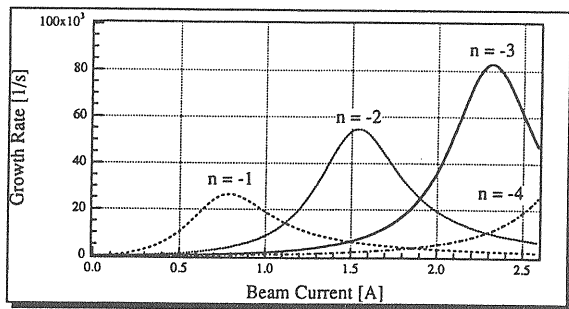


図21 加速モードによる結合バンチ・モード不安定性の増大率の計算例 (2 cell damped cavity を LER に用いた場合であり、空洞の共振周波数のずれがビーム電流 2.6 A の時に周回周波数の約 3.3 倍に達する)

これはB-ファクトリー用として最初に発された2 cell damped cavity¹⁷⁾を LER に使用した場合を示したものである。ビーム電流値 2.6 A の時の空洞の共振ずれは約 330 kHz であり、ビームの周回周波数の約 3.3 倍である。

空洞の加速モードのインピーダンスは次式で表わされる。

$$Z[\xi] = \frac{R_{sh}}{2(1+\beta)} \frac{1}{1+\xi^2} (1-i\xi) \quad (4-26)$$

$$\xi = 2 Q_L \frac{\omega - \omega_r}{\omega_r} = 2 Q_L \frac{\Delta\omega}{\omega_r} \quad (4-27)$$

ここで Q_L は負荷の Q 値であり、 $Q_L = Q_0/(1+\beta)$ である。

インピーダンス実部は次のようになる。

$$\text{Re} Z[\xi] = \frac{R_{sh}}{2(1+\beta)(1+\xi^2)} \quad (4-28)$$

ビームによる空洞の共振ずれは (4-16) を用いて求めることができる。シンクロトロン周波数は次式で与えられる。

$$f_s = \left[\frac{eV_c \alpha f_{rf}^2 \sin \phi_s}{2\pi h E} \right]^{1/2} \quad (4-29)$$

これらの式と (4-20) を用いて結合バンチ・モード不安定性の増大率を求めることができる。

5. RF フィードバックによるビーム不安定性の抑制の背景

5.1 概説

加速モードによる結合バンチ・モード不安定性を回避するための方法は次の二つに大別される。

(1) 空洞の共振周波数のずれを小さくする。
 加速モードによるビーム不安定性は前述のように (4-16) で表される空洞の共振ずれによって生じる。従って、 R/Q の非常に小さい空洞ができれば、ビーム不安定性を回避することができる^{13) 14)}。

(2) ビームと結合するインピーダンスを下げる。
 ビーム不安定性の増大率は、ビームの持つ周波数成分での加速モードのインピーダンスの大きさによって決まる。従って、そのインピーダンスを下げる如果能够できれば、増大率を小さくすることができる。

(1) に関しては、本セミナーで別に講義があるので^{11) 15)}、これ以後は (2) の場合、つまり RF フィードバックによって空洞インピーダンスを低減し、ビーム不安定性を軽減する方法について述べる。

RF フィードバックの方法としては次の三種が考えられる。

- (1) 直接 RF フィードバック
- (2) デジタルくし型フィルターを用いた RF フィードバック
- (3) 並列くし型フィルターを用いた RF フィードバック

このうち (1) については本章で述べるが、(2) については次の 6 章で、(3) については 7 章で述べる。

5.2 KEK B-ファクトリーでの不安定性の増大率

KEK B-ファクトリー用の加速空洞として ARES 空洞の開発が進められている¹⁶⁾。加速空洞の他にエネルギーを蓄積するための空洞を有し、総合の R/Q を 10Ω 位まで下げることが目標としている。この空洞を用いれば、空洞の共振ずれが非常に小さくなり、加速モードによるビーム不安定性は殆ど問題なくなる。しかし、ここでは ARES からエネルギー貯蔵空洞を除き、チョーク・モード空洞のみを使用する場合について考える。

チョーク・モード空洞を用いた場合の、加速モードによるビーム不安定性の増大率の計算値を図 22 に

示す。以後、簡略化のため、 $(M-n)$ モードを単に $-n$ モードと呼ぶことにする。

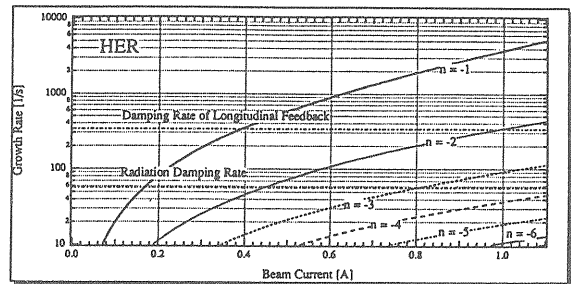
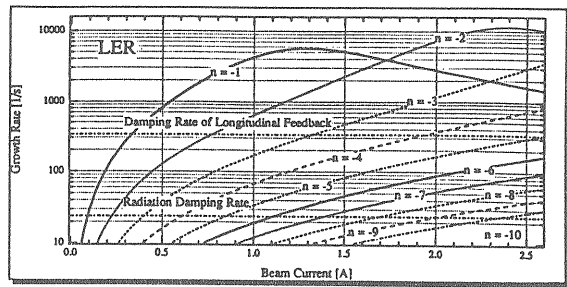


図 22 加速モードによる結合バンチ・モード不安定性増大率の計算値 (チョーク・モード空洞を用いた場合で、上部に LER を、下部に HER の結果を示す)

図の上部は LER、下部は HER についての計算値であり、共に -1 モードから -10 モードまで求めている。縦軸は対数表示である。

図には放射減衰率 (radiation damping rate) と bunch-by-bunch フィードバックによる減衰率の目標値も記入した。ビームの周回周波数が約 100 kHz であるのに対して空洞の共振ずれの最大値は LER の場合 220 kHz、HER では 165 kHz である。放射減衰率以上の増大率を持つモードが LER に 10 個、HER に 4 個存在する。なお、LER については、エッミタンス調整のために wiggler magnet を入れることが検討されている。その場合には空洞台数が増すため 1 台当たりの空洞電圧が下がり、空洞の共振ずれが大きくなるので、状況はさらに厳しくなる。

5.3 ループ要素の伝達特性

フィードバック系の特性は、ループ内にどのような要素が入るかによって左右される。広帯域特性を持つ要素はループの特性に悪影響を与えない。RFフィードバック系のブロック図は図15に示してある。ループ構成要素のうち、狭帯域特性を持つものは加速空洞とクライストロンである。また、ケーブル等による遅延も系の応答特性を悪化させる。

(1) 加速空洞

図23に2 cell damped cavityの伝達特性の測定値を示す。上側がインピーダンスとその実部、下側が位相の周波数特性である。横軸の周波数スケールは $(f-f_r)/f_{rv}$ である。帯域幅は約170 kHz、位相の変化幅は $\pm 90^\circ$ であり、共振点付近で急激に変化する。

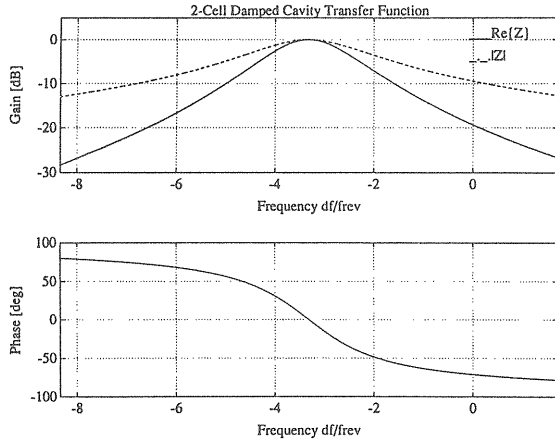


図23 2 cell damped cavityの伝達特性（上部にインピーダンスとその実部の周波数特性、下部に位相の周波数特性を示す）

(2) クライストロン

現在トリスタンで使用しているクライストロン（連続出力1.2MW）の伝達特性の実測値を図24に示す。測定にはネットワーク・アナライザを用いた。位相特性は周波数に比例する成分と狭帯域特性に起因する急激に変化する成分の合成されたものである。カソード電圧、カソード電流などの運転パラメータにより特性が若干変わる。このクライストロンはB-ファクトリーでも使用される。

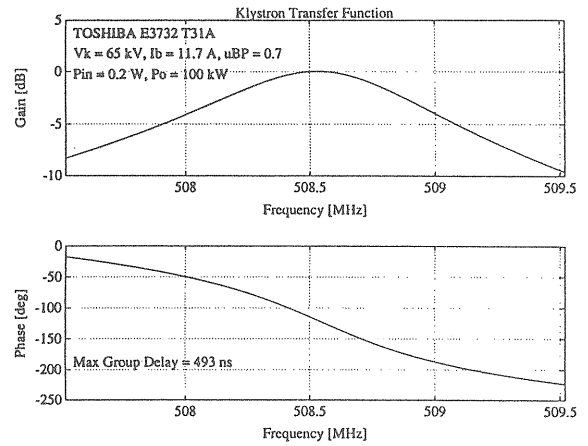


図24 クライストロン（東芝E3786）の伝達特性（上部に利得の周波数特性、下部に位相の周波数特性を示す）

(3) ケーブル等による遅延

KEK B-ファクトリーの場合、ローレベル部およびクライストロン等は地上部にあり、加速空洞はトンネル内にあるので、その間を結ぶケーブル、導波管が長くなり、遅延量がかなり大きくなる。トリスタンMRのD1-Dステーションで実測したループの遅延量は $1.12 \mu\text{s}$ であった。この測定値には、ケーブル・導波管の他に、空洞とクライストロンを除くすべてのアンプやRFモジュール類の遅延も含まれている。

