

第1章 はじめに

PFリングは、1996年12月末から約9ヶ月かけて高輝度化の改造を行ない、1997年10月より運転を再開した。再開当初は改造以前とほぼ同程度のエミッタンス (130 nmrad) となるオプティクスにして立ち上げをスムーズに行い、約1ヶ月でユーザーに放射光を供給した。その後、1週間に1日のマシンスタディで、徐々に低エミッタンスにしていく作業を行った。そして様々な準備を整えて、1998年5月より、高輝度化オプティクス (エミッタンス 36 nmrad) でユーザ運転が行われて現在に至っている。現在 (1997年7月時点) では、PFリングの性能はスタート時から比べると大幅にアップし、1日1回の入射で、入射直後蓄積電流値400mA以上あり、寿命は30時間を超えて安定に稼動している。しかし、エミッタンス 36 nmradのオプティクスでは安定に動作しているものの、まだ高輝度化計画の最終目標となるエミッタンス 27 nmradまでには至っておらず、その実現に向けての大きな問題として立ちだかっているのが、ダイナミックアパーチャの問題である (この内容については、具体的に講義の中でお話する予定)。

今回、軌道解析コードSADによるダイナミックアパーチャの計算について、PFリングの高輝度化の経験を中心に解説するよう依頼された。しかし、高エネルギー加速器研究機構のKEKBやATFでも、計画段階でSADによるダイナミックアパーチャの計算は膨大に行われたはずである[1]。また、東大物性研のVSX計画でもその特徴のあるオプティクスのため、ダイナミックアパーチャの計算は大変な作業であるが精力的に行われている[2]。それらの計算に比べると、PFリングの場合はオプティクスも従来のFODOセルを中心にしたもので、クロマティシティー補正も従来と何ら変わらない単純なものである。したがって、講義の内容自体も、非常に単純な内容にならざるを得ないことをあらかじめお断りしておく。

今回の講義内容は、まず第2章でPFリングを高輝度化するために行ったリングの低エミッタンス化についてとそれに付随するダイナミックアパーチャの問題を中心に、PFリング高輝度化計画について述べる。第3章で、軌道解析コードSADによる具体的なダイナミックアパーチャの計算について解説する。加えて、第4章で、PFリングでのダイナミックアパーチャ測定実験の状況を紹介する。この測定実験は高輝度化オプティクスにたいしてはまだ途中段階であるので、改造以前のオプティクスにおけるデータを中心に紹介する予定でいる。

第2章 PFリング高輝度化計画

PFリング高輝度化計画の概要は、デザインレポー

トに書かれているので詳細はそちらをご覧になれることにして、ここでは計画の段階で問題となったダイナミックアパーチャに関する内容についてのみ解説する。

2. 1 PFリング低エミッタンス化オプティクスについて

PFリングは、図2-1に示すように、FODOセルを基本構造とするアーク部と10個の直線部からなっている。改造前のラティスでは、概ねアーク部のオプティクスによってリングのエミッタンスは決まっていた。アーク部の基本構造はFODOセルで、改造以前は2台の偏向電磁石間約2mのスペースに4極電磁石が1個ずつ設置されていた。各4極電磁石の上流にはクロマティシティー補正用の6極電磁石が1個ずつ設置されていた。このFODO1セルの電磁石配置で、2種類の4極電磁石(QF,QD)を調整し、水平方向ベータatron振動の位相進行を変えていった場合のエミッタンスの変化を示したのが図2-2である。改造以前のFODOセル(Single Cellと呼ぶ)は、白丸で示してある。簡単のため垂直方向の位相進行は 22.5° に固定している。水平方向位相進行を 145° に設定するとエミッタンスは最小となる。PFリングでは、1986年に水平方向位相進行を 90° から 145° に変えてオプティクスの変更を行い、運転してきた。そのため、これ以上の低エミッタンス化を実現するとなると、Single Cellでは無理で、電磁石の配置変えあるいは追加等を含む大幅なリングの改造をする必要があった。

しかしながら、リングの改造に当たっては、既に多数の放射光ビームラインが建設され、ユーザ運転が行われているということに十分配慮しなくてはならない。例えば、偏向電磁石の移動・改造などでリングの設計軌道が少しでも変わると、その軌道の接線上にあるビームラインにも多大な変更をもたらすことになり、リングの改造だけでなく、ビームラインの改造も要求する大規模なものとならざるを得なくなる。そうすると、ユーザー運転の長期のシャットダウンが必要となりとても現実的でない。そのため、改造に要する期間はできるだけ短く、しかし最小限の改造でできる限り低エミッタンス化の図れるラティスにする必要があった。そこで考えられたのが、偏向電磁石の配置は変えず (リングの設計軌道は変えず) に、アーク部のFODOセルを実効的に2倍 (Double Cell) にするという改造案であった。すなわち、偏向電磁石間約2mのスペースに2台の4極電磁石と2台の6極電磁石を配置するラティスに変更するというものである。あるアーク部1セルにおける改造前後の電磁石配置を図2-3に示す。改造以前は余裕のあったスペースは、改造後はほとんど

電磁石で埋められることになった。Double Cellの場合も同様に、水平方向ベータatron振動の位相進行に対するエミッタンスの変化を計算し、図2-2にプロットした(白丸)。Double Cell化することによって、同じ位相進行で比較すると、Single Cellより約1桁近くエミッタンスが小さくすることが可能になる。このアーク部のDouble Cell化の改造により、直線部を含めたリング全体としてのオプティクスを水平・垂直の位相進行をそれぞれ(90°, 225°)、(105°, 22.5°)、(135°, 22.5°)の場合について計算した。そのオプティクスにおけるエミッタンス値も図2-2にプロットした(白四角)。また、リング全体の光学関数を改造前後の比較として図2-4に示した。リング全体の場合、FODO1セルの場合と違い、水平位相進行が135°付近でエミッタンスは最小となり、それ以上位相進行を大きくしても、アーク部以外の直線部の影響が出てきてしまい、結果的に27nmradまでしか下がらなかった。したがって、アーク部のDouble Cell化の改造による低エミッタンス化の最終目標値は27nmradである。ただし、このアーク部のDouble Cell化の改造を現実的に行うには、電磁石に対するスペース上の制限とともに、強度上の大幅な増強が必要であった。

