

## 1. はじめに

イオントラップの研究の歴史は長く、1950年代後半から質量分析に用いることを目的に研究され始めた。物理的な壁を用いることなく、原子を空間中に保持して長時間観測するというのは、現在の原子を対象とした極限計測の常套手段であるが、イオントラップは、1960年代の初めころには、早くも Dehmelt らによって、分光実験に応用され始めている。1970年後半に原子やイオンのレーザー冷却が提案されると、その効果がいち早く試されたのもイオントラップ中のイオンであった。その後数年して、このレーザー冷却法、もっと広い意味では光の力学的効果を用いた原子の運動制御技術は、中性原子にも適用されるようになった。

中性原子の冷却・トラップ実験では、原子間の相互作用が小さいために、冷却によって原子のド・ブロイ波長を長くすることで、原子どうしがそのド・ブロイ波長に重なりを生じる程度まで、高密度にトラップすることもできる。このことから、中性原子トラップを用いた実験では、集団としてその粒子の量子統計性が顕わになるような状況に興味を持たれることが多い。

これに対して、イオンの場合には、粒子間のクーロン相互作用が強いために、トラップ中で冷却されたイオンは十分に局在化してしまうため(イオン結晶)、粒子の波動性が姿をあらわすような状況は少ない。しかしながら、イオントラップでは、トラップポテンシャルを非常に強くできることから、同一粒子を数時間以上にもわたって安定にトラップすることが可能である。この特徴を利用して、単一、あるいは少数個のイオンでしか観測できないような、量子力学の検証を行う実験に向いている。たとえば次のような実験がこれまで試みられ、興味を集めてきた。

- Quantum jumps(1986)
- Order-Chaos phase transition, Crystallization (1987)
- Photon anti-bunching (1987)
- Cooling down to Zero-Point Energy (1989)
- Schroedinger's Cat experiment(1995)
- Quantum computation (proposal, 1995)

観測したい物理現象があるとき、このような集団平均を嫌う1粒子や少数粒子系の物理を見たいときにはイオントラップを、そして、粒子間の量子力学的な集団効果を見たいとき、あるいは集団平均によって S/N を上げたいときには中性原子を用いるという使い分けが一般になされていることが多い。

本講義では、まず二準位原子と光との力学的相互作用を概観した後、主としてこれまでに開発されてきた様々なレーザー冷却法を解説し、そのイオン・中性原子への適用を考える。

レーザー冷却法が理論的に提案されてから20年、実用的なレーザー冷却法が開発されてからちょうど10年後の1995年に、レーザー冷却法を用いてアルカリ金属原子で相次いでボーズ・アインシュタイン凝縮が達成されたが、この大きな原動力となったのが偏光勾配冷却法と呼ばれる極低温冷却法であった。最後の章では、この“偏光勾配冷却”について触れる。ここでは、リニアトラップ中の単一イオンの軌跡を観測することで、その冷却過程のダイナミクスを調べる実験を通じて、イオントラップ実験の実際を紹介する。

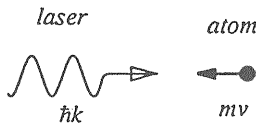
## 2. 光と原子の力学的相互作用

### 2. 1 二準位原子と近共鳴光の相互作用

以下で用いる記号を次のように定義する.

- $\Delta = \omega_L - \omega_A$ : 原子の共鳴周波数からのレーザー光の離調.
- $\Gamma = 1/\tau$ : 励起状態の占有数の減衰率を表し, 励起状態の自然寿命の逆数.
- $k = 2\pi/\lambda$ : 光子の波数ベクトル.
- $I/I_0 = 2\Omega^2/\Gamma^2$ : 規格化したレーザー光強度. ここで,  $\Omega$  は共鳴ラビ周波数で, 離調ゼロかつ緩和のないときのプロットベクトルの歳差周波数を表す.
- $M$ : 原子・イオンの質量
- $v_R = \hbar k/M$ : 1光子の吸収または放出に伴って原子の受ける反跳速度.

運動量保存



エネルギー保存

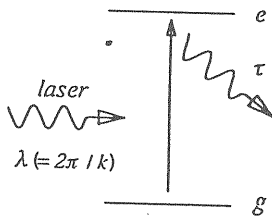


図2. 1 二準位原子と光の相互作用

光プロット方程式を用いた, 光と二準位原子の力学的相互作用は Cohen-Tannoudji [1・1]らの方法に沿って付録 A.に記した. 以下ではこれから導かれる, 光の散乱力と双極子力をまとめ, その具体的な力学的効果を考える.

#### 2. 1. 1 散乱力

上準位の自然幅  $\Gamma$  をもつ原子の励起レート(1 秒あたりに散乱する光子数)は,

$$\left\langle \frac{dN}{dt} \right\rangle_{st} = \frac{\Gamma}{2} \frac{I/I_0}{1 + I/I_0 + (2\Delta/\Gamma)^2} \quad (2.1)$$

で表される. この励起過程では, 原子は  $\hbar k_L$  の光子の運動量を受け, 引き続いて生じる自然放出の過程では光子の放出方向は等方的であるから, 平均として受ける運動量は 0 となることを考えると, 正味として原子に働く力は1秒あたりに吸収するレーザー光子の運動量だけからなり,

$$\mathbf{F} = \hbar \mathbf{k}_L \cdot \left\langle \frac{dN}{dt} \right\rangle_{st} \quad (2.2)$$

で表される. (A.20 式を参照)

#### 2. 1. 2 光双極子力

光双極子力(勾配力, 誘導力とも呼ばれる)は, いくつかの方法で解釈できる. 2. 1. 1 に述べた, 散乱力が, 光の(誘導)吸収と自然放出の過程での光子の運動量授受によって考えられるのに対して, 光双極子力は吸収・誘導放出の過程での光子の運動量授受によって生じると考えられる. 光双極子力はまた, 強制振動されている古典的振動子の類似で考えることもできる. 以下ではこの方法によって双極子力の性質を見積もる.

電場で強制振動されている束縛電子は, 振動双極子モーメントを持つようになるが, この振動双極子は振動電場の周波数が共鳴周波数よりも低い場合には, 同位相で振動し, 高い場合には反位相になる. 双極子と電場による相互作用エネルギーは  $U = -\boldsymbol{\mu} \cdot \mathbf{E}$  となるが, この位相関係のため, 共鳴周波数以下の場合には, エネルギーは負となり, 双極子はより強い電場に引き付けられる. 一方, 共鳴周波数より高い場合には電場の弱い方向に引き付けられるようになる.

減衰定数  $\gamma$  をもつ一次元振動子の運動方程式は, 強制振動の条件下で次式であらわされる.

$$m(\ddot{x} + \gamma \dot{x} + \omega_0 x) = -eE = -eE_0 \cos \omega t \quad (2.3)$$

この解は,

$$x = -\frac{eE_0}{m} \left[ \frac{(\omega_0^2 - \omega^2)}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \gamma^2 \omega^2} \cos \omega t + \frac{\gamma \omega}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \gamma^2 \omega^2} \sin \omega t \right] \quad (2.4)$$

ここで,  $\omega - \omega_0 = \delta \sim 0$  の近似を行うと,

$$\mu = -ex = \frac{e^2 E_0}{m} \left[ \frac{-2\delta/(\gamma^2 \omega)}{1+(2\delta/\gamma)^2} \cos \omega t + \frac{1/(\gamma \omega)}{1+(2\delta/\gamma)^2} \sin \omega t \right] \quad (2.5)$$

$\Delta t = 1/\omega$  に比べて長い時間範囲で働く力を考えると、第1項のみがポテンシャル  $U = -\mu \cdot E$  に寄与し、

$$U \propto \frac{E_0^2(r)}{1+(2\delta/\gamma)^2} \delta \quad (2.6)$$

となる。したがって、電場勾配のあるレーザー光、たとえば一般的なガウス型の強度分布をもつレーザー電場

$$E_0^2(r) = I_0 \exp(-r^2/r_0^2) \quad (2.7)$$

では、 $F = -\nabla U(r) \propto r \exp(-r^2/r_0^2) \delta$  となり、 $\delta < 0$  と選ぶときには、レーザービームの中心へ向かう復元力が働くことになる。

この光双極子力は、厳密には二準位原子のブロッホ方程式に関する議論から、次のような保存力として導ける(付録 A. 参照)

$$U(r) = \frac{\hbar \Delta}{2} \ln \left[ 1 + \frac{I(r)/I_0}{1+(2\Delta/\Gamma)^2} \right] \quad (2.8)$$

この方法によって、容易に入手可能なレーザー光強度で、サブ K 程度のポテンシャルは容易に作れるため、冷却原子の運動制御には十分な強さをもつ。第4章で見ると、冷却原子に対する格子構造を作るのはこの力である。

## 2. 2 散乱力とドップラー冷却

原子の冷却を行うためには、速度に依存する力(摩擦力)を働かせることがまず必要である。速度  $v$  をもつ原子に対しては、ドップラーシフト  $k_L v$  が生じるために、レーザー光との離調は、(2.1)式で  $\Delta - k_L v$  で置き換えられる。このため、原子に働く散乱力は、原子の速度の関数となり、

$$\mathbf{F}(v) = \hbar \mathbf{k}_L \left\langle \frac{dN(v)}{dt} \right\rangle_{st} \quad (2.9)$$

したがって、上手くレーザーパラメーターを選んでやれば、原子に摩擦力を与えられる可能性がある。エネルギー保存の観点からは、自然放出を使って原子の冷却を行うには、放出光子の平均エネルギーが吸収光子の平均エネルギーより大きくなる必要があるが、この方

法ではドップラー効果の利用でこれを実現している。

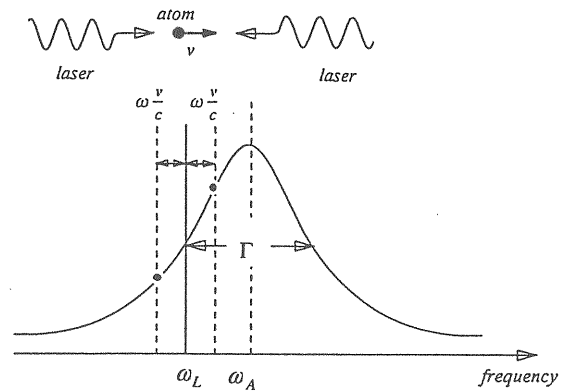


図2. 2 ドップラー冷却

原子の共鳴周波数  $\omega_A$  より離調  $\Delta (= \omega_L - \omega_A) < 0$  をつけた対向する2本のレーザー光中をゆっくりと動く原子に働く力を考える。原子が静止しているとき2本のレーザー光が原子に及ぼす散乱力は釣り合っているが、原子が速度  $v$  で、定在波に沿って動くときそれぞれのレーザー光は原子に対し異なるドップラーシフトをもつようになる。この結果、原子は向かってくるレーザー光を同方向に進むレーザー光より共鳴に近く感じ、より多くの散乱力を受けるようになる。この2本のレーザー光の及ぼす散乱力の不釣り合いから摩擦力  $F$  が生じる。