5.4 直接RFフィードバック

抑制すべきモードの数は5.2で述べたように数個～10個であり、数100 kHz～1MHzの周波数帯に亘っている。この周波数帯にベタにRFフィードバックを掛けることを直接RFフィードバック（direct RF feedback）と称している¹⁸⁾。この方式のネックとなるのは空洞の位相特性とループの遅延量である。前節で述べたように、空洞の位相は共振周波数を中心として $\pm 90^\circ$ 変わる。またループの遅延時間を $1 \mu\text{s}$ とすれば、これだけでも周波数が500 kHz変わると位相が約 180° 変わってしまう。従って、広帯域に亘ってRFフィードバックを掛け、インピーダンスを下げることは困難である。

直接RFフィードバックによるインピーダンス低減の計算例を図25に示す。

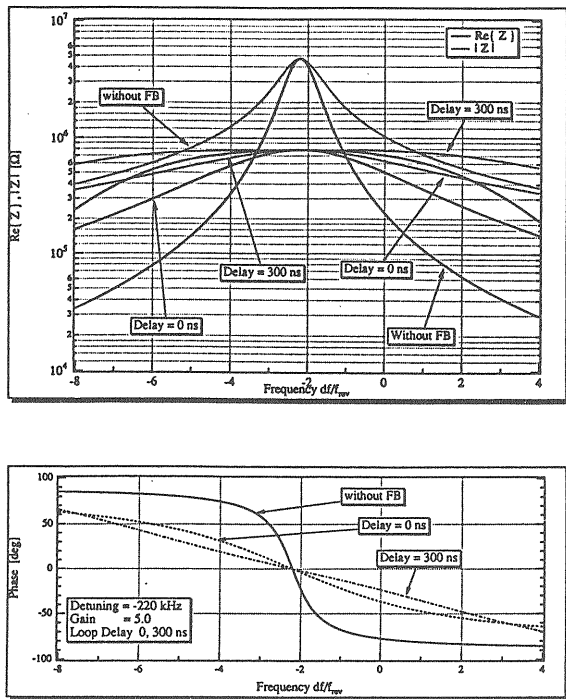


図 25 直接 RF フィードバックを掛けた場合のインピーダンスの周波数特性の計算値 (チョーク・モード空洞)

チョーク・モード空洞 1 台について (3-4) を用いて計算したものであり、クライストロンの特性は計算に入っていない。インピーダンスの実部が低減されるのは中心周波数 ±100 kHz 位までであり、それ以外の周波数では位相がずれることにより、インピーダンスはむしろ増大してしまう。

6. デジタルくし型フィルターを用いた RF フィードバック

前節で述べたように、直接 RF フィードバックを広帯域で動作させることには無理がある。しかし、ビームにとっては、すべての周波数でインピーダンスが低い必要はなく、周回周波数の整数倍 (revolution harmonics) の上側波帯 ($n \times f_{rv} + f_s$) でのインピーダンスが低ければよいわけである。D. Boussard はこの点に着目して、くし型フィルターと 1 ターン・ディレイを使用した RF フィードバック方式を考案した¹⁹⁾。

6.1 回路構成

D. Boussard が CERN の SPS で実験した回路を図 26 に示す。基本的な構成は図 15 と同じであり、違いは周波数選択回路が入ったこと、およびループの遅延時間をバンチの周回周期に選んだことである。

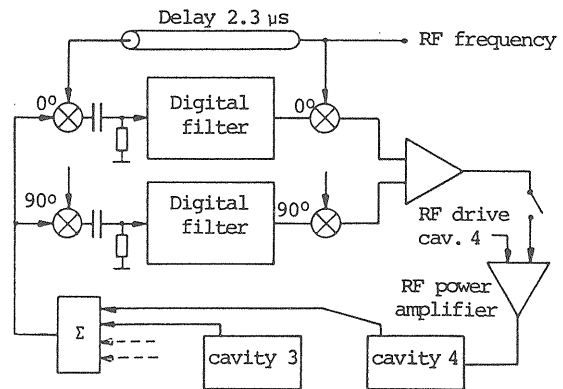


図 26 CERN SPS で実験された、空洞の見かけのインピーダンスを下げるための、RF フィードバック・システム

空洞からピックアップした信号を加速周波数 f_{rf} と混合して周波数を下げてから、デジタル・フィルターで f_{rv} 間隔の周波数成分を取り出す。周波数領域でくしの歯状に信号を取り出すのでくし型フィルター (comb filter) と称する。フィルターを出た信号は再び f_{rf} と混合され、元の周波数に戻って空洞にフィードバックされる。

フィードバック・ループの遅延時間をバンチの周回周期 $T=1/f_{rv}$ に選ぶのは次のような理由による。遅延時間を t_d とし、高周波の角周波数の変化を $\Delta\omega$ とすれば、その時の位相の変化 $\Delta\theta$ は

$$\Delta\theta = \Delta\omega t_d \quad (6-1)$$

である。今問題としている周波数変化は $\Delta\omega = 2\pi n \times f_{rv}$ 付近だけなので、 $t_d = T$ と選べば $\Delta\theta$ は常にほぼ 2π となる。つまり、ある周波数 $n \times f_{rv}$ でフィードバックの位相を合わせておけば、それから f_{rv} の整数倍だけ離れた周波数でも常に位相が合うことになる。これを 1 ターン・ディレイ (1 turn delay) と称している。厳密に言えば、合わせたいのは $n \times$

f_{ev} での位相ではなく $n \times f_{ev} + f_s$ での位相である。
1ターン・ディレイを使用する場合にはこのことに注意すべきである。

6.2 デジタルくし型フィルターの構成

デジタルくし型フィルターのブロック図を図27に示す。これはローパス再帰型フィルター (recursive filter) を基にし、サンプリング周期の遅れを1からNに変更したものである。1ターン・ディレイ用のメモリーも図示してある。クロック・パルスが来る度にメモリーの内容は1周期分だけシフトされる。サンプリング周波数は $N \times f_{ev}$ に選ばれる。

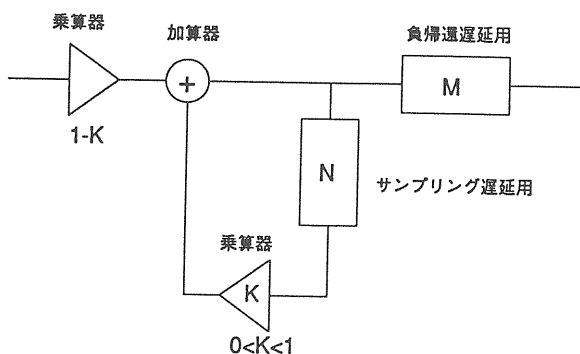


図27 デジタルくし型フィルターのブロック図

6.3 デジタルくし型フィルターの動作原理

図28のような再帰型のローパス・フィルターを考える。 $X(z)$ 、 $Y(z)$ は入力、出力のパルス列の z 変換を表わす。 z^{-1} は1サンプリング周期の遅れを表わす。 N サンプリング周期の遅れは z^{-N} で表わされる。

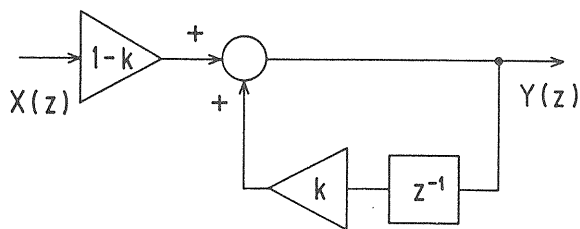


図28 デジタルくし型フィルターの動作原理を説明するための図

$X(z)$ と $Y(z)$ は次のような関係式で結ばれる。

$$Y(z) = \frac{1-k}{1-kz^{-1}} X(z) = H(z)X(z) \quad (6-2)$$

ここで $H(z)$ はシステムの伝達関数である。

システムの周波数応答 $H(\omega)$ は伝達関数の z に $\exp(i\omega T_{sp})$ を代入して得られる。 T_{sp} はサンプリング周期である。

$$H(\omega) = \frac{1-k}{1-k \exp(-i\omega T_{sp})} \quad (6-3)$$

周波数応答の振幅 $H(\omega)$ は次のようになる。

$$|H(\omega)| = \frac{1-k}{(1+k^2 - 2k \cos \omega T_{sp})^{1/2}} \quad (6-4)$$

$k=0.2, 0.5, 0.8$ の場合について $H(\omega)$ を計算すると図29のようになり、このシステムはローパス特性を持っていることが分かる。このシステムの動作

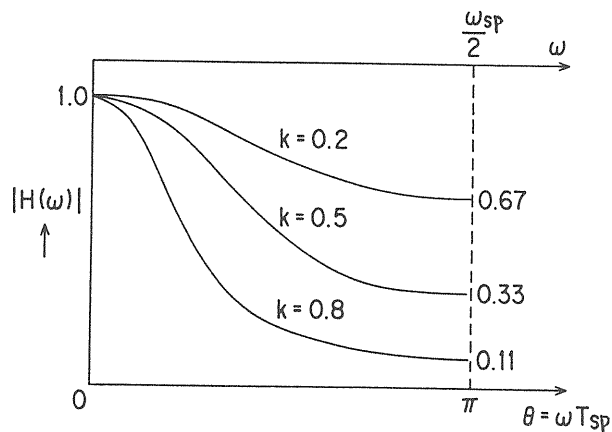


図29 1サンプリング周期遅れでフィードバックした時のフィルターの周波数特性

周波数の上限はサンプリングの定理により次のよう

になる。

$$\omega_{\max} = \frac{\omega_{sp}}{2} = \frac{\pi}{T_{sp}}, \quad \theta_{\max} = \omega_{\max} T_{sp} = \pi \quad (6-5)$$

次に2サンプリング周期遅らせてフィードバックすることを考える。この場合の $H(z)$ 、 $H(\omega)$ は次のようになる。

$$H(z) = \frac{1-k}{1-kz^{-2}} \quad (6-6)$$

$$|H(\omega)| = \frac{1-k}{[1+k^2-2k\cos(2\omega T_{sp})]^{\frac{1}{2}}} \quad (6-7)$$

