

モニターに必要とされる性能とビーム制御の概要

早野仁司

1. ビーム計測

計測量

加速器内のビームは、通常なんらかの計測器を使用しない限りその形状や性質を我々は知ることが出来ないし、またそれを制御するとなるとますます制御結果を正当に判断、評価する計測器が必要となる。計測対象であるビームは荷電粒子（ここでは電子または陽電子）の 10^{10} 個もの集まりであるから、任意の時刻 t での荷電粒子の状態を記述する量：

x, y, z, P_x, P_y, P_z
が全ての粒子について測定できればビームを記述できる事になるが、現実には不可能である。そこでこの荷電粒子の集団を特徴づける量として

集団の重心位置： x_0, y_0, z_0
集団の空間的広がり： $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$
集団の重心運動量： P_{x0}, P_{y0}, P_{z0}
集団の運動量広がり： $\sigma_{Px}, \sigma_{Py}, \sigma_{Pz}$
集団の位相空間占有面積： $\epsilon_x, \epsilon_y, \epsilon_z$
集団の荷電粒子個数： N

を考える事にする。ここで z はビーム進行方向を、 x, y はビーム進行横方向を表わすものとする。これらのうち特に

$x_0, y_0, z_0, \sigma_x, \sigma_y, \sigma_z, N$
の量は加速器のビームモニターでは基本的であり重要な。というのはその他の量は、上記の量の測定と磁場との関係から導出できる量であるからである。

測定法

バンチしたビームを加速したり蓄積するような加速器においてビームを計測する方法としては、個々のバンチを識別してそのバンチ通過時に測定を行うシングルショット測定と何個かのバンチ通過の平均を測定する平均測定とが考えられる。バースト状のマルチバンチを加速するリニアーコライダーで要求されるのは、バースト内の個々のバンチにまで立ち入ってその重心位置やエミッタス、エネルギーまで計測し制御する事であり、個々のバンチでエネルギーがそろっていなかったりエミッタスが一様に

小さくなかったりすると衝突点で十分なルミノシティーが得られない事になってしまう。また、リニアーコライダー加速器は、 100 Hz 程度の繰り返しでパルス的にワンパスでビームを加速、衝突する加速器であるので、蓄積型加速器とは異なりビーム自身による自己安定性がなく平衡軌道なるものはない。よってできるだけ速やかに安定化させるためにはビームの繰り返しのスピードでフィードバックをかける必要があり、そのためにはビームショット毎の計測が必要である。したがってリニアーコライダーではバースト状マルチバンチ内の個々のバンチについてシングルショット測定が要求される。

従来から多用されている破壊的測定（ビームを螢光スクリーンなどに当てて位置、サイズなどを測定する方法でビームはそれ以後大きく乱されあるいは失われる）は、手軽ではあるが測定することとビーム使用とが両立しないし、高エネルギーのビームに対しても測定器にダメージを与える多量の放射線を下流側に放出する事になりそれによる各種機器のダメージは避けなければならない。また、ビームのフィードバック運転のためにはビームを破壊的に測定する事は許されない。したがってリニアーコライダーでは非破壊的測定が要求される。

2. ビームの重心位置： x_0, y_0, z_0 の測定

横方向重心位置への要求精度の背景

ビーム重心の進行横方向の基準軌道からのずれを測定するビーム位置モニターに要求すべき測定精度および分解能はどのようにして決まるであろうか。ここでは精度と分解能を区別して使う事とする。すなわち精度とは位置モニター取付け基準位置からのビームの絶対位置測定に入ってくる誤差から生じる不確定性と定義し、分解能とは熱雑音等による位置測定の短時間不確定性によって決まる幅をいいその不確定性がガウス分布に従うとして σ をもって分解能と定義する。精度には絶対精度と相対精度があるがともに分解能より良くするためにには同じ条件での多数回の測定を要する。リニアーコライダーに要求

されるのはシングルショット測定であるので分解能は要求される精度より $1/3$ 程度 (3σ 程度以内) 以内であれば精度に対する分解能からのほけの寄与が 10% 以下に抑さえられると考えられる。また、ビームの空間的広がり (ビームサイズ) と重心位置精度との関係はどうであろうか。これはビームのオプティクスおよびダイナミクスからビームサイズに対してのビーム重心位置の精度が決定されるが、経験的にはその比は 10^{-2} 程度であろうと推測する。また可能最大ビームサイズは、ビームステイクリアランスを決めるところから求まるが、これも経験的にビームステイクリアランスを $10\mu\text{m}$ とするとすると、上の比と合わせて考えて加速器構成部品のボア径に対して必要精度が 10^{-3} 程度であろうと推測できる。これを用いるとおまかに言って分解能はその $1/3$ 程度が要求されるであろうからボア径に対して 3×10^{-4} 程度の分解能のビーム位置モニターがあれば要求を満たせる。例えば、S バンド加速管ではボア半径約 9 mm 、X バンド加速管では約 2.4 mm であるので上の推測からは必要分解能はそれぞれ $3\mu\text{m}$ 、 $0.7\mu\text{m}$ 程度ということになる。後に述べるように電極型位置モニターではボア半径が分解能と直接関係しており、この程度の比率は現在技術でカバーできる範囲である。ただし絶対精度は別である。

進行方向重心位置への要求精度

ビームをひとかたまりとして見たときに Z 方向の位置とは加速器各コンポーネントの通過タイミングとして測定される。n s のオーダーでのビーム通過タイミングの測定は、パルス的に動作している機器 (電子銃、加速管内 RF パルス、キッカーなど) のタイミング合わせのために必要である。p s のオーダーでのビーム通過タイミングの測定は、加速管内 RF の加速電場にビーム通過を合わせるために必要で、通常加速 RF とビーム誘起 RF との位相比較で行い、ビームエネルギーに直接表れてくるものである。

一方マルチバンチの時に問題となる Z 方向の位置とは各バンチの通過タイミングであり、先頭のバンチの加速器各コンポーネント通過タイミングとそれによくバンチの相対通過間隔とで考えることができる。これを測定するためのモニターは、ビームのバンチ長がバンチコンプレッサー以降は 0.27 p s と非常に短いのでピックアップ電極と高速サンプリングオシロとの組み合わせでは測定が困難であり、軌道放射光のストリーカカメラによる観測が現在のところ考えられる候補である。

3. ビームの空間的広がり：

σ_x 、 σ_y 、 σ_z の測定

横方向広がり測定への要求精度の背景

ビーム重心の計測とは異なり、ビーム広がりの計測には分布関数自体が明確に定義できないため、広がりを定量化し比較する時に常に問題が生じる。通常はガウス分布を仮定しその 1σ の値が分布広がりを特徴づける量であるとして議論をしている。

では進行横方向の分布を測定するビームサイズモニターに要求すべき測定精度および分解能はどのようにして決まるであろうか。ここで精度とはビームサイズの絶対値測定に入ってくる物理量の変換誤差や計測誤差などから生じる不確定性であり、分解能とは分布をもたない 1 点によるサイズ測定の際種々の原因によって生じる分布幅をいいその都度適当な量を定めて分解能と定義する。さて分布の計測は主にエミッターンスの計測のために必要であり、エミッターンス増大を抑えるビーム制御をどれくらいの分解能で実現するかによってエミッターンス計測分解能が決められる。またその計測絶対値は加速器モデルとの比較、検証に使用されるので要求される検証精度によってその絶対値精度が決められる。リニアコライダーではエミッターンス増大はそのままルミノシティー減少であるので、数%のルミノシティー減少まで許すとすると数%のエミッターンス増大すなわちその十分の一 ($\sim 0.1\%$) 程度のエミッターンス計測分解能で測定できなければならない。絶対値精度も同じ程度必要とされるであろう。

進行方向広がり測定への要求精度

進行方向の分布 (バンチ長) を測定するバンチ長モニターは主にバンチコンプレッサー部のチューニング制御に使用される。したがって要求される測定精度および分解能はバンチコンプレッサーによる到達バンチ長に大きく依存する。現在設計研究が進んでいるバンチコンプレッサーでは $\sigma_z = 5\text{ mm}$ (16.7 p s) のビームを 0.08 mm (0.27 p s) まで圧縮する。このバンチ圧縮の成否はメインリニアック後のビームのエネルギー幅を決定し最終収束部の許容エネルギー幅に何%のビームが入るかを決定する。すなわちルミノシティーを決定するので、エミッターンス計測と同じ程度の絶対値精度および分解能が要求される。したがってバンチ長の数% ($\sim 0.01\text{ p s}$) の絶対値精度と $\sim 0.1\%$ ($\sim 0.3\text{ f s}$) の測定分解能が要求される。

LC Instrumentation Table

by H. Hayano 7/15/95

Meas.		location	resolution	accuracy	bunch train	# of unit	possible candidates
X,Y	Beam Position	Injector /Pre-Linac	<1μm	<50μm	average	150	strip line BPM
		Damping Ring	<1μm	<50μm	av.	300	button BPM
		Bunch Compressor	<1μm	<10μm	av./each	100	strip line BPM
		Main Linac	<1μm	<10μm	av./each	3000	strip line BPM
		Final Focus	<10nm	<10nm	av.	40	cavity BPM
		Final Focus	<1nm	<10nm	av.	2	cavity BPM
Z	Bunch Spacing	Bunch Compressor	0.01mm(0.03ps)	0.03mm(0.1ps)	each	2	streak camera
		Main Linac	0.01mm(0.03ps)	0.03mm(0.1ps)	each	10	streak camera
Ox,Gy	Transverse Spread	Injector /Pre-Linac	50μm	←	av./each	30	wire scanner
		Damping Ring	1μm for Ox	←	av./each	3	synchrotron radiation /Laser wire
			0.1μm for Gy	←			
		Bunch Compressor	0.1μm	←	av./each	20	Laserwire/synch rad
		Main Linac	0.1μm	←	av./each	100	Laser wire
		Final Focus	0.1μm	←	av./each	20	Laser wire
Oz	Bunch Length	Final Focus	3~30nm	←	each.	2	Compton scattering
		Final Focus	<1nm	←	each	1	Compton scattering
		Injector /Pre-Linac	0.5mm(1.7ps)	←	each	4	streak camera
		Damping Ring	0.5mm(1.7ps)	←	each	3	streak camera
		Bunch Compressor	0.01mm(0.03ps)	←	each	8	synch. rad. spectrum
Nb	Number of Charge	Main Linac	0.01mm(0.03ps)	←	each	10	synch. rad. spectrum
		Final Focus	0.01mm(0.03ps)	←	each	2	synch. rad. spectrum
		Injector /Pre-Linac	0.01%	1%	each	40	wall current
		Damping Ring	0.01%	1%	each	12	wall current
		Bunch Compressor	0.01%	1%	each	16	wall current
		Main Linac	0.01%	1%	each	250	wall current
		Final Focus	0.01%	1%	each	10	wall current

4. ビーム内の粒子数：N の測定

粒子数すなわちビーム電流の測定は運転電流を知るためだけでなく各部でのビーム損失を知り損失の少ないビーム加速およびビーム輸送のための制御に使用される。毎パルス毎の電流の安定性がエミッタンス増大抑制調整時に必要とされ0.1%程度の安定度が要求されている。したがって粒子数計測に要求される分解能はその十分の一 (~0.01%) 程度であれば充分に上記の安定度測定が可能である。ただし計測はマルチバンチ内の個々のバンチについてシングルショットで行う必要があるので従来ない高速高分解能測定が必要となる。絶対値精度についてはルミノシティの算出に必要となる程度の正確さでよく1%程度以下の誤差で計測できればよいであろう。

5. リニアーコライダー加速器に要求されるビームモニター

リニアーコライダー加速器は多段カスケード接続型加速器であり、各段毎に機能およびビームパラメータが異なり必要とされるモニターへの要求性能が異なる。すべてのモニターが従来技術の1桁から2桁上回る性能をもつ必要がある訳ではないので、従

来技術で可能なモニターはここでは省略し、先端的な技術およびアイデアが必要とされるモニターを概観しよう。上の表に必要とされるモニターについてまとめてある。この中からビーム位置モニター、ビームサイズモニター、バンチ長モニターについて特に先端技術が必要なものについての概要を述べる。

ビーム位置モニター (x_0, y_0)

ビーム制御に最も重要な役割を果たしあつその数が最も多いのがメインリニアックの位置モニターであるので高性能、高信頼性そして低成本が要求される。メインリニアックのビーム制御のために必要とされる分解能は $1 \mu\text{m}$ 程度あるいはそれ以下とされており、シングルショット測定かつマルチバンチ内の各バンチの位置測定でその分解能を得ることは従来技術を上回るものである。シングルショット測定で高分解能を実現するためには広いバンド幅にわたって高い信号対雑音比 (S/N比) を得なければならずそれを高速な回路によりデジタル化する必要がある。また初期ビーム軌道を加速管およびQマグネットの中心にビームベースドアライメントが可能な程度に収めるために必要な精度から基準点からの絶対精度が決められ、それは初期アライメント精度と同等程度 (数十 μm) と考えられる。このような機能を実現する位置モニターとしてストリップライ

ン型モニターと高速サンプルホールド回路から成るシステムやマイクロ波空洞のビーム変位に感度の高い共振モードを利用した空洞型位置モニターが開発研究中である。

さて最終収束部衝突点近傍のビームはその広がりが $n\text{m}$ 領域（衝突点で x 方向 260nm 、 y 方向 3nm ）にありこのようなビームの位置を計測するためには 1nm 以下の分解能をもつ特別な位置モニターが必要である。この位置モニターは衝突点近傍に置かれ、両ビームの衝突ガイドおよび衝突維持に使用される。したがって各バンチ毎の位置測定は重要ではなくバンチトレイン全体の重心位置が超高分解能、超低ドリフトで継続的測定が可能であることが重要である。現在のところ 1nm 以下の分解能をもつ位置モニターの候補は空洞型位置モニターであり、その開発研究が進んでいる。

ビームサイズモニター (σ_x , σ_y)

ビームサイズの計測は主にエミッタスの計測のためであるが、エミッタスが通常加速器より 2 柄近く小さくなりビームサイズ測定を難しくしているのはダンピングリングより下流側である。実際ダンピングリング入射までのビームサイズは 1mm 程度であるが、ダンピングリング取り出し時以降は垂直方向に数 μm 、水平方向に数 $10\mu\text{m}$ の微少サイズのビームとなる。このような微少サイズビームのサイズ計測に際して非破壊、シングルショット測定、マルチバンチ測定を同時に達成する計測方法は今までのところ軌道放射光やレーザー光のコンプトン散乱を用いるサイズ計測が候補として上げられているが、軌道放射光に関しては加速器内の任意の場所で軌道放射光が得られる訳ではないので応用場所が限られる（例えばダンピングリング内のビーム）。また従来技術の延長上にある数 μm 径のカーボンワイヤーを用いたワイヤースキャナーやワイヤー自体を $1\mu\text{m}$ 以下に細く絞ったレーザービームで置き換えるレーザーワイヤースキャナーは非破壊（実際は微少破壊）でありマルチバンチ測定も可能であるが毎パルス毎にスキャンしていかなければ全体の分布が測定出来ないのでシングルショット測定は困難である。しかしながらスキャナーの単純な構造ゆえの高信頼性およびコンパクト性などから大量に使う場合に有利でありビームサイズモニターの候補として現在開発研究されている。

最終収束部衝突点近傍のビームは上に述べたようにその広がりが $n\text{m}$ 領域にあるのでそのビームサイズを計測し衝突点でのビームサイズ調整に使用する

モニターには 1nm 以下の分解能をもつ特別なビームサイズモニターが必要である。現在このサイズモニターの最も有力な候補として開発されそして実験的に実証されたものはレーザーによる干渉縞とビームとのコンプトン散乱を利用したスキャンニング型ビームサイズモニターである。これは干渉縞の濃淡の間隔がレーザーの波長と交叉角から数十 nm から数 nm まで設定することができ、その既知の間隔で濃淡のついたレーザー中をビームをスキャンさせコンプトン散乱されたガンマ線強度の干渉縞変調度からプローブであるビームサイズを算出するものである。このモニターは現在のところ 1nm 以下の分解能で直接ビームサイズを計れるものであり、衝突点でのサイズモニターの最有力候補である。

バンチ長モニター (σ_z)

バンチコンプレッサー以降のビームは通常のリニアックビームのバンチ長の数十分の一 ($80\mu\text{m}$ または 0.27ps) であり、そのためのバンチ長モニターはバンチコンプレッサーの調整維持制御およびメインリニアック内のバンチ長維持制御に使用される。従来まで多用されているバンチ長モニターはビームによって発生する光、例えば軌道放射光、チレンコフ光、遷移放射光などを分解能 1ps 程度のストリークカメラにより測定するものである。しかしながら軌道放射光以外は発光させる方式がビーム破壊的でありリニアーコライダーでは使用できないので軌道放射光を使用するバンチ長モニターが現在のところ第一候補である。また現在ストリークカメラの最高分解能は 0.18ps であり 0.27ps のビームを計測するには誤差が大きいのでもっと高分解能なストリークカメラの開発が必要である。ストリークカメラは時間領域で直接光の時間方向分布を計測するが、これに代わって周波数領域での信号分布（スペクトラム）を計測しフーリエ逆変換で時間領域分布を求める方法が開発中である。その利点はストリークカメラ内の難しいスイープ用高速回路の代わりに易しい数 μm から数 $100\mu\text{m}$ の回折格子とミリ波から赤外までの検出器を用いることにより高い時間分解能が得られることである。この方式では非破壊、シングルショット測定は可能であるがマルチバンチ測定は検出器に ns 程度のゲートがかけられるかが問題となってくる。

6. リニアーコライダー加速器に要求されるビーム制御

ビーム制御は大別して軌道、エミッタス、バンチ長、エネルギー幅などのビーム性能を調整する制御と調整されたビームの性能を維持し安定化するためのフィードバック制御となる。これらはモニター点数および制御点数が4桁にも上るのですべて多数の高速計算機で測定、制御され高速なネットワークで計測と制御の全加速器にわたる同時性と透過性を確保しなければならない。ビームチューニング制御、ビームフィードバック制御においてともにシングルショット測定および繰り返しパルス周期内でのビーム制御が要求されるのは、チューニング制御においてはコンポーネントの数が多いため計測、制御して再度計測して結果を得るという1サイクルの時間ができるだけ短縮するためにそのような高速化が必要であり、また、フィードバック制御においてはフィードバック帯域幅を限界まで広げるためである。いずれにしても計測そして制御というサイクルはビームの繰り返し周期（10 ms程度）以下までは縮まらないが、そこまでの高速化が要求される。

チューニング制御

さてビーム性能を所期の値までチューニングするビーム制御はどのようなものになるであろうか概観してみる。チューニングのスタートはパイロットビームと呼ばれる微少粒子数、低繰り返しのシングルバンチビームで行われる。これは初期チューニングの際発生する可能性のある大きな軌道変位で加速管等の清浄精密な表面にビームが当たることによるダメージを少なくするためである。ビームと加速器コンポーネントとの衝突はビームロスモニターにより監視されていて、マシンプロテクションシステムによりビームロスの量に応じてビーム繰り返しの低下やビーム停止を行うが、突然の軌道変化による一発目のビーム衝突は避けられない。したがってパイロットビームはダメージを与えない程度まで小さなビームパワーである必要がある。このパイロットビームを用いて軌道、エミッタス、エネルギー、エネルギー幅、バンチ長の調整を行うことになる。調整は上流から下流へ各段ごとに順次ビームダンプへ捨てるにより各段で独立した調整が行えるようする。全ての調整は、オペレーターによるマニュアル調整では調整点数が多すぎるので、すべて一連の調整シーケンスをプログラムしておく必要がある。オペレーターはプログラムシーケンスを選択しスタート、監視、

ストップすることになる。一連の各段ごとの調整でパイロットビームを最下流まで所定の精度でトランスポートできたら、電流値を漸近的に所定の粒子数、バンチ数、繰り返しに近付けていく。その各ステップで上に述べた一連の調整シーケンスを繰り返し実行していくことになる。

