

第一章 はじめに

大型ハドロン計画では2つの大強度陽子シンクロトンの建設が計画されている。一つはリニアックからの200 MeV陽子ビームを25 Hz (将来、50 Hz)の早い繰り返しで3 GeVまで加速するブースター・シンクロトロン、もう一つはこれを入射器とした50 GeVのメイン・シンクロトロンである。何れのリングも大強度陽子ビーム加速を目的に設計され、3 GeVリングでは平均電流200 μ A、50 GeVリングでは10 μ Aの大強度陽子ビームの加速が計画されている。このような大強度陽子ビームの加速のために、これら2つのシンクロトロン的心臓部、高周波加速システムは、単位長さ当たりの加速電圧を高くすること、早い繰り返し運転に対してシステムが安定に動作し、また非常に大きなビームローディングに対してもシステムが安定に動作してビーム不安定性を誘起しないことが要求される。

ビーム強度が強い加速器では、ビームが誘起する壁電流の加速電圧に及ぼす影響及びビームが加速ギャップに誘起する電場の後続周回ビームへ影響(縦方向の結合型バンチビーム不安定性)が問題になる。ビームローディングは、システムへの静的な影響と過渡的な影響に分けられ、フィードバック系を含めたシステムの安定性の問題として取り扱われる(文献75PE)。このビームローディングを軽減するために、ビームが見る駆動系を含めた加速空胴のインピーダンスを下げる必要があり、そのために、空胴に並列に抵抗を付加してインピーダンスを下げる方法(ISIS: 文献)、電力増幅器の出力インピーダンスを下げる方法、例えばカソードフォロワー出力にする(文献90IR)、またはギャップ電圧がつねに一定になるようなフィードバックループを構成し見かけ上のインピーダンスを下げる方法、または、ビームの高周波成分を検出して、電力増幅器にその成分がキャンセルされるようにフィードフォワードする方法(文献)が考えられ実践されている。一方、結合型バンチビーム不安定性に関しては、加速周波数の高調波周波数帯域の空胴に起因した寄生インピーダンスが問題になる。

高周波加速システムは、高周波加速空胴、それを駆動する電力装置とビーム電流源、そしてそれらを安定動作させるための制御システムで構成される。ビームが無い状態では、自動同調制御

ループと自動電圧振幅制御ループの2つのフィードバックループによってシステムは定められた周波数の高周波電圧が得られるように制御される。そして、ビームが入射されるとさらにビーム軌道制御及びビーム位相制御などのビームフィードバックループが重畳され、ビームが安定に加速器に蓄積・加速される仕組みになっている。

本講義録では、次の章でまず縦方向のビーム運動力学に簡単に触れ高周波加速装置になにが要求されるかを述べる。第3章で陽子シンクロトロンの高周波加速空胴について、空胴の構造、そこに用いられる磁性材料の高周波特性を議論し、末章でまとめを行う。この種の加速空胴の解説にはバイアス電源の事も含めるべきであるが省略し、文献を記すに留めた。また、制御システムの安定性の議論に関しては原子核研究所大森氏が本講義で行う。

第2章 高周波加速電圧と位相安定性

シンクロトロンでの縦方向のビーム運動力学は加速電圧のつくるポテンシャル井戸内の粒子の非線形振動現象として理解される。そこで、この章ではビームの位相安定の原理について述べ、この位相安定条件から大型ハドロン建設計画で高周波加速装置としてどのようなことが要求されているかにふれる。

§2.1 高周波加速電圧

シンクロトロンではリング上の加速ギャップに発生させた高周波電場によりビームを加速する。高周波電場の周波数はビームの周回周波数の整数倍に取られ、一般に高周波加速電場はその周波数に同調した半同軸構造の $\lambda/4$ 型空胴共振器で発生される。

では簡単のために、リング上に複数存在する加速ギャップをリング上のある一カ所に集中させ、周回ビームはギャップを通過の度にエネルギーを得るとする。ギャップ間隔を2d、ギャップ両端の電位差を2Vとする。ビームが十分に短い時間でギャップを通過するとして、高周波電場の位相の通過の間に変化が無視できるとする。そして、ギャップに発生している電場Eは軸方向に平行かつ一様とし、全ての荷電粒

子が同じ高周波電場の影響を受けるとする。
さて、加速器の設計軌道(半径 r) を閉軌道にする粒子の運動量 (p) は、素電荷 e 、中心軌道の磁場 (B) 及びその曲率半径 (ρ) として、

$$p = -eB\rho \quad (2-1)$$

となる。両辺の時間微分をとり、

$$\frac{dp}{dt} = -eE = -e \frac{dV}{dx} \quad (2-2)$$

リング一周にわたり積分すると、一周当たりのエネルギー増加量

$$\begin{aligned} \Delta E &= \int \frac{dp}{dt} dx = -eV_{rf,eff} \\ &= 2\pi r e \dot{B} \rho \end{aligned} \quad (2-3)$$

を得る。高周波加速位相を ϕ_s とすると、ビームは有効電圧 $V_{rf} \cdot \sin(\phi_s)$ で加速されるからエネルギーゲインを示す関係式

$$V_{rf} \cdot \sin(\phi_s) = 2\pi r \dot{B} \rho \quad (2-4)$$

を得る。

シンクロトロンは加速レート $d B / d t$ が与えられると必要な加速電圧は式 (2-4) で求められる。加速レート・加速位相を固定すると要求される加速電圧はリンクの周長に比例する。大型ハドロン 3 GeV ブースター及び 50 GeV メイン・シンクロトロンでは、それぞれ全高周波加速電圧 420 kV 及び 270 kV が要求される(ただし、それぞれの加速位相を 33 度、28 度とした)。

§ 2.2 位相安定性の原理

加速器内を周回する粒子は運動量(エネルギー)に広がりを持っている。つまり縦方向のビームエミッタンスは有限である。異なる運動量を持つ粒子は、中心軌道とは異なる閉軌道または平衡軌道をもつ。そこで、運動量 (p) の違いによる平衡軌道 (C) のずれを次の式で近似する。

$$\frac{\Delta C}{C} = \alpha_p \frac{\Delta p}{p} \quad (2-5)$$

式 (2-5) の比例定数は momentum compaction factor と呼ばれ、運動量に対する軌道の長さの依存性を評価する加速器の基本パラメータである。

一方、加速粒子の運動量が大きくなるにつれ初めの内は粒子の速度 v は増すが次第に相対論の効果によりその増加は制限される。つまり、ビームの速度 v は相対論的には運動量微量変化に対し、

$$\frac{\Delta v}{v} = \frac{1}{\gamma^2} \frac{\Delta p}{p} \quad (2-6)$$

したがって、粒子の角運動量と運動量の関係は、

$$\frac{\Delta \omega}{\omega} = -(\alpha_p - \frac{1}{\gamma^2}) \frac{\Delta p}{p} = -\eta \frac{\Delta p}{p} \quad (2-7)$$

になる。ここで、 η は slippage factor と言い、 $\eta = 0$ のときの粒子のエネルギー (γ) を transition energy (γ_t) と呼び、このエネルギーの前後で後述するシンクロトロン振動の安定領域が変化する。

粒子の角運動量と運動量の関係式 (2-7) から中心運動量からずれた粒子は周回ごとに高周波位相に対する粒子の位相は $\Delta \phi$ だけずれる。

$$\begin{aligned} \Delta \phi &= \phi_{j+1} - \phi_j \\ &= \omega_{rf} T_{rev} - 2\pi h \\ &= \omega_{rf} (T_{rev} - T_0) \\ &= -\omega_{rf} T_0 \frac{\Delta \omega}{\omega} \\ &= -2\pi h \eta \frac{\Delta p_{j+1}}{p} \end{aligned} \quad (2-8)$$

ただし、添字 j は周回数、 h は高周波ハーモニクスとする。

また、運動量 p の粒子の着目してその高周波加速位相を ϕ_j とすれば、加速ギャップ通過時のエネルギーゲインは $E_j = eV \sin(\phi_j)$ になるから、中心運動量を持った粒子(シンクロス粒子)からのエネルギーのずれは、

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\delta E}{h\omega_0} \right) = \frac{eV}{2\pi h} \{ \sin(\phi_j) - \sin(\phi_s) \} \quad (2-9)$$

また、式 (2-8) を書き換えると、

$$\frac{d}{dt} (\phi_j - \phi_s) = -h^2 \omega_0^2 \frac{\eta}{\beta^2 \gamma (m_0 c^2)} \left(\frac{\delta E}{h\omega_0} \right) \quad (2-10)$$

を得る。式(2-9)、(2-10)において、
 $\delta\phi = \phi_j - \phi_s$ 、 $W = \frac{\delta E}{h\omega_0}$ と新たに置いて、
 連立微分方程式を解き整理すると、 W 、 $\delta\phi$ についてそれぞれ単振動の運動方程式を得る。

$$\begin{cases} \frac{dW^2}{dt^2} + \omega_s^2 W = 0 \\ \frac{d(\delta\phi)^2}{dt^2} + \omega_s^2 \delta\phi = 0 \end{cases} \quad (2-11)$$

式(2-11)を位相振動の方程式と言い、縦方向の位相空間 (W 、 $\delta\phi$) 内で、粒子はシンクロトロン振動数 ω_s で位相振動する。この振動に対して位相空間内の安定な領域を高周波バケツ (rf-bucket) と呼び、その高さ (つまり運動量もしくはエネルギー誤差の最大値) を bucket height と呼ぶ。この高周波バケツの高さ W_{max} は、ラテイスパラメータ slippage factor (η) および高周波加速電圧の振幅で決まる。

$$W_{max} \propto \sqrt{\frac{V}{h\eta}} \quad (2-12)$$

イオン源から引き出され初段の加速器で加

速されたビームは運動量の広がりを持つ。このように運動量の広がりを持ったビームが縦方向の位相空間で安定な位相振動をするためには高周波バケツの高さ W_{max} がビームの運動量広がりより大きくなければならない。

このように、シンクロトロンで要求される高周波加速電圧の振幅は、縦方向のビームエミッタンスの制限と式(2-4)で与えられる加速レートの条件から決定される。

第三章 高周波加速空洞

前の章では、縦方向のビーム運動力学と高周波加速について述べた。高周波加速電場の周波数は同期条件を満足するためにビームの周回周波数の整数倍で無ければならず、また加速電圧振幅は、加速レート dB/dt 及びビームの運動量の広がりから決定される。

さて、実際にこのような高周波電圧を発生させる装置はどのような構造を持っているであろうか、そして何が装置の性能を制限しているであろうか?