$H(\omega)$ は図30のような周波数特性を持つ。同様にし

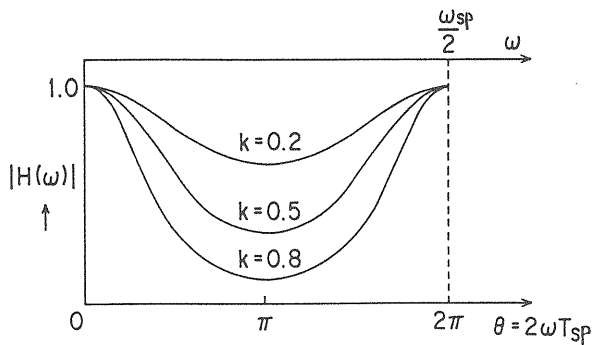


図30 2サンプリング周期遅れでフィードバックした時のフィルターの周波数特性

てフィードバックの遅延量を増していけば、同じ周波数特性が繰り返り現われることになる。Nサンプリング周期遅らせた場合、 $H(z)$ 、 $H(\omega)$ は

$$H(z) = \frac{1-k}{1-kz^{-N}} \quad (6-8)$$

$$|H(\omega)| = \frac{1-k}{[1+k^2-2k\cos(N\omega T_{sp})]^{\frac{1}{2}}} \quad (6-9)$$

となり、 $H(\omega)$ は図31に示すようにくし型フィルター特性を持つ。

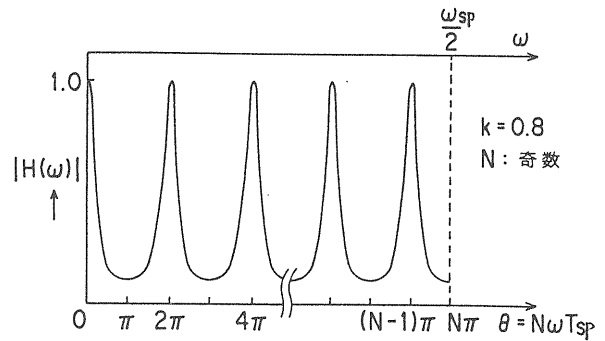


図31 Nサンプリング周期遅れでフィードバックした時のフィルターの周波数特性

このシステムで取り出すことのできる周波数成分 f_m は次のようになる。

$$N\omega T_{sp} = 2m\pi \rightarrow f_m = m \frac{f_{sp}}{N} \quad (6-10)$$

ここで

$$m=1, 2, 3, \dots, (N-2)/2 \quad (N: \text{偶数}) \\ \text{or} \quad (N-1)/2 \quad (N: \text{奇数})$$

また $f_{sp}=1/T_{sp}$ はサンプリング周波数である。つまりNサンプリング周期遅らせてフィードバックすると、 f_{sp}/N の整数倍の周波数成分を取り出すくし型フィルターとなる。

次にデジタル動作と上記の周波数特性を結び付けることを考える。入力系列を $\{x(n)\}$ 、インパルス応答列を $\{h(n)\}$ とすれば、時刻 n における出力 $y(n)$ は次式で表される。

$$y(n) = \sum_{l=0}^n h(l) x(n-l) \quad (6-11)$$

システムのインパルス応答は伝達関数(6-8)の逆z変換であり、次のようになる。

$$Z^{-1} \left(\frac{1-k}{1-kz^{-N}} \right) = (1-k)k^m U(m) \quad (m=0, 1, 2, 3, \dots) \quad (6-12)$$

ここで $U(m)$ は時間間隔 NT_{sp} の単位無限系列である。(6-12)の意味するところは、システムにパルスが1個だけ入った場合、出力には時間的に段々減衰しているパルスが N 周期毎に無限に現われるということである。従って、再帰型フィルタは IIR (Infinite Impulse Response) フィルタとも呼ばれている。

入力には次々にパルスが入ってくるので、出力はそれぞれのパルスに対する無限応答を合成したものになる。図32に入力パルス3個についての出力パルスの様子を示した。合成されたパルス応答は最後にD/A変換されてアナログ信号になる。

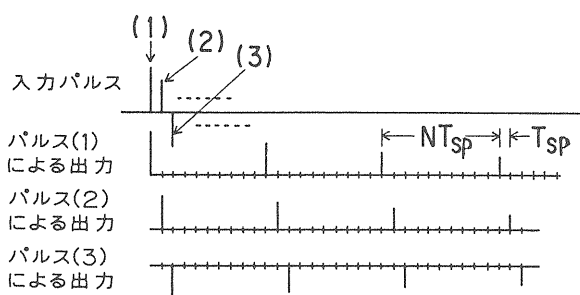


図32 デジタルくし型フィルタの入力パルスと出力パルスの関係

それでは入力信号に含まれるどのような周波数成分が出力に生き残れるのか。それにはパルスが N サンプル周期遅れでフィードバックされることを考えればよい。つまり、あるパルスが入った時に、それに加わるフィードバック信号は N 周期の整数倍前に入ったパルスが減衰したものである。従って、それらのパルスが同相またはそれに近い位相関係にあれば相加することになり、逆相関係にあれば打ち消されてしまう。例えば図33に示すように、 $f_1=f_{sp}/N$ 、 $f_2=2f_{sp}/N$ はフィードバック信号が同相で加わるから生き残り、 $f_3=f_{sp}/2N$ は逆相になるから打ち消される。フィードバックの係数 k が大きい程、フィードバックされるパルスの減衰率が小さくなるので、

相加、相殺の効果が大きくなり、フィルタ特性がシャープになる。

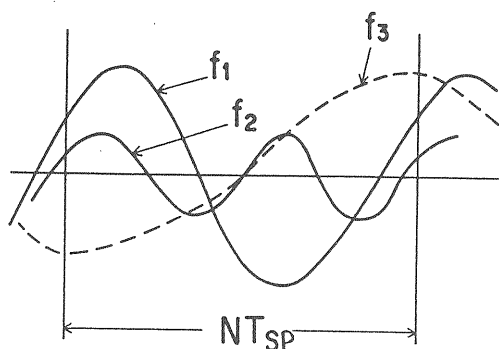


図33 フィルタの入力信号のどのような周波数成分が出力に残るかを説明するための図

次に加速器の場合を考える。バンチの周回周期を T ($=1/f_{rev}$) とし、サンプリングの周期を $T_{sp}=T/N$ ($f_{sp}=Nf_{rev}$) のように選べば、取り出せる周波数成分 f_m は次のように mf_{rev} となる。

$$N\omega_m T_{sp} = \omega_m T = 2m\pi \quad (6-13)$$

$$\omega_m = \frac{2m\pi}{T} = m\omega_{rev} \rightarrow f_m = mf_{rev}$$

例えば、 $20f_{rev}$ まで取り出すとすれば、 $N \geq 41$ でなければならない。 $f_{rev}=0.1\text{MHz}$ とするとサンプリング周波数は

$$f_{sp} \geq 41 \times 0.1\text{MHz} = 4.1\text{MHz}$$

となる。

6.4 フィードバックによるインピーダンス低減率¹⁹⁾

デジタルくし型フィルタと1ターン・ディレイを用いたRFフィードバックによって得られるインピーダンス低減率を求める。

RFフィードバックの基本式(3-4)を再記する。

$$Z' = \frac{Z}{1+GZ} \quad (6-14)$$

ここで Z は空洞インピーダンス、 Z' はフィードバックによって得られる見かけのインピーダンス、 G はフィードバック・ループの伝達関数である。

1ターン・ディレイの伝達関数 $D(i\Delta\omega)$ は次のように表される。

$$D(i\Delta\omega) = \exp(-i\Delta\omega T) \quad (6-15)$$

ここで $\Delta\omega = \omega - \omega_{rf}$

$$T = \frac{1}{f_{rev}}$$

である。

くし型フィルターの伝達関数 $H(i\Delta\omega)$ は (6-8) より次式のようになる。

$$H(i\Delta\omega) = \frac{1-k}{1-k \exp(-i\Delta\omega T)} \quad (6-16)$$

k の範囲は $0 < k < 1$ であり、前述のようにフィルターのシャープさを決める。

フィードバック・ループの他の要素は周波数特性を持たないとし、その伝達関数を A_f とすれば、フィードバック・ループ全体の伝達関数 $G(i\Delta\omega)$ は次のようになる。

$$\begin{aligned} G(i\Delta\omega) &= A_f H(i\Delta\omega) D(i\Delta\omega) \\ &= \frac{G_0}{\exp(i\Delta\omega T) - k} \end{aligned} \quad (6-17)$$

ここで $A_f(1-k) = G_0$ とした。(6-17) を (6-14) に代入して

$$Z' = \frac{\exp(i\Delta\omega T) - k}{G_0 Z - k + \exp(i\Delta\omega T)} Z \quad (6-18)$$

を得る。

インピーダンスを小さくしたい周波数 $f = f_{rf} - n f_{rev}$ でのインピーダンス低減率 Z'/Z を求めると次のようになる。

$$\frac{Z'}{Z} = \frac{1}{1 + \frac{G_0 Z}{1-k}} \quad (6-19)$$

従って、インピーダンスを小さくするには、 G_0 を大きくすると共に $(1-k)$ を小さく (k を 1 に近く) すればよいことになる。

次に周回周波数の整数倍の中間の周波数 $f = f_{rf} - (n + 1/2) f_{rev}$ での Z'/Z を求めると次のようになる。

$$\frac{Z'}{Z} = \frac{1}{1 - \frac{G_0 Z}{1+k}} \quad (6-20)$$

フィードバック位相が $f = f_{rf} - n f_{rev}$ での位相と 180 度変わっているため、ポジティブ・フィードバックとなり、見かけのインピーダンス Z' は Z より大きくなる。 G_0 が増すにつれて Z'/Z が大きくなり、

$$G_0 Z = 1 + k \quad (6-21)$$

の時 Z'/Z は無限大になる。この周波数近辺には信号はないはずであるが、ノイズ中のこの周波数成分が増幅されて発振することになる。(6-21) は発振限界を示す式であり、利得 G_0 の取りうる最大値を決める式でもある。

6.5 RF フィードバックの実績

デジタルくし型フィルターと 1 ターン・ディレイを用いた RF フィードバックを実際に使用した結果については、D. Boussard et al.¹⁹⁾ と F. Blas et al.²⁰⁾ によって報告されている。

