

## はじめに

大型ハドロン計画では3 GeVブースターと50 GeV主リングの2つのシンクロトロンを考えているので、加速システムもそれに合った二種類のものが必要となる。この二つの加速システムに共通な要求は(1) これまでの陽子加速器で最大級(Rutherford Appleton研究所のISISと同程度)のビーム電流を加速する必要がある、(2) 限られた周長の中に必要な数の空胴を収めるため、単位長さあたりの加速電圧を大きくしなければならないと言う点である。3 GeVブースターのための空胴に更に必要な点として(3) 速い繰り返し(25 Hz または50 Hz)のため空胴の共振周波数を極めて早く変化させる必要があることが上げられる。ところが、フェライトによっては磁気特性が低下するものもあることは別の講義によって述べられている。50 GeV主リングの空胴は(4) 結合バンチ不安定性を減らすため寄生共振を弱くする、(5) ブースターからの入射時にバンチが全周の一部に片寄っている状態、即ちビームギャップによって生じる過渡的なビーム負荷に対しても安定であることが必要となる。

大型ハドロン計画シンクロトロンの加速に関連する主なパラメーターを表に示す。

	3 GeV ブースター	50 GeV 主リング
周長	340 m	1145 m
入射エネルギー	200 MeV	3 GeV
取り出しエネルギー	3 GeV	50 GeV
$\gamma$ の最大値	4.2	54.3
トランジション $\gamma$	7.1	31.6 i
ハーモニック数	4	17
バンチ数	4	16
周波数	2~3.4MHz	3.4~3.5MHz
電圧	450 kV	300 kV
ビーム位相の最大値	40度	30度
繰り返し	25(50)Hz	0.3Hz
加速時間	20(10)ms	1.9s
運動量オーバーチャー	0.5%	0.5%
ビーム強度	$5 * 10^{13}$	$2 * 10^{14}$
周回電流	4~7 A	7 A

本テキストでは陽子加速器の高周波加速システムの基本について述べる。第1章ではシンクロトロンでの加速を理解するのに必要な位相方程式と高周波バケツの概念について復習する。第2章では制御系を理解するのに用いられる伝達関数について述べる。はじめにビーム伝達関数を求め、デルタRと位相ループのみの簡単なフィードバックについて考える。第3章では12 GeV PS等を例に陽子加速器の制御系について見る。第4章ではビーム負荷のある場合での系の安定性についてF.Pedersenの方式に基づいて考える。空胴の伝達関数を用いて、空胴の合成電流、 $I_T$ から出力電圧への伝達関数を求める。系の安定性を判別するのに用いられるRouth-Hurwitz判別法についても述べる。第5章ではビームローディング対策としてどのようなことが大強度の陽子加速器で行われているか紹介する。ISISのフィードフォワード法とAGSのフィードバック法について説明する。この章の最後にフィードバック法を用いたときそのゲインを制限するケーブル等による遅延の効果について簡単に解説する。第6章ではビームが全てのバケツに入っていない状況で起きる過渡的ビームローディングについて解説する。第7章では結合バンチ不安定性に対する対策として寄生共振を減らす手法についていくつか紹介する。

# 第1章. 粒子の運動

## 1.1 位相方程式の復習

縦方向の位相空間での粒子の運動を表す運動方程式はすでにOHO84などで詳しく述べられているので、ここでは後のビーム制御を理解するための知識として最小の範囲にとどめる。詳しくは文献[1]を参照されたい。さて、シンクロトロンにおける粒子の回転周波数は

$$\omega_{rev} = \frac{2\pi}{\tau} = \frac{2\pi\beta c}{L} \quad (1)$$

で与えられる。ここで $\tau$ は周期で $L$ は軌道長である。良く知られているように

$$\frac{d\omega_{rev}}{\omega_{rev}} = -\frac{d\tau}{\tau} = \frac{d\beta}{\beta} - \frac{dL}{L} = \left( \frac{1}{\gamma^2} - \alpha_p \right) \frac{dp}{p} \quad (2)$$

であり、括弧の中を通常

$$\eta = \frac{1}{\gamma^2} - \alpha_p = \frac{1}{\gamma^2} - \frac{1}{\gamma_T^2}, \quad (3)$$

phase slip factorと呼ぶ。これがゼロとなる時がトランジションであり、陽子シンクロトロンにおける重要な問題となる。その時の $\gamma$ をトランジションガンマと呼び、これはmomentum compaction factor  $\alpha_p$ の平方根の逆数、

$$\gamma = 1/\sqrt{\alpha_p} = \gamma_T \quad (4)$$

である。

\* \* \*

問題1 ここで、 $\alpha_p = \frac{\Delta L}{L} / \frac{\Delta p}{P}$ は

$$\begin{aligned} \alpha_p &= \frac{1}{L} \oint \frac{\eta(s)}{\rho(s)} ds \text{ であたえられることを} \\ &= -\frac{p}{\eta} \frac{\Delta\omega}{\omega} = \frac{p}{h\eta}, \Delta x_p(s) = \eta(s) \Delta p/p \text{ から導け。} \end{aligned}$$

\* \* \*

大型ハドロン計画では加速エネルギー中にトランジションが無いようなシンクロトロンラテイスを考えているので、この講義では粒子はいつもトランジション以下のエネルギーであるとしていることに注意されたい。さて、通常シンクロトロンでは数台の空洞によって必要な加速電圧を得ているが、簡単化のためにここでは1台の空洞に全電圧が掛かっており、加速ギャップはバンチの長さに比べ十分に小さいとする。この電圧は $\omega_{rev}$ に高周波バケツの数 $h$ を掛けた $\omega_{RF}$ を用いて、

$$V(t) = V \cdot \sin \omega_{RF} t \quad (5)$$

で表される。ここで、 $V$ と $\omega_{RF}$ はベータトロン振動に比べゆっくりと変化する。偏向電磁石の磁場を $B$ 、その中での粒子の曲率半径を $\rho$ とすると粒子の運動量は

$$p = eB\rho \quad (6)$$

となり、ここで $\rho$ はシンクロトロンにおいては一定であるから、

$$\dot{p} = e\rho\dot{B} \quad (7)$$

である。ここで、高周波バケツの中心に存在する粒子（例えばベータトロン振動の振幅が0で電磁石の設計上の中心軌道上を通る粒子）をsynchronous particleと呼び、時刻 $t=0$ に空洞の電圧、 $V \sin \omega_{RF} t$ に対する相対位相 $\phi_s$ で空洞のギャップを通過する。粒子がシンクロトロンを一周する時のエネルギーの増加は

$$\Delta E = 2\pi e\rho R\dot{B} \quad (8)$$

となる。したがって

$$eV \sin \phi_s = 2\pi e \rho R \dot{B} \quad (9)$$

であり、この $\phi_s$ を synchronous phase と呼ぶ。この式から解かるように、電磁石の励磁パターン、 $B(t)$ がきまれば、synchronous phaseはその時の高周波電圧から一意的に求まる。

この synchronous particle の基準として、次の様な変位を持った粒子を考える。

$$\text{エネルギー} \quad E = E_s + \delta E \quad (10)$$

$$\text{運動量} \quad p = p_s + \delta p \quad (11)$$

$$\text{角速度} \quad \omega = \omega_s + \delta \omega \quad (12)$$

$$\text{回転周期} \quad \tau = \tau_s + \delta \tau \quad (13)$$

$$\text{位相} \quad \phi = \phi_s + \delta \phi \quad (14)$$

一周あたりのエネルギーの増加はこの粒子については

$$\Delta E = eV \sin \phi \quad (15)$$

であり、synchronous particle については

$$\Delta E_s = eV \sin \phi_s \quad (16)$$

である。したがって、synchronous particle とのエネルギーの差 ( $\delta E$ ) の一周後の変化は

$$\Delta(\delta E) = eV(\sin \phi - \sin \phi_s) \quad (17)$$

となる。ここで

$$\frac{d(\delta E)}{dt} = \frac{\Delta(\delta E)}{\tau_s} \quad (18)$$

と近似できるから、運動方程式のひとつ

$$\frac{d(\delta E)}{dt} = \frac{eV}{2\pi} \omega_s (\sin \phi - \sin \phi_s) \quad (19)$$

が得られる。(2) 式より

$$\Delta p = -\frac{p}{\eta} \frac{\Delta \omega}{\omega} = \frac{p}{h\eta\omega} \dot{\phi} \quad (20)$$

であり、これからもう一つの運動方程式

$$\frac{d\delta\phi}{dt} = h\eta\omega \frac{\Delta p}{p} = \frac{h\eta}{pR} \Delta E \quad (21)$$

が得られる。

\* \* \*

問題2 この二つの運動方程式から、 $\phi - \phi_s$  の場合のシンクロトロン振動の方程式と振動数を導け。

\* \* \*

## 1.2 高周波バケツの概念

運動方程式 (19)、(21) を次のように書き換えておく、

$$\frac{dW}{dt} = -\frac{\partial H}{\partial \delta\phi} = \frac{eV}{2\pi h} (\sin \phi - \sin \phi_s) \quad (22)$$

$$\frac{d\delta\phi}{dt} = \frac{\partial H}{\partial W} = \frac{h\eta\omega}{pR} W \quad (23)$$

ここで、 $W = \Delta E / \omega$  である。この運動を表すハミルトニアンは

$$H = \frac{1}{2} \frac{h\eta\omega}{pR} W^2 - \frac{eV}{2\pi} [\delta\phi \sin \phi_s + \cos \phi_s + \delta\phi] \quad (24)$$

