

Chapter 1

はじめに - レーザー/プラズマ加速の概要 -

詳しいはなしに移る前に、この章でレーザー/プラズマ加速のおおよそを紹介したい。加速器の小型化がもたらす恩恵は、建設費用のみならず、運転・保守などの面からもしっかり知れない。小型化を実現するには、加速勾配を大きくすればよい。そして、ここで述べる加速器の特徴は加速勾配が大きいことである。現時点で、実験室ではすでに300GeV/mを越える加速勾配が実現している。ただし加速距離は短く、このためにエネルギー利得は100MeV台に止まっている。

この加速法はプラズマ波という進行波のポテンシャルを用いる。この点ではrf加速となんら変わるところがない。ただしプラズマというはじめてから電離した気体が加速電場を保持するのが特徴である。加速管というハードウェアで電場を保持する限り、加速勾配を、加速管構造体の結合エネルギーを結合距離で割った値より大きくすることができない。プラズマを使えばこの束縛から逃れることができる。

この加速法ではプラズマは触媒のようなもので、実際に荷電粒子にエネルギーを与えるのはレーザーあるいは粒子ビームである。加速はふたつの段階を踏む。

- 1) まずレーザーあるいは粒子ビームが電子の粗密波(電子波, プラズマ波)を作り,
- 2) つぎにプラズマ波が荷電粒子を加速する。

加速に用いるためには、このプラズマ波の位相速度が、加速したいビームの速度にほぼ等しくなければならない。レーザーも粒子ビームも光速 c に近い位相速度を持つプラズマ波をつくる。Fig. 1.1はビーム速度とビームの運動エネルギーの関係を示したものである。電子などの軽い荷電粒子は1MeVですでに光速に達するが、陽子が光速に達するのは1GeVになってから、中間子はこの文字どおり中間である。レーザーによる加速法は、電子・陽電子に適用するときはテストビームのエネルギーは低くて良い。いっぽう陽子、イオンは、エネルギーが小さいうちはこの波に同期しない。実用的見地からはこの加速法は陽子、イオンには適さないと言い切ってしまうてもよい。

さて、このレーザーによるプラズマ波の生成を粒子加速に結びつけて最初に提案したのが有名な文献[3]である。実際に加速をもたらすのは、プラズマ波にともなう電場で

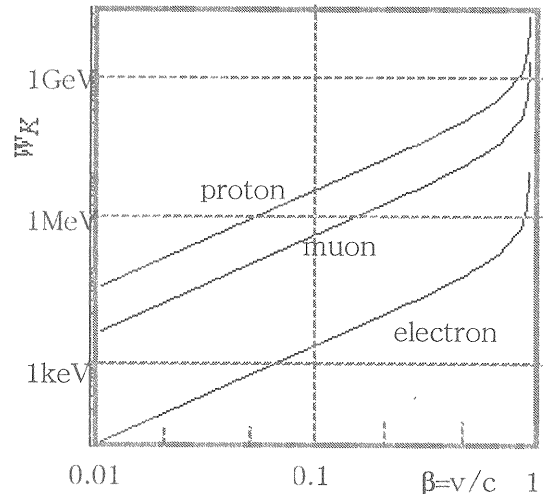


Figure 1.1: ビーム速度とビームの運動エネルギー。

ある。この電場 E は、プラズマ中の電子のうちプラズマ波に寄与するものの割合を n_1/n_0 とすれば、およそ

$$E = \frac{n_1}{n_0} \frac{m_e \omega_p c}{e}$$

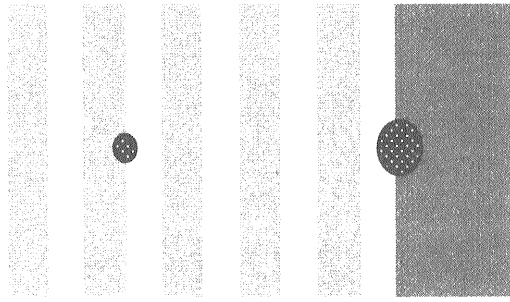
である。 $n_1/n_0 \ll 1$ のときプラズマ波は線形であるという。 $n_1/n_0 = 1$ としてこの式を覚えやすい形で書けば

$$eE[\text{eV/cm}] \sim n_0[\text{cm}^{-3}]^{1/2}$$

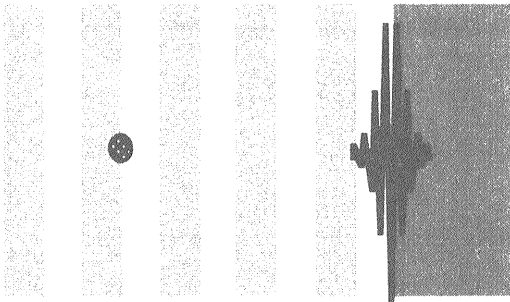
となる。 10^{18}cm^{-3} のプラズマを使えばGeV/cmの加速勾配が得られることになる。

プラズマはプラズマ振動数をパラメータとする振動系である。加速に用いるにはこの系に振動を励起しなければならない。Fig. 1に4つの励起法を模式的に示した。図で球は電子バンチ、実線はレーザー電場、バックの濃淡はプラズマ密度をあらわす。

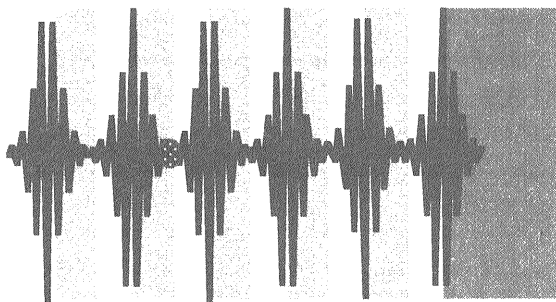
プラズマ波による加速実験で最初に成功したのは、Fig. 1 (a)のプラズマ航跡場加速(ビーム航跡場加速) plasma wakefield acceleration;PWFA,PWAであった[4]。この方法はプラズマ波を荷電粒子ビーム(いままでの実験では



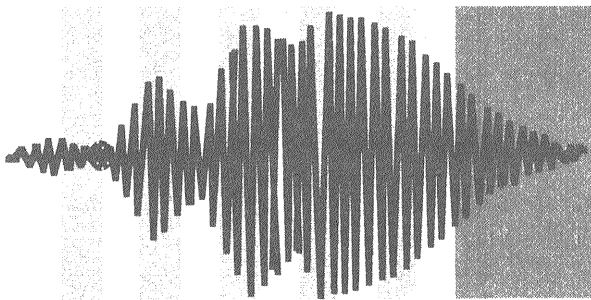
(a) plasma wakefield acceleration



(b) laser wakefield acceleration



(c) beatwave acceleration



(d) self-modulated laser wakefield acceleration

Figure 1.2: プラズマ波の励起：(a)プラズマ航跡場加速(ビーム航跡場加速PWA)；(b)ビート波加速(BWA)；(c)レーザー航跡場加速(LWA)；(d)自己変調レーザー航跡場加速。

電子バンチ)によって励起する[5]。電子バンチ(ドライブバンチという)がプラズマに入ると、プラズマ中の電子はこれを嫌って逃げてしまう。この結果プラズマ中に電子密度の小さい領域ができる。この領域に今度はプラズマ中の電子が押し寄せる。電子密度が大きくなると電子が逃げ出す。この繰り返しはプラズマ振動である。この間イオンは重くて動けない。励起されたプラズマ波の位相速度はドライブバンチの速度に等しい。ドライブバンチとして相対論的な電子ビームを使えば、波の位相速度は光速となる。いまのところこの方法では、1m長のプラズマで約30MeVのエネルギー利得を得られている。

レーザーの場合は、光の圧力が電子を押しつけることがプラズマ振動のひきがねとなる。この光圧力を動重力ponderomotive forceという。動重力は光の電場を展開したとき2次の項から導びかれる。レーザーの持つパラメーターのひとつがプラズマ振動数に等しければ、レーザーによるプラズマ振動の励起は効率的であろう。レーザー自体の振動数 $\omega_L = 2\pi c/\lambda_L$ (λ_L はレーザー波長)はプラズマ振動数と比べてあまりに大きすぎる。プラズマ振動数がレーザー振動数に等しいような高密度プラズマにはレーザーは侵入できない。現実的なのは、レーザー波形をプラズマ振動数で変調すること、およびレーザーのパルス長をプラズマ波長 $\lambda_p = 2\pi c/\omega_p$ 程度とすることのふたつである。これらをそれぞれ図2(b),(c)に示す。前者を実現するには、周波数の差が(すなわちビート周波数が)プラズマ周波数に等しい2つのレーザーを用いる。この方法をビート波加速beat wave acceleration;PBWA,BWAという。後者をレーザー航跡場加速laser wakefield acceleration;LWFA,LWAという。

LWAはチャープパルス増幅という技法が開発され、パルス長1ps以下、出力1TW以上のレーザーが出現して初めて現実的となった[6]。それまでの実験の主流はBWAであった。BWAが比較的低出力のレーザーで繰り返しプラズマを刺激するのに対し、LWAは大出力レーザーに対するプラズマのパルス応答に頼る。BWAではビート周波数を正確にプラズマ周波数にあわせる必要があるが、LWAでは多少レーザーパルス長とプラズマ波長の関係がずれてもプラズマ振動は励起する。BWAの実験結果はすでに日本の阪大レーザー研をはじめ米加仏で得られている[7, 8]。たとえばカナダでは12MeV程度の電子を30MeV程度まで加速し、GeV/m級の加速勾配を観察した。LWAでも日本の実験で10MeV台の電子を200MeV以上にまで加速し、10GeV/m級の加速勾配を得た[9]。

このようにレーザー加速の実験では、確かにGeV/mないし10GeV/m台の加速勾配が得られている。しかしエネルギー利得は100MeV台を出ていない。これは加速距離が短いためである。レーザーを用いる加速では、加速距離は

- 1) 回折で制限される距離(回折長 diffraction length)；
- 2) 位相のずれで制限される距離(脱位相長 sephasing length)；

3) レーザーがパワーを失う距離(ポンプ能枯渴長 pump depletion length);

の3者のうちもっとも短いもので決まる。1) はレーザーの焦点付近でしか大加速勾配が得られないためである。2) はプラズマ波の位相速度がレーザーの群速度できまり、光速より小さいために起こる; プラズマ波で加速された電子がひとたびこの群速度を超えると、もはや加速されない。3) は文字どおり、レーザーのパワーが消耗するために生じる限界距離である。

例外はあるが、 $(\lambda_L/\lambda_p)^2 < 1000$ の領域では1) が、そうでなければ2) が加速距離を決める。まずは1) を大きくすることを考えなければならない。真空中、あるいは一様なプラズマ中では、パワー密度を上げようと、レーザースポットを小さく絞れば、焦点深度が浅くなり、パワー密度が大きい区間長が短くなる。言い換えれば、加速勾配を稼ごうとすると、加速長が短くなるというジレンマがある。レーザーを小さなスポットサイズを保って伝播させる技術が必要とされる。

ところで、光ファイバーではレーザーは一定な半径のまま伝搬する。ファイバは中心の屈折率が大きく、周辺にいくに従い屈折率が小さくなるように作られている。光はここをジグザグに進み、ある半径の外に出ることがない。このような光導波路はプラズマを用いても実現できる。レーザーの屈折率はプラズマの密度に依存する。あらかじめレーザー軸に沿って、プラズマ密度の小さいチャンネルを作っておけば、レーザーはこのチャンネルの中を収束したまま伝播する。これを利用すれば加速距離はレイリー長を大きく越えると期待される。

この光導波路形成には主としてふたつの方法がある。第1は密度チャンネルを、加速用のレーザーそのものでつくる方法である。大出力レーザーの場合にはプラズマ電子が横方向に相対論的に運動する結果、質量が大きくなり、プラズマ周波数は減少する。等価的にレーザーの進行軸上でプラズマが希薄化したことになり、相対論的光導波路が形成される。詳しい解析では、レーザーのパルス幅がプラズマ波長にくらべて十分大きく、かつ、レーザー光の出力がある臨界出力より大きいとき、レーザーは収束する。

第2の方法は加速用のレーザーが通る前に、別なレーザーで加速用レーザーの導波路を用意する方法である。最大レイリー長の70倍まで、入射したレーザーのエネルギーの75%を伝播させた例がある[10]。

LWAにおいて相対論的光導波路を利用するには、レーザーのパルス幅を λ_p より長くしなければならない。これはさきに、LWAのrmsレーザーパルス長はプラズマ波長程度とするのが最適としたことと矛盾する。そこでむしろ、相対論的光導波路現象が優先するように、プラズマ密度とレーザーのパルス長を選ぶのが、自己変調レーザー航跡場加速self-modulated laser wakefield accelerationとよばれる方法である[11, 12]。Fig. 1 (d)にその概念を示した。高密度プラズマを使うことになるので加速勾配が大き

い。現に1996年の時点で300GeV/mという大加速勾配がこの方法で得られている。

この加速はレーザーの収束と、これにともなうプラズマ密度の変化が相互に影響しあう現象を利用する。シミュレーションによれば、まずレーザーの強度が軸方向に大きい点で、相対論的な効果でレーザーが局所的に半径方向に収束し、プラズマ電子を押しつける。こうしてプラズマ密度に摂動が生じる。屈折率の変化により、プラズマ密度が小さい(大きい)ところではレーザー強度が大きく(小さく)なる。さらに、レーザー強度が大きい(小さい)ところではレーザーがプラズマ電子を押しつける(引き寄せる)。このように正フィードバックループが形成され、プラズマ波は急激に成長し、非線形領域に入る。Fig.1(d)にも示すように、レーザー強度ももともと点線で示す包絡線を持っていたものが、プラズマ周波数で変調され、あたかもビート波加速のごとき様相を呈する。この状態はレーザーが過剰に収束するために逆に発散し、プラズマ波とレーザーの強度変調の同期がくずれることで終わりを告げる。

最初の自己変調レーザー航跡場加速の実験も日本で行われ、30 GeV/mの加速勾配を得た[13]。より大出力のレーザーを用いた英国RALの実験では、最高100MeVのエネルギーを持つ電子が観測された[14]。加速距離は300 μ mなので、加速勾配は300GeV/mを越える。このRALの実験はテストビームを用いていない。観測にかかった高エネルギー電子はプラズマ波がプラズマ中の電子を捕獲、加速したもので、30MeVの電子の電流は1A、エミッタンスは5 π mm mradと報告されている。さらにレーザースペクトルのプラズマ周波数による変調も観測された。

Fig.1.3は従来の実験結果を、加速勾配を横軸、加速距離を縦軸とする平面にプロットした結果である。エネルギー利得は -45° の傾きを持つ直線群で表される。プラズマ(ビーム)航跡場加速(PWA)、レーザー航跡場加速/ビート波加速(LWA/BWA)、自己変調レーザー航跡場加速(sm-LWA)がそれぞれの領域を持っている。このグラフで右上の方向に進みたいのであるが、レーザーを用いる方法には波線で示した限界がある。

さて、以下の章は「プラズマから荷電粒子ビームへ」「荷電粒子ビームからプラズマへ」「プラズマからレーザーへ」「レーザーからプラズマへ」と題する4章から成り立っている。レーザー/プラズマ加速はレーザー・プラズマ・荷電粒子ビームの間の三角関係の研究である。しかしこの関係はレーザーとプラズマ、プラズマと荷電粒子ビームという2つの対立関係に分離できる。とりあえず荷電粒子ビームとレーザーの関係は置いておくことができる(コンプトン散乱などはビーム・レーザー相互作用の好例だがこの講義の領域外である)。A, B 2者の対立関係もAからBへと、BからAへという、ふたつの一方通行に分離して述べようというたくらみから、このような構成となった。Fig. 1.2にあげた加速法に対応した箇所を示すと

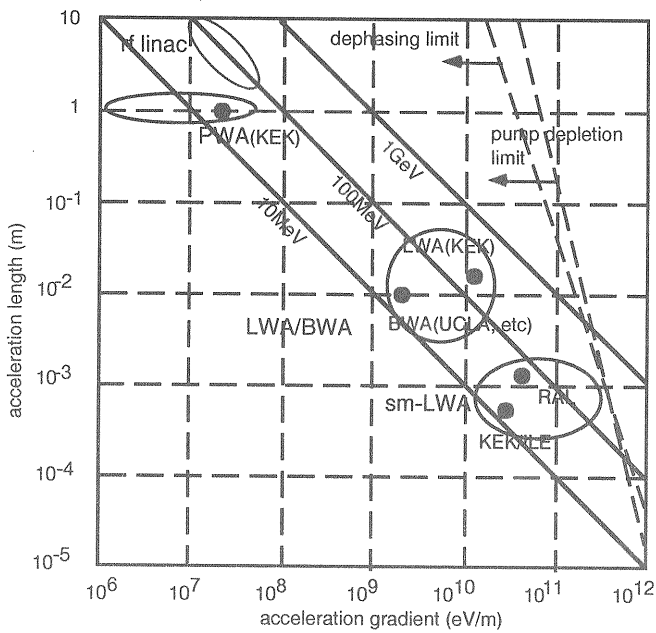


Figure 1.3: 従来の実験結果を、加速勾配を横軸、加速距離を縦軸とする平面にプロットした結果。エネルギー利得は -45° の傾きを持つ直線群で表される。点線は $\lambda_L = 1\mu\text{m}$, $a = 1$, $\sigma_z = \lambda_p/\pi$ を仮定したときの脱位相長とポンプ能枯渇長。

プラズマ航跡場加速(ビーム航跡場加速PWA):3.1節。

ビート波加速(BWA):5.4節

レーザー航跡場加速(LWA):5.2節

自己変調レーザー航跡場加速:5.3節

となる。なおこれらの他に直交場加速というわが国で独自の発展をみた加速法がある。実用的な見地からは直交場加速は上記方法のひとつのオプションであるというのが筆者の個人的な意見である。そこでこれについては第2章の最後で短く紹介するだけにとどめた。

Chapter 2

プラズマから荷電粒子ビームへ

Fig. 1.2に4つのプラズマ波の励起法を示したが、これらがそのまま4つのレーザー/プラズマ加速の方法とされている。じつは粒子加速はプラズマ波ができた後で可能になるのであり、この、プラズマ波ができた後ができた後の物理はおおむね4つの方法に共通である。そこでまず、共通のことがらをこの章で済ませてしまうことにする。

2.1 プラズマ波

完全電離プラズマでは、プラズマはイオンと電子から構成されている。プラズマ波はプラズマ電子の粗密波であり、電子波、ラングミュア波とも呼ばれる。短い時間スケールで考えている限り、イオンの方は重たいので動かないとしてよい。どのようにプラズマ波を作るかという問題はあえてあともわしにして、ここでまずプラズマ波の周波数と電場を導いてみる。 x [V/m]の電場は x [eV/m]の加速勾配を与えることを銘記していただきたい。

プラズマ電子の100%が振動に寄与するとは限らない。そこで n_0 をプラズマ密度、 n_1 をこのうち振動する密度とする。出発点は連続の式

$$\frac{\partial n_1}{\partial t} + n_0(\nabla \cdot v) = 0 \quad (2.1)$$

運動方程式

$$\frac{\partial v}{\partial t} = -\frac{eE}{m} \quad (2.2)$$

およびポアソンの式

$$\nabla \cdot (\epsilon_0 E) = -en_1 \quad (2.3)$$

である。ただし m は電子の質量である。

見通しをよくするために振動を1次元と考え、 $n_1 = n_{10} \exp[i(kx - \omega t)]$ とし、さらに $\partial/\partial t = -i\omega$ 、 $\nabla \cdot = \partial/\partial x = ik$ 、 $\omega/k = v_p$ とおくと、

$$\begin{aligned} kn_0 v - \omega n_1 &= 0 \\ im\omega v - eE &= 0 \\ ik\epsilon_0 E + en_1 &= 0 \end{aligned} \quad (2.4)$$

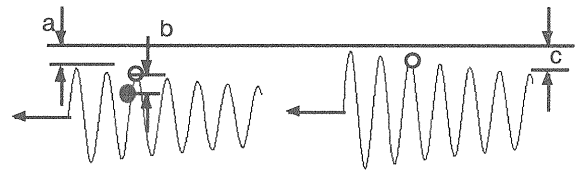


Figure 2.1: プラズマ波の進行と荷電粒子。(a)ポンプ能力の減衰、(b)位相のずれ、(c)プラズマ波の減衰。

を得る。これらから

$$\omega^2 = \omega_p^2 = \frac{e^2 n_0}{\epsilon_0 m} \quad (2.5)$$

および

$$\begin{aligned} eE &= i \frac{n_1(x, t) m \omega v_p}{n_0} \\ &= \frac{n_{10} m \omega v_p}{n_0} \exp[i(kx - \omega t + \frac{\pi}{2})] \end{aligned} \quad (2.6)$$

を得る。

式(2.5)で得られた角周波数をプラズマ振動数(本当は角周波数であるが振動数といっても通じるのがふつう)といい ω_p と書く。式(2.6)はプラズマ波の電場である。密度の振動も電場の振動もプラズマ振動数を持つが、位相は互いに $\pi/2$ ずれていることに注意。 $n_{10} = n_0$ のとき、電場は最大になるが、このときプラズマ中には電子が全く存在しない領域ができる。さらに v_p のとりうる最大値は c である。そこで $n_{10} = n_0$ のときに $m\omega c/e$ がとる値を、波の破壊限界における波の電場という。

$$\epsilon = \frac{eE}{m\omega c} \quad (2.7)$$

とおけば、これは最大電場(破壊限界電場)に対する実際の電場の割合を示す。 $\epsilon = n_1/n_0$ であるから、この割合はプラズマ電子のうち振動に関するものの割合に等しい。

Fig.2.1はプラズマ波と、この波で加速されるはずの荷電粒子を示している。右の図から多少時間が経つと左の図

のようになる。左右どちらの図でもプラズマ波の振幅は一定でなく、時間が経つとcで示すように減衰する。これには後で述べるように、ランダウ減衰、衝突減衰、変調減衰、ビーム負価などの機構が関与する。

またある程度進行すると波の先頭の振幅もaで示すように減少する。これはプラズマ波を作っている(ポンプする)レーザーなり粒子ビームなりが、プラズマ波を作るがためにエネルギーを失い、しだいに能力を失うからである。この現象をポンプ能枯渇長 pump depletion length L_{pmp} というパラメーターで定量化する。初期の加速勾配を E_{zi} とすれば、距離 z 進んだ後の勾配は

$$E_z = E_{zi} \exp \left[-\frac{z}{L_{pmp}} \right], \quad (2.8)$$

である。

また波の位相速度 v_p が c より小さく、加速された粒子が v_p より大きな速度を持つ場合は、粒子と波の位相関係にずれが生じる。すなわち右の図で白丸の位置にあった粒子が左の図では相対的に黒丸の位置に進むことになる。加速電場は実質的にbだけ減少する。この現象についても節をあらためて説明する。

2.2 波による荷電粒子の捕捉

荷電粒子は波からエネルギーを得たり(加速されたり)、失ったり(減速されたり)する。これは粒子の速度、波の位相速度、波の電場、そして粒子が初めに波のどの位相に乗るかによって決まる。ここではこの問題を考える。加速機構だけがあっても加速器はできない。加速されるべき粒子(テスト粒子)を供給しなければならない。この考察はテスト粒子に要求するべきエネルギーを導くためのものでもある。

波の位相速度 $v_p = \beta_p c$ と電場 E が与えられたとき、1個の粒子の運動は、それぞれエネルギーと位相を示す、次の1組の微分方程式で記述できる。

$$\begin{aligned} \frac{d\gamma}{dz} &= -\frac{eE}{mc^2} \sin \phi, \\ \frac{d\phi}{dz} &= \frac{\omega_p}{v_p} \left(\frac{1}{\beta_p} - \frac{1}{\beta} \right). \end{aligned} \quad (2.9)$$

式(2.9)から dz を消去すると

$$\frac{\omega_p}{c} \left(\frac{1}{\beta_p} - \frac{1}{\beta} \right) d\gamma = -\frac{eE}{mc^2} \sin \phi d\phi, \quad (2.10)$$

となる。これを積分して

$$\frac{m\omega_p v_p}{eE} \left(\frac{\gamma}{\beta_p} - \beta\gamma \right) - \cos \phi = C, \quad (2.11)$$

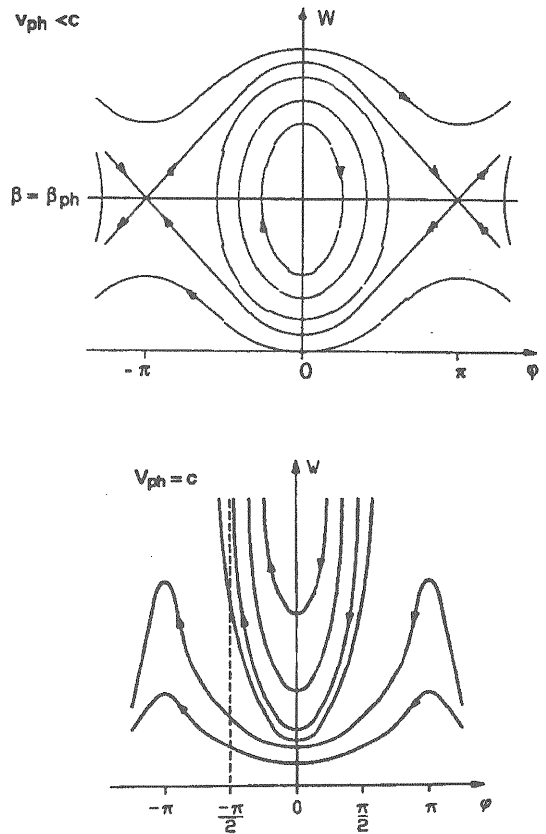


Figure 2.2: 位相平面における粒子の軌跡。

を得る。

ϕ の最大値は式(2.10)において $d\phi/d\gamma = 0$ から求められる。このとき

$$\frac{1}{\beta_p} = \frac{1}{\beta} = \frac{\gamma}{(\gamma^2 - 1)^{1/2}}, \quad (2.12)$$

であって、式(2.11)の定数は

$$C = \cos \phi_{max} - \frac{m\omega_p v_p (1 - \beta_p)^{1/2}}{eE \beta_p}, \quad (2.13)$$

となり、

$$\begin{aligned} \cos \phi - \cos \phi_{max} &= \frac{m\omega_p v_p}{eE \beta_p} [\gamma(1 - \beta\beta_p) - \gamma_p] \\ &= \frac{1}{\epsilon} [\gamma(1 - \beta\beta_p) - \gamma_p], \end{aligned} \quad (2.14)$$

を得る。ただし $\epsilon = eE/m\omega_p c$, $\gamma_p = 1/(1 - \beta_p^2)^{1/2}$ である。

Fig.2.2はこの式(2.11)に基づいてさまざまな C (あるいは $\cos \phi_{max}$) における進行方向の位相平面上での粒子の軌跡を追った結果である。ただし縦軸には運動エネルギー

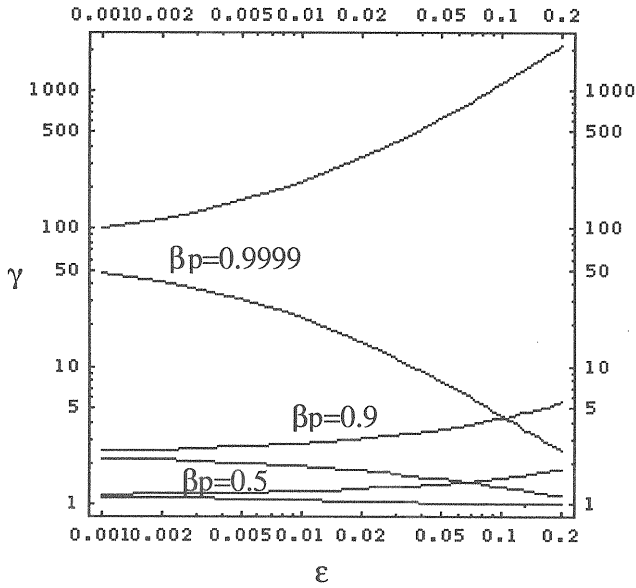


Figure 2.3: 3つの β_p 値における, 捕捉エネルギーと加速上限エネルギーの $\epsilon = eE/(m\omega_p c)$ への依存性.

