

リニア・コライダー概説

横 谷 馨

今年の夏の学校のポイントは Linear Collider におけるハイテクにあります。必然的に重点は個々のパートになりますが、それだけではシマリがないので本講義において全体を見渡すことになります。ただし目的はあくまで「なぜ各パートにそのようなハイテクを要求することになったか」という点にあります。Linear Collider の全体の紹介というわけではありません。したがって各部の説明に精粗があり、全体のパラメータ決定に重要な部分は詳しく、パラメータを押し付けられて受け身になっているパートの説明は簡単になっています。

1 Linear Collider の歴史

日本で Linear Collider の研究が始められたのは 1984 年頃であったと思いますが、Ugo Amaldi の書いた年代記¹によれば すでに 1965 年に Maury Tigner が提案しているそうです。これは超伝導空洞を使った数 GeV の電子-電子 Collider でした。しかし本格的な研究が始まられたのは電子-陽電子貯蔵リングの限界が実感され始めてからであったと言つてよいでしょう。

電子(陽電子)は 軌道を曲げようすると前方に光子を放出してエネルギーを損失します(シンクロトロン放射)。単位時間あたりのエネルギー損失は E^4/ρ^2 に比例します。E は電子のエネルギー、 ρ は軌道の半径です。このエネルギー損失は 加速によって補わなければなりません。加速に必要な電力を抑えるためにはエネルギーが高くなるに従って半径を非常に大きくする必要があります。 実際これまでにつくられた電子(陽電子)貯蔵リングの半径はおよそエネルギーの 2 乗に比例しています。最大のものは 1989 年に完成した LEP で直 径約 9 km、電子(陽電子)のエネルギーは現在約 50 GeV、将来 100 GeV 程度まで加速できるとおもわれます。これ以上の大きさの貯蔵リングは現実的とは思えませんから、貯蔵リングによる電子-陽電子 Collider では 重心系エネルギー W = 200

¹ U. Amaldi, 'Evolution of the concepts and the goals of linear Colliders', Proc. workshop on 'Physics and Experiments with Linear Colliders', Saariselka, Finland, 9-14 Sept. 1991. World Scientific Pub., page 805.

GeV あたりが限界であると考えられます。これ以上のエネルギー領域での電子-陽電子実験は 線形 加速器 2 台による衝突、つまり Linear Collider によるしかありません。

LEP 計画が組上にあがったのが 1975 年頃で 同じ頃から Linear Collider も真剣に考えられるようになり、それから 10 年近くは、Linear Collider の模索の時代でした。エネルギー目標は W = 1 TeV から数 TeV と考えられ これを常識的な長さの加速器で実現するために、100 MeV/m から 1 GeV/m 程度の加速勾配の得られるさまざまな加速方法が検討されました。いくつか例をあげると

- プラズマを使った加速器

プラズマの波が作る電場で加速するもの。 Plasma beat wave accelerator (周波数の異なる 2 つのレーザーのうなり周波数をプラズマ振動数にあわせてプラズマ波を励起する)、 Plasma wake field accelerator (プラズマに大強度電子ビームを打ち込んでプラズマ波を励起する) などがある。

- レーザーを使った加速器

通常の線形加速器のマイクロ波のかわりに レーザーをつかうもの。加速管として回折格子を用いる。

- 誘電体を使った加速器

誘電体の近くで電磁波の位相速度が遅くなることを利用するもの。

- 逆自由電子レーザー (IFEL)

自由電子レーザーの逆過程。

- 逆チレンコフ加速器

チレンコフ放射の逆過程。

- ウェイク場加速器

大電流低エネルギーの電子ビームが空洞内 につくる電磁場で小電流電子ビームを加速するもの。

- 2 ビーム加速器²

バンチした大電流電子ビームの発生する電

² 大電流低エネルギーの電子ビームがつくる電磁場で小電流電子ビームを加速するもので 広義には多くの加速器は何らかの意味で「2 ビーム」であるが、実際に 2 ビーム加速器と呼ばれるのは 2 つのビームがほぼ平行にはしつていること、加速

磁波（例えば自由電子レーザー）によりそれに平行して走る電子ビームを加速する。

等、無数にあります。これらのexoticな加速メカニズムの中にはあきらめられたものもありますが、そのいくつかは現在考えられている Linear Collider の次の世代の候補として研究が進められています。LEPの建設の時代になると LEP 後の問題がさし迫ってきて exotic な加速器の開発が待てなくなり、より conventional な方法に興味の中心が移って行きました。日本で Linear Collider の研究が盛んになったのはちょうどそのころでした。エネルギー目標としては LEP の次の世代として 0.3TeV から 1TeV 程度となり exotic な方法によらなくても到達可能とかんがえられます。Conventional な方法と言ったのは通常の（常伝導または超伝導の）線形加速器のことです。要するに 波長数 cm から数 10cm のマイクロ波をクライストロンによって発生させ 共鳴型の (narrow band の) 加速管に通すものです。現在 設計が進行中の Linear Collider 計画は CLIC 以外すべてこの形式です。原理的に Conventional とは言っても開発しなければならない要素はたくさんあります。

将来の本格的な Linear Collider への第一歩として 1970 年代末頃から SLAC において SLC (SLAC Linear Collider) の研究が始まりました。将来の Linear Collider は 2 台の線形加速器を使いますが SLC は現存する 1 台の線形加速器 (SLAC) の先に新たにリングを建設するものです。電子陽電子を 50GeV 近くまで加速した後、分離して逆向きにリングを半周させ、入射点と反対側の点で衝突します。リングを多数回まわすわけではないので 50GeV 程度ならシンクロトロン放射の効果も許容できる程度ですみます。衝突点でのビームサイズは 1 ミクロンのオーダーの小さなものですが、それでもルミノシティは将来の Linear Collider より 2 衍以上低くなります。幸い Z_0 付近では衝突断面積が大きいため意味のある物理実験ができるのです。この計画のために SLAC の加速勾配を 2 倍にする必要があり、これはクライストロンからのマイクロ波を空洞に一瞬ためてからはきだして圧縮する (SLED: SLAC Energy Doubler) ことにより実現しました。SLC の物理実験は 1989 年から始まり、多くの物理的成果とともに 特に加速器されるビームは共鳴構造の加速管の中を走ること、の 2 つの条件を満たす場合のようである。

技術の進歩に貢献しています。

SLC に続く本格的な Linear Collider として 6 つの計画が検討されています。表 1 はそれらを加速原理によって分類したものです。マイクロ波の発生は CLIC 以外はクライストロンによります。加速空洞は TESLA 以外すべて常伝導です。マイクロ波の 1 パルスで加速される電子バンチは VLEPP が単バンチ、他は複数です。SBLC、JLC、NLC の違いは加速周波数にあり、JLC に関しては周波数の候補が 3 つ (S バンド、C バンド、X バンド) あってまだ決定していません。

表 1: 現在検討中の Linear Collider 計画
(重心エネルギー $W=500\text{GeV}$)

			周波数 GHz
Klystron			
Supercond.	TESLA	TESLA group	1.3
Normalcond.			
multi-bunch	SBLC	Germany	3.0
	JLC -S	Japan	2.8
	- C		5.7
	- X		11.4
	NLC	SLAC	11.4
singlebunch	VLEPP	Russia	14
2-Beam	CLIC	CERN	30

2 基本的な構成とパラメータ

Linear Collider の基本的な構成は SLC でほぼ決まったと言ってよいでしょう。

まず、電子は電子銃によってつくられます。電子銃の形式は各種のものが考えられます。偏極電子源も開発されています。陽電子は数 GeV 以上の電子ビームを標的に当てて作ります。(VLEPP および SBLC は 100GeV 以上の電子ビームをウイグラー磁石に通して数 MeV の光子を発生させこれを標的に当てる方式。)

こうしてできた電子陽電子は数 GeV まで加速した後、貯蔵リングに入射し、シンクロトン放射を出させることにより、低エミッタンスビームになります。このリングを減衰リング (damping ring)

と呼びます。

次にこのビームをバンチ・コンプレッサーによって短いバンチにします。バンチ長は main linac の波長での位相角にして数度以下にしなければならないので、減衰リングでの平衡バンチ長（数 mm 以上）では長すぎるので。（実際は後に述べるように衝突点でのベータ関数によるバンチ長への制約の方が強い条件です。）

次に Linear Collider で最も重要な要素である main linac で加速した後、最終収束系 (final focus system) により、極微のビームサイズにして衝突させます。実験に対するバックグラウンドを減らすために、main linac と最終収束系の間に collimator が必要になります。

JLC の概念図を図1に示します。なお、JLC の総合的なパラメータ・リストを本稿末尾に細字で掲げました。

Linear Collider は以上のような多くの要素からなり、各要素にたくさんのパラメータがあって、それら ring collider の場合に比べてはるかに複雑にからみあっています。主なパラメータとしては次のようなものがあげられます。（〔 〕内に挙げられた数字は JLC-Xband のものです。*を付けたものは衝突点における値で、加速途中でのものと区別する時につかいます。）

ビームの性質に関するパラメータ

- E ビームエネルギー。[250GeV]
- N バンチあたりの粒子数。[0.7×10^{10}] ($N^* = 0.63 \times 10^{10}$)
- m_b 1マイクロ波中のバンチの数。[85]
- t_b バンチ間の時間間隔。[1.4nsec]
- $\gamma\epsilon_x, \gamma\epsilon_y$ 不変（規格化）エミッタنس。[$3 \times 10^{-6}, 3 \times 10^{-8}$ m], ($\gamma\epsilon_{x,y}^* = 3.3 \times 10^{-6}, 4.8 \times 10^{-8}$ m)
- σ_z r.m.s. バンチ長。[90μm]

Main linac に関するパラメター

- f_{rf} 加速周波数。[11.4GHz]
- G_0 加速勾配 (unloaded)。[73MeV/m]
- f_{rep} 繰り返し周波数。[150Hz]