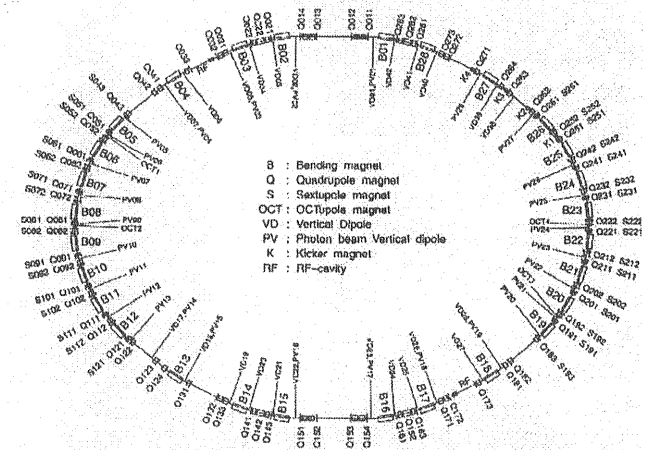


図2-1 PFリングのラティス

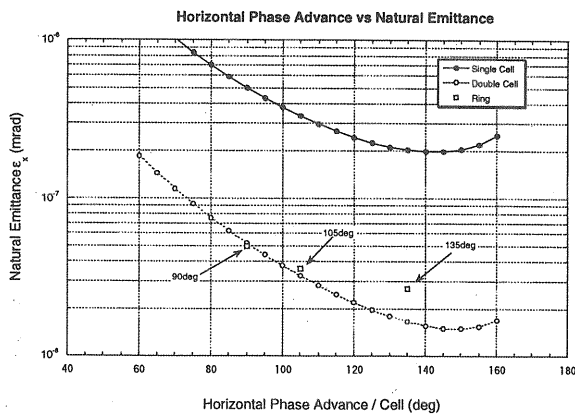


図2-2 水平方向位相進行とエミッタンスの関係

改造前後の4極電磁石(QF,QD)および6極電磁石(SF,SD)の強度の比較を比較を図2-5に示す。改造後4極電磁石は、改造以前に比べほぼ2倍の強度を必要とし、6極電磁石は位相進行によってはなんと10倍以上の強度が必要となっていることわかった。この6極電磁石の大幅な強度に伴って生ずる問題が、このテキストの主要なテーマである。その内容を、次節で解説する。

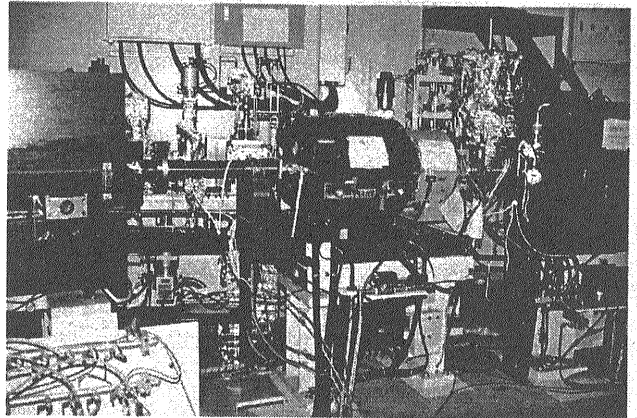


図2-3 (a) 改造前のアーク部の電磁石配置

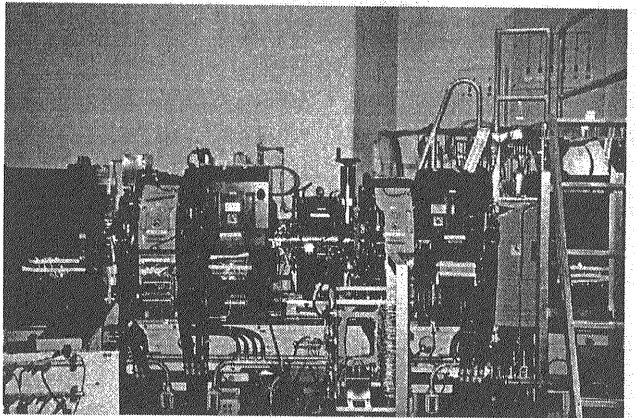


図2-3 (b) 改造後のアーク部の電磁石配置

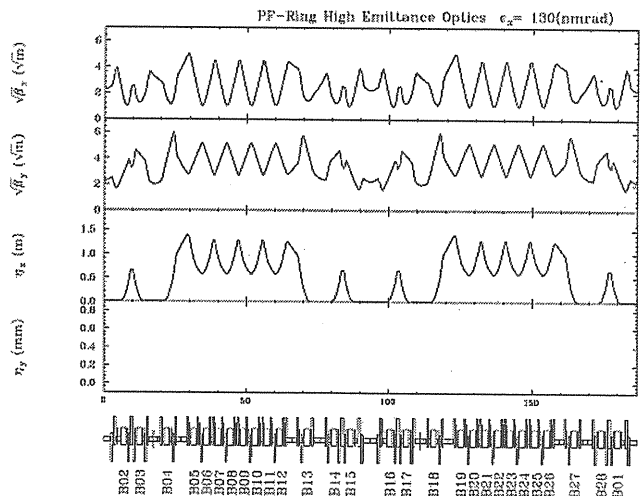


図2-4 (a) 改造前のリングのオプティクス (エミッタンス 130 nmrad)

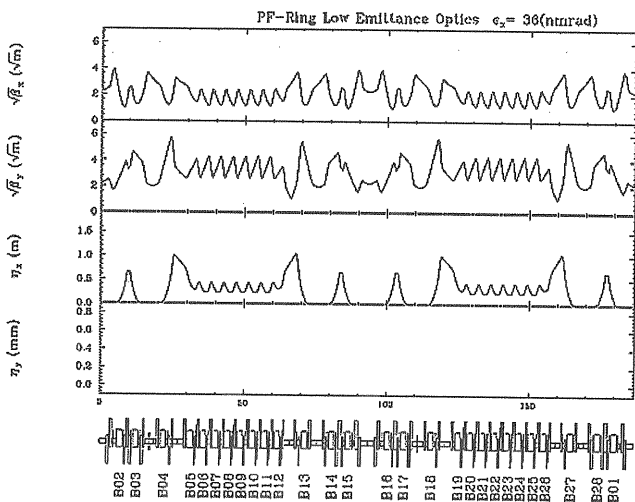


図 2-4 (b) 改造後のリングのオプティクス
(エミッタンス 36 nmrad : 105度セル)

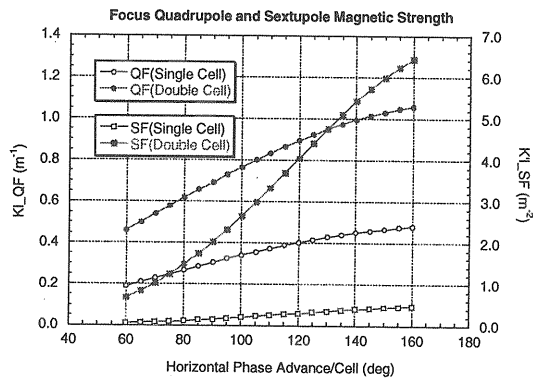


図 2-5 (a) 収束型 4 極電磁石および 6 極電磁石の強度

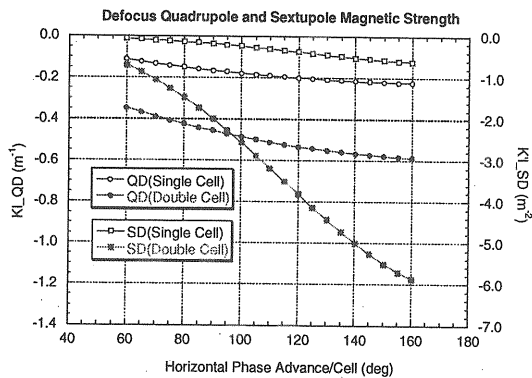


図 2-5 (b) 発散型 4 極電磁石および 6 極電磁石の強度

2. 2 クロマティシティー補正とダイナミックアパーチャ問題

運動量誤差のある電子に対して 4 極電磁石の収束力が異なるために生ずるチューンシフトのことを線形クロマティシティー (色収差) といい、これは以下の式で与えられる。

$$\begin{cases} \xi_x^0 = -\frac{1}{4\pi} \int_0^C K(s) \beta_x(s) ds \\ \xi_y^0 = +\frac{1}{4\pi} \int_0^C K(s) \beta_y(s) ds \end{cases} \quad (1)$$