フィードバック制御

一方、フィードバック制御とは、各ハードウェアで安定化フィードバックが組まれているにもかかわらず発生する総合的あるいは複合的なビーム不安定や地盤振動、機械振動などで発生するビーム不安定を取り除くために行われるビーム安定化フィードバックである。これは具体的にはビームの位置やエネルギーなどを計測して次のビームが来る前に関連したマグネットやRF位相を制御してやりビーム周期よりもゆっくりした変動を抑えようとするものである。この制御はパイロットビーム通過後は常に可動状態にされ、チューニング制御中も干渉しないかぎり切ることはない。これによりリニアーコライダー全体としての長時間ビーム安定化を計ることになる。この制御に必要なモニターはビームの継続的なビーム繰り返しでの測定が要求され、高デューティ、高信頼性が要求される。もちろんこのフィードバック制御も高速計算機と高速ネットワークを介したリアルタイムプログラムで遠く離れた機器間で行われなければならないので、高信頼性の高速計算機群とそれらを結ぶ多重の高速ネットワークを構築してリニアーコライダー加速器全体を透過性をもってできる制御としなければならない。

ビーム制御の開発事項

モニターの開発と違って制御技術の開発はモニターと加速器機器とを有機的に関連づける技術であり、実機とその運転および計算機技術に非常に依存する。年を追っての計算機技術の高度な進展のため商業的ベースの制御技術は進展し続けている。このような状況もあってカリニアーコライダーのこの分野の開発研究はほとんど手が付けられていない。しかしながら以下の事項の開発研究が必要である。それは、高信頼度の高速計算機およびネットワーク、加速器機器との高速インターフェース、簡易性、拡張性、保守性などを備えた高速加速器制御言語およびデータベース、快適なマンマシンインターフェース技術、計算機ベースのフィードバック制御、各種チューニングシーケンスの確立、マシンプロテクション技術等である。

高分解能ビーム位置モニター

日出富士雄

ここでは、リニアコライダーにおいて用いられるビーム位置モニター（BPM）について、主にATFのダンピングリング用に製作されたボタン電極型BPMについて述べる。またインジェクターリニアックやメインリニアックで使用されるストリップライン電極型BPMや空洞型BPMについても簡単に紹介する。しかしボタン電極型BPMやストリップライン電極型BPMを含めて、一般的な事項については、既に優れたテキスト（[1, 2, 3]）が存在するので、そちらを参照されたい。

§1. ボタン電極型BPM

§1.1. ビームの重心位置の測定

ボタン電極型BPMとは真空チャンバー内に面している電極の形がボタンのような形をしており、その電極の周辺が真空チャンバーから一定の距離をもって離れて設置されているものをいう。以下にその観測される信号とビームの重心位置の評価について述べる。

§1.1.1. 電極への誘導電荷

ボタン電極型およびストリップライン電極型BPMは、共に電極に誘起する電荷量からビーム位置を測定するBPMである。ビームは十分に相対論的速度であり、その放出する電場は横方向に集中しているので誘導電荷の計算はビーム進行方向の垂直平面内の2次元問題で近似できる。この時のビームにより誘起される電極内誘導電荷は2次元ラプラス方程式を解くことで求まるが、位置モニターチューブおよび電極が同一円筒の場合にはミラー電荷との重ね合わせの方法で解くことができる[1]。各電極端子への誘起電荷は、図

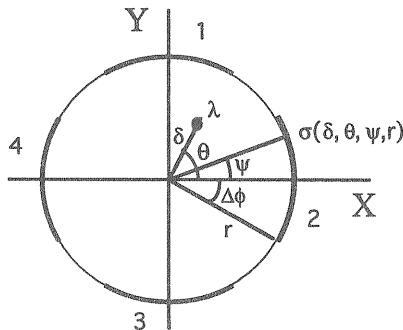


図1 円筒モニター内のビーム位置計算

1のような2次元断面を考えると、以下のように与えられる。

$$q(t) = \iint \sigma(\delta, \theta, \psi, r) dS = \iint -\frac{\lambda}{2\pi r} F(\delta, \theta, \psi) dS$$

ここで λ は線電荷密度、 F はビーム位置 (δ, θ) と電極上の位置 ψ の関数で、いま λ を σ_z のガウス分布と仮定すると、それぞれ以下のように与えられる。

$$\lambda(z - ct) = \frac{Ne}{\sqrt{2\pi}\sigma_z} \exp\left\{-\frac{(z - ct)^2}{2\sigma_z^2}\right\}$$
$$F(\delta, \theta, \psi) = \frac{r^2 - \delta^2}{r^2 + \delta^2 - 2r\delta \cos(\psi - \theta)}$$

これから、ビームによる変位電流 dq/dt を計算すると以下の式が得られる。

$$\frac{dq}{dt} = \frac{Nec}{\sqrt{2\pi}\pi\sigma_z} \left\{ \Delta\phi + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \left(\frac{\delta}{r} \right)^n \sin n\Delta\phi \cos n\theta \right\}$$
$$\times \left[\exp\left\{-\frac{(z_0 - ct + 2l)^2}{2\sigma_z^2}\right\} - \exp\left\{-\frac{(z_0 - ct)^2}{2\sigma_z^2}\right\} \right]$$

ここで l は電極のビーム軸方向の長さである。

モニターチューブおよび電極が円筒でないような一般の場合には2次元ラプラス方程式

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) \phi = 0$$

を有限要素法や境界要素法で解き、求まったポテンシャルから誘導電荷を算出することになる。有限要素法はプログラム "POISSON" [4] を利用することができ、境界要素法は文献[5]に詳しい。

§1.1.2. 誘起信号の計算

ボタン電極からの信号は、真空チャンバーから引き出される点で 50Ω 同軸ケーブルに接続され処理回路まで伝送される。ボタン電極の場合、電極部は 50Ω 伝送系とインピーダンスマッチしておらず、ボタン周辺と真空チャンバーとの面から生じるキャパシタンス成分が強く図2に示すような等価回路を構成すると考えられる事ができる。§1.1.1で示したように電荷はパンチ進行方向分布と電極の大きさのコンポリューションで電極に誘導されるので、図2の等価回路内のキャパシタンスにその電荷が加えられ、その電荷の時間変動 dq/dt の電流源で信号発生することになる。したがってこれに接続されている 50Ω 伝送ケーブル入口では

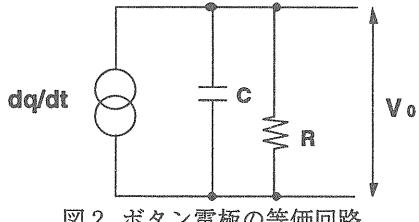


図2 ボタン電極の等価回路

$$\frac{dq}{dt} = C \frac{dV}{dt} + \frac{V}{R}$$

であるから、発生する電圧をラプラス変換にて求める
と、

$$V(p) = \frac{q(p)}{C} \cdot \frac{p}{p + 1/CR}$$

となる。これから、BPMは微分時定数 $\tau = CR$ のハイパスフィルター型の周波数特性を示すことが予想される。いま、 $R = 50 [\Omega]$ 、端子部の電気容量 $C = 3.5 [pF]$ であるから、 $\tau = 175 \text{ psec}$ 、遮断周波数 $f_c = 0.9 \text{ GHz}$ となる。ダンピングリング運転時のビーム粒子数はバンチ当たり 2×10^{10} 個であり、このビームによる誘起信号の結果は図3のようになる。図3-aは $\sigma_z = 5 \text{ mm}$ のガウス分布を仮定したビーム波形を、図3-b、cにはこの時の電極での誘起電流と電圧を示してある。誘起電流はバンチ長が電極直径と同程度の大きさであるのでビーム電荷波形を微分したような波形となり、そのピーク間の時間間隔はガウス分布をしているビーム電荷波形の変曲点間隔に相当している。この誘起電流が生じる電圧は高周波成分が失われてしまうためにc図に示したようになまされた波形になる。この結果から、電極から取り出した直後の信号は十分速くそのテールは数百 psec 程度で十分減衰することがわかる。リング内は 2.8 nsec 間隔のマルチバンチでビームが周回しているので、少なくとも電極出口ではつぎのバンチの信号にはこのバンチの信号は混じらないことになる。

しかし、実際にはこの他にケーブルによる高周波成分の減衰を考慮する必要がある。いま、ビームによる信号のパルス幅は、ケーブル伝送後の幅と比較して十分狭いので、インパルス応答として近似できる。インパルス信号のケーブル伝送後の波形は近似的に以下の式で与えられる [6, 7]。

$$V^{obs}(t) = \sqrt{\frac{\beta}{\pi}} t^{-\frac{3}{2}} e^{-\frac{\beta}{t}}$$

$$\beta = \frac{1}{\pi f} \left[\frac{A}{2 \times 8.6} \right]^2$$

ここで、 β は周波数 f [Hz] でのケーブルの減衰率 A [dB] から与えられる。ここでは $A = -10.9 \text{ dB}$ (周波数: 990 MHz) を用いた。この減衰率を上記の近似式に適用して得られた信号波形を図3-dに示す。この

計算結果では、信号パルスのピーク値は 14 V、半値幅は 120 psec である。

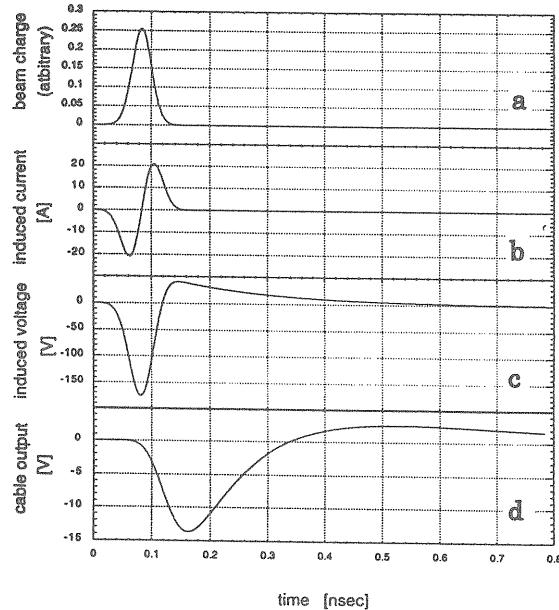


図3 ATFダンピングリング用ボタン電極の誘導電流と等価回路によるその応答波形

§1.1.3. ビーム位置感度係数の計算

§1.1.1 で得られた誘起電荷は伝送系により最終的に検出回路部で電圧信号に変換されるが、 q の表式中異なった電極で異なるファクターを与えるものだけに注目してビーム位置を以下のように導出する。ここで電極は図1のように円筒内に4個90度間隔で配置されているものとする。

$$x = \delta \cos \theta = S_b \frac{V_2 - V_4}{V_2 + V_4}$$

$$= S_b \frac{\int_{-\Delta\phi}^{\Delta\phi} F(\delta, \theta, \psi) d\psi - \int_{-\Delta\phi}^{\Delta\phi} F(\delta, \theta, \psi + \pi) d\psi}{\int_{-\Delta\phi}^{\Delta\phi} F(\delta, \theta, \psi) d\psi + \int_{-\Delta\phi}^{\Delta\phi} F(\delta, \theta, \psi + \pi) d\psi}$$

ここで S_b は位置感度係数である。この式より円筒状位置モニターの場合の位置感度係数がビーム位置 (δ 、 θ) の関数として求まる。ビームが中心付近の場合、 $\delta \rightarrow 0$ の近似で

$$S_b = \frac{r}{2} \cdot \frac{\Delta\phi}{\sin \Delta\phi}$$

となり、さらに見込み角の小さな電極の場合 $r/2$ となる。これは電極までの半径 r が小さければ小さいほどビーム位置変化に対して検出電圧変化が大きいことを示している。4個の電極の場合上式のように電圧差を電圧和で規格化した信号からビーム位置を計算するが、円筒形位置モニター以外はその感度係数は有限要素法、境界要素法などの数値計算で得るしかなく、真のビーム位置はその感度係数で再マップして得なければなら

ない。円筒形位置モニターの場合は上記のように代数式で表せるので、再マップも代数式で行える。一度、第一次近似ビーム位置を下式

$$X' = \frac{r}{2} \cdot \frac{\Delta\phi}{\sin\Delta\phi} \cdot \frac{V_2 - V_4}{V_2 + V_4}, \quad Y' = \frac{r}{2} \cdot \frac{\Delta\phi}{\sin\Delta\phi} \cdot \frac{V_1 - V_3}{V_1 + V_3}$$

のように得た後、これらを用い3次のオーダーまで補正を加え再マップすると真のビーム位置は、

$$X = X' + \frac{\sin 2\Delta\phi}{\Delta\phi} \cdot \frac{X'(X'^2 - Y'^2)}{r^2} - \frac{\sin 3\Delta\phi / 3\Delta\phi}{\sin\Delta\phi / \Delta\phi} \cdot \frac{4X'^3 - 3(X'^2 + Y'^2)X'}{r^2}$$

$$Y = Y' + \frac{\sin 2\Delta\phi}{\Delta\phi} \cdot \frac{Y'(Y'^2 - X'^2)}{r^2} - \frac{\sin 3\Delta\phi / 3\Delta\phi}{\sin\Delta\phi / \Delta\phi} \cdot \frac{4Y'^3 - 3(X'^2 + Y'^2)Y'}{r^2}$$

により計算できる。例えば半径 12 mm の円筒形モニターの場合、中心から 2 mm のところで第一次近似の式では 60 μm のエラーがこの補正を加えると 3 μm と十分の一のエラーで求まる。

§ 1.2. ATF ダンピングリング用ボタン電極型 BPM

§ 1.2.1. BPM に要求される性能

ATF ダンピングリングで使用される BPM に要求される性能を以下に示す。

- 減衰用ウイグラー電磁石部における 3 mm のディスページョンを補正するために、5 μm 以下の相対分解能を有すること。
- ビーム不安定性を押さえるために、カップリングインピーダンスが極力低いこと。
- 600 mA という高いビーム電流に対しても安定に動作できること（マルチパクタリングなどにより放電が起こらないこと）。
- リングに配置したときの空間的な制約から、コンパクトなサイズ（40 mm 以下）であること。

ATF ダンピングリング用 BPM は、上述の要求を満たすシンプルな構造であることから、ボタン電極型のものが用いられる。

§ 1.2.2. ATF ダンピングリング用ボタン電極型 BPM

ATF ダンピングリングのアーケ部用ボタン電極型 BPM の寸法を図 4 に示してある。BPM の本体部分の材質は、真空チャンバーとの溶接性からアルミニウム合金を用い、製作精度を上げるためにブロックから加工を行った。BPM ブロックは図 4 に示したように垂直面 1 面、水平面 2 面の 3 つの基準面を持っており、初期アラインメントにおいてはこれらの基準面が使用される。また BPM の機械的中心はこの基準面からの距離で定義される。信号をピックアップする端子部分は中心導体、外導体、絶縁体、電極などで構成されており、電子ビーム溶接（EBW）によりブロックに溶接

される。各材質は、中心導体がコバール、外導体は SMA コネクター部がチタンで溶接台座部がアルミニウム合金（A3003）で出来ている。

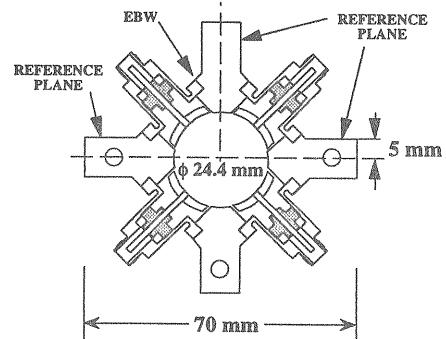


図 4 ボタン電極型 BPM

この外導体はチタンとアルミニウム合金との HIP 接合材から加工されている。また電極は SUS304、絶縁体はセラミックス (Al_2O_3) である。真空は、このセラミックスの一部分をメタライズした後、外導体部及び中心導体部とのロウ付けにより保たれている。コバールは磁性体であり近傍磁石からの漏れ磁場による磁化が心配されるが、使用されている体積が小さい事とロウ付けの信頼性が高い事から選択された。また電極の形状に関しては、この BPM をシングルパスモニターとして使用した場合でも十分な相対分解能を有するよう、各電極の面積をできるだけ大きなもの（ $\phi 12$ mm）とする一方で、リング内でのビーム不安定性を引き起こす原因となる longitudinal impedance をできるだけ小さくするために、ビームパイプ内面に沿った形状になっている。電極とチャンバーブロックとのギャップは、後に述べるマルチパクタリングによる放電などを考慮して 1 mm と決められた。更に全ての BPM ブロックは、各 4 つの電極の出力信号のばらつきを押さえるために、ほぼ等しい電気容量を持った端子で構成されている。電気容量の平均値は約 3.5 pF である。

§ 1.2.3. マルチパクタとインピーダンス

BPM の端子部分は空洞構造になっているため、ビームの誘起した wake field により高周波振動が励起されマルチパクタリングの起こる可能性がある。実際に TRISTAN MR では、RF cavity 近傍の BPM で同軸の TE_{11} モードに起因するマルチパクタリングによる放電が観測されている。これは RF cavity 付近で生じた高次モードの電磁波が BPM 部の共鳴と結合したためと考えられており、TRISTAN ではこの放電を避けるために電極端子と BPM ブロックの間隔を広げるなどの対策がなされた [8]。図 5 には、BPM の端子部での反射特性 S_{11} をネットワークアナライザで測定した結果を示してある。使用したネットワークアナライザ（HP8510B）の周波数帯域は 45 MHz ~

26.5 GHz である。一番低い共振周波数は 11.0 GHz の所に見えている。

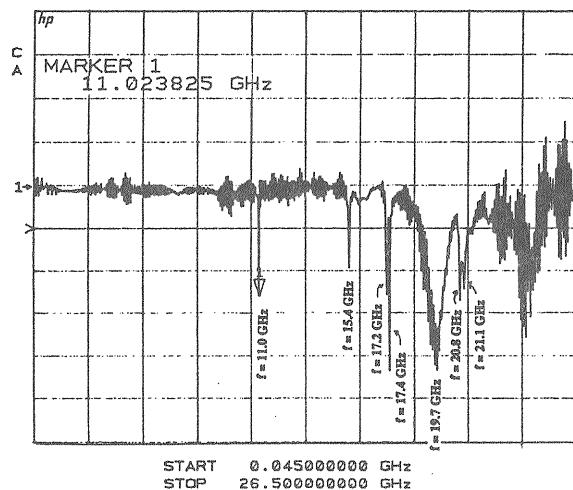


図 5 BPM 端子部での反射特性

次に、計算機コード MAFIA により空洞の共振モードを計算した結果を示す。MAFIA への入力データは軸対称形状とした。計算の結果、同軸 TE₁₁ モードに対する共振周波数は 10.0 GHz であり、測定結果ともほぼ一致している。また表 1 には、この端子部分によるその他の共振周波数とそれに対応する共振モードが示されている。測定では観測されなかったモード (No. 1, 2, 3) が存在しているが、これらは TM_{0xx} 型のモードであり、信号ケーブルの TEM モードと強く結合して loaded-Q が低くなるために、観測されなかったものと考えられる。

図 6 は、マルチパクタリングの起こる領域を周波数 f [MHz]、ギャップ間の間隔 d [cm] と電圧 V [V] に関して示したものである [9]。いま、一番低い共振

No.	共振周波数 [GHz]	共振モード
1	1.5 (-)	monopole (TM)
2	4.7 (-)	monopole (TM)
3	9.1 (-)	monopole (TM)
4	10.0 (11.0)	同軸 TE ₁₁
5	14.8 (15.4)	monopole (TM)
6	16.0 (17.2)	dipole
7	17.9 (17.4)	monopole (TE)
8	19.7 (~ 19.7)	monopole (TM)
9	20.0 (20.8)	dipole
10	20.7 (~ 21.1)	dipole

表 1 BPM 端子部分での共振周波数

MAFIA による計算結果と実測値

() 内の周波数は実測値

の周波数は $f = 11.0$ GHz、ギャップ間隔は $d = 1$ mm であるので、 $f \cdot d = 1100$ [MHz-cm] に対応するギャップ間電圧 V は最も注意すべき 1/2 - cycle モードで約 4 kV 以上となる。ATF ダンピングリングの場合、使用される RF Cavity は高次モード減衰型空洞であり、空洞内に誘起された高次モードの電磁場はかなり小さいと考えられることからマルチパクタリングの起こる可能性は低いと推定されるが、いずれにしろ実際にビーム試験により確認する必要がある。

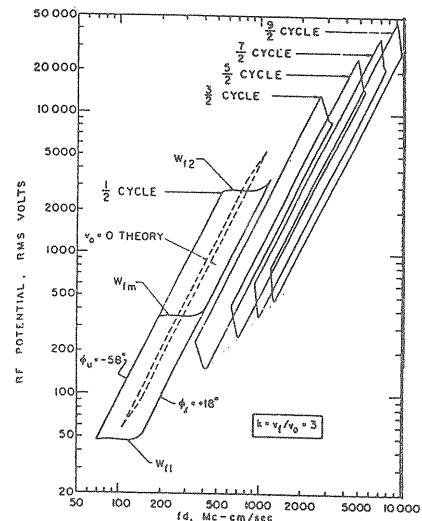


図 6 マルチパクタリング領域
(f : 周波数[MHz]、 d : ギャップ間隔[cm]、
 V : ギャップ間電圧[V])