原子が左右に進む強度  $I$  のレーザー光から受ける散乱力は、左右に進むレーザー光から受ける力をそれぞれ、+で表すと、(2.2)式より、

$$F_{\pm}(v) = \pm \hbar k \frac{\Gamma}{2} \frac{I/I_0}{1 + I/I_0 + [(2\Delta \mp kv)/\Gamma]^2} \quad (2.10)$$

となる。この定在波中を動く原子の受ける力は、左右からのレーザー光強度が十分に弱いとき ( $I/I_0 \ll 1$ ) にはそれぞれのレーザー光が独立に力を及ぼすとすれば  $F = F_+ + F_-$  であらわされる。ここで、 $|kv| \ll \Gamma, |\Delta|$  の近似を行うと、原子に働く力は、

$$F(v) = 2\hbar k^2 \frac{2I}{I_0} \frac{(2\Delta/\Gamma)}{[1 + (2\Delta/\Gamma)^2]^2} v = -\alpha v \quad (2.11)$$

となり、 $\Delta < 0$  のときには、速度に比例する減衰力が働くことになる。ここで

$$\alpha = -2\hbar k^2 \frac{2I}{I_0} \frac{(2\Delta/\Gamma)}{[1 + (2\Delta/\Gamma)^2]^2} \quad (2.12)$$

は摩擦係数である。

減速力は、原子の速度に比例して減少するが、原子が光を吸収・放出する過程はランダムであるからその揺らぎによって加熱が起こる。これは速度にはよらず、光を吸収・放出する回数に比例する。単位時間あたりの、冷却・加熱は

$$\left(\frac{dW}{dt}\right)_{\text{cool}} = Fv = -\alpha v^2 \quad (2.13)$$

$$\left(\frac{dW}{dt}\right)_{\text{heat}} = \frac{\hbar^2 k^2}{M} \Gamma \frac{I/I_0}{1 + (2\Delta/\Gamma)^2} \quad (2.14)$$

であるから、

到達温度は、2つの機構の平衡点

$$\left(\frac{dW}{dt}\right)_{\text{cool}} + \left(\frac{dW}{dt}\right)_{\text{heat}} = 0 \quad (2.15)$$

できめられ、平衡温度は次式で表される。

$$k_B T = \frac{\hbar\Gamma}{4} \frac{1 + (2\Delta/\Gamma)^2}{2\Delta/\Gamma} \geq \frac{\hbar\Gamma}{2} \quad (2.16)$$

等号成立は、 $\Delta = -\Gamma/2$  のときで、このときの到達温度  $k_B T = \hbar\Gamma/2$  は、ドップラー冷却温度と呼ばれる。

1985年 Chuらは1次元的に減速した Na 原子に、3次元的に6方向からレーザー光を照射して冷却し、ドップラー限界温度  $k_B T = \hbar\Gamma/2$  (240 $\mu$ K) を得ることに成功した。原子は自然放出の寿命 ( $\Gamma^{-1}$ ) 程度の頻度で光の吸収・放出を繰り返す、その度に光子の運動量で押されて方向を変える。この結果、原子は非常に粘性の高い液体中で、ブラウン運動をしている粒子のように振る舞うことから、彼らはこれを光糖蜜、オプティカル・モラセスと呼んだ。

## 2. 2. 1 モービングモラセス

---レーザー加速と重心系でのドップラー冷却

上記のレーザー冷却法を応用して、速度分布を小さく保ちながら加速し、単色性 ( $\Delta v/v \ll 1$ ) の高い原子・イオンビームを作ることもできる。左右からのレーザー光の周波数をそれぞれ

$$\omega_{L\pm} = \omega_A - \Gamma/2 \pm \Delta \quad (2.17)$$

と選ぶことにより、右方向に速度  $v = \Delta/k$  で動く系から見れば、先のドップラー冷却の原理とまったく同様に、原子はドップラー冷却限界温度  $k_B T = \hbar\Gamma/2$  まで冷却可能である。したがって、高速、狭速度幅の原子線を実

現することが可能となる。

この冷却原子のレーザー加速について、 $^{24}\text{Mg}^+$  の  $^2S_{1/2} - ^2P_{3/2}$  遷移 (波長  $\lambda = 280\text{nm}$ , 励起状態寿命 4ns) を例に見積もってみると、

$$\text{レーザー光強度: } I = \frac{2\pi^2 \hbar c}{3\lambda^3 \tau} = 254\text{mW/cm}^2$$

$$\text{最大加速度: } a = \hbar k \Gamma / (2M) = 8 \times 10^6 \text{m/s}^2$$

$$\text{レーザー離調: } \pm \Delta / (2\pi) = 20\text{GHz} (@ v = 5.6\text{km/s})$$

$$\text{加速時間: } v/a = 0.7\text{ms}$$

$$\text{加速距離: } 1/2 at^2 = 2.0\text{m}$$

$$\text{ビーム単色性: } \Delta v/v = 10^{-4}$$

となる。

## 2. 3 自由空間でのレーザー冷却限界

2. 2 で述べたドップラー冷却法は、中性原子・イオンの冷却で最も簡便かつ強力なレーザー冷却法であり、ドップラーリミットとして知られる冷却温度まで比較的容易に冷却可能である。これは一般的な原子の可視光領域の許容遷移でミリケルビンからサブミリケルビン程度の温度に相当し、トラップイオンの chaos-order の相転移、イオンの結晶化はこの冷却法によって容易に達成される。

しかしながら、この程度の温度領域では、多くの場合まだ原子の振る舞いはまだ古典的である。粒子の量子的な側面の研究には、原子の熱的なド・ブロイ波長

$$\lambda_{dB} = \frac{h}{p} = \frac{h}{\sqrt{3Mk_B T}} \quad (2.18)$$

を、平均原子間距離や、原子のトラップポテンシャルの基底状態の幅と同程度にすることが必要になる。このような例は、トラップイオンのサイドバンド冷却による零点振動の実現や、レーザー冷却原子で最近観測されたボーズアインシュタイン凝縮などがある。

イオン集団冷却の今後の大きな目標は、ドップラー冷却によって結晶化した後もさらに冷却を続け、イオン集団をその振動の基底状態まで冷却し、イオン鎖全体にわたった巨視的な振動量子状態を実現することに

ある。このようなイオン鎖を用いた量子コンピューター実現の可能性が、現在活発に議論されている。以下では、このような要求を満たすための、更なる低温化について考察する。

### 2. 3. 1 光子の反跳による冷却限界

ドップラー冷却法では、原子の自然幅が冷却温度を決めていたので、自然放出揺らぎを小さくすること、つまり、スピン禁制遷移等の弱い遷移を用いることで

$$\frac{\hbar\Gamma}{4} < \frac{(\hbar k)^2}{2M} = E_R \quad (2.19)$$

の条件を満足できれば、1光子の反跳で決まる温度(リコイル温度,  $E_R/k_B$ )まで冷却可能である。しかしながら、光の散乱力に頼る限り、自然放出の際に生じる1光子分の運動量の揺らぎは制御不可能なので、このリコイル温度が最終的な限界を決める。このとき原子のド・ブロイ波長は冷却に用いる光子の波長程度になっていて、これは温度にして 100nK のオーダーになる。

このリコイル温度を超えるためには、自然放出時の光子の反跳を避けるより方法がない。現在までに、2種類のサブリコイル冷却法、VSCPT(velocity selective coherent population trapping)による冷却法と、ラマン冷却法が開発されている。この2つの冷却法の本質は、いったん速度が0となった原子とは、光との力学的相互作用を遮断することにある。

ドップラー冷却中あるいは、単に光と相互作用している原子では、光の吸収・自然放出に伴う光の反跳運動量の揺らぎから、運動量空間でステップ幅  $\hbar k$  のランダムウォークをしている。この結果、ある時点では原子の速度は0になりうる。こうした時、前者では、 $\Lambda$ 型遷移での量子干渉効果により、光との相互作用のない暗黒状態(dark state)を作り出し、後者ではラマン遷移の鋭いスペクトルを利用して、ドップラーシフトが  $k|v| < k\delta v_0$  の低速原子の再励起を防いでいる。このような方法によって、現在中性原子では nK オーダーのレーザー冷却が実現されている。

### 2. 4 振動準位の量子化による冷却限界

自由空間中に置かれた原子・イオンでは 2. 3 で

見たように、巧みなレーザー冷却法を利用することで、事実上冷却限界は存在しないが、調和ポテンシャル  $U(x) = 1/2 M\Omega_M^2 x^2$  に束縛された粒子では、その零点振動エネルギー  $1/2 \hbar\Omega_M$  が量子力学的な冷却限界を与える。

### 2. 4. 1 サイドバンド冷却法

調和ポテンシャルに束縛された原子の吸収スペクトルは、原子の振動に伴うドップラーシフトで変調されることによって変化する。

レーザー光の光電場

$$E = E_L \sin(k_L x - \omega_L t) \quad (2.20)$$

に対して原子の見る光電場は、原子の位置が、 $x = x_a \sin \Omega_M t$  で単振動していることから、

$$E = E_L \sin(k_L x_a \sin \Omega_M t - \omega_L t) \quad (2.21)$$

つまり、レーザー光は、振動数  $\Omega_M$ 、変調指数  $k_L x_a$  の FM 変調を受けるようになる。上式はベッセル関数を用いて、

$$E = E_L \left[ \sum_{m=0}^{\infty} J_m(k_L x_a) \sin(\omega_L + m\Omega_M)t + \sum_{m=1}^{\infty} (-1)^m J_m(k_L x_a) \sin(\omega_L - m\Omega_M)t \right] \quad (2.22)$$

と展開できる。したがって、原子の調和ポテンシャル中の振動周波数が、遷移の上準位の自然幅に比べて十分大きいとき、つまり  $\Omega_M \gg \Gamma$  のときには、原子は搬送波周波数  $\omega_L$  と1次のドップラー効果による等間隔の運動サイドバンド  $\omega_L \pm m\Omega_M$  からなる  $J_m^2(kx_a)$  に比例した離散的な強度のスペクトルを見ることになる。