最終収束系に関するパラメータ

- $\beta_x^* \beta_y^*$ 衝突点におけるベータ関数。[10mm, 0.1mm]。衝突点での水平鉛直方向のビームサイズは $\sigma_{x(y)}^* = \sqrt{\epsilon_{x(y)}^* \beta_{x(y)}^*}$ で表わされます。

Linear Collider の性能を評価する最も重要なパラメータは（エネルギーを別にすれば） Luminosity \mathcal{L} です。衝突断面積 σ の物理過程は単位時間に $\mathcal{L}\sigma$ 回起こります。衝突中のビームの変形等の複雑な効果を考えなければ、Luminosity (Geometric luminosity) は

$$\mathcal{L}_{00} = \frac{f_{col} N^{*2}}{S} = \frac{m_b f_{rep} N^{*2}}{4\pi \sigma_x^* \sigma_y^*} \quad (1)$$

で与えられます。ここで $f_{col} = m_b f_{rep}$ は単位時間あたりのバンチの衝突回数、 $S = 4\pi \sigma_x^* \sigma_y^*$ はビームの有効断面積です。

TRISTAN(重心系エネルギー $W \approx 60$ GeV) の Luminosity は $3 \times 10^{31} / \text{cm}^2 \text{sec}$ 程度ですが、代表的な衝突断面積は W^2 に反比例するので、次世代の Linear Collider の目標エネルギーを $W=500$ GeV とすると、少なくとも $10^{33} / \text{cm}^2 \text{sec}$ 程度の Luminosity が要求されます。

TRISTAN では電子陽電子 2 バンチずつの場合 $f_{col} = 200$ kHz になりますが、線形加速器では f_{rep} は高々数 100Hz でしか運転できません。バンチあたりの粒子数 N も TRISTAN に比べて低くせざるをえないでの、luminosity を上げるためにどのプロジェクトでも、現存のコライダーよりはるかにビームサイズを小さく設計しています。ここで各自のプロジェクトの概要、長所、短所を簡単にならべてみます。基本的なパラメータは表2にまとめておきます。

TESLA は超伝導加速器を使うため、マイクロ波パルスは長く、ビーム負荷はほとんどありません。このため 1 つのバンチにたくさんの粒子を詰め込み、従って比較的大きなビームサイズで高い luminosity の出せることがセールスポイントになっています。Q 値が高いのでビームの誘起した電磁場が長時間残り、それによるビーム不安定性を避けるためバンチ間隔が他のプロジェクトよりはるかに長くなっています。これは減衰リングの設計を難しくしています。超伝導加速器の最大の問題は加速勾配と建設費とされてきましたが、前者について S-band 常伝導加速器と同程度のものが得られる見通しです。

SBLC、JLC、NLC の 3 者は原理上ほぼ同じで

300-500 GeV JLC-I

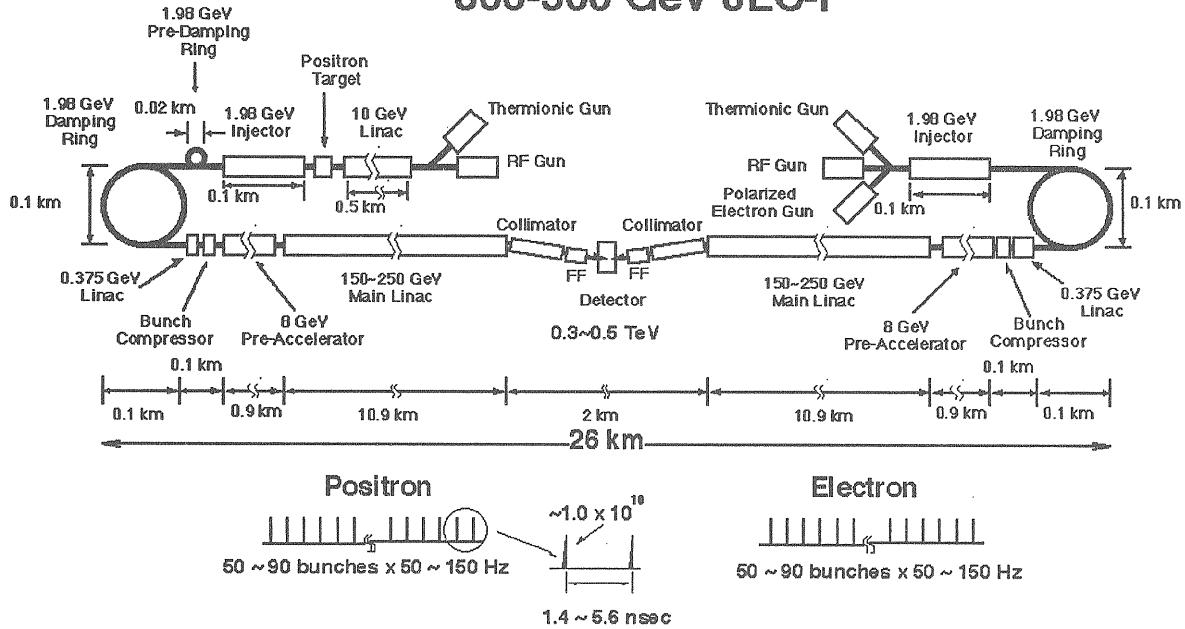


図 1: JLC Schematic Layout

(klystron, normalconducting cavity, multi-bunch) 違いは加速周波数にあります。

VLEPP の特徴は単バンチにあります。Luminosity をかけぐため必然的に N が大きくなっています。単バンチであるため、ビーム負荷によるバンチ間較差の補正、多バンチ不安定性等の問題がなくなり、マイクロ波パルス圧縮も容易になります。一方バンチ内の問題ははるかに難しくなります。これを BNS 減衰（後述）、adaptive orbit correction、travelling focus 等の新しいアイディアで解決しようとしています。これらが計算通りになるかが一つのポイントです。1 バンチあたりの Luminosity が高いため background events の多いことも問題点です。

CLIC は大電流の電子バンチ群をつくり、これを超伝導加速器で加速しながら、それが作る電磁場を、並行して走る高周波の (30GHz) 常伝導加速器に送る、2-ビーム加速器です。最大の問題は大電流電子バンチ群が作れるか否かにあります。Luminosity を他のプロジェクト並みにするため、最近では多バンチを考えており、それに付随する問題もこの種の 2-ビーム加速器では複雑です。

以下の節では、JLC の場合について、全体のパラメータ設定に影響するポイントを、衝突点からさかのぼりながら順に説明してゆきます。

3 衝突点でのビーム現象

物理実験の上で欲しいのは、一電子と一陽電子の相互作用ですが、実際のビームは非常に高密度の電子陽電子群であるため集団としての相互作用があり、加速器の設計上その効果を考慮しておかなければなりません。集団相互作用は古典力学的効果、量子力学的効果の 2 つに分類できます。前者はビーム間のケーロン力による衝突中のビーム変形 (disruption) で、後者はビームの作る電磁場中のシンクロトロン放射等の現象です。

ビーム変形効果は 2 つのパラメータ (disruption parameter) で表わされます。

$$D_{x(y)} = \frac{2Nr_e\sigma_z}{\gamma\sigma_{x(y)}(\sigma_x^* + \sigma_y^*)}. \quad (2)$$

ここで、 r_e は古典電子半径、 $\gamma = E/mc^2$ です。1 つの粒子に対する相手ビームの力は（非球面）凸レンズと似ています。Disruption parameter は、バンチ長（すなわち相互作用の長さ）をレンズの焦点距離 (x, y 方向で異なる) で割ったものです。 D が 1 程度以上になるとビームの変形が無視できなくなります。JLC では（他の project でもほぼ） D_x は小さく、水平方向のビーム変形は無視できます。 D が非常に大きい場合粒子は相手ビーム中で振動し、振動回数はおよそ $\sqrt{D}/2\pi$ で表わされますが、実際は D_y でも 30 を超えることはないので、振動

表 2: Basic Parameters of the 6 Projects. $W=500\text{GeV}$

		TESLA	SBLC	JLC-S	JLC-C ¹⁾	JLC-X	NLC	VLEPP	CLIC ²⁾
f_{rf}	GHz	1.3	3.0	2.9	5.7	11.4	11.4	14	30
N^*	10^{10}	5.15	2.9	1.44	1.0	0.63	0.65	20.	0.8
m_b		800	125	50	72	85	90	1	1(10)
f_{rep}	Hz	10	50	50	100	150	180	300	2530(1210)
t_b	nsec	1000	16.	5.6	2.8	1.4	1.4	-	0.67
σ_z	μm	1000	500	120	120	90	100	750	200
G_0	MeV/m	25	21	31	40	73	50	100	80
$G^3)$	MeV/m	25	17	25	29.3	53	37	91	78
$P_{tot}^4)$	MW	154	139	118	139	107	102	57	100
$2 \times L_{act}^5)$	km	20	30.2	18.4	15.7	8.7	14.2	5.8	6.3
$\gamma\epsilon_x/\gamma\epsilon_y$	10^{-6}m	20/1	10/0.5	3/0.03	3/0.03	3/0.03	2.5/0.03	45.5/0.45	2.5/0.04
σ_x^*/σ_y^*	nm	1000/64	670/28	260/3.0	260/3.0	260/3.0	320/3.2	2000/4	247/7.4
\mathcal{L}_{00}	$10^{33}/\text{cm}^2\text{s}$	2.6	2.2	5.2	7.3	5.1	5.3	12.3	0.7(3.4)
\mathcal{L}	$10^{33}/\text{cm}^2\text{s}$	6.1	3.75	4.3	6.1	5.2	7.1	9.3	1.07(4.8)

- 1) LC95 及び Technical Review Committee report までは、 $f_{rep}=150\text{Hz}$ としているが、JLC-C の電力が突出しているという批判をかわすため、ここでは仮に 100Hz とした。
- 2) CLIC は単バンチであったが最近多バンチを考えるようになった。括弧内は多バンチの場合のパラメーター。
- 3) 加速管中の実際の加速勾配。(Loaded gradient)
- 4) 2台の linac に必要な全 AC 電力。
- 5) 加速管の長さの総和。実際の加速器は収束磁石等があるためこれより 1-2 割ながい。