3.1 高周波加速装置

陽子シンクロトロンは電子シンクロトロン

	KEK-PS	KEK Booster	AGS-PS	AGS Booster	ISIS	unit
f range	6 ~ 8	2.2 ~ 6	2.7 ~ 3.0	2.4 ~ 4.2	1.4 ~ 3.1	MHz
No of gaps	2	2	4	2	2	
Gap voltage	11.5	7.5	10	22.5	14	kV/gap
R//	6	1.2	2.7	6.9	3	kΩ/cell
Cg	110	1000	730	395	2180	pF
Ferrite dissipation	22	46	74	73	66	kW/cav.
No of troids	40	32	~80	56	70	total pieces
Peak Brf	60 (6)	100 (2.2)	~ 80 0(2.7)	120 (~3)	103 (2.3)	gauss (MHz)
Power density	0.2	0.4	0.3	0.325	0.3	watt /cc
Vrf per troid	580	470	~ 500	800	400	volts/troid
Type of ferrite	Toshiba M4B23	Toshiba M4A23	Philips 4L2	Philips 4M2	Philips 4M2	
Size of ferrite OD x ID x t	450 x 230 x 25	500 x 224 x 25		500 x 250 x 27.2	500 x 300 x 25	mm

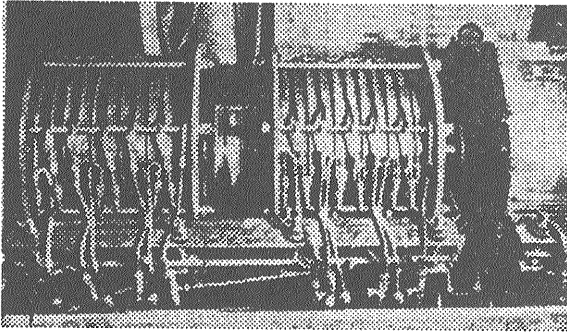
表3-1 典型的な ferrite loaded cavity の運転性能比較

の場合と異なり加速周波数をビームの運動量(エネルギー)に応じて変化させなければならない。加速周波数は数MHzから数十MHzまでの周波数帯域が使われる。加速空洞装置は、半同軸構造の空洞共振器又はドリフトチューブタイプの共振器が使用する周波数帯域によって一般に使い分けられる。共振器の同調周波数は、いずれのものも空洞のインダクタンスを電気的に変化させることで変えられる。

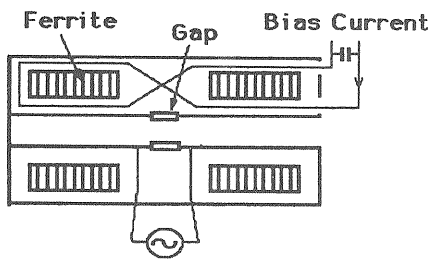
3.1.1 半同軸型空洞

このタイプの空洞共振器の例として、高エネルギー物理学研究所陽子シンクロトン施設の高周波加速空洞の外観を図3-1(a)に示す。

半同軸空洞共振器は、内胴体と外胴体の間に、トロイダル状のフェライト(主に、Ni-Z



(a) フェライトスタック外観
(文献(69KA)から引用)



(b) 半同軸型空洞の概念図

図3-1 半同軸型加速空洞
($\lambda/4$ 型空洞対向型)

nフェライト)が装填される。このフェライトには外部から直流磁界が掛けられ、この磁界の強さを变化させることでフェライトの透磁率を变化させ、空洞の共振周波数がコントロールされる。このタイプの共振器では、数100KHzから10

MHz程度までの周波数がカバーされる。空洞には、 $1/4$ 波長モードの電場が発生し、開口部に位置する加速ギャップをビームが通過する時にビームは加速される。

3.1.2 ドリフトチューブ型空洞

ドリフトチューブ型空洞の典型的な例として、フェルミ国立研究所の加速空洞を図3-2に示す。低い周波数域ではドリフト・チューブの長さ($1/2$ 波長)が長くなるためにビームがド

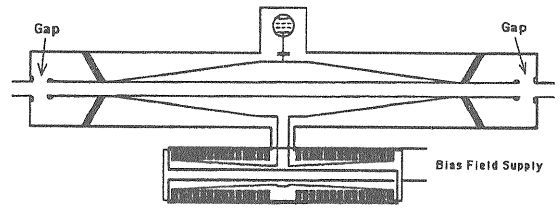


図3-2 FNAL Boosterのドリフト・チューブ加速システム
(文献(92TU)から転写)

リフト・チューブを通過する間に高周波の位相が変わってしまうので、数十MHz以上の比較的高い周波数域の加速装置に使われる。

この場合もチューニングにはフェライトが使われ外部磁場で透磁率をコントロールする方式が取られるが、その可変域はあまり広くない。

3.2 フェライト装填型同軸空洞

フェライト装填型同軸空洞は付録Bにもあるように異種の線路を組み合わせで構成される分布定数回路である。空洞のインピーダンスを出すためにモデルを単純化してここでは空洞が内・外導体と導体間を埋めるフェライトで構成されるとする。

3.2.1 空洞のインピーダンス

半同軸空洞共振器が内外導体とフェライト磁性体で構成されているとする。空洞を占める磁性体の複素透磁率、複素誘電率

$$\mu = \mu' - j\mu'' \quad (3-1)$$

$$\epsilon = \epsilon' - j\epsilon''$$

を導入すると、線路に沿ったインピーダンス(Z)と線間のアドミッタンス(Y)のそれぞれが、

$$Z = r + j\omega L \quad (3-2)$$

$$Y = G + j\omega C \quad (3-3)$$

得られる。よって、空洞の特性インピーダンスは、

$$Z_c = \sqrt{\frac{Z}{Y}} \quad (3-4)$$

となるから、同軸線の一端を短絡した $\lambda/4$ 型の同軸空洞を考えると、開放端からみたインピーダンス Z_{\perp} は、付録A式 (A-9) から

$$Z_{\perp} = Z_c \cdot \tan \gamma l \quad (3-5)$$

で与えられる。ただし γ は伝播定数とする。ここで特に線間のコンダクタンスを無視して、伝播定数と空洞長の積が $\gamma l \ll 1$ とすると、空洞のインピーダンスは、

$$Z_{\perp} \approx Z = r_s + j\omega L \quad (3-6)$$

で近似できる。

加速空洞を等価回路で表すと式3-5もしくは式3-6で近似された空洞の直列インピーダンス (Z_{\perp}) とそれと並列なギャップ容量 (C_g) の並列共振回路で表せる。

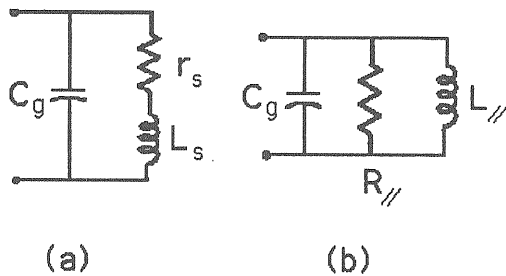


図3-3 空洞の等価回路

そこで、空洞のQ値を用いて式(3-6)をシリーズ・パラレル変換すると(図3-3(B))、

$$\begin{cases} R_{//} = \omega L_{//} Q \\ L_{//} = L_s (1 + Q^{-2}) \end{cases} \quad (3-7)$$

を得る。 $Q \gg 1$ のとき近似的に $L_{//} \approx L_s$ であるので、空洞のパラレル抵抗(シャント抵抗)が、

$$R_{//} = \omega L_s Q \quad (3-8)$$

で与えられる。

空洞の直列インピーダンス (Z_{\perp}) は殆ど

がフェライトの複素インダクタンスで与えられるから損失係数、

$$\tan \delta \equiv \frac{1}{Q} = \frac{\mu''}{\mu'} \quad (3-9)$$

を導入して、次のように書き換える。

$$Z_{\perp} = j\omega L = j\omega L_s (1 - j \tan \delta) \quad (3-10)$$

式(3-6)と式(3-10)を比べると、式(3-10)の第2項がその損失を担っている事が解る。

等価回路で表されるギャップ容量を含めた空洞のインピーダンスを複素表示すると下のように表せる。

$$Z = |Z| \cdot e^{j\phi_z} \quad (3-11)$$

ここで、位相角 ϕ_z は detuning angle と呼ばれ、

$$\tan \phi_z = \frac{Im(Z)}{Re(Z)}$$

で与えられる。そして、空洞の共振周波数 ω_0 は $\phi_z = 0$ になる(つまり複素インピーダンスの虚数部がゼロ) 周波数として定義される。

3.2.2 空洞の静電容量

空洞の静電容量 C_g は、加速管の加速ギャップの容量 C_{gap} のみではなく、高周波源と加速管電極を電氣的に結ぶフィーダの持つ静電容量 C_{feeder} 、高周波源となる励振用真空管の出力容量 C_{tube} および共振周波数共振周波数を調整するための外づけの静電容量 C_{ext} の合成になる。

$$C_g = C_{gap} + C_{feeder} + C_{tube} + C_{ext} \quad (3-12)$$

3.2.3 パワー損失

空洞での電力損失を計算するために、いま図3-3(a)の並列回路の両端のギャップ電圧(ピーク値)を V_{rf} とする。直列インピーダンス (Z_{\perp}) に流れる電流は $i = \frac{V_{rf}}{j\omega L}$ なので、そこでのパワー損失は、式(3-10)と共振条件 $\omega_0^2 \approx \frac{1}{L_s C_g}$ から、

$$P = |V_{rf}|^2 \frac{\omega_o^2 C_g (\tan \delta - j)}{2\omega} \quad (3-13)$$

となる。したがって式(3-13)の実部と虚部をとって、空胴のインダクタンスでの消費電力及び無効電力が次の式で与えられる。

消費電力損失：

$$Re\{P\} = |V_{rf}|^2 \frac{\omega_o^2 C_g \tan \delta}{2\omega} \quad (3-14)$$

無効電力損失：

$$Im\{P\} = -|V_{rf}|^2 \frac{\omega_o^2 C_g}{2\omega} \quad (3-15)$$

一方、キャパシタンス C_g の損失を計算すると、

$$Re\{P\} = 0 \quad (3-16)$$

$$Im\{P\} = |V_{rf}|^2 \frac{\omega C_g}{2} \quad (3-17)$$

になる。

以上から空胴の電力損失は式(3-14)で与えられ、また無効電力損失は式(3-15)と(3-17)の和をとって得られる。

$$Im\{P\} = |V_{rf}|^2 \frac{\omega_o C_g}{2} \left(\frac{\omega}{\omega_o} - \frac{\omega_o}{\omega} \right) \quad (3-18)$$

特に、 $\phi_z = 0$ つまり共振状態では無効電力損失は0となる。この時、等価回路で示される図3-3(b)のシャント抵抗 $R_{//}$ を使って電力損失は、

$$P = \frac{V_{rf}^2}{2R_{//}} \quad (3-19)$$

で与えられる。

次に、磁性体内での電力損失密度を考える。空胴を流れる共振電流がつくる空胴を貫く高周波磁束密度 $B_{rf}(r)$ は、同軸空胴の中心からの距離を r (m) として、

$$B_{rf}(r) = \mu H_{rf}(r) = \frac{\mu I_{rf}}{2\pi r} \quad (3-20)$$

で表される。空胴のインダクタンスに蓄積されるエネルギーは

$$E = \frac{1}{2\mu} \int B_{rf}^2(r) dv = \frac{L_{//} I_{rf}^2}{2} \quad (3-21)$$