イオンが調和ポテンシャル中で十分に局在しているとき、つまり、変調指数が十分小さいとき ( $kx_a < 1$ ) には、 $\omega_L, \omega_L \pm \Omega_M$  のサイドバンドだけを考えればよい。レーザー光周波数の離調を  $\omega_L + \Omega_M = \omega_A$  と選んでイオンを励起することを考える、イオンからの自然放出光はイオンの共鳴周波数  $\omega_A$  を中心とするから、エネルギー保存則を考えることで、一回の吸収放出の過程で平均として  $\hbar\omega_A - E_R$  のエネルギーを失い、振動量子数を1ずつ減らしていく。この過程を繰り返すことで平均振動量子数  $\langle n \rangle \ll 1$  を実現できる。このとき、光の反跳による加熱で、振動準位が変わらないことが必要だから、

$E_R \ll \hbar\Omega_M$  となるように、振動周波数を反跳によるエネルギーに比べて十分大きくしておく必要がある。

$\langle n \rangle \ll 1$  のときには、吸収測定を行うことによって、振動量子数  $\langle n \rangle$  を容易に評価できる。これは、低周波側のサイドバンドの吸収は  $\Delta n = -1$  の振動準位間の遷移に比例し、一方高周波側のサイドバンドの吸収は  $\Delta n = +1$  に比例するから、 $\langle n \rangle$  が 0 に近づくと、低周波サイドバンドは消失することを利用している。

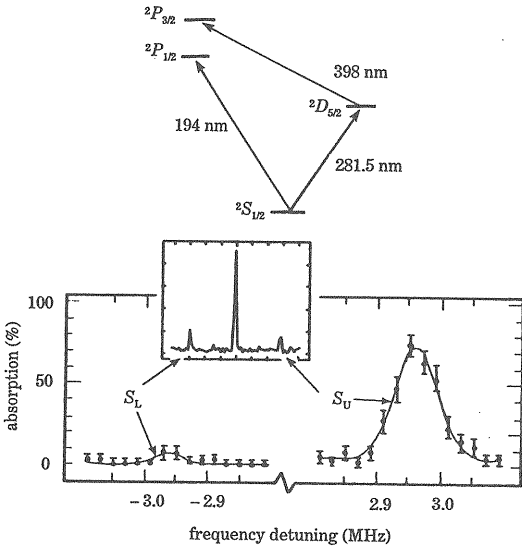


図2.3  $^{198}\text{Hg}^+$  のサイドバンド冷却 [11]

電気四重極遷移  $^2S_{1/2} \rightarrow ^2D_{5/2}$  の吸収スペクトル。小さい四角で囲まれた部分は冷却前、拡大部分が冷却後のサイドバンドの吸収を示している。冷却によって、低周波サイドバンドの吸収が大幅に減っている。このとき、 $\langle n \rangle = 0.05$ 、温度  $47\mu\text{K}$  に相当する。

## 2.5 実験的困難：粒子間相互作用

中性原子の場合には、原子-光の相互作用が、原子間あるいはストレイの外場との相互作用に比べて十分強いので、光子のランダムリコイルのみが主たる加熱要因になっている。この結果、以上で述べたような理論的なレーザー冷却限界温度は比較的容易に達成可能である。しかし、イオン冷却の場合には、イオン間の強いクーロン相互作用や、ポテンシャルの鞍点以外では RF 電場  $\neq 0$  であることによって生じるマイクロモーションなどのため、付加的な加熱効果が避けられない。現在までに、イオントラップの冷却実験においてレーザー

冷却の理論限界近くまで冷却できた例はいずれも単一イオンによるものであり、3次元トラップで複数個イオンの極低温化は極めて困難になっている。

## 3. イオントラップ

静電場ポテンシャル  $\Phi(r)$  は、ラプラス方程式を満足しているために、自由空間では極値をとることができない。したがって、静電場では、イオントラップとはなり得ない (Earnshaw の定理)。ポールトラップ、ペニングトラップではそれぞれ交流電場や磁場を用いることで、この制約から逃れている。以下では、このうちポールトラップ、特にリニアートラップについて述べる。

### 3.1 ポールトラップ (RF トラップ)

電気四重極場では、ポテンシャルがラプラス方程式を満たすものとして次のような二つの場合が考えられ、それぞれ、2次元的、3次元的な電場を作る。

$$(a) \quad \Phi = \frac{\Phi_0}{2r_0^2}(x^2 - z^2) \quad (3.1)$$

$$(b) \quad \Phi = \frac{\Phi_0}{2z_0^2 + r_0^2}(r^2 - z^2) \quad (3.2)$$

以下では(a)の場合について考える。この配置は、図3.1に示すような y 軸方向に並べた4本の電極によって作り出すことができる。各電極に RF 電場をかけることによって、イオンは  $(x, z)$  平面で周期的な収束と発散を繰り返す。

$$\Phi_0 = U + V \cos \omega t \quad (3.3)$$

$$\ddot{x} + \frac{e}{mr_0^2}(U + V \cos \omega t)x = 0 \quad (3.4)$$

$$\ddot{z} - \frac{e}{mr_0^2}(U + V \cos \omega t)z = 0 \quad (3.5)$$

一様な電場ならば時間平均を取ること、時間依存した項は消えてしまうが、四重極電場のように一様な場の場合には小さな平均の力が残ることになる。これはいつも場が弱くなる方向を向いていて、今の場合には中心を向いている。このため、ある条件下では y 軸の周りにイオンを安定にトラップすることができる。この安定条件は、マチュー方程式の理論から求められる。

上記の RF 電場中でのイオンの運動方程式は、次

のように無次元化できる。

$$\frac{d^2x}{d\tau^2} + (a_x + 2q_x \cos 2\tau)x = 0 \quad (3.6)$$

$$\frac{d^2z}{d\tau^2} + (a_z + 2q_z \cos 2\tau)z = 0 \quad (3.7)$$

$$a_x = -a_z = \frac{4eU}{mr_0^2\omega^2},$$

$$q_x = -q_z = \frac{4eV}{mr_0^2\omega^2}, \quad (3.8)$$

$$\tau = \frac{\omega t}{2}$$

この解には、 $(x, z)$  平面内に有限の振幅で振動する安定解と、振幅が指数間数的に発散する不安定解がある。これらの安定条件は、パラメーター  $(a, q)$  のみに依存し、イオンの運動の初期値には依存しない。この安定領域を図3. 2の斜線領域で示した。興味のあるのはこのうち  $(x, z)$  とともに安定な領域である。この安定条件のイオンの  $Q/m$  依存性を利用したのが質量分析器 (Q-mass filter) として用いられている。

特に  $q \ll 1$  のときには、マチュー運動は角振動数  $\omega$  の微小振動 (マイクロモーション) が、永年運動と呼ばれる大振幅の振動

$$\Omega = \frac{\omega}{2} \sqrt{\frac{q^2}{2} \pm a} \quad (3.9)$$

に重畳した運動をしている。

$$x(t) = x_{\max} \left( 1 + \frac{q}{2} \cos \omega t \right) \cos \Omega t \quad (3.10)$$

交流電場の1周期にわたって平均した運動は調和振動を示し、原子が安定にトラップされていることを示す。まったく同様の議論を、(b) の場合に行えば、3次元的なイオントラップを構成することができる。

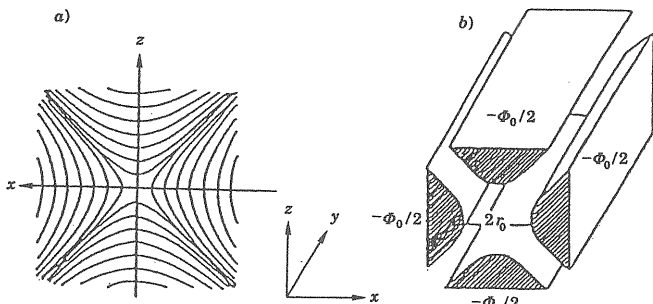


図3. 1 リニアトラップの a) 等ポテンシャル面と b) 電極配置

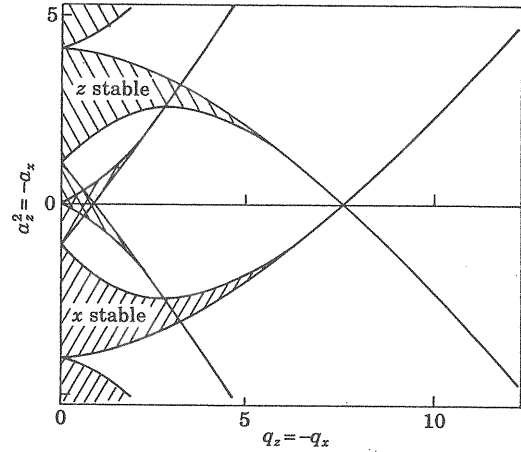


図3. 2 マチュー方程式の安定条件 [1・3]

### 3. 2 イオン雲での集団現象

このような方法でトラップされ、冷却されたイオン集団は、トラップ条件に依存して多様な振る舞いを示す。これらの性質は、隣り合うイオン間に働くクーロンエネルギーの、1イオンの平均熱エネルギーに対する比、プラズマパラメーターを使って整理することができる。

$$\Gamma_P = \frac{U_{coul}}{k_B T} = \left( \frac{4\pi m}{3} \right)^{1/3} \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 k_B T} \quad (3.11)$$

ここで、 $n$  はイオン密度をあらわす。1次元の場合には最初の項を線密度に置き換えればよい。

図3. 7に示す例で、典型的なパラメーターを考えると、10 $\mu\text{m}$  間隔のイオン鎖で、

$$\text{クーロンエネルギー} \quad U_{coul} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r} \sim 1.6\text{K}$$

$$\text{運動エネルギー} \quad E_{kin} = \hbar\Gamma/4 \sim 1\text{mK}$$

$$\text{束縛エネルギー} \quad U_{bound} = \frac{1}{M} \left( \frac{\hbar}{r} \right)^2 \sim 0.2\text{nK}$$

これより、プラズマパラメーターはおおよそ  $\Gamma \sim 10^3$  となっている。また、束縛による、量子的エネルギーはほとんど無視できることがわかる。

典型的なポールトラップでは、RF加熱によってマイクロモーションから永年運動へのエネルギーの移行が生じるため、RF加熱の比較的少ないトラップ中心部の少数個の原子しか効率的に冷却することができない。