ここで、 (ξ_x^0, ξ_y^0) はそれぞれ水平(x)、垂直方向(y)の線形クロマティシティーであり、 K は 4 極電磁石の強さ、

$$K = \frac{1}{B\rho} \frac{\partial B_y}{\partial x} \quad (2)$$

である。 K の符号は、ふつう水平方向に収束力の場合は正 (収束型)、発散力の場合は負 (発散型) と定義する。 β はリングのベータ関数、 C は周長である。線形クロマティシティーは、一般に水平・垂直方向ともに負の値となる。それは、通常収束型の 4 極電磁石では水平方向のベータ関数の方が垂直方向のそれより大きい場所に設置され、発散型ではこの状況が逆になるためである。その絶対値は 4 極電磁石の強さとベータ関数に比例し、一般にリングの周長が長いほど大きな値となる。前節で述べたように、リングを低エミッタンス化するには強い 4 極電磁石が用いられるため、線形クロマティシティーは負の大きな値となることが予想される。実際にリングを運転する場合、線形クロマティシティーが負の大きな値であると、以下で述べるような問題が生ずる。一つは、運動量誤差を持つ電子のベータトロンチューンが、運動量誤差の無い電子のチューンから大きくずれるという点である。例えば、線形クロマティシティーの値が -10 であるとする、1%の運動量誤差を持った電子のチューンは -0.1 もずれることになる。これぐらいずれると、ベータトロンチューンとして適当な運転上好ましい値に選んでも、運動量誤差のある電子はその線形クロマティシティーのためチューンがずれてしまうため、強い共鳴にぶつかって可能性が高くなる。もしその値を補正しないと運動量方向に対する安定領域を狭めることになりかねない。もう一つの問題がある。それは、HEAD-TAIL不安定性という現象である。この不安定性は、バンチあたりの電子の蓄積電流値がある閾値を超えると起り、大電流を蓄積できないという問題を引き起こす。HEAD-TAIL不安定性は、バンチのHEADにいる

電子の生ずるウェーク場が、バンチのTAILにいる電子に影響を及ぼし、ビームが不安定になるという現象である。詳しい解説は他の文献に譲るが、この不安定性はクロマティシティーがゼロか多少正の値することで抑制できることが知られている。したがって、運動量方向の安定領域を確保し、またバンチあたりの電流値の制限をはずして大電流蓄積を可能にするために、たいていの電子蓄積リングではクロマティシティーをゼロか多少正の値に補正することが必須となっている。

この線形クロマティシティーの補正にはふつう6極電磁石が用いられる。6極電磁石によって生ずるクロマティシティー (ξ_x^s, ξ_y^s) は、それらをリングの分散関数がゼロでない場所に置いたときに発生させることができ、詳しい式の導出は省略するが、以下の式のようになる(ただし、この式は電子の振幅および運動量誤差が小さいとして、2次以上の項は無視し、線形項のみを残している)。

$$\begin{cases} \xi_x^s = +\frac{1}{4\pi} \int_0^c K_s(s) \beta_x(s) \eta_x(s) ds \\ \xi_y^s = -\frac{1}{4\pi} \int_0^c K_s(s) \beta_y(s) \eta_x(s) ds \end{cases} \quad (3)$$

ここで、 K_s は6極電磁石の強さ(水平方向に収束型の場合は正、発散型では負と定義する)、

$$K_s = \frac{1}{B\rho} \frac{\partial B_y^2}{\partial x^2} \quad (4)$$

η_x は水平方向の分散関数である。この式から、6極電磁石によるクロマティシティーは分散関数、ベータ関数および6極電磁石の強さに比例することが分かる。したがって、6極電磁石を分散関数、ベータ関数の大きな場所に設置すれば効果的に発生させることができ、一般には収束型の4極電磁石(QF)の傍らに収束型6極電磁石(SF)が、発散型4極電磁石(QD)の傍らに発散型6極電磁石(SD)が設置されることが多い。クロマティシティー補正の最も簡単な方法は、水平・垂直方向の線形クロマティシティーのみをSF・SDの2種類の6極電磁石で補正する方法である(2ファミリー補正と呼ばれ、たいていのリングでは、電磁石は数台から数十台を1台の電源でシリーズに励磁するが、このシリーズに接続された電磁石群をファミリーと呼ぶ)。2ファミリー補正の場合は、以下の連立方程式を解くことによって簡単に6極電磁石の強さを求めることができる(薄肉近似)。

$$\frac{1}{4\pi} \begin{pmatrix} \sum_{k=1}^M \beta_x^{SF}(s_k) \eta_x^{SF}(s_k) & \sum_{k=1}^M \beta_x^{SD}(s_k) \eta_x^{SD}(s_k) \\ -\sum_{k=1}^M \beta_y^{SF}(s_k) \eta_x^{SF}(s_k) & -\sum_{k=1}^M \beta_y^{SD}(s_k) \eta_x^{SD}(s_k) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} K_{SF} \ell \\ K_{SD} \ell \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\xi_x^0 \\ -\xi_y^0 \end{pmatrix} \quad (5)$$

ここで、 1 は6極電磁石の長さを示す。説明上前後してしまっただが、図2-5で示されている6極電磁石の強度は、2ファミリー補正の場合の強度であり、水平方向のベータatron位相進行とともに非常に強くなっていくの示されている。これは、位相進行の進みとともに、6極電磁石の設置する場所の分散関数やベータ関数がより小さくなるためである。

このような強い6極電磁石をリングに持ち込む場合には、十分に留意してお課無ければならないことがある。それは6極電磁石による非線形磁場の影響である。ベータatron振動の振幅や運動量誤差が小さい場合はその影響は無視できるが、それらが大きい場合にはその影響が無視できなくなり、運転上さまざまな好ましくないことが起ってくることになる。例えば、ベータatronチューン、ベータ関数や分散関数などの軌道パラメータが、振幅あるいは運動量誤差に依存してシフトしたり歪んだりして、設計時のオプティクスの値から大きくずれるといったことがでてくる。その結果、ある振幅以上になると急に運動が不安定になるという現象も引き起こされる。いわゆる運動学的にアパーチャ(電子が安定にリングを周回できる領域を一般にアパーチャと呼び、真空ダクトなどが境界となるような領域の場合を物理的なアパーチャ、運動学的に決まる安定領域のことをダイナミックアパーチャと呼んでいる)が制限されるという問題が出てくる。リングの設計時や改造時に十分な真空ダクト等のアパーチャを十分確保したはずなのに、ダイナミックアパーチャがその真空ダクトより狭くなるような場合は問題である。たとえば、たいていの電子蓄積リングへの入射は、オフアクシスで入射が行われるため、入射直後は大振幅のベータatron振動が生ずる。この時、この大振幅で振動する入射ビームを十分に捕獲できるだけのアパーチャが無いと入射効率が悪い、または入射が困難な状況を招くことになる。一方、蓄積時にも問題になることがある。すなわち、電子を長時間蓄積しておくことのできるアパーチャが狭いため、ビーム寿命が短いという問題も起ってくる。このような問題があるため、最近ではリングを設計する時点においてクロマティシティー補正を施した後でも、十分に運動の安定領域が確保できる(ダイナミックアパーチャがどの程度の大きさになるか)かをあらかじめ見積もっておくことが必須となっている。(注意!クロマティシティー補正の目的の一つは、運動量方向の安定領域の確保にあると前述したが、補正のために用いる6極電磁石が安定領域を狭めるというのは矛盾しているようである。まさにその通りで