$W = m(\gamma - 1)c^2$ がとってある. $v_p < c$ ではセパトロリクスの中に存在する粒子だけが波に捕捉される. $\beta_p \ll 1$ では, セパトロリクスは波の位相速度に対応した運動量に対し, 上下対称に近い形を持ち, 粒子エネルギーはこの中で振動する. β_p が1に近づくにつれ, このセパトロリクスは上に延びてU字型に近づく. $\beta_p = 1$ では運動量の小さい粒子は捕捉されないものの, 運動量が大きい粒子は運動量がいくら大きくとも捕捉され, 際限なく加速されるに至る. また $\phi = -\pi/2$ にバンチさせることが可能である.

なお, 式(2.11)の左辺に mc^2 を掛け, さらに $p = mc\beta\gamma$ を用いて変形すると

$$\begin{aligned} H &= mc^2[\gamma(1 - \beta\beta_p) - \epsilon \cos \phi] \\ &= [(mc^2)^2 + (pc)^2]^{1/2} \\ &\quad - pc\beta_p - \frac{wEc\beta_p}{\omega_p} \cos \phi, \end{aligned} \quad (2.15)$$

を得る. この H はハミルトニアンであることを付け加えておく.

Fig.2.3はより実用に役立つことを目的に, 粒子として電子を仮定して, ϵ を与えたときに γ がセパトロリクス内でとりうる最大値 γ_+ と最小値 γ_- を, β_p をパラメータとして描いたものである. 計算結果のみを示すと[15]

$$\gamma_{\pm} = \gamma_p(\gamma_p \epsilon + 1) \left[1 \pm \beta_p \left(1 - \frac{1}{(1 + \gamma_p \epsilon)^2} \right)^{1/2} \right], \quad (2.16)$$

であるが, これは式(2.14)の右辺が1と-1の間に存在する

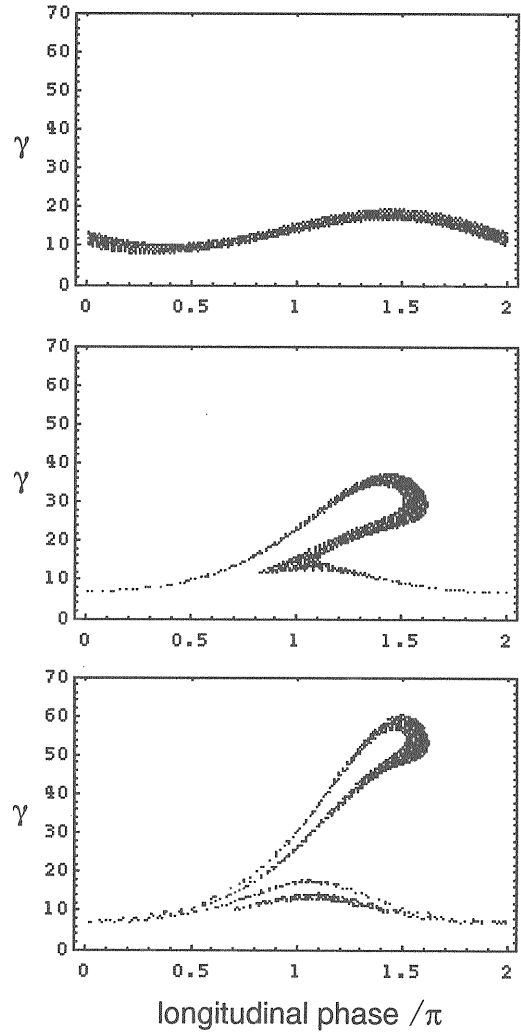


Figure 2.4: (ϕ, γ) 平面の粒子分布の計算結果. 上から $z = 0.1\pi z_R, 0.5\pi z_R$ および πz_R .

条件, すなわち

$$-1 < \frac{1}{\epsilon}[\gamma(1 - \beta\beta_p) - \gamma_p] < 1 \quad (2.17)$$

と等価である. 式(2.16)は, 波の系で, プラズマ波のポテンシャルが粒子運動エネルギーより大きいという条件を実験室系に書き換えたものである. 計算は難しくはないがややこしい. プラズマ波の γ_p, β_p と粒子の γ, β を, それぞれ波の系と実験室系の間で変換する必要があるためである.

この図は, プラズマ波が最小エネルギー γ_- より大きいエネルギーを持つ電子を捕捉して, 最大エネルギー γ_+ にまで加速することができることを示している. ϵ が1に近づけばかなり低速の電子でも波に捕捉することができることがわかる. このテキストではプラズマの温度は無視して話を進めている. しかし実際のプラズマは有限の温度を持つ. いいかえれば, プラズマ電子のうちには1よりもかなり大きな γ を持つものもある. プラズマ波はこうしたプラ

ズマ電子を捕捉し、条件によってはこれから高エネルギービームを作ることもあり得る。以上の記述はプラズマ波に限らずいかなるポテンシャル波に対しても成り立つ。

今度は式(2.9)に従ってシミュレーションにより、 (ϕ, γ) 平面の粒子の動きを追いかけてみよう。Fig.2.4にその結果を示す。初期状態では全粒子がほぼ等しいエネルギー(ここでは6.5MeV, $\beta(0) = 0.9973$ とした)を持ち、 $\phi = 0$ から 2π にまで連続的に分布していると仮定する。レーザー航跡場加速LWAを想定する。この方法ではプラズマ密度 n_p とレーザー波長を決めると、波の位相速度、したがって β_p も決まる。 $n_p = 7 \times 10^{17} \text{cm}^{-3}$, レーザー波長 $1\mu\text{m}$ では $\beta_p = 0.99968$ である。加速勾配を $1.5 \text{GeV} \cdot \text{m}^{-1}$ と仮定する。加速区間の長さは πz_R (ただし z_R はレイリー長, これについては後で述べる)とし、レーザーを $40\mu\text{m}$ に絞ることとする。

Fig.2.4のように、またFig.2.2から推察されるように、高エネルギーを得た粒子は特定の位相に集群bunchする。このようにrf波同様プラズマ波も集群作用を持つ。もっとも式(2.9)はrf線形加速器で使われる式であって、そこにレーザー/プラズマ加速器らしい数値を入れて計算しただけのことであるが...

2.3 位相のずれ

Fig.2.2は $\beta_p < 1$ のとき、テスト粒子のエネルギーは振動することを示している。これは電子のように質量の小さい粒子は、たやすく波の位相速度を超える速度を持つが、その結果波の減速位相に入り、エネルギーを失うと解釈できる。これはFig.2.1(b)に示した現象である。

レーザーで作るプラズマ波の位相速度はプラズマ中のレーザーの群速度であり、後の章で詳しく述べるように

$$\frac{v_p}{c} = \left[1 - \left(\frac{\omega_p}{\omega_L} \right)^2 \right]^{1/2},$$

であって、光速 c より小さい。レーザーを用いる加速ではFig.2.2のようなエネルギー振動は実際に起こる。レーザーを用いたければ、テスト粒子が減速位相に移るまえに加速をやめなければならない。この結果加速距離は有限となる。ここでは加速距離の観点から位相のずれを見直してみよう。

プラズマ波の振幅は $\cos(\omega_p t - k_p z)$ である。テスト粒子は光速であるとすれば、その座標は $z = ct$ である。テスト粒子が乗る波の位相は、

$$\omega_p t - k_p z = \left(\frac{1}{c} - \frac{1}{v_p} \right) \omega_p z = -\frac{1}{2} \left(\frac{\omega_p}{\omega_L} \right)^2 \frac{\omega_p z}{c}.$$

であるから、この粒子が感じる加速勾配は

$$E_{z\text{eff}}(z) = E_z - \cos \left[\frac{1}{2} \left(\frac{\omega_p}{\omega_L} \right)^2 \frac{\omega_p z}{c} \right] \quad (2.18)$$

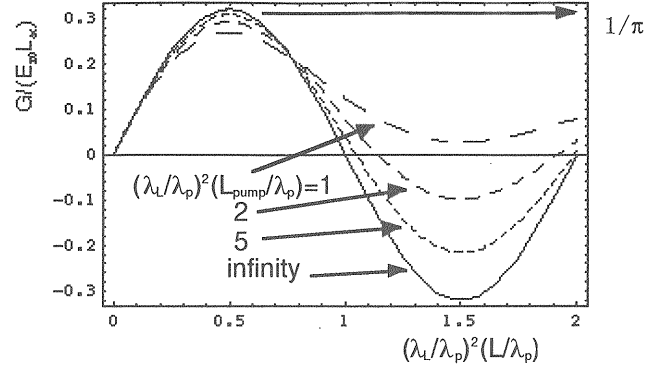


Figure 2.5: レーザー航跡場加速におけるエネルギー利得とテスト粒子走行距離。パラメーター L_{pmp} はレーザーがエネルギーを失い航跡場を励起できなくなる距離(ポンプ能枯渇長pump depletion length)。

$$= E_z \cos \left[\left(\frac{\lambda_L}{\lambda_p} \right)^2 \frac{\pi z}{\lambda_p} \right].$$

である。この加速勾配は、位相が $(\lambda_L/\lambda_p)^2(\pi z/\lambda_p) = \pi/2$ のときにゼロになる。この関係から脱位相長dephasing lengthを次のように定義する。

$$L_{dphs} = \frac{\lambda_p}{2} \left(\frac{\lambda_p}{\lambda_L} \right)^2. \quad (2.19)$$

なお、粒子が脱位相するまでに感じる平均電場は、最大電場の $2/\pi$ である。

レーザー航跡場加速を仮定したときのエネルギー利得のテスト粒子走行距離への依存性をFig. 2.5に示した。パラメーター L_{pmp} はFig. 2.1(a)に関連して示したポンプ能枯渇長である。ポンプ能枯渇長が十分大きければ、エネルギー利得は脱位相長において最大である。

2.4 プラズマ波の減衰

2.2節以降に述べたことはプラズマ波加速に限らず、進行波加速に一般的に当てはまることである。この節ではFig. 2.1(c)に示した、プラズマ波に固有の現象である、プラズマ波の減衰について述べる。

プラズマ波の減衰が著しいときは、加速によってエネルギーがそろったマルチバンチを得ることができない。このようにこのテーマは重要であるにも関わらず、研究が進んでいないので、ここでは簡単にふれるだけにする。減衰要因として少なくとも3つの仮定を挙げることができる。衝突減衰collisional damping, 変調減衰modulational damping, ランダウ減衰Landau dampingである。

ランダウ減衰はプラズマ電子の速度がプラズマ波の位相速度に近づいたときにみられる現象である。外からテス

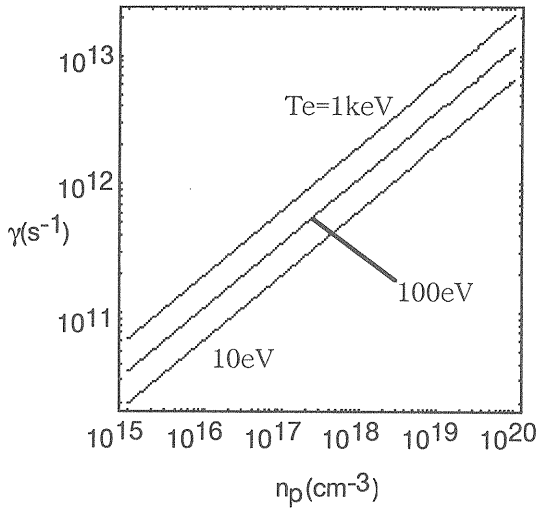


Figure 2.6: 変調減衰によるプラズマ波の減衰定数のプラズマ密度と温度への依存性。

トビームを供給せず、プラズマ電子を捕獲してビームを生成しようと考えるときにはこの減衰について考慮する必要がある。見方を変えれば、ビーム負荷、すなわちビームを加速するためのプラズマ波の減衰は一般化されたランダウ減衰といえる。これについては章を改めて述べる。

変調減衰はプラズマイオンの運動によりプラズマ波が変調される現象である。レーザー/プラズマ加速の分野ではイオンの運動を無視して取り扱うことが多いが、この近似の限界を示すものである。条件 $v_q/v_{te} > (\omega_{pe}/\omega_{pi})^{1/3}$ を満たす強電場のもとでは、減衰定数は [16]

$$\gamma_{mod} = \left(\frac{3}{2}\right)^{1/4} \omega_{pi} \left(\frac{\omega_{pe} v_{te}}{\omega_{pi} v_L}\right)^{1/2}, \quad (2.20)$$

である。ただし

$$\omega_{pi} = \left(\frac{Z^2 n_i e^2}{m_i \epsilon_0}\right)^{1/2},$$

$$v_{te} = \left(\frac{k_B T_e}{m_e}\right)^{1/2},$$

$$v_L = c\epsilon,$$

ω_{pi} はイオンプラズマ周波数とよばれ、式(2.5)で定義したプラズマ周波数において、電子に関する諸量をイオンに関するものに置き換えて得られる。 v_{te} はプラズマ電子の熱運動速度である。最後の ϵ は式(2.55)で定義してある。

Fig.2.6 は変調によるプラズマ波の減衰定数のプラズマ密度と温度への依存性を示したものである。ただし $Z = 1$, $\ln \Lambda = 20$ および $v_L = c$ と仮定した。

衝突減衰はビート波加速で生じるプラズマ波の振幅の飽和現象に対する興味から研究されてきた[17]。この減衰

定数は、プラズマ物理の教科書に与えられている。たとえばF. Chen[18]の本には、実用的な式が

$$\nu_{ie} \sim \nu_{ee} Z/2, \quad (2.21)$$

および

$$\nu_{ee} [\text{s}^{-1}] = 5.0 \times 10^{-6} \frac{n [\text{cm}^{-3}] \ln \Lambda}{T_e [\text{eV}]^{1.5}}, \quad (2.22)$$

を用い、

$$\gamma_{col} = (\nu_{ie} + \nu_{ee})/2, \quad (2.23)$$

と与えられている。 Λ はクーロン対数である(プラズマ物理の教科書、例えば[18]を参照)。これに従って計算すると、たとえば10eV、 10^{18}cm^{-3} 台のプラズマで減衰定数は 10^{12}s^{-1} となる。しかしプラズマ電子が強電場下で相対論的に運動すると、質量が増加する結果動きが鈍くなり、衝突周波数が減少する。[17]によれば減衰定数は少なくとも後の章で導入する振動速度 v_q を用い(式(5.10)),

$$\gamma'_{col} = \frac{\gamma_{col}}{(1 + v_{te}/v_q)^{3/2}}, \quad (2.24)$$

とすべきである。これを勘案すると、プラズマ波の減衰に対する衝突の寄与は変調の寄与に比べてはるかに小さいことになる。

2.5 相対論的プラズマ波

いままでの議論でも、控えめに相対論的な扱いを交えてきたが、この節ではAkhiezer[19]にしたがい、プラズマ波の位相速度が光速 c に近い場合を解析的に扱う。ただし計算をいちいち追っていくと日が暮れてしまうので、大筋を示すだけにとどめる。

出発点は運動量

$$p = \frac{mv}{[1 - (v/c)^2]^{1/2}},$$

に関する運動方程式

$$\frac{\partial p}{\partial t} + (v \cdot \nabla) p = -eE, \quad (2.25)$$

およびマックスウェルの方程式である。波は z 方向に移動するとして、その位相速度を v_p とする。あらたに密度と粒子速度を正規化した変数 $\rho = p/(mc)$ および $\beta = v/c$ を定義する。式(2.25)とマックスウェルの方程式から

$$\begin{aligned} \beta_p &= v_p/c, \\ \tau &= t - z/v_p \end{aligned} \quad (2.26)$$

を用いて

$$n = \frac{n_0 \beta_p}{\beta_p - \beta_z}, \quad (2.27)$$

$$\frac{d^2 \rho_x}{d\tau^2} + \frac{\omega_p^2 \beta_p^2}{\beta_p^2 - 1} \frac{\beta_p \beta_x}{\beta_p - \beta_z} = 0, \quad (2.28)$$

$$\frac{d^2 \rho_y}{d\tau^2} + \frac{\omega_p^2 \beta_p^2}{\beta_p^2 - 1} \frac{\beta_p \beta_y}{\beta_p - \beta_z} = 0, \quad (2.29)$$

$$\frac{d}{d\tau} \left[(\beta_z - \beta_p) \frac{d\rho_z}{d\tau} + \beta_x \frac{d\rho_x}{d\tau} + \beta_y \frac{d\rho_y}{d\tau} \right] = \frac{\omega_p^2 \beta_p^2 \beta_z}{\beta_p - \beta_z}, \quad (2.30)$$

を得る。

プラズマの温度を無視する(冷たいプラズマと近似すること)にして, $\beta_x = \beta_y = 0$ とし, あらためて $\beta = \beta_z$, $\rho = \rho_z$ と書くと式(2.30)は

$$\frac{d}{d\tau} \left[(\beta - \beta_p) \frac{d\rho}{d\tau} \right] = \frac{\omega_p^2 \beta_p^2 \beta}{\beta_p - \beta}, \quad (2.31)$$

あるいは

$$\frac{d^2}{d\tau^2} \frac{1 - \beta_p \beta}{(1 - \beta^2)^{1/2}} = \frac{\omega_p^2 \beta_p^2 \beta}{\beta_p - \beta}, \quad (2.32)$$

となる。これを積分して

$$\frac{1}{2} \left(\frac{d}{d\tau} \frac{1 - \beta_p \beta}{(1 - \beta^2)^{1/2}} \right)^2 = \omega_p^2 \beta_p^2 \left[C - \frac{1}{(1 - \beta^2)^{1/2}} \right], \quad (2.33)$$

を得る。積分定数を

$$C = \frac{1}{(1 - \beta_m^2)^{1/2}}, \quad (2.34)$$

とおいてみると, β は $-\beta_m < \beta < \beta_m$ の区間を振動することになる。

式(2.25)を変形すると

$$E = \frac{mc(\beta - \beta_p)}{e\beta_p} \frac{d\rho}{d\tau}, \quad (2.35)$$

を得る。これを書き直すと

$$eE = \pm 2^{1/2} m\omega_p c \left[\frac{1}{(1 - \beta_m^2)^{1/2}} - \frac{1}{(1 - \beta^2)^{1/2}} \right]^{1/2}, \quad (2.36)$$

となる。

この式から波の最大電場は $\beta = 0$, $\beta_m = \beta_p$ のときで, $1/(1 - \beta_p^2)^{1/2} = \gamma_{ph}$ と書けば

$$eE = m\omega_p c [2(\gamma_{ph} - 1)]^{1/2}, \quad (2.37)$$

となる。式(2.55)が示すように非相対論的な波では最大電場は $m\omega_p v_p$ であった。相対論的な波ではこれよりはるかに大きな振幅が期待できることになる。

われわれの興味があるのは $\beta_p \sim 1$ の領域なので, 式(2.32)において $\beta_p = 1$ とおけば

$$\frac{d^2}{d\tau^2} \left(\frac{1 - \beta}{1 + \beta} \right)^{1/2} = \frac{\omega_p^2 \beta}{1 - \beta}, \quad (2.38)$$

である。ここであらためて

$$x = \left(\frac{1 - \beta}{1 + \beta} \right)^{1/2}, \quad (2.39)$$

とおけば, 式(2.38)は

$$\frac{d^2 x}{d\tau^2} = \frac{\omega_p^2}{2} \left(\frac{1}{x^2} - 1 \right), \quad (2.40)$$

となる。変数 β は $-\beta_m < \beta < \beta_m$ の区間を振動したが, 変数 x は

$$a = \left(\frac{1 + \beta_m}{1 - \beta_m} \right)^{1/2}, \quad b = \left(\frac{1 - \beta_m}{1 + \beta_m} \right)^{1/2} \quad (2.41)$$

とおけば, $b < x < a$ の区間を振動する。式(2.40)を2回積分すると

$$\pm \omega_p \tau = \int^x \left(\frac{x}{(a-x)(b-x)} \right)^{1/2} dx, \quad (2.42)$$

となるが, 初期条件を $\tau = \tau_a = 0$ において $x = a$ と選ぶと,

$$\omega_p \tau = \int_x^a \left(\frac{x}{(a-x)(b-x)} \right)^{1/2} dx = 2a^{1/2} E(\psi, k), \quad (2.43)$$

となる。ただし

$$\psi = \sin^{-1} \left(\frac{a-x}{a-b} \right)^{1/2}, \quad k^2 = \frac{a-b}{a} = \frac{2\beta_m}{1 + \beta_m}, \quad (2.44)$$

で E は第2種不完全楕円積分である。なおこの初期条件は $\beta = -\beta_m$ において $E = 0$, $\tau = 0$ において $dE/d\tau < 0$ としたことに相当する。

はしょったにもかかわらずだいぶ長い計算になってしまったが, これから次のような興味ある結果が導かれる。すなわち, 電子の速度が $\beta_m = \beta_p$ の極限に近づくにつれ

- 1) プラズマ周波数が小さくなり,
- 2) 密度揺動波形はインパルスに近づき,
- 3) 電場の波形は鋸歯状波に近づく。

数式で表せば, プラズマ周波数は式(2.43)より

$$\omega = \frac{\pi}{2} \left(\frac{1 - \beta_m}{1 + \beta_m} \right)^{1/4} \frac{\omega_p}{E([2\beta_m/(1 + \beta_m)]^{1/2})}, \quad (2.45)$$

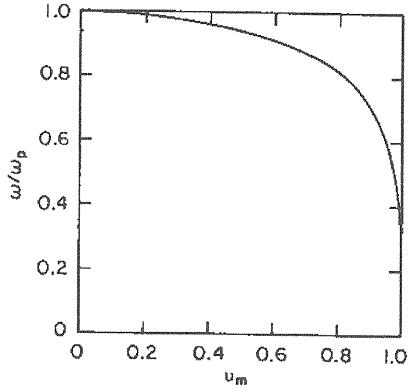


Figure 2.7: ω/ω_p の β_m 依存性.

ただし E は第2種完全だ円積分である。これをFig.2.7に示す[20].

また $E(\psi, k)$ の振幅を E^{-1} で表せば、式(2.43)を $x(\tau)$ について解くことができ

$$U = \frac{1 + \beta_m}{1 - \beta_m},$$

を用いて

$$x(\tau) = U^{1/2} - \left[U^{1/2} - U^{-1/2} \right] \times \sin^2 \left[E^{-1} \left(\frac{U^{1/4} \omega_p \tau}{2}, \left(\frac{2\beta_m}{1 + \beta_m} \right)^{1/2} \right) \right], \quad (2.46)$$

を得る。式(2.39)より

$$\beta = \frac{1 - x^2}{1 + x^2},$$

であるから、式(2.27),(2.36)を用いて、まず密度に関して

$$n(\tau) = \frac{n_0}{2} \left(1 + \frac{1}{x^2(\tau)} \right), \quad (2.47)$$

次に電場に関して

$$E(\tau) = \pm 2^{1/2} \frac{m\omega_p c}{e} \times \left[\frac{1}{(1 - \beta_m^2)^{1/2}} - \frac{1}{2} \left(x(\tau) + \frac{1}{x(\tau)} \right) \right]^{1/2}, \quad (2.48)$$

を得る。これらをFig. 2.7-2.9に示した[20]。さきに箇条書きした事項と対応させていただきたい。

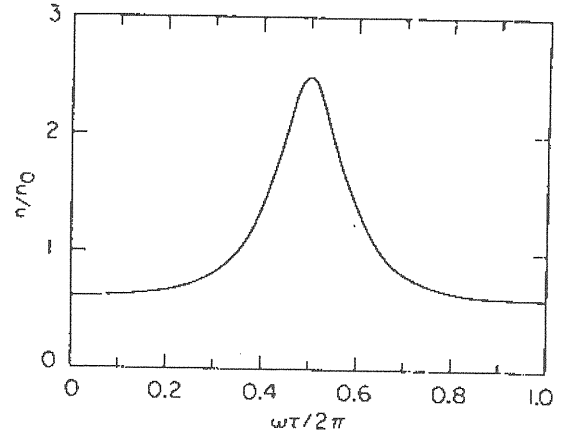


Figure 2.8: 正規化したプラズマ密度 n/n_0 の進行方向位相 $\omega\tau/2\pi$ への依存性. $\beta_m = 0.6$.

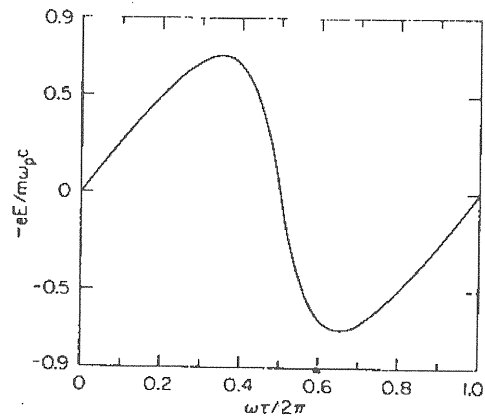


Figure 2.9: 正規化した電場 $eE/m\omega_p c$ の進行方向位相 $\omega\tau/2\pi$ への依存性. $\beta_m = 0.6$.

また $\beta_m \ll 1$ の領域、すなわち振幅の小さい領域では、これらの図におけるように n および E の波形の正弦波からのずれが顕著でないこと、別ないいかたをすれば波動は線形とみなせることをつけ加えておく。

2.6 直交場加速(サーファトロン)

プラズマ波が存在する場に縦磁場をかけると、荷電粒子はプラズマ波といっしょに走りながら、波の方向にも磁場の方向にも垂直な第3の方向に加速される。粒子は波のポテンシャルの壁に押しつけられるので、位相のずれによって加速長が制限されることがない。この方法は日米で独立に提唱された。最初の2つの論文[21]では非相対論的な取り扱いがおこなわれたが、その後文献[22]が相対論的な扱いを加えた。加速のようすがサーフィンに似ているのでサーファトロン surfatron と呼ばれる。また後には、電磁波(横波でもよい)と静磁場が存在すれば、プラズマを

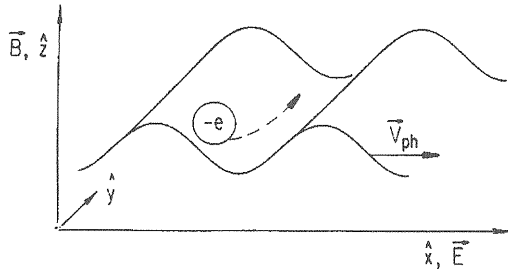


Figure 2.10: サーファトロン.