低温では、トラップポテンシャルとクーロンポテンシ

ヤルの最小値をとるような平衡位置にイオンが落ち着き、小さな結晶を作るが、先の RF 加熱とレーザー冷却の競合過程によって、結晶・カオスの相転移が生じる。最初にイオン結晶が観測された1987から数年にわたって、当時盛んに議論されていたカオス現象の話題性ともあいまってこの種の相転移現象が盛んに研究された。

イオン結晶化のダイナミクスの観測は、Diedrich らによって、ポールトラップ中のレーザー冷却した  $Mg^+$  で初めて観測された。そこでは、イオンの気体相と規則構造の間の相転移を観測している。そのうち、 $Hg^+$  や  $Ba^+$  のイオンクラスターの研究が、Wineland や Sauter らによってなされている。一方、多数個のイオンのシェル構造の形成は、Gilbert らによって観測されている。

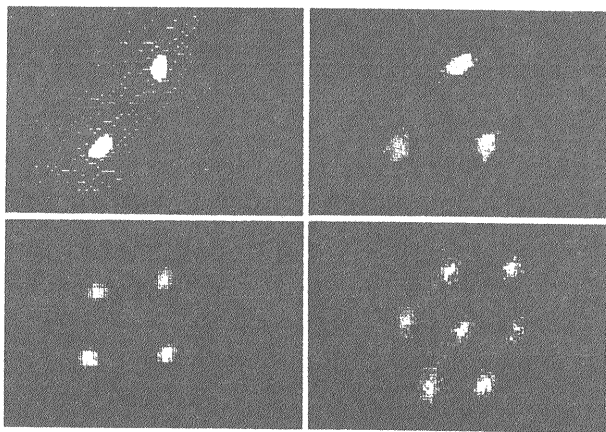


図3.3 ポールトラップ中のイオン結晶 [1・5]

2, 3, 4, 7個のイオンをポールトラップ中にトラップし、イオンの共鳴周波数より負に離調したレーザー光を照射することによって結晶化が生じる。イオンの平均間隔は $20\mu m$ である。

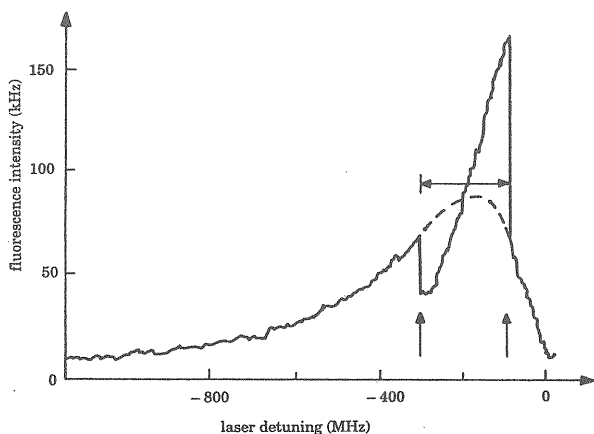


図3.4 トラップスペクトル [1・5]

トラップされた 5 個のイオンからのレーザー誘起蛍光の周波

数依存性。イオン雲からの結晶化(-300MHz)結晶からイオン雲(-100MHz)の相転移の生じるレーザー離調を矢印で示してある。この間では 5 個のイオン結晶が観測される。このときレーザー周波数は低周波側から高周波側へ掃引している。

### 3. 3 リニアートラップ中での冷却と結晶化

RF リングトラップやリニアートラップでは、上述のポールトラップに比べてトラップイオンのマイクロモーションの点で圧倒的に有利である。マイクロモーションの振幅は RF 電場の振幅、つまり鞍点からの距離に比例して増加するので、ポールトラップにおいては、トラップ中心に置かれた単一の冷却イオンについてしかマイクロモーションをゼロにできない。

この点リニアートラップでは、電極に沿った直線状の領域にトラップポテンシャルが生じ、イオンはクーロン反発力によってその軸上で整列することから、トラップ中心軸に沿って配列したイオンではマイクロモーション加熱が生じることなく、非常に低温までレーザー冷却することができる。この特徴のため、リニアートラップでは多数個イオンからなる安定なイオン結晶の観測やストレージリング中でのイオン結晶ビーム生成の可能性の検証、また束縛のない1次元方向の自由度を利用して、中性原子のレーザー冷却手法をそのまま取り入れることが可能になる。

#### 3. 3. 1 ストレージリングでのイオン結晶

貯蔵リングの規則構造のシミュレーションでは、回転対称の静的な調和ポテンシャルで、閉じ込め場を仮定していることが多い。低エネルギー4重極リングのトラップポテンシャルは、高エネルギーストレージリングの閉じ込め場よりも、この理論モデルに近い。Habs ら[8]によって行われた、リニアートラップ中のイオンの配列のシミュレーションを図3.5に示した。



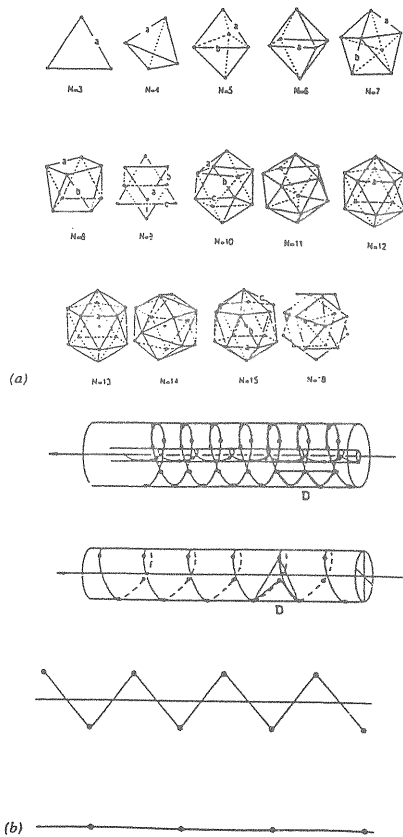


図3.5 イオン結晶のシミュレーション [8]

### 3.3.2 実験例

1992年 Walther らのグループでは[9], 図3.6に示すような直径115mmの小型のリングトラップ中で、 $Mg^+$ イオンの相転移と、規則構造を観測した。イオンは2次元的に束縛され、円周上を自由に動くことができる。リングトラップの接線方向にレーザー光を照射し、レーザー冷却を施すことで、イオン鎖の整列を観測した。そしてイオン密度を増やしていくことによって、螺旋構造、シェル構造へと変化していくことが観測されている。

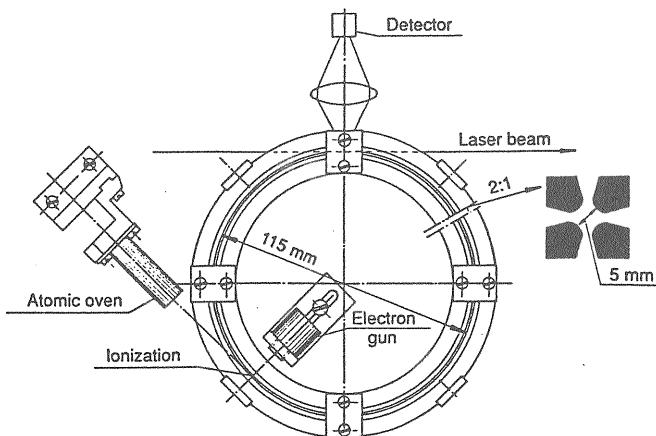


図3.6 実験装置:ミニチュアリングトラップ [9]

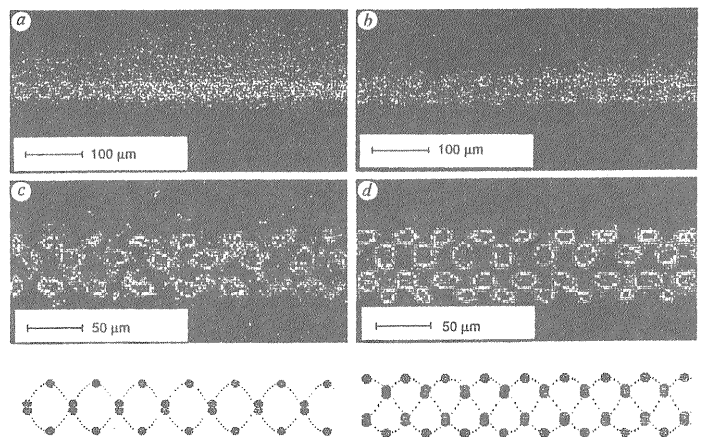


図3.7 リングトラップ中のイオン結晶 [9]

レーザー冷却した  $Mg^+$  の結晶構造。これらの写真ではこのイオンが分離して見える。

a)密度が低いときには、トラップ場に沿って、直線状に配列する。b)イオン密度を増やしていくと、ジグザグ構造、そして円筒面上の螺旋構造と変化していく。c), d) 2重, 3重の螺旋構造が現れる。

#### 4. 光格子中の単一イオンのガウス拡散・異常拡散

イオントラップとその周辺の測定技術の進歩によって、単一あるいは少数個のイオンを、真空中に保持し外乱のない状態で長時間観測することが可能になっている。この測定手法は、通常の原子集団を対象とした測定では集団平均化の操作によって埋もれてしまう量子跳躍等の素過程の観測に大きな威力を発揮してきた。近年レヴィ・フライトと呼ばれる非ガウスの拡散過程がさまざまな領域で見出され関心を集めているが、これは中性原子の最も一般的な極低温冷却法である偏光勾配冷却の過程でも生じることが予測されている。このような異常拡散過程は、ガウス拡散過程とは違って中心極限定理の成り立たない過程で、素過程の観測が拡散過程の特徴づけに重要な意味を持つてくる。

ここでは中性原子で精力的に研究されている偏光勾配冷却法をイオン冷却への適用し、リニアトラップ中の単一イオンの軌跡を追うことで、原子の冷却・拡散の素過程を観測する試みを紹介する。

##### 4. 1 光電場中での原子のランダムウォーク

レーザー冷却過程は、原子速度や位置に依存したレーザー光子の吸収と自然放出過程からなり、一般にその間の原子の運動量・位置の拡散過程はブラウン運動によってよく記述されることが知られている。これを初めて実現してみせたのが、1985年に行われた、S. Chu らの光モラセスの実験であった。負に離調した定在波としたレーザー光中の原子は、光子のリコイルによって、ダンピングを受け、あたかも粘性の高い液体中 (“optical molasses”=“光糖蜜”)にいるかのように振る舞ったのでこう名付けられた。