また BPM 端子部での trapped mode に関しては、coupled bunch instability を引き起こすような narrow band impedance の効果を考慮しなければならない。ダンピングリングや B-Factory のように大電流でビーム運転をする場合には、リング内の小さなレゾナンスであっても、それがビーム不安定性の原因となりかねない。これを避けるために、B-Factory ではボタン電極の形状を変えるなどの工夫が考えられている [10, 11]。

§ 1.2.4. マルチバンチビームの観測

図 7 には ATF のインジェクターリニアックでマルチバンチビームを観測した際の信号が示してある。ビームのバンチ数は立ち上がり立ち下がりも含めて 27 バンチである。図の BPM の信号波形に見られるように、各バンチの波形が明確に分離されて観測できている。また、各バンチの信号のテールは次のバンチ信号までにはほぼグランドレベルに落ちていて、またその間に放電現象のような異常な振る舞いの信号がないことが確認されている。

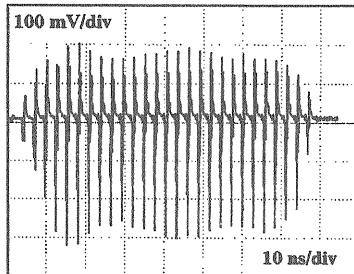


図 7 マルチパンチビームに対する BPM 信号
(att. = 16 dB を含む)

§ 1.2.5. ワイヤーを用いた位置検出の一様性の評価

BPM の中心に $\phi 50 \mu\text{m}$ のタングステンワイヤーを張り、そこにビームを模した信号を通して BPM の出力信号からワイヤーの位置を検出する。信号の読み出しには ATF のインジェクターリニアックで使用されるサンプルホールド回路が用いられた。BPM に対してワイヤーを $50 \mu\text{m}$ から $-50 \mu\text{m}$ まで移動させて、位置検出の一様性を評価したところ、図 8 に示すようなリニアリティが得られた。位置分解能はおよそ $2 \mu\text{m}$ である。

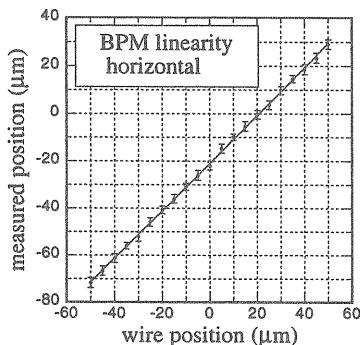


図 8 ワイヤーを用いた位置検出の一様性

§ 2. ストリップライン電極型 BPM

ストリップライン電極型 BPM は、理想的には電極のどの場所でも特性インピーダンスが伝送ケーブルと同じ 50Ω であり、ストリップ電極がビーム進行方向に長く伸びている形のものをいう（図 9 参照）。特性インピーダンスを 50Ω にする必要からチャンバー壁と電極はなんらかの支持構造で浮かすことになるがその隙間はボタン電極の場合より一般に大きく、またストリップ長は通常パンチ長より長いので、パンチ全体が電極の中に進行するまで誘導電荷は増え続けるような積分の形で誘導される。したがってストリップ線路上流壁とストリップ線路との間に流れる電流 dq/dt はパンチ進行方向分布の形となる。またストリップライン電極型 BPM の場合には、ボタン電極型とは異なり、電磁誘導の信号電圧への寄与を考慮する必要がある。ストリップライン電極の場合、真空チャンバー内でビーム進行垂直方向にループ状のアンテナを構成する事

になるため、静電誘導による dq/dt （ストリップ端ギャップの壁電流と等価）での信号の他に、このループに入ってくる磁束の時間変化 $d\phi/dt$ による誘導逆起電力が加わる事になる。これを避けるためにはストリップライン電極のループにビームによる磁束が入りにくいような構造とする必要がある。例えばストリップ電極をチャンバー壁から奥に埋め込むような構造をとる等である。また、ストリップライン電極からの信号は、周波数成分でみると \sin 関数で変調がかかったような形となり、低周波領域（ $\sim 100\text{MHz}$ ）ではボタン電極型より大きな信号振幅を得ることが出来る。従って、パルスストレッチャップとピークホールド ADC を組み合わせたようなベースバンド型の回路では、比較的良い S/N 比を期待できる。

このタイプの BPM は既に SLAC の FFTB 実験などで使用されており、実際の運転で位置分解能 $1 \mu\text{m}$ を実現している。ストリップライン電極型 BPM とその信号処理については文献 [12, 13] に詳しい。

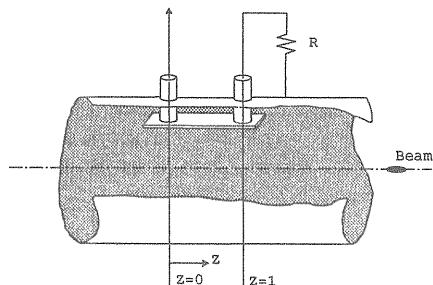


図 9 ストリップライン電極型 BPM の概念図

§ 3. 空洞型 BPM

リニアコライダーにおいては、十分なルミノシティーを得るために、電子や陽電子ビームのパンチサイズは衝突点で非常に小さく ($300 \text{ nm (horizontal)} \times 3 \text{ nm (vertical)}$) 絞られなければならない。この小さなスポットサイズを実現し、それらを衝突させるためには、メインリニアックや最終収束系においてビーム軌道をよくコントロールしなければならない。メインリニアックや最終収束系で必要とされる位置分解能はそれぞれ $1 \mu\text{m}$ 、 1 nm 程度と考えられる。このための高精度 BPM の候補の一つが空洞型 BPM である。

円筒形空洞（センサー空洞）内をビームが通過すると、空洞内にいくつかの振動モードを励起する。これらの内で TM_{110} モードの振幅は、中心付近では振動の節になる点からの距離にほぼ比例する。この事を利用してビームの位置を検出するのが空洞型 BPM である。このタイプの BPM の利点の一つは空洞の中心位置合わせが比較的容易に行えることである。ただしこの時間問題になるのが空洞の中心付近に振動の節を持た

ない TM_{010} のような励振モード（コモンモード）の存在で、この結果、中心位置がぼやけてしまう。従って、コモンモードの影響を如何に減らすかが重要である。図 10 に現在高エネルギー物理学研究所で開発が進められている空洞型 BPM のプロトタイプを示す。中心のセンサー空洞の両端には、2 つのスロットを介してコモンモード除去空洞（CMR 空洞）があり、これによりコモンモードを除去することが出来る。CMR 空洞から引き出される信号は矩形導波管を介して同軸ケーブルに変換され、最終的に信号処理がなされる。詳細については文献 [14] を、参照されたい。

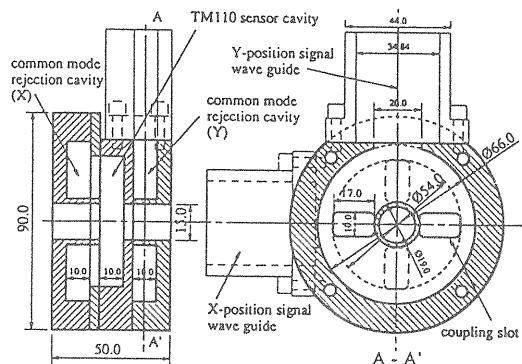


図 10 空洞型 BPM のプロトタイプ

一方、CLIC 及び FFTB で開発・ビーム試験されている空洞型 BPM はコモンモード除去を空洞から引き出された後の回路で、Magic-T などを用いて行っている。図 11、12 には、CLIC の X-band 加速管用に開発されている空洞型 BPM とアンテナを用いたベンチテストの結果を示す。図から $1 \mu\text{m}$ 以下の相対位置分解能を有することがわかる [15]。また最近の結果によれば、 100 nm の相対位置分解能が得られているとのことである。同様に図 13、14 には、FTTB で開発が進められている空洞型 BPM の概念図とアンテナを用いたベンチテストの結果を示す。図から 20 nm の相対位置分解能を有することがわかる。またこれについては現在 FFTB においてビーム実験が進行中である。詳しくは文献 [16] を参照されたい。図 15、16 にはロシアで VLEPP 用に開発されている空洞型 BPM のベンチテスト用のセットアップと測定結果を示してある。ここでは、データは不安定ながら、 1 nm 近い相対位置分解能が得られている [17]。

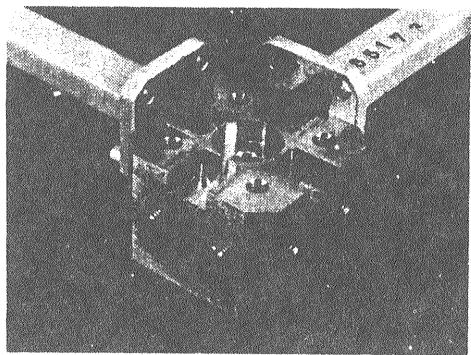


図 11 空洞型 BPM (CLIC)

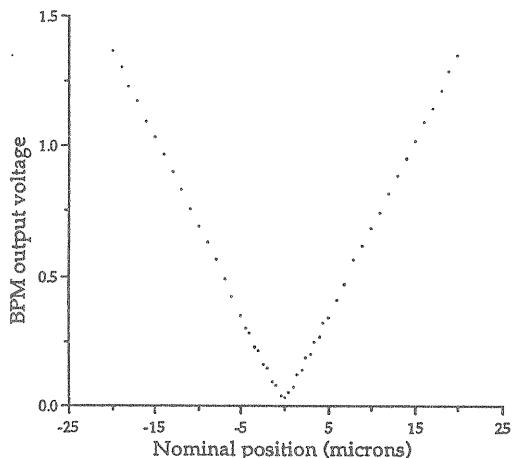


図 12 ベンチテストの結果 (CLIC)

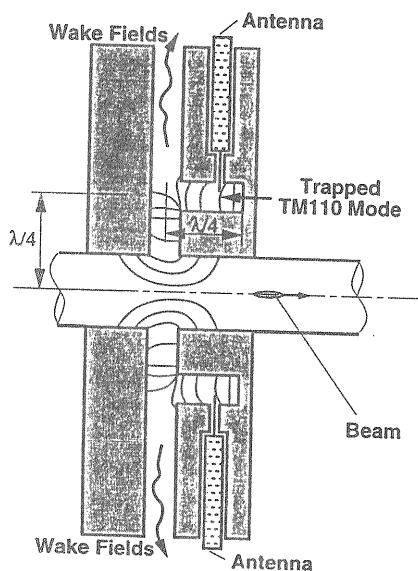


図 13 空洞型 BPM の概念図 (FTTB)

参考文献

- [1] 木代純逸 "シンクロトロンのビームモニター" 高エネルギー加速器セミナー OHO' 86
- [2] 榎本収志 "電子リニアックのビームモニター" 高エネルギー加速器セミナー OHO' 86
- [3] 家入孝夫 "ビーム計測" 高エネルギー加速器セミナー OHO' 91
- [4] Los Alamos Accelerator Code Group "User's guide for the Poisson/Superfish group of codes" LA-UR-87-115 (1987)
- [5] T. Shintake et al. "Sensitivity calculation of beam position monitor using boundary element method" NIM A254 (1987) p146
- [6] R. L. Wigington et al. "Transient Analysis of coaxial cables considering skin effect" Proc. IRE 45 (1957) p166
- [7] 新竹 積 "同軸ケーブルのパルスレスポンス" KEK / TN - 86-0017 (1986)
- [8] M. Tejima et al. ; KEK preprint 90-183
- [9] A. J. Hatch ; NIM 41 (1966) 261-271
- [10] T. Obina et al. "Damped Button Electrode for B-Factory BPM System" KEK Preprint 95-41
- [11] C. -K. Ng et al. "Simulation of PEP-II Beam Position Monitors" SLAC-PUB-95-6899
- [12] 早野仁司 "ビーム診断(ハードウェア編)" FFIR Workshop at Atami (1994)
- [13] H. Hayano et al. "High resolution BPM for FFTB" NIM A320 (1992) p47
- [14] H. Hayano et al. ; KEK Preprint 92-118
- [15] W. Schnell et al. "CLIC beam position monitor development" HEACC '92 Conf. Proc., Int. J. Mod. Phys. A, Proc. Suppl. 2A (1993) 263-265
- [16] S. C. Hartman et al. "Nanometer resolution BPM using damped slot resonator" Presented at PAC '95 (Dallas)
- [17] V. Balakin "Status VLEPP" Presented at LC '91 (Protvino)

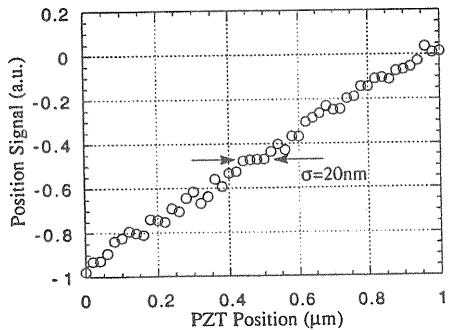


図 1.4 ベンチテストの結果 (FFTBB)

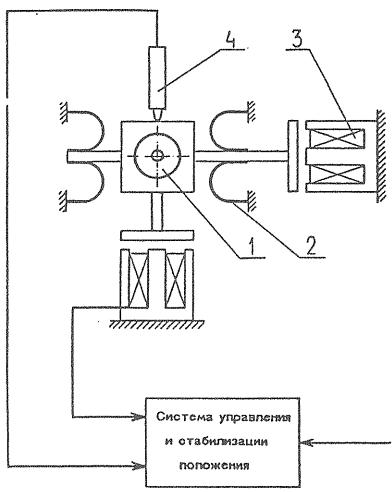


Рис. Система юстировки ускоряющей структуры.
1-структура ускоряющая; 2-пружина; 3-электромагнит привода;
4-датчик положения.

ПАРАМЕТРЫ:
Диапазон регулировки - 100 μm
Шаг регулировки - 0,001 μm
Мощность привода - 2W

図 1.5 ベンチテストのセットアップ (VLEPP)

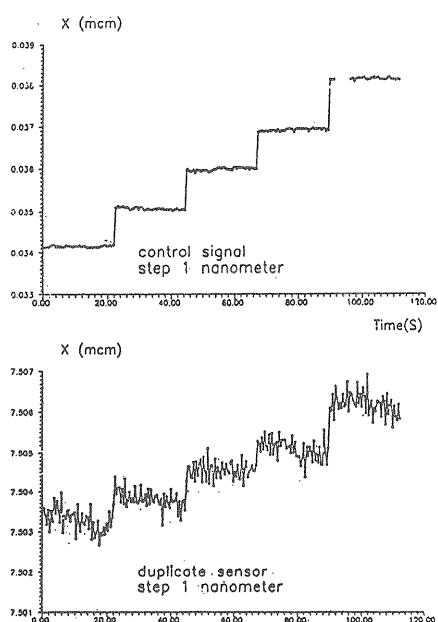


図 1.6 ベンチテストの結果 (VLEPP)

短バンチ用バンチ長モニター

中里俊晴

§ 1. はじめに

電子を米粒とするとバンチとは握り飯のような電子の塊りで、本稿ではこの形状の計測方法について述べる。表題は単に「バンチ長」としてあるが、ここではバンチの進行方向（加速器業界では縦方向と言う）の電子分布を測定することである。また、「短バンチ」とは長さが1mm以下のバンチを考えることにする。また、電子のエネルギーは10MeV以上とする。この領域では電子の速度vが光速度cで十分に近似($1-v/c \lesssim 1 \times 10^{-3}$)できる。

電子が縦方向に標準偏差 σ_z のガウス分布をするものとすると、リニアコライダーJLCにおけるバンチ長は $\sigma_z = 80\mu m$ である。これはバンチの通過時間に換算すると $\sigma_t = 270\text{fsec}$ に相当する。フェムト秒領域の高速変化をする事象をいかに計測するか、が本稿のテーマである。

これまで用いられてきたビームモニタ（壁電流モニタ、電極モニタ、トロイダルコアモニタ等）は全て、電気信号をケーブルや信号処理回路を通して伝送している。これらは伝送中に高周波信号成分の減衰や反射があるため、速い信号を正確に観測するためには問題が多い。10mm程度のバンチ長計測にはストリークカメラが用いられ、優れた結果が得られている。これはビームが発するチュレンコフ光や放射光をストリークカメラまで伝送して計測するものである。光学系を真空中に入れれば、空気の吸収や分散による信号の「ナマリ」がなくなり、理想的な伝送系が実現できる。しかし、現在最高速のストリークカメラの時間分解能は200fsec[1]であり、上記の270fsecのバンチ長を計測するためにはもう一桁短い時間分解能が必要である。ここに上げたビームモニタは全て時間ドメインでの計測という点で共通している。更に速い時間ドメインの測定器が開発されなければ、この方面から「短バンチモニター」へアプローチするのは困難だと言える。

これに対して、周波数ドメインからのアプローチを考えてみる。周波数ドメインにおける計測の優れた点は、伝送系の周波数特性を予め較正しておいて、測定結果を補正できることである。ただし、後で時間ドメインに変換するためには、周波数ドメインと時間ドメインの変換関係がはつきり分っている必要がある。

これまで周波数ドメインでバンチ長を計測する試みがSLACなどで行なわれてきた。これは、バンチが空洞共振器を通過する際に励振する高周波電磁

場(RF)を計測するものである。励振されるRF電力はバンチの形状因子（後述）に依存するので、この方法でバンチが相対的に長くなったか短くなったかの判断ができる。しかし、バンチの長さを測定するまでは至らなかった。

一方、1989年にコヒーレント放射光[2~5]の存在が確認された。これは電子集団（バンチ）から発生する放射光を計測すると、バンチ長と同程度の波長で非常に強力な放射光が得られるというものである。この放射光のスペクトルはバンチの縦方向の形状のフーリエ変換になっていることが分り、バンチ長の計測[6]に有力な手段となることが明らかになった。これは上記の周波数ドメインでのバンチ長計測にあたる。測定する光の波長はバンチ長程度なので、遠赤外線からミリ波領域となり、この波長領域の計測技術[7,8]が必要となる。

その後、バンチから発生する放射の研究が進められ、放射光だけでなく、遷移放射[9~11]やチュレンコフ放射[12,13]のような異なった発光機構においてもコヒーレントな効果が発生していることが確認された。これらの様々な素過程によってバンチから発生するコヒーレントな放射をまとめてコヒーレント放射と呼ぶことにする。

§ 2. コヒーレント放射

コヒーレント放射光を例にして、その概念を第1図で説明する。遷移放射やチュレンコフ放射の場合も同様である。 d は放射光を出す電子集団（バンチ）の広がり、 λ は観測する光の波長である。通常の（インコヒーレントな）放射光は(a)のように各電子がバラバラに光を放射するため、放射光の強さはバンチ内の電子数に比例した量になる。ところが、(b)のようにバンチの広がりが観測する光の波長程度以下になると、各電子が放射する電磁波の位相がそろってくる。このとき放射光の強度は各電子が放射する電磁場の和の二乗、即ちバンチ内電子数の二乗に比例し、インコヒーレントな放射光強度に比べて電子の数倍だけ強いものとなる。加速器で得られるバンチは通常 $10^6 \sim 10^{10}$ 個の電子から成っているので、非常に強い放射が得られることが期待される。

このアイディアに基づいてコヒーレント放射光のスペクトル $P_{coh}(\omega)$ を求めるとき、以下の式で表わされる。（導出は付録1参照）

$$P_{coh}(\omega) = N[1 + (N-1)f(\omega)]p_{inc}(\omega) \quad (1)$$

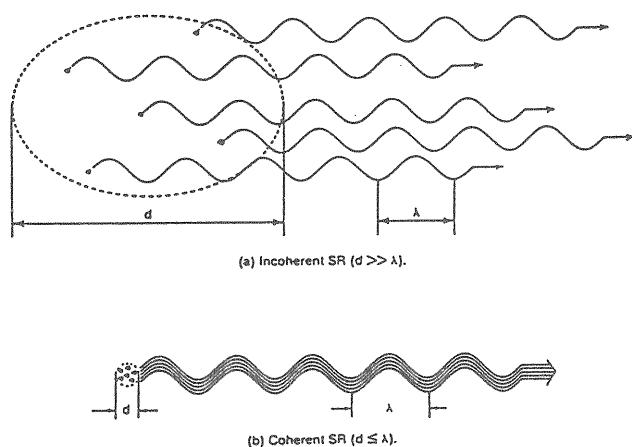
$$\sim N^2 f(\omega) p_{\text{inc}}(\omega) \quad (N > 1 \text{ の場合})$$