あるが、実際には量の問題で6極電磁石を持ち込んでも十分なアパーチャが確保されれば良く、確保されない場合は補正法もしくはそもそもの線形オプティクスを考え直すことになるのである)。PFリングの高輝度化では、10倍程度強い6極電磁石が必要であり、これで実際に十分なダイナミックアパーチャが確保できるかどうか、高輝度化実現へ向けての大きな課題であった。そのため、PFリング高輝度化用に用意したオプティクスについて、軌道解析コードSADのシュミレーション(粒子トラッキング)を用いて詳細にダイナミックアパーチャの大きさを計算し、十分なアパーチャが確保できるかどうかを調べた。次章で、実際に行ったSADによるダイナミックアパーチャの計算について解説することにした。

第3章 ダイナミックアパーチャの計算

3.1 ダイナミックアパーチャの計算法

ダイナミックアパーチャとは運動学的に保証される安定領域と定義されるが、解析的にそれを求めることは一般には困難であり、たいていの場合は計算機シュミレーションにより数値的に求められる。計算機シュミレーションの方法は様々な手法があるが、粒子トラッキング法がよく用いられる。粒子トラッキング法は、ベータatron振動の初期値を設定して、その初期値からリングのコンポーネント(電磁石、ドリフトスペース等)を一つ一つ追跡(トラッキング)していくという方法であり、初期値に個々のエレメントのトランスファー行列またはキックをかけて計算し、リングの全周の振動を追跡し、さらにそれを何周にもわたって繰り返していくという方法である。ある振動の初期値に対して、トラッキングによって得られた粒子が、あらかじめ定められたターン数まで安定に回ることができた場合、その初期値をもつ粒子は無限に安定にまわると仮定する。そして、その初期値を大きくして行き、決められたターン数を回わる最大値をダイナミックアパーチャと定義している(定義の仕方によってダイナミックアパーチャの大きさが変わるので注意を要する)。電子蓄積リングでは、最初大振幅であっても放射減衰により振幅が減衰していくことが分かっているので、1000ターン程度を安定にまわる条件にする場合が多い(1000ターンという数値も特に決まっているわけではない)。

さて、蓄積リングを周回粒子の運動は横方向(水平・垂直:X-Y)と縦方向(運動量方向:Z)の3次元の運動をする。それゆえ、ダイナミックアパーチャも3次元方向に調べる必要があるが、PFリングの高輝度化では、縦方向よりもむしろ横方向のアパーチャが心配され、そのため計算では横方向を重点的に調べられた。一方、縦方向のアパーチャについて

は、運動量誤差のある場合として取り扱い、運動量誤差による横方向への影響として計算し求められている。

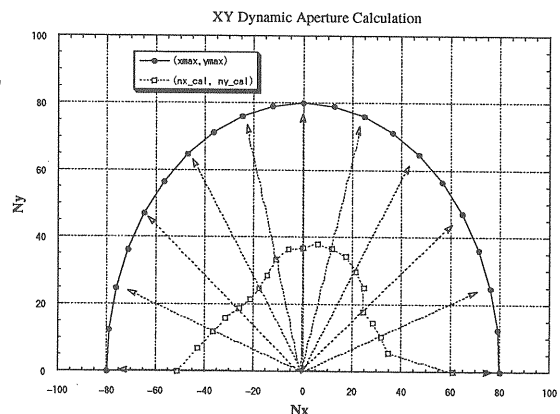


図3-1 横方向のダイナミックアパーチャサーベイ黒丸がXY平面に設定されたサーベイされる方向(点線の矢印の方向)の最大値を示し、白ぬき四角は計算によって得られたダイナミックアパーチャの値を示している。

3.2 誤差がない場合の横方向ダイナミックアパーチャの計算

まず、誤差のない場合についての、横方向のダイナミックアパーチャの計算について解説する。SADには、ダイナミックアパーチャを自動的にサーベイするDynamicApertureSurvey[range,turns](領域を51分割して小さいほうからトラッキングを行い決められたターン数が回わる最大値を返す。詳細はマニュアル参照のこと)、というコマンドが用意されておりこのコマンドを用いるとダイナミックアパーチャの計算は便利である。このコマンドは引数rangeによって、サーベイの領域を設定することができる(1単位はビームサイズ)。PFリングの場合の具体的な計算プログラム例を以下に示す。

```

nx=List[];
ny=List[];
turns=1000;
rmax=80;
rmin=1;
rstep=21;
zz= 0;
iang=0;
delta= Pi/(rstep-1);
Repeat rstep
  iang=iang+1;
  xmax=rmax*Cos[delta*(iang-1)];
  ymax=rmax*Sin[delta*(iang-1)];
  xmin=rmin*Cos[delta*(iang-1)];
  ymin=rmin*Sin[delta*(iang-1)];
  range={{xmin,xmax},{ymin,ymax},{zz}};

```

```
DynamicApertureSurvey[range,turns];
n=Apply[Plus,Map#[[2]] &,ResultOfDAP
ERT[[2]]];
```

```
nx0=n/51*xmax
ny0=n/51*ymax
```

```
nx=Append[nx,nx0];
ny=Append[ny,ny0];
```

Until ! rstep

rstep=21で、XY平面($Y \geq 0$)を21分割し、最大rmax=80、最小rmin=1によってサーベイする領域を設定する。それによって、図3-1に示すような range={{xmin, xmax},{ymin, ymax},{zz}}が決められる(黒丸)。運動量誤差はゼロということで、zz=0としている。その設定により、DynamicApertureSurvey[range,turns]は自動的に黒丸の方向に向かってサーベイして行き、その結果を、n = Apply[Plus,Map#[[2]] &,ResultOfDAPERT[[2]]]で返す。返されたnよりXY平面上の点を計算し、その値を横方向のダイナミックアパーチャとしている(図3-1:白四角)。

3.3 誤差がある場合の計算

3.3.1 運動量誤差のある場合

次に誤差のある場合についてのダイナミックアパーチャの計算について述べる。まず運動量誤差の場合であるが、この場合は簡単で、引数rangeでzzに具体的な運動量誤差の値を入れれば良い(z方向はエネルギー分散が1単位)。具体的な計算例は、

```
zmin= -14;
zmax= 14;
zstep= 7;
```

```
nzz=(zmax-zmin)/zstep + 1;
iz=0;
```

```
Repeat nzz
  iz=iz +1 ;
  zz=zmin + (iz-1) * zstep;
```

```
XY Survey !
range={{xmin,xmax},{ymin,ymax},{zz}};
```

Until nzz !!

である。PFリングの場合は、zz=14でほぼ1%の運動量誤差に相当する。この計算例では、±1%、±0.5%、0%の場合について行われている。場合に応じて、{zmax,zmin,zstep}を変更すれば、様々な運動量誤差の場合のダイナミックアパーチャが計算できる。

3.3.2 誤差磁場・設置誤差のある場合

次に、誤差磁場・設置誤差のある場合について解説する。実際のリングでは、ある程度の誤差磁場やアライメント誤差は避けられない。そこで、これらの誤差によって、ダイナミックアパーチャがどれほど影響を受けるかを調べておく必要がある。ただし、実際の誤差がどのようにリングに分布するかは建設されるまでは、たいていの場合は誤差分布を乱数で与え、さらなる乱数の種を変えながら様々な分布で確かめるという方法を取っている。具体的な誤差の与え方を以下に示す(表3-1)。誤差分布は基本的には数値で指定した値を1シグマとするガウス分布で与えられるが、GCUT=nでnシグマ以上の場合には、強制的にnシグマ以内に変更される。

```
is=0;
iseed=111;
nerror=4;
!
! Repeat error-seeds
!
Repeat nerror
  is=is+1;
  iseed=iseed+1000;
  SeedRandom[iseed];
```

```
GCUT= 3;
```

```
delx 2e-4 Q* S*;
dely 2e-4 Q* S*;
dk 1e-3 B* Q* S*;
dtheta 2e-4 B* Q* S*;
```

```
cell calc;
```

```
XY Survey !
```

Until nerror !