にはなりません。衝突点での JLC のパラメータは表3にまとめてあります。

表 3: 衝突点での JLC パラメータ

		S	C	X
N^*	10^{10}	1.44	1.0	0.63
σ_x^*	nm	260	260	260
σ_y^*	nm	3.0	3.0	3.0
σ_z	μm	120	120	90
D_x		0.29	0.20	0.096
D_y		25.	18.	8.3
ϕ_{cross}	mrad	6.4	6.0	6.1
\bar{T}		0.20	0.14	0.12
n_γ		2.2	1.5	0.94
δ_E	%	12.7	6.5	3.5

Luminosity の公式1はいくつかの補正が必要です。後述するように JLC の設計ではビームは正面衝突を避けて交差角 (crossing angle ϕ_{cross}) をつけてあります。また、ビームは有限のエミッタンスをもっているため衝突点付近では進行方向にくびれた形になります (hour-glass--砂時計--effect)。これらを考慮すると eq.(1) は

$$\mathcal{L}_0 \approx \mathcal{L}_{00} [c_\phi(c_\phi + 0.8A_y^2)]^{-1/4} \quad (3)$$

$$c_\phi = 1 + \frac{1}{4} \left(\frac{\phi_{cross}}{\sigma_x^*/\sigma_z} \right)^2, \quad A_y = \frac{\sigma_z}{\beta_y^*}$$

のように補正されます。 A_y が hour-glass effect を、 c_ϕ が交差角効果を表わしています。バンチ長 σ_z が β_y^* より長くなると、hour-glass effect が効いてきます。交差角はビームの幅 σ_x^* が長さ σ_z を越えると効きます。この補正因子は末尾の表 (geometrical luminosity reduction factor) からわかるように JLC の luminosity をかなり下げています。

ビーム・ビーム相互作用による変形のために eq.(3) はさらに補正が必要になり、

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_{00} H_D(D_y, \Delta_y/\sigma_y^*) \quad (4)$$

の形になります。ここで、 Δ_y は 2つのビームの重心間の (y 方向の) 距離で、衝突ミスを表わします。 $(D_x$ は重要でないので省略します。) H_D は luminosity enhancement factor と呼ばれます。 D_y が 1 から 10 程度の場合、クーロン引力のためにビームは細くなり、従って H_D は 1 より大きくなります。 D_y が非常に大きい時は逆方向の 2つのビームの系は不安定 (kink instability) で、始めに 2つのビームがわずかにズれていた場合 ($\Delta_y \neq 0$)、このズレはビーム相互作用で増幅され、luminosity は下がります。しかし、この kink instability の効果は悪いことだけではありません。始めに 2つのビー

ムが数 σ_y 離れていた場合、クーロン引力がなければガウス分布の裾が触れ合うだけで luminosity はほとんどゼロですが、 D_y が非常に大きければビーム中心も衝突し、ある程度の luminosity が得られます。この事情は図 2 図 3 に表わしてあります。

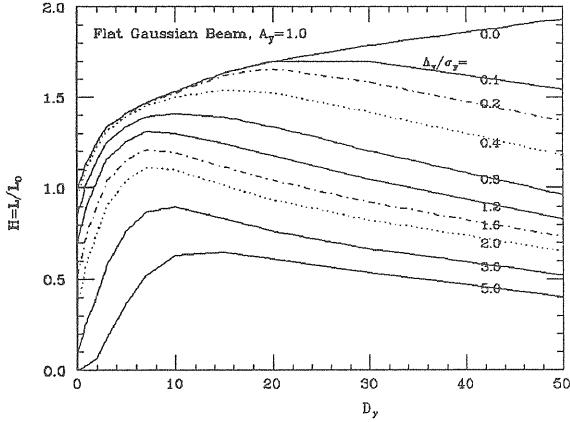


図 2: Luminosity Enhancement Factor vs. D_y

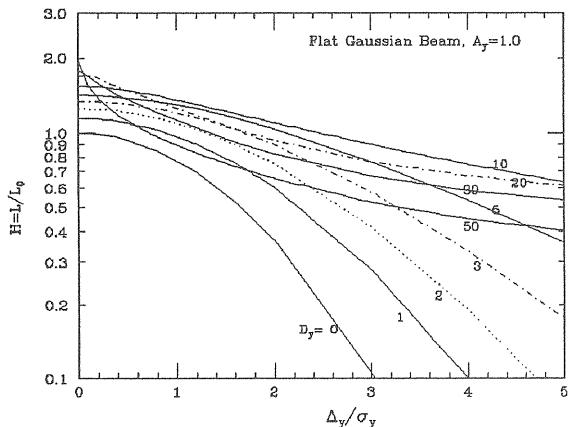


図 3: Luminosity Enhancement Factor vs. Δ_y

量子力学的効果のうちで最も重要なものはビームの作る電磁場の中でのシンクロトロン放射 (beamstrahlung³ とよばれる) です。磁場は 10kTesla のオーダーになり、磁場中の走行距離は 1mm に満たないにもかかわらず、エネルギー損失は無視できないほどになります。Beamstrahlung の性質を表わす重要なパラメータは臨界エネルギーで、ビームエネルギーを単位にしてあらわしたものを $\bar{\Upsilon}$ と書きます。 $\bar{\Upsilon}$ は衝突中の場所によるので、グローバルなパラメータとしては、その平均値 $\bar{\Upsilon}$ を用います。

$$\bar{\Upsilon} \approx \frac{5}{6} \frac{N^* r_e^2 \gamma}{\alpha \sigma_z (\sigma_x^* + \sigma_y^*)}. \quad (5)$$

³ 制動放射 Bremsstrahlung の語呂合せ

ここで、 α は微細構造定数です。普通、貯蔵リングでのシンクロトロン放射では、 Υ は非常に小さく (10^{-6} - 10^{-5})、光子のエネルギーは電子に比べて無視できますが、linear collider では Υ は 0.1-1 のオーダーになります。放射される光子の数 (1 電子あたり) 及び失うエネルギーの割合は、

$$n_\gamma \approx 1.08 \alpha r_e N^* \frac{2}{\sigma_x^* + \sigma_y^*} \frac{1}{\sqrt{1 + \bar{\Upsilon}^{2/3}}} \quad (6)$$

$$\delta_E = \left\langle -\frac{\Delta E}{E} \right\rangle \approx 0.209 \frac{n_e^3 N^{*2} \gamma}{\sigma_z} \left[\frac{2}{\sigma_x^* + \sigma_y^*} \right]^2 \frac{1}{[1 + (1.5 \bar{\Upsilon})^{2/3}]^2} \quad (7)$$

で表われます。各式の最後の因子は量子力学的補正で、 $\bar{\Upsilon}$ が小さい場合は 1 に近くなります。重要な点は、luminosity が σ_x^* , σ_y^* の積によるのに対し、beamstrahlung は和によることです。従ってビームの縦横比 σ_x^*/σ_y^* を大きくすれば、luminosity を下げずに beamstrahlung を減らすことができます。これが、すべてのプロジェクトで扁平ビームを採用している主な理由です。(SLC が当初円形ビームだったのは、50GeV では beamstrahlung がまだ深刻な問題でなかったためです。) その代償として、y 方向のビームサイズが極めて小さくなり、減衰リング以降すべての場所で、磁石、加速空洞などの y 方向設置許容誤差が厳しくなります。Disruption はおもに y 方向に起こるので上の式への影響はわずかです。

衝突点での厄介な問題の一つに background があります。これは上流からくるものとビーム・ビーム相互作用によるものとに大別できます。前者は最終収束系の問題です。後者で重要なものは何らかの過程によって発生する非常に低エネルギーの電子陽電子です。これは強いビーム場によって大きく曲げられて background の源になります。低エネルギー電子陽電子の発生過程としては種々考えられますが、最も重要なものは beamstrahlung の光子と相手ビーム中の電子 (陽電子) による対発生 $\gamma e^\pm \rightarrow e^\pm e^+ e^-$ です。(田内氏の講義参照) これら電子陽電子は直接に background になるだけではなく、相手ビームの 4 極磁石に当たって 2 次光子を発生します。このため JLC では 2 つのビームに交差角 (6-7 mrad) をつけると同時に、2 次光子を防ぐためのマスクを取り付けます。

衝突点でのナノメータのオーダーのビームサイズを測る方法としてはレーザーによる逆コンプト

ン散乱を用いるもの、対発生した電子陽電子の角分布を使うものの2つが提案されていて、前者はすでに 60nm のビームサイズの測定に成功しています。(新竹、田内両氏の講義参照。)

4 最終収束系

最終収束系の内部は非常に複雑ですが、linear collider 全体の設計という観点からみると、外部に対して要求するパラメータはわずかです。最も基本的なパラメータは衝突点でのベータ関数 $\beta_{x,y}^*$ です。これらはそれぞれ 10mm、0.1mm を下限として設定しています。衝突点でのビームサイズに関しては生出極限というものがあります。衝突点でのビームサイズを β^* の関数としてプロットすると、 β^* がある値より小さくなるとビームサイズがかえって増加することがわかります。この極小値を生出極限と呼びます。これは衝突点付近の 4 極磁石中のシンクロトロン放射が原因で、極小値はほとんど不変エミッターンスだけの関数です。JLC の場合上記の半分の β^* あたりが限界で、それ以上ビームサイズは下がらなくなります。また、重心系エネルギー $W=1\text{TeV}$ 以上になると beamstrahlung のためにビームを絞る意味がなくなりて、ベータ関数の要求値はむしろ大きくなります。従って上記の β^* の下限は最終収束系の設計値としてちょうどよいところと考えられます。

数年前まではもうひとつのパラメータとして、ビームのエネルギー幅の上限値 (momentum band width) がありました。最終収束系の設計技術の進歩により、可能な上限は main linac で予想される幅より十分大きくなつたので今では設計の制限になつていません。