ここで、 ω は観測する放射の角周波数、 N はバンチ内の電子数、 $p_{\text{inc}}(\omega)$ はインコヒーレントな放射光（即ち素過程）のスペクトルである。 $f(\omega)$ はバンチ形状因子と呼ばれる量で、ビーム電流を $I_{\text{beam}}(t)$ とすると次式で与えられる。

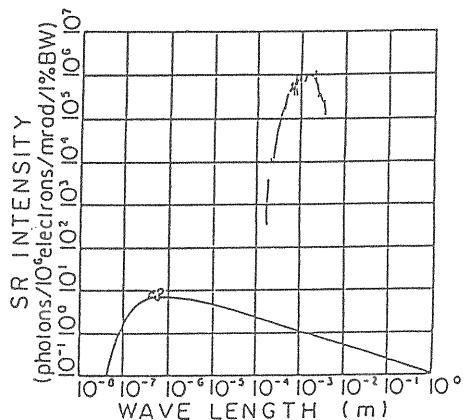
$$f(\omega) = \left| \frac{1}{N \cdot e} \int_{-\infty}^{\infty} I_{\text{beam}}(t) e^{i\omega t} dt \right|^2 \quad (2)$$

$f(\omega)$ は第1図(a)の場合ゼロに、(b)の場合 1 に近い値となる。

遷移放射やチュレンコフ放射の場合は $p_{\text{inc}}(\omega)$ にそれぞれの素過程の放射スペクトルを代入すればよい。放射の素過程のスペクトルは文献（例えば[14, 15]）が豊富である。



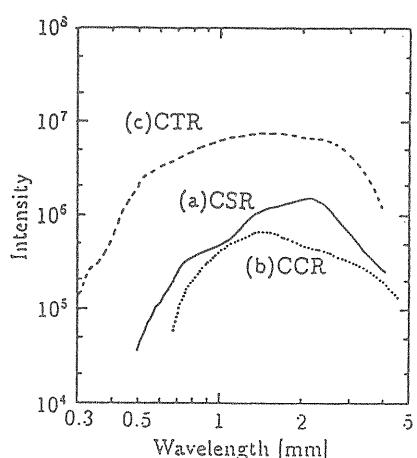
第1図 コヒーレント放射光の概念。インコヒーレント放射光(a)の強度はバンチ内の電子数に、コヒーレント放射光(b)は電子数の二乗に比例する。 d は電子が分布する空間の縦方向の長さを、 λ は観測する波長を表す。



第2図 コヒーレント放射光のスペクトル。下部の曲線はインコヒーレント放射光の計算値、3個の丸は可視光領域の測定値である。放射光強度は 1×10^6 個の電子からなるバンチに規格化してある。

東北大学核理研の電子線型加速器で得られる電子ビームから観測されたコヒーレント放射光のスペクトルを第2図に示す。ビームのエネルギーは150MeV、偏向電磁石の磁場は0.2T、バンチ内の電子数は 10^6 個、測定した波長範囲は0.15~3.0mmである。図の下部のなめらかな曲線はインコヒーレント放射光のスペクトルの計算値である。スペクトル強度は波長1mm付近で最大となり、この時インコヒーレント放射光との強度比は明らかに電子数倍となっている。電子数 10^6 個のバンチ1個から単位立体角、単位波長帯域あたり受けるエネルギーは波長1mmで 2×10^{-18} J/mrad/1%BWである。観測されたスペクトルは、線型加速器のバンチ長（約1.5mm）から予測されるスペクトルよりも短波長領域のスペクトル強度が強くなっている。これはバンチの微細構造が反映しているものと考えられる。放射光強度の測定は絶対値計測なので、その正しさを確認するために可視光領域で3点測定し、インコヒーレント放射光の計算値と一致することを確認している。

第3図はコヒーレント放射光、コヒーレント遷移放射、コヒーレントチュレンコフ放射のスペクトルである。各スペクトルは測定の条件が異なるので、この図だけからそれぞれの強さの比較はできないが、遷移放射が簡単な実験条件ながら最も強い放射が得られ、ミリ波領域の光源として実用的である。放射光、遷移放射、チュレンコフ放射とともに、放射強度はバンチ内電子数の二乗（即ち電子ビーム電流の二乗）に比例して増加することも確認されている。第3図の遷移放射のデータで短波長成分が多いのは、加速器の運転パラメータが他と異なり測定時のバンチが他よりも短かかったためと考えられる。



第3図 (a)コヒーレント放射光、(b)コヒーレントチュレンコフ放射、(c)コヒーレント遷移放射のスペクトルの測定結果。縦軸の単位は、(a)が[photons/(bunch·1%BW·mrad)]、(b)(c)は[photons/(bunch·1%BW)]で、バンチ当りの電子数は 1×10^6 個で規格化してある。

§ 3. バンチ長計測の原理

(1)式から、コヒーレント放射のスペクトル $P_{coh}(\omega)$ と放射の素過程のスペクトル $p_{inc}(\omega)$ が分れば、バンチ形状因子 $f(\omega)$ が求められる。これと(2)式からバンチの縦方向の形状、即ちビーム電流 $I_{beam}(t)$ を求めたい。ところが、(2)式が単純なフーリエ変換（結果は複素数）であれば、逆フーリエ変換をつかって簡単に求められるが、(2)式は絶対値になっているため複素数の位相情報が欠落している。バンチがガウス分布のような対称関数の場合はこれでも問題ないが、一般的な非対称な場合には位相情報がないと正しい形状は得られない。

1994年、コーネル大学のグループ[16]はこの問題をKramers-Kronigの関係式を応用して解決した。周波数の複素関数 $F(\omega)$ の絶対値 $|F(\omega)|$ が既知のときに、その位相情報 $\arg(F(\omega))$ は次式で与えられる。（導出は付録2参照）

$$\arg(F(\omega)) = - \frac{\omega}{\pi} \int_0^\infty \frac{\ln|F(\omega')/F(\omega)|^2}{\omega'^2 - \omega^2} d\omega' \quad (3)$$

バンチ形状因子 $f(\omega)$ は $|F(\omega)|^2$ に対応するので、上式からバンチ形状 $I_{beam}(t)$ はフーリエ変換

$$I_{beam}(t) = \frac{Ne}{2\pi} \int_{-\infty}^\infty g(\omega) \exp[i(\phi_g(\omega) - \omega t)] d\omega \quad (4)$$

によって求められる。ここで、

$$g(\omega) = \sqrt{P_{coh}(\omega)/N^2 p_{inc}(\omega)} \quad (5)$$

$$\phi_g(\omega) = - \frac{\omega}{\pi} \int_0^\infty \frac{\ln\{g(\omega')/g(\omega)\}}{\omega'^2 - \omega^2} d\omega' \quad (6)$$

である。

(4)式や(5)式を見ると、バンチ形状を求めるためには全周波数範囲の測定データが必要なように思えるが、実際それには及ばない。まず、第2図や第3図からわかるように、 $g(\omega)$ は ω が小さい領域ではほとんど定数 (=1) で、バンチ長より短い波長領域では $g(\omega)$ が急激に減少する。従って(4)式の積分に必要なデータの周波数範囲は限定される。次に(6)式の右辺を部分積分すると、

$$\frac{1}{2\pi} \int_0^\infty \ln \frac{|\omega'| + \omega}{|\omega'| - \omega} \frac{d\{\ln g(\omega')\}}{d\omega'} d\omega' \quad$$

となる。この式から、(6)式の積分に影響する周波数は ω 近傍と $g(\omega)$ の変化が大きい領域だけであることが分る。

バンチ長をリアルタイムで測定する場合、(4)～(6)の積分をすると計算時間がかかりすぎる。実際に加速器を運転する際には、パラメータを調整する際におよその形状が分ればよい場合が多く、複雑な形状のバンチを精密に測定したい場合は稀である。

手軽に測定したい場合は、バンチを対称な形状と仮定してリアルタイムで表示することができる。その場合(4)式は簡単に

$$I_{beam}(t) = \frac{Ne}{\pi} \int_0^\infty g(\omega) \cos \omega t d\omega \quad (7)$$

となる。

上記のいずれの場合も、(5)式から $g(\omega)$ を求める際に注意が必要である。 $P_{coh}(\omega)$ は測定データであるが、素過程のスペクトル $p_{inc}(\omega)$ は計算値である。放射光、遷移放射、チュレンコフ放射の素過程のスペクトルはいずれも長波長領域で $\omega^{1/3}$ や ω^2 に比例するような素直な関数なので、スペクトル強度の絶対値を問題としないバンチ長モニタの場合は素過程のスペクトルは既知のものとして取り扱える。しかし、遷移放射とチュレンコフ放射の場合、放射の形成長(formation length)が測定の境界条件よりも長くなる長波長領域では、この二種類の放射の区別が曖昧になる[17]。また、真空ダクト、即ち周囲が導体の境界条件の影響で、放射光のスペクトルが変化[18]することが確認されている。これは長波長領域で顕著な現象であり、長いバンチを測定する場合に問題となる。コヒーレント放射光の場合、ダクトの半径を a 、軌道の曲率半径を r とすると、次のような条件を満たす波長領域 λ ではダクトによるスペクトルの変化は問題にならないと考えてよい[19]。

$$\lambda < 6\sqrt{a^3/r} \quad (8)$$

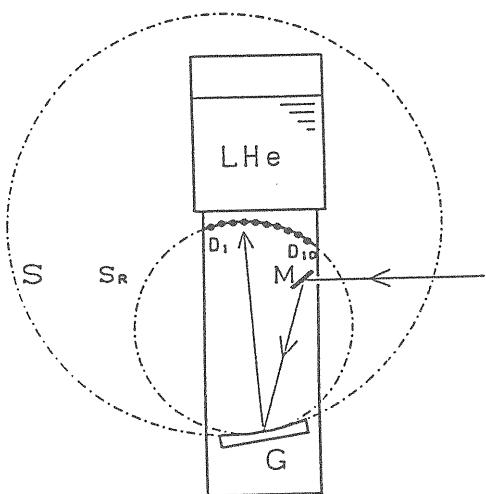
例えば、偏向電磁石の曲率半径を10mm、ダクトの直径を30mmとすると、 $\lambda < 3.5\text{mm}$ となり、コヒーレント放射光を使って3mm程度以下の長さのバンチ長の測定が可能である。

§ 4. 測定方法

第2図と第3図は回折格子分光計[7]または干渉分光計[8]シリコンボロメータ検出器を使用して測定したスペクトルである。この方法は検出感度のダイナミックレンジが広いことと、波長分解能が高いのが特徴であるが、測定に2～3時間を要するのが欠点である。これでは加速器の制御や調整に用いるモニタとしては遅すぎるし、1発のバンチの長さの測定は不可能である。

そこで、バンチ毎の長さを測定できる分光器ポリクロメータ（第4図）が開発された[20]。コヒーレント放射は図の矢印のように入射し、平面鏡Mで反射され、球面S上に1mmピッチで溝が切られた回折格子Gによって分光され、ローランド面S_R上に置かれたInSb検出器D_1～D_10（黒丸）に収束される。各検出器は銅のブロックを通して4.2Kの液体ヘリウムで冷却されている。10個の検出器（チャンネル）からの信号は10台の増幅器、10台のサンプルホール

ド回路を通り、パーソナル計算機のADC 1台で測定される。作成した検出器と増幅器全体の立上がりは約 $2\mu\text{sec}$ で、パルス幅100nsecの電子ビームからの放射を測定したときの増幅器の出力パルス幅は約 $5\mu\text{sec}$ であった。10チャンネルでカバーしている波長検出範囲は $\lambda=0.410\sim0.787\text{mm}$ 、各チャンネルの検出波長の半値幅は $\Delta\lambda/\lambda=0.055\sim0.070$ である。各検出器の検出効率は黒体輻射体で較正された高圧水銀灯を使って間接的に較正されている。



第4図 ポリクロメータ。記号の説明は本文参照。

バンチ形状は(7)式を使ってリアルタイムで表示される。フーリエ変換は以下のように考えれば行列演算となる。各検出器の信号の測定値を d_i ($i=1, 2 \dots n$)、中心検出周波数を ω_1 、隣接する検出器間の周波数差を $\Delta\omega_i$ 、検出効率を η_i 、 ω_i における放射の素過程の相対スペクトルを p_i とすると、(7)式は次のように記述できる。

$$I_{\text{beam}}(t_j) = \sum_{i=1}^n A_{i,j} \sqrt{d_i} \quad (9)$$

$$A_{i,j} = \frac{Ne}{\pi} \sqrt{\eta_i/p_i} \xi_i \Delta\omega_i \cos \omega_i t_j \quad (10)$$

ここで t_j は時刻を与えるパラメータ、 ξ_i はそれに応するアボダイゼーション関数である。検出角周波数の最大値を ω_{\max} とすると、 $\xi(\omega)$ として使用される代表的な関数は次のようなものがある。

$$\xi(\omega) = \begin{cases} 1 - \omega/\omega_{\max} & \text{または } (\omega < \omega_{\max}) \\ \{1 + \cos(\pi \omega/\omega_{\max})\}/2 & \\ 0 & (\omega > \omega_{\max}) \end{cases} \quad (11)$$

受光系の伝送損失や立体角補正、検出効率などは全て η_i に含まれる。(10)式の右辺は全て既知の値な

ので、行列 $A_{i,j}$ を予め計算しておけば(9)式のみをリアルタイムで計算すればよい。1台のパーソナル計算機で、10チャンネルのポリクロメータからのデータ収集と(9)式の計算を行なって、毎秒50発以上のバンチの形状をリアルタイムで表示することができる。もし、バンチ長を測定し、加速器に速いフィードバックをかけたい場合には、(9)式を直接演算回路で実行するディスクリートフーリエ変換法(DFT)も考られている。[21]

ここで述べた計測法の最大の特徴はバンチが短いほど計測が容易になることである。これは、バンチが短ければ、測定する光の波長が短くなるため、光子エネルギーが増大し、検出が容易でS/N比が向上するからである。また、コヒーレント放射光を使った計測は、非破壊でバンチ形状を測定できるので、加速器を運転しながら帰還制御を行なうのに適している。

コヒーレントな光を発生させる方法は、これまで述べた方法以外にも、発光と分光を兼ねるものなど何種類か考案されている。今後の研究テーマとして楽しめそうである。

参考文献

- 1) Hamamatsu Photonics Co., Ltd.
- 2) T. Nakazato, M. Oyamada, N. Niimura, S. Urasawa, O. Konno, A. Kagaya, R. Kato, T. Kamiyama, Y. Torizuka, T. Nanba, Y. Kondo, Y. Shibata, K. Ishi, T. Ohsaka and M. Ikezawa, Phys. Rev. Lett. 63 (1989) 1245.
- 3) T. Nakazato, M. Oyamada, N. Niimura, S. Urasawa, R. Kato, Y. Shibata, K. Ishi, T. Ohsaka, T. Takahashi, H. Mishiro, M. Ikezawa, Y. Kondo, T. Nanba and Y. Torizuka, Particle Accelerators, 33 (1990) 141.
- 4) Y. Shibata, K. Ishi, T. Ohsaka, H. Mishiro, T. Takahashi, M. Ikezawa, Y. Kondo, T. Nakazato, M. Oyamada, N. Niimura, S. Urasawa, R. Kato and Y. Torizuka, Nucl. Instr. & Meth. A301 (1991) 161.
- 5) E. B. Blum, U. Happek and A. J. Sievers, Nucl. Instrum. & Methods, A307 (1991) 568.
- 6) T. Nakazato, M. Oyamada, N. Niimura, S. Urasawa, Y. Shibasaki, R. Kato, S. Niwano, M. Ikezawa, T. Ohsaka, Y. Shibata, K. Ishi, T. Tsutaya, T. Takahashi, H. Mishiro, F. Arai and Y. Kondo, Conference Record of the 1991 IEEE Particle Accel. Conf., San Francisco, CA, May 6-9 (1991) 1118.

- 7) K. Ishi, Y. Shibata, T. Takahashi, H. Mishiro, T. Ohsaka, M. Ikezawa, Y. Kondo, T. Nakazato, S. Urasawa, N. Niimura, R. Kato, Y. Shibasaki and M. Oyamada, Phys. Rev. A43 (1991) 5597.
- 8) Y. Shibata, T. Takahashi, K. Ishi, H. Arai, H. Mishiro, T. Ohsaka, M. Ikezawa, Y. Kondo, S. Urasawa, T. Nakazato, R. Kato, S. Niwano and M. Oyamada, Phys. Rev. A44 (1991) R3445.
- 9) U. Happek, A. J. Sievers and E. B. Blum, Phys. Rev. Lett. 67 (1991) 2962.
- 10) T. Takahashi, Y. Shibata, F. Arai, K. Ishi, T. Ohsaka, M. Ikezawa, Y. Kondo, T. Nakazato, S. Urasawa, R. Kato, S. Niwano and M. Oyamada, Phys. Rev. E48 (1993) 4674.
- 11) Y. Shibata, K. Ishi, T. Takahashi, T. Kanai, F. Arai, S. Kimura, T. Ohsaka, M. Ikezawa, Y. Kondo, R. Kato, S. Urasawa, T. Nakazato, S. Niwano, M. Yoshioka and M. Oyamada, Phys. Rev. E49 (1994) 785.
- 12) J. Ohkuma, S. Okuda, and K. Tsumori, Phys. Rev. Lett. 66 (1991) 1967.
- 13) Y. Shibata, K. Ishi, T. Takahashi, F. Arai, M. Ikezawa, K. Takami, T. Matsuyama, K. Kobayashi and Y. Fujita, Phys. Rev. A44 (1991) R3449.
- 14) W. K. H. Panofsky and M. Phillips, *Classical Electricity and Magnetism*, Addison-Wesley, 1962.
- 15) J. D. Jackson, *Classical Electrodynamics*, 2nd Ed. John Wiley & Sons, 1975,
- 16) R. Lai, U. Happek and A. J. Sievers, Phys. Rev. E50 (1994) R4294.
- 17) T. Takahashi, T. Kanai, Y. Shibata, K. Ishi, M. Ikezawa, T. Nakazato, M. Oyamada, S. Urasawa, T. Yamakawa, K. Takami, T. Matsuyama, K. Kobayashi, and Y. Fujita. Phys. Rev. E50 (1994) 4041.
- 18) R. Kato, T. Nakazato, M. Oyamada, S. Urasawa, T. Yamakawa, M. Yoshioka, M. Ikezawa, K. Ishi, T. Kanai, Y. Shibata and T. Takahashi, Proc. of the 1993 Particle Accel. Conf., Washington D.C. (1993) 1617.
- 19) 加藤龍好、博士学位論文(1993)、東北大学大学院理学研究科。
- 20) T. Nakazato, M. Oyamada, S. Urasawa, T. Yamakawa, Y. Shibata, K. Ishi, S. Hasebe, M. Ikezawa, Y. Kondo, Y. Suzuki, K. Shimoyama, H. Hayano, T. Naito, J. Urakawa and M. Yoshioka. Proc. of the 1994 Int'l Linac Conf.,

Tsukuba, Japan, Aug. 21-26 (1994) 890.
 21) J. E. Spencer, Conference Record of the 1991 IEEE Particle Accel. Conf., San Francisco, CA, May 6-9, (1991) 3270.