である。

	偏向電磁石	4極電磁石	6極電磁石
誤差磁場 (dK)	1×10^{-3}	1×10^{-3}	1×10^{-3}
水平設置誤差 (delx) (m)	2×10^{-4}	2×10^{-4}	2×10^{-4}
垂直設置誤差 (dely) (m)	2×10^{-4}	2×10^{-4}	2×10^{-4}
回転誤差 (dtheta) (rad)	2×10^{-4}	2×10^{-4}	2×10^{-4}

表3-1 各電磁石に与えた誤差磁場および設置誤差の大きさ

3. 3. 3 COD補正をした場合

実際のリングではある程度の誤差は避けられないが、誤差によって生ずるCODに関しては、この値を測定し補正するシステムをたいていのリングでは用意している。COD補正を行った場合に、ダイナミックアパーチャがどうなるかの計算例を示す。具体的には、誤差を与えた後で以下に示すCOD補正のコマンドを付け加えれば良い。

```
opt=CalculateOptics[1,LINE["LENGTH"],Twiss["*",1],FLAG["CELL"],2]; オプティクスの設定
options={'SetSteer->True','Calc->True'};
bpm=Monitor[{"PM*"},{1e-4,1e-4},{1e-5,1e-5}]
    ビーム位置モニターの設定
```

```
str=Steer[{"B*"}];
    水平方向ステアリングの設定
```

```
CorrectOrbit["X",bpm,str,opt,Solver->{"LSQ"},
    ExpectedOrbit->True,Epsilon->1.e-4];
    水平方向のCOD補正
```

```
str=Steer[{"VD*"}];
    垂直方向ステアリングの設定
```

```
CorrectOrbit["Y",bpm,str,opt,Solver->{"LSQ"},
    ExpectedOrbit->True,Epsilon->1.e-4];
```

垂直方向のCOD補正

cell calc

3. 4 ダイナミックアパーチャのチューンサーベイ

ダイナミックアパーチャの大きさは、ベータトロンチューンに深く関係している。例えば、強い共鳴付近にベータトロンチューンを選ぶと、その共鳴によって運動の安定領域が制限される。しかし、チューンが共鳴線から離れているからといって、ダイナミックアパーチャが広がるかというとそうでもないこともある。そのため、広いダイナミックアパーチャを持つチューンに最初から設定するという事はなかなか経験の要ることで、結局はシミュレーションを繰り返し求められる場合が多い。それならば、いっそ広いチューンの領域にわたってサーベイを行い、広いダイナミックアパーチャを与えるチューンを見つけようと考えたのがチューンサーベイという方法である。チューンサーベイといっても大したことではなく、チューンを変えながら計算するという単純な作業であるが、SADの整った環境のおかげである簡単に計算できるようになった。

ただし、チューンサーベイは以下のような方針の

もとで行なわれている

- (1) オプティクスのチューンの小数部をあらかじめ、(0.25,0.25) または(0.75,0.25) にして、そこを出発点とした。
- (2) チューンの変更は、アーク部の4極電磁石の強度を固定して(位相進度を固定して)、その他の直線部の4極電磁石でチューンを変え、アーク部と直線部のオプティクスのマッチングをとる。これによって、アーク部のベータ関数の歪みを無くし、各6極電磁石の位置での分散関数およびベータ関数を一定にする。
- (3) チューンの変化量は0.025に固定して、図3-2に示すようにチューンを徐々に変化させる。サーベイの範囲は、水平・垂直方向ともにチューンの小数部で0.0~0.5または0.5~1.0の範囲とした。
- (4) ダイナミックアパーチャは、図3-3のようにXY平面上で5点の方向に調べていき、その5点の平均の大きさで評価することにした。そうすることで、XまたはY方向のどちらかに偏ったアパーチャとならないようにした。

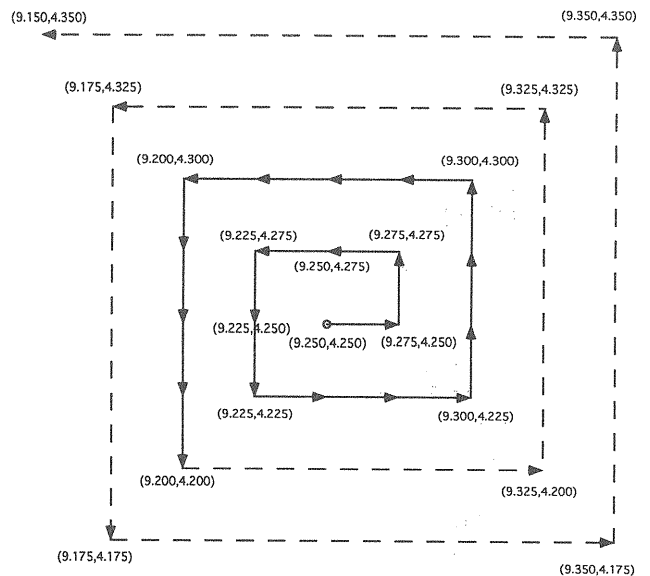


図3-2 チューンの変更の手順。(0.25,0.25) または(0.75, 0.25) を基点に、回転するように変更していく。

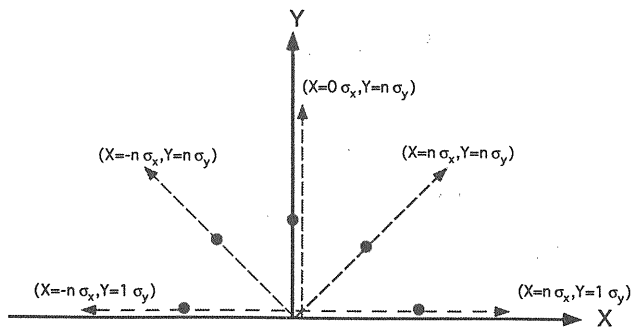


図3-3 XY平面上でサーベイする5点。

チューンサーベイに用いられた具体的な計算例を以下に示す。

```

nstep=11;
dtune=0.025;
nall=0;
istep=0;

Repeat nstep+1
  If istep<1
    jstep=1;
  Else
    If istep<=nstep-1
      jstep=istep*2;
    Else
      jstep=nstep-1;
    Endif

    kstep=1;
    nr=(-1)^(istep-1);
  Endif

  Repeat jstep
    If istep>0
      If kstep<= istep
        nx0=nx0 + nr*dtune;
      Else
        ny0=ny0 + nr*dtune;
      Endif
    Endif

    nx1=Append[nx1,nx0];
    ny1=Append[ny1,ny0];

    Optics Matching !

    rmax=80;
    rmin=1;
    rstep=5;
    rsum=0;
    asum=List[];

    zmin = 0;
    zmax = 0;
    zstep = 1;

    XY Survey !

    nall =nall+1;
    kstep=kstep+1

  Until; jstep

  istep=istep+1;

Until; nstep