なお、最終収束系を出た後のビームのエミッターンスとしては、減衰リングのエミッターンスの、水平方向で 1 割増し、鉛直方向で 6 割増しの値が仮定されています。これは main linac 及び最終収束系双方でのエミッターンス増加を含みます。

磁石位置、磁場等の許容誤差は複雑で、山本氏の講義を参考してください。ただ一つ単純なのは衝突点に最も近い 4 極磁石の鉛直方向の位置誤差で、これは σ_y^* の数分の一 ($\sim 1\text{nm}$) になります。JLC、NLC の特徴の一つは σ_y^* の小さいことにあり、これは覚悟の上です。

5 Main Linac

Linac は

- Modulator 一次電力をパルスに変換する。
- Klystron パルスを高周波マイクロ波に変換する。
- Pulse compressor klystron 出力を高いピーク電力、短いパルス長のマイクロ波に変換する。
- Accelerating structure マイクロ波で電子陽電子を加速する。
- Focusing elements 4 極磁石により、transverse 方向に軌道を収束させる。

等から成っています。

表 4: JLC-X 高周波関係の Parameter Structure of an rf unit

1 modulator, 2 klystrons, 4 cavities	
Number of rf units per linac	830
Klystron output	
peak power	135MW
pulse length	500nsec
Pulse compression factor (DLDS)	2.0
Input to structure	
peak power	130MW
pulse length	250nsec
Accelerating structure	
length l_c	1.31m
a/λ	0.20-0.14
attenuation parameter τ	0.584
unloaded gradient G_0	73MeV/m
filling time T_f	110nsec
beam train length $m_b t_b$	120nsec

消費電力

Linear collider の全体としてのパフォーマンスを評価する上で、luminosity と並んで重要な点は消費電力ですが、ここに modulator から加速管までを詳細に述べる余裕は（私としては能力も）ありません。後の議論に必要になることがらを、簡単にならべておきます。

加速管の一端から入射されたマイクロ波が他端に達するまでの時間を filling time T_f と呼びます。その間にマイクロ波電力は減衰しますが、入口

出口の電力の比を $e^{-2\tau}$ と定義し、 τ を attenuation parameter と呼びます。これは Q 値を使って $\tau = T_f \pi f_{rf} / Q$ と書くことができます。入射したマイクロ波パルスのピーク電力（1つの加速管当り）と 加速勾配 G_0 との関係は

$$P_{peak} = \frac{G_0^2 l_c}{r_s} \frac{1}{1 - e^{-2\tau}} \quad (8)$$

で与えられます。（簡単のためここでは constant gradient structure⁴を考えます。）ここで、 l_c は 加速管の長さ、 r_s は（単位長さ当りの）シャント・インピーダンスとよばれ Ω/m の次元をもちます。

加速管をあらわすパラメータの一つにアイリス（ビーム孔）の半径 a があります。これは constant gradient structure では 加速管中の場所によって異なります。加速管中を走るマイクロ波の群速度 v_g は a/λ_{rf} の関数として与えられます。 $1/v_g$ を 加速管全体で積分すればマイクロ波が通り抜けるのに必要な時間、すなわち T_f が得られます。 Q 値は $f_{rf}^{-1/2}$ に比例し、緩やかな a/λ_{rf} 依存性をもちます。シャント・インピーダンス r_s は $\sqrt{f_{rf}}$ に比例し、 a/λ_{rf} とともにゆっくりと減少します。（ a/λ_{rf} を 0.12 から 0.16 までえたとき r_s は 2 割ほど減ります。） r_s が高いほど同じピーク電力で高い加速勾配がえられます。

群速度 v_g はビームの速度（光速度）に比べてずっと小さいので、普通はマイクロ波パルスの先端が 加速管出口に達したときに、すなわち 加速管全体がマイクロ波で満たされた後でビームを入射します。ビームは $m_b t_b$ の長さをもつので、マイクロ波パルスは少なくとも $T_f + m_b t_b$ の長さが必要です。従って、1台の linac に対して $f_{rep} N_c P_{peak} (T_f + m_b t_b)$ の平均電力を必要とします。（ N_c は 加速管総数。）これに、modulator、klystron、pulse compressor の効率を考慮したものが全 wall-plug power です。本稿末尾の表ではこの3つの効率の積として 26% から 28% の値を暫定的に仮定しています。

Beam loading

マイクロ波で満たされた 加速管をバンチが通過すると、マイクロ波のエネルギーの一部が持ち去られるため 後続のバンチの 加速電圧は目減りします。これを ビーム負荷（loading）と呼びます。先行バンチが 加速管内に（減速方向の）電磁波を作り、後続バンチはこれと 入力マイクロ波の和を感じると表現することもできます。後者の見方の場合 先行

⁴用語に関しては竹田誠之氏又は肥後氏の講義参照

バンチの作る場を ウエーク場 と言います。バンチが 次々に通過する間も マイクロ波は供給され 続けていますからいづれは 平衡状態になりますが、 linear collider の場合は beam train 全長はあまり長くないで、過渡的な状態でのバンチ間の 加速電圧差が 問題になります。何も補正をしなかった場合の各

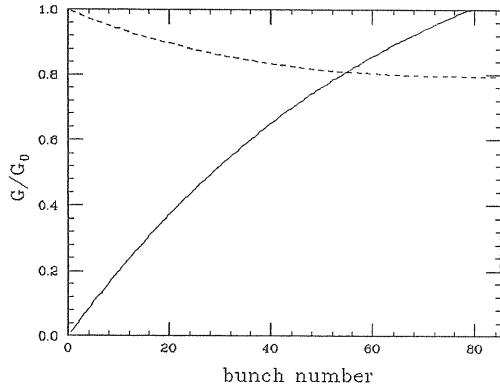


図 4: JLC-X での beamloading。破線：無補正の場合の各バンチの energy gain。先頭バンチを 1 とする。実線：入射タイミングと energy gain の関係。横軸はこの場合時間をバンチ間距離 1.4nsec を 単位に測ったものとする。左端はマイクロ波と同時にに入った粒子の gain でゼロ。80 × 1.4nsec (= T_f) 以降に入った粒子は 100% の加速を受ける。

バンチの energy gain は JLC-X の場合 図 4 の破線のようになります。最後のバンチの energy gain は 先頭バンチに比べ 2 割以上少なくなります。これは 次のようにして補正します。マイクロ波は 加速管の上流端にはいりはじめてから filling time T_f だけたって 下流端に達し 加速管はマイクロ波で満たされます。このときに入射されたビームは 100% の energy gain がありますが、完全に満たされる前に 入ったビームの energy gain はこれより少なくなります（図 4 実線）。これを使えば、 加速管ごとにマイクロ波のタイミングを変えていくつかの 加速管での energy gain の和が バンチ間でほぼ一様に（16 台の 加速管の組を使えば 0.1% のレベルで）なるようにすることができます。ただし、beam loading が急激な場合、すなわち 図 4 破線の始めの傾きが 大きい時にはこの方法は使えません。この条件は、 constant gradient structure で beam train の長さが T_f と 同程度以上の場合、

$$\eta_l = \frac{2\pi f_{rf} r_s}{Q} \frac{eN}{G_0} < \frac{2t_b}{T_f} \quad (9)$$

であらわされます。 η_1 は单バンチ beam loading で、JLC-X では 1.3% です。右辺は 2.5% ですからまだ余裕があります。

なお、無補正の場合、後部のバンチのエネルギーは約 20% 不足するわけですが、この値はバンチ・トレインの全電荷量 $m_b N$ に比例します。従って例えば $m_b N$ に 1% の揺れがあると後部バンチのエネルギーに 0.2% の誤差を生じることになります。Linac 及び最終収束系としてはこれは許容範囲内ですが、物理実験上狭いビームエネルギー幅が要求される場合（例えば $t\bar{t}$ の threshold 付近の実験）を考えると $m_b N$ の揺れの許容値としては $\pm 0.5\%$ をとるべきです。

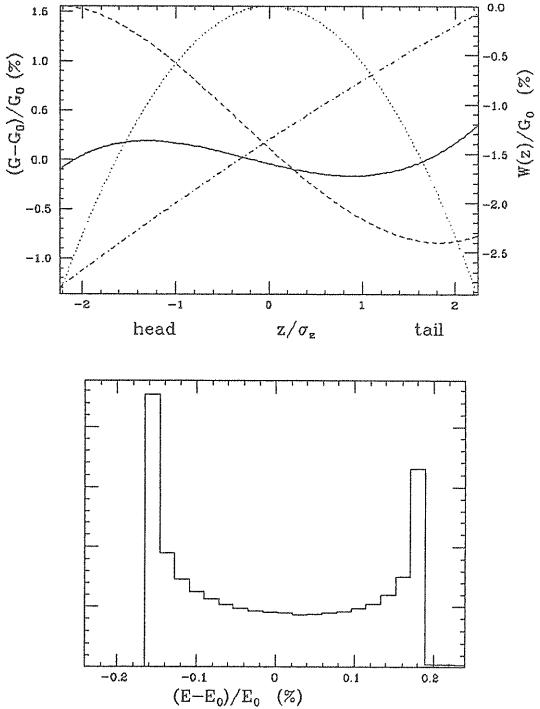


図 5: Single bunch energy spread compensation. (JLC-X) (a) 点線：仮定した分布。破線：ウェーク場。1 点鎖線：rf 正弦波。実線：合計の energy gain. (b) 補正後のバンチ内エネルギー分布。

Beam loading の効果は单バンチ内でもあります。バンチの先頭付近の粒子が作ったウェーク場により後方の粒子が減速されるものです。（普通 beam loading と言うことばは加速モードについてつかいます。バンチ内ウェーク場はたくさんのモードの重ね合わせであるため beam loading とは言いません。）図 5a の波線（目盛は右）はバンチの作る減