用いなくとも粒子加速は可能であることが示された。この広義のサーファトロン加速は、直交場加速cross field acceleration, あるいは $v_p \times B$ 加速と呼ばれる。

Fig. 2.10のように座標を定める。テスト粒子として電子を想定すると、その運動方程式は

$$\frac{d(\gamma V_x)}{dt} = \frac{eE_0}{m} \sin(kx - \omega t) + \omega_c V_y, \quad (2.49)$$

$$\frac{d(\gamma V_y)}{dt} = -\omega_c V_x, \quad (2.50)$$

$$\gamma = \left(1 - \frac{V_x^2}{c^2} - \frac{V_y^2}{c^2}\right)^{1/2}, \quad (2.51)$$

である。ただし $\omega_c = eB/m$ はサイクロトロン周波数である。

荷電粒子に働く x 方向の力は波の座標で

$$F_x = e(E_0 \sin kx' + \gamma_p V_p' B), \quad (2.52)$$

である。右辺第1項のローレンツ力は捕捉、第2項は捕捉から逃れようとする効果をあらわす。したがって

$$\gamma_p c B < E_0, \quad (2.53)$$

であれば粒子は波に永久に捕捉され、波と一緒に走る。このとき

$$V_x = V_p, \quad (2.54)$$

である。よって式(2.50)により $\gamma V_y = -\omega_c V_p t$ である。式(2.51)その他を適当に使うと

$$\begin{aligned} \gamma(y) &= \frac{\gamma_p^2 \omega_c V_p y}{c^2} + \gamma_p, \\ \gamma(x) &= \gamma_p \left(1 + \frac{\omega_c^2 x^2}{c^2}\right)^{1/2}, \end{aligned} \quad (2.55)$$

を得る。このようにエネルギーは走行距離 $(x^2 + y^2)^{1/2}$ とともに無限に増加する。

この直交場加速は日本で独自の発展を遂げた。まずサーファトロンの原理が正しいことは宇都宮大学のグループに

より実験的に証明された[23]。つぎにサーファトロンは縦波を使うが、真空中での、横波と静磁場の組み合わせでも、粒子を波の磁場と静磁場が作る「磁気中性点」に捕獲し、波面に沿って無限に加速することができることが理論的・実験的[24]に示された。詳しくはこの方法を探求してきた研究者の日本語の解説をお読みいただきたい[25]。

この「無限加速」は直交場加速の最大のセールスポイントだが、これは2次元的に無限に続く波が存在すれば...という仮定の下のはなしである。またこの直交場加速による陽子・イオンの加速も可能といわれているが、具体的な設計はこれからの課題である。

航跡場加速、ビート波加速に縦磁場を与えれば式(2.54)によって与えられるだけのエネルギーを追加することができる。私見では、これが電子加速におけるサーファトロンの特徴である。例えば10MeVのドライブビームによるビーム航跡場加速で、密度 10^{16}cm^{-3} のプラズマを用い、1mの加速長で1GeVのエネルギーを得ているものとしよう。加速勾配は1GeV/mである。このとき加えうる最大磁場は式(2.53)より0.16Tである。 $x=1\text{m}$ とすれば式(2.55)第2式よりエネルギー利得は $\Delta\gamma = 1966 \sim 500\text{MeV}$ である。0.16Tで500MeVのエネルギーがおまけについてくるというのははずいぶんうまいはなしである。しかし喜ぶ前に y 方向への粒子軌道のずれを当てる必要がある。これは式(2.55)の第1式より約5cmとなる。これはかなり大きな値である。

Chapter 3

荷電粒子ビームからプラズマへ

ここまでの記述によれば、とにかくプラズマ波があれば、そこに荷電粒子を捕捉させればよいということになる。ではプラズマ波を作るにはどうすればよいか。式(2.1)-(2.3)にもどってみよう。この式が示すことは、プラズマは ω_p を固有振動数に持つ振動系であるということである。もともと振動したがっている系だから、外からそれなりの刺激を与えれば喜んで振動してくれる。最初に述べたように、刺激として、インパルス的な荷電粒子ビーム(バンチ)あるいはレーザーパルスを使うことができる。また刺激としてプラズマ周波数と同じ周波数をもつ外力を使うこと、すなわち強制振動を行わせることもできる。レーザーとは無関係だが、ここではあえてビームによるプラズマ波の励起からはなしを始める。ビームによるプラズマ波の励起と、プラズマ波によるビームの加速とは裏腹の関係にあるので、前者を調べることにより自然と後者も見えてくるはずである。

加速器の分野では、粒子ビームが通った後に残す電場をwakefield という。これらに航跡場、という日本語を当てることにする。あまりなじみのある言葉ではないが、英和の辞書で wake をひくと、例外なく航跡という訳語に出くわす。船が通った後に水面にできる波のことだそうである。この航跡場により荷電粒子を加速することができる。

航跡場を、加速されるべき粒子群に伝える媒体としては、ここに述べるプラズマばかりではなく、誘電体管、周期構造を持った金属管等も考えられる。じつは真空中でのビーム航跡場による加速研究にはそれなりの歴史があり、プラズマ航跡場加速は真空航跡場加速の研究で蓄積された結果に負うところ大である[26]。誘電体管や金属管における航跡場では境界条件を満足する無数のモードがある。これに対しプラズマにおいては後で述べるようにモードがプラズマ周波数、すなわちプラズマ密度で1つに決まってしまう、効率がよい。これがプラズマの優れた点である。プラズマを媒体とする航跡場加速器をプラズマ航跡場加速器という。

先に粒子ビームが航跡場を作るといったばかりだが、レーザーが通った後にプラズマ中に残る電場も航跡場とみなせ、加速に使える。慣例的にビームによるもの、レーザーによるものをそれぞれプラズマ航跡場加速、レーザー航跡

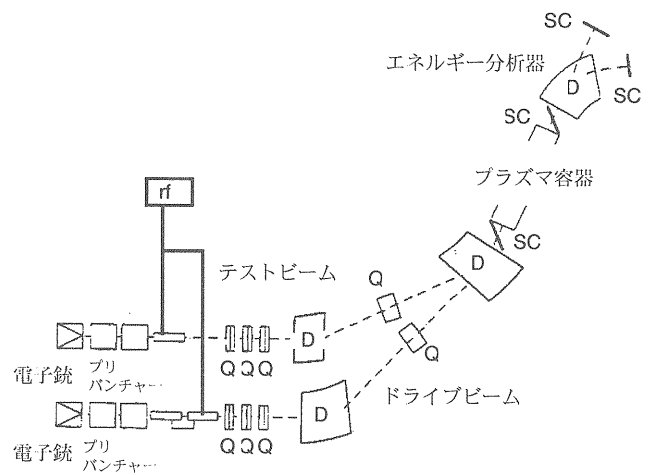


Figure 3.1: ビーム航跡場加速の実験装置. Q:4重極磁石, D:偏向電磁石, SC:スクリーンモニター.

場加速という。しかしどちらもプラズマを媒体とすることになり変わらないので、最近ではビーム励起beam-drivenプラズマ航跡場加速、レーザー励起laser-drivenプラズマ航跡場加速ということも多い。ここではビーム航跡場加速、レーザー航跡場加速という言葉を使う。なお、航跡場という言葉にこだわるなら、逆チェレンコフ放射加速はレーザー(一般的に言うなら電磁波)が(プラズマを含む)誘電体中に作る航跡場を利用する加速器とみなすこともできる。

ビーム航跡場加速では、航跡場を作るビームが必要である。このビームをドライブビームという。加速されるべきビームはドライブビームを後から追いかける。これをテストビームという。多くの場合どちらもバンチ化されているので、ドライブバンチ、テストバンチと呼ぶこともある。ここではバンチということばを使う。ビーム航跡場加速の実験装置の一例をFig. 3.1に示す[27]。このように標準的にはドライブビーム用とテストビーム用に2本のビームラインを持つ線形加速器系が必要である。

3.1 ビームによるプラズマ波の励起

3.1.1 1次元プラズマ波

密度 n_b のドライブビームによるプラズマ振動を導くために、ふたたび式(2.1)-(2.3)から出発する。3つの式を、波の進行方向にとった x 軸にそって1次元化する。

$$\begin{aligned}\frac{\partial n_1}{\partial t} &= -n_0 \frac{\partial v}{\partial x}, \\ \frac{\partial v}{\partial t} &= -\frac{eE}{m}, \\ \epsilon_0 \frac{\partial E}{\partial x} &= -e(n_1 + n_b).\end{aligned}\quad (3.1)$$

第3式の右辺は、式(2.3)と異なり、ドライブビームの項 n_b を含むことに注意していただきたい。

ここまでは位相速度を v_p と書いてきたが、光速のドライブビームが作るプラズマ波の位相速度は光速なので、これ以後 $v_p = c$ とおくことにしよう。位相速度 c で動く座標に乗ることにし、これらの式を変数 $\xi = x - ct$ を用いてあらわす：

$$\begin{aligned}-c \frac{dn_1}{d\xi} &= -n_0 \frac{dv}{d\xi}, \\ \frac{dv}{d\xi} &= \frac{eE}{m}, \\ \epsilon_0 \frac{dE}{d\xi} &= -e(n_1 + n_b).\end{aligned}\quad (3.2)$$

これらからたやすく2つの式

$$\frac{d^2 E}{d\xi^2} + k_p^2 E = -\frac{e}{\epsilon_0} \frac{dn_b}{d\xi}, \quad (3.3)$$

$$\frac{d^2 n_1}{d\xi^2} + k_p^2 n_1 = -k_p^2 n_b, \quad (3.4)$$

を得る。ただし $k_p = \omega_p/c$ はプラズマ波の波数である。

ここから先に進むためには n_b の波形を仮定する必要がある。ここでインパルス状のバンチ

$$n_b = \sigma \delta(x - ct) = \sigma \delta(\xi), \quad (3.5)$$

を考えてみよう。1次元で考えているのだが、 σ は単位断面積あたりの電子数とみなす。 $\delta(x)$ はディラックのデルタ関数である。式(3.3)-(3.4)より

$$n_1(\xi) = \begin{cases} k_p \sigma \sin(k_p \xi), & \xi < 0, \\ 0, & \xi > 0, \end{cases}, \quad (3.6)$$

$$E(\xi) = \begin{cases} -e\sigma \cos(k_p \xi)/\epsilon_0, & \xi < 0, \\ 0, & \xi > 0, \end{cases}. \quad (3.7)$$

となる。最大値は $e\sigma/\epsilon_0$ である。

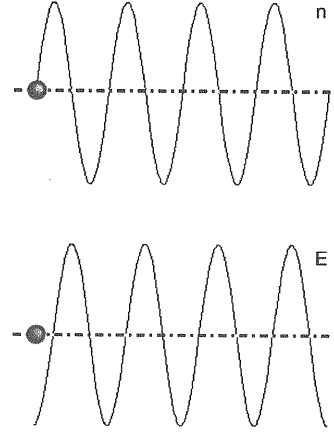


Figure 3.2: インパルス状のバンチによる密度揺動(上)と航跡場(下)。

インパルス状のバンチによる密度揺動と航跡場をFig.3.2に示した。単純な図であるが、頭の片隅にイメージとして焼き付けておくと、後の理解が早くなることは確かである。

進行方向の分布を計算に入れるのは比較的簡単である。単位断面積あたりの電子数が1個のとき($\sigma = 1$ のとき)上述のデルタ関数的なバンチが作る航跡場を $G(\xi)$ とすれば、密度 $n_b(z)$ を持つバンチの作る航跡場はたたみこみ積分

$$E(\xi) = -\int_{\xi}^{\infty} n_b(z) G(\xi - z) dz, \quad (3.8)$$

となる。

簡単な例として、 $n_b(z)$ が一定な場合、すなわち、直流ビームの場合は

$$E(\xi) = \frac{en_b}{\epsilon_0 k_p} \sin k_p \xi, \quad (3.9)$$

である。これはバンチ(ビーム)の内部にも航跡場が存在していることを示している。なお、この式の \sin の係数を変形すると、

$$\frac{en_b}{\epsilon_0 k_p} = \frac{m\omega_p c n_b}{e n_p} \quad (3.10)$$

となる。 $m\omega_p c/e$ は、波の破壊限界といわれる電場である。一方、 $n_b/n_p \ll 1$ はプラズマ中の電子のうち波に関与するものの割合を示している。プラズマ航跡場の実体はビーム内の電子密度に相当する程度の密度変動なのである。なお、振動をあらわすに際し、電場 E の代わりにスカラーポテンシャル ϕ もしばしば用いられる。ここまでの記述に限れば、ポテンシャルで記述するには $E = -k_p \phi$ と置き換えればよい。

3.1.2 2次元プラズマ波

実際のプラズマ波は半径方向にも伝わる。進行方向の波に伴う電場は位相により荷電粒子を加速させたり減速させたりする。これに対し半径方向の波に伴う電場は位相により荷電粒子を収束させたり発散させたりする。ここでは円筒座標 (r, θ, z) を用いる。ただし θ 方向の依存性は無視する。表題を3次元ではなく2次元としたのはこのためである。

進行方向には大きさがなく、半径方向には分布を持つバンチを、デルタ関数を用いて次のように表す。

$$n_b = \sigma(r)\delta(\xi). \quad (3.11)$$

さきの式(3.4)を形式的に解けば、ビームが起こす密度揺動として

$$\begin{aligned} n_1(r) &= -k_p\sigma(r)\sin k_p\xi, \quad \xi > 0, \\ &= 0, \quad \xi < 0, \end{aligned} \quad (3.12)$$

を得る。 n_1 の r 分布は n_b の分布と同じである。しかし以下に示すように、電場分布はもっと複雑である。

ポテンシャル ϕ を用いると、ビームが過ぎ去った後の状態はポアソンの式(2.3)により

$$\nabla^2\phi = en_1/\epsilon_0, \quad (3.13)$$

と表せる。ただし

$$\nabla^2\phi = \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial}{\partial r}\phi\right) + \frac{\partial^2\phi}{\partial z^2}, \quad (3.14)$$

である。

$\sigma(r)$ にパラボラ分布を仮定してみよう、

$$\begin{aligned} \sigma(r) &= \frac{2N}{\pi w^2}\left(1 - \frac{r^2}{w^2}\right) \quad r < w, \\ &= 0 \quad r > w. \end{aligned} \quad (3.15)$$

ただし、 N はバンチが持つ電子数である。すると、ポテンシャルは

$$\begin{aligned} R(r) &= \frac{16eN}{\epsilon_0 k_p w^2} \\ &\times \left(K_2(k_p w) I_0(k_p r) + \frac{1}{2} - \frac{2}{(k_p w)^2} - \frac{r^2}{2w^2} \right), \\ &\quad r < w, \\ &= \frac{16eN}{\epsilon_0 k_p w^2} I_2(k_p w) K_0(k_p r), \quad r > w. \end{aligned} \quad (3.16)$$

を用いて

$$\phi = R(r)\sin\xi,$$

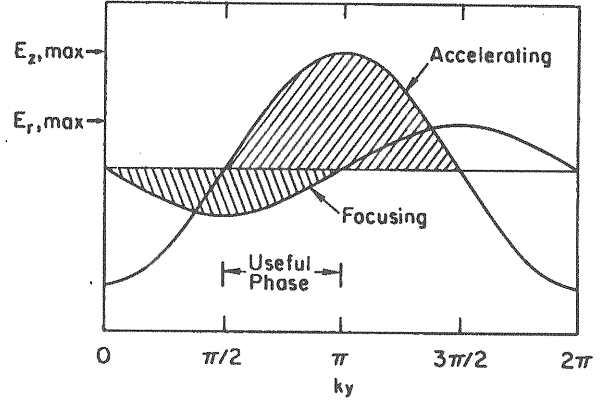


Figure 3.3: 進行方向および半径方向の航跡場の位相。

と表される。

電場は $E = -\nabla\phi$ より得られる。とくに $r < w$ では

$$E_z = -k_p R(r)\cos\xi, \quad (3.17)$$

$$E_r = -\frac{16eN}{\epsilon_0 w^2} \left(K_2(k_p w) I_1(k_p r) - \frac{r}{k_p w^2} \right) \sin\xi, \quad (3.18)$$

である。

ここで注意すべきことがふたつある。第一は、 E_z と E_r の電場の ξ 依存性が、 \cos と \sin で表されるので、Fig. 3.3に示すように $\pi/2$ ずれることである。電場の符号の正負は進行方向航跡場の場合は加速・減速に半径方向航跡場の場合は収束・発散に対応する。テスト電子が発散されることなく加速される区間は進行方向の位相 2π のうち $\pi/2$ 区間にしかすぎない。

この2式から、進行方向航跡場の半径方向微分と半径方向航跡場の進行方向微分との間には

$$\frac{\partial E_r}{\partial z} = \nabla E_z. \quad (3.19)$$

の関係があることが導かれる。この関係は航跡場一般に成り立つもの[28]で Panofsky-Wenzelの定理という。

第2は進行方向電場と横方向電場の大きさの比較である。式(3.17-3.18)より E_z, E_r の最大値は $A(w)$ を共通の因子として

$$\begin{aligned} E_{z0} &= A(w) \left(K_2(k_p w) I_0(k_p r) + \frac{1}{2} \right. \\ &\quad \left. - \frac{2}{(k_p w)^2} - \frac{r^2}{2w^2} \right), \end{aligned}$$

および

$$E_{r0} = A(w) \left(K_2(k_p w) I_1(k_p r) - \frac{r}{k_p w^2} \right)$$

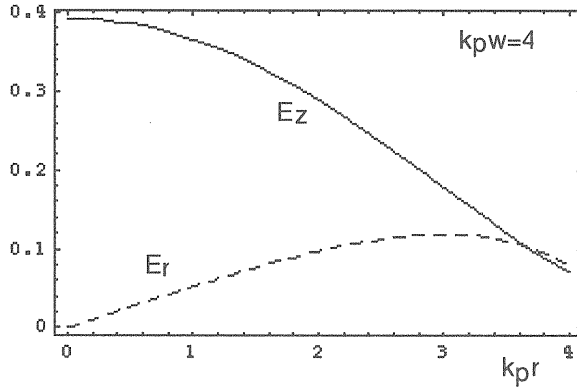
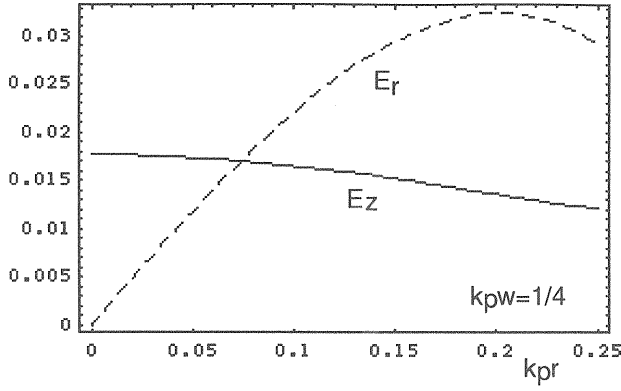


Figure 3.4: 進行方向および半径方向の航跡場の大きさの比較. 上は $k_p w = 1/4$ の場合. 下は $k_p w = 4$ の場合.

と書ける. Fig.3.4は $E_{z0}/A(w)$ と $E_{r0}/A(w)$ を $k_p w = 4$ すなわちドライブビーム径がプラズマ波長より大きい場合と, $k_p w = 1/4$ すなわちドライブビーム径がプラズマ波長より小さい場合について比較したものである. これから, ドライブビーム径がプラズマ波長より大きい場合は進行方向電場が大きく, 逆にドライブビーム径がプラズマ波長より小さい場合は横方向電場が大きいたことが理解できよう. レーザ航跡場加速の場合のレーザーのスポット径とプラズマ波長との大小関係もおなじ結果をもたらす. すなわちレーザーのスポット径がプラズマ波長より大きい場合は進行方向電場が大きく, 逆にスポット径がプラズマ波長より小さい場合は横方向電場が大きい.

最後にバンチ内の電子分布に現実的なものを仮定したときの計算を結果だけ示しておこう [29]. 進行方向の分布はガウス分布とし, それと垂直な方向 (横方向) の分布はパラボラ分布としよう. すなわちバンチ内の電子分布を

$$\begin{aligned} n_1(r) &= n_0[1 - (r/a)^2] \exp[-(\xi^2/2\sigma_z^2)], \quad r \leq a \\ &= 0, \quad r > a. \end{aligned} \quad (3.20)$$

とする. ただし N をバンチ内粒子数として, $n_0 = 4N/(2\pi)^{2/3}a^2\sigma_z$ とする. このときの航跡による電場は

進行方向, 横方向, それぞれ

$$\begin{aligned} E_z(r, \xi) &= \frac{4r r_m e m c^2 N}{e a^2} \\ &\times \left[1 - \frac{r^2}{a^2} - \frac{4}{k_p^2 a^2} 2K_2(k_p a) I_0(k_p r) \right] \\ &\times \exp(-k_p^2 \sigma_z^2 / 2) \\ &\times [C(\xi) \cos(k_p \xi) - S(\xi) \sin(k_p \xi)] \end{aligned} \quad (3.21)$$

$$\begin{aligned} E_r(r, \xi) &= \frac{8r_e m c^2 N}{e a^2} \left[K_2(k_p a) I_1(k_p r) - \frac{r}{k_p a^2} \right] \\ &\times \exp(-k_p^2 \sigma_z^2 / 2) \\ &\times [C(\xi) \sin(k_p \xi) + S(\xi) \cos(k_p \xi)] \end{aligned} \quad (3.22)$$

となる. ただし

$$C(\xi) = 1 - \text{Re} \left[\text{erf} \left(\frac{\xi}{\sqrt{2}\sigma_z} - i \frac{k_p \sigma_z}{\sqrt{2}} \right) \right] \quad (3.23)$$

$$S(\xi) = \text{Im} \left[\text{erf} \left(\frac{\xi}{\sqrt{2}\sigma_z} - i \frac{k_p \sigma_z}{\sqrt{2}} \right) \right], \quad (3.24)$$

であって, ξ が a , σ_z やプラズマ波長に比べて十分大きいときは

$$C(\xi) \sim 2, \quad S(\xi) \sim 0$$

である.

3.2 トランス比

議論を単純にするためにもう一度1次元のプラズマ波の場合にたしかえよう. 幅 d の矩形の密度分布をもつバンチを考えてみよう. $0 \leq \xi \leq d$ では $n_b(\xi) = n_{b0}$, これ以外の領域で $V = 0$ とする. ただし考察を簡単にするために $k_p d = 2\pi N$ (N は整数), としておく. このバンチによる航跡場は

$$\begin{aligned} E(\xi) &= \frac{en_b}{\epsilon_0 k_p} [\sin k_p(d - \xi) + \sin k_p \xi], \quad \xi > d, \\ &= \frac{en_b}{\epsilon_0 k_p} \sin k_p \xi, \quad \xi < d, \end{aligned} \quad (3.25)$$

である.

バンチが過ぎ去った後に残る加速方向の最大電場は $E_+ = 2en_b/\epsilon_0 k_p$ である. いっぽうバンチの中の電子はつねに自らのエネルギーを失う方向の符号を持つ航跡場をつくっている. この減速方向の航跡場(retarding field)の絶対値の最大値は $E_- = en_b/(\epsilon_0 k_p)$ である. これらの比

$$R = E_+/E_-, \quad (3.26)$$

をトランス比(transformer ratio)という。矩形分布を持つドライブバンチではトランス比は2である。じつはもっと一般的に、進行方向に対称な分布を持つドライブバンチではトランス比は2になることがいえる。

もっと違った角度からトランス比について考えてみよう。いままでは航跡場を電場としてとらえてきたが、加速器の分野では航跡場をバンチ電荷で正規化して表すのが慣例である。ここでもしばらく(この節の終わりまで)この慣例に従い、 $w = E/q$ を航跡場とする。

蛇足であるが(ここでは使わないが)、航跡ポテンシャルwake potentialとロスインピーダンスloss impedanceについて説明しておこう。電荷 q を持つ大きさのない(デルタ関数で表される)テストバンチが、ドライブバンチから z だけ遅れて走っているとしよう。このときテストバンチが受ける航跡ポテンシャルを

$$K(z) = -\frac{1}{q} \int_0^L E_z(z) dz = -\int_0^L w_z(z) dz, \quad (3.27)$$

と定義する。 w の単位は $V/C = V/(As) = \Omega/s$ である。単位時間当たりのインピーダンスとでもいうべきものである。ロスインピーダンスは航跡ポテンシャルを時間の変数とみなしてフーリエ変換したものである。このようなあつかいでは電気工学的な量との対応がつけやすい。

さて $w(z)$ を用いると、 N_d 個の電子を持つエネルギー W_d のドライブバンチが単位長さ走った後のエネルギー変化は

$$\frac{d(N_d W_d)}{dz} = -q_d^2 w(0), \quad (3.28)$$

である。いっぽう、この z だけうしろにあるテスト電子のエネルギー変化は、

$$\frac{d(N_t W_t)}{dz} = -q_t^2 w(0) + q_d q_t w(z), \quad (3.29)$$

である。右辺第1項はテスト電子がうしろに航跡場を残すためのエネルギー損失、第2項はドライブ電子が残した航跡場から受け取るエネルギーである。エネルギーが保存するために

$$\frac{dW_d}{dz} + \frac{dW_t}{dz} \leq 0,$$

すなわち

$$(q_d^2 + q_t^2)w(0) \geq q_t q_d w(z),$$

でなければならない。これが q_t, q_d に関わらず成り立つためには

$$w(z) \leq 2w(0) \quad (3.30)$$

でなければならない。なお、この関係をビーム負荷の基礎原理という[30]。比 $w(z)/w(0)$ の最大値をトランス比 R と考えれば、 $R = 2$ である。

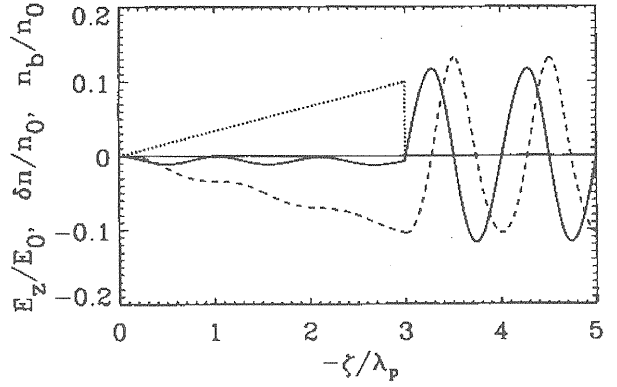


Figure 3.5: 三角に整形されたバンチによる航跡場。点線はドライブバンチ内電子密度。波線は密度揺動。実線は航跡場。

式(3.29)に、 $q_t = eN_t, q_d = eN_d$ を用いると、1個のテスト電子が単位長さを走ったときに得るエネルギーは

$$\frac{dW_t}{dz} \leq (2N_d - N_t)e^2 w(0), \quad (3.31)$$

で制限される。一方ドライブバンチはプラズマ中を距離 $L = W_d/(e^2 N_d w(0))$ 走ると全エネルギー $N_d W_d$ を失う。このときテストバンチが得る最大エネルギーは $L dW_t/dz = W_d(2N_d - N_t)$ である。したがって

$$\Delta W_t/\Delta W_d = 2 - N_t/N_d \leq 2, \quad (3.32)$$

が成り立つ。つまりエネルギー W_d のドライブバンチによるテストバンチのエネルギー増は最大でもドライブバンチの2倍ということになる。しかもこの2倍というエネルギー増が可能なのは、テストバンチの電流がドライブバンチの電流に比べ無視できる極限においてである。

トランス比は航跡場加速器を、ドライブバンチを1次側、テストバンチを2次側に持つトランスと見立ただけから生じた言葉である。ドライブバンチは大電流低エネルギーで、これを小電流高エネルギーを持つテストバンチに変換することを前提としている。

さてトランス比 R が2をこえないということは1GeVのドライブバンチを使ってもテストバンチのエネルギー増は2GeVしかないということである。これは航跡場加速を実用化しようとするとき大きな欠点となる。これを克服するためFig. 2.2のような進行方向にランプ状に立ち上がりストンと落ちるような分布、すなわち、鋸の歯を一枚だけ取り出したような分布を持つドライブバンチの使用が考えられた [31]。

バンチ内で電荷がしだいに増加するものとして、(3.8)式に

$$n_b(z) = -\frac{2z}{L^2}, \quad -L < z < 0 \quad (3.33)$$

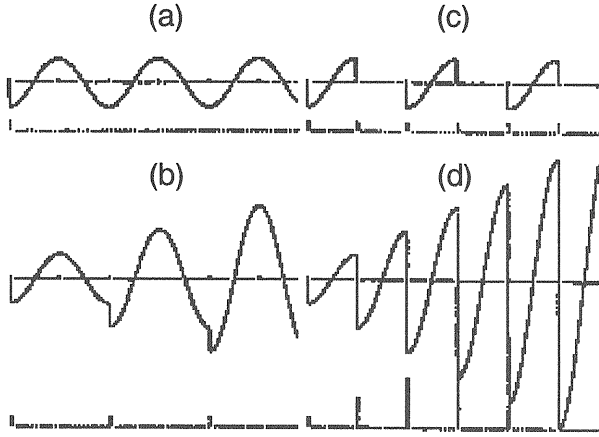


Figure 3.6: バンチ列による航跡場. 各図の上は航跡場を示し, 下はドライブバンチで, (a) は単バンチ, (b) ~ (d) は複数バンチを示す.

を代入して計算すると

$$E(\xi) = -\frac{2E_{z0}}{k_p^2 L^2} [1 - \cos(k_p \xi)], \quad (3.34)$$

$$-L < \xi < 0$$

$$= -\frac{2E_{z0}}{k_p^2 L^2} [\cos k_p(\xi + L) - \cos(k_p \xi) + k_p L \sin k_p(\xi + L)], \quad (3.35)$$

$$\xi < -L,$$

となる. とくに $L = n\lambda_p$ のときは

$$E(\xi) = -\frac{2E_{z0}}{k_p L} \sin k_p \xi, \quad \xi < -L \quad (3.36)$$

である. ただし E_{z0} は, ドライブバンチが進行方向に大きさが無いときの航跡場である. トランス比はバンチ内とバンチ後の航跡場の比であるから, $R = k_p L/2$ である. この値はバンチ長 L を大きくすることにより, いくらでも大きくすることができる. Fig.3.5はバンチ内電子密度の変化と, それに対応するプラズマ電子密度の減少, それに伴う電場の計算結果を示したものである[31].