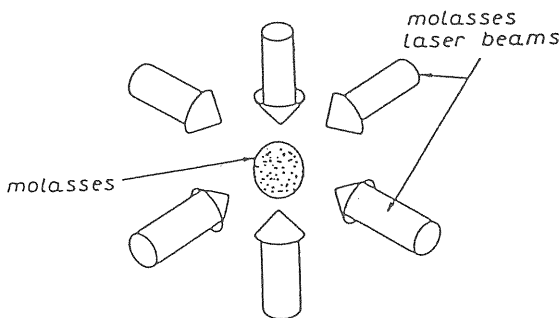


図4. 1 光モラセス

この冷却法は、予想以上に上手くいっていることが1988年のNISTグループの実験で明らかになった。彼らの精密な測定によって、二準位原子のドップラー冷却の理論予測より、冷却が進み、かつ拡散係数が低くなっていることが判明した。この冷却機構は、1989年にCohen-Tannoudji, Chu らのグループによって独立に発表される、偏光勾配冷却理論によって説明された。この偏光勾配冷却理論によれば、

- 1) 偏光状態の異なる複数のレーザー光の交差する空間では、空間的に偏光状態の勾配ができ、
- 2) 磁気副準位をもつ原子では、その偏光勾配に応じて基底状態の光シフトのために磁気副準位の縮退が解け、
- 3) 磁気副準位間の光ポンプによって“シジフォスの神話”に出てくるような機構で原子の空間移動に伴って冷却が生じ、最終的には、その偏光勾配によって生じた光シフトポテンシャルに原子が局在するまで冷却が行われる。

このように冷却の過程は本質的に原子の空間移動に伴って生じるため、1 粒子の空間的なダイナミクスを追うことができれば、上記のような偏光勾配冷却理論のシナリオの検証という意味でも興味深い。また、最近ではその冷却中の光吸収過程の多様性にもなって、VSCPT 冷却や偏光勾配冷却法では、レヴィ・フライトと呼ばれる異常拡散現象が生じることが理論的に予測されている。レヴィ・フライトは、その軌跡が自己相似的になるという特徴をもち、非ガウスの拡散過程として興味を持たれている。ここでは、単一イオンからの蛍光によって原子位置を時間分解測定する手法を開発して、光格子中での原子の冷却・拡散のダイナミクスの研究を行い異常拡散の素過程を初めて観測している。

##### 4. 2 偏光勾配冷却と光格子

冷却に使っている原子の準位の角運動量  $J$  が零でないとき、 $2J+1$  重の磁気副準位の縮退がある。これらの副準位がある時、光の吸収・放出のサイクルを通して下準位の磁気副準位を  $g_m$  から  $g_m$  へと移す光ポンプのために下準位の磁気副準位間ではレーザーの偏

光状態に応じた特定の占有数分布ができる。

一方、2. 1. 2 で見たように、原子の光との相互作用は光シフトと呼ばれるエネルギーシフトを基底状態エネルギーにもたらす(2.8 式)。この光シフトは次のように、原子とレーザーの系からなる“ドレスト状態”を考えて、導くこともできる。  $N+1$  個のレーザー光子をもつ原子基底状態  $g$  と、  $N$  個の光子をもつ励起状態  $e$  を考える。原子と光との相互作用のないとき、2状態のエネルギー差は、原子の共鳴周波数と光のエネルギー差に等しく  $\hbar\Delta$  である。原子の2準位間に遷移モーメントがある場合には、相互作用エネルギー  $\hbar\Omega$  (ただし、  $\Omega = \mu E / \hbar$ , ラビ周波数) によって2つの状態は混ざり合う結果2つのドレスト状態は反発し、その分裂は  $\hbar\sqrt{\Delta^2 + \Omega^2}$  となる。

この冷却機構を、最も簡単な  $J_g = 1/2$  から  $J_e = 3/2$  への遷移をもつ原子について考える。互いに直交する直線偏光ベクトル  $\epsilon_x, \epsilon_y$  をもつ対向するレーザー光中では、  $z=0$  でのそれぞれの位相を  $0, -\pi/2$  とし

$$\mathbf{E}_L(z, t) = \mathbf{E}_L^+(z) \exp[-i\omega_L t] + \text{c.c.} \quad (4.1)$$

ここで、

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_L^+(z) &= E_0 \left( \epsilon_x \exp[ikz] - i\epsilon_y \exp[-ikz] \right) \\ &= \sqrt{2} E_0 \left( \cos kz \frac{\epsilon_x - i\epsilon_y}{\sqrt{2}} + i \sin kz \frac{\epsilon_x + i\epsilon_y}{\sqrt{2}} \right) \end{aligned} \quad (4.2)$$

と書ける。つまり、合成電場は、 $\sigma^-$ 、 $\sigma^+$  偏光の電場の重ね合わせで表せて、それぞれの振幅は  $\sqrt{2} E_0 \cos kz, \sqrt{2} E_0 \sin kz$  で変化する。したがって空間的にできる電場の偏光は  $z$  座標に依存し、原子が  $z$  軸に沿って動くにしたがって、  $z=0$  では左まわり円偏光、  $z=\lambda/8$  直線偏光、  $z=\lambda/4$  右まわり円偏光と、レーザーの偏光は  $1/8$  波長毎に変化していく。

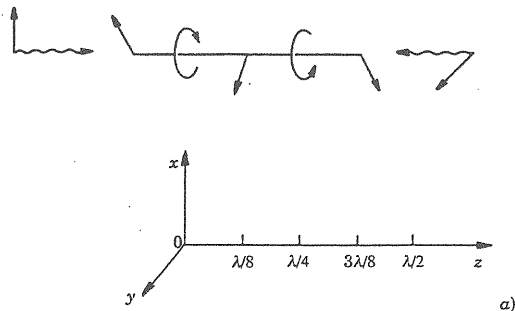


図4. 2(a) 空間的な偏光勾配の形成

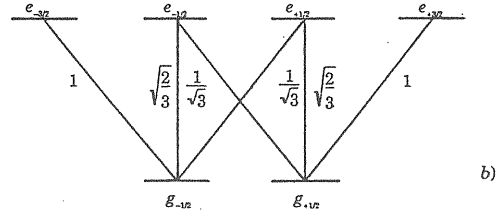


図4. 2(b) 原子のクレプシュゴルダン係数(1/2-3/2)

この偏光の空間的变化のために、原子の2つの磁気副準位  $m = \pm 1/2$  (それぞれ  $g_{\pm 1/2}$  と記す) の光シフトは  $z$  軸に沿った原子の位置に依存するようになる。たとえば  $z = \lambda/4$  のときには偏光は  $\sigma^+$  だから原子は  $\sigma^+$  光を吸収し  $g_{1/2}$  に光ポンプされる。  $g_{1/2}$  からの  $\sigma^+$  遷移は  $g_{-1/2}$  からの  $\sigma^+$  遷移より3倍強いために、  $g_{1/2}$  の光シフトは  $g_{-1/2}$  の光シフトより3倍大きくなっている。ここでの負のレーザー周波数離調を考えることにすれば、基底状態の光シフトは負である。このようにして光格子と呼ばれる、周期的なポテンシャルができる。

$z = \lambda/4$  から右に動く原子を考えよう。ここでは、原子はポテンシャルエネルギーの一番低い副準位に光ポンプされている。原子が  $\tau_p$  の間に  $\lambda/4$  動く速度をもつとき、原子は平均として同じ副準位にいてポテンシャルの山を登り、ポテンシャルの一番高いところでポテンシャルの底に光ポンプされる確率が最も高くなる。光ポンプ時間  $\tau_p$  のおくれにより、原子はいつも運動エネルギーを犠牲にポテンシャルの山を登りつづけることになる。この間に失うエネルギーは光シフトによるエネルギー  $U_0$  に等しいから、単位時間あたりのエネルギー損失は、

$$\frac{dW}{dt} = U_0 / \tau_p \quad (\text{ただし、} \tau_p v \approx \lambda/4)$$

となる。一方、エネルギー損失は摩擦力  $F$  を使って

$$\frac{dW}{dt} = Fv$$

と書けるから、摩擦係数  $\alpha = F/v$  は、

$$\alpha \propto U_0 \tau_p / \lambda^2$$

となる。ここで光シフト量は光強度に比例し、光ポンプ時間は反比例するから、  $\alpha$  はレーザー強度に依存しない。

ドップラー冷却では、冷却効果加熱効果ともにレーザー強度に比例するが、加熱効果は速度依存性がなく、冷却効果が速度の2乗に比例しているために(2.16)式の温度で両者が平衡した。一方、偏光勾配冷却では冷却効果はレーザー強度に依存しないため、レーザー強度を弱くすることでどんな低速度でも冷却効果を加熱効果よりも大きくすることが可能である。しかし、原子の運動エネルギーが光シフトのポテンシャル  $U_0$  より小さくなると、原子はポテンシャルの山を登り光ポンプによるエネルギーの散逸ができなくなるから、冷却は行われなくなる。従って、到達温度  $T_p$  は光シフト量に等しく、

$$k_B T_p \sim \hbar \Omega^2 / \Delta$$

のオーダーになる。この冷却法でも、自然放出光をエネルギー散逸過程に用いているから、運動量の授受は光子の運動量の単位で量子化されている。このため、偏光勾配冷却による到達温度は、 $k_B T_p = N_p^2 \cdot E_R$  程度が限界である。ここで、 $N_p$  は、運動エネルギーの散逸を行う光ポンピングに必要な吸収自然放出のサイクル数である。

#### 4. 3 光格子中の原子の輸送現象

##### 4. 3. 1 ブラウン運動

光ポテンシャルの深さが反跳エネルギーに比べて十分に強いときは、上記の機構によって冷却が進む結果、原子の運動エネルギーは、光ポテンシャルに比べて十分小さくなり、光ポテンシャルに十分に局在する。しかしながら、原子は光ポテンシャルの底で、光子の反跳による加熱を受けるため、ある時点で光ポテンシャルから移動し、その移動・光ポンプの過程で再び冷却され次の光シフトポテンシャルに再び局在する。こうして、原子はステップサイズ～光格子の間隔 ( $\lambda/4$ ) のランダムウォークをするようになる。このとき、光格子間の移動の過程はマルコフ的だから典型的なガウス拡散過程で、移動距離の2乗平均は、

$$\sqrt{\langle x^2 \rangle} = 2Dt^{1/2} \quad (4.3)$$

ただし、 $D$  は拡散係数と表される。

一方、光ポテンシャルが、原子の運動エネルギー程度になると、偏光勾配冷却の冷却効率が低下するた

めに、原子が再び格子サイトにトラップされるまでに、数十格子間を弾道的に飛行するようになる。このときには原子に長距離の運動量相関が生じる結果、次のレヴィ・フライトと呼ばれる、異常拡散が見られるようになる。