速場を加速勾配 G_0 を単位にしてプロットしたもので、図の左がバンチ先頭です。（分布関数としてパラボラ分布（点線）を使っています。）減速はバンチ後端付近では 2.5% 近くに達します。これを補正するには、バンチを加速正弦波の頂点から前方にずらし、バンチ前部の加速が少なくなるようにします。1 点鎖線が正弦波の一部を表わしています。合計の加速勾配が実線で、ほぼ平らになっています。この結果ビームのエネルギー分布は図 5b のようになります。

Transverse dynamics

Main linac の 1 つのキーポイントは減衰リングで得られた微小なエミッタンスを保存できるかという点にあります。本講義では解析的な式を使った半定量的な議論を行います。計算機シミュレーションを含むより定量的な評価については久保氏の講義を参照して下さい。

ビームは加速減速場を作るだけでなく、軌道が加速管中心軸からずれていれば、横方向の場（transverse wake field）も作ります。エミッタンスは y 方向が圧倒的に小さいので以下 y 方向のみ考えます。電荷 Q の粒子が軸から y だけずれて走っている時、それより z 後方を走る電荷 e の粒子は y 方向に $eQW_T(z)y$ の力を受けます。 $W_T(z)$ は Volt/Coulomb/m² の次元をもち、transverse wake function と呼ばれます。その関数形は普通、 $z < 0$ ではゼロ、 z の小さいとき線形、大きいとき正弦波です。

$$W_T(z) = W'_0 z \quad (0 < z \ll a^2/\lambda_{rf}) \quad (10)$$

$$= \sum_m \frac{r_m \omega_m}{Q_m} e^{-\frac{\omega_m z}{2cQ_m}} \sin \frac{\omega_m z}{c} \quad (\lambda_{rf} \ll z) \quad (11)$$

ここで、 a は加速管アイリス（ビーム孔）の半径、 λ_{rf} は加速周波数に対する波長、 m は加速管の横方向のモード (TM_1) のモード番号、 ω_m, r_m, Q_m はその周波数、シャント・インピーダンス、 Q 値です。单バンチ内の問題では一行目の式でほぼ十分で、 W'_0 は

$$W'_0 = \left[\frac{dW_T(z)}{dz} \right]_{z=0} \approx 1.5 \frac{cZ_0}{\pi a} \quad (12)$$

で近似できます。 $(Z_0=377\Omega$: 真空のインピーダンス)。重要な点はこれがアイリス半径 a に敏感なことです。

ウェーク場のないときの transverse 運動は 4 極磁石中でのベータトン振動で、近似的には波数

k により $\sin(\cos)ks$ とかけます。 s は linac に沿った長さです。 k の逆数が Twiss parameter β です。(強収束では β は速く変化しますがそれを局所的に平滑化したものを考えます。) これが linac 中の場所によって (ゆっくり) 変わる場合は、位相 ks を $\int k(s)ds$ に置き換えます。一般に低エネルギー部分でウェークの影響が強いので β を小さくします。JLC では

$$\beta(s) = \beta_0 \sqrt{\frac{E(s)}{E_0}}, \quad \beta_0 = 4.2\text{m}, \quad E_0 = 20\text{GeV} \quad (13)$$

のようないくつかスケールさせます。ベータトロン振動の回数は

$$n_\beta = \frac{1}{2\pi} \int_0^L \frac{ds}{\beta(s)} = \frac{1}{\pi} \frac{E_0}{E_f - E_0} \frac{(\beta_f - \beta_0)L}{\beta_0^2} \quad (14)$$

となります。 E_f 、 β_f は linac 出口でのエネルギーとベータ関数、 L は 4 極磁石も含めた linac 全長です。ベータトロン光学は今は仮に最も簡単な FODO としています。セル当たりの位相の進みを μ_c とすると、4 極磁石の総数は $N_Q = 4\pi n_\beta / \mu_c$ です。詳細な設計の段階では μ_{cx} と μ_{cy} を少しずらす必要があります。

バンチ内での粒子の進行方向の位置を z とします (前方を正)。 z は各粒子に対して定数です。この粒子の y 方向の運動方程式はウェーク場の影響も含めて

$$\frac{1}{E(s)} \frac{d}{ds} \left[E(s) \frac{dy(s)}{ds} \right] + k^2(s)y(s) = \frac{e}{E(s)} \sum_j Q_j W_T(z_j - z)y_j(s) \quad (15)$$

と書けます。ここで、 Q_j 、 y_j 、 z_j は先行する粒子の電荷、 y 、 z 座標です。粒子についての和は分布関数を導入すれば積分で表わすことができます。この式は

$$y(s) = \sqrt{\frac{E_0 \beta(s)}{E(s) \beta_0}} Y \quad (16)$$

$$\phi = \int_0^s ds / \beta(s) \quad (17)$$

とおくと、 $E(s)$ 、 $\beta(s)$ の変化が緩やかなら

$$\frac{d^2 Y}{d\phi^2} + Y = \frac{e\beta^2}{E} \sum_j Q_j W_T(z_j - z)Y_j(s) \quad (18)$$

と、簡単になります。右辺がわかっていればこの式は (初期条件 $y = y' = 0$ で)

$$Y = \int_0^\phi \sin(\phi - \phi') \left[\frac{e\beta^2}{E} \sum_j Q_j W_T(z_j - z)Y_j \right] d\phi' \quad (19)$$

あるいはもとの変数で書けば、

$$y(s) = \int_0^2 ds' \sin[\phi(s) - \phi(s')] \sqrt{\frac{E(s')}{E(s)}} \times \sqrt{\beta(s)\beta(s')} \sum_j eQ_j W(z_j - z)y_j(s') \quad (20)$$

となりますが、むしろ eq.(16) に現れる因子を別にしておいたほうが beam blowup をうまく表現できます。不变エミッタス $\gamma\epsilon_y$ は Y で書くと

$$\gamma\epsilon_y = \gamma \langle y^2 \rangle / \beta = (\gamma_0 / \beta_0) \langle Y^2 \rangle \quad (21)$$

のようないくつか表わされます。以下、 Y の振幅を A と書き、これを不变振幅と呼ぶことにします。

以上の式は j の和をバンチの和とし、 Q_j をバンチ電荷とすれば multi-bunch の問題にも使えます。

表 5: JLC Main Linac の収束系パラメータ

	S	C	X
入射エネルギー (GeV)	20	20	20
最終エネルギー (GeV)	250	250	250
Linac 全長 ¹⁾ (km)	13.8	9.41	6.52
入口でのベータ関数 (m)	4.2	4.2	4.2
出口でのベータ関数 (m)	15.	15.	15.
ベータトロン振動数 n_β	190	162	90
4 極磁石数 N_Q	1520	1296	720

1) Active length L_{act} の 2 割増。

Transverse single bunch beam break-up

まず、ウェーク場のもとでの单バンチの運動を考えます。バンチ全体が y_0 だけシフトして Linac へ入射された場合、Eq.(15) はバンチ内の粒子分布を長さ $2\sqrt{3}\sigma_z$ の一様分布とすれば解くことができて、 $s \rightarrow \infty$ での不变振幅の漸近形は

$$A(s) = y_0 \left[\frac{\eta^{-1/6}}{\sqrt{6\pi}} \exp\left(\frac{3\sqrt{3}}{4}\eta^{1/3}\right) \right] \quad (22)$$

$$\eta = \frac{eN}{2\sqrt{3}\sigma_z} W'_0 z^2 \int_0^L \frac{\beta}{E} ds \quad (\gg 1) \quad (23)$$

で表わされます。[] 内が振幅の増幅因子です。JLC-X ではバンチ後端で $\eta \approx 50$ 、従って増幅因子は 15 程度になります。

この不安定性に対しては BNS (Balakin Novokatsky Smirnov) 減衰と呼ばれる現象を利用して対処できます。簡単のためバンチが 2 つの粒子からなるとすれば、先行粒子の運動方程式はウェークの項がなく、後行粒子は

$$\frac{d^2 y_2}{ds^2} + k^2 y_2 = \frac{e^2 N}{E} \frac{W_T(2\sigma_z)}{2} y_1 \quad (24)$$

となります。(各粒子の電荷は $eN/2$ 、互いの距離は $2\sigma_z$ 、加速は無視する。) バンチ全体がシフトして入射されれば始めは $y_2 \approx y_1$ ですから、右辺を移項すれば収束項は、 $k^2 - e^2 NW_T/2E$ の形になります。 W_T は正ですから後行粒子に対してウェークは収束力を弱めるように働きます。4 極磁石の収束力 k は粒子のエネルギーに反比例しますから、後行粒子のエネルギーを先行粒子より少し低くすれば、ウェークを含めた全収束力を先行粒子と同じにすることができます、不安定性が回避されます。これを BNS 減衰と呼びます。その条件は

$$\frac{E(+\sigma_z) - E(-\sigma_z)}{E} = \frac{\beta^2 e^2 NW_T(2\sigma_z)}{4E} \quad (25)$$

となります。 β 関数のスケーリング $\propto \sqrt{E}$ はこの条件がエネルギーによらなくなるようにとっています。JLC-X の場合要求されるエネルギーの幅は約 0.7% です。

以上の議論はビームの入射誤差に関するものですが、次に加速管の設置誤差の効果を考えます。これは Eq.(15) の右辺の y_j を $y_j - y_c(s)$ に変えるだけですみます。 $(y_c(s))$ は点 s にある加速管の設置誤差)。Wake $\times y_c$ の最初のオーダーだけ考えるなら右辺の y_j は無視できます。解は eq.(20) により書き下せます。 $y_c(s)$ が加速管ごとにランダムだとし、 W_T に対してはバンチ内の適当な平均をとれば、 y^2 の期待値は

$$\langle y^2(s) \rangle = 0.2 N_c \left[\frac{\beta_f l_c y_{c,rms} e^2 N W'_0 \sigma_z}{E_f} \right]^2 \quad (26)$$