ここで述べた方法では, バンチ内部で先行する粒子の航跡場が後続の粒子に作用するので, これをうまく利用して $R \leq 2$ の呪縛を逃れたのであった. 実際はこのようにバンチ長を整形するのは技術的に困難である. しかし先行する粒子の航跡場が後続の粒子に作用させるためには, 両者が同一のバンチ内に存在しなければならないという理由はない. かくて編み出されたのがパルス列の包絡線を整形する方法である (Fig. 3.6) [32]. 簡単のためにドライブバンチをデルタ関数的なパルスで近似する. Fig. 3.6(b)に示すように, 2目以下のドライブバンチの入射タイミングが, 存在しているプラズマ波と $k_p \xi = 2n\pi$ なる関係

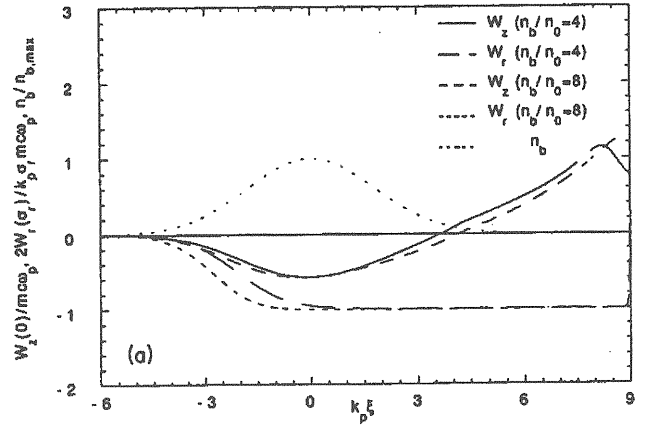


Figure 3.7: $n_b/n_p = 4$ と8の場合の進行方向航跡場 W_z および半径方向航跡場 W_r .

を満たすようにすれば, 航跡場の最大値は線形に増加することが理解できる. $k_p \xi = (2n+1)\pi$ を満たすタイミングで入れると航跡場はFig.3.6(c)のように打ち消される.

さらにFig.3.6(d)のようにドライブバンチの粒子数を等差級数的に増加して行くと, それにつれてトランス比も増加する. これはFig.3.5のような連続バンチの整形からも類推できることである. 普通ライナックは rf でバンチするので, rf の周波数で決まる間隔でドライブバンチをパルス化するのは容易であり, この方法は現実性がある. この方法で技術的に困難な点は, rf の周波数と共鳴するようにプラズマ周波数, すなわち, プラズマ密度を, パルスの継続時間にわたって制御することにある. また, いままではイオンの運動を無視してきたが, あまりバンチ列を長くすると, イオンの運動が無視できなくなる.

もうひとつのトランス比の制限を逃れる方法は非線形プラズマ波を使用することである. いままでプラズマ波がバックグラウンドのプラズマに与える摂動は n_b/n_p は1よりはるかに小さいという前提で話を進めてきた. しかしビームの中の電子密度がプラズマ密度を越えたらどうなるであろうか. ビームはプラズマ電子をすべて吹き飛ばしてしまうであろう. 結果として生じるプラズマ波はもはや美しい正弦波からはかけ離れたものになってしまう. Fig.3.7は $n_b/n_p = 4$ および8の場合の進行方向航跡場 W_z および半径方向航跡場 W_r のシミュレーションの結果である [33]. 縦軸は波の破壊限界 $m\omega_p c$ (ただし半径方向航跡場は $k_p \sigma_r m\omega_p c$) で正規化されている. このように破壊限界を超える航跡場が得られる. シミュレーションによればこの波はひとやま限りで終わってしまう. 第1章で述べたようにビーム航跡場加速はレーザーを用いる方法に比べると加速勾配の点で見劣りがする. この非線形波を用いる方法によればレーザー法に対抗できると考えているグループもある.

このようにビーム航跡場加速ではいかにトランス比を上

げることが懸案である。過去の実験ではKEKで数個のバンチからなるバンチ列を用い、30MeV/mの加速勾配を観測している[34]。またより長いパルス列による基礎実験も行われている[35]。今後の実験計画では、ANLとUCLAとの共同研究が非線形プラズマ波の利用を[36]、またBINPではバンチ列の利用を[37]、SLACではUCLA、USCと共同研究でドライブバンチの三角整形を公表している[38]。これらの計画はいずれもGeV/m級の加速勾配と、GeV級のエネルギー利得を目指している。

3.3 ビーム負荷

プラズマ波はテストビームを加速(あるいは減速)するが、その反動でプラズマ波の振幅は減少する。とりあえずテストビームの進行方向の大きさを無視し、デルタ関数的なバンチを想像しよう。このテストビーム(テストバンチ)自身も式(3.7)であたえられる航跡場を作り、その方向はバンチの位置ではマイナス方向で大きさは $e\sigma/\epsilon_0$ である。このテストビームを航跡場に乘せて加速する。航跡場は進行方向に振動しているが、振幅が最大 E_0 でプラス方向の位相に乘せる。このとき

$$E_0 = e\sigma/\epsilon_0,$$

であれば、すでに存在していたプラスの航跡場と、あらたにテストビームが作るマイナスの航跡場が相殺し、航跡場は消滅する。この式から、振幅 E_0 の航跡場が加速できる電荷あるいは粒子数 N は、電場の半径を r として

$$eN = \pi\epsilon_0 r^2 E_0, \quad (3.37)$$

ということになる[39]。

この状況でテストビームが得るエネルギー幅は100%である。現実にはバンチ長を無視できない。そしてバンチの先頭の粒子は E_0 の無垢の航跡場を感じるが、末尾の粒子には先行する粒子たちに食い荒らされたほとんどゼロの航跡場しか残っていないからである。

なおランダウ減衰は無衝突プラズマでも、波の位相速度よりわずかに速度が遅い粒子が存在すると、これらの粒子がプラズマ波からエネルギーを吸い取り、波を減衰させる現象である[18]。逆に位相速度より速い速度を持つ粒子は波を増幅する(ランダウ増幅)。このランダウ減衰とビーム負荷との関連は指摘されてはいるが、解析的に一方から他方を導くことはまだなされていないようである[40]。

Chapter 4

プラズマからレーザーへ

レーザーでプラズマ波をつくる件は次の章にまわし、この章では最初にレーザーによるプラズマ生成を述べ、プラズマ中でのレーザーのふるまいをまとめておく。とくに後半は電磁波のプラズマ中での屈折率に関する物理とその応用が中心である。

4.1 トンネル電離によるプラズマ生成

章の題名と多少矛盾するが、レーザーでプラズマを作ることからはなしを始めたい。われわれはプラズマ波のポテンシャルを粒子加速に用いようとしている。プラズマ波はプラズマの中に立つ波である。ではプラズマはどのように作ればよいか。これは数年前まではけっこう難しい問題であったが、大出力レーザーの出現であっさり解決してしまった。レーザーを用いるプラズマ加速、すなわちビート波加速、レーザー航跡場加速、自己変調レーザー航跡場加速では加速に用いるのと同じレーザーで、まずプラズマを作り、次に加速のための電場を作ることができる。これに反しビーム航跡場加速では依然プラズマ生成が大きな技術的問題である。

レーザーの光子の持つエネルギーはイオン化エネルギーに及ばない。したがってレーザーでプラズマを作ることには出来そうにない。しかし、レーザーの強度が大きくなると事情が異なる。レーザーの電場が、ガスを構成する原子の電子に十分な速度を与えると、レーザー電場が反転しないうちに電子が原子から離れる。この現象をトンネル電離といい、Fig.4.1に図示する。レーザーの電場がガス電子に十分な速度を与えるか否かを示すパラメーター

$$\kappa = \frac{\omega_L(2mU_i)^{1/2}}{eE_L}, \quad (4.1)$$

をKeldyshパラメーターという[41]。 U_i は原子のイオン化ポテンシャルである。 $\kappa < 1$ であればトンネル電離が可能である。なお、 $\kappa > 1$ の領域でも、ある程度電場が大きければ、多光子電離が可能である。

プラズマ密度の増加を $dn(t)/dt = w[n_0 - n(t)]$ と書

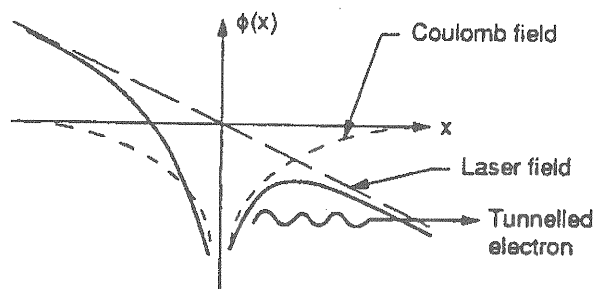


Figure 4.1: トンネル電離の概念.

く。Keldyshによれば

$$w = \frac{4me^4}{\hbar^3} \left(\frac{U_i}{U_H} \right)^{5/2} \zeta \exp \left[-\frac{2}{3} \left(\frac{U_i}{U_H} \right)^{3/2} \zeta \right], \quad (4.2)$$

ただし、 $\zeta = E_a/E$ 、 U_H は水素原子のイオン化ポテンシャルで、また

$$E_a = \frac{m^2 e^5}{\hbar^4} = 5.21 \times 10^{11} \text{Vm}^{-1},$$

である。水素原子の場合、レーザー強度が $I = 10^{15} \text{Wcm}^{-2}$ であれば、 $w = 10^{16} \text{s}^{-1}$ である。

イオン化に伴ってできる中性ガスとプラズマとの境界では、物理的にもいろいろな現象がある。レーザーのチャネリング、レーザーの周波数シフト、航跡場の生成などである。この講義でも折に触れて紹介するが、系統的に述べる余裕がないのは残念である。

4.2 ガウスビーム

レーザー加速のひとつの欠点は加速距離が短いこととされている。加速距離が短かければ、加速勾配が大きくてもエネルギー利得は小さい。まず、レーザーが与えられたものとして、このレーザーの強度を上げるには、レーザーを集光しなければならない。しかしレーザーを小さなスポット

に絞れば絞るほど、焦点付近のレーザーの発散角は大きくなり、軸方向でレーザーに強度が大きい距離は小さくなる。

多くのレーザーは基本横モードだけが選択的に発振するように設計されている。このときレーザーの横方向の強度分布は断面のどこをとってもガウス分布をなす。すなわち、ピークパワー P を持つレーザーの強度 I の分布は

$$I(r, z) = \frac{2P}{\pi w^2(z)} \exp\left[-\frac{2r^2}{w^2(z)}\right] \quad (4.3)$$

である。スポットサイズの進行方向への依存性は

$$w(z) = w_0 \left(1 + \frac{z^2}{z_R^2}\right)^{1/2} \quad (4.4)$$

となる。これらの式は、つぎのように導出される[42]。2枚の凹面鏡間を光を往復させたときの共焦点(ウェスト・腰のくびれの意味)の光分布をフレネル回折により求める。つぎにこの光分布を光軸上の別な位置に凸レンズで再現する。

サイズ w は、通常 σ によって表わす二乗平均半径の2倍で定義する。また z_R をレイリー長 (Rayleigh length) というがこれはレーザーの焦点深度(回折長)の目安を与える。

w_0 と z_R の間には

$$z_R = \frac{\pi w_0^2}{\lambda_L} \quad (4.5)$$

の関係がある。以下添字 L でレーザーを表わす。加速への応用という点では、 z_R が長いほど加速距離が稼げ、結果として得られるビームエネルギーは高くなる。また w_0 が小さいほど加速勾配が大きく、やはり結果として得られるビームエネルギーが高くなる。しかし、この式は z_R と w_0 の両方を同時に良い方向にもっていくことはできないことを示している。この式は不確定性原理を思い起こさせる。

これは実は粒子ビームを絞る場合と同じである。粒子ビームにはエミッタンスという不変量があった。これはビームサイズとビームの発散角の積で定義された。したがって粒子ビームサイズを小さく絞れば絞るほど、発散角が大きくなった。レーザーのような光ビームにも、ビームサイズと発散角の積としてエミッタンス ϵ を定義することができ、 λ を光の波長として、 $\epsilon = \lambda/4\pi$ である。ここまでの記述はレーザーを伝搬する媒体が、真空でもプラズマでも成り立つ。

4.3 プラズマ中の電磁波の位相速度と群速度

つぎに、レーザーのプラズマ中での位相速度を考えよう。

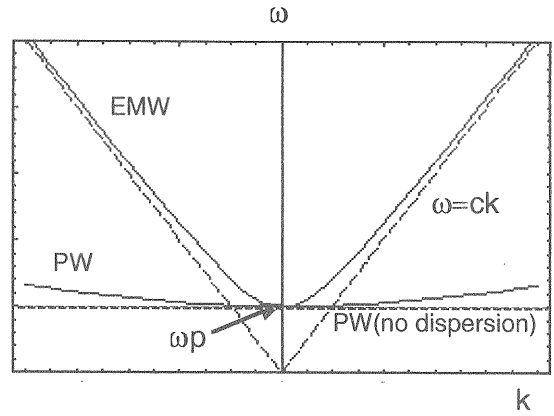


Figure 4.2: プラズマ中の電磁波(EMW)とプラズマ波(PW)の分散関係。

プラズマ中では電磁波の波動方程式は

$$\frac{\partial^2 E}{\partial z^2} - \left(\frac{\omega_p}{c}\right)^2 E = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} \quad (4.6)$$

であるが、 $E \propto \exp[i(k_L z - \omega_L t)] = \exp i\phi$ とおけば

$$k_L^2 = (\omega_L^2 - \omega_p^2)/c^2 \quad (4.7)$$

と変形できる。

このように、波における波数 k と ω の関係を示す式を分散式という。式(4.7)はプラズマ中の電磁波の分散式である(k_L と ω_L の関係が分散式であって、 ω_p はプラズマのパラメーターである。念のため)。分散関係は縦軸に ω 、横軸に k をとった平面で、Fig.4.2のように図示するのが慣例である。プラズマ波の分散式は v_e を電子速度として

$$\omega^2 = \omega_p^2 + 3k^2 v_e^2,$$

であるが、プラズマ加速の分野では $v_e = 0$ と近似してしまうことが多い(この近似が正しいかどうかは別な問題である)。このとき $\omega = \omega_p$ であって、周波数と波数と独立でありうる。このような波を「分散がない」という。Fig.4.2に示すように $v_e = 0$ のときはプラズマ波の分散式は k 軸に平行な直線である。

ここで $v_{pL} = \omega_L/k_L$ を用いると、

$$\frac{c^2}{v_p^2} = 1 - \frac{\omega_{pL}^2}{\omega_L^2}, \quad (4.8)$$

を得る。これはプラズマ中のレーザーの位相速度が光速より大きいことを示している。ただし、後で述べるように、粒子加速をもたらすのは、群速度

$$\frac{\partial \omega_L}{\partial k_p} = v_{gL} = \frac{c^2}{v_{pL}} = c \left(1 - \frac{\omega_{pL}^2}{\omega_L^2}\right)^{1/2} < c \quad (4.9)$$

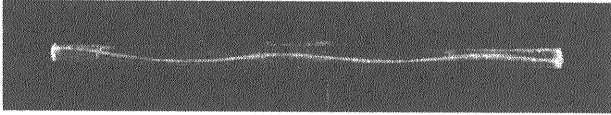


Figure 4.3: プラスチック・グレイデッドインデックス・ファイバーにおける光の伝搬. 長さ95mm直径3mmのファイバーの左端よりレーザーを軸ずれさせて入射し撮影した.

であり, このように光速より小さい. レーザーが作るプラズマ波の位相速度は, この v_{gL} に等しくなる.

屈折率の定義は

$$N = \frac{c}{v_{pL}} = \left[1 - \left(\frac{\omega_p}{\omega_L} \right)^2 \right]^{1/2} \quad (4.10)$$

である. このように電磁波(レーザーも電磁波である!)の屈折率がプラズマ密度に依存することがさまざまな現象を引き起こす. この章の後半はこうした現象の記述である.

プラズマ密度が十分大きく, プラズマ周波数のほうが電磁波の周波数よりも大きくなると, 電磁波はプラズマ中を伝搬できない. この領域を過剰密度領域 (overdense region) といい不足密度領域 (underdense region) と区別する.

4.4 レーザーのチャネリング

あまり密度が高くないプラズマ中でのレーザー航跡場加速では加速距離がまず回折長で制限される. レーザーのチャネリング (光導波 optical guiding) は, この回折長の制限を克服する方法である.

すでに述べたように真空あるいは一様な密度のプラズマ中では, レーザーを一定な半径のまま伝搬させることはできない. しかし, われわれはすでにある媒質中ではレーザーが一定な半径のまま伝搬することを知っている. その媒質とは, 光ファイバーである. 分布屈折率ファイバー (グレイデッド・インデックス・ファイバー graded index fiber) では, ファイバーの中心では屈折率が大きく, 周辺にいくにしたがって屈折率が小さくなっている. 光はFig.4.3([43]による)のようにここをジグザグに進むが, ある半径の外に出ることはない.

屈折率分布を

$$N^2(r) = N^2(0)[1 - (gr)^2], \quad (4.11)$$

と仮定する[43]. z 軸に沿って進む光線の r 座標は光線方程式

$$\frac{d^2r}{dz^2} = \frac{1}{2C} \frac{\partial}{\partial r} N^2(r), \quad (4.12)$$

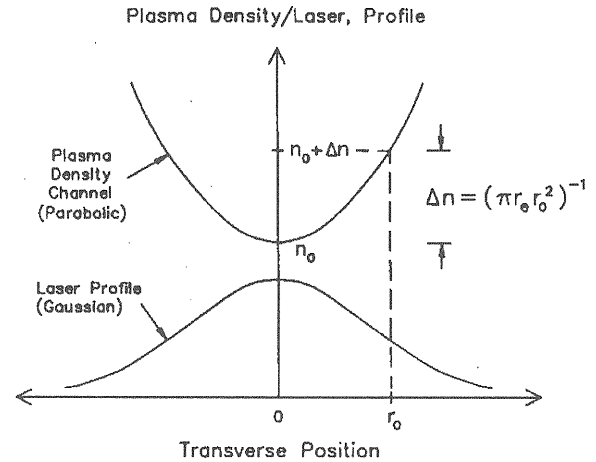


Figure 4.4: 二乗分布をなす密度チャンネルにおいて光導波路として必要な深さ Δn .

で表される. 式(4.11)を光線方程式に代入すると

$$\frac{d^2r}{dz^2} = -\frac{g^2}{C} N^2(0)r, \quad (4.13)$$

を得る. C は光線の初期位置に依存する定数であるが, 近軸光線では $C = N^2(0)$ とおける. この解は

$$r = r(0) \cos(gz) + \frac{r'(0)}{g} \sin(gz), \quad (4.14)$$

である. レーザーはチャンネルの中を蛇行しながら進むことがわかる.

角周波数 ω の電磁波 (この場合はレーザー) の屈折率 N はプラズマの密度に式(4.10)のように依存する. あらかじめ航跡場加速用のレーザーの通り道に沿って, プラズマ密度の小さいチャンネルを作っておけば, レーザーはこのチャンネルの中を収束したまま伝搬し, 加速距離はレイリー長を越えると期待される.

詳しい計算によれば, Fig.4.4のようにプラズマ密度に2乗分布を作って導波特性を持たせるとき, 導波路の深さを $\Delta n_c = n(r_0) - n_0$ として必要なプラズマ密度の差は

$$\Delta n_c = 1/(\pi r_e w^2) \quad (4.15)$$

である[44]. ただし, r_e, w はそれぞれ電子の古典電子半径とレーザーの半径である.

このレーザーチャネリングには2つの方法がある. 第1の方法では, この密度チャンネルを, 加速用のレーザーそのもので作る. レーザーのパワーが大きくなるとプラズマ中の電子が相対論的に運動する結果, 自己光導波の効果が生じる. 現在はこの相対論的チャネリングが注目されている. 第2の方法は主レーザーが通る前に, なんらかの方法で主レーザーの導波路を用意してやる方法である. 導波路を作るためにもレーザーを使うのが一般的である.

また、すでに述べたように、プラズマ振動にともなう横方向の航跡場はレーザーを収束・発散させる。プラズマ振動の半径を r_p とし、プラズマ振動に伴う密度変動を

$$\delta n = \delta n_0 \exp(-r^2/r_p^2) \sin k_p(z - ct)$$

で表わす。このプラズマ振動がもたらす屈折率分布は、

$$N(r, z) = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega_L^2} \left[1 + \frac{\delta n_0}{\Delta n_c} \exp\left(-\frac{r^2}{r_0^2}\right) \sin k_p(z - ct) \right]. \quad (4.16)$$

である [45]. ここで Δn_c は (4.15) 式で定義した、光導波路形成のために必要なプラズマ密度差である。

以上をレーザービームの包絡線が従うべき方程式(包絡線方程式)としてまとめることができる。この導出はいささか複雑なので省略し、結果のみを示すと [46]

$$\frac{d^2 R}{dz^2} = \frac{1}{z_R^2 R^3} \left[1 - \frac{P}{P_c} - \frac{\Delta n}{\Delta n_c} R^4 + \frac{\delta n_0}{\Delta n_c} \frac{R^4 \sin k_p \zeta}{R_p^2 [1 + (1/2)(R/R_p)^2]^2} \right] \quad (4.17)$$

である。ただし、 R , R_p はそれぞれ $z = 0$ におけるレーザー半径で規格化したレーザーおよびプラズマの半径、 Δn は 2 パルス法でつくられたチャネルの深さである。この式の右辺の括弧内の第 2 項は相対論的チャネリングの効果、第 3 項は 2 パルス法のチャネリングの効果、第 4 項はプラズマ波による収束を表わす。第 2 項以下がないものとして、この方程式を解くと、式(4.4)と等価な結果が得られる。各自試みていただきたい。以下の2節で第2項と第3項について述べる。

もうひとつつけ加えておくべきことがある。中性ガスの屈折率 N は光強度 I に比例する項を持つことである。すなわち

$$N = N_0 + N_2 I, \quad (4.18)$$

である。 N_2 は磁化率(磁気感受率)の関数である [52]. この右辺第2項の非線形性のために、光は強度の大きい方向に集中する。言い換えればこの項はチャネリングの効果を持つ。ただし光が集中すれば、中性ガスはイオン化するので、屈折率は

$$N(r) = N_0 + N_2 I(r) - \frac{1}{2} \frac{\omega_p^2(r)}{\omega_L^2}, \quad (4.19)$$

とも表すべき状態となる。右辺第2項は光を集中させ、第3項は発散させる。この2項がうまくバランスすれば光は導かれる [53].

4.4.1 相対論的チャネリング

大出力レーザーの場合にはプラズマ電子が、横方向に相対論的に運動する結果質量が大きくなる。このためプラズマ周波数は

$$\omega_p^2(r, z) = \frac{n(r, z)}{n_0} \frac{\omega_{p0}^2}{\gamma_\perp(r, z)} \quad (4.20)$$

に減少する。ただし

$$\gamma_\perp(r, z) = [1 + a^2(r, z)]^{1/2} \quad (4.21)$$

で、 a は次の章で説明する、規格化ベクトルポテンシャルである。これはレーザーの強度をあらわすパラメーターでわれわれの場合 0.1 から 1 のあいだの値を取ることが多い。この式は相対論的な効果が光チャンネル中心部でのプラズマの希薄化を拡大し、周辺にかけての密度勾配も増大させることを示している。これにともなって屈折率 N も r, z の関数となる。光導波の条件は $\partial N / \partial r < 0$ である。

以下の解析によれば、レーザーの出力が臨界出力

$$P_c = 2c \left(\frac{mc^2}{e} \right)^2 \left(\frac{\omega_L}{\omega_{p0}} \right)^2 = 17.5 \times 10^9 \left(\frac{\omega_L}{\omega_{p0}} \right)^2 \text{ [W]} \quad (4.22)$$

より大きいときは、光束は収束するが、臨界出力より小さいときは回折によって発散する。

この式を導くには、相対論を考慮したプラズマ電子の運動方程式から出発する [47]. ただしプラズマ波は考慮せず、レーザーの電場による横方向の電子の運動のみを考慮する。電場は x 方向、磁場は y 方向を向いているとすれば

$$\frac{d(\gamma v_x)}{dt} = -\frac{e}{m} (E - v_z B) = \frac{eE}{m} \left(1 - \frac{v_z}{c} \right), \quad (4.23)$$

および

$$\frac{d(\gamma v_y)}{dt} = -\frac{e v_x B}{m} = \frac{eE}{m} \frac{v_z}{c}, \quad (4.24)$$

である。 $v_x \ll 1$, $v_y \ll 1$ として $\gamma = (1 - v^2/c^2)^{-1/2}$ を v/c で展開すると、上の2式はそれぞれ

$$\begin{aligned} v_x &= -\frac{eE}{m} \left(1 - \frac{3v_x^2}{2c^2} \right) \left(1 - \frac{v_z}{c} \right) \\ &\sim -\frac{eE}{m} \left(1 - \frac{3v_x^2}{2c^2} - \frac{v_z}{c} \right) \end{aligned} \quad (4.25)$$

および

$$\begin{aligned} \frac{v_z}{c} &= -\frac{e}{mc^2} \int E v_x dt \\ &= \frac{e^2}{m^2 c^2} \int \left[E(t') \int E(t') dt'' \right] dt' \\ &= \frac{e^2}{2m^2 c^2} \left[\int E(t') dt' \right]^2, \end{aligned} \quad (4.26)$$

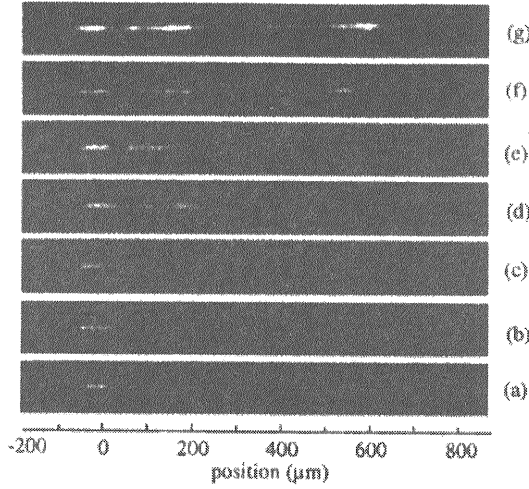


Figure 4.5: レーザー軸からの側方散乱. プラズマ密度は $3.6 \times 10^{19} \text{cm}^{-3}$. レーザー出力の臨界出力に対する比 $P/P_c =$ (a)1.6, (b)2.6, (c)3.9, (d)5.5, (e)7.2, (f)8.4, (g)9.1.

となる.

式(4.26)と

$$\frac{v_x^2}{c^2} = \frac{e^2}{m^2 c^2} \left[\int E(t') dt' \right]^2,$$

を式(4.25)に代入すると

$$v_x = -\frac{eE}{m} \left(1 - \frac{2e^2}{m^2 c^2} \left[\int E(t') dt' \right]^2 \right), \quad (4.27)$$

となる. これを波動方程式

$$\nabla^2 E + \frac{\omega^2}{c^2} E = -\mu_0 e n v, \quad (4.28)$$

に用いると, 最終的に

$$\nabla^2 E + \frac{\omega^2}{c^2} \left[1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2} \left(1 - \frac{2e^2}{m^2 c^2} \left[\int E dt' \right]^2 \right) \right] E = 0. \quad (4.29)$$

を得る.