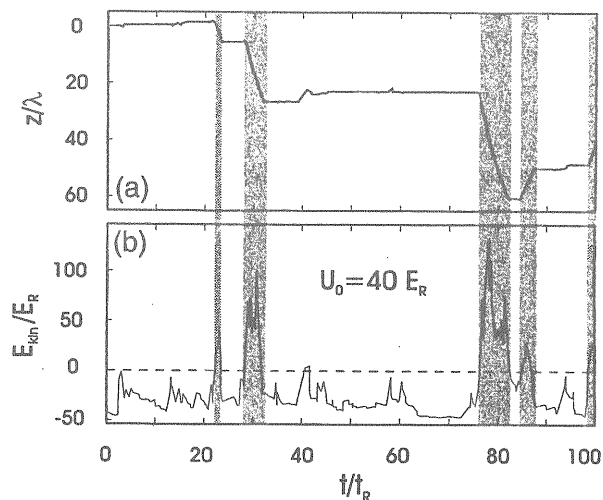


図4. 3 一次元光格子での輸送現象で現れるレヴィ・ウォーク (a),(b)はそれぞれ原子位置、エネルギーの時間変化を表す。運動エネルギーが光格子のポテンシャルエネルギーを超えるところで長距離の“フライト”が生じる。[12]

##### 4. 3. 2 ブラウン運動を超えて——レヴィの飛行

このような、弾道的飛行を伴うランダムウォークの過程は、数学でレヴィ・フライトとして研究されている過程に類似している。レヴィ・フライトであることを定義する性質は、一連の移動距離が、分散が発散するような分布から導かれるということにある。

このタイプのランダム過程の特徴は、 $n$  ステップ後の全移動距離の分布が、 $n \rightarrow \infty$  の極限で、ガウス分布に漸近しないこと、つまり中心極限定理が当てはまらないということにある。その代わりに、極限分布は広い裾をもつようなレヴィの分布に従う。この結果、ステップ数  $n$  に依存した分布は、

$$\Delta z(n) = \sqrt{\langle z^2 \rangle_n - \langle z \rangle_n^2} \sim n^\alpha \quad (4.4)$$

ただし、 $\alpha \neq 1/2$  となる。ここで、 $\langle z \rangle_n, \langle z^2 \rangle_n$  はそれぞれ、

$n$  ステップのランダムウォークの後の全移動距離、その2乗の期待値を表す。もう一つの特筆すべき性質は、微

視的な過程を長時間観測すればするほど、より長い飛行が現れるということにある。これは、自己相似的な(フラクタル的な)性質を持つことを意味している。

Shlesinger ら[16]によって強調されているように、レヴィ・フライトは純数学的な概念であるため、そのままの形では、実在のダイナミックな過程に当てはめることができない。これはレヴィ・フライトでは飛行時間という概念が入ってこないためである。これを取り入れたのがレヴィ・ウォークと呼ばれ、以下の議論は正確にはレヴィ・ウォークで扱われる。

#### 4. 4 シミュレーションとデータ解析

4. 5 で述べる実験では上記のような冷却過程のダイナミクスを調べるため、リニアトラップによってイオンが一次元運動する空間を作った上で、その軸上に光格子と弱い静電ポテンシャルをあたえ、図 4.4(a)に示すようなポテンシャルを形成している。ここでは、まずこのポテンシャル中のイオンの運動を、古典的な重心運動で見積もり、その運動の解析法を考える。

##### 4. 4. 1 重心の古典運動のシミュレーション

今考える範囲では、ド・ブロイ波長は光の波長の数分の一程度以下であるから、原子は空間的によく局在していると考えてよい。このため以下では重心運動を古典的に取り扱う。式(4.2)の偏光勾配をもつ電場中の光シフトポテンシャル(2.8)は次のように書ける。(図 4.4(a)参照)

$$U_{\pm}(x) = -\frac{3U_0}{2} + \frac{U_0}{2}(1 \pm \cos 2k_L x) + \frac{1}{2}m\omega^2 x^2 \quad (4.5)$$

ここで、 $U_0 = -\frac{2}{3}\hbar\Delta s_0$ 、 $s_0 = \frac{I/I_0}{1+(2\Delta/\Gamma)^2}$  とし、 $\pm$ はそれぞれ、 $g_{\pm 1/2}$ の基底状態に対応する。上式第3項は、弱い静電的ポテンシャルで、イオンを 100 $\mu\text{m}$  程度の観測領域内に閉じ込めて長時間観測するための実験的工夫である。空間的な偏光勾配によって生じる、光吸収・放出の際に生じる基底状態  $g_{\pm 1/2}$  の磁気副準位間の光ポンピングレートは図 4.2(b)のクレプシュゴルデン係数から、

$$\gamma_{+\rightarrow+} = \frac{1}{9}\gamma\cos^2 k_L x + \gamma\sin^2 k_L x \quad (4.6)$$

$$\gamma_{+\rightarrow-} = \frac{2}{9}\gamma\cos^2 k_L x \quad (4.7)$$

このとき、 $\gamma = \Gamma s_0$  であり、 $\gamma_{-\rightarrow-}$ 、 $\gamma_{-\rightarrow+}$  も同様にして求まる。シミュレーションでは、これらの確率で(4.5)式の2つのポテンシャル間を遷移しつつ運動する原子の軌跡をモンテカルロ法で求めている。

##### 4. 4. 2 自己相関関数による解析

(4.5)式のポテンシャル中を、冷却と光子の反跳によって揺動力を受けて動く粒子の運動を解析するためのモデルを考える。このために、角振動数 $\omega$ の減衰調和振動子に対するランジュバン方程式

$$m\ddot{x} + \dot{x} + m\omega^2 x = F(t) \quad (4.8)$$

ここで、揺動力

$$\langle F(t) \rangle = 0 \quad \langle F(t)F(t') \rangle = 2\gamma k_B T \delta(t-t')$$

を考える。光ポテンシャルが十分に深いときには、偏光勾配冷却も効果的に働くので、過減衰振動の極限がよい近似となり、 $\ddot{x} = 0$ と置くことで、自己相関関数、

$$\langle x(t)x(t') \rangle = \frac{k_B T}{m\omega^2} \exp(-m\omega^2 |t-t'|/\gamma) \quad (4.9)$$

を得る。したがって、実験から時刻  $t$  における、イオンの位置  $x(t)$  が測定できれば、イオンの拡散係数は、位置の自己相関関数を用いて、

$$\frac{d}{dt} \langle x(t)x(0) \rangle = -\frac{k_B T}{\gamma} (\equiv D_X) \quad (4.10)$$

によって評価できる。したがって実験的に求められる原子の変位の2乗平均  $\phi(\tau)$  から、拡散係数は

$$\phi(\tau) \equiv \langle [x(t+\tau) - x(t)]^2 \rangle = 2\langle x^2 \rangle - 2\langle x(\tau)x(0) \rangle \quad (4.11)$$

$$2D_X \equiv \left. \frac{d\phi(\tau)}{d\tau} \right|_{\tau=0} \quad (4.12)$$

として求められる。一方光ポテンシャルが十分浅いときには、

$$\phi(\tau) = \frac{2k_B T}{m\omega^2} \left[ 1 - \exp\left(-\frac{\gamma\tau}{2m}\right) \cos(\omega\tau) \right] \quad (4.13)$$

の振動解が求められる。

#### 4. 4. 3 エネルギー相関

異常拡散の起源は、運動の相関、つまり運動量相関あるいは、エネルギーの相関にある。今イオンが、緩やかな調和ポテンシャル中にあることを考えると、イオンの振動周期  $1/\omega$  よりも長い時間スケール ( $t_n < t_i < t_{n+1}$ ) での運動エネルギーは調和ポテンシャル中でのイオンの位置分布の2乗平均から知られる、

$$u(t_n) \equiv \frac{1}{N_n} \sum_{t_n < t_i < t_{n+1}} x(t_i)^2 \quad (4.14)$$

これを用いて、時刻 ( $t_n < t_i < t_{n+1}$ ) でのイオンの運動エネルギーは、

$$U_n = \frac{1}{2} m \omega^2 \langle x^2 \rangle = \frac{1}{2} m \omega^2 u_n \sim E_K = \frac{1}{2} m \langle v^2 \rangle \quad (4.15)$$

と表される。このとき生じる運動エネルギーの相関をステップサイズ  $\{U_n\}$  によるランダムウォーク過程を調べることによって解析した。  $n$  ステップ後の変位は、

$$s_n = \sum_{k=n_0}^{k=n_0+n} U_k \quad (4.16)$$

したがって、  $n$  ステップ後の平均2乗変位は、

$$\Delta s_n = \sqrt{\langle s_n^2 \rangle_{n_0} - \langle s_n \rangle_{n_0}^2} \sim n^\alpha \quad (4.17)$$

となる。この指数則を調べることによって拡散の性質がわかる。運動に相関のないとき、つまりガウス拡散では  $\alpha=1/2$ 、これ以外するとき、つまり  $\alpha \neq 1/2$  は異常拡散とされる。

#### 4. 5 実験：単一イオンの軌跡の測定

単一の  $^{24}\text{Mg}^+$  イオンを RF リングトラップで 2 次元的に捕獲し、そのトラップ軸に沿って対向する 2 本の近共鳴レーザー光 ( $^2S_{1/2} - ^2P_{3/2}$ , 遷移波長  $\lambda=280\text{nm}$ ) を照射することによって、  $\lambda/4$  周期で変化する空間的なレーザー光の偏光勾配を作り出す。またこの軸方向には弱い静電ポテンシャルを重畳することで、イオンを観測領域内に保持するとともに、運動エネルギーの評価を可能にしている。これらの 1 次元ポテンシャルの様子を図 4.4(a) に示した。

偏光勾配冷却過程での、イオンからの蛍光を時間・位置分解測定することで、図 4.4(b) に示すような、イオンの光格子中のランダム・ウォークの微視的な過程を

観測することができる。このとき光学系の分解能はおよそ  $3\mu\text{m}$  で、これは主としてイオンの動径方向の熱運動による振幅によって制限されていた。

この軌跡から得られたイオンの位置の自己相関関数を 4. 4 で述べた方法にしたがって解析し、光ポテンシャルの深さを浅くしていくにしたがって、イオンの輸送が拡散的から弾道的に変化していく様子を観測した。(図 4.5)