で近似できます。 E_f 、 β_f は linac 出口での値、 N_c は加速管の総数、 $y_{c,rms}$ は加速管設置誤差の標準偏差です。JLC-X では、 $N_c = 3320$ 、 $\beta_f = 15m$ 、 $W'_0 = 1.6 \times 10^{20} V/C/m^3$ であり、linac 出口でのビームサイズは $\sigma_{y,f} = 1\mu m$ です。これより

$$\frac{\sqrt{\langle y^2 \rangle}}{\sigma_{y,f}} \approx 0.3 \frac{y_{c,rms}}{10\mu m} \quad (27)$$

従って JLC-X の加速管は $10\mu m$ 程度以内の精度で設置する必要があります。許容設置誤差の比例関

係は

$$y_{c,rms} \propto \frac{\gamma \epsilon_y G_0}{\beta l_c} \frac{a^4}{N \sigma_z} \quad (28)$$

であり、 a^4 依存性のため加速周波数の低い方がはあるかに有利になります。例えば JLC-C の場合、同じ光学系 (β) を使えば、JLC-X に比べて許容設置誤差は約 3 倍です。(a が波長に比例するすれば a^4 因子だけで 16 倍になりそうですが、ウェークの効果を緩和するために JLC-X では、多少の加速効率を犠牲にして、孔径・波長比 a/λ_{rf} を大きくとっています。その他の因子もあって「16」はかなり目減りします。)

Transverse multi-bunch beam break-up

次に多バンチに対するウェーク場の効果を考えます。加速管の横方向モードのうち最も重要なモードの周波数 ω_1 は加速モードの約 1.5 倍のところにあります。このモードのみ考えることになると、ウェーク場は

$$W_T(z) = W_0 e^{-\omega_1 z / 2Q_1 c} \sin(\omega_1 z / c), \quad (29)$$

$$W_0 \approx 1.4 \times 10^{15} V/C/m^2 \times (f_{rf}/2856 MHz)^3$$

これを使って、初期値 y_0 に対する eq.(15) の解を eq.(22) のように求めることができます。始めに第一バンチのみ y_0 だけずれて入射した場合、第 n バンチの不变振幅は

$$A_n(s) = \frac{y_0}{2\sqrt{2\pi}} \frac{\eta^{1/4}}{n} \exp \left[-\frac{\omega_1 t_b n}{2Q_1} + \sqrt{\eta} \right] \quad (30)$$

$$\eta = e^2 N n W_0 \int_0^s \frac{\beta(s)}{E(s)} ds \quad (31)$$

のようになります。これは、JLC-X parameter を代入すると、 $\eta \sim 4000$ となり、とんでもない振幅増加になることがわかります。少なくとも W_0 を 2 行下げる必要があります。これに対する対策として、detuned structure および damped structure の 2 種類が開発されています。

Eq.(29) は、加速管を構成するすべてのセルが同じ大きさ (従って同じ共鳴周波数 ω_1) をもつ場合、すなわち constant impedance structure の場合です。しかし constant gradient structure の場合はセルごとに ω_1 はわずかずつ異なり、そのため wake function は、

$$W_T(z) \approx \frac{W_0}{m_c} e^{-\omega_1 z / 2Q_1 c} \sum_{k=1}^{m_c} \sin(\omega_{1,k} z / c) \quad (32)$$

の形になっています。ここで m_c はセルの数で $\omega_{1,k}$ は各セルの共鳴周波数、各セル間の Q_1 の違いは無視し W_0 は $1/m_c$ になるとしています。実際はセル間の結合があって複雑ですが定性的には上式であらわされます。 ω_1 の拡がりが大きければ、Eq.(32) は eq.(29) よりずっと小さくなります。Detuned structure と言うのは、これを積極的に利用して、 W_T が十分小さくなるように ω_1 分布を決めた構造です。(具体的にはアイリス半径 a をセルごとに変えます。) 例えば ω_1 が $\omega_1 \pm \frac{1}{2}\Delta\omega_1$ の範囲の一様分布(実際はガウス分布に近いものをとります) であれば、

$$W_T(z) \approx W_0 e^{-\omega_1 z/2Q_1 c} \times \left[\frac{\sin(\frac{1}{2}\Delta\omega_1 z/c)}{m_c \sin(\frac{1}{2}\delta\omega_1 z/c)} \right] \sin(\omega_1 z/c) \quad (33)$$

のようになります。ここで $\delta\omega_1 = \Delta\omega_1/m_c$ は隣り合うセル間の周波数差です。

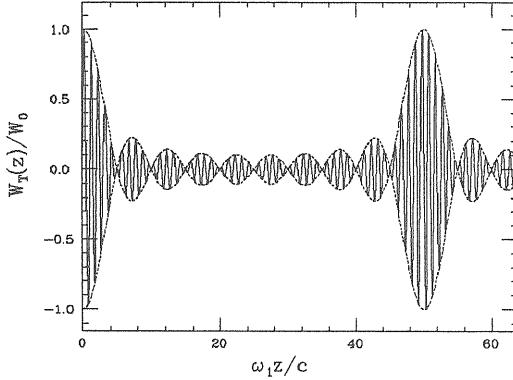


図 6: An example of a detuned wake function with a uniform frequency distribution

図 6 に $\Delta\omega_1/\omega_1 = 0.2$ 、 $m_c = 10$ 、 $Q_1 = \infty$ の場合の W_T が模式的に描いてあります。包絡線(破線)は eq.(33) の [] 内です。 $z = 0$ 付近の振幅は周波数の拡がりのないときと同じですが、 $\Delta\omega_1 z/c = 2\pi$ のところに最初のノードが現われ、その後 W_T は暫くの間 $O(W_0/m_c)$ 程度に小さくなります。しかし、 $\delta\omega_1 z/c = 2\pi$ までくると再び W_T は大きくなります。従って次のバンチまでの距離 t_b によって $\Delta\omega_1$ を決め、バンチ・トレイン全長によって $\delta\omega_1$ 、すなわち m_c を決めれば、バンチ・トレイン全体にわたって W_T を小さくすることができます。JLC-X のバンチ間隔 $t_b = 1.4$ nsec はこれで決まっています。これを例えれば半分にすると要求される $\Delta\omega_1$ が倍になり加速管の設計がほとんど不可能になります。一方、加速管のセル数が 150 しかない

ため $\delta\omega_1$ は $m_b = 85$ バンチに対して十分小さくできず、トレイン後部で W_T が再び大きくなります。このため 2 本以上の加速管にわたる detuning を考えています。NLC、SBLC では加速管に横モード減衰のためのポートをつけて Q_1 を 1000 のオーダーにすることを検討しています。

もう一つの方法 damped cavity は、減衰因子 Q_1 が小さくなるような空洞構造を選ぶものです。これには choke mode cavity と呼ばれる構造が有力です。(赤坂、新竹氏の講義参照。)

今 Q_1 が非常に小さく wake は次のバンチまでしか届かないものとすると、eq.(15) は容易にとくことができます。始めにすべてのバンチが y_0 で入射された場合、第 n バンチの不变振幅は、

$$A_n(s) = y_0 \left| \sum_{k=0}^{n-1} \frac{i^k}{k!} (\kappa \phi(s))^k \right| \quad (34)$$

$$\kappa = \frac{\beta^2 e^2 N W_T(t_b)}{2E}$$

となります。 κ は $\beta \propto \sqrt{E}$ のとき E によらない定数となります。 $\kappa \phi \lesssim 1$ のときは第 2 バンチが振幅最大で、 $A_2 = \sqrt{1 + (\kappa \phi)^2}$ ですから、 $\kappa \phi < 0.5$ ならばエミッタance 増加は 25% 以内におさまります。従って条件は

$$2\pi n_\beta \frac{\beta^2 e^2 N}{2E} W_0 e^{-\omega_1 t_b / 2Q_1} < 0.5 \quad (35)$$

ω_1 を加速周波数の 1.5 倍とすると、JLC-X の場合上の条件は

$$Q_1 \lesssim 1.2 \times f_{rf} t_b \quad (36)$$

となり、バンチ間隔は加速波長の 16 倍ですから、 $Q_1 \lesssim 19$ とすればエミッタance 増加が 25% 程度に抑えられることがわかります。(JLC-C では $Q_1 \lesssim 26$)。Choke mode cavity では Q_1 を 10 以下にすることが可能なので、他の制約(例えば実験の background) がなければバンチ間隔を半分にすることも可能と思われます。

次に、加速管の設定位置のランダム誤差による multi-bunch emittance の増加は

$$\Delta(\gamma\epsilon_y) = 2\kappa^2 \phi \frac{\gamma_0 l_c}{\beta_0^3} y_{c,rms}^2 \quad (37)$$

$y_{c,rms} = 10\mu\text{m}$ に対しエミッタance 増加を 25% 以内にするには、 $Q_1 \lesssim 50$ となり前の条件より緩くなります。

Focusing Elements

ウェーク場のない場合でも、4極磁石の設定位置誤差があればエミッタスの増加が起こります。実は、JLC の場合は設定位置の許容誤差は、加速管より 4極磁石のほうがずっと厳しい値になります。すべての 4極磁石にビーム位置モニターを取り付けてあれば原理的にはビーム位置を観測して各 4極磁石の位置の誤差を逆に求めることができますが、実際はモニターに誤差があること、他にビームを曲げる原因があり得ること（例えば、ウェーク場、漏れ磁場など）のためにうまくいきません。

まず、地盤振動などのために速く 4極磁石が揺れていて補正のしようがない場合を考えましょう。（衝突点においてビームを観測していれば、繰返し周波数の数分の一以下の振動はフィードバックすることができます。→山本氏の講義）この場合ビーム重心が振動しますが、補正できないため実質的にはエミッタスが増加したのと同じことになります。運動方程式は

$$\begin{aligned} \frac{1}{E(s)} \frac{d}{ds} \left[E(s) \frac{dy(s)}{ds} \right] + k^2(s)y(s) \\ = \sum_j k_j y_{Q,j} \delta(s - s_j) \end{aligned} \quad (38)$$