前者は CERN の SPS において、アンバランスなビーム・ローディングの影響と、結合バンチ・モード不安定性を軽減するための試みであった。RF の周

波数は 200 MHz、加速空洞は進行波型構造であり、3 dB 帯域幅は 700 kHz、ビームの周回周波数 f_{rv} は 43.5 kHz である。計算上のインピーダンス低減率 $|Z|/|Z|$ は、 $k=7/8$ 、 $G_0 Z_{max} = (1+k)/2$ の場合に $1/3 \sim 1/7$ であった。図 34 に入射時のビームのダイポール振動の様子を示す。フィードバック ON で振動が非常に小さくなっていることが分かる。また、入射時のビームの捕獲効率が上がったこと、ビーム・ローディングの影響が軽減されたため、RF ローレベル・システムの調整が楽になったことを報告している。

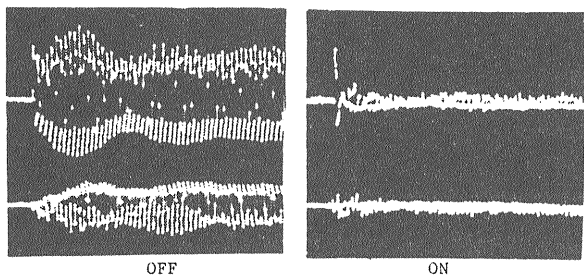


図 34 RF フィードバックによる縦方向ダイポール・モード不安定性の抑制実験 (CERN SPS)

後者は CERN PS のフェライト装荷空洞の過渡ビーム・ローディングの軽減対策について報告している。 f_r は 4.15 MHz ~ 9.6 MHz、 f_{rv} は 415 kHz ~ 480 kHz、空洞系の 3 dB 帯域幅は約 1 MHz である。図 35 にインピーダンス低減率の測定結果を示す。周波数をスイープして空洞電圧を測定したものであり、フィードバック ON と OFF の場合を重ねて示している。



図 35 RF フィードバックによる空洞インピーダンスの低減実験 (CERN PS) … [その1]

フィードバック OFF の場合は、空洞の共振カーブ

が現われている。フィードバック ON の場合には、とびとびの周波数で電圧が急激に下がっており、見かけの空洞インピーダンスが下がったことを示している。インピーダンス低減率は最大で $1/4$ (12 dB) である。このインピーダンス低減効果をビームで確認したのが図 36 である。

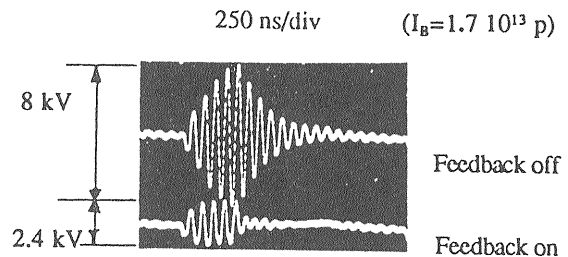


図 36 RF フィードバックによる空洞インピーダンスの低減実験 (CERN PS) … [その2]
RF フィードバック OFF/ON でのビームから空洞に誘起される電圧。

空洞を idle にし、ビームから空洞に誘起される電圧を観測した。フィードバック ON の場合の誘起電圧は OFF の場合の電圧の $1/3.3$ になっており、図 35 の測定結果と矛盾しない。この RF フィードバックを PS で使用した結果、これまでであったトランジションでの約 3% のビームロスが無くなった。結合バンチ・モード不安定性の threshold はあまり変わらなかったが、これはインピーダンスの源が加速空洞ではないためではないかと推定している。

7. 並列くし型フィルターを用いた RF フィードバック

7.1 序説

前章でのべたように、デジタルくし型フィルターと 1 ターン・ディレイにより、RF フィードバックをある程度広帯域化することができた。しかし、1 ターン・ディレイで位相補償ができるのは、ケーブルでの遅延のような遅延時間が一定の場合だけである。B-ファクトリーの場合には、フィードバック・ループに入る加速空洞、クライストロンが図 23、図 24 に示すような周波数特性を有している。位相特性

が周波数依存性を持っている、つまり群遅延時間 (group delay) が周波数によって変わる。このような要素がループに入ると、1ターン・ディレイでは各周波数帯の位相を合わせることができなくなる。

このための一つの対策は、例えばクライストロンとは逆の位相一周波数特性を有する素子、つまり位相等化器 (phase equalizer) を入れて群遅延時間一周波数特性を平坦にすることである²¹⁾。これにより、原理的には位相特性を補償することができる。しかし、一つの回路系で広い周波数に亘って振幅と位相特性を調整することは本質的に困難なことである。この方式でフィードバックを広帯域化することは、現実的には非常に難しいと思われる。

もう一つの方法は、フィードバックする必要のある周波数帯の数だけ回路を並列に並べ、それぞれの回路にその周波数帯を任せることである。このようにすれば各周波数帯の位相補償が自由にでき、必要があれば振幅の補償もできる。ここではこのような回路を並列くし型フィルターと呼ぶことにする。

7.2 RF フィードバック系の構成

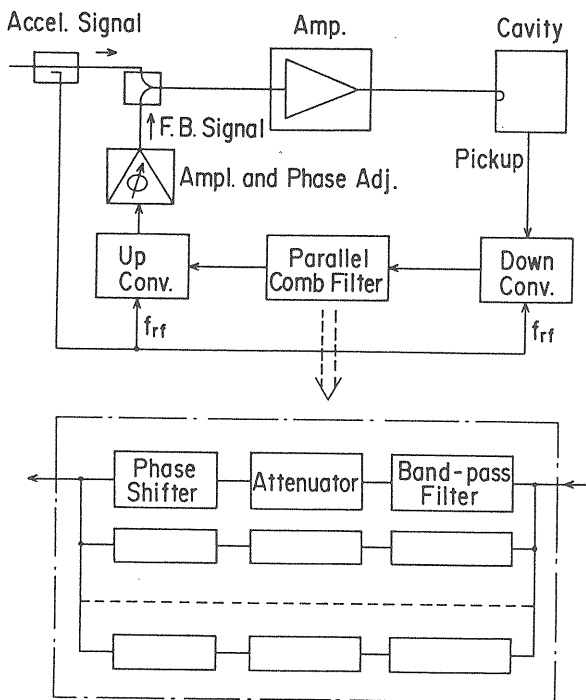


図 37 並列くし型フィルターを使用した RF フィードバック・システムの構成

並列くし型フィルターを使用した RF フィードバックの構成を図 37 に示す。フィルターの各チャンネルは狭帯域バンドパス・フィルター、減衰器、移相器を持っている。フィルターの中心周波数は上側波帯 ($nf_{rev} + f_s$) に合わせられる。

7.3 各チャンネルの位相補正量

くし型フィルターを除いたループ部の群遅延時間のうちで ω によって変わらない分を t_d とする。位相遅延量 $\theta_d(\omega)$ は次のようになる。

$$\theta_d(\omega) = \omega t_d \quad (7-1)$$

$\theta_d(\omega)$ は正の量とし、マイナス符号は位相遅れを表わすとする。 ω が小さくなれば位相遅れは小さくなるので、 $-n$ モードを考えると、モード数が増すほど位相おくれが小さくなる。従って、すべてのモードにおいて同位相でフィードバックするためには、各チャンネルの位相をモード数が増す程遅らせる必要がある。

実際の場合には、例えば最初に -1 モードの周波数でループの位相を調整することになる。次に他のモードでもフィードバック位相が合うように、各チャンネルの位相を調整することになる。

そこで ω の基準を -1 モードの上側波帯 $[(h-1)\omega_{rev} + \omega_s]$ とし、これを ω_{-1} で表わす。こうすると、任意の周波数 ω でのループ部の位相量 $\theta_d(\omega)$ は次のようになる。

$$\begin{aligned} -\theta_d(\omega) &= -\omega_{-1} t_d \left(1 - \frac{\Delta\omega}{\omega_{-1}} \right) \\ &= -\theta_{d,-1} + \Delta\theta_d(\omega) \end{aligned} \quad (7-2)$$

$$\text{ここで} \quad \Delta\omega = \omega_{-1} - \omega \quad (7-3)$$

$$\theta_{d,-1} = \omega_{-1} t_d \quad (7-4)$$

$$\Delta\theta_d(\omega) = \Delta\omega t_d = \theta_{d,-1} \frac{\Delta\omega}{\omega_{-1}} \quad (7-5)$$

$\theta_{d_{-1}}$ は $\omega = \omega_{-1}$ でのループ部の位相遅れ、 $\Delta\theta_d(\omega)$ は ω が ω_{-1} から $\Delta\omega$ だけ小さくなった時の位相変化量を表す。

$\Delta\theta_d(\omega)$ を書き直すと次のようになる。

$$\begin{aligned}\Delta\theta_d(\omega) &= (\omega_{-1} - \omega)t_d \\ &= \left(h - 1 + v_s - \frac{\omega}{\omega_{rev}} \right) \omega_{rev} t_d\end{aligned}\quad (7-6)$$

ここで

$$h = \omega_f / \omega_{rev},$$

$$v_s = \omega_s / \omega_{rev}$$

である。

第 n チャンネルの位相補正量 θ_{cn} は周波数 ω_{-n} での $-\Delta\theta_d(\omega)$ である。

$$\begin{aligned}\theta_{cn} &= -\Delta\theta_d(\omega_{-n}) = -\left(h - 1 + v_s - \frac{\omega_{-n}}{\omega_{rev}} \right) \omega_{rev} t_d \\ &= -(n-1)\omega_{rev} t_d\end{aligned}\quad (7-7)$$

(7-7) は周波数に比例した遅れ (一定群遅延時間) を補償し、すべてのモードを同相でフィードバックするための、第 n チャンネルの位相補正量である。後で述べるように、クライストロンおよび加速空洞の位相特性を補償するための補正量が (7-7) に加えられることになる。

7.4 並列くし型フィルターの伝達関数

並列くし型フィルターの第 n チャンネルの伝達関数 G_n は次のように表される。

$$G_n = \frac{a_n \exp(i\theta_n)}{1 + i \frac{\omega - \omega_{0n}}{\Delta\omega_{fn}}}\quad (7-8)$$