一方、定義からパワー損失は、

$$P = \omega \frac{E}{Q} \quad (3-22)$$

となるから両辺の体積微分をとり、空胴(磁性体)内のパワー損失密度を与える式(3-23)が得られる。

$$\frac{dP}{dv} = \frac{(\bar{B}_{rf} \cdot f)^2}{40(\mu' Q f)(1+Q^{-2})} \quad \left(\frac{MW}{m^3} \right) \quad (3-23)$$

ただし、周波数 f (MHz)、 \bar{B}_{rf} は平均磁束密度(ガウス)とする。電力損失密度は同軸空胴の磁性体のサイズではなく $\mu Q f$ 積で与えられる。またここで $(\bar{B}_{rf} \cdot f)$ は、共振電流

$I_{rf} = \frac{V_{rf}}{\omega L_{//}}$ を式(3-20)に代入して、平均磁束密度の計算から与えられる。

$$\begin{aligned} \bar{B}_{rf} &= \frac{\int B_{rf}(r) dS}{A_f} \\ &= \frac{V_{rf}}{\omega A_f} \quad (T) \end{aligned} \quad (3-24)$$

ただし A_f は空胴内で磁束が貫く断面積である。

この磁束密度と高周波電圧の関係式は空胴設計において非常に重要である。つまり、電圧を得るには平均磁束密度を上げれば良いが、磁性体の磁化特性で磁束密度は制限されているので、実際には空胴のサイズを大きくしなければならなくなる。また、低い周波数になるほどその制限は厳しくなる。

表3-1にフェライト装填型加速空胴の典型的な運転性能を比較する。KEK-Booster、ISISは磁場励磁が共振型のシンクロトロンで繰り返しはそれぞれ、20 Hzと50 Hzである。他はパターン励磁型のシンクロトロンで、AGS Boosterは15 Hzの早い繰り返しで運転されている。

KEK-Booster ではバイアス応答のよいフェライトが、他の加速器ではある程度のレスポンスは犠牲にしてQ値の高いフェライトが開発され使われている。これらの加速空洞の設計に置いて共通する点は、どの加速空洞も最大平均磁束密度 <100 Gaussかつ電力損失密度 $<0.3 \text{ W/cc}$ である。現在これらが空洞の設計基準になっている。

3.3 フェライト磁性材料

フェライト装填型高周波加速空洞は高周波磁束密度の制限及び高周波損失密度の制限を受ける。そこで3.3節ではフェライトの高周波に対する磁化特性についてまとめ、次の3.4節ではフェライトを使った空洞の高周波特性についてフェライトの磁化物性と関連させてまとめる。

フェライトはフェリ磁性を示す磁性体としてネールにより1948年に発見された。フェリ磁性は、微視的には反強磁性のように一部の磁気原子が逆向きスピンを持つが全体として自発磁化を残すような磁性をいう。フェライトは $\text{MO} \cdot \text{Fe}_2\text{O}_3$ 分子式を有し、2価の金属イオンで強磁性を示すMn、Fe、Co、Ni、Cuなどが分子式のMに置き換わったイオン結晶である。電気的には絶縁材料に近い渦電流の問題がなく、鉄心になる磁心材料として開発された。シンクロトロン加速器への開発研究は、1950年代にデンマーク・フィリップス社中心に進められた。わが国に於いては、1960年代～70年代にかけ東芝、東北金属、TDKなどで加速器用フェライトの開発研究が行われ、たとえば、東芝ではフェライトの磁気損失を減らす開発が、またTDKでは磁性体のバイアス磁化に対する応答速度の良い材質の開発がなされた。フェライトの磁化機構など物性の立場にたった研究は1970年代にはある程度終結し、加速器材料としての華々しい開発研究はその頃ストップしたようである。現在加速器用大型トロイダルを製造可能なメーカーは国内外合わせても数社しかない。大型ハドロン計画のように新しい計画かつ大強度ビーム加速器へのフェライトの応用に際しては、加速空洞の磁性材料としての高周波特性を十分に解明することが不可欠である。

3.3.1 磁気余効と損失

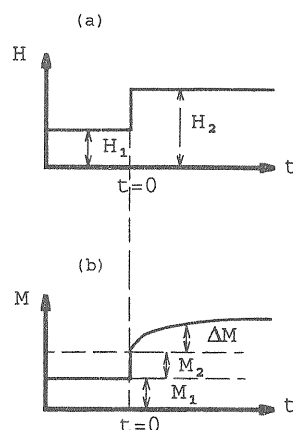


図3-4 磁界の変化と磁気余効

磁性体に磁界の変化を与えた場合磁化の変化に時間的遅れを生ずる。この現象を磁気余効 (magnetic after effect) という。

磁性体にはじめ磁界 $H = H_1$ を加えておき時刻 $t = 0$ で磁界を $H = H_2$ に急に変化させたとする (図3-4 (a))。このときの磁化の変化は図3-4 (b) のように一

部の磁化 M_2 は瞬間的に変化するが一部は時間的遅れを生じて変化する。遅れを生ずる磁化 ΔM を時間の関数で次のように表す。

$$\Delta M(t) = \Delta M_0 (1 - e^{-t/\tau}) \quad (3-25)$$

したがって、時刻 t に於ける全磁化 M は、

$$M(t) = M_2 + \Delta M(t) = \chi H \left\{ 1 + \alpha (1 - e^{-t/\tau}) \right\} \quad (3-26)$$

ただし、 χ は帯磁率、 $M_2 = \chi H$ 及び $\alpha = M_2 / \Delta M_0$ の比を表す。 τ は緩和時間と呼び、余効の遅れの程度を表す。

それではつぎに、交流磁界 $H(t)$ 、

$$H(t) = H_0 e^{j\omega t} \quad (3-27)$$

を磁性体に加えた場合を考える。磁化 M は余効のために遅れを生じるので、

$$M(t) = M_0 e^{j(\omega t - \delta)} \quad (3-28)$$

上のように表せるであろう。つまり、交流磁界で磁性体を磁化した場合磁気余効によって磁化に位相差が生じエネルギーの損失が起こる事を示している。そこで、式(3-27)、(3-28)を式(3-26)に代入して、 δ 、 M_0 について解くと、

$$\tan \delta = \frac{\alpha \omega \tau}{(1 + \alpha) + \omega^2 \tau^2} \quad (3-29)$$

$$M_o = \frac{\omega \tau}{\omega \tau \cos \delta - \sin \delta} \chi H_o \quad (3-26)$$

を得る。上式から損失係数 $\tan \delta$ は、周波数に対

して $\tau = \sqrt{1 + \alpha} / \omega$ で極大値をとる事が解る。

3.3.2 磁化の周波数特性

前の項で磁性体を交流磁界で磁化したとき損失が生じることを述べた。これは、磁性体で構成されるコイルのインダクタンスに着目すると、磁化損失により磁束密度 B の変化が妨げられ透磁率が低下し、その結果として、磁束密度 B は磁界 H の変化に追従できなくなり位相に遅れを生ずると理解される。

いま式(3-28)と同様に磁束密度を位相差 δ を用いて次のように表わす。

$$B(t) = B_o e^{j(\omega t - \delta)} \quad (3-31)$$

このとき、透磁率 μ は定義から、

$$\mu = \frac{B}{H} = \frac{B_o}{H_o} e^{-j\delta} \quad (3-32)$$

となる。そして式(3-1)の複素透磁率を求めると、式(3-32)から複素透磁率成分(3-33)を得る。

$$\begin{cases} \mu' = \frac{B_o}{H_o} \sin \delta \\ \mu'' = \frac{B_o}{H_o} \cos \delta \end{cases} \quad (3-33)$$

第3-2-1項のように、式(3-33)の比をとることで損失係数の式(3-9)が、

$$\tan \delta \equiv \frac{1}{Q} = \frac{\mu''}{\mu'} \quad (3-9)$$

与えられる。

一般に損失係数 $\tan \delta$ は周波数とともに大きくなる。磁性体の高周波に対する損失の原因を周波数をおってみると、比較的低い周波数では非可逆的な磁壁移動によりヒステリシス損が

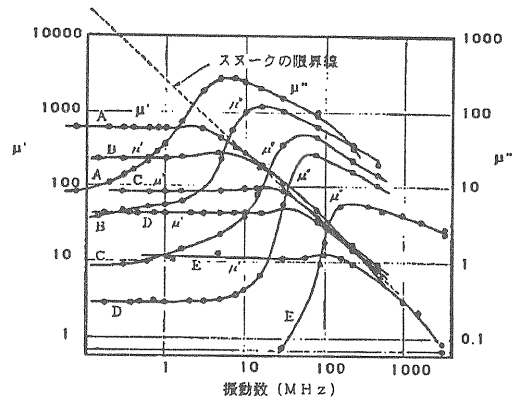


図3-5 Ni-Zn系フェライトの複素透磁率の周波数特性 (文献G055)

支配的であるが、周波数が増すにつれて磁壁の動きは鈍くなりヒステリシス損の影響は弱まってくる。さらに周波数が高くなると渦電流損失が問題になるのだが、加速器用として用いられるNi系のフェライトの場合抵抗率が高いために、渦電流はあまり問題にならない。むしろ周波数が高くなるとNi-Zn系フェライトは図3-5のように透磁率の周波数依存性を調べると共鳴型の特性を示す。この複素透磁率の周波数に対する変化をスヌークは物質固有の磁気異方性によって起こる自然共鳴の固有周波数と外部磁界の共鳴現象として説明した(文献48SO)。スヌークの理論によると、 μ' の高いものは早く共鳴を起こし、低いものほど特性が高周波まで延びる。そして、透磁率と周波数の間に

$$\mu f = 5600 \text{ MHz} \quad (3-34)$$

なる関係があることを示した。これがいわゆるスヌークの限界である。

以上をまとめると、磁化に伴う全損失は、

$$\tan \delta = \tan \delta_h + \tan \delta_e + \tan \delta_r \quad (3-35)$$

のように履歴損失、渦電流損失及び残留損失の和で表される。Ni系フェライトの場合、履歴損失及び渦電流損失よりむしろ磁気余効、自然共鳴、磁壁共鳴や緩和に起因する残留損失が主な磁化損失の原因になる。

3.3.3 電気的性質

加速器に应用される主なフェライトとしては、Ni-Zn フェライト及び Mn-Zn フェライトがある（イットリウム・ガーネットフェライトも高価ではあるが SSC 計画、TRIUMF Kaon Factory の計画で検討された）。Mn-Zn フェライトは数千以上の高い比透磁率を有し履歴損失が少ない反面、電気抵抗率が低いために渦電流損失が、また比透磁率が高いために寸法共鳴が問題になる。