で与えられる。

\* \* \*

問題3 Stationary bucket の場合 ( $\phi_s = 0$ 、加減速しない場合)、安定不動点と不安定不動点は何か。この不安定不動点を通る粒子の軌跡(separatrix)は

$$W = \pm \sqrt{\frac{2eVpR}{\pi h|\eta|\omega}} \cos(\phi/2)$$

で与えられ、バケツの高さは

$$W_M = \pm \sqrt{\frac{2eVpR}{\pi h|\eta|\omega}}$$

バケツの面積は

$$S_0 = 8 \sqrt{\frac{2eVpR}{\pi h|\eta|\omega}}$$

となることを文献[1,3]などを参考に確かめよ

\* \* \*

問題4 moving bucketの場合  
separatrixは

$$W = \pm \sqrt{\frac{eVpR}{\pi h|\eta|\omega}} [\cos \phi + \cos \phi_s + (\phi + \phi_s - \pi) \sin \phi_s]$$

で与えられ、バケツの面積は

$$S_0 = 8 \sqrt{\frac{2eVpR}{\pi h|\eta|\omega}} \alpha(\sin \phi_s)$$

となるが、ここで $\alpha$ がどのような関数か確かめよ

\* \* \*

## 第2章. 伝達関数

高エネルギー加速器のような複雑な系の安定性を議論する時、系を線形のシステムで或るとし、伝達関数が用いられる。伝達関数とは任意の入力 $x(t)$ を線形システムに加えるとき、 $s$ 領域での入出力の関係は

$$y(s) = G(s)x(s) \quad (25)$$

となる。ここで $G(s)$ がシステムの伝達関数である。 $x(s)$ と $y(s)$ は $x(t)$ と $y(t)$ のラプラス変換である。この伝達関数 $G(s)$ は複素変数 $s$ の関数であり、 $s$ は

$$s = \sigma + j\omega \quad (26)$$

と書ける。これらの伝達関数については文献[2]で詳しく説明されているので参照されたい。

### 2.1 ビーム伝達関数

この後述べるビーム制御を理解するために次にビームの伝達関数について理解しよう。まずビームを1つのマクロ粒子として考える近似を使うことにする。そして、この粒子の運動はsynchronous particleの周りの微小振動で記述できるとする。ここで始めに入力であるRF周波数に誤差がある場合を考えよう。この誤差により出力であるビームの位相、周波数、回転半径の変化量は

$$\delta\phi_B = B_\phi \delta\omega_{RF} \quad (27)$$

$$\delta\omega_B = B_\omega \delta\omega_{RF} \quad (28)$$

$$\delta R = B_R \delta\omega_{RF} \quad (29)$$

と記述できるとする。この第一式のビーム伝達関数、 $B$ を求めてみよう。前に求めた運動方程式(19)を、簡単のため

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}(\delta E) &= \frac{eV\omega_s}{2\pi} [\sin(\phi_s + \delta\phi_B) - \sin\phi_s] \\ &\approx \left[ \frac{eV\omega_s}{2\pi} \cos\phi_s \right] \delta\phi_B \end{aligned} \quad (30)$$

と書き直しておく。もう一つの運動方程式 (21) は誤差の項を加え

$$\frac{d}{dt}(\delta\phi_B) = \frac{h\eta}{pR} \delta E + \delta\omega_{RF} = \frac{\omega_{RF}\eta}{\beta^2 E} \delta E + \delta\omega_{RF} \quad (31)$$

と書くことが出来る。式 (30) に式 (31) を代入しラプラス変換することにより

$$\delta\phi_B(s) = \frac{s}{s^2 + \omega_s^2} \delta\omega_{RF}(s) \quad (32)$$

が導ける。すなわち  $B_\phi(s) = s/(s^2 + \omega_s^2)$  である。ここで

$$\omega_s^2 = h e V_{RF} \left( \frac{\omega}{\beta} \right)^2 \left( \frac{|\eta| \cos\phi_s}{2\pi E} \right) \quad (33)$$

である。

\* \* \*

問題5 同様に  $B_R(s)$  と  $B_\omega(s)$  を導け、ここで

$$\delta R = R / \gamma_{TR}^2 \beta^2 \cdot \delta E / E,$$

$$\delta\omega_b = -\eta\omega_b / \beta^2 \cdot \delta E / E$$

である。

\* \* \*

もう一つの例として、電圧に電圧誤差  $V_0 a(t)$  と位相誤差  $\delta\phi_V(t)$  があ場合どのように粒子の位相  $\delta\phi_B(t)$

に反映するかを考えることにする。すると運動方程式 (19) は

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}(\delta E) &= \frac{e\omega_s}{2\pi} [V(t) \sin(\phi_s - \delta\phi_B + \delta\phi_V) - V_0 \sin\phi_s] \\ &= \frac{e\omega_s}{2\pi} V_0 [(1 + a(t)) \sin(\phi_s - \delta\phi_B + \delta\phi_V) - \sin\phi_s] \\ &\approx \frac{eV_0\omega_s}{2\pi} [\cos\phi_s \cdot (-\delta\phi_B + \delta\phi_V) + \sin\phi_s \cdot a(t)] \\ &= \frac{eV_0\omega_s}{2\pi} \cos\phi_s [-\delta\phi_B + \delta\phi_V + \tan\phi_s \cdot a(t)] \end{aligned} \quad (34)$$

となり、これと式 (31) から

$$\frac{d^2\delta\phi}{dt^2} + \omega_s^2\delta\phi = \omega_s^2\delta\phi_b - \omega_s^2 \tan\phi_s a(t) \quad (35)$$

が得られ、ラプラス変換して

$$P_B(s) = \frac{\omega_s^2}{s^2 + \omega_s^2} (P_V(s) + \tan\phi_s \cdot a_V(s)) \quad (36)$$

が得られる。ここで、 $P_B(s)$ 、 $P_V(s)$ 、 $a_V(s)$  はそれぞれ、 $\delta\phi_B(t)$ 、 $\delta\phi(t)$ 、 $a(t)$  のラプラス変換である。これをブロック図で描くと図1のようになる。

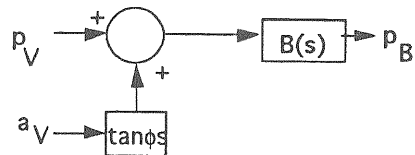


図1、電圧誤差の伝達のブロック図

## 2.2 簡単なフィードバックの例

問題5 で求めたビームの伝達関数、

$$B_R(s) = \frac{b}{s^2 + \omega_s^2}; \quad b = \frac{ceV \cos\phi_s}{2\pi\beta\gamma_{TR}^2 E} \quad (37)$$

を用いて、ビームの位置の情報を高周波電圧にフィードバックした場合について考えてみる。即ち図2のような制御ループを考えてみる。

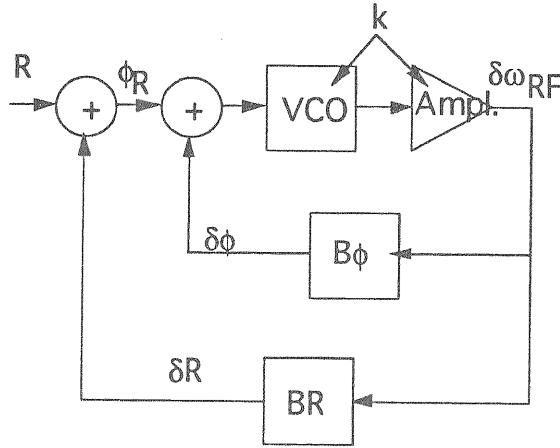


図2、ΔRループと位相ループ

まずΔRループのみについて考えるため、一番内側の位相フィードバックは無視して考えてみる。するとΔRとδω<sub>RF</sub>の間には

$$\delta R = B_r \delta \omega_{RF} \quad (38)$$

$$\delta \omega_{RF} = k(R - \delta R) \quad (39)$$

で表される関係が成り立つことが解かる。ここでkはVoltage Controlled Oscillatorおよびアンプ等全てをまとめた伝達関数である。これらの式は簡単に

$$\delta R = \frac{k B_r}{1 + k B_r} R \quad (40)$$

となり、式(37)を用いて書き直すと

$$\delta R = \frac{k b}{s^2 + \omega_s^2 + k b} R \quad (41)$$

となる。もし、このフィードバックループがなければ

$$\delta R = B_r \delta \omega_{RF} = k B_r R = \frac{k b}{s^2 + \omega_s^2} R \quad (42)$$

であるから、このΔRループはω<sub>s</sub><sup>2</sup>をω<sub>s</sub><sup>2</sup>+kbにシフトさせる役割を果たしていることが解かる。すなわち、この運動はダンピングされていない。これに対し、同様のループを位相差δφについて考える。基準となるΔRループの補正をした位相入力φ<sub>R</sub>と位相の変位δφ<sub>B</sub>の間には

$$\delta \phi_B = \frac{k B_\phi}{1 + k B_\phi} \phi_R \quad (43)$$

の関係があり

$$B_\phi(s) = \frac{s}{s^2 + \omega_s^2} \quad (44)$$

であるから、

$$\delta \phi = \frac{K s}{s^2 + K s + \omega_s^2} \phi_R \quad (45)$$

となる。この式がダンピングの項を含んでいることは明瞭であろう。この関数のポールはKが正であれば負の実部を持つ複素数となる。この位相ループがビームの振動をダンピングさせるので、ΔRループもダンピングされることになる。

[memo]