```

3. 5 PF高輝度化オプティクスに対する計算例

この節で、3つのオプティクスについて、具体的にチューンサーベを行い、適当なチューンを見出し、誤差のない場合、運動量誤差のある場合、誤差磁場・アライメント誤差のある場合、さらにCOD補正を行った場合のダイナミックアパーチャの計算結果を解説する。

3. 5. 1 (90°, 22.5°) セルオプティクス

このオプティクスに対して行ったチューンサーベイの結果を図3-4に示す。ダイナミックアパーチャの大きさは色の濃淡で表しており、相対的に薄い場合には狭く、濃い場合は広い。図上の直線は共鳴

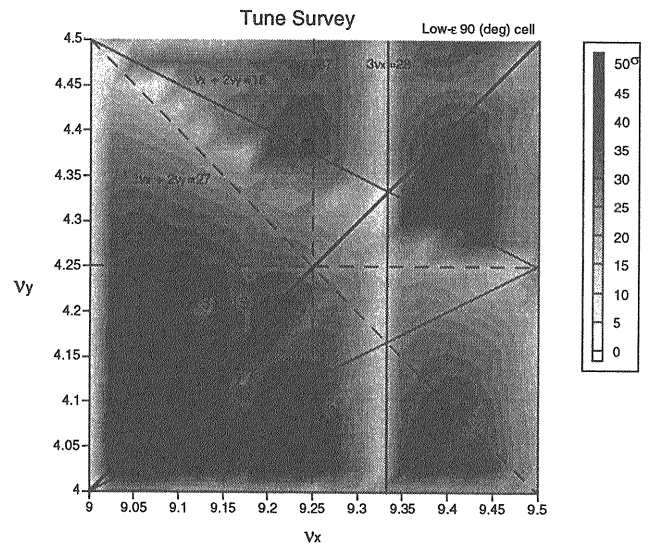


図3-4 (90°, 22.5°) セルオプティクスのダイナミックアパーチャのチューンサーベイの結果

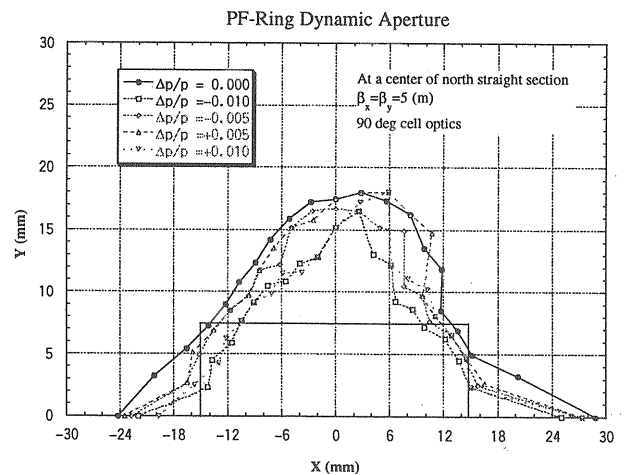


図3-5 (a) チューンを $(v_x, v_y) = (9.13, 4.19)$ に設定した時の、運動量誤差 $\pm 1\%$ 、 $\pm 0.5\%$ 、 0% の場合の北長直線部のダイナミックアパーチャを示す。実線の長方形は物理的なアパーチャを表す。

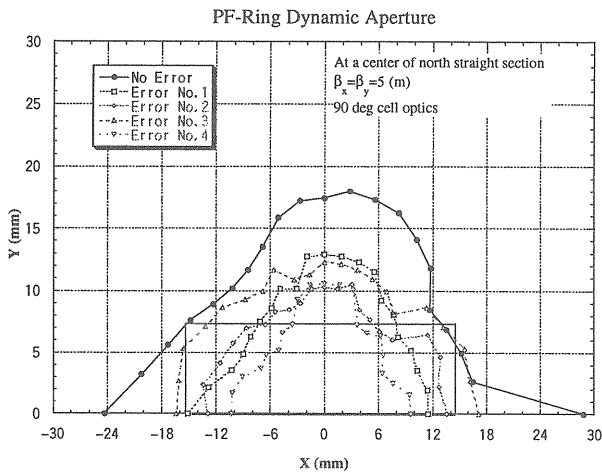


図3-5 (b) 誤差磁場・アライメント誤差のある場合のダイナミックアパーチャ。黒丸が誤差なしで、他は誤差がある場合。誤差のある場合のアパーチャの違いは、誤差分布を発生するときに用いた乱数の種の違いである。

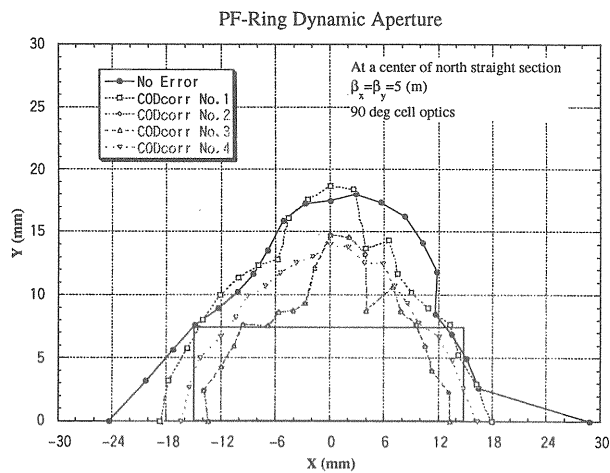


図3-5 (c) 誤差を与えた後、COD補正を施した場合のダイナミックアパーチャ。同様に4種類の種で誤差分布を発生させ、COD補正を行っている。

を表しており、それぞれ太い実線は2次、細かい実線は3次、細かい破線は4次共鳴である。この図を見ると、3次の構造共鳴 ($3v_x = 28, v_x + 2v_y = 18$) の近傍では色が明らかに薄くなっていて、ダイナミックアパーチャが小さいことが分かる。これらは、6極電磁石で強く励起される共鳴であるので、6極電磁石をリングに持ち込んだ場合には絶対に避けなくてはならない共鳴であることが知られているが、トラッキングの結果からもそのことがはっきり示されている。これらの共鳴から離れば比較的ダイナミックアパーチャは広くなり、さらに色の濃さから判断するとダイナミックアパーチャは、ベータトロンチューンが $(v_x, v_y) = (9.1, 4.1)$ 付近で比較的広いことが分かる。ただし、この付近は差共鳴 ($v_x - v_y = 5$) の近傍であることに注意する必要がある。そこで、チューンを $(v_x, v_y) = (9.13, 4.19)$ に選んで、横方向XY平面上でより詳しくダイナミックアパーチャを計算

した結果が図3-5である。そのうち、図3-5 (a) は、運動量誤差 $\pm 1\%$ 、 $\pm 0.5\%$ 、 0% の場合について、誤差磁場・アライメント誤差の無い場合のダイナミックアパーチャを示している。ただし、黒丸が運動量誤差のない場合で、それ以外は運動量誤差が $\pm 0.5\%$ 、 $\pm 1\%$ がある場合を表している。このチューンでは、運動量誤差のない場合、ダイナミックアパーチャが水平方向で24 mm、垂直方向で18mm程度ある。ただし、運動量誤差 $\pm 1\%$ では、わずかではあるが小さくなる。図3-5 (b) は、ある4つの乱数の種で誤差磁場・アライメント誤差分布を与えた場合の結果を誤差のない場合に比較して示したものである。さらに、図3-5 (c) は誤差によって生じたCODを水平・垂直方向のステアリング電磁石で補正した場合のアパーチャを示している。誤差がある場合は、誤差の無い場合に比べ、全体的に小さくなり水平方向で14 mm、垂直方向で13mm程度までになる。しかし、COD補正をすることにより水平方向で18 mm、垂直方向で17mmまで回復させられることが分かる。