で表わされます。ここで s_j, k_j は j 番目の 4極磁石の位置と強さ（焦点距離の逆数）、 $y_{Q,j}$ はその位置設定誤差、 δ はディラックのデルタ関数です。解は、

$$y(s) = \sum_{s_j < s} \sqrt{\frac{E(s_j)}{E(s)}} \sqrt{\beta(s)\beta(s_j)} \times \sin[\phi(s) - \phi(s_j)] k_j y_{Q,j} \quad (39)$$

位置誤差がランダムで $y_{Q,j}$ の間に全く相関がなければ $y^2(s)$ の期待値は linac の出口で

$$\langle y^2 \rangle = 2N_Q \frac{2 \tan(\mu_c/2)}{\mu_c} y_{Q,rms}^2 \quad (40)$$

となります。ここで μ_c はセル当たりの位相の進み（FODO セルを仮定する）、 N_Q は 4極磁石の総数 ($= 4\pi n_\beta / \mu_c$)、 $y_{Q,rms}$ は $y_{Q,j}$ の標準偏差です。 $\mu_c = 90$ 度とすれば $y_{rms} = 1.6\sqrt{N_Q} y_{Q,rms}$ となります。Linac 出口での鉛直方向ビームサイズは $\sigma_y \approx 1\mu\text{m}$ ですから、 y_{rms} がその $1/3$ 以下になるためには $y_{Q,rms} < 8\text{nm}$ という厳しい値になります。（JLC-X の場合 $N_Q = 720$ 。JLC-S では N_Q が 2 倍以上あるのでさらに厳しい。）数 10Hz 以上の地盤振動

成分がこれ以上あるときは振動吸収装置を 4極磁石に取り付ける必要があります。

周波数が数 10Hz 以下であれば衝突直前（あるいは linac の出口）においてフィードバックにより重心位置をもどすことができます。その場合問題になるのはエミッタスの増加です。これは重心補正だけでは救えません。エミッタスの増加の主な原因是（ウェークの影響を別にすれば）バンチ内あるいはバンチ間のエネルギーの拡がりです。この過程は分散効果と色収差効果がからみあっておこります。前者は同じ磁場による蹴り角が粒子のエネルギーによるための効果、後者はエネルギーによってベータトロン振動の速さがとなるための効果 (filamentation) です。JLC-X の場合 linac 全体でのベータトロン振動の数は約 90 です。ビームエネルギーに例えれば 0.5% の拡がりがあれば、180 度程度のベータトロン振動位相差が生じます。このため始めに重心がずれていただけでも、linac を出るときには filamentation のためにエミッタスが増加してしまいます。そこで、linac をいくつか（JLC-X では 5つ程度）の section に分けて、それぞれの section の出口で重心位置のフィードバックを行うことにします。こうすれば色収差効果による複雑さがなくなりて、分散効果だけ考えればよいことになります。そのとき一つの section での不変エミッタスの増加は

$$\Delta(\gamma\epsilon_y) = \frac{4}{3} \left[\frac{2 \sin \frac{\mu_c}{2}}{\mu_c} \right]^2 \frac{\gamma_0}{\beta_0} N_Q y_{Q,rms}^2 (\sigma_\epsilon \phi)^2 \quad (41)$$

となります。ここで β_0, γ_0 は section 入口での値、 N_Q はその section 内の 4極磁石数、 σ_ϵ は相対的エネルギー拡がりの標準偏差、 ϕ はベータトロン振動位相で、従って $\sigma_\epsilon \phi$ が色収差です。JLC-X の場合、全体を n_{sect} に分ければ全 section 合計のエミッタス増加は ($\sigma_\epsilon=0.3\%$ として)

$$\frac{\Delta(\gamma\epsilon_y)}{\gamma\epsilon_y} \approx \frac{7}{n_{sect}^2} \left[\frac{y_{Q,rms}}{100\text{nm}} \right]^2 \quad (42)$$

となり、 $y_{Q,rms}$ が 100nm 程度以内であれば、各 section ごとの重心のフィードバックですむことがわかります。

これを越える誤差（揺れ）に対してはすべての 4極磁石の位置を個々に補正しなければなりません。問題はエネルギーの拡がりによる分散効果とビーム位置モニターの据付誤差（モニター中心と 4極磁場中心の差）です。

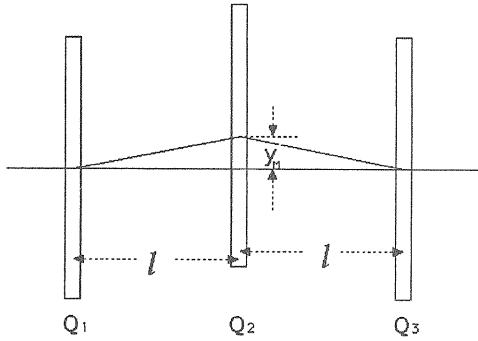


図 7: One-to-one orbit correction

相続く 3 つの 4 極磁石 Q_1 , Q_2 , Q_3 及びそれらに取り付けられたビーム位置モニターを考えます(図 7)。簡単な FODO ラティスを考え、3 つの 4 極磁石の強さを $-k$, k , $-k$ とし、その間の距離を l とします。(平滑化したベータ関数 β 及びセル当たりの位相の進み μ_c を使うと、 $l = \beta\mu_c/2$, $k = (2/l)\sin(\mu_c/2)$)。今、 Q_2 のビーム位置モニターのみ原点が y_M だけずれていて、それを知らずにモニターの読みがゼロになるように軌道補正したとします。すると実際のビーム重心は、 Q_1 , Q_3 で角度 y_M/l 、 Q_2 で $(k - 2/l)y_M$ だけ蹴られていることになります。 Q_3 の出口では $y = y' = 0$ となります。しかし、エネルギーが相対的に ε だけずれている粒子は、 $y = k\epsilon y_M$, $y' = k\epsilon y_M$ の残留誤差をもち (ε の一次まで)、これは Courant-Snyder invariant にして

$$(8/\beta\mu_c)\tan(\mu_c/2)(1 \pm \sin(\mu_c/2))(\varepsilon y_M)^2$$

に相当します(土は k の符号。以下収束磁石と反収束磁石をならして考えこの項は落とす)。従って、各ビーム位置モニターの据付誤差の間に相関がないとすれば、全体での不变エミッタンスの増加は

$$\begin{aligned} \Delta(\gamma\epsilon_y) &= \frac{4\tan(\mu_c/2)}{\mu_c}\sigma_\varepsilon^2 \sum_j \frac{\gamma_j}{\beta_j} y_{M,j}^2 \\ &= N_Q \frac{2\tan(\mu_c/2)}{\mu_c} \frac{\gamma_f}{\beta_f} \sigma_\varepsilon^2 y_{M,rms}^2 \quad (43) \end{aligned}$$

となります。JLC-X では $\sigma_\varepsilon = 0.3\%$ とすると、 $y_{M,rms} = 5\mu\text{m}$ に対しエミッタンス増加は約 25% になります。

4 極磁石中心とモニター中心を $5\mu\text{m}$ の工作精度であわせるのは非常に難しい問題ですがビームを使えば現在の技術で容易にできます。強さ k の 4 極磁石 Q_1 の下流の焦点付近(距離 $l \sim 1/k$)に別にモニター M_2 を置いてビームを通します。ビームが Q_1 の中心から Δy だけずれていれば M_2 の読みは $kl\Delta y +$

$const.$ となります。 $const$ は Q_1 に入射するビームの方向、 M_2 の原点誤差によりますが、 k , Δy にはなりません。そこで Q_1 の強さを Δk だけ変えると M_2 の読みの変化は $\Delta k l \Delta y \approx (\Delta k/k)\Delta y$ 変わることになります。 $\Delta y = 0$ なら変化しません。従って 2 回の M_2 の読みの差の精度(再現精度、resolution)が δy であれば、 Q_1 の中心を $\sqrt{(k/\Delta k)^2 + 1}\delta y$ の精度で出すことができます。(「1」は Q_1 に付けられたモニターの再現精度) 再現精度 $1-2\mu\text{m}$ のモニターはすでに普通に使われていますから、これによって $y_{M,rms} \lesssim 5\mu\text{m}$ を達成することができます。この方法を beam based alignment と呼びます。

一度 beam based alignment によってモニター原点をあわせても時間がたつとドリフトしてゆく可能性があります。1000 台あまりの 4 極磁石に対して beam based alignment を繰返す代わりに linac 全体の 4 極磁石の磁場をスケールさせてエネルギーのずれ $\varepsilon \neq 0$ の粒子の軌道をシミュレートし軌道補正を行う手法が考案されています。これを dispersion-free correction と言います。

6 Injectors

Main linac より上流には 中間エネルギー linac, bunch length compressor、減衰リング、初期段階の linac、粒子源等があります。これらについては、要求される条件を簡単に説明するにとどめます。

中間エネルギー linac についてはまだ十分に研究されていません。減衰リングを出たところではビームエネルギーはまだ 2GeV で、X-band や C-band の linac では、相対的にウェーク場が強すぎて、加速できない可能性があるため、中間エネルギー linac を検討しています。その加速周波数としては S-band が考えられています。出口でのエネルギーは 10GeV から 20GeV 程度がよいと思われます。(本稿では 20GeV としています。)

減衰リングでのバンチ長は約 5mm で、相対的エネルギー幅は 0.9×10^{-3} 程度です。このバンチ長は main linac でのバンチ長(X-band で 90μm, S, C-band で 120μm) より遥かに長いので、bunch length compressor で圧縮しますが、その際圧縮率の逆数でエネルギー幅が大きくなります。以前の設計では、バンチ長圧縮は 2 段階にわけ、その間に中間エネルギー linac を置いていました。そこではバンチ長は数 100μm であるため低周波の linac

が必須でしたが、現在の設計ではバンチ長圧縮は1段階にしています。(したがって特にJLC-Cでは中間エネルギー linac は不要かも知れません。)その代償として大きなエネルギー幅(約5%)での初期加速が必要になります。