### 第3章. ビーム制御系の概観

KEK 12 GeV-PSのビーム制御系[3,4]を例にして加速電圧および位相の制御について見ることにする。概念図を図3に示す。

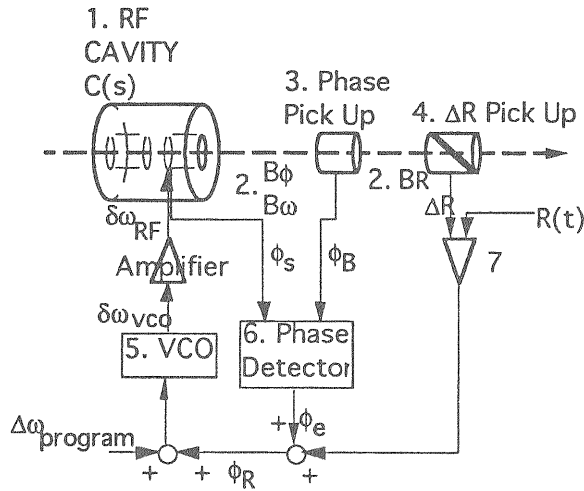


図3.陽子加速器のビーム制御の概念図

この図で

1：加速空洞

2：ビーム伝達関数

$B_\phi$ ：ビーム位相

$B_\omega$ ：周波数

$B_R$ ：ビームの軌道

への応答である。

3：位相ピックアップ

4：横 ( $\Delta R$ ) 方向のビームピックアップ

5：電圧制御発信機 (Voltage Controlled Oscillator), 空洞のRF周波数を変動させる

6：位相検出器、加速電圧に対するビームの相対位相の変化を検出する

7： $\Delta R$ フィードバックのための誤差アンプ

$\phi_B$ ：ビームバンチのRF電圧に対する位相

$\phi_s$ ：synchronous位相角

$\phi_e$ ：位相 のエラー

$\phi_r$ ： $\Delta R$ フィードバックによる補正を足した後の位

相の エラー

$\delta\omega_{VCO}$ ：VCO出力の周波数変位

$\Delta\omega_{program}$ ：周波数プログラムにおけるエラー

$\delta\omega_{RF}$ ：アンプ入力における周波数の変位

$\Delta R$ ： $\Delta R$ ピックアップでの中心軌道からのずれである。

陽子加速器の場合、入射時には粒子の速度は遅く、加速されるに従って、光速に近づいていく。大型ハドロン計画の3 GeVブースターでは入射時と取り出し時の速度の変化は1.7倍、50 GeV主リングでは1.03倍である。このため、空洞の共振周波数を時間とともに変化させる必要がある。また共振周波数を変化させるために使われている磁性体(フェライト)には温度特性、高周波特性がありそのためにも自動同調装置は重要である。このために必要とされる空洞の構造については別の講義で述べられている。ここでは、空洞の共振周波数の自動同調系について述べる。図4に概念図[3]を示す。空洞に掛かっている電圧と真空管を駆動するための高周波の位相差を検出し、あらかじめプログラムされたバイアス電流の入力パターンに足すことにより、空洞の共振周波数を制御している。

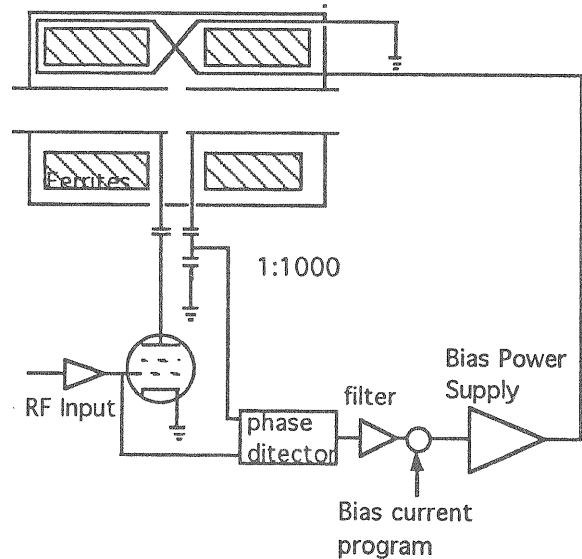


図4 陽子加速器の自動同調回路の概念図

この自動同調のループはフェライトが大きなインダクタンスを持つため、広いバンド幅をとることが容易ではない。このため、バンド幅を広げる

ための試みとしてAGSブースター[5]の自動同調回路に用いられているバイアス電流値を使ったフィードバックを紹介する。その概念図を図5に示す。バイアス電流をカレントトランスフォーマーによって取り出し、それを入力に加えることにより、負荷のインピーダンスを変換していることが解かる。

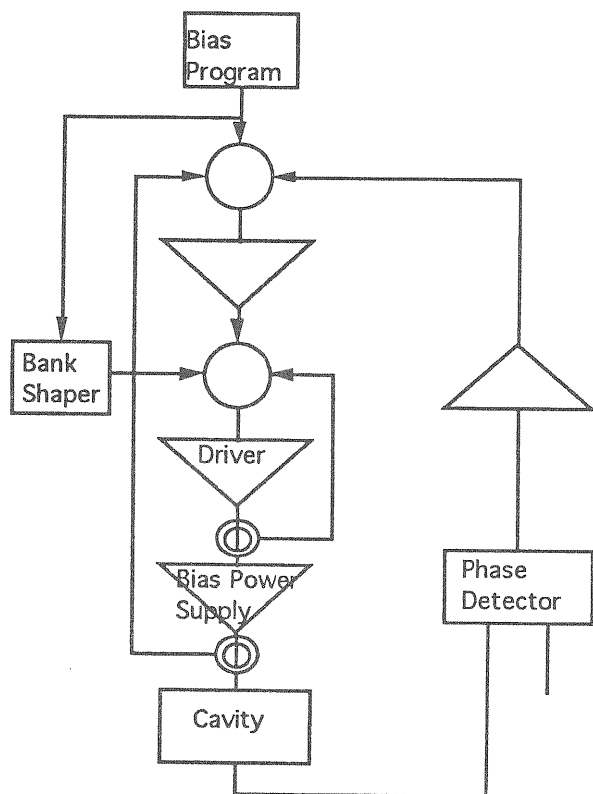


図5 自動同調回路のバンド幅を広げるためのフィードバックループ

このほかに陽子加速器における重要な制御を担うものとして、AVC(Automatic Voltage Control)ループがある。これは空胴の加速電圧及び周波数の変化によるインピーダンスの変化やビーム自身によって生じる電圧の変動を補償するための制御ループである。このループについては文献[3]を参照されたい。

## 第4章. 系の安定性

### 4.1 Phaser Diagram

空胴のギャップ電圧を  $V$ 、RF generator電流を  $I_G$ 、ビームが作る電流のうちの基本波成分を  $I_B$  として、これらの関係をPhaser Diagramを使って考えてみる。空胴のインピーダンスを  $Z(j\omega)$  として、

$$V(j\omega) = Z(j\omega) I_T(j\omega) \quad (46)$$

と表される。ここで  $I_T$  は空胴に流れる全RF電流である。即ち

$$I_T(j\omega) = I_G(j\omega) + I_B(j\omega) \quad (47)$$

である (図6参照)

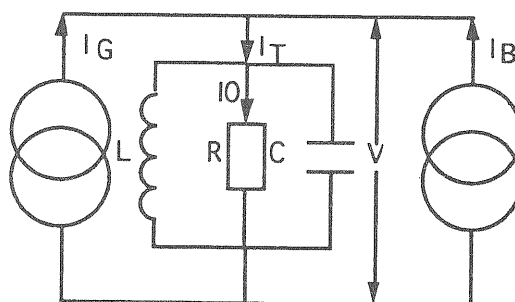


図6 加速空胴とビーム、駆動回路の等価回路図

座標系の実軸 (正) を電圧の方向と定義しphaser diagramを書くとすると

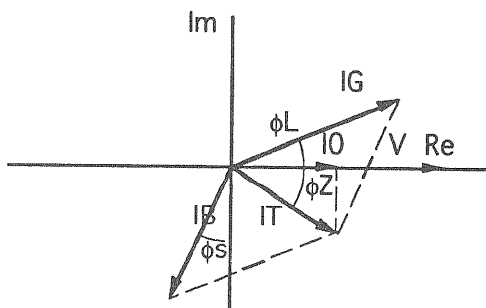


図7 phaser diagram

ここで、 $\phi_B$  は  $I_B$  の位相角 (トランジション以下で



あることに注意)、 $\phi_Z$ は空胴インピーダンスの $\omega_{RF}$ に於ける位相角、 $\phi_L$ はRF generator電流 $I_G$ と電圧 $V$ の位相角である。空胴 (のフェライト) での消費電力は

$$P_0 = V I_0 / 2 \quad (48)$$

で与えられる。また、ビームパワーは

$$P_b = V I_B \sin \phi_B / 2 \quad (49)$$

となる。phasor diagramから

$$\begin{aligned} I_G &= \frac{I_0 + I_B \sin \phi_B}{\cos \phi_L} \\ &= \frac{I_0(1 + Y \sin \phi_B)}{\cos \phi_L} \\ &= 2 \frac{P_0 + P_B}{V \cos \phi_L} \end{aligned} \quad (50)$$

$$\begin{aligned} \tan \phi_L &= -\frac{I_0 \tan \phi_Z - I_B \cos \phi_B}{I_0 + I_B \sin \phi_B} \\ &= -\frac{\tan \phi_Z - Y \cos \phi_B}{1 + Y \sin \phi_B} \end{aligned} \quad (51)$$