波の電場を $E(r) \exp i(\omega_L t - kz)$ とする. $E(r)$ は電磁波の周波数よりもずっと遅い成分を持つものとする, すなわち, レーザーパルスの包絡線を $E(r)$ であらわす. また

$$\frac{\omega_L}{k_L} = c \left(1 - \frac{\omega_p^2}{\omega_L^2} \right)^{-1/2}$$

である.

$$\left[\int E dt \right]^2 = \frac{E^2}{2\omega_L^2}$$

とし, これらを式(4.29)に代入すると

$$\left(\nabla_{\perp}^2 - 2ik_L \frac{\partial}{\partial z} + \frac{\omega_p^2}{c^2} \frac{e^2 E^2}{m^2 \omega_L^2 c^2} \right) E = 0, \quad (4.30)$$

となる. この式は非線形シュレディンガー方程式とよばれる. () 中の最初の2項は発散を表す. z_R をレイリー長とすれば $\nabla^2 - 2ik_L \partial/\partial z \sim 1/z_R^2$ とみなしてよい. 第3項が自己収束を表す. この第3項の $eE/m\omega_L c$ は式(4.21)の γ_{\perp} に相当するものである. ここで

$$\left(\frac{\omega_p}{\omega_L} \right)^2 \left(\frac{eE}{mc^2} \right)^2 > \left(\frac{1}{z_R} \right)^2, \quad (4.31)$$

であれば, 自己収束が発散に打ち勝つ. レーザーのパワーの $2/\pi$ がレイリー区間に集中しているものとして

$$P = \frac{\pi c \epsilon_0 z_R^2 E^2}{2}, \quad (4.32)$$

とおき, 式(4.31)を書き直すと,

$$\left(\frac{\omega_p}{\omega} \right)^2 \frac{e^2 P}{\pi \epsilon_0 m^2 c^5} = 2P \left(\frac{\omega_p}{\omega} \right)^2 \frac{r_e}{mc^3} > 1, \quad (4.33)$$

となる. ただし r_e は電子の古典半径である. これを書き直すと式(4.22)となる.

次の疑問が生じるかもしれない. 仮に大出力のレーザーがあって, 臨界出力を越えていたとしても, 焦点のサイズを大きくすれば出力密度は小さくなる. このように焦点をぼかしたときには相対論的チャネリングは起り得ないのではないか? 答えは「起る」である. 式(4.15)に示したように, レーザーの径が大きければ, 導波路の深さは浅くてよい, 言い換えれば導波路形成に寄与するプラズマ密度は小さくてよいからである.

式(4.30)は ω_p^{-1} より大きい時間領域を念頭に置いている. 言い換えれば, 相対論的チャネリングは, ω_p^{-1} より小さい時間領域では起り得ない. プラズマ航跡場加速へ相対論的チャネリングを応用するためには ω_p^{-1} より長いレーザーパルスを使用しなければならない. これが後で述べる自己変調レーザー航跡場加速である.

最後にこの現象の観測例をひとつ紹介する [48]. Fig.4.5 波長1053 nm でいろいろな出力を持つレーザーを, 密度 $3.6 \times 10^{19} \text{cm}^{-3}$ のプラズマに導入したときの, レーザーの側方散乱を撮影したものである. $2Z_R = 430 \mu\text{m}$ であるので, レーザー出力の臨界出力に対する比 $P/P_c = 1.6$ のときはチャンネル長は回折長よりも短い. しかしレーザー出力を上げるにつれチャンネル長も伸び, $P/P_c = 7.2$ では $850 \mu\text{m}$ に達する. じつはプラズマ長がこの程度なので(ガスを真空中に噴出してこれにレーザーをあてることによりプラズマを作っている. プラズマ長はノズル径で決まる), チャンネルがもっと長くできる可能性もある.

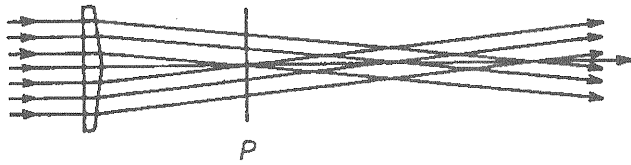


Figure 4.6: アキシコン.

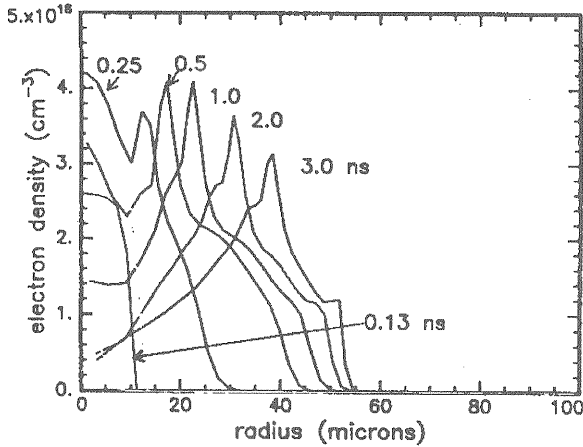


Figure 4.7: 30 Torr のアルゴンガス中に強度 4×10^{14} W/cm², ウエストサイズ 10 μ m, 波長 1.06 μ m, パルス幅 100 ps のレーザーを入射したときの電子密度の半径方向分布の時間変化の計算結果.

4.4.2 プレチャネル法

この、相対論的チャネリングが短いレーザーパルスに有効でないという欠点を補うのがプレチャネル法である。ここでは2つのレーザーパルスを使う方法を紹介する。最初のパルス（プレパルス）が作った光導波路中を、主レーザーパルスがその径をかえることなく伝搬する。このための導波路、すなわちレーザー軸上でプラズマ密度が小さく、周辺で大き半径方向分布の形成のためにいくつかの技術が提唱されている。

ここでは、これらのうちですでに実験結果が得られている、衝撃波を利用する方法を紹介する。Fig.4.6 のようなアキシコンという、片面が平面、片面が円錐面を持つ光学素子を用いると、焦点をある程度直線状に引き伸ばすことができる。

中性ガス中にこのような方法でレーザー強度の大きい部分を直線につくると、その部分にスパークが生じる。このスパークプラズマが音速で半径方向に広がるときに、イオン相互間およびイオン分子衝突のために、中性ガスとプラズマの境界に衝撃波が生じる。この衝撃波がさらに半径方向に広がる時、プラズマ密度が中心部で小さく、半径方向に大きくなる時間領域が生じる。Fig. 4.7はプラズマ密度の半径方向分布の時間変化を計算した結果であ

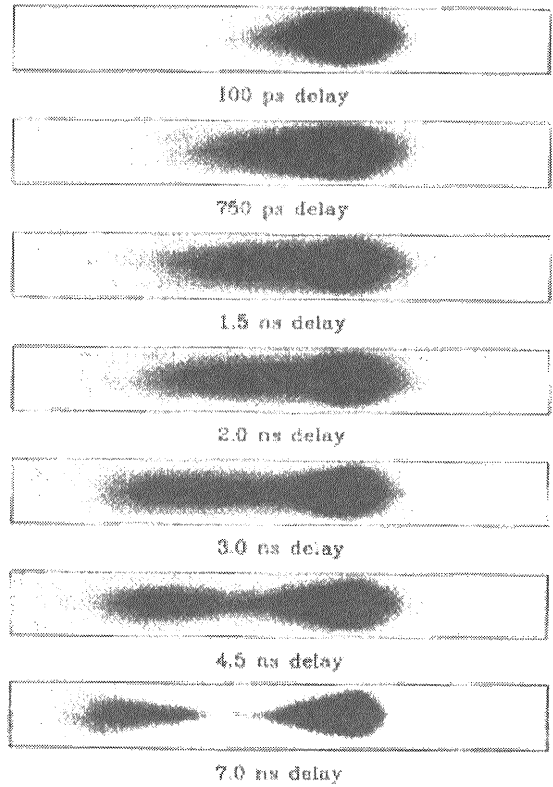


Figure 4.8: 60 Torr の窒素ガス中に 70 mJ, ウエストサイズ 10 μ m, 波長 1.04 μ m, パルス幅 100 ps のレーザーを入射したときのスパークプラズマの再結合に伴う発光の観測結果.

る [49]. 2.0-3.0ns付近では電子密度はパラボラに近い分布を持つことがわかる。

このように最適な半径方向のプラズマ分布が形成されたタイミングで主レーザーパルスを入射すれば、主レーザーは収束したまま伝搬する。Fig. 4.8はスパークプラズマが再結合する際の発光を測定した結果であり、プラズマチャネルが時間とともに成長する様子が見て取れる [51]. 最大レイリー長の 70 倍まで、入射したレーザーのエネルギーの 75 % が伝搬したと報告されている。

プレチャネルを作る方法は他にもあり、最近ではキャピラリー（細管）中で中心が低密度、壁際が高密度のプラズマを作る方法が話題になっている [50].

4.5 干渉法によるプラズマ波の測定

レーザーの屈折率のプラズマ密度依存性を応用して、プラズマ波を観測することができる。測定の原理は古くから行われているマイクロ波干渉計によるプラズマ密度測定と変わらない。しかしプラズマ波長に比べて十分短いパルス幅を持つレーザーを用い、プラズマ密度揺動を直接は観測

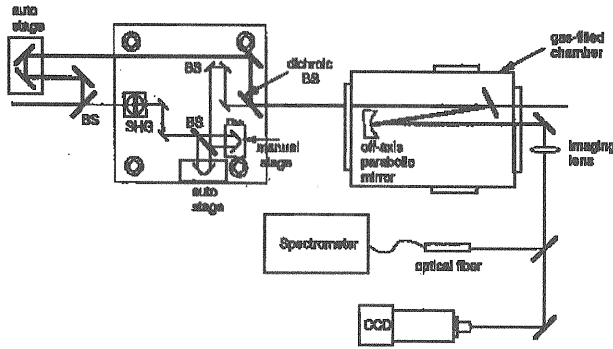


Figure 4.9: 干渉法によるプラズマ波の測定. BS : ビームスプリッター, SHG : 第2高調波発生器(SHG).

する点が進んでいる. 今日ではパルス幅100fs以下のレーザーが使える. ちなみにプラズマ波長100fs(30 μ m)はプラズマ密度に換算すると $1.23 \times 10^{18} \text{cm}^{-3}$ である.

Fig. 4.9に測定法を示した. ここではプラズマ波を作るレーザーの一部をビームスプリッター(BS)で分けたのち, 第2高調波発生器(SHG)で周波数を変換して密度測定に使用している. SHGを出たレーザーはさらに2つに分割された後, 同一の軌道をプラズマ容器へと導かれる.

プラズマ波とプラズマ中のレーザーが同じ速度を持つものとする(じつはこの測定法はこの条件を満たす加速法, すなわち次の章で述べるレーザー航跡場加速のために開発された). プラズマ波と同軸にふたつのレーザーパルスを時間差 τ で入射し互いに干渉させる. レーザーの位相差 $\Delta\psi$ と屈折率/プラズマ密度との関係

$$\Delta\psi = \int (N_2 - N_1)(\omega_L/c)dL,$$

$$N_i = \left(1 - \frac{\omega_{pi}^2}{\omega_L^2}\right)^{1/2}$$

$$= \left(1 - \frac{n_{pi}^2}{n_c^2}\right)^{1/2}, \quad i = 1, 2, \quad (4.34)$$

から時間差 τ に対応する密度差がわかる.

技術的な理由により, 時間差 τ を一定に保ち, これらのパルス対を投入する絶対時刻を掃引することにより密度揺動を測定することが多い. Fig.4.10はこの方法で観測された密度揺動である[54]. なお干渉計の原理は文献[55]を参照していただきたい.

4.6 レーザーの周波数シフト

レーザーのパルス幅がプラズマ波長に比べて十分短いとき, プラズマ波はまたレーザーの周波数を変える. レーザーとプラズマ波がFig. 4.11に示す位相関係にあって, 同

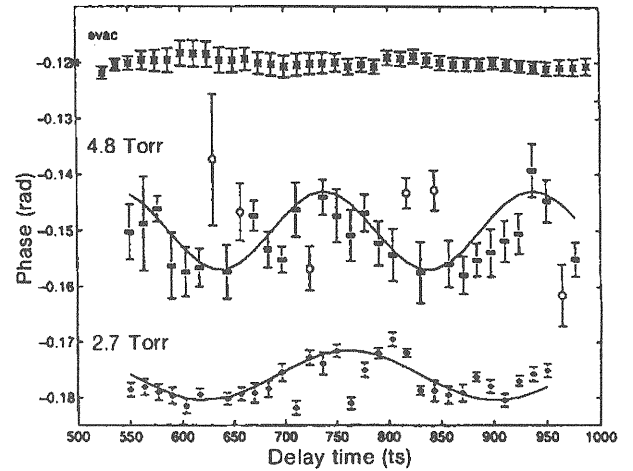


Figure 4.10: 周波数領域干渉法によって測定した密度揺動のガス圧(プラズマ密度)依存性.

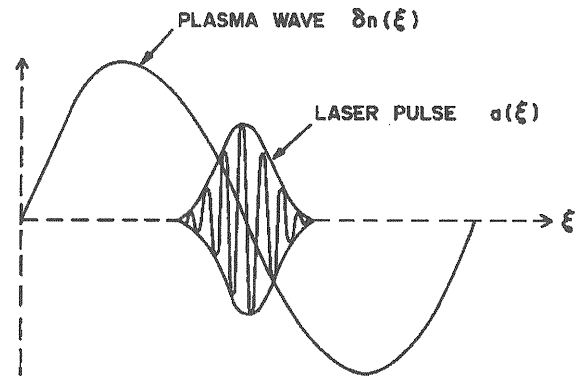


Figure 4.11: 超短パルスレーザーにブルーシフトを生じるレーザーとプラズマ波の位相関係.

じ方向に同じ速さで進むものとしよう. レーザーパルスの頭は尻尾よりも常に密度が低い領域にある. 頭は速度 v_g は尻尾の速度より小さい. レーザーが進むにつれレーザーパルスは圧縮され, 周波数は上がることになる. 一般的には, レーザーが乗るプラズマ波の位相を $k_p\xi$, プラズマ中をレーザーが進む距離を z とすれば, 周波数シフト $\Delta\omega$ は

$$\frac{\Delta\omega}{\omega_L} \sim \left(1 + \frac{\omega_p^2}{\omega_L^2} \frac{n_1}{n_p} k_p z \cos k_p \xi\right)^{1/2}, \quad (4.35)$$

の程度である. ただし n_p はバックグラウンドのプラズマ密度, n_1 はそのうちプラズマ波に寄与する密度である.

周波数シフトはレーザーによる中性ガスのイオン化に際してより顕著に現れ, やはりブルーシフト(周波数増)として観測される. Fig.4.11と同様やはりレーザーパルスの頭は尻尾よりも常に密度が低い領域にあることになる. 周波数シフトは $dn(\xi)/d\xi$ をイオン化フロントにおける密

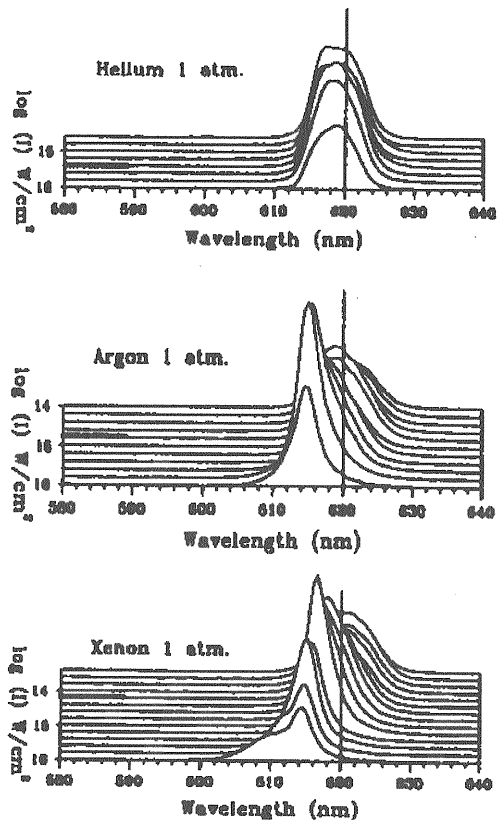


Figure 4.12: イオン化フロントで生じたブルーシフトの観測例。ガスの種類は上からHe, A, Xeでいずれも1気圧。各々の図でレーザー強度は上から下へと強くなるように配置してある。縦線は入力した波長。

度勾配として

$$\frac{\Delta\omega}{\omega_L} \sim \left(1 - \frac{\omega_p^2}{\omega_L^2} \frac{z}{n_p} \frac{dn(\xi)}{d\xi} \right)^{1/2}, \quad (4.36)$$

程度である。

Fig. 4.12は実際に観測されたブルーシフトである[56]。用いたレーザーの波長は620nm、パルス幅は90fsであった。レーザー強度は図に示すようにガスによって異なるが、 $10^{14} \text{W} \cdot \text{cm}^{-2}$ から $10^{16} \text{W} \cdot \text{cm}^{-2}$ の間である。

Chapter 5

レーザーからプラズマへ

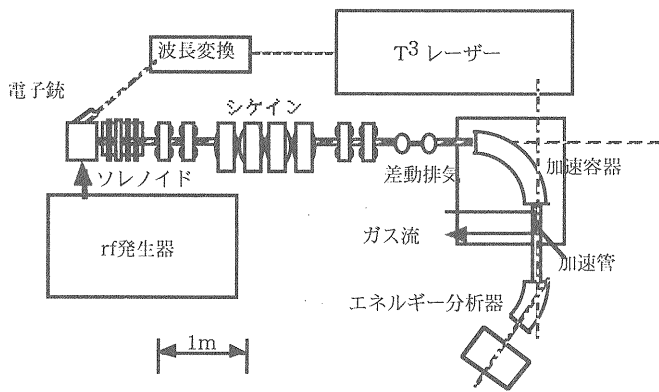


Figure 5.1: レーザー航跡場加速の実験装置.

この章の主題はレーザーによる加速である。Fig. 5.1にレーザー航跡場加速の実験装置の一例を示した。他の方法、自己変調レーザー航跡場加速とビート波加速の実験装置も似たようなものである。この図ではレーザーでカソードを衝撃して電子バンチを得、さらにシケインという電磁石群でバンチ圧縮を行うことを想定している。これらはプラズマ波長に比べて十分短いバンチを得ることを目的としている。プラズマ室と線形加速器本体は差動排気によって真真空的に分離する。この章でも理論的なことからはなしを始め、つぎに実験について触れる。

5.1 規格化ベクトルポテンシャル

今後のために、レーザーのパラメーターを記述するための実用的な単位を導入しておく。まず、クーロン・ゲージを用い、ベクトルポテンシャルを mc で規格化して「規格化ベクトルポテンシャル」

$$a = \frac{eA}{mc}, \quad (5.1)$$

を定義する。ベクトルポテンシャルについては付録も参照されたい。なお本書ではベクトルもスカラーも同じ活字を用いるので、注意して読んでいただきたい。

われわれの興味はレーザーとプラズマの相互作用にある。プラズマ電子はプラズマ周波数以下の周波数でしか動けない。レーザーパルスの包絡線の周波数はプラズマ周波数より低くなりうるが、レーザーそのものの周波数はプラズマ周波数よりずっと高い。プラズマ周波数がレーザー周波数を越えるような高密度プラズマにはレーザーは入り込めない。そこで a のうちでゆっくりと変化する成分をレーザー強度パラメーターと称し、 a_0 であらわす。ゆっくりという意味は、 λ_L/c より長く、 λ_p/c より短いタイムスケールを想定するということである。今後われわれは主に a_0 を相手にする。

このような思想により、

$$a(z, t) = (1/2)a_0 \exp[-i(\omega_L t - k_L z)] + c.c. \quad (5.2)$$

と展開する。 $c.c.$ (複素共役)を加えたのは、虚数部には意味がないから排除したいためである。実数部のみを考慮するという暗黙の了解を前提にするなら、書かなくてもよい。円偏光の場合は

$$a^2 = |a_0|^2 \quad (5.3)$$

直線偏光の場合は

$$a^2 = (1/2)|a_0|^2 + (1/4)|a_0|^2 \exp[-2i(\omega_L t - k_L z)] + c.c. \quad (5.4)$$

である[57]。以下円偏光の場合と直線偏光の場合を併記するが、実際に加速に用いるレーザーはほとんどの場合直線に偏光している。

a_0 の絶対値をレーザー強度パラメーターという。これは

$$a_0 = \frac{e \langle E \rangle}{mc^2 k_L} = \frac{e \langle E \rangle}{m \omega_L c} \quad (5.5)$$

とも書ける。 $\langle E \rangle$ はレーザーの電場のうちゆっくりと変化する成分という意味である。この式を式(2.55)と比べていただきたい。この形式の規格化が常套的であることがお分かりいただけるであろう。ポインティングの関係

$$|E| = (2\Omega_0 I)^{1/2} \quad (5.6)$$

を用いて, レーザー強度との関係において,

$$\begin{aligned} a_0 &= \left[e^2 \Omega_0 \lambda_L^2 I / 4\pi^2 (mc^2)^2 \right]^{1/2} \quad (5.7) \\ &= 0.85 \times 10^{-9} \lambda_L (\mu\text{m}) I^{1/2} (\text{W} \cdot \text{cm}^{-2}) \quad (5.8) \end{aligned}$$

と書き直しておくとも便利である. ここで $k_L = \omega_L/c$, $\Omega_0 = (\mu_0/\epsilon_0)^{1/2}$ は真空の抵抗 (377Ω) である. ガウスビームの半径を w とすれば, 直線偏光の場合レーザーパワーは $I = 2P/\pi w^2$ として

$$P(\text{GW}) = 21.5(a_0 w / \lambda_L)^2 \quad (5.9)$$

となる.

また

$$v_q = \frac{eE}{m\omega_L} \quad (5.10)$$

で定義される, 振動速度 quiver velocity もときどき用いられる. これは捕捉された粒子が波のポテンシャルの中で振動する速度をあらわす. これを用いると

$$a = \frac{v_q}{c} \quad (5.11)$$

である.

5.2 レーザーの動重力

レーザーは横波(TE波)であって, 電子を軸方向に加減速することはできそうもない. しかし光のかたまりとしてのレーザーは光の圧力とでもいうべきものを持つ. この力を ponderomotive force といい, 動重力という訳語がある.

プラズマ中の 1 個の電子の運動方程式は

$$m \frac{dv}{dt} = -e(E + v \times B) \quad (5.12)$$

と表される. 左辺を書きなおして

$$m \left[\frac{\partial v}{\partial t} + (v \cdot \nabla)v \right] = -e(E + v \times B) \quad (5.13)$$

を得る. さきほどの振動速度を用いて, v を

$$v = v_q + \delta v, \quad (5.14)$$

と展開する. すると, 1 次の項は

$$m \frac{\partial v_q}{\partial t} = -eE \quad (5.15)$$

を満たす. これはレーザーの横電場がその方向に電子を振動させることを示す. 残った 2 次の項は

$$m \frac{\partial \delta v}{\partial t} = -m(v \cdot \nabla)v_q - e(v_q \times B) \quad (5.16)$$

を満たす. $B = \nabla \times A = (mc/e)\nabla \times a$, および, $v_q = ca$ を用いて 2 次の運動方程式を書き直せば

$$m \frac{\partial \delta v}{\partial t} = -mc^2 [(a \cdot \nabla)a + a \times (\nabla \times a)] \quad (5.17)$$

となる. 右辺を書き直せば

$$m \frac{\partial \delta v}{\partial t} = -mc^2 \nabla \left(\frac{a^2}{2} \right) \quad (5.18)$$

を得る. ここで $\langle a^2 \rangle = a_0^2$ (円偏光の場合) あるいは $\langle a^2 \rangle = a_0^2/2$ (直線偏光の場合) を用いて時間平均すれば

$$\begin{aligned} m \frac{\partial \delta v}{\partial t} &= -mc^2 \nabla \left(\frac{a_0^2}{2} \right) && \text{(円偏光の場合)} \\ &= -mc^2 \nabla \left(\frac{a_0^2}{4} \right) && \text{(直線偏光の場合)} \end{aligned} \quad (5.19)$$

である. これらの運動方程式の右辺を動重力という. レーザー強度が大きく, その勾配が大きいほど, 動重力は大きい.

5.3 短パルスレーザーによるプラズマ波の励起

レーザーによるプラズマ振動の励起は, 式(3.3)-(3.4)において, 強制項をビームでなくレーザーの動重力とすれば導くことができる. プラズマ中の電子密度の振動は

$$\frac{\partial^2 n_1}{\partial t^2} + \omega_p^2 n_1 = \frac{n_p}{m} \nabla \cdot F_p \quad (5.20)$$

であるが, ポテンシャル振動として

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial \xi^2} + k_p^2 \phi = -k_p^2 \phi_p \quad (5.21)$$

で記述することもできる. ただし $\xi = z - v_p t$, z は進行方向の座標, v_p はプラズマ波の位相速度である. また, 右辺にあらわれる

$$\begin{aligned} \phi_p &= -mc^2 a_0^2 / 2e \quad \text{(円偏光の場合)} \\ &= -mc^2 a_0^2 / 4e \quad \text{(直線偏光の場合)} \end{aligned} \quad (5.22)$$

は, 動重力ポテンシャルであって, さきに求めた動重力と

$$F_p = e \nabla \phi_p(r, \xi) \quad (5.23)$$

の関係がある。これを用いると式(5.20)は例えば円偏光の場合

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial t^2} + \omega_p^2\right) \frac{n_1}{n_p} = -c^2 \nabla^2 \cdot \frac{a_0^2}{2},$$

となる。これと対応するビーム航跡場加速の場合の式は、式(3.3)を変形して得られる

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial t^2} + \omega_p^2\right) \frac{n_1}{n_p} = \omega_p^2 \frac{n_b}{n_p},$$

である。ビーム航跡場加速の場合は n_b/n_p という物理的にイメージが作りやすい項が振動の強制項に入るが、レーザー航跡場加速の場合はあまりわかりやすすくない。

バンチ形状も考慮した振動の方程式の解は、式(3.8)にならって畳み込み積分をおこなって

$$\phi(r, \zeta) = k_p \int_{\zeta}^{\infty} d\zeta' \sin k_p(\zeta - \zeta') \phi_p(r, \zeta') \quad (5.24)$$

となる。具体的な形を求めるために、レーザーパルスが進行方向にも、半径方向にもガウス分布をなす、すなわち

$$a(r, \zeta) = a_0 \exp(-r^2/2\sigma_r^2 - \zeta^2/2\sigma_z^2) \quad (5.25)$$

と仮定する。このとき進行方向、半径方向の電場（航跡場）は、円偏光を仮定するとそれぞれ

$$\begin{aligned} E_z(r, \zeta) &= -\frac{\partial \phi}{\partial z} \\ &= \frac{\sqrt{\pi} m c^2 k_p^2 a_0^2 \sigma_z}{4e} \exp\left(-\frac{r^2}{\sigma_r^2} - \frac{k_p^2 \sigma_z^2}{4}\right) \\ &\times [C(\zeta) \cos k_p \zeta - S(\zeta) \sin k_p \zeta], \end{aligned} \quad (5.26)$$

$$\begin{aligned} E_r(r, \zeta) &= -\frac{\partial \phi}{\partial r} \\ &= -\frac{\sqrt{\pi} m c^2 k_p a_0^2 \sigma_z r}{e \sigma_r^2} \exp\left(-\frac{r^2}{\sigma_r^2} - \frac{k_p^2 \sigma_z^2}{4}\right) \\ &\times [C(\zeta) \sin k_p \zeta + S(\zeta) \cos k_p \zeta], \end{aligned} \quad (5.27)$$

である。 $C(\zeta)$, $S(\zeta)$ はすでに式(3.23)-(3.24)に与えてある。直線偏光の場合は右辺にファクター $1/\sqrt{2}$ を掛ける。単純に考えると直線偏光が不利に見えるが式(5.3-5.4)に示したように a_0 の定義が円偏光と直線偏光で異なる。すなわち、レーザーのパワーが同じであれば偏光状態に関わらず得られる航跡場は同じということになる。

加速勾配 eE_z のレーザーパルス長 σ_z への依存性が \exp の項にのみよるとすれば、 eE_z は

$$\lambda_p \sim \pi \sigma_z \quad (5.28)$$

のとき最大で、

$$(eE_z)_{max} = 2\pi^{1/2} \exp(1) m c^2 a_0^2 / \sigma_z, \quad (5.29)$$

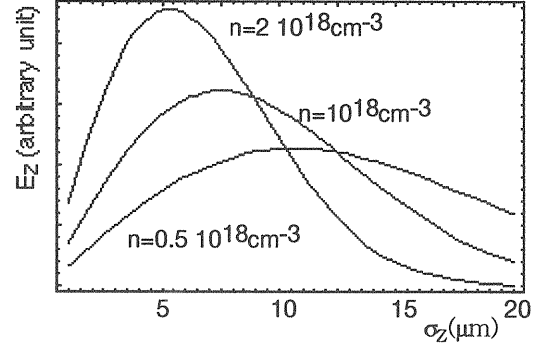


Figure 5.2: 電子密度をパラメーターとする、加速勾配のレーザーパルス幅への依存性。

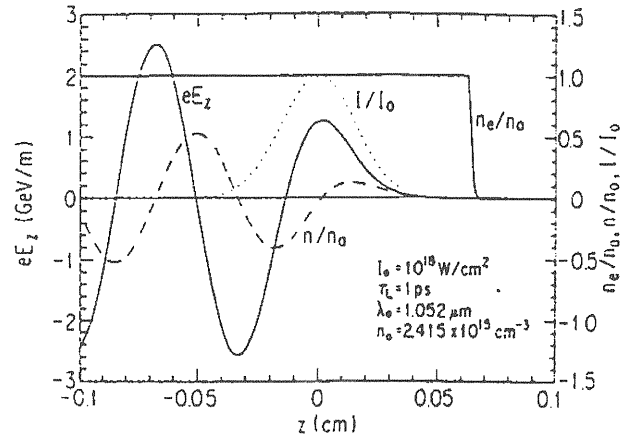


Figure 5.3: レーザー強度の変化とそれが引き起こす電離プラズマ密度変調、および軸方向の航跡場。

となる。ただし、加速勾配のプラズマ密度依存性はFig.5.2に示すようにゆるやかである。密度が厳しい共鳴条件を持たないために、レーザー航跡場加速の実験は後に述べるビート波加速の実験よりやさしい。たとえば、半値全幅パルス長100fsec、波長800nm、2TWのチタンサファイアレーザーをウェスト40 μ mに絞ると、これに対する最適なプラズマ密度は $7 \times 10^{17} \text{ cm}^{-3}$ であって、このときの加速勾配の最大値は $1.48 \text{ GeV} \cdot \text{m}^{-1}$ である。

ガウスのレーザービームの航跡場はレイリー長を用いて

$$\begin{aligned} eE_z(r, z, t) &= \frac{k_p \sigma_z}{z_R [1 + (z/z_R)^2]} \frac{e^2 \Omega_0 P \lambda_L}{\sqrt{\pi} m c^2 \lambda_p} \\ &\times \exp\left(-\frac{k_p^2 \sigma_z^2}{4}\right) \exp\left(-\frac{2r^2}{w^2(z)}\right) \cos \psi \\ eE_r(r, z, t) &= \frac{2e^2 r k_p \sigma_z k_p \sigma_z}{z_R^2 [1 + (z/z_R)^2]^2} \frac{\Omega_0 P}{\sqrt{\pi} m c^2} \\ &\times \exp\left(-\frac{k_p^2 \sigma_z^2}{4}\right) \exp\left(-\frac{2r^2}{w^2(z)}\right) \sin \psi \end{aligned}$$

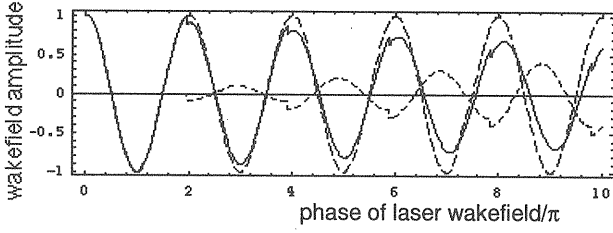


Figure 5.4: レーザーによる航跡場(点線), テストビーム列による航跡場(点線)およびこれらの合計(波線).