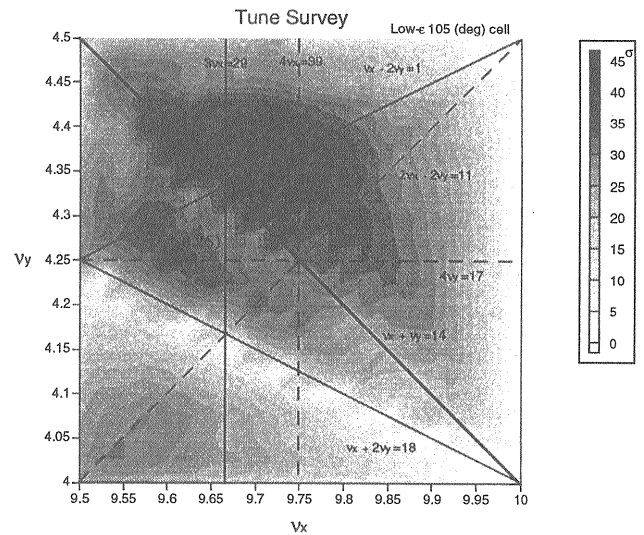


図3-6 ($105^\circ, 22.5^\circ$) セルオプティクスダイナミックアパーチャのチューンサーベイの結果

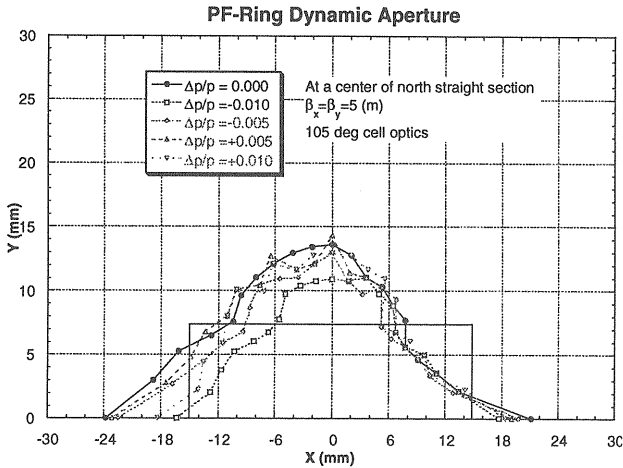


図3-7 (a) チューンを $(v_x, v_y) = (9.61, 4.25)$ に設定した時の、運動量誤差 $\pm 1\%$ 、 $\pm 0.5\%$ 、 0% の場合の北長直線部のダイナミックアパーチャを示す。

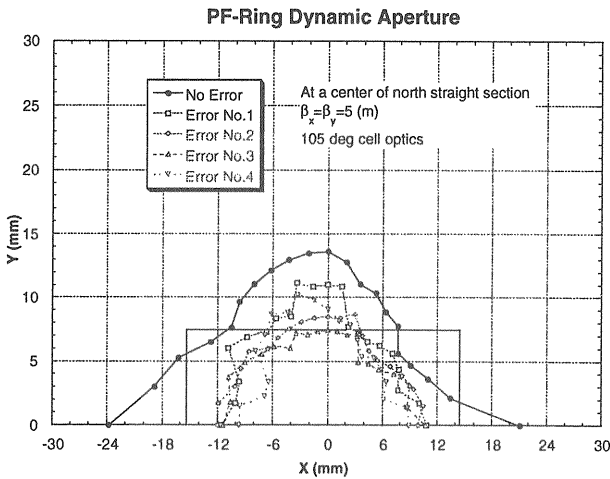


図3-7 (b) 誤差磁場・アライメント誤差のある場合のダイナミックアパーチャ。

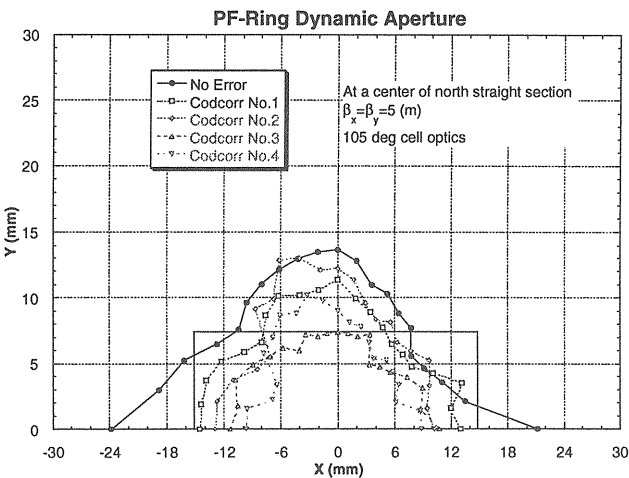


図3-7 (c) 誤差を与えた後、COD補正を施した場合のダイナミックアパーチャ。

3. 5. 2 (105°, 22.5°) セルオプティクス

90° セルオプティクスの場合と同様に、この105° オプティクスに対して行ったチューンサーベイの結果を図3-6に示す。やはり $v_x + 2v_y = 18$ の3次の構造共鳴が強く、その近傍でのダイナミックアパーチャはかなり狭い。これに比べて、 $3v_x = 29$ の方は構造共鳴でないためか、その影響は計算上ではあまり見られていない。適当なチューンを選んで横方向のダイナミックアパーチャを計算した。その結果が図3-7である。選ばれたチューンは $(v_x, v_y) = (9.61, 4.25)$ である。このオプティクスでは、運動量誤差のない時は水平方向で20 mm、垂直方向で12 mmのアパーチャがあり、運動量誤差 $\pm 1\%$ の場合では、水平方向で15 mm、垂直方向で12 mmまで小さくなる。全体的にみると、90° セルオプティクスのダイナミックアパーチャに比べて、105° セルオプティクスの方がより狭い。図3-7 (b) は、誤差磁場・アライメント誤差を与えた場合に得られたダイナミックアパーチャを、図3-7 (c) は誤差によって生じたCODをステアリング電磁石で補正した場合のアパーチャを示す。このオプティクスでは、COD補正をしてやっと水平方向で10 mm、垂直方向で10 mm程度のアパーチャを確保できるに留まり、補正しない場合は両方向ともに10 mm以下となる。