\* \* \*

問題6  $I_B$ が空胴の電圧 $V$ に対して $\phi_B + \pi/2$ だけ違った方向を向いていることを下の図を参考に考えよ。またバンチが短いとき $I_B$ は平均電流 $I_{DC}$ から $I_B = 2 I_{DC}$ で表されることを示せ。

\* \* \*

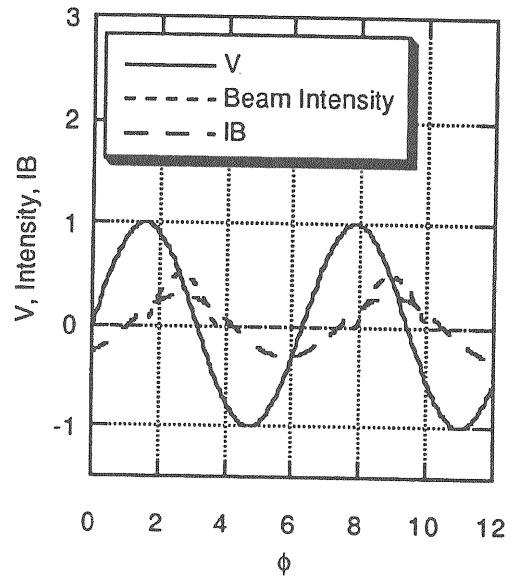


図7 ビーム電流の基本波成分と高周波電圧の位相関係

#### 4.2 伝達関数

ビームローディングの効果について考えるため、図で示したようなフィードバックループをPedersen [6]式に図8の様に微小な変動がgenerator、ギャップ電圧、ビーム電流、チューニングの制御の間をどのように伝達されるか書き直す。

ここで $G_B$ はビーム電流 $I_B$ から空胴の電圧 $V$ への伝達関数で、

位相から位相	$G_{pp}^B$
位相から振幅	$G_{pa}^B$
振幅から位相	$G_{ap}^B$
振幅から振幅	$G_{aa}^B$

への伝達関数である。 $G_G$ はgenerator電流から空胴の電圧への伝達関数で

位相から位相	$G_{pp}^G$
位相から振幅	$G_{pa}^G$
振幅から位相	$G_{ap}^G$
振幅から振幅	$G_{aa}^G$

である。G は空胴のチューニングの変動( $x=\Delta\omega_f/\sigma$ )から空胴電圧への伝達関数で

x から位相  $G_{xp}$   
x から振幅  $G_{xa}$

である。

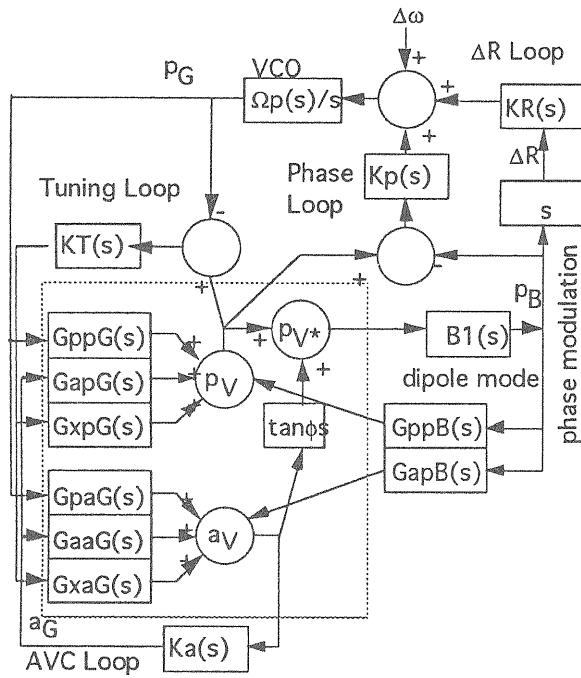


図8 実際の加速器のモデル図

これらの伝達関数を求めるには、まずITからVへの伝達関数を求め、図7の位相関係からGBとGGを求めることができる。ITを

$$x(t) = \text{Re}[x_0(1 + a_x(t))e^{j(\omega_c t + p_x(t))}] \quad (52)$$

とし、これからV、

$$y(t) = \text{Re}[y_0(1 + a_y(t))e^{j(\omega_c t + \theta_y + p_y(t))}] \quad (53)$$

への位相と振幅の変位 (p、a) の伝達を調べると、

$$p_x(t) = x_p \cos \omega_p t = \text{Re}[x_p e^{j\omega_p t}] \quad (54)$$

$x_p \ll 1$

$$a_x(t) = x_a \cos \omega_a t = \text{Re}[x_a e^{j\omega_a t}] \quad (55)$$

$x_a \ll 1$

これから x (t) は5つの周波数成分を含んだ

$$x(t) \approx \text{Re}[x_0 \{ e^{j\omega_c t} + \frac{x_a}{2} e^{j(\omega_c + \omega_a)t} + \frac{x_a}{2} e^{j(\omega_c - \omega_a)t} \} + j \frac{x_p}{2} e^{j(\omega_c + \omega_p)t} + j \frac{x_p}{2} e^{j(\omega_c - \omega_p)t} \}] \quad (56)$$

と表される。空胴のインピーダンスをH(s)とすれば

$$y(t) \approx \text{Re}[x_0 \{ H(j\omega_c) e^{j\omega_c t} + H(j(\omega_c + \omega_a)) \frac{x_a}{2} e^{j(\omega_c + \omega_a)t} + H(j(\omega_c - \omega_a)) \frac{x_a}{2} e^{j(\omega_c - \omega_a)t} + j \frac{x_p}{2} H(j(\omega_c + \omega_p)) e^{j(\omega_c + \omega_p)t} + j \frac{x_p}{2} H(j(\omega_c - \omega_p)) e^{j(\omega_c - \omega_p)t} \}]$$

$$= \text{Re}[x_0 H(j\omega_c) e^{j\omega_c t} \times \{ 1 + \frac{x_a}{2} \frac{H(j(\omega_c + \omega_a))}{H(j\omega_c)} e^{j\omega_a t} + \frac{x_a}{2} \frac{H(j(\omega_c - \omega_a))}{H(j\omega_c)} e^{-j\omega_a t} + j \frac{x_p}{2} \frac{H(j(\omega_c + \omega_p))}{H(j\omega_c)} e^{j\omega_p t} + j \frac{x_p}{2} \frac{H(j(\omega_c - \omega_p))}{H(j\omega_c)} e^{-j\omega_p t} \}] \quad (57)$$

となる。したがって、ITからVへの伝達関数は

$$G_s(j\omega) = \frac{1}{2} \left\{ \frac{H(j(\omega_c + \omega))}{H(j\omega_c)} + \frac{H(j(\omega_c - \omega))}{H(j\omega_c)} \right\} \quad (58)$$

$$G_c(j\omega) = \frac{1}{2} \left\{ \frac{H(j(\omega_c + \omega))}{H(j\omega_c)} - \frac{H(j(\omega_c - \omega))}{H(j\omega_c)} \right\} \quad (59)$$

と書くことができる。

\* \* \*

#### 問題7 空胴のインピーダンスを

$$Z(s) = \frac{2\sigma R s}{s^2 + 2\sigma s + \omega_r^2} : \sigma = \frac{\omega_{RF}}{2Q}$$

とする。ここで $\omega_r$ は空胴の共振周波数である。  
detuneを

$$\omega_d = \omega_r - \omega_c = \sigma \tan \phi_z$$

として、 $G_S$ と $G_C$ を書き直せ。

\* \* \*

#### 問題8 $I_T$ と $I_B$ 、 $I_L$ の位相関係から $G_G$ と $G_B$ を求めよ。

\* \* \*

#### 4.3 系の安定性

系が安定であるかどうかは特性方程式を用いて調べることができる。図8から $\Delta R$ ループとquadrupoleモードループを抜いた場合の特性方程式は文献に示されている。系が複雑になればなるほど特性方程式の次数も上がり、方程式も複雑になる。系の安定性を理解するために最も簡単化した、ループのない場合について考えてみよう。図8は図9のようになる。

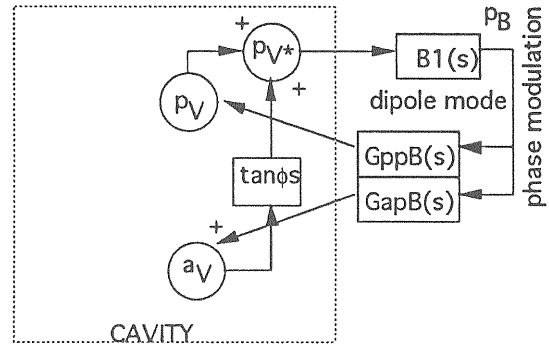


図9 ループが無い場合

図9から

$$p_V^* = \tan \phi_S G_{ap}^B p_B + G_{pp}^B p_B \quad (60)$$

$$p_B = B_1 p_V^* \quad (61)$$

となり、これを解いて特性方程式

$$1 + B_1(s) (\tan \phi_S G_{ap}^B + G_{pp}^B) = 0 \quad (62)$$

が得られる。これに式(36)から

$$B_1(s) = \frac{1}{s^2 + \omega_s^2} \quad (63)$$

を代入して

$$s^4 + 2\sigma s^3 + (\omega_s^2 + \sigma^2(1 + \tan^2 \phi_z))s^2 + 2\sigma\omega_s^2 s + \sigma^2\omega_s^2(1 + \tan^2 \phi_z - Y \tan \phi_z / \cos \phi_B) = 0 \quad (64)$$

となる[6]。ここで $Y = I_B/I_0$ である。この系が安定であるためには、この方程式の全ての解が $\text{Re}(s) < 0$ であることが必要である。このためには、Routh-Hurwitzの判別法を用いる、これから

$$0 < \frac{Y \sin 2\phi_z}{2 \cos \phi_B} < 1 \quad (65)$$

が得られる。これから $\phi_z$ は正でなければならない

ことが解かる。すなわち $\omega_r > \omega_c$ であり、これはここでRobinsonの安定条件

$$R(\omega_c + \omega_s) > R(\omega_c - \omega_s) \quad (66) \quad b_1 = \frac{a_1 a_2 - a_0 a_3}{a_1}$$

も満足する。この領域を図10に示す。

$$b_3 = \frac{a_1 a_4 - a_0 a_5}{a_1}$$

$$c_1 = \frac{b_1 a_3 - a_1 b_3}{b_1}$$

.....