(5.30)

と書き直すことができる。ただし

$$\psi = k_p \zeta = k_p z - \omega_p t \quad (5.31)$$

であり, $C(\zeta) \sim 2, S(\zeta) \sim 0$ と近似した。

テストバンチの速度がプラズマ波の位相速度に等しいなら, テストバンチのエネルギー利得は

$$\int_{-\infty}^{\infty} e E_z dz = \frac{e^2 \pi^{1/2} \Omega_0 P \lambda_L}{m c^2 \lambda_p} k_p \sigma_z \times \exp\left(-\frac{k_p^2 \sigma_z^2}{4}\right) \cos \psi \quad (5.32)$$

であって, $\cos \psi = 1$ のときに最大である。

Fig. 5.3はレーザー強度の変化と, それを引き起こす電離, プラズマ密度変調, 軸方向の航跡場を示したものである。レーザー強度はピーク $10^{18} \text{ W}\cdot\text{cm}^{-2}$ のガウス分布を仮定した。ガス密度は生成されたプラズマの密度がレーザーのパルス長と $\sigma_z = \lambda_p / \pi$ の関係を満たすように選んだ。図が示すように, レーザー強度がピークに到達するはるか以前に, レーザーのパスに沿ったガスは完全に電離されてしまう。こうして生成されたプラズマの50%がプラズマ振動に寄与し, 航跡場は $2.5 \text{ GeV}\cdot\text{m}^{-1}$ におよぶ。

Fig.5.4はビーム負荷を伴う航跡場がしばらく走った後の進行方向依存性を示したものである。テストビームはバンチ幅無限小でプラズマ周期で投入されるものとする。テストビームの速度はプラズマ波の位相速度よりも大きいために, テストビームが乗る位相は振幅最大の位相から次第に前方へとずれる。また, テストビーム自体も航跡場を作るが, これはすでに述べたようにテストビームの存在する位相 ψ_{0i} から $-\cos(k_p z - \psi_{0i})$ のように生じる。このテストビームによる航跡場は, 光速で進むので, やはりレーザーによる航跡場との間にずれを生じる。

この加速法の加速距離は回折長, 脱位相長, ポンプ能枯渇長のいずれかで決まる。前2者についてはすでに述べた。ここでポンプ能枯渇長について触れておこう。航跡場を作る見返りとして, レーザーはパワーを失う。ポンプ能

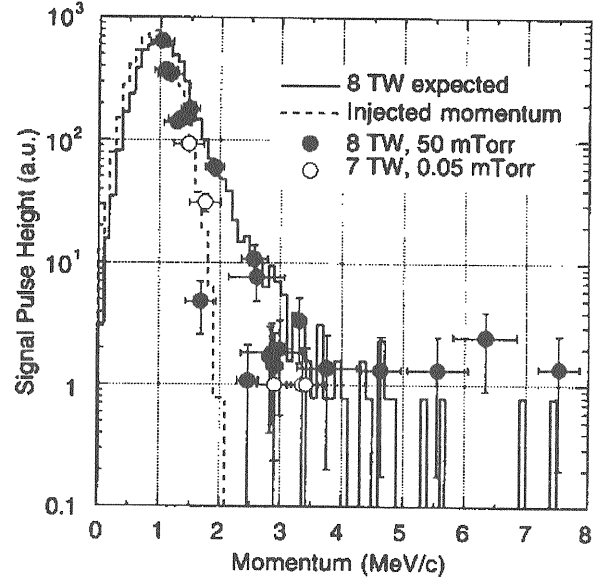


Figure 5.5: レーザー航跡場によって加速された電子の運動量スペクトル。

枯渇長はレーザーのパワーが半分になる距離と定義されている。これについていくつかの論文[58, 59]があるが, ここでは単純に

$$L_{pump} = \lambda_p \frac{E_L^2}{E_p^2} = \frac{\pi c E_L^2}{\omega_p E_p^2}, \quad (5.33)$$

としておく。 E_p はレーザーが作った航跡場, E_L はレーザーの電場, $\lambda_p = \pi c / \omega_p$ はレーザー航跡場加速におけるレーザーの最適パルス幅である。

この加速法は実用加速器化という点で本命視されている。しかし純粋にレーザー航跡場加速と解釈される実験結果は1998年の時点でFig.5.4に示すものだけである[60]。点線が入射した電子のスペクトル, 実線が加速された電子のスペクトルである。用いられたレーザーは波長 $1.06 \mu\text{m}$, パルス幅 1 ps , 出力 8 TW で, 密度 $3.54 \times 10^{15} \text{ cm}^{-3}$ のHeプラズマに航跡場を立てた。加速勾配は 0.7 GeV/m と報告されている。

ビーム航跡場加速において, 連続した多数のバンチをドライブビームとすれば, 個々のバンチの電荷は小さくても, 積み重ねて大きな航跡場をつくれることを示した。レーザー航跡場加速においても, 連続した多数のレーザーパルスにより類似の効果が得られることが, 線形の場合[61]および非線形の場合[62]につき計算されている。またビーム航跡場加速にはトランス比なるものが存在したが, この概念をレーザー航跡場加速に拡張し, ドライブレーザーパルス波形の最適化に応用した論文がある[63]。

5.4 長パルスレーザーによるプラズマ波の励起

5.4.1 誘導ラマン散乱

レーザー航跡場加速はプラズマ波長程度の短いパルス幅を持つレーザーを用いた。しかし逆にプラズマ波長よりも十分長いパルス幅を持つレーザーでもプラズマ波は励起される。この現象を誘導ラマン散乱(stimulated Raman scattering)という。これは周波数 ω_L のレーザーをプラズマ中に入射すると、周波数 ω_p を持つプラズマ波が励起するとともに、周波数 $\omega_s = \omega_L - \omega_p$ の散乱光が得られる現象である。3つの光の間には周波数に関しては、

$$\omega_L = \omega_s + \omega_p, \quad (5.34)$$

波数ベクトルに関しては、

$$k_L = k_s + k_p, \quad (5.35)$$

の関係がある。また入射光・散乱光ともプラズマ中を伝播するので

$$\begin{aligned} \omega_L^2 &= \omega_p^2 + (ck_L)^2, \\ \omega_s^2 &= \omega_p^2 + (ck_s)^2, \end{aligned} \quad (5.36)$$

である。

誘導ラマン散乱では k_s は k_L と平行な方向に最大値を持つ。 k_L と k_s が同じ向き

$$k_p = k_L - k_s \sim \frac{\omega_p}{c} \sim k_L \frac{\omega_p}{\omega_L}, \quad (5.37)$$

を前方散乱、 k_L と k_s が逆向きの

$$k_p = k_L + k_s \sim 2k_L, \quad (5.38)$$

を後方散乱という。前方散乱で励起されるプラズマ波の位相速度は

$$v_p = \frac{\omega_L - \omega_s}{k_L - k_s} \sim \frac{\partial \omega_L}{\partial k_L} = \frac{c^2 k_L}{\omega_L} = c \left(1 - \frac{\omega_p^2}{\omega_L^2} \right), \quad (5.39)$$

であって c に近いので、粒子加速に利用できる。後方散乱は

$$v_p \sim \frac{\omega_L - \omega_s}{2k_L} = \frac{c\omega_p}{2\omega_L}, \quad (5.40)$$

であって c よりはるかに小さい。

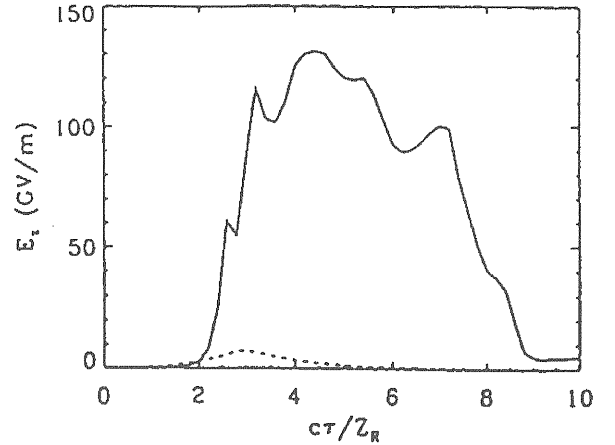


Figure 5.6: 加速勾配とエネルギー利得の時間依存性。実線はプラズマ密度 $2.8 \times 10^{18} \text{ cm}^{-3}$ で、自己変調レーザー航跡場加速器のとき。点線はプラズマ密度 $1.4 \times 10^{17} \text{ cm}^{-3}$ で、標準的なレーザー航跡場加速のとき。

5.4.2 自己変調レーザー航跡場加速

誘導ラマン散乱は、いかえれば、プラズマ波長によるレーザー包絡線の変調である。この変調は、レーザーのパルス幅がプラズマ波長に比べて十分長くなければ起きようがない。これは前節で述べた、レーザー航跡場加速では、レーザーのパルス幅はプラズマ波長程度であるべしとした要請と矛盾する。誘導ラマン散乱による加速とすでに述べたレーザー航跡場加速を区別するために、後者に標準standardという形容詞をつけることがある。

この誘導ラマン散乱はある種の不安定性である。この不安定性を引き起こすには、「レーザーのパルス幅がプラズマ波長に比べて十分長い」という条件の他に、ひきかえとなる動的な条件が必要である。先に述べた相対論的チャネリングがこの動的条件を満たす。Fig. 5.6 はこのような条件下でのシミュレーションの結果である [11]。

ここではレーザーのパワーは $10 \text{ TW} = 1.5 P_c$ 、レーザーのパルス長は、プラズマ密度 $2.8 \times 10^{18} \text{ cm}^{-3}$ のとき $2.25\lambda_p$ となるように選んである。レイリー長の6倍を過ぎても、加速勾配のピーク値はまだ 100 GeV/m 越え、最終的にエネルギー利得は 430 MeV となる。これに対し、同じレーザーを用い、プラズマ密度を、与えられたパルス長と $\sigma_z = \lambda_p/\pi$ の関係を満たすように、すなわち $1.4 \times 10^{17} \text{ cm}^{-3}$ と設定すると、エネルギー利得はわずかに 4.8 MeV にすぎない。

この方法は、レーザーの包絡線が相対論的チャネリングの結果プラズマ周波数で変調されることから、自己変調レーザー航跡場加速と呼ばれている。高密度プラズマを使うので加速勾配が大きく、しかも加速長がレイリー長を越えるから大エネルギー利得が得られる。この現象は誘導ラマン散乱にほかならないが、この結果大振幅のプラズマ波

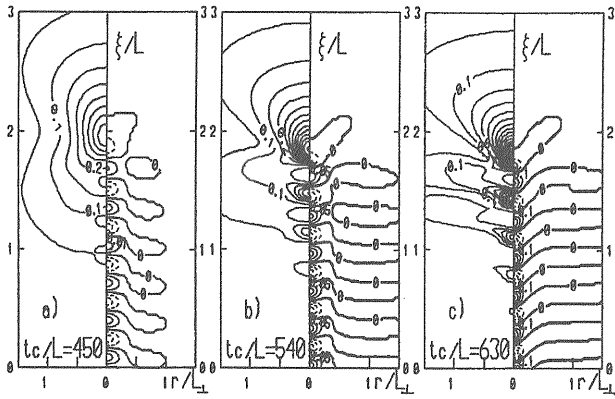


Figure 5.7: 自己変調レーザー航跡場加速における、レーザー強度（左半分）とプラズマ密度（右半分）の2次元分布の時間変化。

が生じる。これはまた航跡場とみなすこともできる。レーザーの収束と、これにともなうプラズマ密度の変化が相互に影響しあう結果であるが、いまのところシミュレーションが唯一の解明手段である。くりかえすが、自己変調が起こる条件は2つ、第1はレーザーが相対論的光導波路を形成できるだけの出力を持つこと、第2はレーザーのパルス長がプラズマ波長に比べ十分長いことである。

Fig.5.7 に示すシミュレーションでは、レーザー強度とプラズマ密度の2次元分布の時間変化が、それぞれ同じ座標上で左半分と右半分に示してある[64]。

まず (a) のように、レーザーの強度が軸方向に最大となる点で、相対論的な効果でレーザーが半径方向に収束を始める。これに伴って、軸上で軸方向にレーザー強度が急激に変化する点が生まれる。勾配が c/ω_p より大きくなるとプラズマに密度変化が生じる。

プラズマ密度の変化すなわち屈折率の変化により、プラズマ密度が大きいところではレーザー強度が小さく、逆にプラズマ密度が小さいところではレーザー強度が大きくなる。レーザー強度が大きいところではレーザーがさらにプラズマ電子を押しよける。このように正のフィードバックが生まれ、プラズマ波はFig.5.7(b) から(c) へと急激に成長する。この状態ではプラズマ波とレーザーの強度変調が同期し、あたかもビート波加速のごとき様相を呈する。

シミュレーションではこの状態は、レーザーが過剰に収束したために逆に発散し、プラズマ波とレーザーの強度変調の同期が崩れることで終わりを告げる。またFig.5.8[64] に示すようにシミュレーションでは、入射したレーザーの波長がプラズマ波長で変調される現象が観測されている。

プラズマ中の電子は加速されるが、シミュレーションによればその最高エネルギーは

$$E \sim 2(\omega_L/\omega_p)^2 mc^2 \quad (5.41)$$

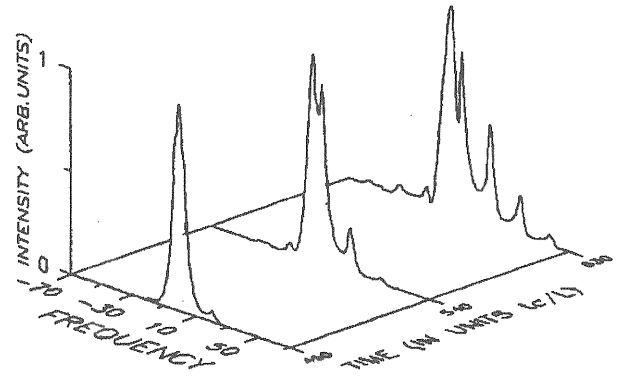


Figure 5.8: 前の図に対応する時刻におけるレーザーのスペクトル。周波数の単位は L を距離として、 $(\omega - \omega_L)L/c$ である。

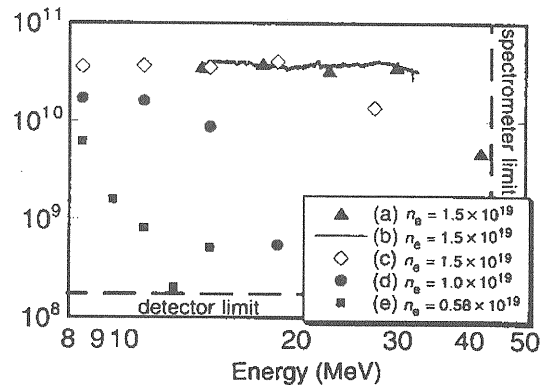


Figure 5.9: RALにおいて得られた自己変調レーザー航跡場加速による電子のエネルギースペクトル。

である [65]。

最初の自己変調レーザー励起航跡場加速の実験もやはり KEK・阪大レーザー研・名大プラズマ科学センター・宇都宮大学・テキサス大学オースチン校の混成チームにより、阪大レーザー研において行われた [13]。つづいて行われたラザフォード・アップルトン研究所(RAL)の実験では、25 TW、800 fs のレーザーが使われた [14]。ことさら外部からテスト電子を入射しなくても、レーザーの電場がプラズマ中の電子を捕捉加速した結果、最高 44 MeV のエネルギーを持つ電子が観測された。加速長は 300 μm なので、加速勾配は 100 GeV/m を越える。30 MeV に加速された電子の電流は 1 A、エミッタンスは $5\pi \text{ mm}\cdot\text{mrad}$ と報告されている。さらにFig.5.9 に示した電子のエネルギースペクトルに対応する[14]、レーザースペクトルのプラズマ周波数による変調もFig.5.10 に示すように観測された [14]。この図において、 10^{19} cm^{-3} 台の高密度プラズマではスペクトルが明瞭でないのは、プラズマ波の破壊が起こっているためと解釈されている。

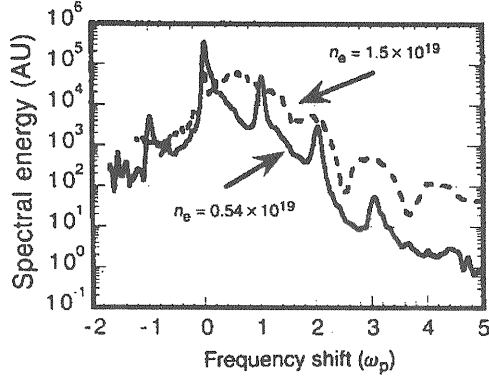


Figure 5.10: 自己変調されたレーザーのスペクトル。

このほかNRL[66], ミシガン大学[67]でも自己変調レーザー励起航跡場加速の実験が報告されている。

自己変調レーザー航跡場加速は高密度プラズマを使うので、加速長は回折長ではなく、位相のずれで制限される。また大出力レーザーを使うために、プラズマ波の振幅は大きく、非線形になる。非線形化にともなうプラズマ周波数の低下も実験で確かめられている[68]。最近の報告では、自己変調レーザー航跡場加速で得られたエネルギー利得は脱位相長から計算した値より大きい[69]。シミュレーションではこれと矛盾しない結果が得られるが、物理的な機構は複雑らしい。

5.5 ビート波によるプラズマ波の励起

ビート波加速はレーザーのビート波によりプラズマ波を励起し、これを粒子加速に用いる方法である。先に述べた誘導ラマン散乱も入射光と散乱光のビート波によるプラズマ波生成と解釈できる。ビート波加速ではこれをもっと積極的におこなう。数年前まではレーザー加速といえばこのビート波加速のことであった。Tajima-Dawsonの提案[3]後まもなくUCLAで実験が開始された。結果はなかなか出なかったが、この間に蓄積された理論・実験両面のノウハウが現在の世界のレーザー/プラズマ加速を支えているということができる。

ビート波加速には良い解説があるが[15]、講義として完結させるために一応この節でこれについて記述する。ふたつの、周波数がそれぞれ ω_1 , ω_2 のレーザーの周波数差がプラズマ周波数に等しいとき、すなわち

$$\Delta\omega = \omega_1 - \omega_2 = \omega_p \quad (5.42)$$

のとき、プラズマ波が成長する。ふたつのレーザーのレーザー強度パラメータをそれぞれ a_1 , a_2 と書けば、これらを合成した波のレーザー強度パラメータは

$$a = a_1 \cos(k_1 z - \omega_1 t) + a_2 \cos(k_2 z - \omega_2 t)$$

である。レーザー航跡場加速のときに導いた式(5.18)にならって

$$m \frac{\partial \delta v}{\partial t} = -m c^2 \nabla \left(\frac{a^2}{2} \right),$$

と運動方程式を書くと、 $\Delta k = k_1 - k_2$ を用いて

$$a^2 = a_1 a_2 \cos(\Delta k z - \Delta \omega t), \quad (5.43)$$

となる。式(5.22)を用いると、式(5.21)に対応する式は

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial \xi^2} + k_p^2 \phi = -k_p^2 \phi_p \cos(\Delta k z - \Delta \omega t),$$

となる。

この式が、条件(5.42)を満たすとき、すなわち

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial \xi^2} + k_p^2 \phi = -k_p^2 \phi_0 \cos k_p \xi, \quad (5.44)$$

あるいは時間領域で

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} + \omega_p^2 \phi = -\omega_p^2 \phi_0 \cos \omega_p t, \quad (5.45)$$

と書けるときに限り、強制振動が起こる。この解は C_1 , C_2 を積分定数として

$$\phi = C_1 \cos k_p \xi + C_2 \sin k_p \xi + \frac{k_p \phi_0 \xi}{2} \cos k_p \xi$$

であるが、右辺第3項は時間とともに成長し第1, 2項にくらべてはるかに大きくなるので、

$$\phi = \frac{k_p \phi_0 \xi}{2} \cos k_p \xi, \quad (5.46)$$

としてよい。

プラズマ波の位相速度は、 $\omega_1^2 = \omega_p^2 + c^2 k_1^2$ を用い

$$v_p = \frac{\Delta \omega}{\Delta k} \sim \frac{\partial \omega}{\partial k} = \frac{c^2 k_1}{\omega_1} = c \left(1 - \frac{\omega_p^2}{\omega_1^2} \right)^{1/2} \quad (5.47)$$

となる。レーザー航跡場のときと同じである。

式(5.46)によればポテンシャル、したがって電場はどこまでも増大する。無限大に、とまでいなくても、波の破壊限界までは行きそうなものだが、そうは問屋がおろさない。chapter 2で位相のずれについて述べた。そこでは相対論的な効果を考慮しなかったが、この効果を考慮すると位相のずれの制限がもっと厳しくなる。強電場のもとで電子の運動が激しくなると、質量が増大し、プラズマ周波数が減少するために、レーザー周波数とずれることが原因で起こる位相のずれで、ある意味では相対論的チャネリングと同じ原因の現象である。

式(5.45)で $\dot{\phi}$ を $d(\gamma\dot{\phi})/dt$ と置き換え,

$$\gamma \sim 1 + \frac{1}{2} \left(\frac{v_q}{c} \right)^2,$$

を用いる. v_q は電子のquiver velocityである. すると式(5.45)は

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} + \omega_p^2 \left(1 - \frac{3v_q^2}{2c^2} \right) \phi = -\omega_p^2 \phi_p \cos \omega_p t, \quad (5.48)$$

となる. これはプラズマ周波数が実効的に

$$\omega_{eff} = \omega_p \left(1 - \frac{3v_q^2}{2c^2} \right)^{1/2} \sim \omega_p \left(1 - \frac{3v_q^2}{4c^2} \right) \quad (5.49)$$

に置き換わったものとみることができ. v_q は電場に比例するので, 電場が大きくなると ω_{eff} の ω_p からのずれが大きくなり, 共鳴からはずれる. レーザー航跡場加速の場合と異なり, レーザーが強制振動を与えている途中で位相がずれてくるところが痛い.

どの程度の電場が得られるかを当たってみよう [70]. ϵ を最大電場 $m\omega_p c$ で正規化した電場とすれば

$$\epsilon = \frac{v_q}{c} = \frac{ek_p \phi_p}{2mc^2} \xi = \frac{e\phi_p}{2mc^2} \omega_p t$$

である. 式(5.22)を用い, 式(5.49)の左辺を $\omega_{eff} = \omega_p + \Delta\omega$ と書くと, 例えば直線偏光の場合は $\Delta\omega = (3/16)\omega_p \epsilon^2(t)$ となる. これが $\pi/2$ の位相のずれを与えたとき, 加速が飽和するとみなす.

$$\frac{\pi}{2} = \int_0^t \Delta\omega(t') dt' = \frac{a_1^2 a_2^2 (\omega_p t)^3}{256}$$

より, 波の飽和は

$$\epsilon_{sat} = \frac{a_1 a_2}{4} \left(\frac{128\pi}{a_1^2 a_2^2} \right)^{1/3} = (2\pi a_1 a_2)^{1/3}, \quad (5.50)$$

により与えられる.

ビート波加速はビート周波数とプラズマ周波数がぴったりと一致しなければ成功しない. 実験ではプラズマ密度を掃引してある密度においてのみ高エネルギー粒子を観測できれば成功とする. 最初に実験に成功したのは阪大レーザー研の北川のグループであるが [7], Fig.5.11にはUCLAの実験結果を紹介する [8]. 横軸の圧力はプラズマ密度に対応している. このときの加速勾配は0.7GeV/mと報告されている. このほか, カナダ・フランスでも実験に成功している.

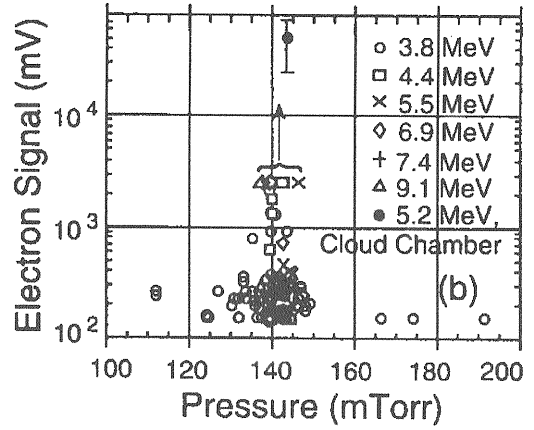


Figure 5.11: ビート波加速によって得られた高エネルギー電子数のプラズマ密度依存性.

5.6 プラズマカソード

プラズマ波による加速ではテストビームのパンチ長をプラズマ波長の少なくとも1/4以下とすることが理想的である. rfレーザーカソードとシケインに代表される磁気パンチ圧縮器を用い, 正統的な方法でこのような短パンチを実現しようという努力が続いている [71]. ここではべつなアプローチ, レーザーでプラズマ波を励起し, さらにこのプラズマ波によりプラズマ電子を捕捉してパンチ化する方法を検討したい. これが可能であれば, レーザー/プラズマ加速ではいわゆる電子銃は必要でなくなる.