ここで

a_n, θ_n : 第 n チャンネルの減衰率、位相

ω_{0n} : 第 n チャンネルのフィルターの中心周波数

$\Delta\omega_{fn}$: 第 n チャンネルのフィルターの帯域幅の $1/2$

従って、 N チャンネルの並列くし型フィルターの合成の伝達関数 G_f は次式のようになる。

$$G_f = \sum_{n=1}^N \frac{a_n \exp(i\theta_n)}{1 + i \frac{\omega - \omega_{0n}}{\Delta\omega_{fn}}}\quad (7-9)$$

$\theta_n = \theta_{cn}$ となるように位相を調整した場合には (7-7) を (7-9) に代入して次式を得る。

$$G_f = \sum_{n=1}^N \frac{a_n \exp[-i(n-1)\omega_{rev} t_d]}{1 + i \frac{\omega/\omega_{rev} - (h - n + v_s)}{\Delta\omega_{fn}/\omega_{rev}}}\quad (7-10)$$

7.5 フィードバック・ループの伝達特性

並列くし型フィルターを含むフィードバック・ループの開ループ伝達関数を求める。くし型フィルターを除くループ部の利得、位相を $A(\omega)$ 、 $\theta(\omega)$ とする。 $\theta(\omega)$ を次のように表わす。

$$\theta(\omega) = \theta_d(\omega) + \theta_k(\omega)\quad (7-11)$$

$\theta_d(\omega)$ を周波数に比例する量、 $\theta_k(\omega)$ をそれからずれた位相分とすれば、くし型フィルターを除くループ部の伝達関数 G_l は次式のようになる。

$$G_l = A(\omega) \exp[-i\{\theta_d(\omega) + \theta_k(\omega)\}]\quad (7-12)$$

フィードバック・ループの開ループ伝達関数 G は (7-9) と (7-12) の積で表される。

$$G = A(\omega) \exp[-i\{\theta_d(\omega) + \theta_k(\omega)\}] \times \quad (7-13)$$

$$\sum_{n=1}^N \frac{a_n \exp(i\theta_n)}{1 + i \frac{\omega - \omega_{0n}}{\Delta\omega_{fn}}}$$

以下では次のような場合について考える。

- 各フィルターの中心周波数を ω_{-n} に合わせる。
- ω_{-n} でフィードバック位相が合うように各チャンネルの移相器を調整する。
- ω_{-n} で利得がすべて同じになるように各チャンネルの減衰器を調整する。

7.5.1 一定群遅延時間のみの補正

ループがケーブル・導波管、広帯域アンプ等で構成され、振幅および群遅延時間が周波数に依存しない場合には

$$\begin{aligned} A(\omega) &= A \\ \theta_k(\omega) &= 0 \end{aligned} \quad (7-14)$$

となる。また、 $\omega = \omega_{-1}$ を基準として考えるので、ループ部の位相量としては $\Delta\theta_d(\omega)$ のみをとればよい。また $\theta_n = \theta_{cn}$ となるように位相を調整する。 $A(\omega) = A$ であるから $a_n = 1$ でよい。

このようにするとフィードバック・ループの開ループ伝達関数 G は (7-13) より次のようになる。

$$G = A \sum_{n=1}^N \frac{\exp[i\theta_m(\omega)]}{1 + i \frac{\omega/\omega_{rev} - (h-n+v_s)}{\Delta\omega_{fn}/\omega_{rev}}} \quad (7-15)$$

ここで

$$\theta_m(\omega) = \Delta\theta_d(\omega) + \theta_{cn} \quad (7-16)$$

である。(7-6)、(7-7) を (7-16) に代入して次式を得る。

$$\theta_m(\omega) = [(h-n+v_s) - \omega/\omega_{rev}] \omega_{rev} t_d \quad (7-17)$$

当然のことながら $\theta_m(\omega)$ は $\omega = \omega_{-n}$ でゼロになる。また利得 G は、他のモードの影響が小さければ $\omega = \omega_{-n}$ でほぼ A になる。

7.5.2 クライストロン特性の補正

クライストロンの $\omega = \omega_{-1}$ での利得はループの一定利得 A の中に含める。 $\omega = \omega_{-1}$ での利得で正規化したクライストロン利得を $A_k(\omega)$ とする。またクライストロンの位相のうち周波数に比例しない成分を $\theta_k(\omega)$ とする。比例する成分は $\theta_d(\omega)$ の中に含める。クライストロンの周波数特性を補償するためには、各チャンネルの振幅と位相を次のように調整すればよい。

$$a_n = \frac{1}{A_k(\omega_{-n})} \quad (7-18)$$

$$\theta_{cn} = -\Delta\theta_d(\omega_{-n}) + \theta_k(\omega_{-n}) \quad (7-19)$$

この場合 (7-17) の $\theta_m(\omega)$ は次のように書き加えられる。

$$\theta_m(\omega) = [(h-n+v_s) - \omega/\omega_{rev}] \omega_{rev} t_d + \theta_k(\omega_{-n}) \quad (7-20)$$

従って、(7-13) で表わされるフィードバック・ループの開ループ伝達関数 G は次のようになる。

$$G = A A_k(\omega) \exp[-i\theta_k(\omega)] \times \quad (7-21)$$

$$\sum_{n=1}^N \frac{a_n \exp[i\theta_m(\omega)]}{1 + i \frac{\omega/\omega_{rev} - (h-n+v_s)}{\Delta\omega_{fn}/\omega_{rev}}}$$

ここで $AA_k(\omega)$ はくし型フィルターを除くループの利得であり、クライストロン以外は周波数特性を持たないとした。

周波数が $\omega = \omega_{-l}$ の場合の G は (7-21) より次のようになる。

$$G(\omega_{-l}) = AA_k(\omega_{-l}) \exp[-i\theta_k(\omega_{-l})] \times \quad (7-22)$$

$$\left[a_l \exp[i\theta_k(\omega_{-l})] + \sum_{\substack{n=1 \\ (n \neq l)}}^N \frac{a_n \exp[i\theta_{nl}(\omega_{-l})]}{1 + i \frac{\omega_{-l}/\omega_{rev} - (h-n+v_s)}{\Delta\omega_{fn}/\omega_{rev}}} \right]$$

フィルターの Q が大きく $\Delta\omega_{fn}/\omega_{rev}$ が十分に小さければ、[] 内の第2項は第1項よりも十分小さくなり省略できる。従って、(7-22) は (7-18) を用いて次のようになる。

$$G(\omega_{-l}) = AA_k(\omega_{-l}) \exp[-i\theta_k(\omega_{-l})] \times \quad (7-23)$$

$$\frac{1}{A_k(\omega_{-l})} \exp[i\theta_k(\omega_{-l})] = A$$

つまり、どのモードについても開ループ利得はほぼ一定値となり、位相も合っていることになる。但し、 $G=A$ となるのは周波数 $\omega = \omega_{-l}$ の場合だけであり、そこからずれると利得、位相とも変化する。

7.5.3 空洞特性の補正

加速空洞のインピーダンス Z とフィードバックを掛けたときの見かけのインピーダンス Z' との間には (3-4) より次のような関係がある。

$$\frac{Z'}{Z} = \frac{1}{1+GZ} \quad (3-4)'$$

Z は周波数によって変わるため、一般的に GZ は複素数となる。周波数が変わっても GZ が一定の実数

値を保てれば、 Z がそのまま (実部と虚部の比が一定のまま) 小さくなり、理想的なフィードバックとなる。くし型フィルターを用いたフィードバックの場合には、 ω_{-n} 付近だけではあるが、この条件を満たすことができる。そのためには $\omega = \omega_{-n}$ での空洞インピーダンスの大きさと位相を予測し、それを補償するように各チャンネルの振幅と位相を調整することになる。

$\omega = \omega_{-n}$ での空洞のインピーダンスと位相は次のように表わされる。

$$Z_{-n} = |Z_{-n}| \exp(i\phi_{-n}) \quad (7-24)$$

$$\frac{|Z_{-n}|}{R} = \frac{1}{\sqrt{1+\xi_{-n}^2}} \quad (7-25)$$

$$\phi_{-n} = -\tan^{-1} \xi_{-n} \quad (7-26)$$

$$\xi_{-n} = 2 Q_L \frac{\omega_{-n} - \omega_r}{\omega_r} \quad (7-27)$$

ここで R は共振時のインピーダンスの絶対値であり、 ω_r は空洞の共振角周波数である。

この空洞特性を補償するためには、各チャンネルの振幅と位相に次のファクターを加えればよい。

$$a_{cn} = \frac{R}{|Z_{-n}|} \quad (7-28)$$

$$\theta_{cn,c} = -\phi_{-n} \quad (7-29)$$

一定群遅延時間の補正、クライストロン特性の補正と合わせた合計の補正量は、(7-18)、(7-19)、(7-28)、(7-29) より次のようになる。

$$a_n = \frac{1}{A_k(\omega_{-n})} \frac{R}{|Z_{-n}|} \quad (7-30)$$

$$\theta_{cn} = -\Delta\theta_d(\omega_{-n}) + \theta_k(\omega_{-n}) - \phi_{-n} \quad (7-31)$$

$\theta_{nl}(\omega)$ は次のようになる。

$$\begin{aligned} \theta_{nl}(\omega) = & [(h-n+v_s) - \omega/\omega_{rev}] \omega_{rev} t_d \\ & + \theta_k(\omega_{-n}) - \phi_{-n} \end{aligned} \quad (7-32)$$

GZ は (7-21)、(7-24) を用いることにより、次のようになる。

$$\begin{aligned} GZ = & AA_k(\omega) |Z| \exp[i\{-\theta_k(\omega) + \phi\}] \times \\ & \sum_{n=1}^N \frac{a_n \exp\{i\theta_m(\omega)\}}{1 + i \frac{\omega/\omega_{rev} - (h-n+v_s)}{\Delta\omega_{jn}/\omega_{rev}}} \end{aligned} \quad (7-33)$$