である。この数列の最初の列の係数の符号の変化の数がs平面の右半分にある特性方程式の根の数に一致する。

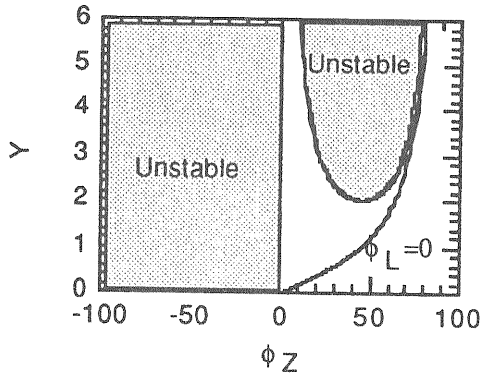


図10 ビームが不安定になる領域。

\* \* \*

問題9 次の特性方程式について判別せよ。

$$C(s) = s^4 + 3s^3 + 4s^2 + 3s + 1 = 0$$

$$\begin{array}{l|ll} s^4 & 1 & 4 & 1 \\ s^3 & 3 & 3 & \\ s^2 & 3 & 1 & \\ s^1 & 2 & & \\ s^0 & 1 & & \end{array}$$

\* \* \*

問題10 式(64)を導け

系の安定性を判別するための方法として、よく用いられるRouth-Hurwitz判別法について述べる。これは特性方程式がsの多項式で表される場合、即ち、

$$C(s) = a_0 s^n + a_1 s^{n-1} + \dots + a_{n-1} s + a_n = 0$$

の時、この根が複素平面の右半分に存在するか否かを判別するには、この特性方程式の係数を次のように並べる。

$$\begin{array}{l|llll} s^n & a_0 & a_2 & a_4 & a_6 & \dots \\ s^{n-1} & a_1 & a_3 & a_5 & a_7 & \dots \\ s^{n-2} & b_1 & b_3 & b_5 & b_7 & \dots \\ s^{n-3} & c_1 & c_3 & c_5 & c_7 & \dots \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \dots \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \dots \end{array}$$

複雑な系について特性方程式を求め、これを解くことは容易ではないため、計算機を使った数値計算も行われている。文献[9]にはその結果が示さ

れている。この計算は、チューニングループ、位相ループ、振幅ループのみを含んだ計算（ $\Delta R$ ループは含んでいない）で、それぞれのバンド幅によって安定領域が大きく変化することが示されている。特に空胴のバンド幅 $\sigma$ が位相ループ、振幅ループと同程度の時、安定領域は著しく狭くなることが示されている。

[memo]

## 第5章. ビームローディング対策

### 5.1 液体抵抗と大出力の4極管

$1 * 10^{13}$ 以上の陽子を加速しているISISとBNLを例にビームローディングに対する対策について考える。ビームローディングに対して系が安定であるようにするには一般にrelative loading、 $Y = I_B/I_0$ を小さくすることが重要である。このために大きく分けて2つの方法が用いられている。その二つとも空胴のインピーダンスを下げることによるものである。その第一は実際の空胴のインピーダンスを下げるものでISISとBNLで用いられている。

ISISでは $2.5 * 10^{13}$ 個の粒子を50 Hzで加速し、200マイクロアンペアの電流をユーザーに供給している。この場合リングを周回する平均電流は6 A以上になる。ビームの分布がhalf-sine型としても、 $I_B$ は9.9 Aである。空胴本体の抵抗値は8 k $\Omega$ で、このままではrelative loading、Yは加速中常に2以上になってしまう。このためこれにギャップ直結の液体抵抗（硫酸銅の水溶液を抵抗体とし、ポンプによって循環冷却している）をつけ、実際の抵抗値をさげる努力が、後にのべるフィードフォワードが導入される前になされた（図1 1参照）。この液体抵抗の値が約6 k $\Omega$ あり、合成抵抗は3.4 k $\Omega$ （空胴当り）となる。通常は液体抵抗の値は余裕をみて1 k $\Omega$ 程度で運転されている。 $I_B$ と $I_0$ を図に示す。これから、入射付近と取りだし直前をのぞいて、relative loadingの値は1~2であることが解かる（図1 2参照）。

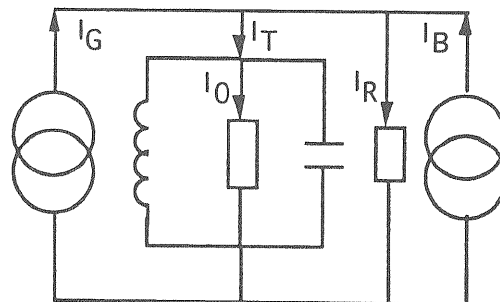


図1 1 加速ギャップに直結された液体抵抗により実際の抵抗値を下げる場合の等価回路図

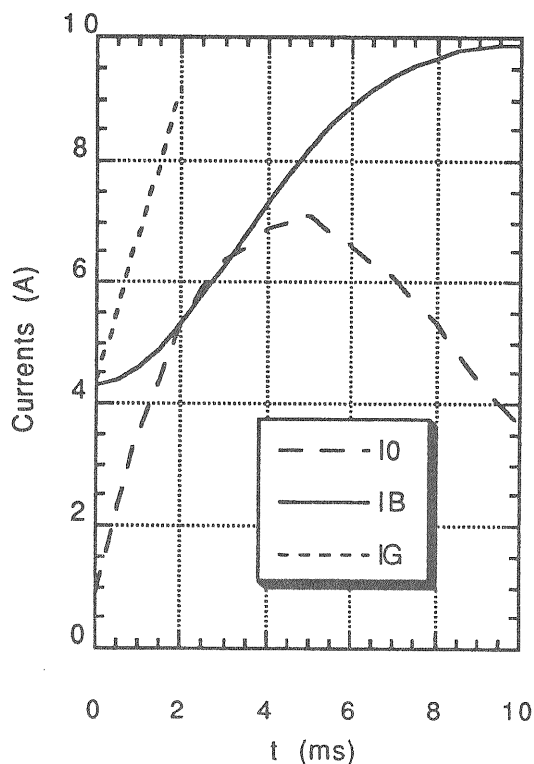


図12 ISIS加速器のビーム電流と $I_0$ 。ここで $I_G^*$ はビーム負荷を補うためにフィードフォワードシステムによってアンプから実際に流れる電流である。

BNL[7]では、大電力の4極管にはプレート抵抗 (~0.5 k $\Omega$ ) が著しく低いものがあることを利用している。例えばブースターの場合、空胴が2つのギャップを持ち、空胴のフェライトを用いた1:2のステップアップによって電圧比で1:4の変換をしているため、ビームからみたプレート抵抗は~8 k $\Omega$ となる。空胴本体の抵抗が約14 k $\Omega$ 程度とすると、この4極管のプレート抵抗によって空胴のインピーダンスも3分の1近くまで下がったことになる(図13参照)。空胴1台当りの電圧は22.5 (入射付近) ~45 kVであるから、 $I_0$ は最低4.4 ~8.8 Aとなる。一方ビーム電流は平均電流で3 (入射時) ~5 Aであり、充分余裕をみた使い方がなされていることがわかる。

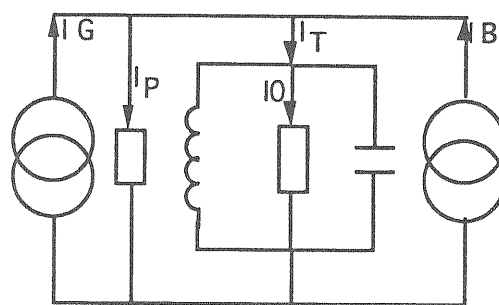


図13 4極管にプレート抵抗値の低いものを使った時の等価回路図

このように空胴本体以外に液体抵抗または4極管のプレート抵抗を用いて、実際のインピーダンスを下げる手法は有効である。しかし、この方法は実際に電力を大幅に消費し、アンプにも大きな出力の物が必要となる。これらの抵抗値は加速サイクルの間は定数的なもので、ダイナミックに変化させることは容易ではない。もし、加速サイクル中にadiabatic captureやビームマニピュレーションなどが必要な場合、空胴の電圧をさげることが必要となり、必然的に $I_0$ も減少するため、もっと大幅に空胴のインピーダンスを下げる必要がある。このようなことをこれまで述べた手法で行うことは現実的ではない。このため、ビームから見たインピーダンスのみを下げる方法がこのような場合用いられている。