渦電流損失については、高周波 ω に対する表皮の厚み (σ) は、

$$\sigma = \sqrt{\frac{2\rho}{\omega\mu_0\mu_r}} \quad (3-36)$$

Mn-Zn フェライトの場合、抵抗率 $\rho = 1 \Omega\text{m}$ 、比透磁率 $\mu_r = 1000$ を代入すると $\omega \sim 2\pi \cdot 1 \text{MHz}$ で $\sigma \sim 1.6 \text{cm}$ になり、コアの厚み寸法と程度以下なるため無視できなくなる。一方、寸法共鳴については、Mn-Zn フェライトの比透磁率 $\epsilon_r \sim 50000$ が高いために磁性体中での電磁波の波長 λ は短縮され、

$$\lambda = \frac{c}{f\sqrt{\epsilon_r\mu_r}} \quad (3-37)$$

$\lambda \sim 4 \text{cm}$ 程度になる。このようにフェライトの寸法がこの波長の整数倍もしくは半整数倍の巾を持つときには寸法共鳴が起こり、透磁率の急激な低下さらに Q 値の低下が生じる（文献 50BR）。

3.4 空洞の高周波特性

3.4.1 高周波振幅と非線形現象

フェライトの磁気履歴曲線の非線形性が磁気回路としての加速空洞の設計、動作解析を複雑にしていることは言うまでもない。図 3-6 に示した磁気履歴曲線上のある動作点において高周波磁化の振幅 $H = \Delta H / 2$ に対して誘導される磁束密度 $B(H)$ は、磁化振幅 H で展開して、

$$B(H) = \mu_{r0}H + \mu_{r1}H^2 + \mu_{r2}H^3 + \dots \quad (3-38)$$

と表すことができる。また、磁化振幅に対する実効的な透磁率

$$\bar{\mu}_{eff} = \frac{\Delta B}{\Delta H} \quad (3-39)$$

は、式 (3-38) を H で微分して得られる。

$$\bar{\mu}_{eff} = \mu(1 + \lambda_1 \cdot B_{rf} + \dots) \quad (3-40)$$

ただし、式 (3-40) では実用上便利のように磁束密度振幅 B_{rf} で展開した。

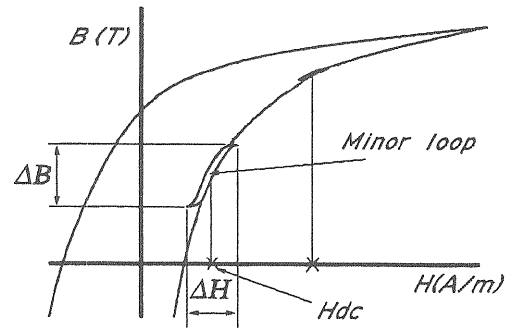


図 3-6 磁気履歴曲線とマイナーループ

また、高周波磁化に対する損失係数も透磁率同様に振幅に依存するとすれば、

$$\tan \delta = \tan \delta_0 (1 + \eta_1 \cdot B_{rf} + \eta_2 \cdot B_{rf}^2 + \dots) \quad (3-41)$$

のように展開できる。

東京大学原子核研究所のフェライト磁性体測定装置を用いて、加速器用 Ni-Zn フェライトの高周波磁束密度に対するフェライトの Q 値の変化を測定した（図 3-7）。図に示すように Q 値

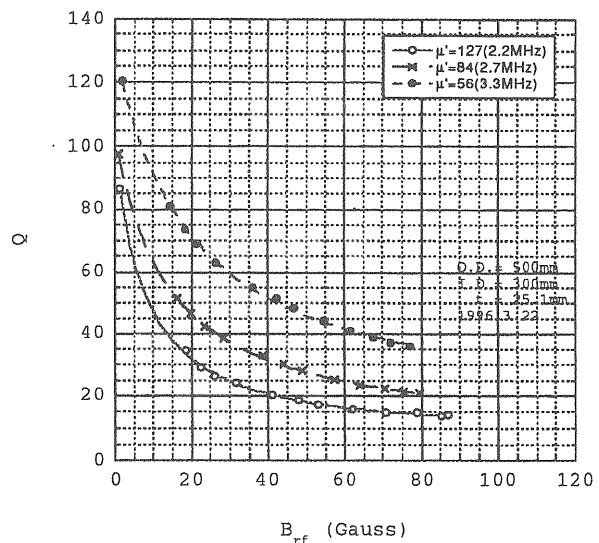


図 3-7 典型的な Ni - Zn フェライトの Q 値の高周波磁束密度に対する特性。

が磁束密度の増加に対して著しく低下することが観測される。

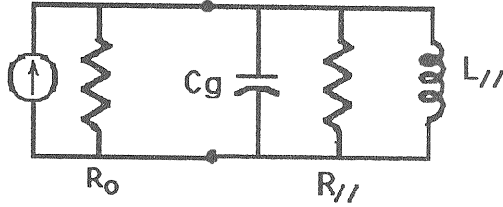


図3-8 駆動系を含めた空洞の簡単な等価回路モデル

次に駆動系を含めた空洞の回路モデルを考える(図3-8)。一般に図3-8のような等価回路モデルが非線形素子を含むとき、系は非線形共振の現象を示すことが知られている。高周波加速空洞共振器は、式(3-40)で与えられる高周波振幅に対する透磁率の非線形性のために、インダクタンス $L_{//}$ が非線形素子となり、高周波振幅を大きくすると非線形共振現象が現れる。一般に透磁率の高周波振幅に対する変化は正特性を示

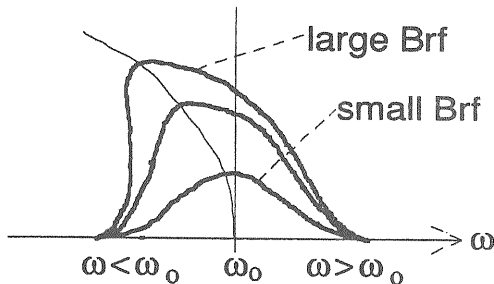


図3-9 非線形現象による共振点のシフト

し、非線形係数 λ_1 は磁性体の種類及び動作点に依存するが、 $0.01 \leq \lambda_1 \leq 0.1$ の範囲である。

高周波振幅が大きくなるにつれ共振点が周波数の低い側にずれる非線形共振現象は、図3-9のように理解する事ができる。この共振点のズレが大きくなると共振にジャンプを生じ、システムに大きなヒステリシスが発生することになる。

3.4.2 動的損失 (Dynamic loss)

空洞の共振周波数を変化させるために、図3-1(b)のようにバイアス電流を流すことによって、フェライトには外部磁界が掛けられる。この外部磁界の強さはビームの運動量の変化に応じて加速周期とともにプログラムされる。大型ハドロン計画の場合、3 GeV ブースター加速器は最大50 Hzで繰り返し運転される。直流磁界の時間変化量は平均で、

$$\Delta H_{DC} / \Delta t \approx 100 \text{ k A/m} \cdot \text{sec}$$

ピーク値はその2倍に達する。このような直流磁界の時間変化に対して磁性体はもはや静的な磁化特性は示さない。この動的磁化に対し、透磁率の変化は磁気余効の影響を受け、磁化の遅れ(magnetization lag; 文献67RO)に起因した動的損

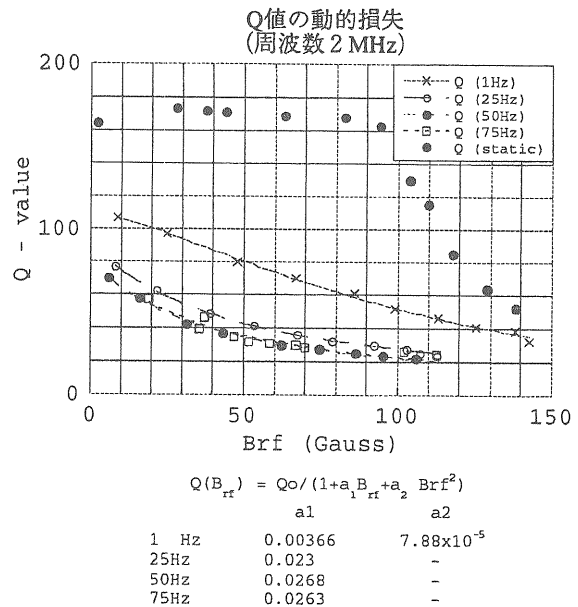


図3-9 Q値の動的損失効果；凡例内の数値は直流磁界のスイープ周期。静特性及び動特性測定時の透磁率は $\mu = 96, 115$ 。

失によりQ値の低下が問題になる。図3-9は大型フェライト磁性体の動的損失効果を測定した例である。静特性で高いQ値を持つフェライトも磁化の繰り返しを上げるにしたがってその値は大きく低下する事が観測される。

3.4.3 高損失効果 (High Loss Effect)

強磁性体を静的な外部磁場の中においてさらに高周波磁場を与えると、磁気原子は初め磁性体中で一様な歳差運動 (uniform mode) をしているが、高周波磁場が強くなるにつれて組成元素、幾何学的形状により様々な磁気異方性が内部に生

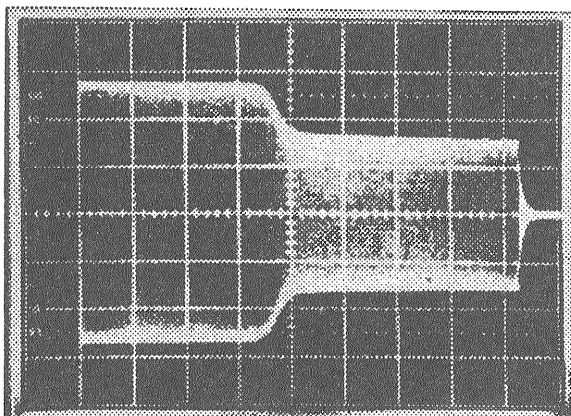


図3-10 フェライトの高損失効果：
バイアス磁場=840 A/m、ピーク高周波
磁束密度=71 gauss (入力)、 $f = 3.3$
MHz、(20msec/div、200volts/div)

じ、運動は次第に緩和されスピン波運動 (spin wave mode) に移行する。このような磁化機構の変化に伴うQ値の低下をフェライトの高損失効果または Q-loss 効果と呼んでいる (文献71KE、79GR)。

図3-10は、図3-9で動的損失を測定したものと同一大型フェライトを約840 A/mの静磁場で磁化し、さらに周波数3.3 MHzの高周波磁場を重畳したときにフェライトで構成される空胴に発生した電圧波形である。高周波入力後~20 msec付近から空胴のインピーダンスが急激に変化し、空胴の電圧が低下しているのが観察できる。このフェライトの高損失効果に関して Fermilab の J.E.Griffin らは文献79GRの中で磁性体の蓄積エネルギー密度がある閾値 ($3 \pm 1 \times 10^{-7}$ joules/cc) を越えるとこの効果が現れるとしている。