但し、この場合の a_n と $\theta_{nl}(\omega)$ は (7-30) と (7-32) である。

$\omega = \omega_{-l}$ での GZ の値は 7.5.2 と同様にして

$$GZ(\omega_{-l}) \approx AR \quad (7-34)$$

となる。

空洞特性の補正を入れる場合、空洞の共振周波数はビーム電流によって変わるので、予め空洞インピーダンスを計算して電流値に対する補正値をメモリーしておき、電流に応じて引き出して使用する方法が考えられる。

フィードバックの利得を上げるために、空洞位相の補正は必要である。しかし、空洞インピーダンスの大きさの補正は、次のような理由により必要ないかも知れない。(1) ビーム不安定性の大きさから考えると、共振からずれた ReZ の小さい周波数のところではインピーダンスの低減率は小さくてよい。(2) そのような周波数位置では位相のまわりが大きいので、利得を下げておいたほうが発振防止のためにも良いと思われる。

8. KEK での RF フィードバックの開発状況

前述のように、ARES のような R/Q の非常に小さい加速空洞を用いれば、空洞の共振ずれが小さくなるため、加速モードによる結合バンチ・モード不安定性を回避することができる。しかし、ARES は damped cavity の機能を持つと共に、蓄積エネルギーを大幅に増大させることを目的としており、このような空洞を開発することは技術的に大きな困難を伴う。そこで、通常の damped cavity を使用した場合でも、ビーム不安定性を抑えることができることを目標として、RF フィードバックの開発を行っている。

8.1 単一狭帯域周波数でのインピーダンス低減実験

先ず最初に、空洞の共振曲線のうちの非常に狭い周波数範囲だけインピーダンスを下げるかどうかを調べることにした。

空洞としては 2 cell damped cavity を用いた。測定系のブロック図を図 38 に示す。空洞の共振周波数は 508.88 MHz、3 dB 帯域幅は約 170 kHz である。

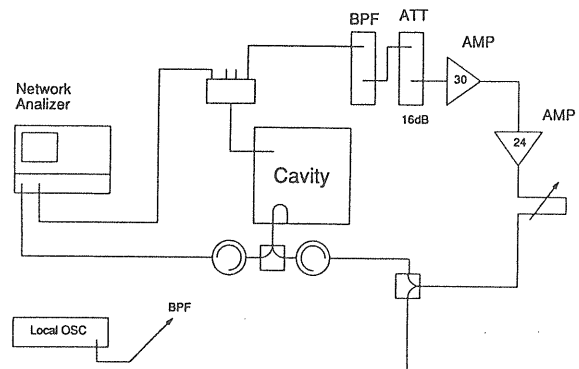


図 38 非常に狭い周波数範囲だけ空洞インピーダンスを下げる実験のブロック図

スイープ RF 信号を空洞に加え、空洞電圧をピックアップして帯域幅 4 kHz のバンドパス・フィルターに入れる。このフィルターでは、狭帯域特性を得るために、周波数を 225 kHz まで落としてフィルター

した後再び周波数を上げている。フィルターを出た信号の位相を空洞のフィールドと逆位相となるように調整して空洞入力に加える。

RF フィードバックを掛けた場合の空洞電圧の大きさの周波数特性の実験結果を図39に示す²²⁾。

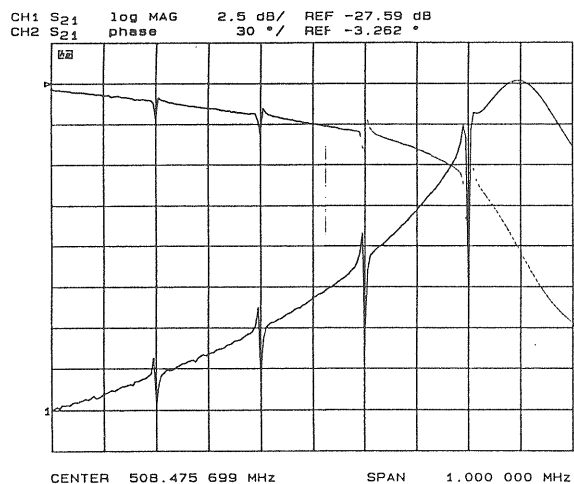


図39 空洞インピーダンス低減実験結果 (その1)
フィルターの中心周波数をずらして4回測定した結果を合成して表示した

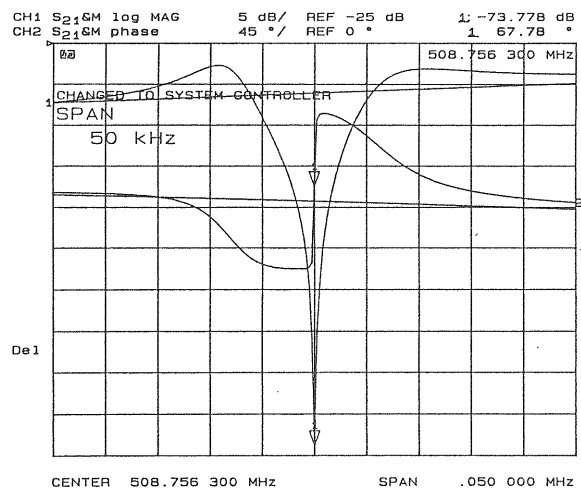


図40 空洞インピーダンス低減実験結果 (その2)
フィードバック・ループを改良し利得を上げた後の実験結果

これは見かけの空洞インピーダンスの絶対値を表していると考えてよい。空洞位相の測定値も同時に図示している。このように空洞インピーダンスを非常に狭い周波数領域で下げられることを確認した。使用したバンドパス・フィルターは単一周波数帯型である。図39の電圧にはいくつかの dip が示されているが、これはフィルターの中心周波数をずらして何回か測定した結果を合成して表示したものである。

フィードバック・ループを改良して利得を上げた後の空洞電圧と位相の測定結果を図40に示す。インピーダンス低減率は $1/200$ (46dB) であった。

8.2 デジタルくし型フィルターを用いたインピーダンス低減実験

8.2.1 デジタル・フィルターの構成と特性

試作した8ビットのデジタルくし型フィルターの構成を図41に示す。6章で述べたようにフィルターの帯域幅とループの利得に関する k 値の可変範囲は $1/64 \sim 63/64$ である。くし型フィルター自体の利得を k 値に関係なく1にするために、入力ADCの後に $(1-k)$ の乗算器を入れている。14ビットの和算器で入力信号と帰還信号の和をとっている。帰還用メモリーで N クロック分遅延し、出力を k 倍する。出力用メモリーで M クロック分 (回路全体で $1/f_{rev}$) 遅延し、DAC でアナログ信号にして出力する。クロックの最大値は10MHzである。

このデジタルくし型フィルターで得られる出力を、 k 値をパラメーターとして (6-16) を用いて計算すると図42のようになる。試作したデジタルくし型フィルターの振幅と位相の周波数特性の測定値を図43に示す。 k 値は $58/64$ であり、クロック周波数は5MHzであった。設計値と殆ど同じ特性が得られていることが分かる。

デジタルくし型フィルターと1ターン・ディレイを組合せた場合の振幅および位相特性の測定値を図44に示す。1ターン・ディレイを入れたことにより、位相は連続的に1revolutionで 360° 変化していくが、 $\pm 180^\circ$ の範囲内に表わすと図に示すような形になる。