## 5.2 フィードフォワード法

ISIS加速器[8]では線形加速器のビームをチョップしていないため、adiabatic captureを用いている。このとき、空胴1台あたりの電圧は3.3 kV程度で、最大電圧の7分の1以下である。さらに、高いビーム捕獲効率を得るため、入射時にカウンターフェーズを用いて空胴間の位相を180度から0度に入射中に変化させ、一周あたりの加速電圧を0V付近から徐々に上げていく手法を用いている。このため、システム全体では $\phi_s = 0$ であっても、各空胴では大きな $|\phi_s|$  ( $\phi_s > 0$ : 加速位相、 $\phi_s < 0$ : 減速位相) を持っている状態が存在する。この入射付近でのビームローディング対策として、フィードフォワード法が導入された。図14にこ

のフィードフォワード法の概念図をしめす。これはビームの周波数の基本波成分をフィルターによって選別し、これを空胴を駆動するアンプのRF入力から引いたものを作り、これをアンプの入力としている。これはすなわち、ビーム電流、 $I_B$ の分だけRF入力、 $I_K$ から引いたことになる。

$$I_G = I_K - I_B \quad (67)$$

$$I_T = I_G + I_B = I_K \quad (68)$$

となり（図12、15参照）、ビーム電流が打ち消されていることが解る。ここで、このフィードフォワードによって、式(50)、(51)のような安定条件は変わらない、即ちさらに余分なRF電力は必要ではないことに注意されたい。また、基本波成分のみを抜き出して、ビームおよびgenerator電流との位相関係を合わせる必要がある。このため、狭い周波数領域でのみ働く回路となる。このローパスフィルターのカットオフ周波数は二次の高調波が十分に小さくなる様に選ばれている。たとえばISISの場合、1.3 MHzから1.6 MHz（加速開始から約2ms）の間のみ、このフィードフォワードが作動している。ISIS加速器においては最もビームローディングの厳しいのは入射付近であり、2msの間フィードフォワードにより加速できれば、その後は無理なく加速できる。コンピューター制御された可変の遅延回路によって、加速中エネルギーが高くなるにつれて、遅延時間を減らしビームとの位相関係が正しく保たれるようになっている。コンピューター以外のこれらの回路の大半は加速器の中心部に位置する大きなホールの中に置かれているのもこの加速器の特長と言える。このフィードフォワードシステムがない場合、空胴に大きなビーム電流が誘起され、例えばチューニンググループに用いる空胴の電圧の位相（図8における $p_V$ ）が大きくなることになるためビームが不安定になり、~40マイクロアンペア以上の加速はできなくなる。

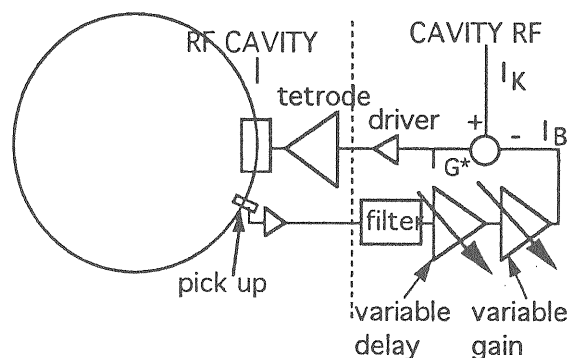


図14 ISIS加速器のフィードフォワードシステムの概念図

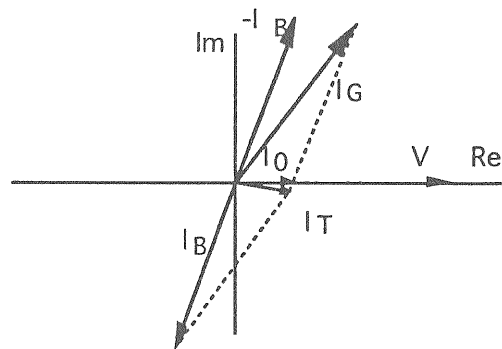


図15 フィードフォワードによるビーム負荷の補正をしめす phaser diagram

### 5.3 直接フィードバック法

直接RFフィードバックについては既に文献[2,4]でも触れられているので詳しくはそちらを参照されたい。この直接RFフィードバックが行っていることはビームが見る空胴のインピーダンスを下げることである。図16と17に直接RFフィードバックのブロック図と等価回路を示す。

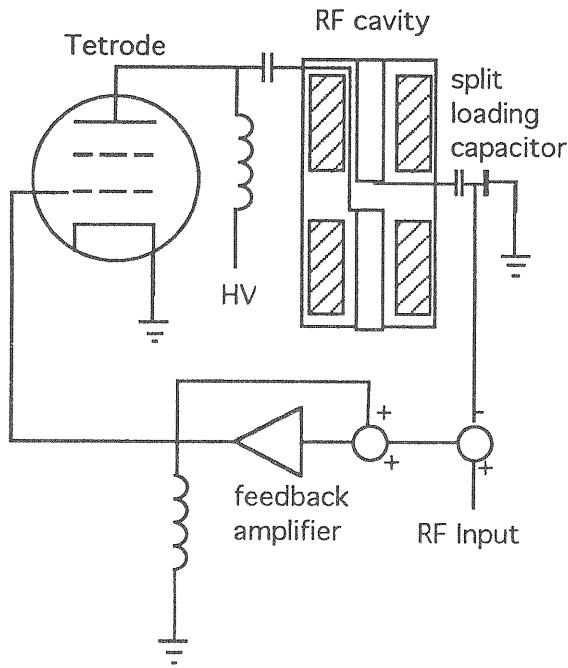


図 1 6 直接フィードバックの概念図

ここで

- $I_B$  : ビーム電流
- $I_G$  : generator電流、 $I_G = I_K - I_F$
- $I_T$  : 空胴に流れる電流の和、 $I_T = I_G + I_B$
- $I_K$  : ドライブ電流 ( $= I_G^*$ ; フィードバック時)
- $I_F$  : フィードバック電流
- $Z$  : 空胴のインピーダンス
- $G$  : フィードバックループの伝達関数:  $G = \beta A$

である。

$$V = Z(I_G + I_B) = Z(I_K + I_B - I_F) \quad (69)$$

であるから、空胴の見掛け上のインピーダンス $Z^*$ は空胴の電圧をループの外から流れ込む電流で割って、

$$Z^* = \frac{V}{I_K + I_B} = \frac{Z}{1 + GZ} \quad (70)$$

である。すなわち、ドライブ電流およびビームから見たインピーダンスは  $1 / (1 + GZ)$  になっていることが解かる。しかし、4極管からみた空胴のインピーダンスは同じループのなかであるから変化していない。これを再び $I_B$ と $I_G^*$  ( $= I_K$ ) から見た下図の様な等価回路で書き直す。

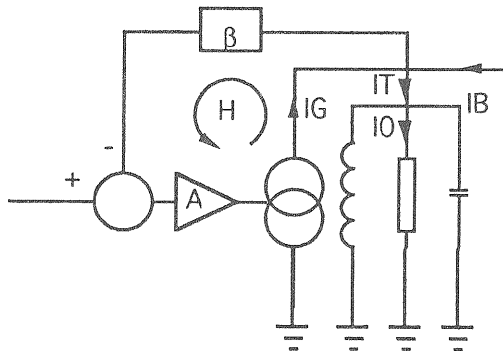


図 1 7 直接フィードバックの等価回路

これを更には書き直すと

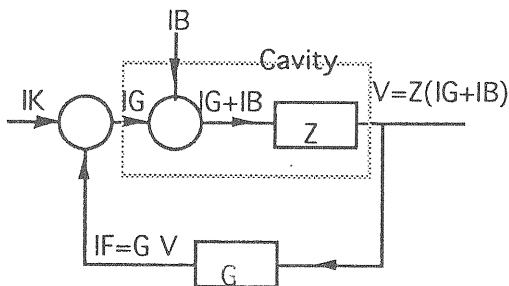


図 1 8 直接フィードバックのブロック図

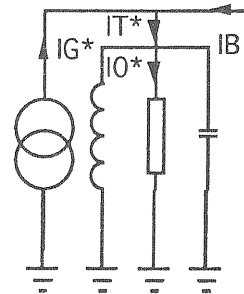


図 1 9 直接フィードバックがある場合での等価回路

この図で空胴の電圧 $V$ は



$$V = R \times I_0 = Z \times I_T = Z^* \times I_T^* \quad (71)$$

であるから。これを变形し、GRをHと書き換え

$$H \times I_0 = GR \times I_0 = GZ \times I_T \quad (72)$$

より

$$\begin{aligned} V &= Z \times I_T = \frac{Z(I_T + H \times I_0)}{1 + GZ} \\ &= Z^*(I_T + H \times I_0) \\ &= Z^* I_T^* \end{aligned} \quad (73)$$