減衰リングに課せられた条件は、出口での不变エミッタス(水平方向 3×10^{-6} m、鉛直方向 3×10^{-8} m)、平衡バンチ長約5mm、及び繰返し周波数50-150Hzです。これらを満たすリングの設計及びそれから導かれる許容誤差等については、浦川氏の稿を参照して下さい。

粒子源に課せられる条件は、 N , m_b , t_b で表わされるビーム構造ですが、陽電子生成の際の標的の限界として、1パルス内の陽電子数(Nm_b)が 8×10^{11} 以下になるようにパラメータを設定しています。

7 パラメータの最適化

数多い linear collider のパラメータは互いに絡み合っていて、a から b が決まり、それから c が決まると言うような一次元的論理では決められません。パラメータ群全体を最適化する問題は、基本的には与えられた全一次消費電力のもとで luminosity を最大にすると言う数学的问题のようですが、実際は途中で多くの主義主張を外から導入する必要があって、一筋縄では行きません。同じ加速周波数を採用している SBLC と JLC-S のパラメータが大きく違っていることからも察せられます。以下、いくつかのキーポイントについて検討します。

加速周波数の選択

JLC の加速周波数は S,C,X の 3 つのバンドの可能性があつて未だに決定されていません。全く単純に議論すれば、シャント・インピーダンスが高い ($\propto \sqrt{f_{rf}}$) ため同じ加速勾配を得るために加速管単位長さ当たりのピーク電力が低くてすむこと、マイクロ波パルス長が短くてすむこと ($\propto 1/f_{rf}$) のため、周波数の高いほど消費電力が少なくてすむことになります。しかしこれは同じ加速勾配で比べた場合であつて、低周波の場合は加速勾配を下げれば、従つて linac を長くすればこの点は解決されます。逆に、高周波では加速勾配を下げればウェーク場の影響が強くなるので、バンチ当たりの粒子数を減らしアイリス孔径をより拡げなければならなくなります。従つて高周波では加速勾配

を高くしないとそのメリットが失われます。低周波ではバンチ当たりの粒子数を大きくした方が得ですが、JLC の場合パルス当たりの陽電子数に上限を設定しているので、必然的にバンチ数が少なくなります。(S-band の場合は pulse compressor として SLED を用いるためバンチ数を 50 以上にするのが難しいのですが、この点矛盾が起こりません。SBLC の主義は全くことなつていて、パルス当たりの陽電子数は JLC-S の 5 倍です。) また、JLC では消費電力のため低周波ほど繰返しを下げています。従つて、1バンチ当たりの luminosity が高くなるように、バンチ当たりの粒子数が多いにもかかわらず衝突点でのビームサイズを高周波の場合と同じにしています。そのための欠点として、低周波では beamstrahlung の強くなることが挙げられます。しかし $W=500\text{GeV}$ では少なくとも C-band に関してはまだ許容範囲内と考えられます。

以上の点を総合的に考えて 3 つのバンドのパラメータを決めてありますが、表 2 からわかるように、同じ消費電力で比べれば、3 つのバンドの luminosity に大差はありません。従つて、周波数は、

- 目標とする最高エネルギー及び許される敷地の大きさ
- hardware の開発状況

から決めるべきものと考えられます。

バンチ長

Main linac でのバンチ長は X-band では $90\mu\text{m}$ 、S,C-band では $120\mu\text{m}$ としています。短いバンチの利点としては

- [1] 交差角及び砂時計効果による luminosity 減少が少なくなる。
- [2] 単バンチウェーク $W_T(z)$ が z に比例するので加速管の許容設置誤差が緩くなる。

逆に、欠点としては

- [3] 単バンチ内のエネルギー幅の補正が難しい。
- [4] Bunch compressor の設計が難しい。
- [5] Beamstrahlung 効果が大きい ($\Upsilon \ll 1$ では)。

などが挙げられます。X-band の設計値は適正と思われますが、C-band, S-band については十分に検討されていません。NLC, SBLC, TESLA のバンチ長はほぼ加速波長に比例しています。JLC では

S,C-band のバンチ長が X-band と大差ないので特に [3,4] が、S-band では [5] も問題になります。もし、より長いバンチにするとすれば、すでに問題点である [1] がさらに深刻になるので、 σ_x^* , β_y^* を増加することになります。従って、luminosity を保持するために N または m_b をふやす方向に進み、また、最終収束系の設計が楽になるので不变エミッタンスを大きくとり、結果的には SBLC に近づくはずです。

Linac Optics

ベータ関数の式(13)において、 $\beta \propto \sqrt{E}$ は適切と考えられますが、係数 β_0 も S,C,X で共通になっている点は再考の余地があります。許容誤差等に関する公式の β_0 依存性をまとめると

ウェーク関係	式番号
BNS 条件	
$\Delta E/E \propto \beta_0^2$	(25)
加速管位置許容誤差	
$y_{c,rms} \propto 1/\sqrt{\beta_0}$	(26)
長距離ウェーク相殺因子の要求値	
$\propto 1/\beta_0$	(31)
収束系関係	
4 極磁石の jitter 許容値	
$y_{Q,rms} \propto \beta_0$	(40)
重心 feedback の場合の許容値	
$y_{Q,rms} \propto \beta_0^2$	(41)
1 対 1 補正の場合の許容値	
$y_{Q,rms} \propto \beta_0$	(43)

容易にわかるように β_0 を小さくとると収束系関係が、大きくとるとウェーク関係が厳しくなります。現在のパラメータでは S-band 及び C-band は X-band に比べてウェーク関係に余裕があります。従って、この両者に対しては β_0 を幾分大きくすることも考えられます。

以上のように JLC-C, JLC-S についてはまだ検討すべき点がかなりあります。ただし、パルス当たりの陽電子数の上限 8×10^{11} を変えないかぎり大きな変更にはならないと思われます。

□

JLC Parameters for S, C, and X-band at $E_{CM}=500\text{GeV}$

Frequency band		S	C ¹⁾	X
- Basic Parameters				
Beam Energy	E GHz	250 2.856	250 5.712	250 11.424
Main accelerating frequency	f_{rf}			
Number of particles per bunch in main linac	N	10^{10}	1.60	1.11
Number of bunches per pulse	m_b		50	72
Bunch spacing	t_b	nsec	5.6	2.8
Repetition frequency	f_{rep}	Hz	50	100
Normalized emittance at damping ring	ϵ_x/ϵ_y	$\mu\text{m.rad}$	3/0.03	3/0.03
R.m.s. bunch length	σ_z	μm	120	120
- Parameters related to Main Linac RF				
Injection energy	E_{inj}	GeV	20	20
Nominal accelerating gradient	G_0	MeV/m	31.0	40.0
Effective gradient in cavities	G_{eff}	MeV/m	25.0	29.3
Active length of main linac per beam	L_{act}	m	9216	7840
Rf unit (modulator/klystron/structure)			1/1/2	1/2/4
Number of cavity units per beam	N_{cav}		2560	4356
Number of klystrons per beam			1280	2178
Pulse compression scheme			two-port SLED	disk-loaded SLED II
Structure type			CG $2\pi/3$	CG $3\pi/4$
Length of a cavity unit	l_{cav}	m	3.60	1.80
Average Iris radius/Wave length range (entrance – exit)	a/λ		0.120	0.135
Required pulse length into structures			0.139–0.102	0.156–0.115
Cavity filling time	T_f	nsec	1120	480
Attenuation parameter	τ	nsec	845	276
Q-factor	Q		0.576	0.530
Average group velocity	v_g/c		13170	9340
Loss parameter	k_1	10^{14} V/C/m	0.0142	0.0218
Total average power into cavities for two linacs		MW	0.167	0.528
Wall-plug power for two linacs		MW	31.8	36.0
Assumed efficiency from AC to RF		MW	118	139
Peak power per cavity (effective value for SLED)	P_{peak}	MW	27	26
Single-bunch extraction efficiency	η_1	%	103	80.1
Multibunch energy compensation scheme			0.55	0.94
fraction of cavities of zero/full timing shift		%	freq.shift $\Delta f=1.27\text{MHz}$	staggered timing
- Parameters Related to Main Linac Beam Dynamics				
Beta function scale ($\beta = \beta_0 \sqrt{E/\text{GeV}}$)	β_0	m	0.95	0.95
Total number of betatron oscillation in main linac			190	162
Phase shift from the crest	ϕ_{rf}	deg	25	25
Single bunch full energy spread after off-crest correction		%	0.38	0.45
Single-bunch energy slope due to wake	$\langle \sigma_z d\epsilon/dz \rangle$	%	-0.44	-0.75
Energy slope for BNS damping	$\langle \sigma_z d\epsilon/dz \rangle$	%	-0.012	-0.08
- Parameters Related to FFS and IP				
Number of particles per bunch at IP (10% loss assumed)	N^*	10^{10}	1.44	1.00
Beta function at IP	β_x^*/β_y^*	mm	10.0/0.10	10/0.10
Rms beam size at IP	σ_x/σ_y	nm	260/3.04	260/3.04
Crossing angle	ϕ_{cross}	mrad	6.35	6.0
Beam diagonal angle	σ_x/σ_z	mrad	2.16	2.15
Disruption parameter	D_z/D_y		0.292/24.9	0.204/17.5
Effective disruption parameter due to crossing angle	$D_{y,eff}$		14.0	10.2
Number of beamstrahlung photons	n_γ		2.13	1.52
Maximum Upsilon	Υ_{max}		0.502	0.343
Energy loss by beamstrahlung	δ_{BS}	%	9.62	5.33
Detector solenoid field	B_{sol}	Tesla	2.0	2.0
Distance from IP to mask tip		m	0.66	0.66
Required mask angle		radian	0.114	0.092
Blowup factor of multibunch crossing instability			2.0	2.0
Geometrical luminosity reduction factor			0.521	0.535
Pinch enhancement factor	H_D		1.59	1.56
Luminosity	L	$10^{33}/\text{cm}^2/\text{s}$	4.33	6.07

1) The repetition rate of C-band has been changed to 100Hz from the value in the Report of Technical Review Committee.

2) DLDS: Delay line distribution system