付録1 コヒーレント放射の理論

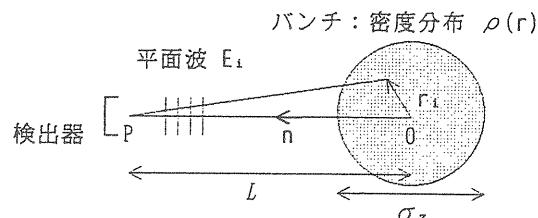
ここでは、コヒーレント放射の理論的基礎となる(1)(2)式を導出する。第A1-1図のように、N個の電子からなるパンチからなんらかの放射が発生しているものとする。パンチは図の右から左に向かって進むものとし、パンチの縦方向の大きさを σ_z 、パンチと検出器Pとの距離をLとすると、 $L \gg \sigma_z$ であるものとする。パンチ中のi番目の電子の座標を r_i とし、この電子がつくる放射場 E_i はパンチから十分に離れたP点ではOPに垂直な平面波とみなせるので、

$$E_i = E_0 \exp(jkr_i - j\omega t) \quad (A1-1)$$

と書ける。ここで $k (= n\omega/c)$ は放射の波数ベクトルで、OPと平行である。また、電子から放射される位相は全て同じとしてある。従って、各電子から放射される場の合計Eは

$$E = E_0 \sum_{i=1}^N \exp(jkr_i - j\omega t) \quad (A1-2)$$

となる。



第A1-1図 コヒーレント放射の理論計算

P点における放射パワーはポインティングベクトル

$$S = \frac{1}{2} E \times H^* = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} (E \cdot E^*) n \quad (A1-3)$$

で与えられる。この式で $(E \cdot E^*)$ は

$$\begin{aligned} (E \cdot E^*) &= |E_0|^2 \left\{ \sum_i \exp(jkr_i) \right\} \left\{ \sum_m \exp(-jkr_m) \right\} \\ &= |E_0|^2 \left[\sum_{i=m}^N 1 + \sum_{i \neq m} \exp(jk(r_i - r_m)) \right] \\ &= |E_0|^2 \{ N + N(N-1)f(k) \} \end{aligned} \quad (A1-4)$$

となる。ここで $f(k) = \sum_m \exp(jk(r_i - r_m))$ であるが、電子の密度分布を $\rho(r)$ とすると、

$$f(k) = \left| \int_V \rho(r) \exp(jkr) dr \right|^2 \quad (A1-4)$$

と書くことができる。ただし $\int \rho(r) dr = 1$ に規格化してある。 $k = \omega/c$ ので、この式が(2)式と同じであることは容易に確かめられる。また、

$$\rho_{\text{inc}}(\omega) = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} |E_0|^2 \quad (\text{A1-5})$$

であることも明らかであるので、(A1-3)(A1-4)式から(1)式が導かれる。

付録2 Kramers-Kronig の関係式

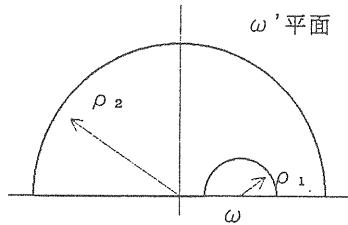
角周波数 ω の複素関数で表される量 $F(\omega)$ があり、その実数部 $\text{Re}\{F(\omega)\}$ が既知であるとすれば、因果律からその虚数部 $\text{Im}\{F(\omega)\}$ が求められる。Kramers-Kronig の関係式はこの応用であり、周波数の複素関数の絶対値 $|F(\omega)|$ が既知のときに、その位相情報 $\arg\{F(\omega)\}$ は次式で与えられる。ここではこの関係式の導出を行なう。

$$\arg\{F(\omega)\} = -\frac{2\omega}{\pi} \int_0^\infty \frac{\ln|F(\omega')/F(\omega)|}{\omega'^2 - \omega^2} d\omega' \quad (\text{A2-1})$$

時間の関数 $f(t)$ の周波数成分 $F(\omega)$ は $f(t)$ のフーリエ変換

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{\tau} f(t) \exp(i\omega t) dt \quad (\text{A2-2})$$

となる。ここで τ は現在の時刻で、 $F(\omega)$ には過去の情報だけが含まれるという因果律を反映している。この式から $F(\omega)$ が任意の正則関数 $f(t)$ に関して有限であるためには、 $\text{Im}(\omega) \geq 0$ であればよく、 $\text{Im}(\omega) > 0$ で $|\omega| \rightarrow \infty$ のとき $F(\omega) \rightarrow 0$ であることが分る。また、 $\text{Re}\{F(\omega)\}$ は ω の偶関数、 $\text{Im}\{F(\omega)\}$ は奇関数であることも(A2-2)式から分る。



第A2-1図 Hilbert変換の積分路

いま関数 $F(\omega')/(\omega' - \omega)$ を第A2-1図のような積分路で積分し、 $\rho_1 \rightarrow 0$ 、 $\rho_2 \rightarrow \infty$ とすると、上の考察から大きい半円上の積分はゼロで、

$$\text{P} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{F(\omega')}{\omega' - \omega} d\omega' = \pi i F(\omega) \quad (\text{A2-3})$$

となる。ここで P は Cauchy の主値である。この式の実数部を取れば

$$\text{P} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\text{Re}\{F(\omega')\}}{\omega' - \omega} d\omega' = -\pi \text{Im}\{F(\omega)\} \quad (\text{A2-4})$$

となり、Hilbert変換と呼ばれる。

実際に(A2-4)式を数値積分しようとすると、 $\omega' = \omega$ の点で被積分関数が発散するため不都合である。そこで恒等式 $\text{Re}\{F(\omega)\} \text{P} \int d\omega' / (\omega' - \omega) = 0$ を(A2-4)の両辺に加えて

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\text{Re}\{F(\omega')\} - F(\omega)}{\omega' - \omega} d\omega' = -\pi \text{Im}\{F(\omega)\} \quad (\text{A2-5})$$

とすると、 ω' が ω 近辺については被積分関数が有限値 $\text{Re}\{dF(\omega')/d\omega'\}$ で置き換えられるため、数値積分が容易になる。また、 $\omega' = \omega$ の点は極ではなくなるので主值記号をはずした。 $\text{Re}\{F(\omega')\} - F(\omega)$ は偶関数であることから、式(A2-5)は次のように変形できる。

$$\text{Im}\{F(\omega)\} = -\frac{2\omega}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{\text{Re}\{F(\omega')\} - F(\omega)}{\omega'^2 - \omega^2} d\omega' \quad (\text{A2-6})$$

この関係は $F(\omega)$ の実数部が決まれば、虚数部は自動的に決まってしまうことを示している。

いま、 $F(\omega)$ を $\ln[R(\omega) \exp\{i\phi(\omega)\}] = \ln\{R(\omega)\} + i\phi(\omega)$ で置き換えると、(A2-6)式は

$$\phi(\omega) = -\frac{2\omega}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{\ln\{R(\omega')\}/R(\omega)}{\omega'^2 - \omega^2} d\omega' \quad (\text{A2-7})$$

と書ける。この式は絶対値 $R(\omega)$ が既知のとき、位相情報 $\phi(\omega)$ を求めるもので、Kramers-Kronig の式と呼ばれ、(A2-1)式と同じものである。

ビームモニター&ビームコントロール —極短バンチの生成と制御と計測—

上坂 充

1. 序

リニアコライダー計画においては、最終衝突点における極小ビームサイズ、極低エミッタンス、あるいは加速管内の高電界性、航跡場の問題など、従来の加速管がない課題が存在するため、バンチ形状の計測と制御が重要な技術となる。本稿では、東京大学工学部附属原子力工学研究施設Sバンド(2.856GHz)ツインリニアックにおけるピコ秒・サブピコ秒の極短シングルバンチの生成・計測・制御の経験をもとに、表題のような加速器技術を解説することとする。Sバンド(2.856GHz)リニアックにおいては、磁気パルス圧縮（バンチコンプレッサーと同じ）技術とフェムト秒ストリーカカメラによって、700フェムト秒[1]の電子シングルバンチの生成と計測に成功し、現在100フェムト秒以下シングルバンチ生成可能なXバンド(11.424GHz)フェムト秒リニアックを開発計画中である[2]。この開発研究とリニアコライダーとは、ビームモニター、ビームコントロールのみならずXバンドRF加速システムなど、共有する先端技術が多々ある。本稿では、それらにスポットを当て解説することとする。

2. 極短バンチの生成と制御

(1) サブハーモニックバンチャーライナー(subharmonic buncher)一非相対論的領域一

東大バンドツインリニアックの第1本目の28Lラインの機器構成とパルス幅（半値）ほぼ10psの電子シングルバンチ生成の様子を図1に示す。2.856GHzのマイクロ波の周期は350psであるため、電子銃よりそれより長いパルスが加速管に入射されると各周期の安定加速位相に電子が集団され、350psのパルス列が形成される。この状態あるいは運転モードをマルチバンチ(multi-bunch)と呼ぶ。しかし、リニアコライダーのようにバンチの電荷密度を上げたい場合や、自由電子レーザーのようにピーク電流値を上げたい場合には、いくつかのバンチを集団させる必要がある。あるいは電子照射による350ps以降の放射線物理・化学反応を測定する場合には、シングルバンチを作る必要があ

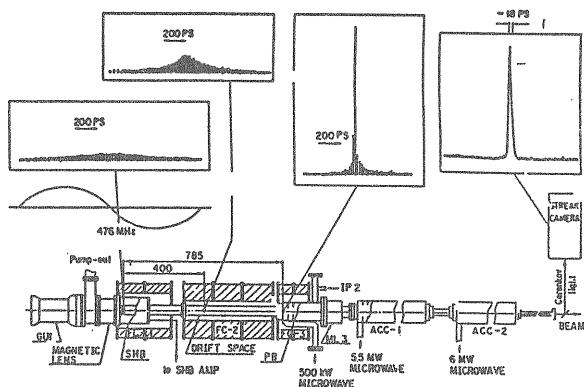
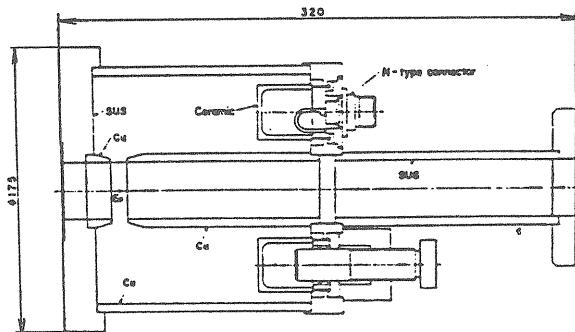


図1 東大・工・原施Sバンドツインライナック
28Lライン

る。熱電子銃を用いて350psより短いパルスを発生することは極めて困難であるため、パルスを加速管入口で350psに集団させなければならない。このような場合にはサブハーモニックバンチャーを使用する。それは図2に示したようにギャップを持った内側円筒をもった同軸型定在波型高周波共振空洞で、ギャップ部に軸方向の電界をもつ定在波がたっている。ギャップ部中心軸上で電界の時間変化に関して、図3に示したようなタイミングで電子銃から電子ビームが打ち込まれれば、前・後半の電子がそれぞれ減速・加速されることになる。ここでは電子バンチのエネルギーは低く非相対論的であるため（東大リニアック90keV, $v=0.526c$ ）、その加・減速は電子の速度変化なり、以後ドリフトスペースを走るにつれて集団されることになる。加速マイクロ波の周期の整数倍分の電子を集団するためには、サブハーモニックバンチャーの周波数は加速用マイクロ波の周波数の整数分の一となる。これが“サブ”と呼ばれる由来である。本リニアックの場合、定在波の周波数を476MHzと選択しており2856MHzの基本進行波の6波長分の幅に広がった電子ビームをドリフトスペース終端で1波長分に集団させるようにしてある。またサブハーモニックバンチャーの構造がリエンントラント型やnosecone型でなく横方向につぶれた形の同軸型になっ



$P_0 = 4.2 \text{ kW}$, $E_0 = 20 \text{ kV/cm}$, $\beta = 1.45$, $Q_0 = 4,100$,
 $Q_L = 1,500$, $f = 476 \pm 0.93 \text{ MHz}$, $R = 280 \text{ k}\Omega$

図2 476MHzサブハーモニックバンチャ

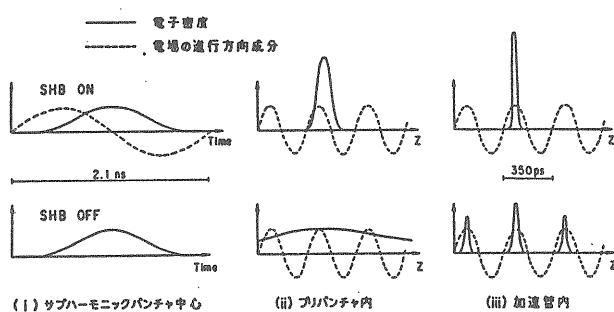


図3 マルチバンチとシングルバンチの生成

ている理由は、その外側にくるソレノイド収束磁場コイルの内径を極力小さくして、その電流値や導体に余裕をもたせるためである。

(2) サブピコ秒への磁気パルス圧縮 —相対論的領域—

a. 非線形エネルギー空調

すでに相対論的エネルギー領域 ($> \text{数 MeV}$) にまで加速された電子は、電界によってエネルギーが付与されても、運動質量 (γm_0) が変化するのみで、速度はほぼ光速のままとなり、低エネルギー電子ビームのようなマイクロ波電界の位相制御によるパルス圧縮は困難となる。そこで図4のような磁気パルス圧縮技術を駆使する。前段の加速管ACC1で高エネルギーに加速された電子バンチは、後段の加速管ACC2中で進行マイクロ波の所定の位相に乗り、バンチ中の前・後半の電子がそれぞれ高・低エネルギーとなるように、エネルギー変調を受ける。次に電磁石系に入り、そのエネルギー差が軌道差に変わり（軌道変調）、速度がほぼ同等であることにより、パルス圧縮が達成される。図4には進行方向位相空間での磁気パルス圧縮によるバンチ中の電子の分布形状変化も示されている。始め水平軸に沿った横長な分布はACC2を通過した

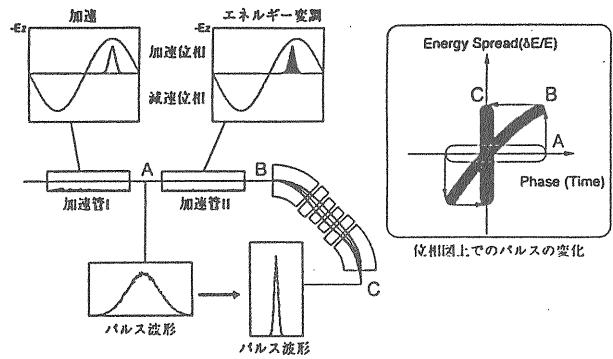


図4 磁気パルス圧縮器と進行方向位相空間分布変化

後に右上がりとなり、電磁石系を通過する前半が相対的に遅れ後半が進むため、分布は垂直軸に沿った縦長となる。磁気パルス圧縮に関しては、このエネルギー変調と軌道変調とのマッチングがとれ、電子分布が 90° 回転する必要がある。エネルギー変調の調整は、ACC2中のピーク電界強度とバンチが乗るマイクロの位相を変化させることによりなされる。本ライナックではACC1で19MeVまで加速する。その後、サブピコ秒バンチを得るために、エネルギー変調と軌道変調を高精度に調整しなければならない。ここでACC2中でピーク電界強度を2MV/mとしバンチ 0° の位相に乗せたケースと、9.3MV/mとし 72° に乗せたケースを考える。この2ケースにおける3次元粒子トラッキング計算によつ

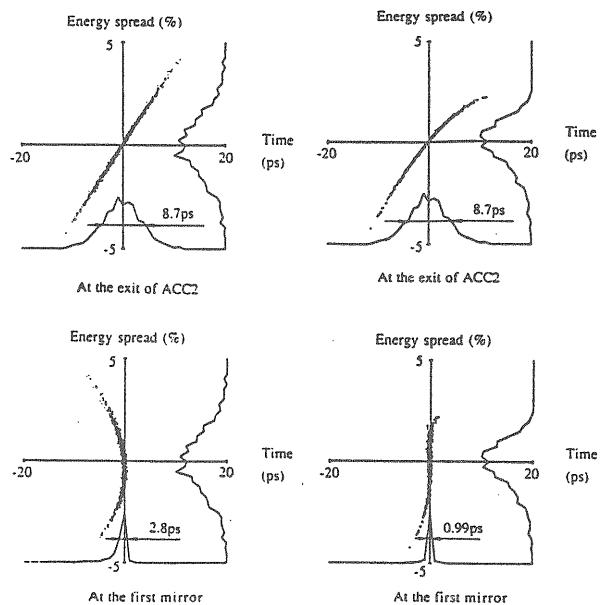


図5 線形・非線形エネルギー変調モードにおける進行方向位相空間分布変化的計算結果

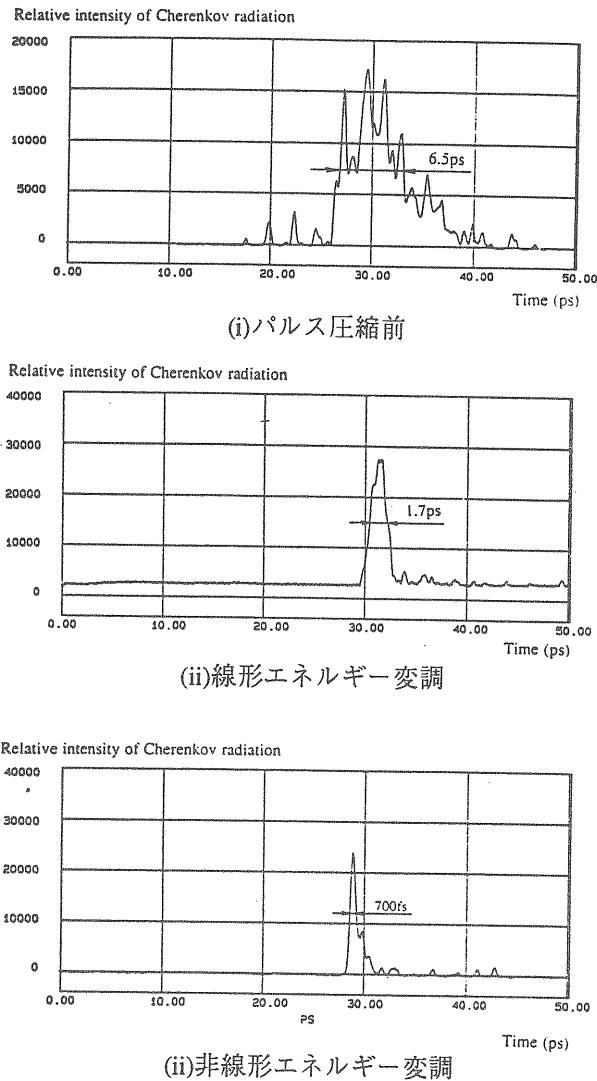


図6 線形・非線形エネルギー変調モードの圧縮前・後の電子パルス波形

て得られた磁気パルス圧縮器前後の進行方向位相空間での電子の分布を図5に示す。前者はエネルギー変調が線形であり、後者は非線形であることが明らかである。収束電磁石を使用した磁気パルス圧縮器の場合、 $\pm\Delta E/E$ のエネルギー分散に対する軌道差が等しくならないため（収束電磁石とドリフトスペースでの $\pm\Delta E/E$ の電子の軌道が中心軌道よりもともに長くなるため）、たとえエネルギー変調が線形であっても、図5のようにパルス圧縮後の分布が弓型となり非効率的となる。しかしこの弓型を、それと逆の曲率をもつ非線形エネルギー変調を利用すれば歪みを相殺し、縦軸にほぼ平行な分布を得ることができる。この2つのケースにおけるパルス波形の測定結果を図6、7に示す。非線形エネルギー変調の場合の方が圧縮効率が良好で、ねらい通りサブピコ秒のシングルバンチが得

られたことがわかる。ここでは電子が空气中で発するチエレンコフ光をフェムト秒ストリーカカメラ（FESCA-500、時間分解能500fs；（株）自由電子レーザー研究所より借用）でシングルショットで測定した。

b. 非分散磁気オプティックスによる高輝度化

利用実験を考えた場合、パルス圧縮のみならずビームサイズも極力小さい方が高輝度の点で好ましい。そのために図4に示したように磁気パルス圧縮器の電磁石系は2台の45°偏向電磁石と一対の水平収束・発射電磁石より構成され、上・下流では対称な非分散型(nondispersive)とした。前段の偏向電磁石の入口と後段のそれの出口で分散関数とその進行方向座標に関する1階微分が零となり、エネルギー分散によるビームの広がりを抑制する。磁気パルス圧縮の場合ACC2でエネルギー分散を増大させるため、高輝度ビーム利用の際には、それによるビームサイズの広がりを防ぐべく非分散型の選択が不可欠となる。