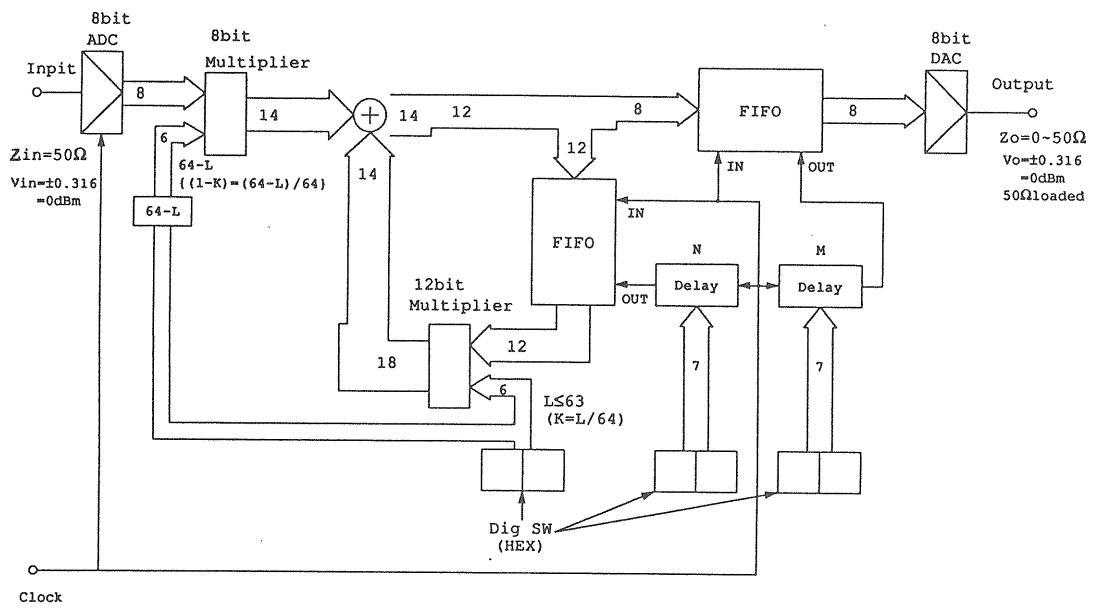


図41 8ビットデジタルくし型フィルターの回路構成図

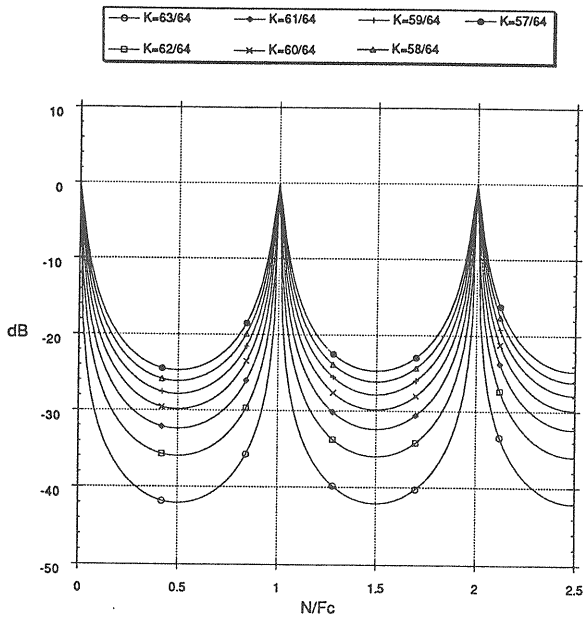


図42 デジタルくし型フィルターの周波数特性の計算値

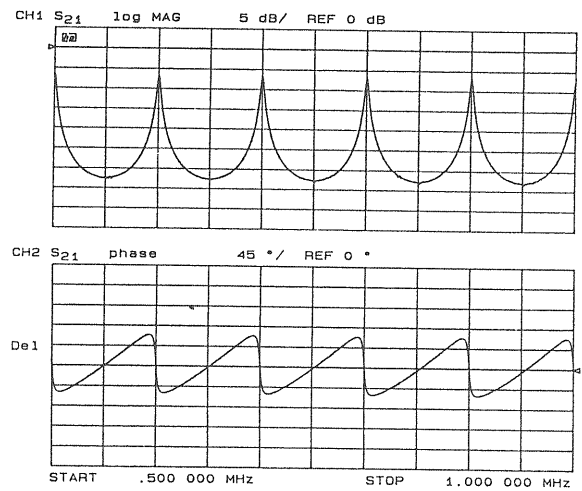


図43 デジタルくし型フィルターの周波数特性の測定値 (k=58/64、クロック周波数5MHz)

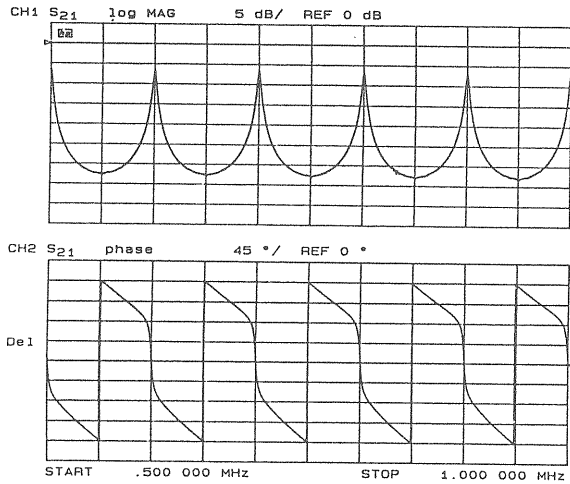


図44 1ターン・ディレイと組合せた場合の、デジタルくし型フィルターの周波数特性の測定値 ($k=58/64$ 、クロック周波数 5 MHz)

8.2.2 単側波帯フィルター

実際に RF フィードバックを加速器で使用する場合のフィルターの帯域幅は 1~3 kHz 程度になると思われる。空洞からピックアップする信号の周波数は約 500 MHz であるから、必要なフィルターの Q 値は 10^6 のオーダーとなる。このような高い Q 値を得るためには、周波数変換法を使用せねばならない。空洞からピックアップした信号を加速周波数 f_{rf} と混合して、周波数を中間周波数 (IF) に落とす。この IF 信号からくし型フィルターにより、ビームの周囲周波数 f_{rev} の整数倍の周波数成分を取り出す。 $f_{rev} = 100$ kHz であるから、IF の周波数範囲は 100 kHz~1 MHz 位である。この信号を再び f_{rf} と混合して元の RF 周波数に戻して空洞にフィードバックする。通常の周波数コンバーターでは、ローカル周波数の両側に側波帯が現われる。加速モードによってビームが不安定になるモードは f_{rf} の下側のみに存在するので、フィードバック回路もその周波数帯に限った方が利得を上げ易い。そのために図45に示すような下側波帯だけを取り出す単側波帯フィルターを製作した。

この単側波帯フィルターの振幅と位相の周波数特性の測定結果を図46に示す。横軸のスケールは $(f-f_{loc})/f_{rev}$ である。

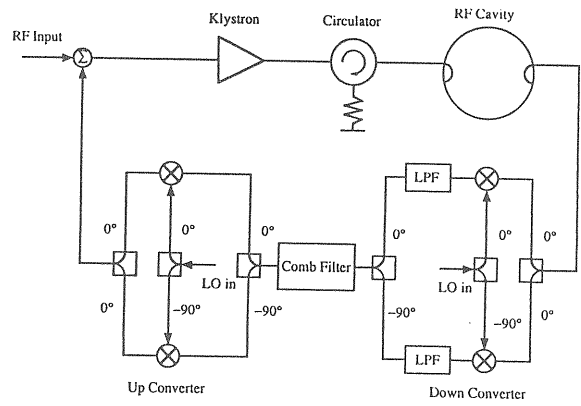


図45 単側波帯フィルターの構成

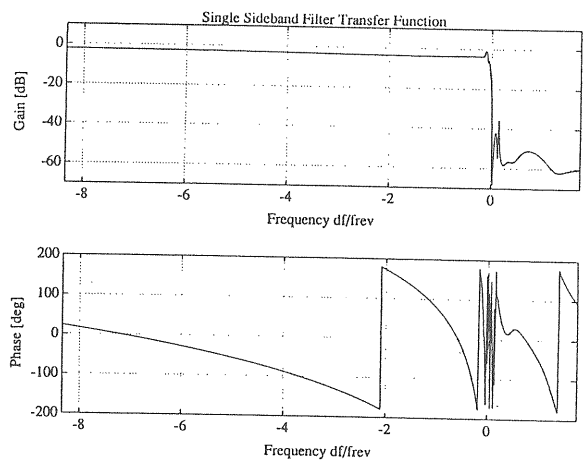
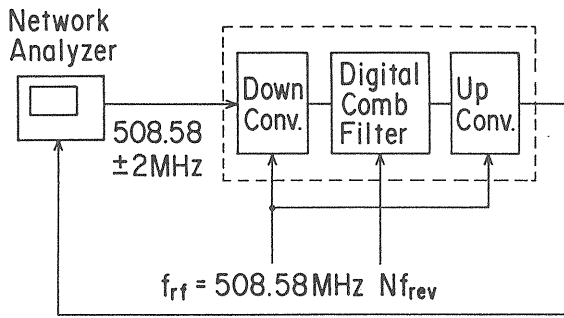
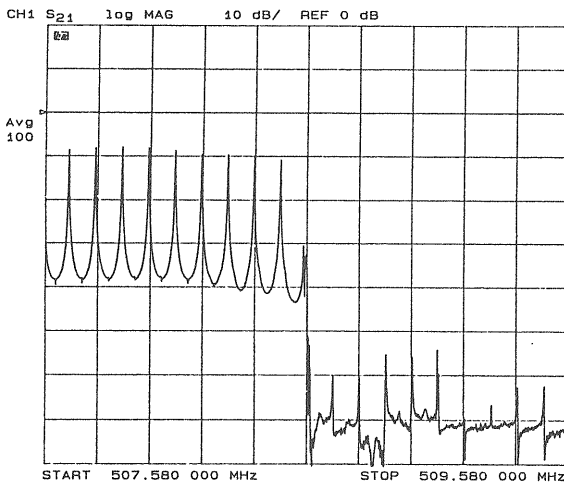


図46 単側波帯フィルターの振幅と位相の周波数特性の測定値

単側波帯フィルターをデジタル・フィルターと組合せた場合の測定結果を図47に示す。508.58 MHz \pm 2 MHz のスイープ入力に対する出力である。上側波帯でのインピーダンスを 45dB 以上下げていることが分かる。この図ではローカル周波数 508.58 MHz がかなり残っているが、その後改良されている。なお、この場合のデジタル・フィルターの k 値は $61/64$ であり、クロック周波数は 8 MHz であった。



(a)



(b)

図47 デジタルくし型フィルタと単側波帯フィルタを組合せた場合の (a) 測定回路と (b) 周波数特性の測定結果

8.2.3 インピーダンス低減実験結果

デジタルくし型フィルタと1ターン・ディレイを用いたRFフィードバックにより、2 cell damped cavity のインピーダンスを下げる実験を行った。測定系のブロック図を図48に示す。単側波帯フィルタのローカル周波数を空洞の共振周波数(この時は508.7 MHz)に合わせ、それより下の周波数帯でフィードバックを掛けた。測定結果を図49に示す。フィードバック無しの場合とありの場合の空洞電圧を重ねてプロットしたものである。この時のフィルタのk値は61/64であり、フィルタの3dB帯

域幅は約1.5 kHzである。クロック周波数は8 MHzである。インピーダンス低減率 $|Z'|/|Z|$ は最も良い-1モードの周波数で約1/14 (23 dB)であり、モード数が増す程低減率が悪くなっている。これは共振周波数から離れるに連れて空洞の位相がずれてくるためである。この方式のRFフィードバックでは、空洞の位相ずれを補正することができない。