プラズマ波による電子の捕捉についてはすでに第2章で述べた. プラズマ波の振幅が破壊限界に近づき(ϵ が1に近づき), 波の位相速度が c に近ければ, プラズマ波は低エネルギー電子でも捕捉できるというのがここでの結論であった. とくに自己変調レーザー航跡場加速では $\epsilon \sim 1$ なのでプラズマ波によるプラズマ電子の捕捉が期待できそうである. ちなみに密度 10^{18}cm^{-3} のプラズマは $10 \mu\text{m} \times 10 \mu\text{m} \times 10 \mu\text{m}$ の体積に 10^9 個すなわち160pCの電子を持つ. この数%を集めることができれば, 十分ビームとして役立つ.

すでに述べたように, このプラズマ波による電子の捕捉という現象はRALにおける自己変調レーザー航跡場加速で観測されている. プラズマカソードあるいはlilac(laser-injected laser accelerator)と呼ばれる方法は, これを一歩前進させたものである.

プラズマ航跡場は進行方向にも半径方向にも生じる. この際航跡場を生成するレーザー(あるいは粒子ビーム)径がプラズマ波長に比べて小さければ, もっぱら半径方向の航跡場が生じる. RALの実験は進行方向のプラズマ航跡場だけでパンチを形成したものであった. Fig.5.12のようにもう1本のレーザービームを, 加速用レーザービームと直交させ, しかも前者の交点におけるウェストを小さく絞ることにしよう [72]. タイミングを最適化すれば前者の

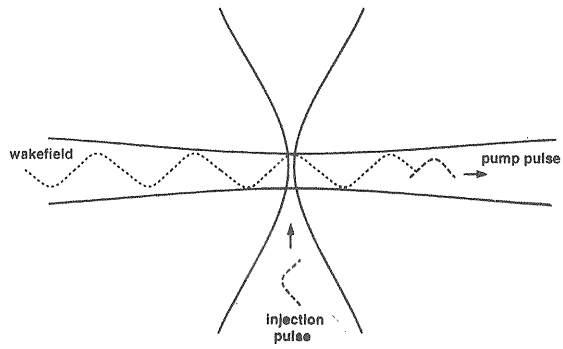


Figure 5.12: プラズマ波によるビーム生成(lilac).

半径方向航跡場により，プラズマ電子を後者の進行方向航跡場の加速位相に乗せることが可能である。

この方法は複数の研究機関で実験が計画されている。また，第2のレーザー(Fig.5.12におけるinjection pulse)として，第1のレーザーに垂直ではなく同軸に入射する方法(この場合第2のレーザーのレイリー長を第1のレーザーに比べずっと短くする)，第2のレーザーに替えてふたつのレーザーのビート波を使う方法など，さまざまな亜流?[73]が提案されている。

Chapter 6

おわりに - 演習つき -

ここまでの記述ではこの分野で了解されている事柄を述べてきた。これで終わってしまうと、レーザー/プラズマ加速がいかにも確立した分野であるかのような印象をもたれかねない。そこでこの最後の章を読んで、いかにこの分野が確立していないかを感じとっていただきたい。この章は3つの節からなり、それぞれ実験の現状、レーザー/プラズマによる陽子/イオン加速、加速器としてのレーザー/プラズマ加速を述べる。

最初の節では現在のわれわれのレーザー航跡場加速の実験を、理解できない事象を中心に紹介したい。実験は理解できない事象にめぐりあえるからおもしろいということもできるが、この事実はこの分野がまだまだ未開拓であり、レーザー/プラズマ加速の実用化は遠い先であることの証拠ということもできる。

レーザー/プラズマによる陽子/イオン加速にはいまだかつてアイデアの域をでたものはない。次の節ではそこに筆者のアイデアをつけくわえる。まだ論文にしてもいないアイデアをこうした場で披露するのは、筆者の思考の過程を、なるべく批判的にたどっていただくことができれば、よい勉強になると思うからである。この2つの節ではなるべく計算はご自身でやっていただくことを前提として「問」を設けた。この章のタイトルに「演習つき」の文字を入れたゆえんである。実験計画や実験結果の整理とは、問に挙げたような問題を自問自答しながら進めるものである。

第3の節だけは本当に「おわりに」というタイトルにふさわしい内容を盛り込んだつもりである。

6.1 最近の実験から

われわれKEK,日本原子力研究所,東京大学のチームがレーザー航跡場加速の実験に用いているレーザーは、チタンサファイアレーザーで、波長約800nm,パルス幅100fs,最大出力2TWである。このレーザーをヘリウムガスを満たした容器に入射する。焦点でのレーザーの半径は13 μm である。するとまずパルスの前縁が中性ガスをイオン化し、つぎにパルスの中心部が航跡場を作る。ここに線形加速器の電子ビームを導き、航跡場に乘せてそのエネルギー変化を偏向電磁石によって計測する。電子ビームのエネルギー

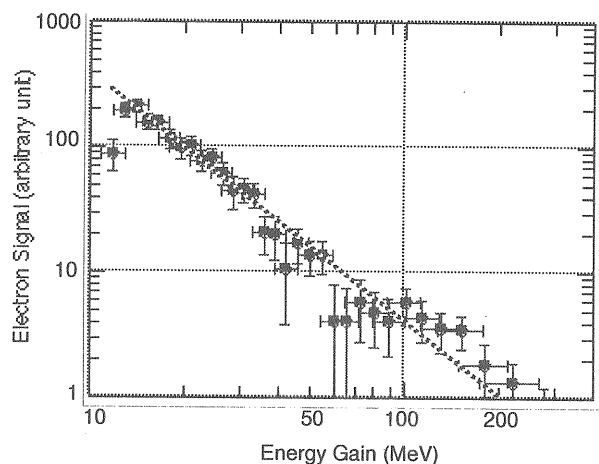


Figure 6.1: 実験で得たエネルギースペクトルの一例。

は17MeV, 半値全幅バンチ長は10ps, 電荷は約100pC, レーザー焦点付近でのビーム半径は0.8mmであった。

Fig. 6.1はこのように得たスペクトルの一例である。中性ガスの圧力は20torr, レーザー出力は1.8TWであった。

問1 ヘリウムガスが300 $^{\circ}\text{C}$ で完全電離するものとして、ガス圧力をプラズマ密度に変換する式を導け。

このようにレーザー航跡場加速により最大200MeVのエネルギー利得が観測された。

ところでこの実験ではレーザーのチャネリングのためにはなんの努力もしていない。このような場合のエネルギー利得は、式(5.32)にすでに与えられている。

問2 式(5.32)にここに述べた数値を代入してエネルギー利得を求めよ。

この問を実行すれば200MeVというエネルギー利得は理論値に比べて大きすぎるという結論に達するはずである。

エネルギー利得が大きすぎるとしたらチャネリングが起こっていることを疑うのが自然であろう。そこで軸上の

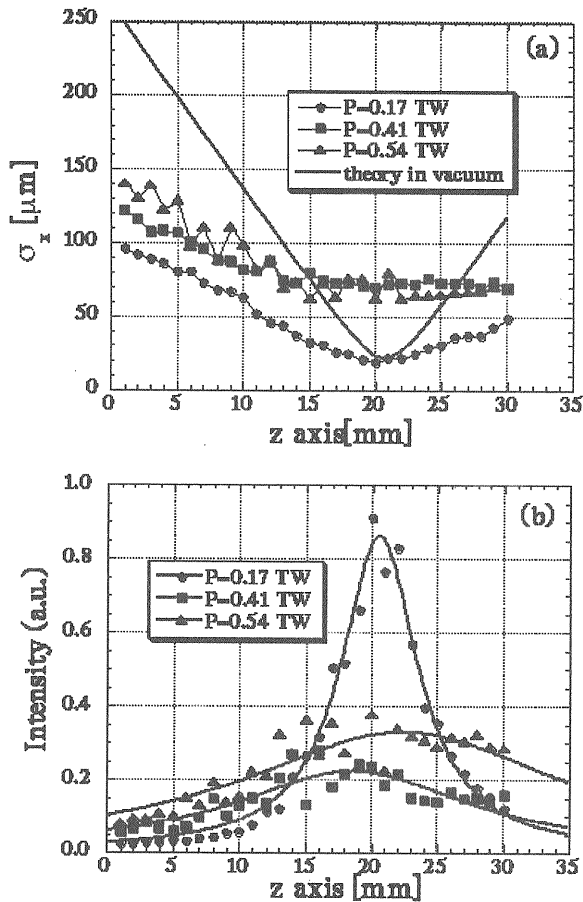


Figure 6.2: (a)実験で得たレーザーのスポットサイズの軸方向距離依存性. (b)レーザー強度の軸方向距離依存性.

レーザーのスポットサイズの変化を計測した(じつは実験の順序としてはスポットサイズ測定をエネルギー測定よりも先に行った). レーザーの行く手に凸レンズを介してスクリーンを配置し, スクリーン上のレーザーのスポットサイズを計測する. レンズの焦点距離を f , レンズ・スクリーン間の距離を b とし, スクリーンを移動して b を変える. 公式

$$1/a + 1/b = 1/f$$

により, レンズ前方の距離 a におけるレーザーのスポットサイズを知ることができる. この測定法には多少問題があるのだがここでは立ち入らない.

Fig. 6.2はこのように得たスポットサイズと, そこから算出したレーザー強度の軸方向距離依存性である. 式(4.4)で表される真空中でのスポットサイズ変化も同じ図に示した. これとくらべると, 実験データは明らかにチャネリングが生起していることを示している. 積極的な努力をしなくても起こるチャネリングといえば相対論的チャネリングであるが, これが起こるためにはレーザーの出力が式(4.22)で与えられる臨界出力を越えていなければならない.

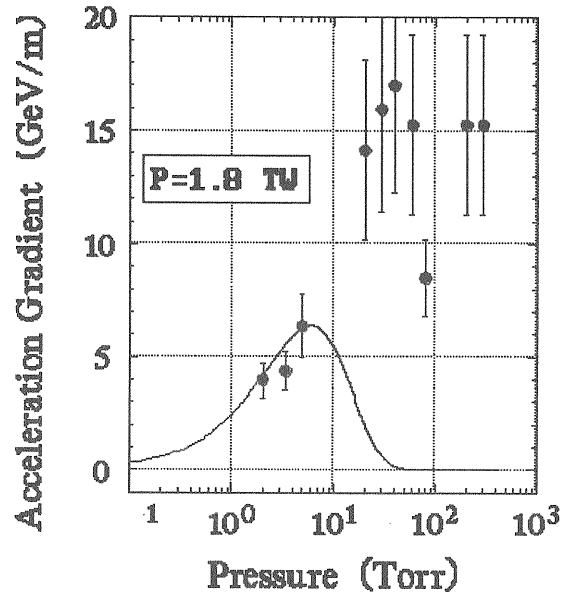


Figure 6.3: 実験で得た加速勾配のガス圧力依存性. 実線は線形理論.

問3 プラズマ密度を 10^{17}cm^{-3} , 10^{18}cm^{-3} , 10^{19}cm^{-3} と仮定したときの相対論的チャネリングのためのレーザーの臨界出力を求めよ.

この間を実行していただければわかるように, われわれの場合レーザー出力は臨界値に達していない. それなのになぜチャネリングが観測されるのであろうか. じつは中性ガス中でのレーザーのチャネリングは他にも観測例がある. たとえば[74]は空気中を20m伝播させたとの報告がある. 式(4.30)が示す現象, 文献[75]の解釈などがこのチャネリングを理解する手がかりをあたえると思われるが, 詳しい解析はまだなされていない.

とにかくこのようなスポットサイズ測定から, 等価的な加速距離を実験的に求めた. Fig. 6.3は実験で求めたエネルギー利得を, やはり実験で求めた加速距離で割って得た加速勾配である.

問4 ヘリウムガス圧力が $10, 10^2, 10^3 \text{ torr}$ のときのプラズマ密度を求め, 次にこのときの加速勾配を式(5.29)に従って求めよ.

図の実線は問のような手順で求めた線形理論による加速勾配である.

線形理論によれば加速勾配はある最適密度で最大値をとる. しかしこの実験では加速勾配はプラズマ密度の増加関数であるを行った方が適当である. いっぽうフランスのグループはわれわれとおなじようなセットアップでレーザー航跡場加速の実験を行い, ほぼ線形理論と一致する結果を出している. 彼らはわれわれの実験が誤っている, す

なわち測定雑音を信号と見誤っていると暗に主張している[76]. われわれの結果に対するもっと肯定的な見方は, 中性ガスがイオン化する際に大きな航跡場が生ずると解釈するもので, 1次元シミュレーションがこの解釈を裏付けている[77]. この問題が決着するにはしばらく時間がかかるかもしれない.

ところで加速器のエネルギースペクトルは特定のエネルギーにだけ(理想的にはデルタ関数上の)ピークを持つべきである, 実験で得られたFig. 6.1のスペクトルはこれと全く異なり, 粒子数がエネルギーとともに指数関数的に減少する. 最後の問はわれわれのように現在レーザー/プラズマ加速に携わっているものの最大関心事のひとつに関するものである.

問5 Fig. 6.1のようなエネルギースペクトルはなぜ生じるか. またデルタ関数的なエネルギースペクトルを得るにはどうすればよいか.

6.2 レーザー/プラズマによる陽子加速

陽子加速器は図体が大きい. また100MeV-1GeVの領域には癌治療はじめ多くの用途がある. これを小型化できればその恩恵は電子加速器小型化の比ではないという見方もある. レーザー/プラズマによる陽子加速の試みとしては電子リング加速器(ERA:electron ring accelerator)が有名である[78]. ところがこのERA計画があきらめられて以来, 新方式により陽子を加速しようという大きな実験計画はない. ここでは後方ラマン散乱を利用するという筆者のアイデアを披露し, 諸氏のご批判に期待することにする.

Fig.1.1に示したように, 進行波加速を陽子に適用するには, 位相速度の遅い波が必要である. 式(5.40)が示すように後方ラマン散乱の結果生じるプラズマ波の位相速度は c よりずっと小さく, しかもプラズマ密度を変えることによって制御可能らしい. これを陽子加速に利用できないだろうか.

誘導ラマン散乱の分散式はすでに式(5.36)に示した. これをFig.6.4に図示した. このように後方散乱光は入射光と逆向きだが, その結果得られるプラズマ波は入射光とおなじ向きを持つ. 式(5.37)と式(5.38)は近似式であって, きちんと解くとプラズマ波数は

$$k_p = \frac{\omega_L}{c} \left[\left(1 - \frac{\omega_p^2}{\omega_L^2} \right)^{1/2} \mp \left(1 - \frac{2\omega_p}{\omega_L} \right)^{1/2} \right], \quad (6.1)$$

である. ただし-は前方散乱, +は後方散乱に対応する.

問6 Fig.6.4を手がかりに式(6.1)を導け.

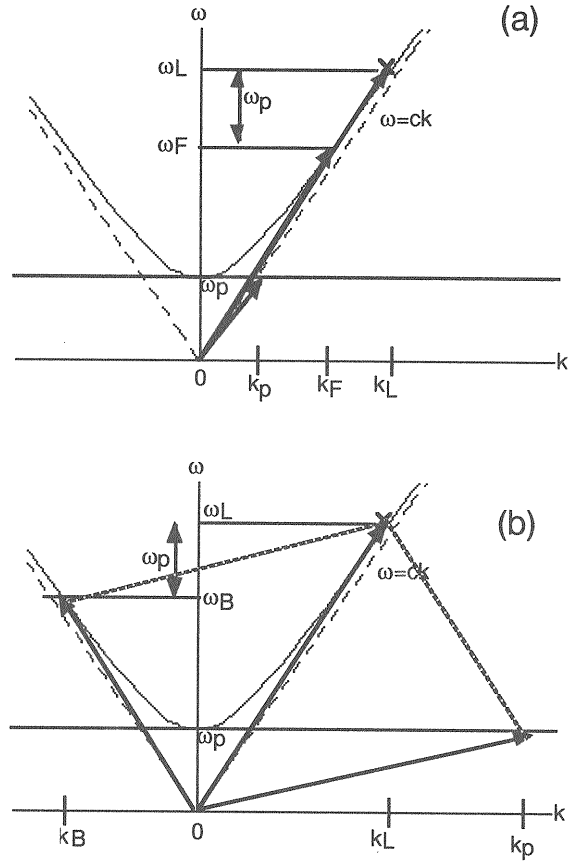


Figure 6.4: 誘導ラマン散乱の分散式. (a)前方散乱, (b)後方散乱.

この式から, プラズマ波の位相速度を $v_p = \beta_p c$ とすれば

$$\beta_p = \frac{\omega_p}{\omega_L} \frac{1}{\left[1 - \left(\frac{\omega_p}{\omega_L} \right)^2 \right]^{1/2} \mp \left[1 - \left(\frac{2\omega_p}{\omega_L} \right) \right]^{1/2}}, \quad (6.2)$$

を得る.

Fig. 6.5は β_p の ω_p/ω_L に対する依存性を図示したものである. 点線は式(5.39)として与えた近似であるが, じつはポンプレーザーの位相速度である. ω_p/ω_L の増加につれ, すなわちプラズマ密度の増加につれ, 後方散乱の結果生じるプラズマ波の位相速度は増加し, 逆に前方散乱の位相速度は減少する. ふたつの位相速度は $\omega_L = 2\omega_p$ のときに一致し, このとき

$$\beta_p = 1/\sqrt{3} \sim 0.577$$

である. したがってビームの進行につれこれに同期するようにプラズマ密度を上げていくことができれば, 陽子やイオンが加速できる可能性がある. さらに, $\beta_p < 1/\sqrt{3}$ では後方散乱, $\beta_p > 1/\sqrt{3}$ では後方散乱を利用するという器用なことができれば, $\beta_p = 0$ から1までの加速の可能性はある.

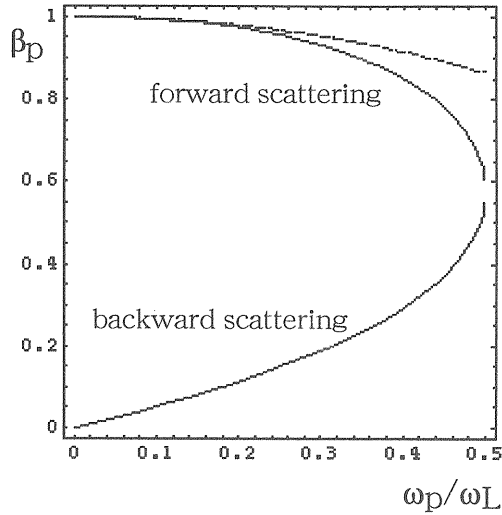


Figure 6.5: β_p の ω_p/ω_L に対する依存性. 点線はポンプレーザーの位相速度.

実際は $\omega_L = 2\omega_p$ ではふたつのプラズマ波が生じる. つぎの

問7 $\omega_L = 2\omega_p$ のときの分散式を導き, これを図示せよ.

を実行すれば容易に納得できるはずである. このように $\omega_L = 2\omega_p$ あたりの物理は一筋縄ではいきそうもないので, とりあえずは $\beta = 0.5$ あたりまで陽子を加速することを目標とする.

以下文献[79]に従いラマン散乱についてこの場で必要とされることを導入しておく. この散乱は不安定性と解釈することができ, 成長率は

$$\gamma = \left(\frac{v_q}{c}\right)^2 (\omega_L \omega_p)^{1/2}, \quad (6.3)$$

である. ただし v_q は式(5.10)で定義したquiver velocityである.

この不安定性はランダウ減衰により抑制される. ランダウ減衰は波の位相速度とプラズマ電子の熱速度の間に生じる共鳴現象である. 後方散乱がランダウ減衰に打ち勝つための条件は

$$\frac{2\omega_p}{\omega_L} > \left(\frac{2v_{th}}{c}\right)^2, \quad (6.4)$$

である. この条件はプラズマ密度が小さい領域で厳しい. 波の位相速度は ω_p の増加関数であった. したがってこの条件は波の位相速度, すなわちテストビームのエネルギーに下限を与える. 式(6.4)より, $\omega_p \ll \omega_L$ において後方散乱を起こすために粒子に要求されるエネルギーは

$$\beta > \left(\frac{v_{th}}{c}\right)^2, \quad (6.5)$$

を満たさなければならないことが導かれる.

問8 式(5.40)の近似を用い式(6.5)を導け.

逆に言えば, テストビームのエネルギーが与えられたとき, 上記条件はプラズマ温度に上限を与える. デュオプラズマトロンに代表される典型的なイオン源は200keV程度の陽子ビームを発生する. できればわれわれのレーザー/プラズマ加速器にもこの種のイオン源を使いたいのだが...

問9 200keVの陽子ビームが乗ることができるプラズマ波が, ランダウ減衰に負けずに後方散乱から生じるためには, プラズマ温度は何eV以下でなければならないか.

この間を解いて見ていただければわかるように, ふつうの方法で作るプラズマではランダウ減衰を恐れる必要はありそうもない.

前方散乱(自己変調レーザー航跡場加速)では最大電場 $m\omega_p c$ に近い電場が得られているので, 後方散乱の場合もとりあえず最大電場を仮定する. この電場は厳密には式(2.37)で与えられるとすべきだが $E_z = m\omega_p v_p$ がよい近似で成り立つ. ここで注意したいのは, 電子加速の場合の最大電場が $m\omega_p c$ であったのに対し, こんどは v_p が c にとって代わることである. v_p が c に比べて小さければ加速勾配もそれだけ小さくなる.

われわれの筋書きは, 陽子が加速され, 速度を上げるにつれプラズマ密度の大きい領域に入っていくというものである. 後方散乱で生じたプラズマ波が密度が一定でないプラズマ中を伝搬するための条件は

$$\left(\frac{v_q}{c}\right)^2 k_L L > 1, \quad (6.6)$$

と与えられている. ただし k_L はポンプレーザーの波数, L は密度変化を特徴づける長さであって n を密度として

$$L = \left[\frac{1}{n} \frac{dn}{ds}\right]^{-1}, \quad (6.7)$$

で定義される. これを変形すると, レーザーに求められる強度が

$$I(\text{W} \cdot \text{cm}^{-2}) > 1.15 \cdot 10^{-4} \frac{\omega_L(\text{Hz})}{L(\text{m})}, \quad (6.8)$$

と導かれる.

問10 式(6.8)を導け.

なお, 前方散乱を起こすための条件は

$$\left(\frac{v_q}{c}\right) \left(\frac{\omega_p}{\omega_L}\right)^2 k_L L > 1, \quad (6.9)$$

であって、後方散乱の条件よりはるかに大きなレーザー強度を必要とする。前方散乱と後方散乱の両方が起きるとやっかいなことになりそうだが、さいわい前方散乱は起きないが後方散乱は起きるというパラメータを見つけることができそうである。

このように生じたプラズマ波は第2章で述べたように衝突、変調などの過程で減衰する。レーザー特に短パルスレーザーはプラズマを光速で通過してしまうが、陽子ビームはのろのろとしか移動しない。レーザーが作ったプラズマ波が陽子がたどり着くまで減衰しないで残っていてくれば困る。実は後で述べるように、これがこの方法の最大の問題点である。

これだけ材料がそろったところで、簡単なシミュレーションをやってみよう。陽子の初期エネルギーを200keVとし、目標とするエネルギーは $\beta = 0.5$ に対応する144MeVとする。ポンプレーザーとして波長800nmのチタンサファイアレーザーを仮定する。計算は次の手順で行う。

1)初期値 $\beta(0) = \beta_p(0)$ を与える。ただし β , β_p はそれぞれ粒子速度、波の位相速度である。

2)式(6.2), すなわち

$$\beta_p(s) = \frac{\omega_p(s)}{\omega_L} \frac{1}{\left[1 - \left(\frac{\omega_p(s)}{\omega_L}\right)^2\right]^{1/2} + \left[1 - \left(\frac{2\omega_p(s)}{\omega_L}\right)\right]^{1/2}}, \quad (6.10)$$

に基づき、与えられた $\beta(s)$ (最初は $\beta(0)$)に対応する $\omega_p(s)$ および $n(s)$ (最初は $\omega_p(0)$, $n(s)$)を求める。

3)加速勾配を $eE(s) = m_e c \beta_p \omega_p(s)$ とし、ビームが距離 Δs を走行して得るエネルギー利得 $\Delta\gamma$ を

$$\frac{\Delta\gamma(s)}{\Delta s} = \frac{m_e c \beta_p(s) \omega_p(s)}{m_p c^2} \quad (6.11)$$

により求める。また密度変化長

$$L(s) = \left[\frac{1}{n(s)} \frac{\Delta n(s)}{\Delta s} \right]^{-1}, \quad (6.12)$$

を求める。

4) $\gamma(s + \Delta s)$ に対応する新しい $\beta(s + \Delta s)$ を求め、手順2)に戻る。 $\beta(s + \Delta s) > 0.5$ であれば計算を打ち切る。

ここではとりあえず加速勾配を $m_e \omega_p v_p$ としたが、実際の加速勾配はこれより小さいと考えるべきである。もっともらしい加速勾配はシミュレーションで得ることができよう。

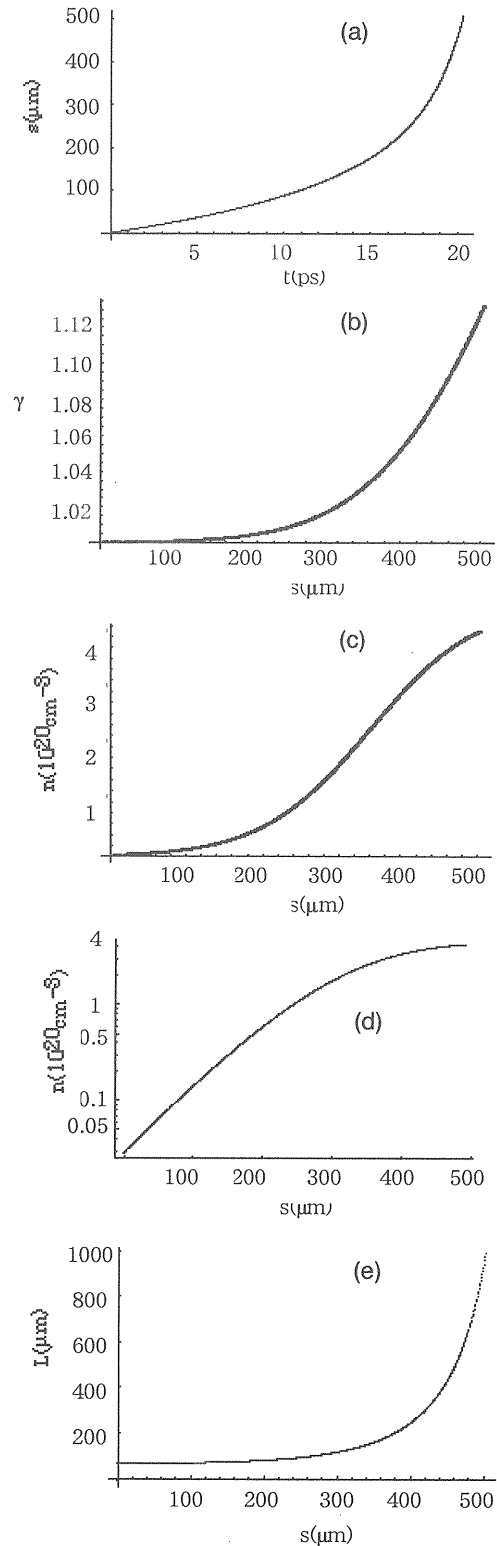


Figure 6.6: シミュレーションの結果. (a)時間対陽子の走行距離, (b)陽子の走行距離対エネルギー, (c-d)陽子の走行距離対同期に必要なプラズマ密度; (c)は線形スケール, (d)はlogスケール, (e)陽子の走行距離対密度変化長.