高損失効果は周波数一定つまり静的な磁化に対してのみ起こる。そのために周波数を僅かに変化させる事でその効果を抑制する事が可能である。フェライト磁性体はいままで述べたように高

周波磁場を強くしたときに動的損失効果もしくは高損失効果のいずれかでQ値は大きく低下する。

3.4.4 温度特性

フェリ磁性体であるフェライトは、強磁性体のように温度上昇に伴い次第に磁化が減少しキュリー温度で磁化が消失するとされる。しかしながら実際には透磁率の温度特性を調べると常温付近でのそのふるまいは温度とともに増加の傾向にある。けれども、空胴のインピーダンスを与える μQ 積は温度上昇に対して低下の傾向にある。次節で述べるように、コアの一部に損失の大きい部分が存在すると局部的に温度上昇し熱暴走の危険が生じる。Ni-Znフェライトのキュリー温度は比較的low、100~300℃である。

3.4.5 寸法効果

3.4.2~3で高周波磁場に対する透磁率、損失係数のふるまいを述べた。いずれも磁性体を貫く平均磁場に対する議論であった。実際の動径方向の磁束分布は、磁性体の中心部に最も集中し距離に逆比例して減少するためコアの内側付近のQの低下が外側に比べ大きくなり、空胴全体の平均インピーダンスに影響を与える。内径の異なる同種類のフェライトのインピーダンスの高周波磁場に対する変化を図3-11に示す。空胴のシャント・インピーダンスは、付録式(4-10)

によると、 $\mu Q f$ 積が一定なら $\ln(b/a)$ に比例す

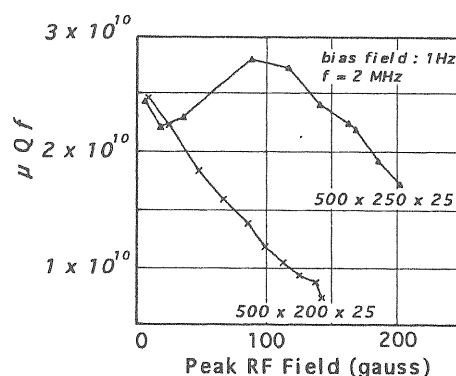


図3-11 内径の異なるフェライトリングの高周波特性、バイアス磁場は1 Hzでスイープ。

るはずであるが、図3-11からも解るように必ずしもインピーダンスを上げるために内外径比を大きくするだけではうまく行かない。

3.5 空洞の冷却

加速空洞の高周波損失はほとんどがフェライト内部での発熱に変わる。フェライトの熱伝導

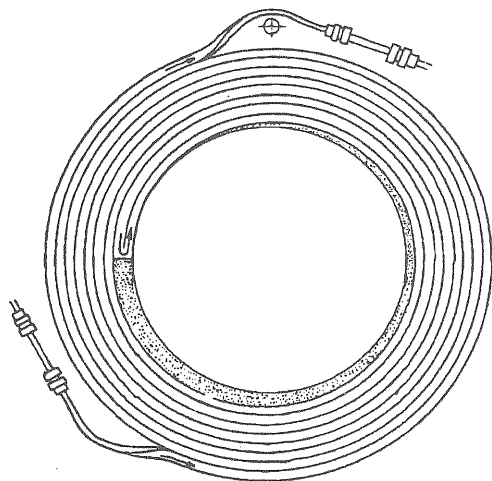


図3-12 フェライト冷却板 (KEK-PSタイプ)；銅のホーロコンダクターを使用、厚さ～5 mm、耐水圧10 kgf、流量～2リッター／分

率は低くまたキュリー温度が低いために、効率の良い冷却が必要である。図3-12は高エネルギー物理学研究所のフェライト冷却に使用されている冷却板である。これは長さおよそ10mの角型銅管を巻枠を用いて平坦に巻き、半田を用いて全体が固定されている。フェライト面との熱接触を良くするために、冷却板表面は旋盤で仕上げられている。また半田のフラックスは表面の酸化・腐食による水漏れの原因になるため、その表面は十分な酸洗浄がなされている。このように、角型銅管を巻いた冷却板は工作が煩雑で手間がかかるが効果的な冷却が期待できる。

フェライトの単位体積あたりの発熱量を0.3 W/cc、フェライト1枚あたりの体積を～5リッターとしたとき、一枚あたりの発熱量は1.5 kWである。角型銅管を巻いた冷却板の流量は～2リッター／分であるので、水温上昇は10℃程度になる。

しかしながら実際にはフェライトと冷却板の接触面の熱抵抗がフェライトの冷却効果を

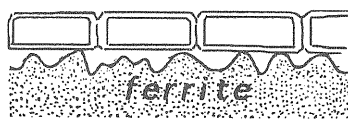


図3-13 フェライトと冷却板の接触面

良くする上で問題になる。熱抵抗を生ずる原因は、フェライト及び冷却板の平行度、表面の粗さ、締め付けによるた

わみなどが考えられる。

接触面での不連続な温度差 (ΔT) を生じ

たとして、接触面を通過する熱量 \dot{q} $\left[\frac{W}{cm^2} \right]$

と接触抵抗 R_h $\left[\frac{cm^2 \cdot ^\circ C}{W} \right]$ の間には、

$$\dot{q} = \frac{\Delta T}{R_h} \quad (3-42)$$

の関係がある。そこで、接触面両側の固体内温度勾配をフェライト及び冷却銅板の熱伝導率を λ_1 、 λ_2 として熱伝導のフーリエの法則を適用すると、

$$\dot{q} = -\lambda_1 \cdot \frac{dT_1}{dx} = -\lambda_2 \cdot \frac{dT_2}{dx} \quad (3-43)$$

の関係を得る。

フェライト、銅、空気の熱伝導率

λ $\left[\frac{W}{cm \cdot K} \right]$ は、

$$\lambda_{air} = 0.028$$

$$\lambda_{ferrite} = 6.$$

$$\lambda_{Cu} = 400.$$

である。仮にフェライト-冷却板の間に100 μ m程度の空気ギャップができたとすると、そこでの熱抵抗は1 inch厚のフェライトの熱抵抗と同程度になる。

フェライトを間接冷却する上で接触面の熱抵抗下げのために、銅粉とシリコングリースの混合物やエポキシ樹脂を接触面に塗布するなどの報告もあるが、フェライトが多孔質であること強い放射線環境下で使われることなどの理由で充填の効果の持続性を問題も指摘されている。

第四章 大型ハドロン計画の 高周波加速空洞

大型ハドロン計画の3 GeV、50 GeVシンクロトロンでは次の性能を目標にして高周波加速装置の研究・開発が進められている。

- 一 単位長さあたりの加速電圧が
10 ~ 15 kV/m
ただし、加速装置1台の長さは4 m程度。
- 一 ビームが見る空洞のインピーダンスを
~ 1 kΩ/m

最初の項目はリングの直線部の空間的制限に依る。現在のラティスおよび運転スキームで求められるRFのパラメータを表4-1にまとめる。また、2番目の項目はビームローディングの指標になるrelative loading factor*が~ 1.4なるようにビームが見る空洞の全インピーダンス(駆動回路を含めた)を定めた。

フェライト装填型加速空洞で単位長さあたり必要な加速電圧を得るには、装填できるフェラ

	3GeV Booster	50GeV Main
Total Accelerating Voltages	420 kV	270 kV
Frequency Range	2.0 - 3.4 M Hz	3.4 - 3.5 M Hz
No. of RF Stations	10	8
or Total RF St. length	40 m	32 m

表4-1 主な高周波パラメータ

イトのサイズ及び枚数から、フェライト一枚あたりが担う平均電圧が500ボルト程度になる。3 GeV、50 GeVそれぞれのリングで空洞が最低周波数で高周波磁束密度を100 Gauss以下で設計しかつ単位体積あたり発熱量が0.3 W/ccを越えない条件を満たすには、式(3-19)からそれぞれのリングで使われるフェライトの $\mu Q f$

* relative loading (Y) はビームが無い状態でキャップ電圧を与える駆動電流 I_0 とビームの高周波成分 I_b の比、 $Y = I_b / I_0$ で定義される(文献75PE)。

l c a l = 4.186 J

積は、

3×10^9 以上 --- 3 GeV リング

9×10^9 以上 --- 50 GeV リング

でなければならない。フェライトの $\mu Q f$ 積は、動的な磁化に対して $\mu Q f$ 積が十分あるかどうか、また静的な条件下では高損失効果(第3-4-4項)のような不安定が起こらないかどうかを総合的に評価、検討されなければならない。

フェライトを使った空洞は高周波磁束密度、発熱の制限を受けるためインピーダンスを十分に下げることができない。そこでビームが見るインピーダンスを下げビームローディングの影響を軽減するために、ラザフォード研究所(ISIS)では高周波特性の良い抵抗を外付け、またブルックヘブン国立研究所(AGS)では、フィードバックによって駆動回路の出力インピーダンスを下げる方法が取られている。

それでは磁束密度、発熱に強い磁性材料は無いのであろうか? 現在、我々が最も注目している磁性材料にナノスケールの超微細結晶粒組織を持つ軟磁性材料(文献88YO)がある。ファインメットと呼ばれるこの磁性材料は、鉄基アモルファスをベースにし、それを再結晶温度で熱処理し結晶化させることで温度特性及び経時安定性が

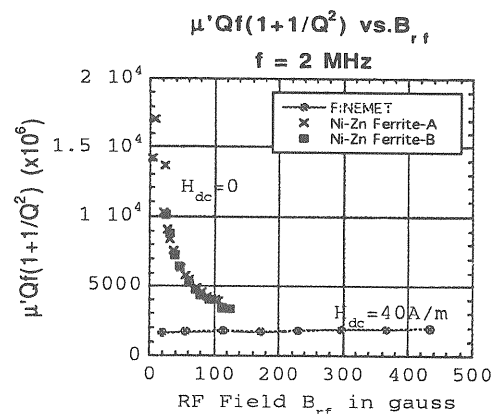


図4-1 高周波磁束密度に対する $\mu Q f$ 積に比較

改善されている。

この材質の特徴は数百kHzより高い周波数域で高損失で $Q < 1$ 、透磁率、キュリー温度が高い(> 540)ことである。また、高周波磁化に対しても大変安定である。原子核研究所のフェライト試験装置を使った我々の測定では、数百ガウス以上の高周波磁束密度に対して、フェライトとは異なり、透磁率、損失係数が殆ど変化しないこと(図4-1)が観測されている。さらに、温度に対してはキュリー温度が十分に高いために極めて安定で、例えばコアの表面温度を 200°C 程度にした場合でも損失係数、透磁率に変化がないことが報告されている(文献95HA)。このように、この磁性材料を使うとlow-Qではあるが十分にシャント抵抗が高い、温度特性の良い加速空洞が期待できる。