即ち、

$$I_T^* = I_T + H \times I_0 \quad (74)$$

である。これから

$$I_G^* = I_T^* - I_B \quad (75)$$

これを図にすると

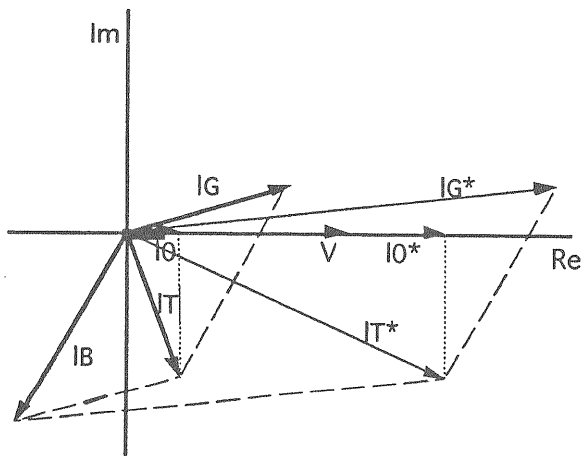


図20 直接フィードバックがある場合と無い場合のphaser diagram。\*は直接フィードバックがある場合を示す。

のようになる。ここで、 $I_G^*$ と $I_0^*$ 、 $I_T^*$ は著しく大きな電流となるが、これは実際に空胴に流れている電流では無いことに注意されたい。更に、

$$\begin{aligned} I_0^* &= \text{Re}(I_T^*) \\ &= \text{Re}(I_T + H \times I_0) \\ &= (1 + H)I_0 \end{aligned} \quad (76)$$

$$\begin{aligned} V &= R^* \times I_0^* \text{より} \\ R^* &= \frac{R}{1 + H} \end{aligned} \quad (77)$$

$$Y^* = \frac{I_B}{I_0^*} = \frac{Y}{1 + H} \quad (78)$$

また空胴の減衰率すなわち空胴のバンド幅(half bandwidth)、 $\sigma = 1/(2RC) = \omega_{RF}/2Q$  (開ループ)は直接フィードバックにより、

$$\sigma^* = (1 + H)\sigma \quad (\text{閉ループ}) \quad (79)$$

となる。さて、これまでは空胴の流れる電流の位相関係を考えてきた。次に、これを電圧の関係に直して、考えてみることにすると、

$$V = V_B + V_G = V_B^* + V_G^* \quad (80)$$

$$V_R^* = Z^* \times I_R^* \quad (81)$$

$$V_G^* = Z^* \times I_G^* \quad (82)$$

となり、図21のような関係となる。この図では空胴の電圧Vを基準として実軸に選んだ。この電圧Vは直接フィードバックのある場合も無い場合も同一の電圧でなければならない。空胴のインピーダンスが下がることにより、空胴に誘起される電圧が直接フィードバックにより減少することが解かる。この図の場合、直接フィードバックが無い場合、Vと $V_G$ の位相は90度近くずれている。このような場合 $V_G$ の位相の変位がVの電圧の変位に対応し、 $V_G$ の電圧の変位はVの位相の変位に対応することになる。このような状況は、直接フィードバックにより、Vと $V_G$ の間の位相角が小さくなることにより改善されていることが解かる。

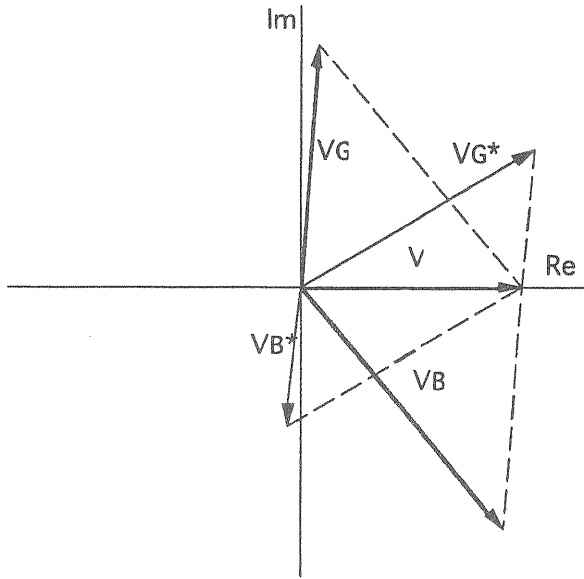


図 2.1 電圧で見たphasor diagram。ビームが作る電圧 $V_{B^*}$ が直接フィードバックにより減少している。

即ち、

$$R^* = \frac{R}{1+H} = \frac{R}{Q} \times \frac{\omega_{RF}}{2\sigma^*} \geq 4\tau_d f_{RF} \frac{R}{Q} \quad (84)$$

\* \* \*

問題 1.1 フィードバックループの時間遅れを $1\mu s$ 、 $Q$ を50としたときのインピーダンスの最小値と閉ループのバンド幅を、大型ハドロン計画の主リング ( $f=3.4 \text{ MHz}$ ) について答えよ。

\* \* \*

#### 5.4 Delayの影響

このフィードバック回路にケーブルや素子による時間の遅れがあったとする。

[memo]

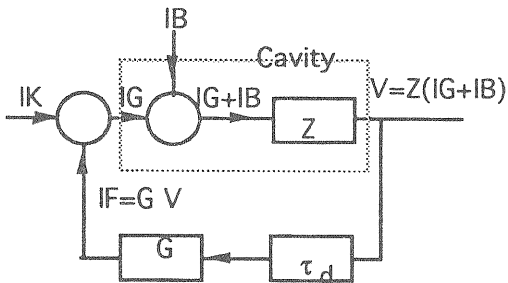


図 2.2 直接フィードバックに遅延がある場合のブロック図

この時間遅れによる位相のずれの許容量を45度とすれば、閉ループのバンド幅は

$$\sigma^* \leq \frac{\pi}{4\tau_d} \quad (83)$$

となる[9]。これは閉ループのゲインに制限を与え、ビームからみたインピーダンスの最小値を与える。

## 第6章. 過渡的ビームローディング

大型ハドロン計画の主リングは17個のバケツを持ち、ブースターから4バンチを4回入射し、計16個のバンチを加速する。従って、入射時と加速中に過渡的なビームローディングが問題となる。ここで過渡的なビームローディングには二種類有り、入射中の過渡的なビームローディングと加速中の過渡的なビームローディングについて分けて考えることにする[10]。

### 6.1 入射中の過渡的なビームローディング

入射中の過渡的なビームローディングとはブースターからのバンチが一部のみ入射された状態(4バンチ、8バンチ、12バンチ)の時の特殊なビームローディング現象である。これはビームバンチが空胴を通過しているときと空のバケツのみが通過しているときでは、基本波成分にモジュレーションが存在し、その分だけ空胴の動作条件が異なることから起きる(図23参照)。もし、ビーム電流が充分小さければ、それによる空胴の電圧の変位も小さく位相ループ等により充分に制御され、その効果は軽減される。

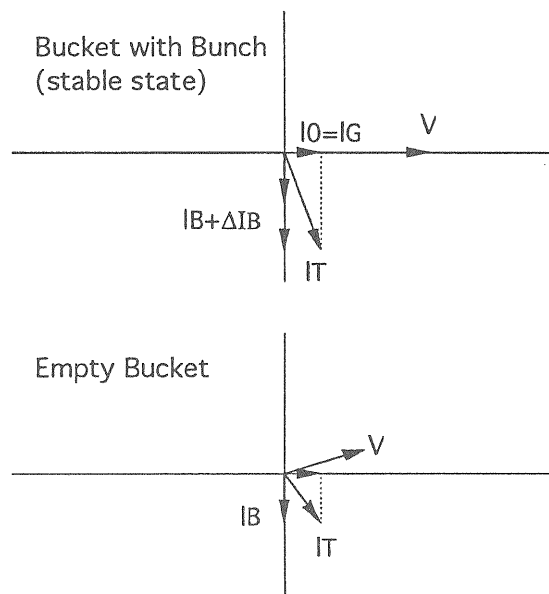
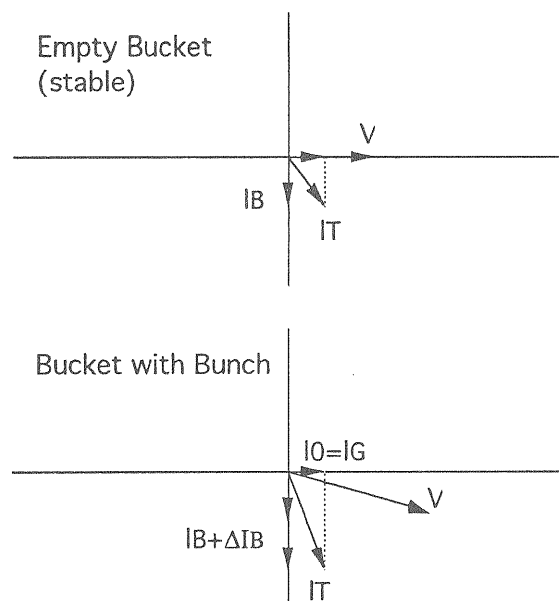


図23 過渡的ビームローディングの直感的説明図(実際には位相フィードバックによって、 $I_B$ の向きも変わる上に、位相フィードバックはビームの変動よりも応答が遅いので正確なものでは無いことを了解されたい)。一般に空胴の自動同調回路の応答は遅いので空胴のインピーダンスは変わらないとして描いてある。

この対策としては、空胴に蓄積されるエネルギーを十分に大きくする方法も考えられる。しかしながら、ビーム電流が大きく、モジュレーションも大きい場合、通常の位相ループ等はこのモジュレーションに比べて遅いため、更に対策が必要となる。この効果を減らす方法としても直接フィードバックはビームから見たインピーダンスが大幅に減るため $Y$ が減少し、制御可能な範囲内に収めることにできるので有効な手法である。但し、この直接フィードバックによる補正をするには実際に駆動電流を増加させる必要がある。このためBファクトリーではこの方法は用いられていない。またフィードフォワードによる対策も考えられる。