Block Diagram of Impedance Reduction Test

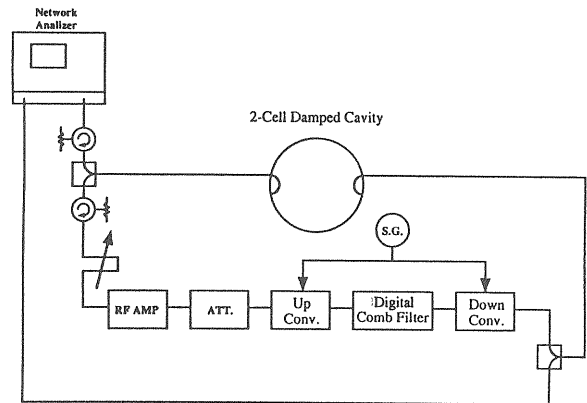


図48 デジタルくし型フィルタを用いたRFフィードバックによる空洞インピーダンス低減実験システムのブロック図

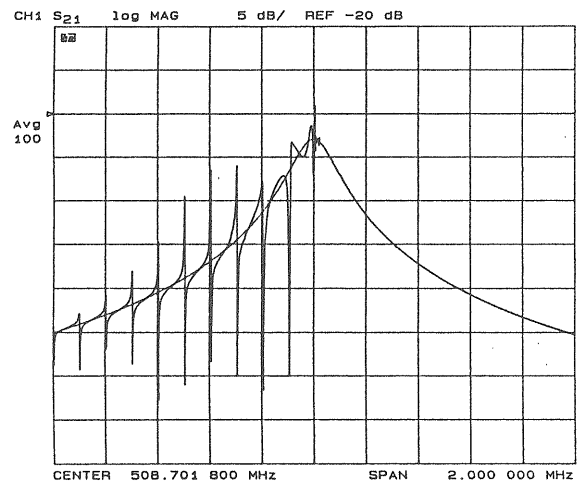


図49 デジタルくし型フィルタを用いたRFフィードバックによる空洞インピーダンス低減実験の結果

8.3 並列くし型フィルターを用いたインピーダンス低減実験

8.3.1 フィルターの構成と特性

試作した並列くし型フィルターの1チャンネル分のブロック図を図50に示す。バンドパス・フィルターにはLC共振器を用いている。共振器のQ値を上げるために、ポジティブ・フィードバックを掛けて負抵抗を作り、これによりコイルの抵抗を打ち消す回路を備えている。その結果、IF周波数帯100 kHz～500 kHzにおいてフィルターの3 dB帯域幅を2 kHzにすることができた。フィルターの中心周波数の温度変化率 $\Delta f/f$ は現在 $1 \times 10^{-4}/^{\circ}\text{C}$ 程度である。位相の調整は可変容量ダイオードの印加電圧を変えることにより行い、位相調整回路を3段直列にして ± 200 度の可変範囲を得ている。振幅の調整には乗算回路(バイポーラ・トランジスタのトランス・コンダクタンスを変えている)を用いており、振幅の調整範囲は0～100%である。

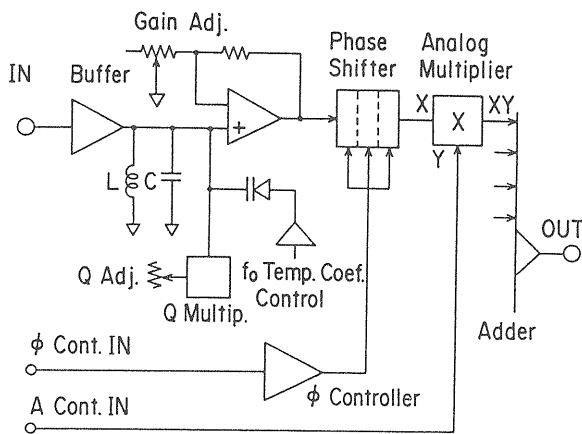


図50 並列くし型フィルターの1チャンネル分のブロック図

単側波帯フィルターと組合せた並列くし型フィルターの周波数特性の測定結果を図51に示す。5チャンネルのフィルターを生かしてあるが、形が不揃いなのは、各チャンネルの位相の調整をしていなかったからである。

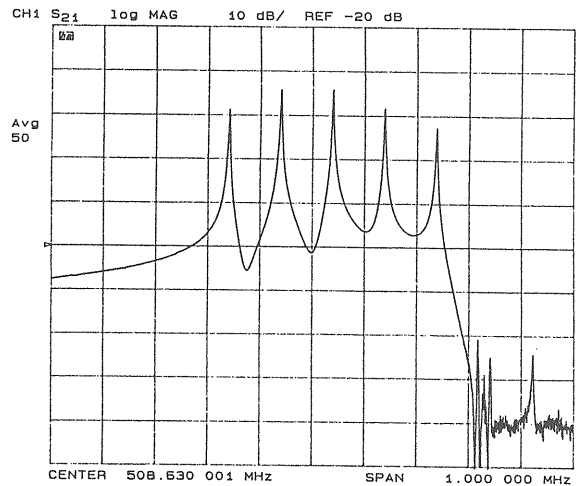


図51 単側波帯フィルターと組合せた並列くし型フィルターの周波数特性の測定結果

8.3.2 インピーダンス低減実験結果

並列くし型フィルターを用いたRFフィードバックで2 cell damped cavityのインピーダンスを低減する実験を行った。測定系は図48と同じであり、フィルターの種類が変わっただけである。くし型フィルター回路は5チャンネルだけ生かした。フィルターの3 dB帯域幅は2 kHzである。測定結果の一例を図52に示す。

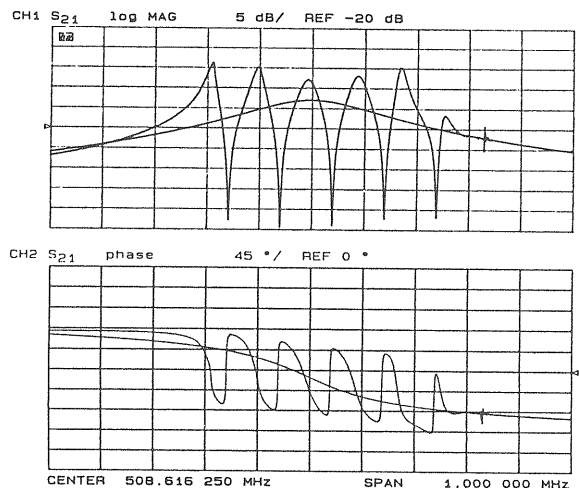


図52 並列くし型フィルターを用いたRFフィードバックによる空洞インピーダンス低減実験の結果

上図はフィードバックがある場合とない場合の空洞電圧の絶対値、下図はそれぞれの場合の空洞の位相である。この場合は、2 cell damped cavity をLER で使用する場合を想定し、空洞の共振周波数を加速周波数から 330 kHz 下にずらして実験した。この時のケーブル、ローレベル回路による遅延時間は約 100 ns であった。得られたインピーダンス低減率は図より $1/33$ (30.3dB) \sim $1/13$ (22.2 dB) であり、図 49 に示したデジタルくし型フィルターを用いた場合と比べて、かなり改善されていることが分かる。

今後やるべきことは、実験結果と計算結果を対比させること、クライストロンをループ内に入れて実験すること、トリスタン MR に RF フィードバックシステムを入れて、ビーム不安定性抑制の実験をすること、などである。

謝辞

本テキストを纏めるにあたり、資料作成にご協力頂いた本研究所の高嶋武雄氏、吉本伸一氏に感謝します。また、セミナー講師の機会を与えて頂いた加速器研究系主幹黒川眞一氏に感謝します。

参考文献

- 1) 加藤一郎、" 図解・自動制御の理論と実際 "、電気書院、(1960)。
- 2) K. Ogata, " Modern Control Engineering ", Prentice-Hall, (1970).
- 3) E.Ezura et al., " The Low-Level RF System for TRISTAN Main Ring ", Proc. IEEE Part. Accel. Conf. 1660 (1987).
- 4) F.A.Ferger and W.Schnell, USSR 2nd Nat. Conf. on Particle Accelerators, Moscow, Sep. (1970).
- 5) H.Frischholz et al., " Compensation of Beam Loading in the ISR RF Cavities ", IEEE Trans. Nucl. Sci. Vol. NS-24, No.3, 1683 (1977).
- 6) E.Ezura et al., " Longitudinal Behavior of the Beam in KEK Booster ", IEEE Trans. Nucl. Sci. Vol. NS-26, No.3, 3538 (1979).
- 7) D.Boussard et al., " Collective Effects at Very High Intensity in the CERN-PS ", IEEE Trans. Nucl. Sci. Vol. NS-26, No.3, 3568 (1979).
- 8) K.Ebihara et al., " Beam Loading Compensation for the TRISTAN Superconducting Cavity ", Part. Accel. Vol.29, 23 (1990).
- 9) D.Boussard et al., " RF Feedback Applied to a Multicell Superconducting Cavity ", Proc. 1st Euro. Part. Accel. Cof., 985 (1988).
- 10) 末武聖明、" 高周波加速装置 "、高エネルギー加速器セミナー OHO' 91、(1991)。
- 11) 影山達也、" 高次モード減衰型空洞の原理と実際 "、高エネルギー加速器セミナー OHO' 94、(1994)。
- 12) C.Pellegrini et al., " Coupled-Bunch Longitudinal Instabilities ", PEP Report PEP-258 (1977).
- 13) T.Shintake, " Proposal of Accelerating RF Cavity coupled with an Energy Storage Cavity for Heavy Beam Loading Accelerators ", to be published, KEK Preprint 92-191 (1993).
- 14) Y.Yamazaki and T.Kageyama., " A Three-Cavity System which suppresses the Coupled-bunch Instability associated with the Accelerating Mode ", Part. Accel. Vol.44, 107 (1994).
- 15) 赤井和憲、" RF システム "、高エネルギー加速器セミナー OHO' 94、(1994)。
- 16) T.Kageyama et al., " Design of a Prototype of RF Cavity for the KEK B-Factory (KEKB) ", contributed to 4th Euro. Part. Accel. Cof., (1994).
- 17) M.Suetake, " Damped RF Cavities ", in Accelerator Design of the KEK B-Factory, KEK Rep. 90-24, Mar. (1991).
- 18) F.Pedersen, " RF Cavity Feedback ", Proc. Workshop on B-Factories, SLAC, Apr. (1992).
- 19) D.Boussard et al., " Reduction of the Ap-

parent Impedance of Wide Band Accelerating Cavities by RF Feedback ", IEEE Trans. Nucl. Sci. Vol. NS-30, No.4, 2239 (1983).

- 20) F.Blas et al.," Design and Operational Results of a One-turn delay Feedback for Beam Loading Compensation of the CERN PS Ferrite Cavities", Proc. IEEE Part. Accel. Conf. 1398 (1991).
- 21) P.Corredoura," Klystron Equalization for RF Feedback ", SLAC-PUB 6049 (1993).
- 22) 高嶋武雄," 結合バンチ不安定抑制のためのRFフィードバック", B-ファクトリーRF検討会資料、1992年9月28日。
- 23) 吉本伸一他," 並列くし型フィルターによるRFフィードバック", TRISTAN-II ミニワークショップ資料、1993年12月。