新素材による高損失加速空洞は、現在50 GeVシンクロトロンへの加速空洞への応用が検討されているが、加速空洞としてのみならず、主にビーム入射時にビームの縦方向の分布をコントロールして蓄積ビーム強度を上げるためのbarrier bucket手法(文献83GR、96BL、付録参照)の空洞としても期待されている。

第五章 最後に

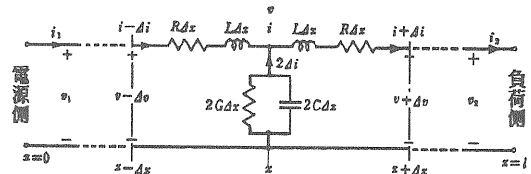
大型ハドロン計画の3 GeV、50 GeVシンクロトロンの高周波加速装置のためのR&Dは1昨年東京大学原子核研究所に於いて始まった。それは海外を含め現在入手が可能な大型フェライト高周波特性試験を行い、それらで構成される加速空洞のインピーダンスを明らかにすることであった。フェライト装填型空洞はフェライトでの発熱量の制限を受ける。そのために電圧を得るには空洞のサイズを大きくするかまたは空洞のインピーダンスを上げなくてはならない。けれども前者の場合フェライトリングの製造上の制限や空洞の重量の制限を受け、また後者の場合、高周波磁化振幅に対する透磁率、損失係数の非線形性また動的な磁化過程によるQ値の低下する問題を十分に考慮する必要がある。フェライトに代わる磁性材料としてアモルファスやファインメットが検討されている。従来これらは磁歪、経時変化や飽和磁束密度が小さいなどの点で加速器の空洞材料

への利用は限られていたが、最近ではある程度の改善・改良がなされている。何れにしても、これからの大強度陽子加速器の加速空洞として、数十年間変わらないフェライト装填型空洞に代わる新しいタイプ空洞が求められている。

付録

A. 分布定数回路

同軸線路、閉口線線路など二つの導体系で構成される伝送線路上の電圧・電流の関係は単位長さ当たりの分布定数を用いて線路に沿った長さの関数として表される。分布定数として、線路の長さ方向に単位長さ当たり $R \Omega/\text{m}$ のレジスタンスと $L \text{H}/\text{m}$ のインダクタンス、線間には $G S$



図A-1 分布定数回路の近似表現

Ω/m のコンダクタンスと $C \text{F}/\text{m}$ のキャパシタンスを考える。線路長を無限小と考えその区間の電圧・電流を一定と見なすと、分布定数回路を集中定数素子の集まりと考え集中定数等価回路として解析可能となる(図A-1)。

図のように電源からの距離 x にある $2 \Delta x$ の微小区間を考えると、この区間内の電流・電圧はキルヒホッフの法則から、

$$\begin{aligned} (v + \Delta v) + 2R \Delta x \cdot i + 2L \Delta x \cdot \frac{\partial i}{\partial t} &= (v - \Delta v) \\ -2 \Delta i &= 2G \Delta x \cdot v + 2C \Delta x \cdot \frac{\partial v}{\partial t} \end{aligned} \quad (\text{A-1})$$

時間領域での線路の基本方程式を得る。

$$\begin{cases} \frac{\partial v(t, x)}{\partial x} = - \left(R \cdot i(t, x) + L \cdot \frac{\partial i(t, x)}{\partial t} \right) \\ \frac{\partial i(t, x)}{\partial x} = - \left(G \cdot v(t, x) + C \cdot \frac{\partial v(t, x)}{\partial t} \right) \end{cases}$$

(A-2)

周波数領域の基本方程式を得るために、式(A-2)をラプラス変換する。

$$\begin{cases} \frac{dV(s,x)}{dx} = -(R+L \cdot s)I(s,x) \\ \frac{dI(s,x)}{dx} = -(G+C \cdot s)V(s,x) \end{cases} \quad (A-3)$$

ただし、

$$\begin{aligned} \mathcal{L}[v(t,x)] &= V(s,x), \quad \mathcal{L}[i(t,x)] = I(s,x) \\ \mathcal{L}\left[\frac{\partial y(t,x)}{\partial x}\right] &= \frac{\partial Y(s,x)}{\partial x}, \quad \mathcal{L}\left[\frac{\partial y(t,x)}{\partial t}\right] = s \cdot Y(s,x) \end{aligned}$$

とした。

式(A-3)で単位長さあたりのイミタンス、

$$Z(s) = R + L \cdot s, \quad Y(s) = G + C \cdot s$$

を導入し、微分方程式をそれぞれV、Iについて解くと、

$$\begin{cases} V(s,x) = A e^{-\gamma x} + B e^{\gamma x} \\ I(s,x) = \frac{1}{Z_o(s)} (A e^{-\gamma x} - B e^{\gamma x}) \end{cases} \quad (A-4)$$

ここで、イミタンスの積 $\gamma^2 = Z(s) \cdot Y(s)$ 及び比

$Z_o(s) = \sqrt{\frac{Z(s)}{Y(s)}}$ を使った。イミタンスの積は、定常正弦波に対して、 $s = j\omega$ として次のように複素表示できる。

$$\begin{aligned} \gamma(j\omega) &= \sqrt{(R + j\omega \cdot L)(G + j\omega \cdot C)} \\ &= \alpha(\omega) + j \cdot \beta(\omega) \end{aligned} \quad (A-5)$$

ここで、 γ を伝播定数、 α を減衰定数、 β を波長定数と呼ぶ。無損失線路つまり分布定数の $R = G = 0$ の場合、

$$\alpha(\omega) = 0, \quad \beta(\omega) = \omega \sqrt{LC}$$

となる。

また、式(A-4)のイミタンスの比 $Z_o(s)$ は長さに関係しない量で特性インピーダンスと呼ばれる。ここでも $s = j\omega$ として伝播定数と同じように複素表示する事ができる。

$$\begin{aligned} Z_o(j\omega) &= \sqrt{\frac{Z(j\omega)}{Y(j\omega)}} \\ &= \sqrt{\frac{(RG + \omega^2 LC) + j(G\omega L - R\omega C)}{G^2 + (\omega C)^2}} \\ &= \Re\{Z_o(j\omega)\} + j \cdot \Im\{Z_o(j\omega)\} \end{aligned} \quad (A-6)$$

特性インピーダンスの虚部がゼロ、つまり $L/R = G/C$ の時、線路は無ひずみの条件を満たしていると言う。

無限長線路では損失がある場合 $x \rightarrow \infty$ で $V(\infty) = 0$ だから、式(A-5)の減衰係数 $\alpha(\omega) > 0$ で係数 $B = 0$ でなければならない。つまり無限長線路の電圧・電流は、

$$\begin{cases} V(x) = A e^{-(\alpha + j\beta)x} \\ I(x) = \frac{1}{Z_o} A e^{-(\alpha + j\beta)x} \end{cases} \quad (A-7)$$

で表せる。一方、有限長線路の場合係数Bの項 $B e^{\gamma x}$ は、信号は x が増し受端部に近づくに従ってその振幅が増し位相が進むので、受端部から電源部へ向かう反射波を表す。つまり、有限長線路では受端部の負荷が線路に整合していない反射波が発生する。受端部 $x = 1$ での電圧の反射

係数 ρ_v を $\frac{B e^{\gamma l}}{A e^{-\gamma l}}$ で定義する。

異種の線路を接続して線路を構成した場合も線路の線間距離、線材、線間媒質、線径寸法などがつなぎにおいて変化すると分布定数が変わる。よって線路区間毎に接続点に等価的な集中定数負荷を置いて進行波、反射波を考慮しなければならない。

さて、分布定数回路の電圧・電流はそれぞれ進行波と反射波に分け指数関数で表示できた。それでは、指数関数と双曲線関数の関係式

$$e^{\pm \gamma x} = \cosh \gamma x \pm \sinh \gamma x \quad (A-8)$$

を使って双曲線関数を使って電圧・電流を表す。式(A-8)を式(A-4)に代入し、境界条件

として、受端部の電圧 V_2 、電流 I_2 を指定し、線路の方程式を解くと、

$$\begin{cases} V(x) = V_2 \cosh \gamma x + Z_o I_2 \sinh \gamma x \\ I(x) = I_2 \cosh \gamma x + \left(\frac{V_2}{Z_o} \right) \sinh \gamma x \end{cases} \quad (\text{A-9})$$

を得る。

次に、線路が波長に比べ十分に短い時を考える。式 (A-9) に双曲線関数の級数展開式、

$$\begin{aligned} \cosh \gamma x &= 1 + \frac{(\gamma x)^2}{2!} + \frac{(\gamma x)^4}{4!} + \dots \\ \sinh \gamma x &= \gamma x \left[1 + \frac{(\gamma x)^2}{3!} + \frac{(\gamma x)^4}{5!} + \dots \right] \end{aligned} \quad (\text{A-10})$$

を使うと、

$$\begin{cases} V_1 = V_2 \left(1 + \frac{Z_x Y_x}{2} \right) + I_2 Z_x \left(1 + \frac{Z_x Y_x}{6} \right) \\ I_1 = V_2 Y_x \left(1 + \frac{Z_x Y_x}{6} \right) + I_2 \left(1 + \frac{Z_x Y_x}{2} \right) \end{cases} \quad (\text{A-11})$$

線路の長さが信号の波長と特定の関係にある時、線路には定在波が立つ。

簡単のために無損失線路を考える。受端部を短絡した場合、 $V_2 = 0$ 、 $Z_2 = 0$ だから受端部から距離 $x = l$ の電圧、電流は、

$$\begin{cases} V(l) = j \sqrt{\frac{L}{C}} I_2 \sin \beta l \\ I(l) = I_2 \cos \beta l \\ Z(l) = j \sqrt{\frac{L}{C}} \tan \beta l \end{cases} \quad (\text{A-12})$$

となる。式 (A-12) の電圧に着目すると、

$$l = (2n+1) \frac{\lambda}{4} \quad (n=0,1,\dots) \quad \text{でインピー}$$

ダンスは ∞ 、電圧振幅は最大値 $\sqrt{\frac{L}{C}} I_2$ 、電流 = 0

になり、損失のない LC 並列共振回路に相当する。

B. 空洞の設計

B-1 はじめに

同調型の高周波加速空洞装置は、空洞のインダクタンス (L_s) とそれと直列な抵抗 (r_s) 及びそれらに対して並列なキャパシタンス (C_g) で構成される図 B-1 のような並列共振回路で表される。インダクタンスに直列な抵抗は空洞の損失抵抗を表し、本文では空洞を構成する磁性体の Q 値から得られることを示した。