この変化に対応して、図 4.6 に示すようにイオンの位置分布がレヴィ・ウォーク的な長い時間相関を持った揺らぎを示すようになった。この時の r.m.s.揺らぎを統計的に解析した結果、ガウス拡散法則からの著しい偏差、  $\alpha \sim 0.8$  が観測された。

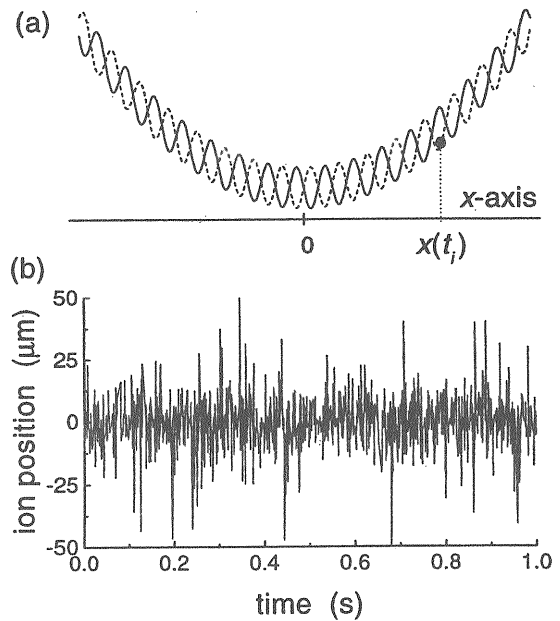


図4.4 リニアトラップ中の単一イオンの追跡

(a) トラップ軸方向の光シフトポテンシャル。弱い静電ポテンシャルが重畳されている。(b) 同ポテンシャル中でのイオン一次元運動の観測。

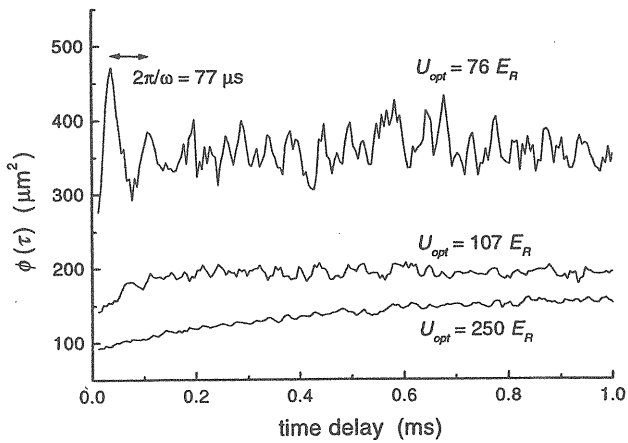


図4.5 イオンの変位の自己相関関数

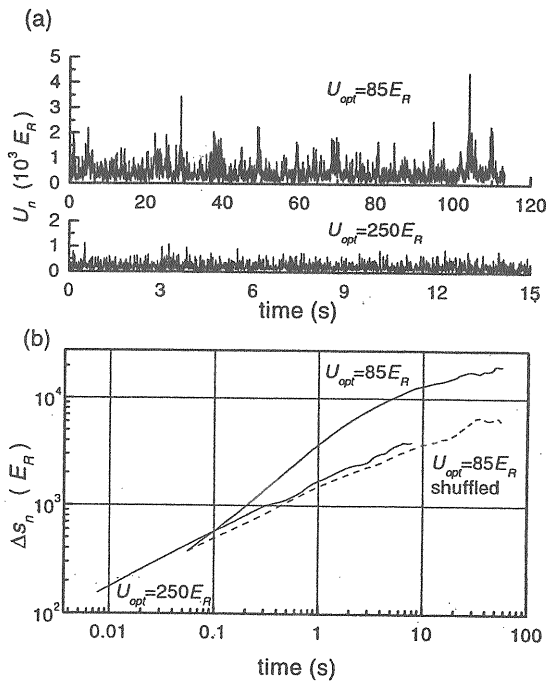


図4.6 イオンのエネルギー相関

a)イオンの位置分布の2乗平均揺らぎと, (b)その揺らぎの時間相関の解析. 光シフトポテンシャルをある閾値以下にすることで, 異常拡散が現れるようになる.

これらの結果を, 4.4で述べた半古典的な原子

軌跡のモンテカルロシミュレーションと比較することで, これらの実験結果の議論を行った. この結果, 実験でのマイクロモーションによるイオンの加熱効果, またこの加熱効果によって, レヴィ・ウォークの起源となるイオンのエネルギー相関時間が大幅に延びることが確認され, 実験とのよい一致を示している.

## 5. まとめ

以上で紹介した光を用いた原子・イオンの運動制御技術は, ここ十年ほどの間に目覚ましい進歩を遂げた. このことは, 従来の“原子分光”の研究分野にも大きな変革をもたらそうとしている. 膨大な分光データをもとに量子力学の基礎を築いてきたことに見られるような, 自然を観測する立場から, 原子・イオンの内部状態はもとより運動状態までも自在に制御し, 通常の状態では存在しない特異かつ有益な状態を積極的にエンジニアしていくことが出来るようになったためである.

3年前に達成された, レーザー冷却法によるボーズ凝縮相の生成はその好例であろう. これは, ド・ブロイ波を用いる, 原子波レーザーの開発ともいえる画期的な出来事である. これによって, 今までのレーザー光に代えて, コヒーレントなド・ブロイ波を用いる原子波光学(工学)が一気に進展することが期待されている.

イオントラップでこのような量子力学的な凝縮状態に対応するのは, たとえばリニアトラップ中で複数個のイオンからなる系の振動基底状態の達成であろう. このような系が作り出せれば, 振動状態を通じて粒子間に絡み合いの状態(entangled state)を作ることで, 量子コンピュータの実現[18]が可能であると現在盛んに議論されている.

付録

### A. 二準位原子と光の力学的相互作用

以下では、近共鳴光の原子に及ぼす力について考え、近共鳴光が原子に及ぼす力は散乱力、双極子力の2つに分類できることを示す。

縮退のない基底状態 $|a\rangle$ 、励起状態 $|b\rangle$ をもつ二準位原子を考え、その遷移エネルギーを

$$\hbar\omega_A = E_b - E_a,$$

励起状態 $|b\rangle$ の自然幅(半値全幅)を $\Gamma$ とする。また、入射レーザー光周波数を $\omega_L$ とし、その原子の共鳴周波数からの離調を $\Delta = \omega_L - \omega_A$ とする。原子の並進自由度を考慮に入れるとき、原子と輻射場からなる系のハミルトニアンは、長波長近似と電気双極子相互作用近似のもとで

$$H = \frac{\mathbf{P}^2}{2M} + \hbar\omega_0|b\rangle\langle b| + H_R - \mathbf{d} \cdot [\mathbf{E}_e(\mathbf{R}, t) + \mathbf{E}_\perp(\mathbf{R})] \quad (\text{A.1})$$

ここで、 $\mathbf{P}$ 、 $\mathbf{R}$ は原子の運動量、重心位置を、 $M$ は全質量を表し、 $H_R$ は真空場のエネルギーを表す。また、最後の項は、原子の電気双極子モーメント $\mathbf{d}$ と、レーザー電場、真空場との結合を表している。 $\mathbf{P}$ 、 $\mathbf{R}$ に対するハイゼンベルグ方程式は、

$$\dot{\mathbf{R}} = \frac{\partial H}{\partial \mathbf{P}} = \frac{\mathbf{P}}{M} \quad (\text{A.2})$$

$$\dot{\mathbf{P}} = M\ddot{\mathbf{R}} = -\frac{\partial H}{\partial \mathbf{R}} = \sum_{j=x,y,z} d_j \nabla_{\mathbf{R}} [\mathbf{E}_{ej}(\mathbf{R}, t) + \mathbf{E}_{\perp j}(\mathbf{R})] \quad (\text{A.3})$$

(A.3)で原子の波動関数全体にわたって平均をとれば、エーレンフェストの定理より、

$$M\langle \ddot{\mathbf{R}} \rangle = \sum_{j=x,y,z} \langle d_j \nabla_{\mathbf{R}} [\mathbf{E}_{ej}(\mathbf{R}, t) + \mathbf{E}_{\perp j}(\mathbf{R})] \rangle \quad (\text{A.4})$$

ここで、 $\mathbf{r}_G = \langle \mathbf{R} \rangle$ を原子の波束の重心すれば、左辺は、 $M\ddot{\mathbf{r}}_G$ となる。原子のド・ブロイ波長が、光の波長に比べて十分に小さいとすれば、右辺の演算子 $\mathbf{R}$ はその平均値 $\mathbf{r}_G = \langle \mathbf{R} \rangle$ で置き換えることができる。 $\nabla_{\mathbf{R}} \mathbf{E}_{\perp j}(\mathbf{R}) = 0$ より、(A.4)式は

$$M\ddot{\mathbf{r}}_G = \sum_{j=x,y,z} \langle d_j \rangle \nabla \mathbf{E}_{ej}(\mathbf{r}_G, t) \quad (\text{A.5})$$

したがって、原子波束の重心運動を支配する力は、その点で評価したレーザー電場と原子の電気双極子モー

メントの関数として表される。原点付近に位置する原子に働くレーザー電場は、

$$\mathbf{E}_e(\mathbf{r}, t) = \mathbf{e} E_0(\mathbf{r}) \cos[\omega_L t + \phi(\mathbf{r})] \quad (\text{A.6})$$

ここで、振幅 $E_0(\mathbf{r})$ と位相 $\phi(\mathbf{r})$ は空間的に変化するが、偏光ベクトル $\mathbf{e}$ は位置に依らないとする。 $\phi(\mathbf{r}=0) = 0$ となるように時間の原点をとることにすれば(A.5)に現れる場の勾配は、

$$\nabla E_{ej} = e_j [\cos \omega_L t \nabla E_0 - \sin \omega_L t \cdot E_0 \nabla \phi] \quad (\text{A.7})$$

ここで、 $\nabla E_{ej}$ 、 $\nabla E_0$ 、 $\nabla \phi$ 、 $E_0$ は $\mathbf{r} = \mathbf{0}$ で評価している。

電気双極子モーメントの平均値 $\langle d_j \rangle$ を求めるため、近共鳴レーザー光と相互作用する原子の密度行列 $\sigma$ の発展方程式を考える。真空場との結合を無視すれば、 $\sigma$ の時間発展はシュレディンガー方程式

$$i\hbar \dot{\sigma} = [\hbar\omega_A |b\rangle\langle b| - \mathbf{d} \cdot E_0 \cos \omega_L t, \sigma] \quad (\text{A.8})$$