(3) XバンドRF加速

東大リニアックでは、非分散磁気パルス圧縮によってほぼ10psのシングルバンチをサブピコ秒に圧縮することに成功した。一方、レーザーの世界ではチタンサファイアレーザーによって100fs以下のパルスが達成され、サブフェムト秒あるいはアト秒パルスの可能性も議論されている。そこでまず市販されているチタンサファイアレーザーの100fsに匹敵する極短電子パルスを生成することを考える。磁気パルス圧縮に関しては、前節で述べたように圧縮効率は1/10以上であり、十分最適化された感がある。そこでさらなる短パルス化すなわち100fsをねらうには、圧縮前のパルス幅を1ps程度にしておく必要がある。リニアックの場合、加速後のパルス幅はマイクロ波の波長によって決まり、過去の実績からLバンド(1.3GHz)で20ps、Sバンド(2.856GHz)で10psが相場である。従って磁気パルス圧縮無しで1psシングルバンチを発生させるには、さらに高周波が必要である。現状の高周波加速器技術をサーベイした場合、これを満足する高周波にはリニアコライダー用にKEKが開発中のXバンド(11.424GHz)加速システム[4,5]、が唯一の選択となる。一方、アメリカのSLACでは、同じ周波数のXバンドマイクロ波によるリニアコライダー計画が推進されており[6]、それ用の83MeVマルチバンチ型入射器[7]が建設中であり、近々運転が開始される予定である。そのマシンに関してのPARMELAによるビーム輸送計算では1.3psの極短パルスの生成

の可能性が得られている。一方、加速マイクロ波の周波数が上がると短パンチは得られるものの、反面パンチ当たりの電荷量の減少は避けられない。さらに加速管のディスクの内径も8mmと小さくなるため、横方向のビーム損失の低減にも注意を払わなければならない。L、Sバンドでは、それぞれのパンチ当たり20nC、数nCが実績である。Xバンドフェムト秒ライナックの場合でも、利用実験におけるSN比のことを考慮すると、最低1nC/パンチは欲しいところである。そのためには、今まで以上に電子銃からプリバンチャまでの入射部におけるビーム損失も減らす設計が必要である。そのためには、熱電子銃の高エネルギー化(150~200keV)、小口径カソード選択による低エミッタンス化、磁気レンズ、サブハーモニックパンチャー、プリバンチャー、パンチャーの最適配置、ソレノイド高収束磁場などが重要なポイントになろう。

3. 極短パンチの計測

(1) フェムト秒ストリーカカメラ

極短電子パンチのパルス波形の測定の最も一般的な方法は、それが比誘電率1以上の媒介中で発するチエレンコフ光をストリーカカメラで測定する方法である。この発光現象は電子ビームによって誘起される媒介構成分子の電気分極の振動によって起こる。媒介境界で発する遷移放射(Optical Transition Radiation;OTR)も同様のメカニズムで発生し、測定に使用できる。チエレンコフ光の場合、光量は媒介中の電子軌跡上の積分値になるが、遷移放射の場合、境界でのみ起こる現象であるため、光量の点でチエレンコフ光に劣る。従ってシングルショットの測定には光量不足で不適である。これら発光現象は分子内振動によるものであるため、フェムト秒時間領域の応答性をもっており、50fsのマルチパンチのパルス幅測定に関して、発光パルスの広がりは観測されていない[8]。チエレンコフ光発光には次の周波数に応じて電子速度あるいはエネルギーのしきい値が存在し、媒質の比誘電率で決まる。関係式を以下に示す。

$$\nu_{th}(\omega) \geq \frac{c}{\epsilon(\omega)} ; E_{th} = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - \left(\frac{\nu_{th}}{c}\right)^2}} \quad (1)$$

また、1個の電子によって発せられる媒介の単位軌跡当たりの光パワーは次式で与えられる。

$$\left(\frac{dE}{dx} \right) = \frac{(ze)^2}{c} \int_{\epsilon(\omega) > (1/\beta^2)} \omega \left(1 - \frac{1}{\beta^2 \epsilon(\omega)} \right) d\omega \quad (2)$$

[単位系 Gaussian]ここで $\beta=v/c$ である。大気圧室温の空気、キセノンガスにおいて、可視光域でそれっぽ20, 12MeVである。従って測定したい電子のエネルギーに応じて媒介を選ぶこととなる。20MeV以上のエネルギーの場合は光学系の調整のしやすさから、空気が断然有利である。また、デマルケスト(Desmarquest社 AF956R Al₂O₃+C₂O₃, 99.5%)スクリーンモニタは電子照射時の発光によりビーム位置・サイズの測定に供されているが、紫外線領域にピコ秒オーダーの速い時間応答性をもった発光成分を持つことが知られている[9]。この発光のメカニズムは十分に解明されていないが、少なくとも10ps程度の時間分解能の測定には十分であることが東大において実証されている。しかし、空気チエレンコフ光に比べて光量が少なく、シングルショットの測定は困難である。しかし、その発光にチエレンコフ光のような強い指向性がないため、光学系のアライメントの厳密性がそれほど必要でなく、手頃な測定が可能である。従って極短パンチの測定には、まずデマルケスト発光を使用して10ps程度までのパンチが得られるようにマシン調整をし、さらなる短パルスをねらう場合は、空気チエレンコフ光への切り換えていく方式が勧められる。

ストリーカカメラの原理図を図8に示す[10]。入射された光パルスは、Photocathodeで電子に変換され、Accelerating Meshで数keV加速される。次にSweeping Electrodeで直線的に時間変化する垂直電場が付加され、電子パルスの時間プロファイルが縦方向空間プロファイルに変換され、Micro-Channel-Plateで増幅され、Phosphor Screenに像が写し出される。それをSITカメラやCCDカメラによって画像化する。SITカメラの方が感度、耐放射線性の点で優れ、加速器分野ではそれを選択する場合が多い。

空気チエレンコフ光を用いた測定系を図9に示す。ここで測定の時間分解能を決定する重要なポイントは、光学バンドパルスフィルターとストリーカカメラのスリット幅である。まず前者についてであるが、集光レンズは光強度を上げるために不可欠であるが、そのガラス材質の屈折率が光の波長に対して大きく単調減少する。そのため、連続スペクトル光である((2)式参照)チエレンコフ光には、それによる時間的分散が生じてしまう。

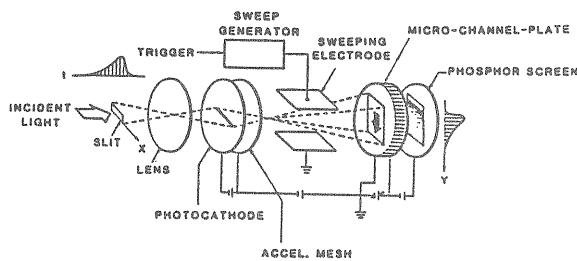


図7 ストリークカメラ原理図

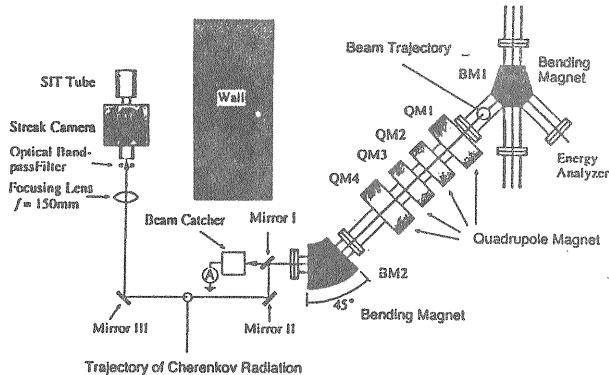
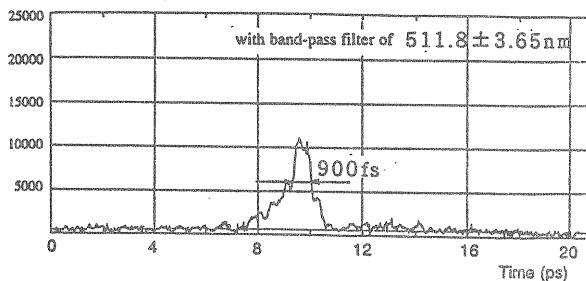


図8 空気チェレンコフ光による電子パルス測定系

Relative intensity of Cherenkov radiation



Relative intensity of Cherenkov radiation

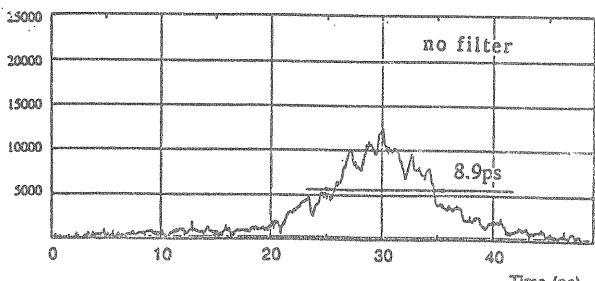


図9 バンドパス光学フィルタ有無の場合のチェレンコフ光パルス波形

図10の結果は、中心波長512nmバンド幅7nmのフィルタを使用した場合と、フィルタを使用しない場合のチェレンコフ光パルス波形を示す。電子ビームとしては同じサブピコ秒モードであるのに対して、フィルタなしでは9psと10倍に広がって見えてしまう。光分散の数値シミュレーションより、サブピコ秒の測定時間分解能を獲得するためフィ

ルターのバンド幅は10nm以下でなければならないことが明らかになった。また、ストリークカメラのスリット幅は、Phosphor Screenでの時間軸分解能を決めるのみならず、ストリークカメラ内での低エネルギー電子の空間電荷効果によるパルスの広がりを抑えるため、極力狭く設定しなければならない。今回はフォーカスモードにおける調整により、サブピコ秒の時間分解能を得るためにスリット幅30μmと設定した。このように光学フィルタの狭いバンド幅とストリークカメラの狭いスリット幅のため、著しく光量を減じることとなり測定のSN比が悪化する。従って、サブピコ秒あるいはフェムト秒のストリークカメラによる発光測定には、ピコ秒、ナノ秒の場合以上に、電子バンチ当たりの電子数および密度の向上すなわち高輝度化の要請が厳しくなってくるわけである。

一方、Wiedemannらは電子マルチバンチが真空中に置かれたアルミニウム箔表面で発するOTRをマイケルソン干渉計で測定し、パルス幅50fsと評価している[8]。本手法はオンライン測定ではいいが、電子バンチの計測に関しては最高時間分解能となっている。

4. 結び

サブピコ秒電子シングルバンチの生成・制御・計測には、Sバンドドリニアクとストリークカメラ計測技術の粹を集めていることが理解いただけたいと思う。さらに、100fsのシングルバンチの生成には新たなXバンドドリニアクとさらなる高時間分解能の計測技術の開発が必要である。本稿が読者の方々の今後の粒子ビーム短パルス発生装置の設計研究の足しになれば幸甚である。

参考文献

- [1] M.Uesaka et al, Phys. Rev. E, 50, 4(1994), p.3068.
- [2] 上坂、古澤ら、日本原子力学会誌(1995), in press.
- [3] 藤田、小林ら、ibid, 21,8 (1979), p.662.
- [4] T.Higo, Proc. of the 1994 Int. Linac Conf. (Nathonal Laboratory of High Energy Physics) (1995), p.89.
- [5] H.Mizuno et al., ibid, p.466.
- [6] Next Linear Collider Test Accelerator Conceptual Design Report, SLAC-Report-411(OC-414)(1994).
- [7] A.D.Yeranian, R.H.Miller, J.W.Wang, ref[8], p.89.
- [8] P. Kung, H.Wiedemann et al., Phys Rev. Lett., 73(7) (1994), p.967.
- [9] 柴田、田川ら、Proc. of the 17th Linear Accelerator Meeting in Japan (1992), p.222.
- [10] 土屋裕、超高速ストリークカメラシステムの研究、(株)浜松ホトニクス(1985).

ダンピングリング用エミッタンスモニター

武藤 正文

はじめに

東京大学原子核研究所1.3 GeV電子シンクロトロン（核研ES）では、シンクロトロン放射光（SR光）を用いた高精度ビームモニターの開発が高エネルギー物理学研究所（KEK）との共同研究のもとに進められている。これは核研ESでのビーム観測という直接の目的と同時に、将来の高エネルギー加速器として検討されている電子・陽電子衝突型直線加速器（JLC）のダンピングリングに於けるビームモニターとして、更にまた現段階では現在KEKに於いて開発研究が行われているATFダンピングリング（ATF-DR）で用いられるビームモニターの一つとして開発が進められているものである。

このビーム診断装置ではSR光を直接に観測する主要装置としてストリークカメラ及び高速ゲート付きイメージインテンシファイア（I.I.）が用いられており、前者により加速ビームのバンチ構造が後者によりビームのプロファイルが測定される。すでに装置の建設は基本的に完成し核研ESでの加速ビームの初観測に成功、現在ビームの観測を続けながら引き続き装置の改良を続けるとともに、この装置を用いた核研ESでの加速ビームのダイナミクスの研究が始まっている。

本講では、題意に基づきこの核研ESで行われているSR光を用いたビーム診断装置の開発の現状に触れながら、ダンピングリングに於けるエミッタンスの測定について議論を進めることにする。そのためストリークカメラを用いたバンチの測定システムについてはほとんど触れていない。また（電子）円形加速器ということでビーム測定の方法については破壊的なビームモニターによるものは含まず、SR光によるビーム測定についてのみ述べている。

本講の課題に照らし筆者の持つ経験は全く不十分であり、講義の内容が片寄ったものになることを危惧するが、皆さんの御寛容をお願いする次第である。

1. ダンピングリングとエミッタンス

ダンピングリングを含めJLC加速器については、本セミナーに於ける中心テーマであり他に詳しく講義されるので、ここでは本講に必要な事項を中心に整理して見る。

1-1 ダンピングリング

JLCではその最終衝突エネルギーは500 GeVから1 TeV、衝突点でのビームサイズは水平方向で100 nm、垂直方向で5 nmが目標となっている。最終衝突点でこのような寸法にまでビームを絞り込むために、偏平な断面を持つ超低エミッタンスピームが必要であり、このためダンピングリングが使われる。そこでは入射されたビームは規格化エミッタンスで $1/10^4$ まで絞り込まれ、垂直方向の大きさで 5×10^{-8} m-radまで減衰させられる。

このような超低エミッタンスのビームを実現するため、加速器の建設にはその総ての面において従来にない加速器技術が求められているが、中でもダンピングリングが上述のような性能を十分達成出来るかどうかが一つのポイントとなっている。そこで現在進められているATF計画では、このようなダンピングリングの建設に関する諸問題---速い減衰時間の達成、磁場精度やリングの設置精度等々---を解決するためにダンピングリングの建設及び加速試験が重要な柱として位置付けられ、これを用いて超低エミッタンスピームを実際に生成・加速し、その可能性を実証するべく取組が進められている。

ATF-DRの主要パラメータを表1に示す。¹⁾ JLC計画におけるダンピングリングでは、ビームエネルギーは1.98 GeV、繰り返しは150 Hzが予定されており、ATF-DRと異なっているが、エミッタンス等のパラメータについてはこれらの大ささと凡そ同じである。またATF-DRノーマルセルのラティス構造を図1に示す。¹⁾

Beam Energy	1.54 GeV
Repetition Rate	25 Hz
Bending Field	0.896 T
Bending Radius	5.73 m
Beam	
Num. of Train	5
Num. of Bunch per Train	20
Num. of Particle per Bunch	2×10^{10}
Maximum Beam Current	600 mA
Damping Time	(x) 6.9 ms (y) 9.2 ms
RF Frequency	714 MHz
Bunch Length	4.09 mm
Injection Beam	
Normalized Emittance	4.5×10^{-4} m-rad
Energy Spread	+ - 1.0 %
Final Beam	
Normalized Emittance	(x) 4×10^{-6} m-rad (y) 3×10^{-8} m-rad
Energy Spread	+ - 0.08 %

表1 ATF-DR の主要パラメータ

1-2 エミッタス及びエミッタスの測定

エミッタスについては加速器の最も基本的な概念でもあり従って多くの加速器の教科書で解説され、またこの OHO シリーズに於いても何度か取り上げられ内容のある講義録も出版されているので、是非それらを参照していただきたい。OHO のシリーズについては参考文献にリストした。²⁾

さてここではエミッタスを扱う基本的な公式に触れながら、ATF-DR に於けるエミッタスの大きさ及びビームのサイズについて考える。以下特に断わらない限り ATF-DR について議論をすすめる。

ビームのエミッタスは一般に位相平面における橢円図形として図2のように表わされる。図で z はビームの空間的拡がりを、z' はビームの角度拡がりを表わす。また z は x 及び y を代表するものとし、x 軸は軌道面に平行でビームの進行方向 (s) に直交し、y 軸は x と s の両方に直交するものとする。電子ビームの場合、ビームはガウス分布で拡がっていることから、通常その 1σ の大きさをもってビームのエミッタスとしている。さて図2においてエミッタス图形の各点の大きさは、軌道理論から次式により表わせられる。

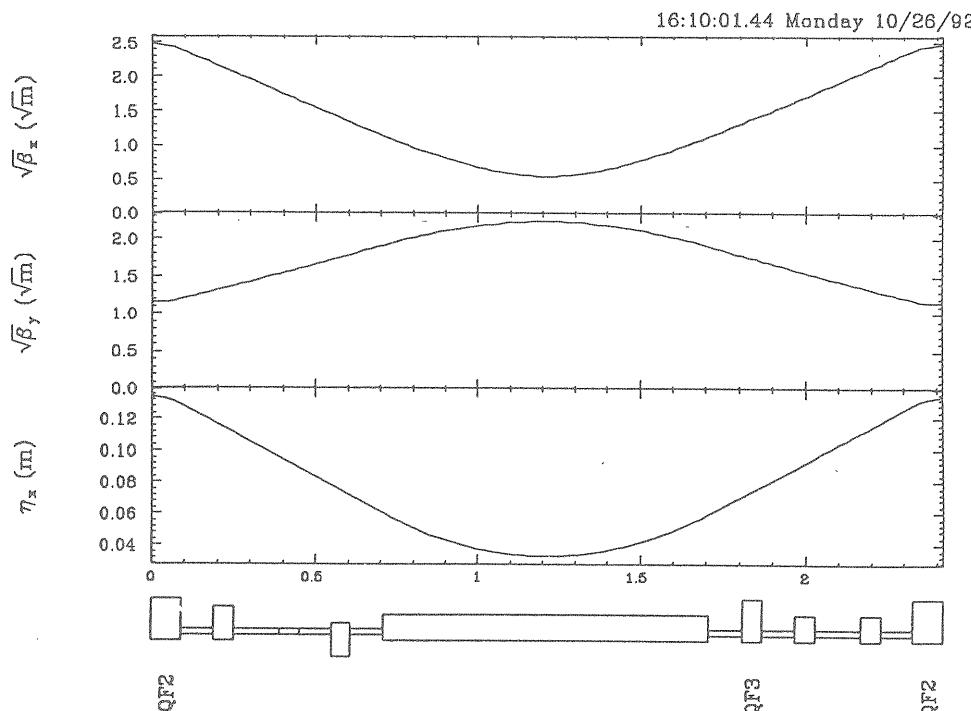


図1. ATF-DR のラティス構造 (参考文献 1 より転載)

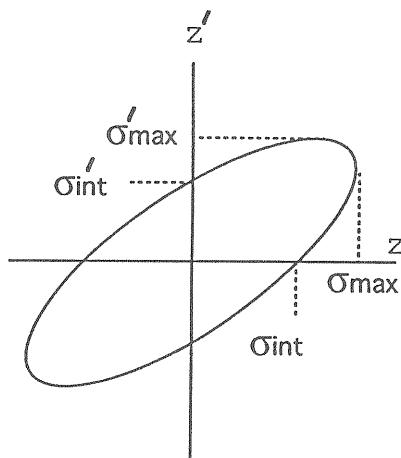


図2. エミッタンスの一般的な形

$$\sigma_{\max}(z) = \sqrt{(\beta(z)\epsilon(z))} \quad (1)$$

$$\sigma'_{\max}(z) = \sqrt{(\gamma(z)\epsilon(z))}$$

$$\sigma_{\text{int}}(z) = \sqrt{(\epsilon(z)/\gamma(z))}$$

$$\sigma'_{\text{int}}(z) = \sqrt{(\epsilon(z)/\beta(z))}$$

$$\alpha = -\beta'/2$$

$$\gamma = (1+\alpha^2)/\beta$$

ここで ϵ はエミッタンスの大きさ（面積）を表わし、 α, β, γ は軌道パラメータ（Twiss parameter）と呼ばれる。特に β はベータトロン関数（betatron function）と呼ばれビームの大きさを直接的に示すものとして重要である。軌道パラメータは軌道方向の位置によって変わる。従って(1)式からわかるようにエミッタンスの各点の大きさもこれにつれて変化するが、エミッタンス自身の大きさは軌道方向の位置で変わらない。すなわちエミッタンスの面積は変わらず、形だけが変わる。この面積が不変であるということはリューヴィリの定理から求められ、加速器の理論においてはクーランツ・スナイダーの不变量（Courant - Snyder Invariant）と呼ばれ、エミッタンスの性質に関する最も重要な記述となっている。