ここでは空洞を同軸線路と考え、空洞構成要素をそれぞれに分布定数を適用して、空洞全体のインピーダンスを算出する。

B-2 空洞の分割

半同軸型空洞 (波長/4) を下の図 B-2 の様に 4 種類の構成部分に分割する。

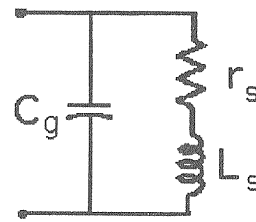


図 B-1 空洞の等価回路

空洞の断面を見ると図のように、空気で構成される部分①、スタックを固定するための絶縁体で構成される部分②、フェライト冷却のための冷却盤と空気で構成される部分③、そしてフェライト磁性体と空気層で構成される部分④から空洞は成る。

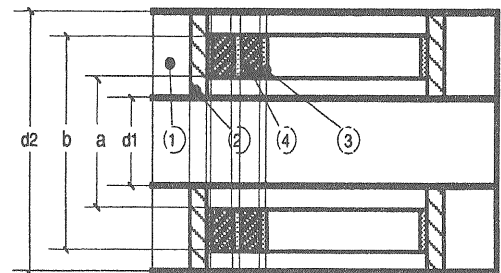


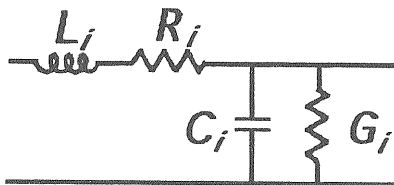
図 B-2 半同軸空洞共振器の断面

B-3 分布定数回路

そこで、空洞をこれら4種類の同軸伝送線の組み合わせと考え、各々の伝送線路に分布定数回路を適用し線路に沿った単位長さあたりのインダクタンス、抵抗、線間の電気容量及びコンダクタンスを用いて図B-3の様に伝送線路を表す。

この分布定数回路を四端子回路に置き換え四端子行列 $\{M_i\}$ を導入する。四端子回路の入出力関係は、式(3-1)となる。

$$\begin{pmatrix} V \\ I \end{pmatrix} = M_i \begin{pmatrix} V_o \\ I_o \end{pmatrix} \quad (3-1)$$



図B-3 伝送線路の分布定数 (i=1,2,3,4)

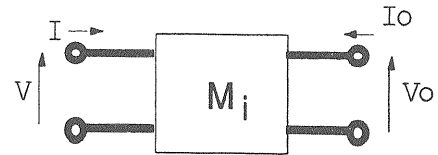
そこでこの四端子行列 $\{M_i\}$ を使って空洞全体を次のように表すことができる。

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} V \\ I \end{pmatrix} &= M_1 M_2 M_3 M_4 M_3 \cdots M_2 M_1 \begin{pmatrix} V_o \\ I_o \end{pmatrix} \\ &= M_c \begin{pmatrix} V_o \\ I_o \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (3-2)$$

式(3-2)の合成マトリックス $\{M_o\}$ を各々の構成要素についての四端子行列 $\{M_i\}$ から求めれば空洞内が高周波伝送を記述できる。

B-4 四端子行列

図B-4はi番目の構成要素から成る同軸伝送線路の等価回路を示す。構成要素の単位長さ当たりレジスタンス、インダクタンスを R_i, L



図B-4 四端子回路

i 、そして線間のコンダクタンス、キャパシタンスを G_i, C_i とした。そこで伝送線路の進行波の方向として図中右側を正の x 座標に取り、線間の複素交流電圧を $V(x) \exp(j \omega t)$ 、伝送線に流れる電流を $I(x) \exp(j \omega t)$ とすると、伝送方程式は、

$$\begin{cases} \frac{dV(x)}{dx} = -Z \cdot I \\ \frac{dI(x)}{dx} = -Y \cdot V \end{cases} \quad (4-1)$$

但し、 $Z = R_i + j \omega L_i$: 直列インピーダンス

$Y = G_i + j \omega C_i$: 並列アドミッタンス

式(4-1)はそれぞれ電圧、電流に関する二階微分方程式に書き換えられ、その解は(4-2)に

$$\begin{cases} V(x) = V(0) \cosh(\gamma x) - Z_o I(0) \sinh(\gamma x) \\ I(x) = -\frac{V(0)}{Z_o} \sinh(\gamma x) + Z_o I(0) \cosh(\gamma x) \end{cases} \quad (4-2)$$

ここで、イミタンスの積 $\gamma^2 = Z \cdot Y$ 、

特性インピーダンス $Z_o = \sqrt{Z/Y}$

を用いた。

式(4-2)を行列で表現したとき(式(4-3))、

$$\begin{pmatrix} V(0) \\ I(0) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cosh(\gamma x), & Z_o \sinh(\gamma x) \\ \frac{1}{Z_o} \sinh(\gamma x), & \cosh(\gamma x) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V(x) \\ I(x) \end{pmatrix} \quad (4-3)$$

式中2行2列の行列を四端子行列と呼び、四端子行列要素は、伝送線路を構成する材質の伝送される電磁波の周波数に対する特性、線路の長さにより与えられる。

B-5 四端子行列の計算

空洞は図B-2に示すようにそれを構成する材質により4種類の同軸形状の要素に分割できる。したがって、各々の材質について、高周波に対する物性定数を与えれば、それぞれの領域の式(4-3)で表される四端子行列要素を求めることが可能になる。

(a) 領域①の四端子行列

この領域は空気層だけから成るので、無損失線路として $R_1=0$ 、 $G_1=0$ 、また比透磁率、比誘電率を1とする。特性インピーダンス、イミタンスを計算すると、

$$\begin{cases} Z_{o1} = \sqrt{L_1/C_1} \\ \gamma_1 = j\omega\sqrt{L_1 C_1} = j\omega/c \\ x_1 = l_1 \end{cases} \quad (4-4)$$

になる。但し、 c : a speed of light、インダクタンス、キャパシタンスは、

$$L_1 = \frac{\mu_o}{2\pi} \ln\left(\frac{d_2}{d_1}\right), \quad C_1 = \frac{2\pi\epsilon_o}{\ln\left(\frac{d_2}{d_1}\right)}$$

式(4-3)に代入して、

$$M_1 = \begin{pmatrix} \cos(\omega l_1/c) & jZ_{o1} \sin(\omega l_1/c) \\ jZ_{o1}^{-1} \sin(\omega l_1/c) & \cos(\omega l_1/c) \end{pmatrix} \quad (4-5)$$

領域①の四端子行列を得る。

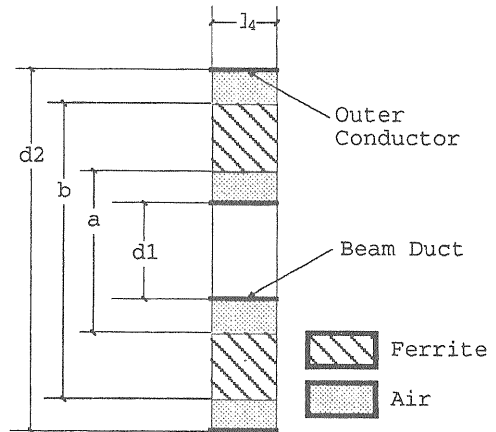
磁性体のスタックを固定するための絶縁板を構成要素とする領域②、磁性体の冷却板が占める領域③の四端子行列は、絶縁材料の比誘電率 $\epsilon_r=5$ 、比透磁率 $\mu_r=1$ とし、また銅の透磁率、比誘電率を空気と同じにして計算できる。

(b) フェライトを含む領域

フェライトのQ値は空洞を構成する材質の中で極めて低い、つまり空洞内の高周波は磁性体内部で殆どが熱となって損失する。そこで、図

B-5で示される伝送線路の線路に沿ったインピーダンス(Z_4)および線間のアドミッタンス(Y_4)を線間のコンダクタンス(G_4)無視して、

$$\begin{cases} Z_4 = R_4 + j\omega L_4 \\ Y_4 = j\omega C_4 \end{cases} \quad (4-6)$$



図B-5 フェライトを含む領域の断面

とする。

ある定常磁化に対する磁性体の比透磁率、比誘電率をそれぞれ μ_r 、 ϵ_r とすると式(4-6)の単位長さ当たりのインダクタンスとキャパシタンスは、

$$\begin{aligned} L_4 &= \frac{\mu_o}{2\pi} \left(\ln\left(\frac{d_2}{d_1}\right) - \ln\left(\frac{b}{a}\right) + \mu_r \cdot \ln\left(\frac{b}{a}\right) \right) \\ &= \frac{\mu_o}{2\pi} \cdot \ln\left(\frac{d_2}{d_1} \left(\frac{b}{a}\right)^{(\mu_r-1)}\right) \end{aligned} \quad (4-7)$$

$$C_4 = \frac{2\pi\epsilon_o\epsilon_r}{\ln(a/b)^{(\epsilon_r-1)}} \quad (4-8)$$

となる。次に伝送線路の損失が磁性体内でのみで起こるとしてレジスタンス(R_4)を求める。磁性体の形状は内径(a)、外径(b)のトロイダル状のコアである。磁性体の複素透磁率を導入し、

$$\mu = \mu' - j\mu'' = \mu_o\mu_r(1 - j \cdot \tan\delta) \quad (4-9)$$

コアの複素インダクタンス (L_s) を計算すると、

$$L_s = \frac{\mu_o \mu_r}{2\pi} \ln\left(\frac{b}{a}\right) (1 - j \cdot \tan \delta) \quad (4-10)$$

ただし、Q値の定義から、

$$Q = \frac{\mu'}{\mu''} = \frac{1}{\tan \delta} \quad (4-11)$$

従って、周波数 $\omega/2\pi$ でのインピーダンス (Z_4) は、

$$Z = j\omega L_s = \omega L_o \tan \delta + j\omega L_o \quad (4-12)$$

(L_o はコアの自己インダクタンス)

となり、伝送線路の損失が磁性体内でのみ生ずるとした時のレジスタンス (R_4) は、

$$R_4 = \omega L_o \tan \delta = \frac{\omega L_o}{Q} \quad (4-13)$$

となる。

磁性体を含む領域④の特性インピーダンス Z_{o4} 、伝播定数 γ_4 は、式 (4-6) と (4-12) で与えられるイミタンスとインピーダンスの式から、式 (4-14) を得る

$$\begin{cases} Z_{o4} = \sqrt{L_o(\tan \delta + j)/C_4} \\ \gamma_4 = \sqrt{j\omega^2 C_4 L_o(\tan \delta + j)} \\ x_4 = l_4 \end{cases} \quad (4-14)$$

B-6 空洞のインピーダンス

半同軸型空洞共振器は、4つの区分から成る伝送線路の組み合わせで構成され、そのインピーダンスを分布定数回路として評価することができることを示した。そして (V, I) の入出力関係は、式 (3-2) で与えられる合成された四端子行列 $\{M_o\}$ で記述される。

$$M_o = \begin{pmatrix} a_{11} + j \cdot b_{11} & a_{12} + j \cdot b_{12} \\ a_{21} + j \cdot b_{21} & a_{22} + j \cdot b_{22} \end{pmatrix} \quad (5-1)$$