で与えられる。これを $\{|a\rangle, |b\rangle\}$ の基底で展開して、真空場との相互作用の結果生じる自然放出の効果を緩和項として加えることで次式を得る。

$$\begin{aligned} \dot{\sigma}_{bb} &= i\Omega \cos \omega_L t (\sigma_{ba} - \sigma_{ab}) - \Gamma \sigma_{bb} \\ \dot{\sigma}_{aa} &= i\Omega \cos \omega_L t (\sigma_{ba} - \sigma_{ab}) + \Gamma \sigma_{bb} \\ \dot{\sigma}_{ab} &= i\omega_A \sigma_{ab} - i\Omega \cos \omega_L t (\sigma_{bb} - \sigma_{aa}) - \frac{\Gamma}{2} \sigma_{ab} \\ \dot{\sigma}_{ba} &= i\omega_A \sigma_{ba} + i\Omega \cos \omega_L t (\sigma_{bb} - \sigma_{aa}) - \frac{\Gamma}{2} \sigma_{ba} \end{aligned} \quad (\text{A.9})$$

ここで、 $\hbar\Omega = -\mathbf{d}_{ab} \cdot E_0$ 、 $\mathbf{d}_{ab} = \langle a | \mathbf{d} | b \rangle = \langle b | \mathbf{d} | a \rangle$ であり、

$\Omega$ はラビ周波数である。

この密度行列 $\sigma$ に対して、回転波近似を行い、次の変数を導入する。

$$\begin{aligned} u &= \frac{1}{2} (\sigma_{ab} e^{-i\omega_L t} + \sigma_{ba} e^{i\omega_L t}) \\ v &= \frac{1}{2i} (\sigma_{ab} e^{-i\omega_L t} - \sigma_{ba} e^{i\omega_L t}) \\ w &= \frac{1}{2} (\sigma_{bb} - \sigma_{aa}) \end{aligned} \quad (\text{A.10})$$

このとき、ブロッホベクトル $(u, v, w)$ の運動方程式は、

$$\dot{u} = \Delta v - \frac{\Gamma}{2} u$$



$$\dot{v} = -\Delta u - \Omega w - \frac{\Gamma}{2} v \quad (\text{A.11})$$

$$\dot{w} = \Omega v - \Gamma w - \frac{\Gamma}{2}$$

このブロッホベクトルを用いれば、電気双極子モーメントの平均値は、

$$\langle \mathbf{d} \rangle = \text{Tr}(\sigma \mathbf{d}) = 2\mathbf{d}_{ab} (u \cos \omega_L t - v \sin \omega_L t) \quad (\text{A.12})$$

となり、入射電場に対して同位相、直交位相で振動する成分に分けることができる。ここで、(A.11)式で  $(\dot{u}, \dot{v}, \dot{w}) = 0$  としたブロッホベクトルの定常値

$$\begin{aligned} u_{st} &= \frac{\Omega}{2} \frac{\Delta}{\Delta^2 + (\Gamma^2/4) + (\Omega^2/2)} \\ v_{st} &= \frac{\Omega}{2} \frac{\Gamma/2}{\Delta^2 + (\Gamma^2/4) + (\Omega^2/2)} \\ w_{st} + \frac{1}{2} &= \frac{\Omega^2}{4} \frac{1}{\Delta^2 + (\Gamma^2/4) + (\Omega^2/2)} \end{aligned} \quad (\text{A.13})$$

で  $u, v$  を置き換えることで電気双極子モーメントの次の表現を得る。

$$\langle d_j \rangle = 2(\mathbf{d}_{ab})_j [u_{st} \cos \omega_L t - v_{st} \sin \omega_L t] \quad (\text{A.14})$$

(A.7), (A.14)を(A.5)に代入して、光の1周期分にわたって平均をとることによって、原子に対する輻射力の平均値の表現を得る。

$$F = \sum_{j=x,y,z} \langle d_j \rangle \nabla E_{ej}(\mathbf{r}_G, t) = (\mathbf{e} \cdot \mathbf{d}_{ab}) [u_{st} \nabla E_0 + v_{st} E_0 \nabla \phi] \quad (\text{A.15})$$

これより、2種類の力が生じることがわかる。第1項は振幅の勾配とその同位相成分に比例するリアクタンスをもつ力であり、第2項は位相の勾配と、双極子の直交成分に比例する散逸的な力となる。

以降、前者を、双極子力、後者を散乱力と呼ぶ。これらは、ラビ周波数を用いて表せば、それぞれ

$$\mathbf{F}_{\text{react}} = -\hbar \Omega u_{st} \frac{\nabla \Omega}{\Omega} \quad (\text{A.16})$$

$$\mathbf{F}_{\text{dissip}} = -\hbar \Omega v_{st} \nabla \phi \quad (\text{A.17})$$

となる。

### 散乱力

位相勾配をもつ最も簡単な光は、波数  $\mathbf{k}_L$  をもつ平面波

である。

$$\mathbf{E}_e(\mathbf{r}, t) = \mathbf{e} E_0(\mathbf{r}) \cos[\omega_L t - \mathbf{k}_L \cdot \mathbf{r}] \quad (\text{A.18})$$

このとき、位相勾配は  $\nabla \phi = -\mathbf{k}_L$  となり、また平面波では、 $\nabla E_0 = 0$  より勾配力は0となっている。散乱力は(A.12)式より、

$$\mathbf{F}_{\text{dissip}} = \Omega v_{st} \hbar \mathbf{k}_L = \left\langle \frac{dN}{dt} \right\rangle_{st} \hbar \mathbf{k}_L \quad (\text{A.19})$$

$$\mathbf{F}_{\text{dissip}} = \hbar \mathbf{k}_L \frac{\Gamma}{2} \frac{\Omega^2/2}{\Delta^2 + (\Gamma^2/4) + (\Omega^2/2)} \quad (\text{A.20})$$

光強度の弱いとき、散乱力は  $\Omega^2$  つまり、レーザー強度に比例する。光強度の強いとき、光強度によらない一定値

$$\mathbf{F}_{\text{dissip}} = \hbar \mathbf{k}_L \frac{\Gamma}{2} \quad (\text{A.21})$$

をとるようになる。この力は散逸をとまうため、原子の冷却に最も効果的に働く。

### 双極子力（保存力）

平面波では振幅の勾配は0であるから、振幅の勾配をもつには幾つかの異なった波数ベクトルをもつ平面波の重ね合わせが必要になる。最も簡単な例は次のような対向する2本の平面波から成る定在波である。

$$\mathbf{E}_e(\mathbf{r}, t) = \mathbf{e}_x E_0 \cos k_L z \cos \omega_L t$$

このときには、電場勾配は0でない値を持つようになり、(A.11)式で、 $u_{st}$ を代入すれば、

$$\mathbf{F}_{\text{react}} = -\frac{\hbar \Delta}{4} \frac{\nabla(\Omega^2)}{\Delta^2 + (\Gamma^2/4) + (\Omega^2/2)} \quad (\text{A.22})$$

を得る。この双極子力は保存力で、次のポテンシャルを用いて表すこともできる。

$$\mathbf{F}_{\text{react}} = -\nabla U$$

ただし、

$$U = -\frac{\hbar \Delta}{2} \ln \left[ 1 + \frac{\Omega^2/2}{\Delta^2 + (\Gamma^2/4)} \right] \quad (\text{A.23})$$

冷却された原子に対しては、このポテンシャルは原子の運動エネルギーに対して十分大きくすることもでき、 $\Delta = \omega_L - \omega_A < 0$  のときには定在波の腹に原子をトラップすることも可能になる。

## 参考文献

・レーザー冷却, 原子・イオントラップの解説としては,  
*Fundamental Systems in Quantum Optics, Les Houches, Session LIII, 1990*, edited by J. Dalibard et al. (Elsevier, Amsterdam, 1992).

また,

*Laser Manipulation of Atoms and Ions, Proceedings of the INTERNATIONAL SCHOOL OF PHYSICS*

<<ENRICO FERMI>> course CXVIII, edited by E. Arimond et al., (North-Holland, 1992)

とその中の参考文献が代表的な研究者の報告をまとめている。本文と関連が深いのは,

[1・1] C. Cohen-Tannoudji pp.99-170

[1・2] W. D. Phillips pp.289-344

[1・3] W. Paul, pp.497-518

[1・4] W. M. Itano pp.519-538

[1・5] H. Walther pp.569-630

・ドップラー冷却の提案

[2] T. Haensch and A. Schawlow, *Opt. Commun.* 13, 68 (1975)

・光モラセスの発明

[3] S. Chu et al., *Phys. Rev. Lett.* 55, 48 (1985).

サブリコイル冷却法

[4] J. Lawall et al., *Phys. Rev. Lett.* 73, 1915 (1994).

[5] N. Davidson et al., *Phys. Rev. Lett.* 72, 3158 (1994).

・偏光勾配冷却については

[6] J. Dalibard and C. Cohen-Tannoudji, *J. Opt. Soc. Am.* B6, 2023 (1989)

・イオン結晶・相転移

[7] F. Diedrich et al., *Phys. Rev. Lett.*,59, 2931 (1987)

[8] D. Habs et al., *Annu. Rev. Nucl. Part. Sci.* 45, 1 (1995)

[9] G.Birkel, S. Kassner, and H. Walther, *nature*, 357, 310 (1992)

[10] J. N. Tan, J. J. Bollinger, B. Jelenkovic, and D. J. Wineland, *Phys. Rev. Lett.*,75, 4198 (1995)

サイドバンド冷却

[11] F. Diedrich, et al. *Phys. Rev. Lett.*, 62, 403 (1989)

光格子中の原子の異常拡散

[12] M. Holland, et al., *Phys. Rev. Lett.* 76, 3683 (1996).

[13] S. Marksteiner, K. Ellinger, and P. Zoller, *Phys. Rev.* A53, 3409 (1996)

[14] H. Katori, S. Schlipf, and H. Walther, *Phys. Rev. Lett.* 79, 2221 (1997).

異常拡散についての一般的解説としては,

[15] J.-P. Bouchaud and A. Georges, *Phys. Rep.* 195, 125 (1990).

[16] M. Shlesinger, G. Zaslavsky, and J. Klafter, *Nature* 363, 31 (1993).

[17] G. M. Viswanathan et al., *Nature* 381, 413 (1996).

などがある。

その他

イオン鎖を用いた量子コンピューターの提案

[18] J. I. Cirac and P. Zoller, *Phys. Rev. Lett.*, 74, 4091 (1995)