一般に軌道面内でのビームサイズには更にビームのエネルギー拡がりによるビームの拡がりの影響も考慮しなければならない。このエネルギー拡がりもやはりガウス分布することから、ビームサイズは(1)の第一式から次のようになる。

$$\text{beam size} = \sqrt{(\beta(z)\epsilon(z) + (\eta(z)\delta p/p)^2)} \quad (2)$$

ここで η は分散関数（dispersion function）と呼ばれ、やはり軌道の位置によって変化する。 y 方向について $\eta(y)$ がないとすれば、 y 方向のビームサイズは(1)の第一式のままで求められる。

今ビームモニタリングのための SR 光をリングの主偏向電磁石の中点から取り出すものとすれば（光源）、そこでの $\beta(x), \beta(y)$ 及び $\eta(x)$ の各値は図1から各々 0.36 m, 4.84 m, 及び 0.032 m である。また $\alpha(z)$ は x, y ともにゼロである。これらからビームサイズ (1σ) は、入射時及び取り出し時について次のように求められる。

入射時

$$\text{beam size}(x) = 395 \mu\text{m}, \quad \sigma'(x) = 378 \mu\text{rad}$$

$$\text{beam size}(y) = 850 \mu\text{m}, \quad \sigma'(y) = 176 \mu\text{rad}$$

取り出し時

$$\text{beam size}(x) = 35.4 \mu\text{m}, \quad \sigma'(x) = 46.9 \mu\text{rad}$$

$$\text{beam size}(y) = 6.94 \mu\text{m}, \quad \sigma'(y) = 1.43 \mu\text{rad}$$

（これを表1を用いて計算で確かめよ）

エミッタンスの形は傾きのない橢円となる。

エミッタンスの測定は以上の関係を用いて行われる。すなわちビームプロファイルの測定からビームサイズを求め。この結果からエミッタンスが得られる。このときビームサイズを 1σ として求めれば、エミッタンスの値も 1σ となる。

軌道パラメータについては多くの場合設計値を用いることになるが、実際に測定しその値をもつて試みもある。3)

$\delta p/p$ については、例えばストレージリングでは計算によって与えられるが、シンクロトロンの場合は実測によることになる。ビームプロファイルの測定がリングの軌道パラメータの異なる二箇所で同時に出来れば原理的には実測可能であるが、測定精度との関係で誤差が大きい。 η のない y 方向についてはこのような問題はなく、従ってエミッタンスの測定はほとんどの場合 y 方向について行われる。もちろん軌道の中に垂直偏向させている部分があれば、 x 方向の測定も同様に行える。

2. シンクロトロン放射光

ビームのプロファイルを測定する手段として電子円形加速器では SR 光が用いられる。SR 光は

適切な方法でリング外に取り出されるが、この時軌道をまわる電子に対して如何なる影響も与えない。いわゆる非破壊型ビーム診断として現状では唯一の方法となっている。

2-1 シンクロトロン放射光の性質

SR 光は連続スペクトルを有し、電子のエネルギーが十分に高ければ電波領域から真空紫外を経てX線領域におよぶ。このうち最も多くビームモニターに利用されるのは可視光領域（400~800 nm）である。これは可視光を扱う光学機器が豊富に揃えられており、これらを用いて光の反射や偏向・収束などが容易に行えることによる。しかし可視光には後に議論するように光の回折（diffraction）の問題があり、微小サイズのビーム測定にたいし実際的な限界がある。これより小さなサイズのビーム測定には回折の問題を避けるためX線が使われる。

SR 光についての総括的な議論は筆者のなし得るところではないので他書に譲り、必要な範囲について以下に考察する。また OHO のシリーズに

もこれまでに優れた講義録があるので参考文献に含めた。

電子がリングの中で円軌道を描くときその接線方向にSR光を放射する。このSR光の全放射パワー・ p はローレンツファクター・ $\gamma = E/mc^2$ を用いて、

$$p = 2ce^2\gamma^4/(3R^2) \quad (3)$$

と表わされる。ここで c 光速、 e は電子の電荷量、 R は軌道半径である。これを軌道方向 1 mrad 当たりの光子の数にして表わすと、

$$\begin{aligned} N(\lambda) &= 1.256 \times 10^8 \gamma G(\lambda c/\lambda) & (4) \\ &\quad \infty [phs/sec, 1\% b.w., mA, mrad] \\ G(u) &= u \int_0^\infty K_{5/3}(u') du' \end{aligned}$$

となり、SR光の放射スペクトルを示す式として多用される。この式では垂直方向の角度拡がりは積分されている。この式を用いて、核研ESからの放射光強度の分布を図示したのが図3である。核研ESはシンクロトロンであり、ビームのエネ

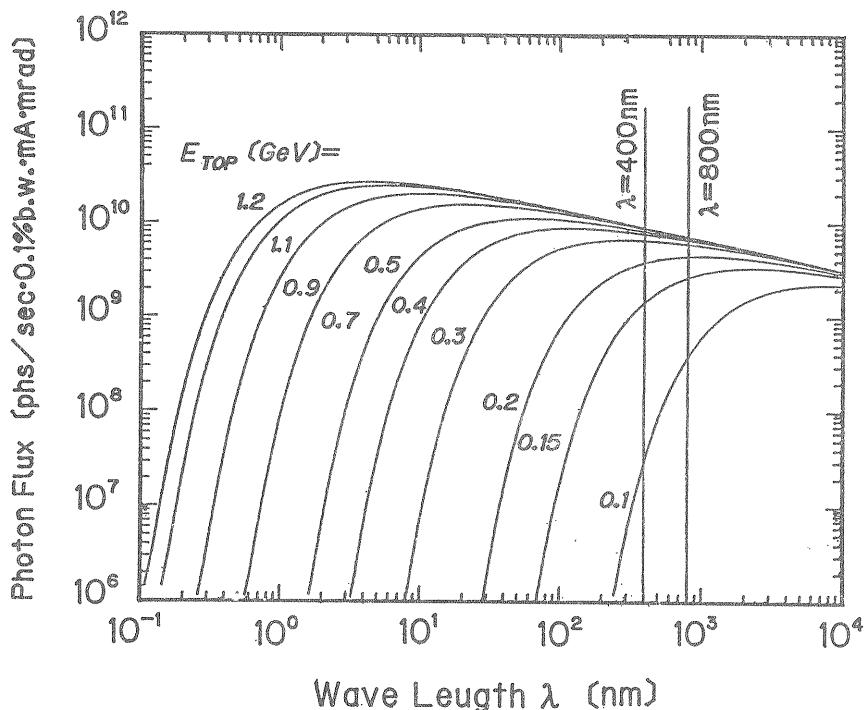


図3. 核研ESからのSR光のスペクトル分布

ルギーは刻々と変わる。図からわかるように核研ESのトップエネルギー・ E_{TOP} を1.2 GeVで運転していても、放射されるSR光の分布は一定でなく大きく変化している。特に加速初期では（可視光領域での）強度が低く、測定はいまのところ不可能である。ATF-DRではこの図の上で常に 10^{10} (600 nm)程度の強度を持っている。

（問、図でビームエネルギーが300 MeV以上では可視光領域のSR光の分布はほぼ一定となってい。このときこの領域全体で期待される凡の光子強度を図から求めよ）

一方SR光の放射角は次式で与えられる。

$$\phi[\text{rad}] = (\lambda/\lambda_c)^{1/3}/\gamma \quad (\lambda \gg \lambda_c) \quad (5)$$

$$\lambda_c[\text{nm}] = 0.559 R[\text{m}]/E^3[\text{GeV}] \quad (6)$$

ここで λ_c は臨界波長と呼ばれる。(5),(6)式から臨界波長を消去すると、

$$\psi[\text{rad}] = 0.620 \times 10^{-3} (\lambda/R)^{1/3} \quad (7)$$

となり、光子の波長で見るときSR光の放射角の拡がりはそのときのビームエネルギーに関係しないことがわかる。

2-2 SR光の幾何学

SR光を観測する場合、軌道面上で有限な角度でSR光を切り取って行う。このため観測された像の大きさには、測定系の条件にもとづくエラーが持ち込まれる。以下これについて考察する。

[1] 光源に対する有限な見込み角によるエラー
測定系から光源を見るとき、その有限な見込み角のため水平方向に拡がった光源を見ることになる。この事情を図4に示す。

図中 θ は測定系の見込み角を、 R は軌道半径を示す。この見込み角はレンズを含めた系の開口の大きさによって決まり、図からわかるように測定系は軌道上点Aから点Bまでの各点からの放射光を受けることになる。この光は点Oの位置で Δx の範囲を往復することになり、このため測定された光源の大きさはx方向にのみ実際のものより Δx だけ大きくなっている。 Δx の大きさは、

$$\Delta x = (R\theta^2)/8 \quad (8)$$

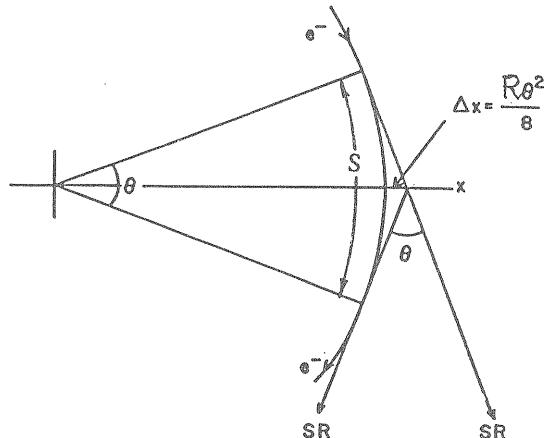


図4.SR光光源と開口角の関係

で表わせられる。（問、これを導け）

ビームサイズ（半幅）に対するエラーとしてはこの半分を考慮する。

[2] 回析によるエラー

光源から来る光をある有限の開口をもって見ると、回析現象のため光源の像にボケが生じ分解能が悪くなる。この分解能の限界・ ϵ_{diff} は、

$$\epsilon_{diff} = 0.61 \lambda / \theta_h \quad (9)$$

で与えられる。⁵⁾ θ_h は開口の半値幅であることに注意。SR光の放射角がこれより小さい場合には、y方向の θ_h は放射角の値となる。この分解能の大きさはこのまま直接には像の測定エラーとはならないが、ここではエラーを与える最大可能値として扱う。

[3] 有限な被写界深度によるエラー

測定系から光源を見るとき、レンズ系は軌道方向の一点（光源）に収束を合わせるように調整されるが、実際にはこの点を中心にその前後から放射されるSR光も観測している。この光は測定系のスクリーン上では完全には収束せず、像に拡がりを与え測定のエラーとなる。この大きさ・ ϵ_{fd} は、

$$\epsilon_{fd} = (L\theta_h)/2 \quad (10)$$

で与えられる。5), 6) ここで θ_n は SR 光の放射角度、また L は取り込まれる光源の軌道方向の長さであるが、ほとんどの場合図 4 の S と考えてよい。

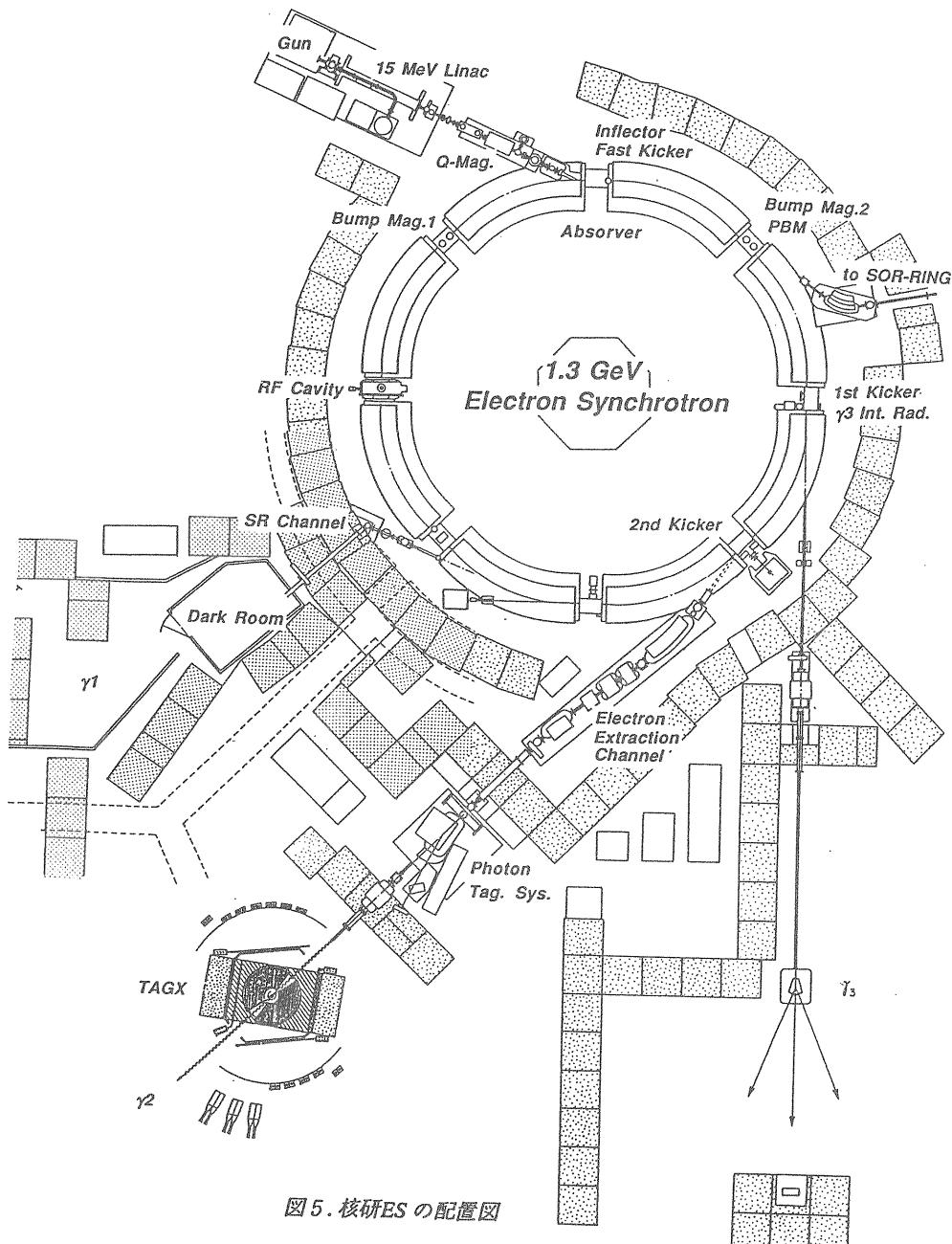
以上 SR 光を用いた測定系で考えられるエラーの原因について検討した。これらから x, y 各方向のエラーの大きさは以下のように纏められる。

$$\begin{aligned}\varepsilon(x) &= \Delta x / 2 + \sqrt{(\varepsilon_{\text{diff}-x}^2 + \varepsilon_d^2)} \\ \varepsilon(y) &= \sqrt{(\varepsilon_{\text{diff}-y}^2 + \varepsilon_d^2)}\end{aligned}\quad (11)$$

ここで Δx はこの範囲でエラーとして持ち込まれる SR 光の強度が一様に分布しているものとし、他の二項のエラーについてはガウス分布で近似できるものと仮定している。

以上から真のビームサイズは、それもまたガウス分布の形をするとして次のように求めることが出来る。

$$\begin{aligned}\sigma_{T-x} &= \sqrt{(\sigma_{m-x} - \Delta x/2)^2 - (\varepsilon_{\text{diff}-x}^2 + \varepsilon_d^2)} \\ \sigma_{T-y} &= \sqrt{(\sigma_{m-y}^2 - (\varepsilon_{\text{diff}-y}^2 + \varepsilon_d^2))}\end{aligned}$$



ここで T と m はそれぞれビームサイズの真の値と測定値を示す。

3. エミッタンスの測定

3-1 可視光を利用したエミッタンスの測定

エミッタンスの測定の手続きについては 1-2 項すでに述べた。ここではそのためのビームプロファイルの測定を、核研ES でのシステムを例に述べる。

図 5 に核研ES のリングの配置図を示す。SR 光はシンクロトロン電磁石の中点から取り出される。この位置での軌道パラメータは、

$$\begin{aligned}\beta(x) &= 1.1822 \text{ m} \\ \beta(y) &= 7.4282 \text{ m} \\ \eta(x) &= 0.7933 \text{ m}\end{aligned}\quad (13)$$

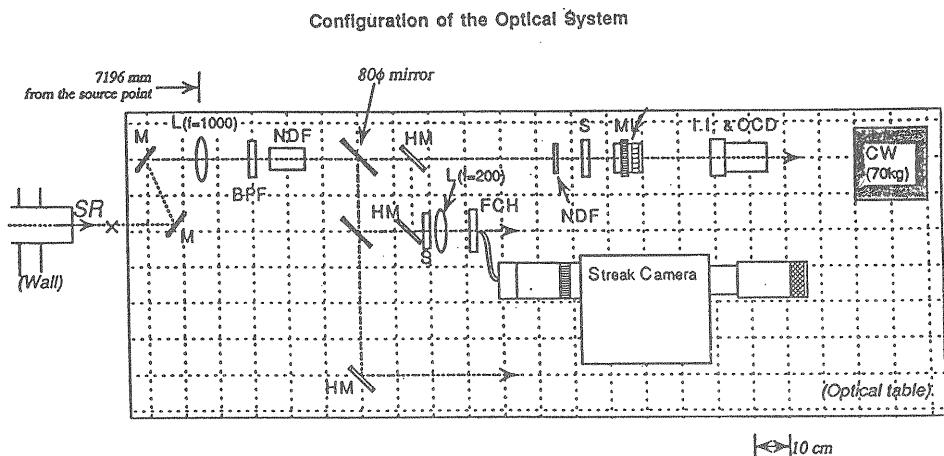
また、 α はゼロである。SR 光は 1st ミラーで約 68° 曲げられ光学室に導かれる。真空は 1st ミラーまで連続しているが、途中差動排気系によりミラー周辺は 10^{-9} torr に保たれている。核研ES の場合、放射光の平均パワーが少ないので、ミラーの冷却は行っていない。

光学室に於ける光学系の配置を図 6 に示す。総ての光学機器は $2.3 \text{ m} \times 0.8 \text{ m}$ の固定した光学台上にセットされ、また台の防振機構は特に用意していない。1st レンズは焦点距離 1000 mm のアクロマティックレンズを用いており、位置は光源から 7196 mm である。レンズで決まる有効開口角は、6.25 mrad (全幅) となっている。SR 光はこのあと 3 分岐され測定に用いられる。プロファイルの測定は最速ゲート時間が 3 ns の性能を持つ I.I. によって行われる。I.I. 系のシステム図を図 7 に示す。

ゲート時間 8 ns で観測されたプロファイルの測定例を図 8 に示す。核研ES のバンチ間隔は 7.2 ns であり、これはほぼ 1 バンチのビームプロファイルの測定に成功したもので、1 バンチのプロファイル測定は国内では初めてのものである。ビームサイズ (測定値 - 全幅) はプロジェクト画面に同時に表示されており、この例では水平方向 1.60 mm、垂直方向で 1.67 mm (各全幅) となっている。このときの空間分解能はおよそ 30 $\mu\text{m}/\text{ch}$ であった。