次に、合成行列 $\{M_o\}$ の一般系を式 (5-1) のように表し、式 (3-2) を書き換える。

$$\begin{pmatrix} V \\ I \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} + j \cdot b_{11} & a_{12} + j \cdot b_{12} \\ a_{21} + j \cdot b_{21} & a_{22} + j \cdot b_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_o \\ I_o \end{pmatrix} \quad (5-2)$$

半同軸型空洞は終端が短絡されているので、式 (5-2) に $V_o = 0$ を代入する。空洞のインピーダンスは、入力電圧、電流比で定義されるから、

$$Z = \frac{a_{12} + j \cdot b_{12}}{a_{22} + j \cdot b_{22}} \quad (5-3)$$

これを整理して、

$$Z = \frac{a_{12} a_{22} + b_{12} b_{22}}{a_{22}^2 + b_{22}^2} + j \cdot \frac{a_{22} b_{12} - a_{12} b_{22}}{a_{22}^2 + b_{22}^2} \quad (5-4)$$

したがって、高周波加速空洞は式 (5-4) で表される右辺第一項をレジスタンス、第二項をリアクタンスに持つ直列回路と等価である。

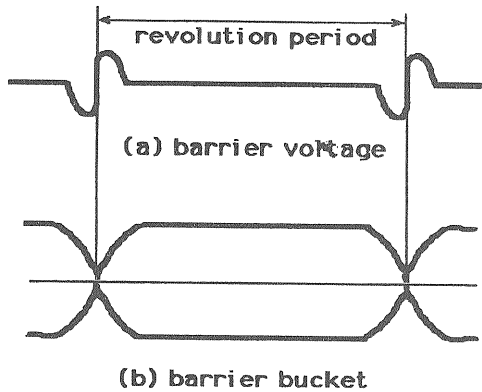
C. Barrier Bucket

縦方向の位相空間にポテンシャル壁 (barrier) を作り、ビームをそこに堰止め蓄積する手法は 1983 FERMLAB の $p\bar{p}$ 衝突ビームの蓄積法として J.Griffin (文献 83GR) によって報告された。その後米国ブルックヘブン国立研究所 (AGS) ではビーム強度を上げるためにこの barrier バケツという手法を用いて、AGS プラスターからのビームを入射後デバンチさせながら蓄積する研究が始められた (96BL)。この方法を使うと縦方向位相空間のビーム分布を均一にする事ができ空間電荷効果が抑制され、リングのビーム蓄積量を上げる事が期待できる。

Barrier bucket によるビーム蓄積は次のように理解される。まず、空洞に 1 CYCLE の高周波信号をビーム周回周期に毎に加える (図 C-1 (a))。これによって作られる高周波バケツは図 C-1 (b) のように周回周期毎に節をもつ形になる。したがって、入射されたビームは、周回周期の中で barrier bucket を作るために入れた高周波の半周期分しか発散・収束力を受けないため、この細かいバケツの中をゆっくりと位相振動する。次

に別の barrier cavity (図C-2(a)#2) に同様の高周波を入力する。ただしこのとき二つの空腔の高周波に位相差 τ をつける (図C-2(a))。図C-

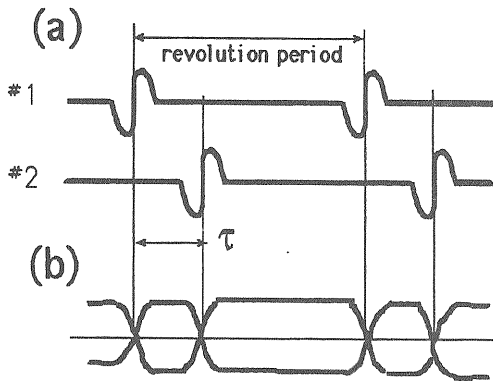
参考文献



図C-1 Barrier RF voltage (a) and barrier bucket (b)

2(b)のような孤立バケツを作ることができる。

ビーム入射の度に barrier bucket 間の位相差 τ を0~入射ビームのバンチ長程度にまで断熱的に変化させ孤立バケツをつくり、そこにビームを入射した後孤立バケツを消しビームをデバンチするという操作を繰り返すことによって、ビームの蓄積が可能になる。



図C-2 2つのBarrier RF voltage と位相関係 (a) and 合成の barrier bucket (b)

●高周波加速空腔
(69KA)

40 GeV 陽子シンクロトロンの高周波加速空腔
(設計と実験)

亀井 亨、近藤素夫、石井和啓、山口達雄

SJC-A-69-4 (1969) INS

(9500)

RF SYSTEMS OF SYNCHROTRONS FOR JAPANESE HADRON PROJECT

C.OOMORI, et.al. 加速器科学研究会 (1995)

(93BR)

THE UPGRADE PROJECT FOR THE RF SYSTEM FOR THE BROOKHAVEN AGS

J.M.Brennan et.al.,

Particle Accelerator Conference (1993)1241

* 加速空腔寄生共振の除去

(89PE)

AN IMPROVED 1.26 MHZ SYSTEM FOR THE FERMILAB ANTIPROTON ACCUMULATOR

D.W.Peterson, et.al.,

IEEE (1989) 237-

* 加速空腔、Fermilab Antiproton Accumulator

(95HI)

A FERRITE LOADED UNTUNED CAVITY FOR A COMPACT PROTON SYNCHROTRON

J.I.Hirota et.al.,

Particle Accelerator Conference (1995)

*Multi-power-feed

(91SA)

THE AGS BOOSTER HIGH FREQUENCY RF SYSTEM

R.T.Sanders,et.al. P A C (1991)681

(71BI)

THE RF ACCELERATING SYSTEM FOR THE CERN PS BOOSTER

U.Bigliani, et.al., IEEE NS - 18, No.3 (1971)page.233

*加速空腔、CERNPS Booster,HLE,Air Cooled cavity

(**AR)

STUDY AND DESIGN OF NAL MAIN RING ACCELERATOR CAVITY

B.Arfin, et.al., page.237

* NAL 53MHz Cavity

(96BL)
A BARRIER BUCKET EXPERIMENT FOR ACCUMULATING DE-BUNCHED BEAM IN THE AGS
M. Blaskiewicz, et al., ; EPAC96 (1996)

* Barrier Bucket
(83GR)

ISOLATED BUCKET RF SYSTEMS IN THE FERMILAB ANTIPROTON FACILITY
J.E.Griffin, et al., ; IEEE NS-30, No.4 (1983)p.3502-
* Barrier Bucket

●強磁性体の物性と加速器用磁性体の測定
(50BR)

F.G.Brockmann, et al.; Phys. Rev. 77 (1950) 85.-
(55GO)

E.W.Gorter, Proc.IRE 43 (1955) 245.-
(48SO)

J.L.Snoek, Physica 14 (1948)207
(57SU)

THE THEORY OF FERROMAGNETIC RESONANCE AT HIGH SIGNAL POWER
H.Suhl,; J.Phys.Chem.Solids. Pergamon Press Vol.1.
(1957)209-227

* High Loss Effect
(79GR)

A REVIEW OF SOME DYNAMIC LOSS PROPERTIES OF Ni-Zn ACCELERATOR RF SYSTEM FERRITE

J.E.Griffin, et al., ; IEEE NS-26, No.3, (1979) 3965-
(82WA)

磁化機構・磁性化合物・磁性合金
渡辺 浩：金属物性基礎講座 12
日本金属学会編 (丸善 1982)
(58CH)

強磁性体の物理 (上) (下)

近角 聡信：物理学選書 4 (1958), 12 (1984)
(80WA)

A STUDY OF FERRITES FOR PARTICLE ACCELERATORS

S.Watabe, et al., ; Ferrites: Proceedings of the International Conference (1980) 328

* High Loss Effects
(67RO)

MAGNETIC LAG AND DYNAMIC HIGH-FREQUENCY ABSORPTION FERRITES

L.B.Rozenbaum : Soviet Physics-Solid State vol.9,
No.5 (1967) 1013-

* Magnetic after-effect, Dynamic loss

(68KA)

MEASUREMENTS ON THE MAGNETIC PROPERTIES OF FERRITE CORES FOR PROTON SYNCHROTRON RF ACCELERATING CAVITY

T.Kamei, et al., ; SJC-A-68-4

* KEK-PS のフェライト測定

(69CH)

陽子高周波加速器用フェライト特性と不安定現象
千葉修, et al., ; 応用磁気学術講演会 (1969)31-

* Non-Linear Effects

(71KE)

THE RF FERRITE - TESTING PROGRAM AT NAL
Q.A.Kerns, et al., ; IEEE NS-18 (1971) 244.-

* High Loss Effect

(69RA)

NONLINEAR EFFECTS IN 'LINEAR' FERRITES AT HIGH RF FIELD

G.Rakowsky, et al., ; IEEE NS-16 (1969) 543.-

* Non-Linear Effects

(93CH)

CHOICE OF THE RF CAVITY FOR THE SSC COLLIDER

W.Chou : 1993-PA C (1993) 818-

* SSC での空洞の検討

(93GO)

NON LINEAR EFFECTS IN FERRITE TUNED CAVITIES

Y.Goren, et al., ; 1993-PAC (1993) 877-

* Ferrite Non-Linear Effect

(79BE)

FERRITE MEASUREMENTS FOR SNS ACCELERATING CAVITIES

R.G.Bendall and R.A.Church : RL-79-024 (SNS)

* SNS フェライト測定

(89GO)

STUDIES OF FERRITE MATERIALS FOR THE AGS BOOSTER SYNCHROTRON

M.A.Goldman, et al., ; 1989-PAC (1989)165-

* 磁性体の特性比較

● New Techniques and New Materials

(95DE)

A NEW RF SYSTEM FOR BUNCH COALESCING IN THE FERMILAB MAIN RING

J.Dey, et al., ; 1995-PAC (1995)

* New materials

(88YO)

COMMON MODE CHOKE CORES USING THE

NEW FE-BASED ALLOYS COMPOSED OF
ULTRAFINE GRAIN STRUCTURE

Y.Yoshizawa,et.al., : Journal of Appl. Phys. vol .64
,No.10 (1988) 6047-

* New materials, FINEMET
(95HA)

日立製作所、橋本、廣田両氏との私信

● Beam Loading
(75PE)

BEAM LOADING EFFECTS IN THE VERN PS
BOOSTER

F.Pedersen, IEEE NS-22, No.3, (1975) 1906-
and NS-22,No.3,(1975) 1906-

* Beam Loading Effects

● フェライトバイアス電源
(79BE)

SNS RF CAVITY BIAS SYSTEM

D.R.Culliford : SNS / 0 / N1 / 84

* バイアス電源解析

(88PS)

高周波加速空洞フェライト・バイアス電源の基本
設計

KEK-PS, Accelerator Study Note ASN 283