### 6.2 加速中の過渡的なビームローディング (周期的過渡現象)

入射が終わり、全てのバケツにバンチが入った時点で過渡的なビームローディングは無くなる。

しかし、もしリングの中に空のバケツが存在する状態で加速を行なう際には、加速中の過渡的なビームローディングが問題となる。大型ハドロン計画の主リングはニュートリノのための速い取り出しと50 GeVまで加速するために必要なリングの大きさから、17個のバケツの内1バケツが空の状態に加速を行なう事を考えている。この場合、空のバケツがあるために回転周波数の整数倍の周波数全てがビームの周波数成分となる。

$$f = n \cdot f_{rev} \quad (85)$$

フェライト空洞の場合、それぞれの共振周波数からずれた周波数での空洞のインピーダンスは

$$|Z(\Delta f)| = \frac{R_{tot}}{Q} \frac{f_{RF}}{2\Delta f} \quad (86)$$

で与えられる。ここで $\Delta f$ は空洞の共振周波数からのずれである。ビーム電流が小さく、それによって誘起される電圧の変位が十分に小さければ問題はない。もし、ビーム電流が大きくそれによる電圧の変動が大きい場合には、直接フィードバックまたはフィードフォワードによるビームの安定化について考える必要がある。このビームの変動は通常前にのべた位相ループやアンプリチュードループのバンド幅(～100kHz)に比べ速い(～MHz)ので、これらのループによって安定化することは出来ない。しかし、もし前にのべた直接フィードバックのバンド幅が広く、この空洞の共振周波数付近の問題となる周波数成分をカバーすることができれば、この効果を減らすことができる。前章でのべたようにこのフィードバックループの遅延時間からバンド幅は制限され、例えば1 $\mu$ sの遅延があるとするときバンド幅は200kHzでビームから見たインピーダンスは本来の約4分の1になる。即ち、空洞の共振周波数

$$f_{RF} = 3.4\text{MHz} \quad : H=17 \quad (87)$$

に対して

$$\Delta f_{RF} = 2\text{MHz} \quad : \Delta H=1 \quad (88)$$

即ち

$$f = 3.2 \sim 3.6\text{MHz} \quad : H=16 \sim 18 \quad (89)$$

に対してビームの見るインピーダンスを下げる事ができる。これから解かるように、直接フィードバックの遅延時間を減らし、バンド幅とフィードバックゲインを稼ぐことが重要である。従ってこのような直接フィードバックをしたにもかかわらず、このフィードバックゲインが不十分で直接フィードバックによっても安定化できない場合は更に1ターン遅れフィードバックなどの対策を追加する必要がある。この1ターン遅れフィードバックについては文献[2,4]で詳しくのべられている。

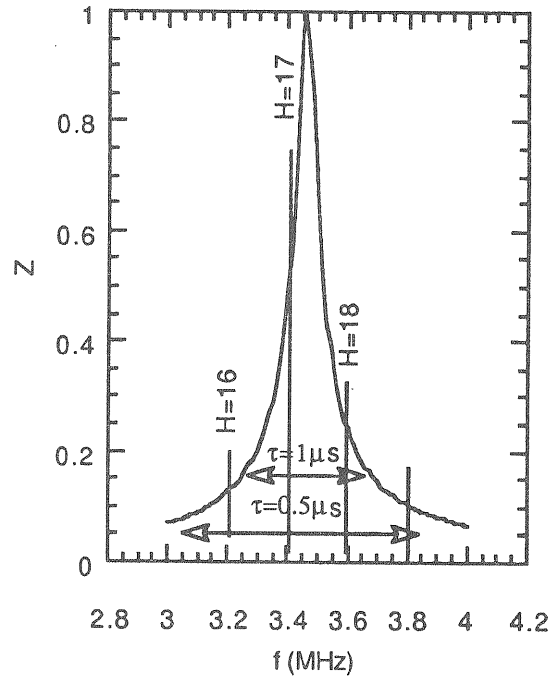


図2.4 過渡的ビームローディングで問題となる周波数成分と直接フィードバックのバンド幅(フィードバック回路の遅延が1 $\mu$ sと0.5 $\mu$ sの場合の直接フィードバックのバンド幅を矢印で示した)

## 第7章. 結合バンチ不安定性と空洞の寄生共振対策

通常、結合バンチ不安定性は加速空洞などの高次モードが原因となる。このビーム不安定性について詳しくは別の講義で述べられる予定であるので、ここでは寄生共振をダンプさせるための対策について述べる。また結合バンチ不安定性として、ビーム電流が大きくなった場合、ビームの加速モードによって起きる不安定性も考えられる。これについては文献[11,12]を参照されたい。この対策として楕形フィルターを用いたフィードバックが文献[2,4]に説明されている。

高い加速電圧を空洞あたりに得るためには空洞1台あたり2または4個の加速ギャップを持つ構造になる。このような加速空洞はより複雑な構造となり、より複雑な高次モードを持つ可能性がある。この様な高次モードはフェライトを用いた加速空洞の場合、次の様なことが原因となる。ISISの空洞(2ギャップ) [13]を例に空洞を等価回路で書いてみる。

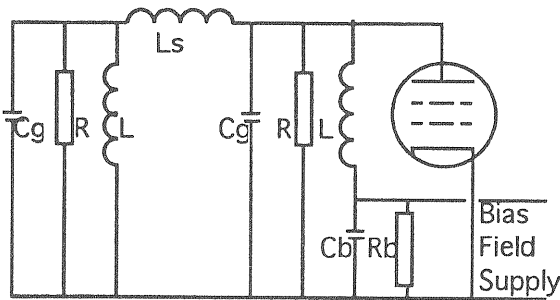


図25 2つのギャップを持つ空洞の等価回路図

ここで  $f_{RF} = 1/2\pi\sqrt{LC_g}$  である。寄生共振の最低次のものはISIS加速器では約11MHzで、この回路図でギャップを繋ぐブスパー(ISISの場合は同軸構造になっている)インダクタンス  $L_s$  と二つの加速ギャップのキャパシタンス  $(C_g/2)$  が結合することによる共振  $f_{para} = 1/2\pi\sqrt{L_s C_g/2}$  で理解されている。

ISIS空洞の場合、この次に問題となる40~50MHzにおける寄生共振は真空管のキャパシタンス(85pF)とロード部の持つインダクタンスによると考えられている。

\* \* \*

問題12 ギャップのキャパシタンスをそれぞれ2.18nF、同軸の長さを1.7m、特性インピーダンスを70オームとし、これが2本ギャップを繋ぐのに使われているとする。この同軸の持つインダクタンスを求め、寄生共振の周波数を類推せよ。

\* \* \*

問題13 45MHzに寄生共振があったとして、ロード部のインダクタンスの大きさを求めよ。

\* \* \*

このような寄生共振を小さくするために、様々な手法が用いられている[14]。図26で解かるように、二つのギャップを繋ぐブスパーの数を1から2に増やすことにより、ブスパーのインダクタンスは半分になるため、寄生共振の周波数を1.4倍高くし、より影響の少なくすることができる。また、ブスパーに平行に抵抗を挿入することによりこの寄生共振のQを下げ、ダンプすることが可能である。

また共振周波数を変えるためによく用いられるバイアス捲き線はさらに構造を複雑にし、寄生共振を生むことが知られている。大強度の加速器ではこのような構造は避けるべきであろう。

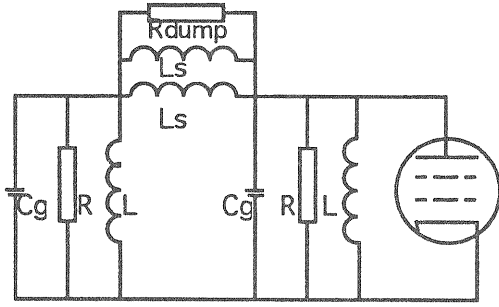


図26 寄生共振対策としてブスバーに並列に抵抗を入れることにより、ブスバーの持つインダクタンスに結合した寄生共振をダンプすることができる。

[memo]

## あとがき

以上、大型ハドロン計画シンクロトロン加速システムに要求される性能を考えながら、陽子シンクロトロンの高周波システムについて述べた。陽子加速器の場合、加速周波数が変化する、radiation dumpingが無い、トランジションの下で運転されることもある、加速に用いる周波数が低いなど電子リングと異なる点も多い。こうした点にも配慮したつもりであるが、筆者の勉強不足もあり、十分に説明できなかった場所も多々あると思う。また、幾つかの重要なことがら、例えば速い繰り返しのシステムに要求される性能（自動同調ループのバンド幅、文献[13]参照）などについては説明できなかった。ぜひ、これらの点については参考文献などをもとに調べて欲しい。

最後にこの稿を書くにあたって議論に貴重な時間を割いていただいた平松成範氏に感謝します。

## 参考文献

- [1] 神谷幸秀、加速器の原理、OHO'84
- [2] 飛山真理、ビームフィードバックによるビームの安定化、OHO'94
- [3] 二宮重史、陽子シンクロトロンの高周波加速装置、OHO'89
- [4] 絵面栄二、RFフィードバック、OHO'94
- [5] J.M.Brennan、BNL52438(formal report).
- [6] F.Pedersen、IEEE Trans. Nucl. Sci.,NS-22,1975, p1906.
- [7] R.T.Sanders et al.,Proceedings of the 1991 Particle Accelerator Conference,p681.
- [8] P.Barrat, et al. Proc. EPAC-90, p949.
- [9] C.Boussard, Proc. CERN school on RF Engineering, 1991.
- [10] F. Pedersen、TRI-DN-85-15.
- [11] 久保浄、ビーム不安定性、OHO'91
- [12] 赤井和憲、RFシステム、OHO'94
- [13] I.Gradner, Proc. CERN school on RF Engineering, 1991.
- [14] J.M.Brennan, et al. Proc of the 1993 Particle Accelerator Conference, p1241.

[memo]