この測定から真のビームサイズの大きさは (8) ~ (12) 式を用いて、

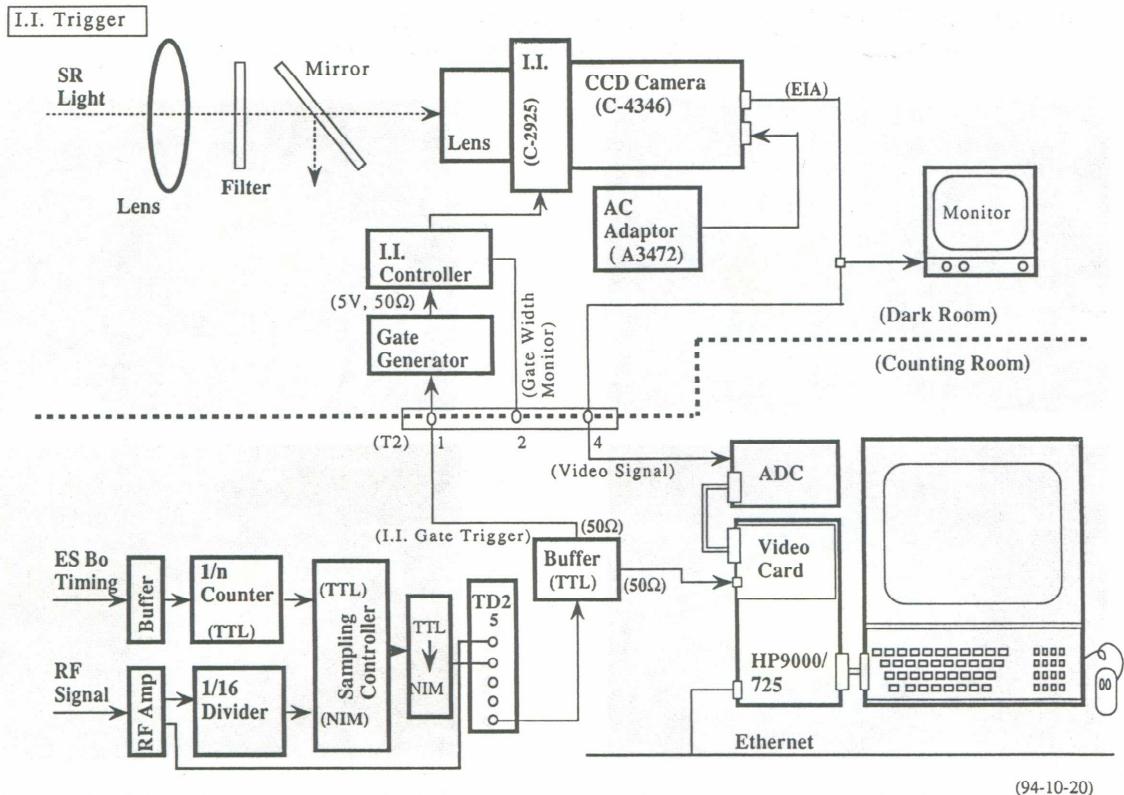
$$\begin{aligned}\sigma_{T-x} &= 0.780 \text{ mm } (1\sigma) \\ \sigma_{T-y} &= 0.826 \text{ mm } (1\sigma)\end{aligned}\quad (14)$$



Alignment of Optical Elements

L	lens	I.I.	image intensifier
M	mirror	CCD	CCD camera
BPF	bandpass filter	FCH	fiber cable holder
NDF	neutral density filter	CW	counter balance
HM	half mirror		
S	shutter		
ML	macro-lens		

図 6. 光学台の上のアライメント



(94-10-20)

図7. イメージインтенシファイア系接続図

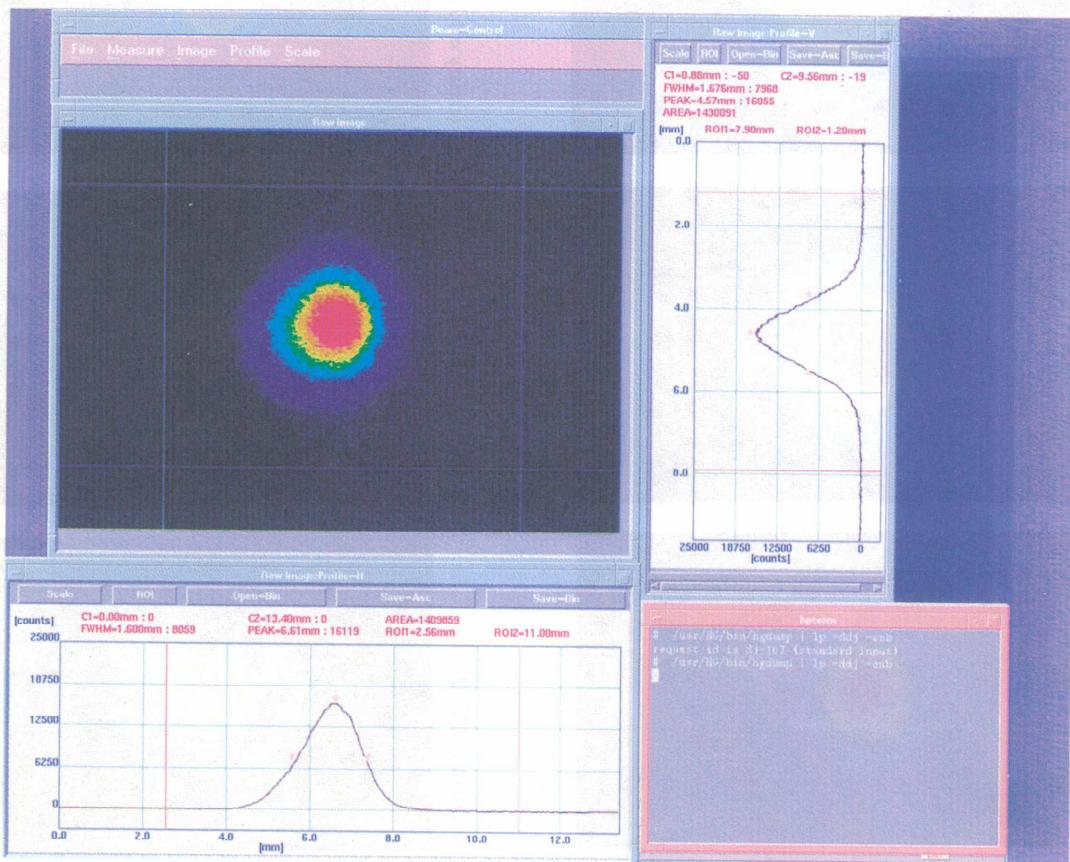


図8. イメージインтенシファイア出測定された1パンチのビームプロファイル

Variation of the Beam Profile along the Acceleration
(Top Energy = 900 MeV, Beam Intensity = 110 mA)

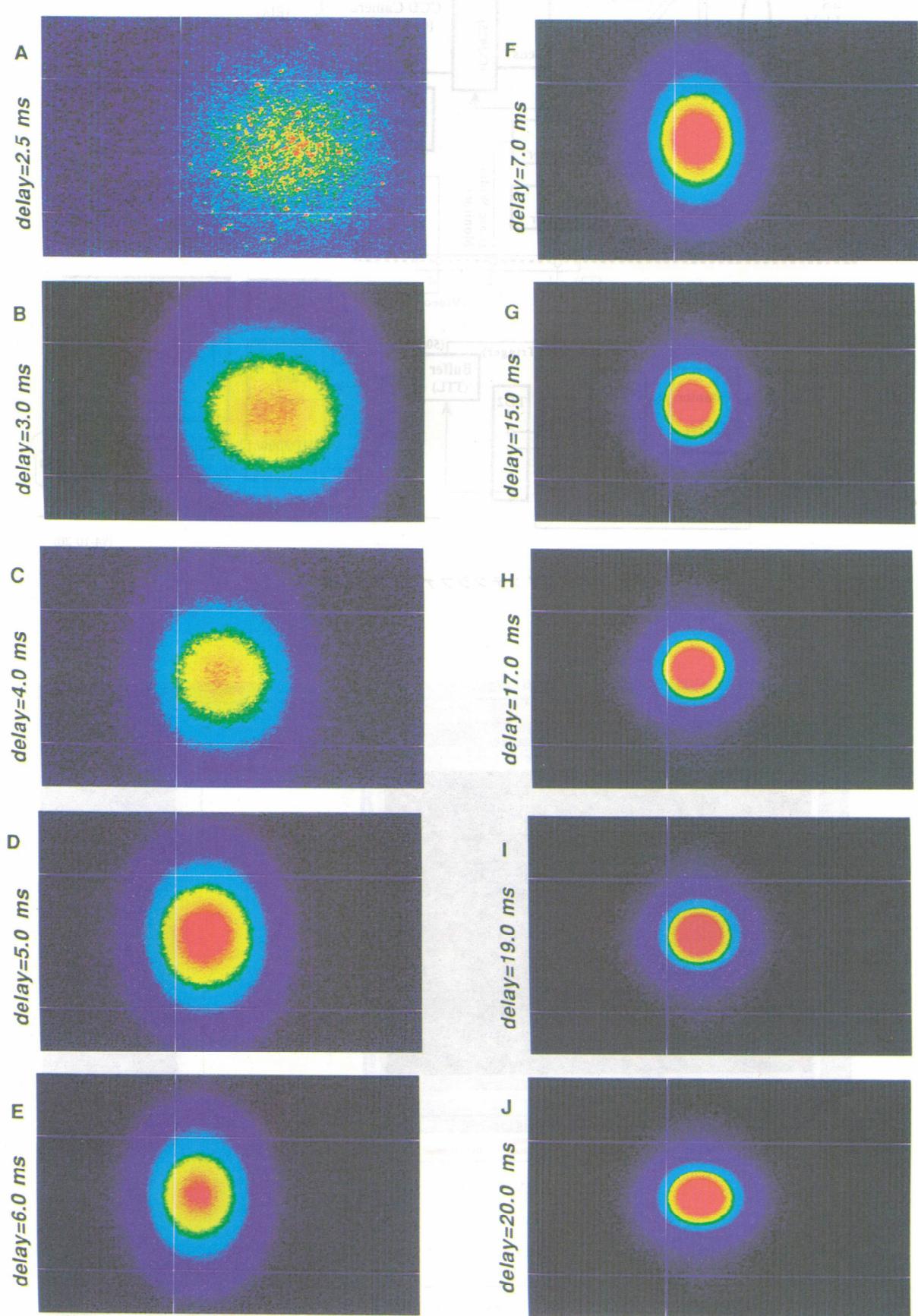


図9. 核研ESの加速に沿って連続的に測定されたビームプロファイル

となり、これからエラーの影響は、 x 方向で約 2.6 %、 y 方向で 1.1 % となり、無視できる大きさである。

(問、このとき上に述べた三種類のエラーの中でも最も影響が大きかったのは何にか。波長を 600 nm、開口は全幅で総て 6.25 mrad と仮定して計算し求めよ)

図 9 は核研ES に於いてビームの入射から取り出しまでの 20 ms にわたっての、ビームプロファイルの変化を測定したものである。実際にはデータの読み込みに 70 ms 必要なので、サンプリングの手法で連続的に取っている。この結果から求めたビームサイズ、及び y 方向のエミッタンスの結果を図 10 に示す。ビーム位置、サイズ、エミッタンスが加速にともないどのように変化していくか、ダンピングの過程が明瞭に示されている。

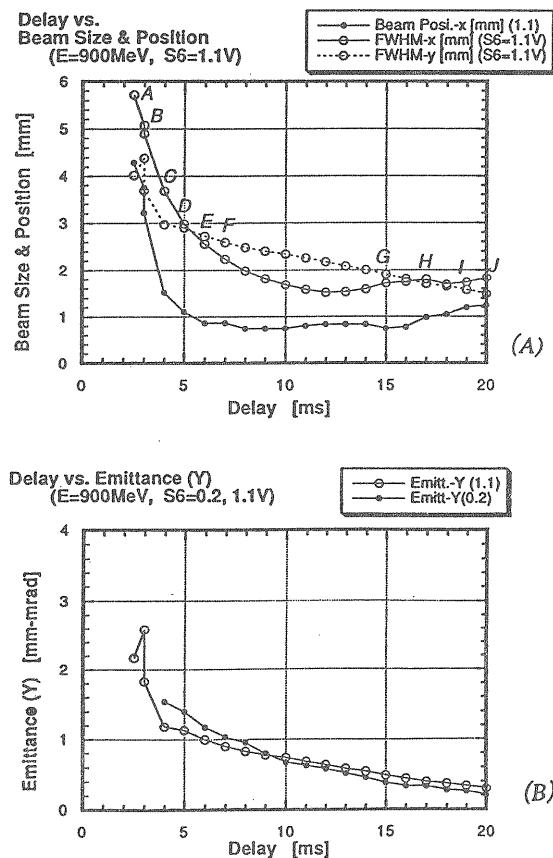


図10. 核研ES の加速時間沿ったビームサイズ (A)
及びエミッタンスの変化 (B)

以上 II. を用いたビームプロファイルの測定に

ついて述べた。II. にはアイリス効果及びゲート電圧のオーバーシュートといった問題があり、特に極めて短いゲート時間で測定する場合に注意を要するが、サイズ (1σ) が $300 \sim 400 \mu\text{m}$ から上のビームプロファイルの測定については、精度も実用上十分であり、また得られたデータは直観的で、測定結果もほぼリアルタイムに得られ、極めて有用な方法である。

3-2 X 線を用いたエミッタンス測定

真のビームのサイズが $200 \mu\text{m}$ か又はそれ以下になると、可視光による測定では特に回析によるエラーの影響が大きくなり、測定が不可能となる。そこでこの回析の影響を小さくするには (9) 式からわかるように、更に波長の短い X 線が用いられる。

X 線を用いる場合、可視光の場合のようなミラーやレンズ等のような便利な光学部品が使えない。そのため光の測定は可視光の場合とは大いに異なる。以下に X 線を用いたプロファイル（エミッタンス）の測定について述べる。

[1] ピンホールカメラ 7)

X 線を用いたプロファイルの測定では、ピンホールによる方法が最も多く行われている。

図 11 に於いて A を X 線源（すなわちビーム）、B をピンホール、C をスクリーンとする。高さ h のピンホールを通過した X 線はスクリーン上に照射され光のスポットを形成する。今この光のスポットの垂直中心軸に沿って、軸上の各点 (a, b, c, ...) からピンホールを通り光源に至るラインを考え、この線がビームに当たる各点をそれぞれ a', b', c', \dots とする。

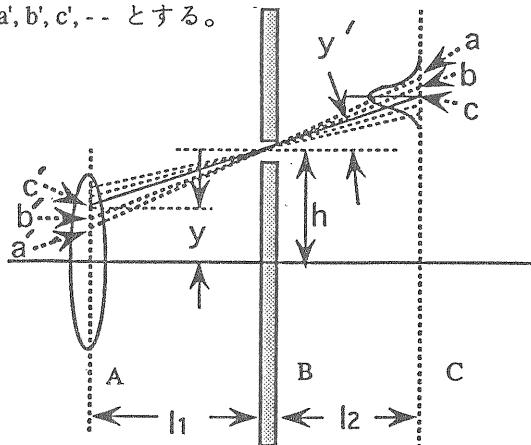


図11. ピホールカメラの幾何学

これらのラインは結局スクリーン上で今見ている光が、光源のどの点からどんな角度で放射されたものであるかを示している。すなわち光源での位相平面で考えて、 y は a', b', c', \dots の高さから、また角度 $\cdot y'$ は、

$$y' = (-y + h)/l_1 \quad (15)$$

から求められる。この (y, y') の各点を位相平面上で見ると図 12 のようなラインとなり、(15) 式で示される直線に沿って y 方向のエミッタンスの一部を測定したことになる。

エミッタンス全体の形は、順次ピンホールの高さ $\cdot h$ を垂直にずらしながら同じ測定を行ない、得られたデータを処理することにより得られる。

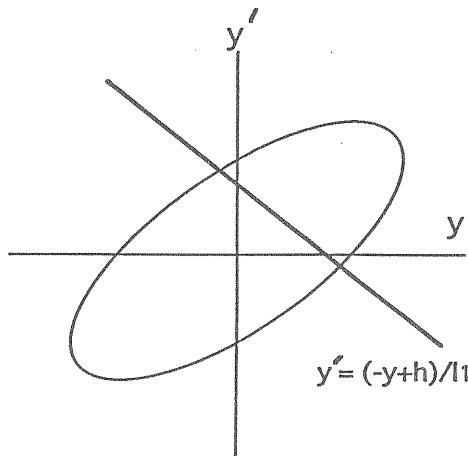


図12. ピンホールによるデータとエミッタンスの関係

[2] フォトコンダクター陣による方法⁸⁾

これは LEP での垂直エミッタンスの測定に用いられている方法である。

図 13 にデテクターの概要を示す。図の左端が X 線を感じる素子の部分であり、ここに 64 個の素子が $100 \mu\text{m}$ 間隔で垂直に配置されている。X 線はデテクターに直接照射され、素子からの信号はマルチプレクサーを通し取り込まれる。

この方法も、ピンホールによるものと同じくプロファイルのイメージを直接得ることは出来ながら、垂直方向のフォトンの拡がりを一度に測定しその結果からエミッタンスを求めている。

今、光源でのビームのエミッタンスを ε 、そこで放射されるフォトン自身の放射角拡がりを θ

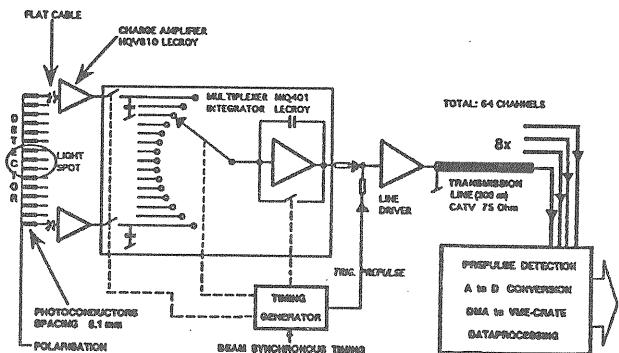


図13. デテクター部の構成 (資料 8 からの転載)

とすると、光源でのフォトンのエミッタンス $\tilde{\varepsilon}$ は、次式で表わされる。

$$\tilde{\varepsilon} = \varepsilon \sqrt{1 + \beta \theta^2 / \varepsilon} \quad (16)$$

(問、これを導け)

光源からデテクターまでの距離 $\cdot l$ の間は、フォトンにとってドリフトスペースとなるので、デテクター位置でのフォトンのためのベータ関数 β_{det} は光源でのフォトンについての軌道パラメータから次式の変換により求められる。

$$\tilde{\beta}_{det} = \tilde{\beta} - 2l\tilde{\alpha} + l^2\tilde{\gamma} \quad (17)$$

デテクターでの測定されたフォトンの拡がりを $\tilde{\alpha}$ とすれば、 $\tilde{\varepsilon}$ は、

$$\tilde{\varepsilon} = \tilde{\alpha}^2 / \tilde{\beta}_{det} \quad (18)$$

で求められ、これを (16) 式に代入することによりビームのエミッタンスが得られる。 $\tilde{\beta}, \tilde{\alpha}, \tilde{\gamma}$ の各値は、光源に於けるフォトンのエミッタンスを考慮することにより、簡単に導かれる。

(問、これを導け)

4.まとめ

近年の第三世代の光輝度放射光リングや、さらには次世代の LC マシンではビームの質はより高

度なものが要求され、従ってそのためのビームモニターは、より小さなビームをより精度良く且つ能率良く測定することが求められてきている。

その意味でここに取り上げたビームモニタリングの問題は現在形になりすぎており、あまり将来の展望に触れることが出来なかった。例えば、ペンシルレーザービームによるビーム断面の測定、レーザーとのコンプトンスキャッタリングの利用、あるいはまったく異なった観点からによるSR光の波動工学的な解析によるビームモニタリング等の研究が進められている。この他にもまだまだ筆者の知らない新しいアイディアがあることと思う。これらについてはまた機会があれば皆さんと一緒に考えてみたいと思う。

参考文献

- 1) J.Urakawa, R&D Status of the ATF Damping Ring, Proceedings of the 4th Workshop on JLC, p67, (1994)
- 2) 神谷幸秀、加速器の原理、OHO84 (1984)
山本 昇、円形電子加速器のエミッタンス入門、OHO88 (1988)
- 3) P.Castro et al., Betatron function measurement at LEP using the BOM 1000 turns facility,
- 4) 木代純逸 他、ビーム・モニタ、OHO86 (1986)
- 5) A.Hofmann et al., OPTICAL RESOLUTION OF BEAM CROSS-SECTION MEASUREMENTS BY MEANS OF SYNCHROTRON RADIATION, Nucl. Instr. and Methods, 203, p483 (1982)
- 6) G.R.Aiello et al., THE BEAM PROFILE MONITORS FOR ELETTRA,
- 7) 小方 厚、放射光による貯蔵リングのビームプロファイル測定の解析、光学、第15巻第6号、p489 (1986)
A.Ogata et al., PHASE SPACE PROFILE MEASUREMENT USING AN X-RAY PINHOLE CAMERA,
- 8) C.Bovet et al., MEASUREMENT OF VERTICAL EMITTANCE AT LEP FROM HARD X-RAYS, workshop on Advance Beam Instrumentation, KEK, p201 (1991)