このように得た計算結果をFig.6.6に示す。Fig.6.6(a)は $\beta = 0.5$ に至るまでの時間と粒子の走行距離である。しだいに粒子が加速されるさまが見て取れる。加速時間は約20psである。実際の加速勾配は想定した値より小さいので、加速時間も走行距離もより長くなる应考虑すべきであろう。Fig.6.6(b)は粒子エネルギーを走行距離に対してプロットしたものである。また(c-d)は位相速度に同期するために必要なプラズマ密度の空間密度分布である。ただし(c)は線形スケール、(d)はlogスケールで表示した。最後の(e)は式6.7で定義した密度変化長である。

まず、加速時間をプラズマ波の減衰時間と比較しなければならない。

問 11 プラズマ密度を 10^{20}cm^{-3} 、電子温度を100keVと仮定したときのランダウ減衰、衝突減衰の時間定数を求めよ。

先に、特に短パルスレーザーの場合、レーザーが作ったプラズマ波が陽子がたどり着くまで減衰しないで残っていてくれば困ると述べた。上記問を解いてみるとこの要請はどうも満たされないことがわかる。

この問題はひとまずおいて、プラズマ密度の不均一性から生じる、後方散乱のためのレーザー強度の閾値を検討しよう。Fig.6.6(d)によれば特性長は短くても100 μm 程度である。

問 12 特性長を100 μm とし、波長800nmのレーザーを用いるものとして、後方散乱のためのレーザー強度の閾値を求めよ。

この問を実行すると、レーザーに要求される強度は現在市販されているもので実現可能であるという結論に達するはずである。

またレーザーがチャネリングしてくれるかどうかチェックしておこう。相対論的チャネリングが可能であれば申し分ない。この相対論的チャネリングはプラズマ密度が小さいほど起こりにくいので、ビームを入射するあたりの密度についてチェックすれば十分である。

問 13 プラズマ密度を 10^{18}cm^{-3} 、波長800nmのレーザーを用いるものとして、相対論的チャネリングが起きるためのレーザー出力の閾値を求めよ。

この問も実行してもらおうと、レーザーに要求される出力も現在市販されているもので実現可能であるという結論に達するはずである。

さて、積み残してしまったプラズマ波の減衰対策であるが、ひとつの案はポンプレーザーと反対方向から後方散乱光と同じ波長を持つレーザー(種レーザー、たねレーザー)を入射し、プラズマ波を誘起することである。この種

レーザーの仕様は自己変調レーザー航跡場加速のために提案されているアイデアを借用するものである[80]。ポンプレーザーのパルス長は加速時間より長くする。いっぽうポンプレーザーの強度は閾値より低くする。種レーザーは周波数が時間的に変化する(チャープする)必要がある。すなわち s を走行距離として、加速のために必要とされる $\omega_p(s)$ にあわせて、

$$\omega_{\text{pump}} - \omega_{\text{seed}}(s) = \omega_p(s),$$

とする。 $\omega_{\text{pump}} = \omega_L$ 、 ω_{seed} はそれぞれポンプレーザーと種レーザーの周波数である。

ここで提案した方法の技術的な問題点は、密度勾配を持つプラズマの生成と、プラズマ波の減衰対策であろう。上記種レーザー法は周波数チャープの範囲が $0.5\omega_{\text{pump}} < \omega_{\text{chirp}} < 0.95\omega_{\text{pump}}$ と大きく、実現には幾多の技術的な困難が予想される。

6.3 加速器としてのレーザー/プラズマ加速

もし、プラズマを使わず、レーザーの電場を直接粒子加速に使えたとしたら、その電場はどの程度のものなのだろう。レーザーの電場は $E = [2(\mu_0/\epsilon_0)]^{1/2}(dP/ds)]^{1/2}$ であって、たとえばレーザーの電力密度が $dP/ds = 10^{18}\text{W}\cdot\text{cm}^{-2}$ であれば2.7TV/m、加速勾配で2.7TeV/mである。おなじ電力密度のレーザーを航跡場加速に用いても、(例えば、レーザー波長1 μm 、パルス幅100fsとしてプラズマ密度を最適化しても)30GeV/m程度である。レーザーを直接利用すれば100倍大きな加速勾配が得られるはずである。ただしここでつけ加えておきたいことがある。レーザーの電場はレーザーが消えれば消えてしまうが、プラズマ波はレーザーが消えても残り、粒子を加速できることである。プラズマはエネルギーを蓄え、小出しにするという役目も果たすのである。

この節の以下では加速器としてのレーザー/プラズマ加速を考察することにする。まず旧来のrf加速器とレーザー/プラズマ加速器を比較してみよう。rf加速器では電磁波が外部から供給されるのに対し、レーザー/プラズマ加速器ではプラズマ波が加速器内部で発生する。rf加速器のフィリングタイムfilling timeに相当する概念がない。強いていえばビート波加速器においてプラズマ波の振幅が飽和するまでの時間がフィリングタイムに相当すると言えるかもしれない。なお文献[81]ではレーザー/プラズマ加速器のシャントインピーダンス、Qファクター、トランジットタイムファクターなども論じている。

なおrf加速器では電磁波がさまざまなモードを持つが、プラズマ波の場合はあくまでもプラズマ周波数で表されるひとつのモードしか存在しない。これはレーザー/プラズマ加速器の大きな美点である。

rf加速器では電磁波のエネルギーはビームでなければ加速管壁に吸収されるだけだが、レーザー/プラズマ加速のエネルギーの流れはもっと複雑である。Fig. 6.7はレーザー航跡場加速とビーム航跡場加速についてつぎつぎと起こる諸過程を図示したものである。Fig. 6.7(a)のレーザー航跡場加速では電気エネルギーがまずレーザー(光)に姿を変え、つぎにプラズマ波へと変身する。この間レーザーはプラズマ生成にも一役買う。回折によってエネルギーを失うわけではないが、エネルギーの有効利用は不可能になる。プラズマ波ができたあとも、脱位相が生じ得る。ビーム負荷、自己変調はそれぞれビームからプラズマへ、プラズマからレーザーへという逆向きの反作用である。

Fig. 6.7(b)のビーム航跡場加速のほうはレーザー航跡場加速よりもいくぶん単純である。粒子ビームにもレーザーのようにトンネル電離でプラズマを生成する能力がないわけではないが、ビーム航跡場加速ではあらかじめプラズマを作るほうが一般的である[82]。この点ではビーム航跡場加速のほうはレーザー航跡場加速よりもやっかいである。ただしビーム航跡場加速では回折、脱位相などに頭を悩ます必要はない。ポンプ能枯渇長はビーム航跡場加速においては式(5.33)に対応して

$$L_{pump} = \frac{2\gamma N m_e c^2}{e E_{z0}}, \quad (6.13)$$

である。ただし γ 、 N はそれぞれドライブビームのエネルギーと粒子数、 $e E_{z0}$ は航跡場の振幅である。

航跡場を励起するためのレーザー装置とビーム発生器(すなわち線形加速器)とで、どちらが小規模ですむかということになると、レーザーの方が小規模である。また加速にすぐ使用できるレーザーが商品化されている。これは近年のレーザーの発達によるものである。一方、ビーム励起用の線形加速器は大電流であることが要求されるため、特殊仕様のものとなる。ビーム航跡場加速は加速器の研究所でなければ実験しづらい面があり、現に1998年の時点ではSLAC、ブトカーINP(ロシア)、ANLで実験が計画されている。いっぽうレーザー加速の研究はより多数の機関で行われている。1998年の時点でもっとも盛んなのは自己変調方式で、RAL, NRL, ミシガン大学、阪大レーザー研などで行われている。われわれ(KEK-JAERI-東大)はフランスのLULIとともに標準的なレーザー航跡場加速を探求している。ビート波加速に取り組むグループは一時にくらべて減少したが、UCLAのグループはこの方式に執着している。

自己変調レーザー航跡場加速に取り組むグループが多いのは、すぐに大きな加速勾配が得られるためであろう。しかしこの方法は後方ラマン散乱という不安定性に基づいているので、加速器としての実用化は疑問視する向きもある。文献[80]では種レーザーの使用により相対論的チャネリングのためのレーザーの臨界出力値を下げるのが提案

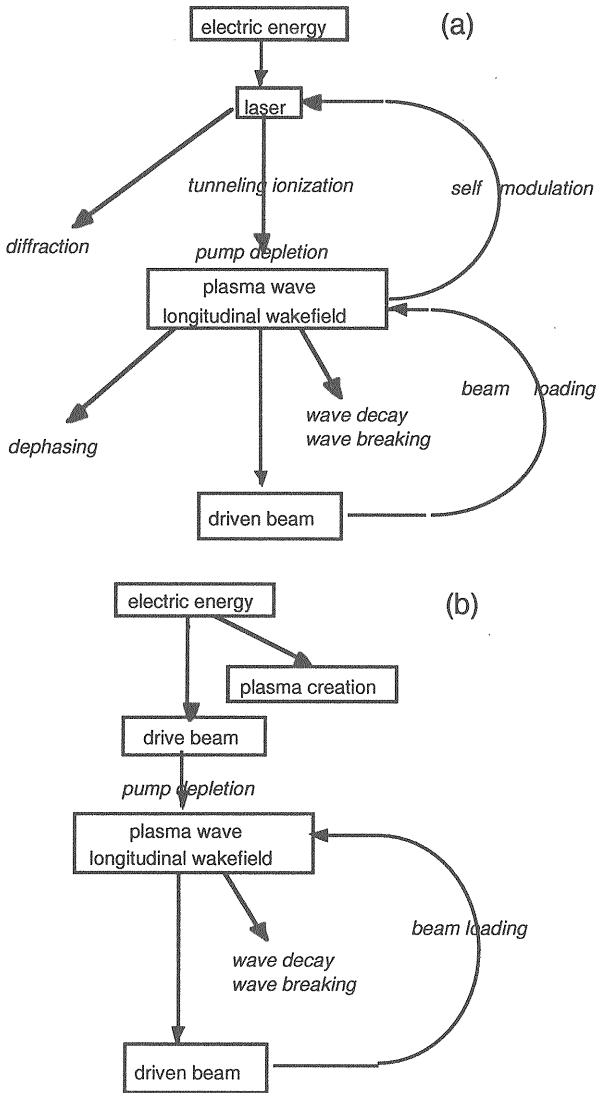


Figure 6.7: (a)レーザー航跡場加速および(b)ビーム航跡場加速における諸過程。

されているが、この手法はまた不安定性の再現性を向上させるためにも役立つかもしれない。

レーザーによる加速の最大の問題はレーザーの平均出力と電気効率にある。この加速法は加速勾配が大きいので、リニアコライダーに適用すれば、加速器の長さを桁違いに短縮できると期待される。しかし、リニアコライダーのルミノシティが要求するビームパワーと、現在のレーザーのパワー（ピークパワーではなく平均出力）では大きく桁が違う。たとえば出力1TWパルス幅100fsのレーザーのエネルギーは100mJである。これは 624×10^{15} eVなので、エネルギー利得を1GeVとすると、効率100%でビームエネルギーに変換できるとしても、加速できる電子数は 10^9 個に満たないことになる。しかもこのレーザーのパルス周波数は現時点で10Hz程度である。いっぽう、TeV領域のリニアコライダーでは 10^{10} 個のオーダーの電子を平均5kHz程度で加速することが必要とされる。

また、現在のクライストロンを用いる加速器の、ウォールプラグ効率（壁コンセントからとった電力がビームパワーに変わる効率）は約20%である。現在のレーザーでは、電力から光パワーへの変換効率でさえ0.1%以下である。パワーの面で満足できるレーザーが出現したとしても、エネルギー効率の面でレーザー加速は現在の加速法にとうてい太刀打ちできそうにない。

レーザー技術のさらなる発展、特に半導体レーザーに効率向上を期待することは可能であろう。また、ビーム電流を下げて、エミッタンスあるいは衝突点のビームサイズを小さくすれば、ルミノシティを損なわずにすむ。こうした観点から、結晶中のチャネリング放射光を利用したエミッタンス減少法[83]、すでに述べたプラズマレンズによるビームサイズの縮小などが提案されている。またこうした楽天的?な前提に基づき、レーザー/プラズマ加速に基づいたリニアコライダーの設計も試みられている[84]。

この加速法が数年前にはサイエンスフィクションとされていたことを思えば、これに対し過度の期待をすることも、いたずらに悲観的な態度をとることも賢明ではない。今後の研究の進展から目を離さないでいただきたい。

付録

ベクトルポテンシャルによるマックスウェル方程式の表記

レーザーによる粒子加速では規格化ベクトルポテンシャルを用いて記述するのが常識となっている。この方法には標準的な教科書にはあまりお目にかかれない。そこでここでは規格化ベクトルポテンシャルにもとづいて電磁波を記述する流儀を紹介する。詳しくは教科書[85]を勉強していただきたい。

電荷も電流もない空間の電磁場を記述するマックスウェルの方程式は

$$\begin{aligned}\nabla \times E + \frac{\partial B}{\partial t} &= 0, \\ \nabla \times H - \frac{\partial D}{\partial t} &= 0, \\ \nabla \cdot D &= 0, \\ \nabla \cdot B &= 0.\end{aligned}\quad (.14)$$

である。ただし

$$D = \epsilon_0 E, \quad B = \mu_0 H, \quad (.15)$$

である。

これらに替えてベクトルポテンシャルとスカラーポテンシャル(これらをまとめて電磁ポテンシャルという)を用いた4つの式

$$\begin{aligned}E &= -\frac{\partial A_L}{\partial t} - \nabla \phi_L, \\ B &= \nabla \times A_L, \\ \left(\Delta - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2}\right) A_L &= 0, \\ \left(\Delta - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2}\right) \phi_L &= 0,\end{aligned}\quad (.16)$$

をローレンツ条件

$$\nabla \cdot A_L + \frac{1}{c^2} \frac{\partial \phi_L}{\partial t} = 0, \quad (.17)$$

と組み合わせて用いてもよい。最後の式で定まる電磁ポテンシャルをローレンツゲージの電磁ポテンシャルという。

ところでこれらの電磁ポテンシャルは

$$\begin{aligned}A &= A_L + \nabla \chi, \\ \phi &= \phi_L - \frac{\partial \chi}{\partial t},\end{aligned}\quad (.18)$$

という変換を用い新たな電磁ポテンシャル A, ϕ に置き換えることができる。このとき

$$\frac{\partial \chi}{\partial t} = \phi_L, \quad (.19)$$

を満たすように χ を決めると、

$$\phi = 0, \quad (.20)$$

となってしまう。マックスウェルの方程式に対応する方程式群は

$$E = -\frac{\partial A_L}{\partial t}, \quad (.21)$$

$$B = \nabla \times A_L, \quad (.22)$$

$$\left(\Delta - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2}\right) A_L = 0, \quad (.23)$$

$$\nabla \cdot A_L = 0. \quad (.24)$$

の4式になり、スカラーポテンシャルはかくれてしまう。

簡単な場合として平面波について考えよう。 z を電磁波の進む方向とし、

$$A(z, t) = e_1 A_0(t) \exp[ikz], \quad (.25)$$

とおく。 e_1 は波の偏光の方向を持つ単位ベクトルである。式(.23)に代入すると

$$e_1 [k^2 A_0(t) + \ddot{A}_0(t)/c^2] \exp[ikz] = 0, \quad (.26)$$

を得る。これが z の値に関係なく成り立つために

$$k^2 A_0(t) + \ddot{A}_0(t)/c^2 = 0, \quad (.27)$$

でなければならない。そこでこの解として

$$A_0(t) = A_{00} \exp[-i\omega t], \quad (.28)$$

とえらぶ。 $\omega = c|k|$ である。式(.25)に代入すると

$$A(z, t) = e_1 A_{00} \exp[i(kz - \omega t)], \quad (.29)$$

という平面波をあらわす解を得る。

これが式(.24)を満たすことから、

$$e_1 \cdot k = 0, \quad (.30)$$

すなわち波の偏光方向と振動方向は互いに垂直であることがわかる。式(.21)より、電場は

$$E(z, t) = ie_1 \omega A_{00} \exp[i(kz - \omega t)], \quad (.31)$$

となる。磁場は式(.22)より多少の計算をへて

$$\begin{aligned} [B(z, t)]_z &= i(k \times e_1) A_{00} \exp[i(kz - \omega t)] \\ &= e_2 ik A_{00} \exp[i(kz - \omega t)], \end{aligned} \quad (.32)$$

と求められる。電場と磁場は進行方向に直角で、また互いに直交する。この磁場の方向を持つ単位ベクトルを e_2 と書く。

これらの電磁波に伴う単位時間・単位面積当たりのエネルギーの流れの平均はポインティングベクトルの平均で

$$\begin{aligned} \bar{S} &= \frac{1}{\mu_0} \langle E \times B \rangle \\ &= \frac{1}{2\mu_0} E \times B^* \\ &= \frac{ck^2}{2\mu_0} |A_{00}|^2 e_3, \end{aligned} \quad (.33)$$

となる。ただし e_3 は e_1, e_2 に直交する第3の単位ベクトルで、電磁波の進行方向を向く。

ローレンツ変換

実験室系を $K(x, y, z, t)$ 、位相速度 $v_p = \omega/k$ で z 方向に走る波の系を $K'(x', y', z', t')$ とする。このふたつの座標の関係を示しておく。

$$x' = x, \quad (.34)$$

$$y' = y, \quad (.35)$$

$$z' = \gamma_p(z - v_p t), \quad (.36)$$

$$v'_x = v_x \frac{dt}{dt'}, \quad (.37)$$

$$v'_y = v_y \frac{dt}{dt'}, \quad (.38)$$

$$v'_z = \gamma_p(v_z - v_p) \frac{dt}{dt'}, \quad (.39)$$

$$t' = \gamma_p \left(t - \frac{v_p z}{c^2} \right), \quad (.40)$$

$$\frac{dt'}{dt} = \gamma_p \left(1 - \frac{v_p v_x}{c^2} \right), \quad (.41)$$

ただし

$$\gamma_p = \frac{1}{[1 - (v_p/c)^2]^{1/2}} = \frac{1}{[1 - \beta_p^2]^{1/2}}, \quad (.42)$$

である。

ここで β, γ と粒子の全エネルギー、運動エネルギーについてまとめておく。もちろん、波の位相速度も β, γ を用いて表す場合がある。粒子の静止質量を m とする。

$$\beta = v/c = \left(1 - \frac{1}{\gamma^2} \right)^{1/2},$$

$$\gamma = \frac{1}{(1 - \beta^2)^{1/2}},$$

を用いると全エネルギーは

$$W_T = mc^2 \gamma$$

また運動エネルギーは

$$W_K = mc^2 (\gamma - 1)$$

である。

Bibliography

- [1] レビュー: E. Esarey et al., *IEEE Trans. Plasma Sci.* **24** (1996) 252, 文献のカタログとしての価値大; また, プラズマ・核融合学会誌 **73** (1997) 第4号から10号に「高出力超短パルス電磁波とプラズマの相互作用」と題する講座が掲載されており, レーザー/プラズマ加速も重要な主題となっている.
- [2] 唯一の教科書の参考書: 杉原, 西田, 小方「超小型加速器-プラズマ・レーザー加速器-」(株)アイピーシー (1998). プラズマレンズなどここで網羅できなかった話題を含む. ただし小方が担当した部分に限ってはこの教科書の方がずっとましである.
- [3] T. Tajima and J. M. Dawson, *Phys. Rev. Lett.* **56** (1979) 267.
- [4] J. B. Rosenzweig et al., *Phys. Rev. Lett.* **61** (1988) 98.
- [5] P. Chen et al., *Phys. Rev. Lett.* **54** (1985) 693; R. D. Ruth et al., *Part. Accel.* **17** (1985) 171.
- [6] D. Strickland and G. Mourou, *Opt. Commun.* **56** (1985) 219.
- [7] Y. Kitagawa et al., *Phys. Rev. Lett.* **68** (1992) 20. 907; N. A. Ebrahim : *J. Appl. Phys.* **76** (1994) 7645; F. Amiranoff et al., *Phys. Rev. Lett.* **74** (1995) 5220.
- [8] C. E. Clayton et al., *Phys. Rev. Lett.* **70** (1993) 37.
- [9] H. Dewa et al., *Nucl. Instr. and Meth.* **410** (1998) 357.
- [10] C. G. Durfee III and H. M. Milchberg, *Phys. Rev. Lett.* **71** (1993) 2409.
- [11] J. Krall et al., *Phys. Rev. A* **48** (1993) 2157
- [12] N. Andreev et al., *Sov. Phys. JETP* **55** (1992) 571.
- [13] K. Nakajima et al., *Phys. Rev. Lett.* **74** (1995) 4428.
- [14] A. Modena et al., *Nature* **377** (1995) 606.
- [15] 北川, プラズマ・核融合学会誌 **73** (1997) 1087; N. A. Ebrahim and S. R. Douglas, *Laser and Part. Beams* **13** (1995) 147.
- [16] P. Mora et al., *Phys. Rev. Lett.* **61** (1988) 1611.
- [17] J. P. Matte and F. Martin, *Plasma Phys. Cont. Fusion* **30** (1988) 395; R. Bingham et al., *ibid.*, **29** (1987) 115.
- [18] F. Chen, *Introduction to Plasma Physics and Controlled Fusion*, 2nd ed., vol.1, Plenum Press, New York, 1985; 第1版は邦訳されている.
- [19] A. I. Akhiezer and R. V. Polovin, *Sov. Phys. JETP* **3** (1956) 696; この論文はなかなか読みづらいが, これをかみ砕いて, 数値計算をつけて新しい論文としたものがある. 勉強するならこちらが楽です. R. J. Noble, *Proc. 12th Int. Conf. High-Energy Accelerators, Fermilab., 1983*, p467; J. Rosenzweig, *IEEE Trans. Plasma Sci.* **15** (1987) 186.
- [20] R. J. Noble, *Proc. 12th Int. Conf. High-Energy Accelerators, Fermilab., 1983*, p467.
- [21] R. Sugihara and Y. Midzuno, *J. Phys. Soc. Jpn* **47** (1949) 267; J. M. Dawson et al., *Phys. Rev. Lett.* **50** (1983) 1455.
- [22] T. Katsouleas and J. M. Dawson, *Phys. Rev. Lett.* **51** (1983) 392.
- [23] Y. Nishida et al., *Phys. Lett.* **105A** (1984) 300; Y. Nishida et al., *Phys. Fluids* **28** (1985) 1574.
- [24] S. Takeuchi et al., *Phys. Lett.* **A122** (1987) 257; N. Yugami et al., *Phys. Rev. Let* **76** (1996) 1635.
- [25] 西田, プラズマ・核融合学会誌 **73** (1997) 975; 杉原, 竹内, *ibid* **73** (1997) 1101.

- [26] T. Weiland, Proc. ECFA-CAS / CERN-IN2P3-IRF / CEA-EPS Workshop, New Developments in Particle Acceleration Techniques, Orsay, 1987 (CERN 87-11, ECFA 87/110), p291.
- [27] H. Nakanishi et al., Nucl. Instr. and Meth. **A328** (1993) 596.
- [28] S. Vaganian and H. Henke, Part. Accel. **48** (1995) 239.
- [29] K. Nakajima et al., Nucl. Instr. Meth. **A292** (1990) 12.
- [30] P. Wilson, AIP Conf. Proc. **87** (1983) 450.
- [31] K. L. F. Bane et al., IEEE Trans. Nucl. Sci. NS-32 (1985) 3532.
- [32] P. Schutt et al., DESY M-88-13 (1988, unpublished report); K. Nakajima, Part. Accel. **32** (1990) 209.
- [33] J. B. Rosenzweig et al., Phys. Rev. **A44** (1991) R6189.
- [34] A. Ogata, AIP Conf. Proc. **279** (1992) 420.
- [35] A. Ogata et al., Part. Accel. **39** (1992) 33.
- [36] W. Gai et al., Nucl. Instr. and Meth. **410** (1998) 431.
- [37] B. L. Milistyn et al., Phys. Fluids. **B5** (1993) 2714; A. M. Kudryavtsev et al., Nucl. Instr. and Meth. **410** (1998) 388.
- [38] R. Assmann et al., Nucl. Instr. and Meth. **410** (1998) 396.
- [39] S. Wilks et al., IEEE Trans. Plasma Sci. **15** (1987) 210; T Katsouleas et al., Part. Accel. **22** (1987) 81.
- [40] S. P. Le Blanc et al., Phys. Rev. Lett. **77** (1996) 5381.
- [41] L. V. Keldysh, Sov. Phys. JETP **20** (1965) 1307.
- [42] 例えば, 鶴田「応用光学I」培風館 (1990).
- [43] 末松, 伊賀「光ファイバ通信入門」オーム社 (1989).
- [44] P. Sprangle and E. Esarey, Phys. Fluids **B4** (1992) 2241.
- [45] E. Esarey et al., *Advanced Accelerator Concepts*, Lake Arrowhead, 1989, AIP Conf. Proc. **193** (AIP, New York, 1989) 71.
- [46] W. Leemans et al., IEEE Trans. Plasma Sci., **24** (1996)331.
- [47] G. Schmidt and W. Horton, Comments Plasma Phys. Controlled Fusion **9** (1985) 85.
- [48] R. Wagner et al., Phys. Rev. Lett. **78** (1997) 3125.
- [49] C. G. Durfee III and H. M. Milchberg, Phys. Rev. Lett. **71** (1993) 2409.
- [50] N. A. Bobrova et al., Plasma Phys. Reports **22** (1996) 387.
- [51] C. G. Durfee III et al., Phys. Rev. **E51** (1995) 2368.
- [52] A. C. Newell and J. V. Moloney, *Nonlinear Optics*, Addison-Wesley, Redwood City, 1992.
- [53] P. Sprangle et al., Phys. Rev. **E54** (1996) 4211.
- [54] C. W. Siders et al., Phys. Rev. Lett. **76** (1996) 3570; まったく同じ測定が別な場所で行われ, 同じ雑誌の同じ号に掲載された; J. R. Marques et al., Phys. Rev. Lett. **76** (1996) 3566.
- [55] E. Tokunaga et al., Opt. Lett. **17** (1992) 1131.
- [56] W. M. Wood et al., IEEE Trans. Plasma Sci. **21** (1993) 20.
- [57] U. de Angelis, Phys. Scripta **T30** (1992) 210.
- [58] W. Horton and T. Tajima, Phys. Rev. **A34** (1986) 4110.
- [59] S. V. Bulanov et al., Phys. Fluids **B4** (1992) 1935.
- [60] K. Nakajima et al., Phys. Scripta **T52** (1994) 61.
- [61] K. Nakajima, Phys. Rev. **A45** (1992) 1149.
- [62] D. Umstadter et al., Phys. Rev. Lett. **72** (1994) 1224.
- [63] P Chen et al., Nucl. Instr. and Meth. **A410** (1998) 488.
- [64] N. Andreev et al., Phys. Scripta **49** (1994)101.

- [65] W. B. Mori et al., Phys. Rev. Lett. **72** (1994) 1482.
- [66] A. Ting et al., Phys. Plasmas **4** (1997) 1889.
- [67] D. Umstadter et al., Science **273** (1996) 472.
- [68] A. Ting, 私信.
- [69] D. Gordon et al., Phys. Rev. Lett. **80** (1998) 2133.
- [70] M. N. Rosenbluth and C. S. Liu, Phys. Rev. Lett. **29** (1972) 701.
- [71] M. Uesaka et al., Nucl. Instr. and Meth. **410** (1998) 424.
- [72] D. Umstadter et al., Phys. Rev. Lett. **76** (1996) 2075.
- [73] 例えば E. Esarey et al., Phys. Rev. Lett. **79** (1997) 2682.
- [74] A. Braun et al., Opt. Lett. **20** (1995) 73.
- [75] A. M. Sergeev et al., OSA 1997 Tech. Digest **7** (1997) 118.
- [76] F. Amiranoff et al., Nucl. Instr. Meth. **410** (1998) 364.
- [77] S. Kato et al., Phys. Plasmas **5** (1998) 292;
J. Koga et al., Nucl. Instr. and Meth. **410** (1998) 499.
- [78] 宮原, 富家, 川崎, 日本物理学会誌 **25** (1970) 871; D. Mohl, et al., **4** (1973) 159.
- [79] C. S. Liu et al., Phys. Fluids **17** (1974) 1211;
C. S. Liu, in *Advances in Plasma Phys.*, vol.6,
P. K. Kaw et al., ed., Wiley (1976) p121.
- [80] N. E. Andreev et al., JETP Lett. **60** (1994) 713.
- [81] A. Ogata et al., Nucl. Instr. Meth. **410** (1998) 549.
- [82] P. Chen et al., Phys. Rev. **A45** (1992) R3992.
- [83] P. Chen and R. J. Noble, AIP Conf. Proc. **398** (1997) 273.
- [84] M. Xie et al., AIP Conf. Proc. **398** (1997) 233.
- [85] 砂川「理論電磁気学」紀伊国屋書店 (1973).