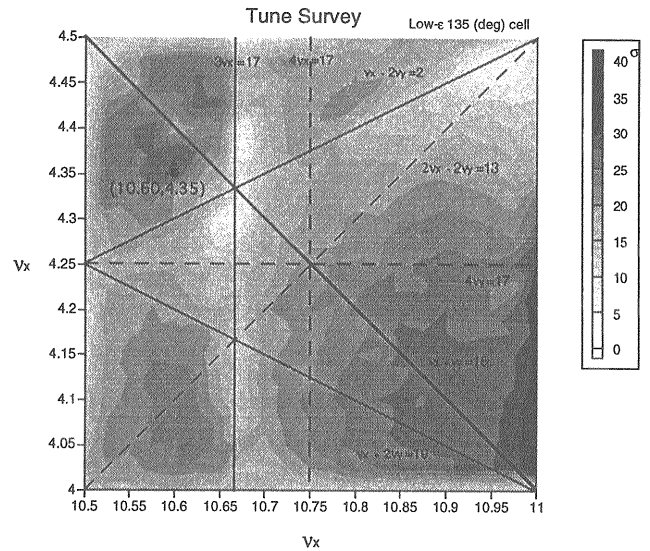


図3-8 (135°, 22.5°) セルオプティクスのダイナミックアパーチャのチューンサーベイの結果

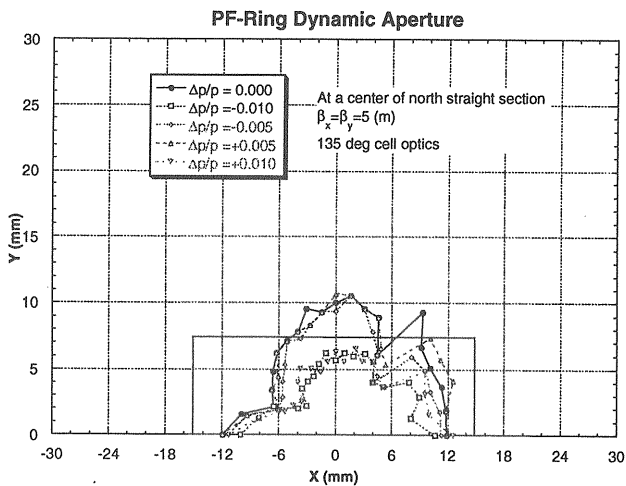


図3-9 (a) チューンを $(v_x, v_y) = (10.60, 4.35)$ に設定した時の、運動量誤差 $\pm 1\%$ 、 $\pm 0.5\%$ 、 0% の場合の北長直線部のダイナミックアパーチャを示す。実線の長方形は物理的なアパーチャを表す

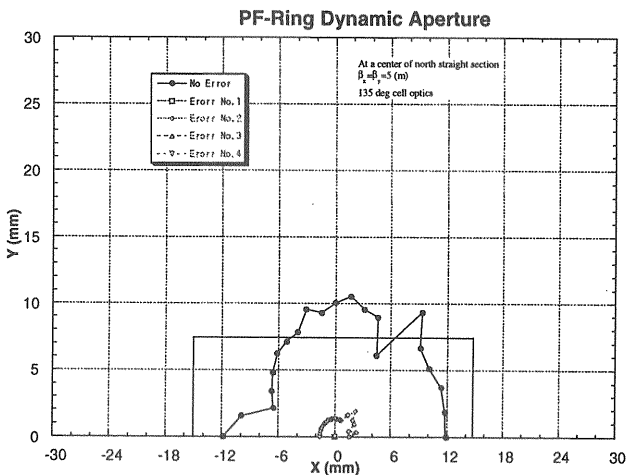


図3-9 (b) 誤差磁場・アライメント誤差のある場合のダイナミックアパーチャ。

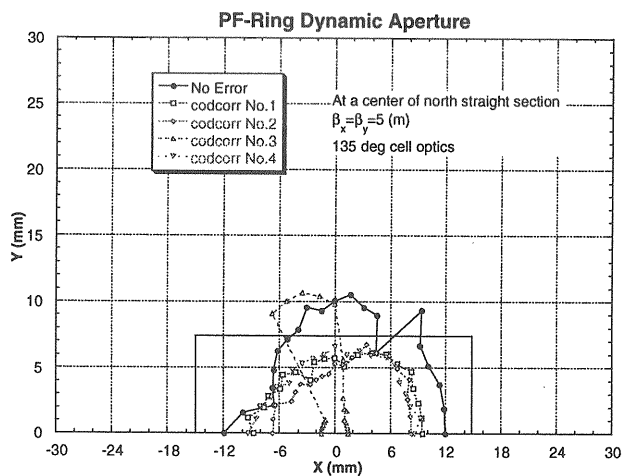


図3-9 (c) 誤差を与えた後、COD補正を施した場合のダイナミックアパーチャ。

3. 5. 3 $(135^\circ, 22.5^\circ)$ セルオプティクス

135° セルオプティクスについてチューンサーベイの結果が図3-8である。このオプティクスでは、どのチューンに選んでもダイナミックアパーチャは狭いことが予想される。実際にチューンサーベイ上比較的ダイナミックアパーチャの広いと思われるチューンとして $(10.60, 4.35)$ を選んで計算してみても、図3-9に示されているようにダイナミックアパーチャは狭い。運動量誤差のない場合でも、水平方向で11 mm、垂直方向で10 mm程度しかなく、水平方向は物理的なアパーチャよりも小さくなる。さらに、運動量誤差 $\pm 1\%$ では両方向のアパーチャともに小さくなる。また、誤差を与えた場合は全く回らないケースも存在し、CODを補正しても非常に狭い。そのため、高輝度化改造により最小エミッタンスとなる 135° セルオプティクスの場合には、ダイナミックアパーチャによって、入射が困難であり、たとえ入射できたとしてもビーム寿命がダイナミックアパーチャでかなり制限されることが予想される。

3. 6 まとめ

計算によって得られたダイナミックアパーチャをどう評価するかについてPFリング場合について述べておく。PFリングのアパーチャ挿入光源が設置されているため、真空ダクトで決まる物理的なアパーチャが大変狭い。最近建設される第3世代の放射光リングも同様な状況にある。高輝度化改造以前は、水平方向の物理的なアパーチャは超伝導ウイグラーVW #14のダクトで、一方、垂直方向アパーチャは南長直線部の多極ウイグラーMPW #16のダクトであった。このアパーチャが確保されていれば、入射および寿命の問題はない。これらダクトのサイズから換算すると、長直線部の中心の実効的なアパーチャは水平・垂直で $(15.0 \text{ mm}, 7.5 \text{ mm})$ である。したがって、この値が一つの目安であった。SADによるダイナミックアパーチャの計算によれば、 90° セルオプティクスの場合には目標値より広く、 105° セルオプティクスの場合には、同程度という結果であった。しかし、 135° セルオプティクスの場合には、小さくなるという結果であった。実際上は、 90° 、 105° セルオプティクスでは問題なく運転され、 135° セルオプティクスの場合にはビーム入射ができない状況にある。したがって、結果的にSADによるダイナミックアパーチャの計算による予測はほぼ正しいと思われる。

第4章 ダイナミックアパーチャの測定実験

4.1 概要

PFリングにおいて、ビームによる非線形力学の研究を行う目的で、そのための実験装置を開発し、スタディを試みてきた。その装置は、周回する単バンチビームに瞬間的にキックを与えることのできる高速キッカ電磁石システムとそのキックによって生じる大振幅のベータatron振動を1周ごとに測定することのできるモニターシステム（実際は振動の位置と傾きを同時に測定可能な位相空間モニターシステムとして開発）から構成されている。その装置を用いることにより、軌道解析コードSADを用いた粒子トラッキング法によるダイナミックアパーチャの計算と同様のことが実際のリングで調べることができ、計算と実験との比較が可能になる。PF高輝度化改造後の低エミッタンスオプティクスでは、まだダイナミックアパーチャの測定はまだ行われていないので、ここでは改造前のデータを中心に測定実験について紹介する。

4.2 測定装置

まず、測定装置について解説する。一つは単バンチビームを瞬間的にキックすることのできる高速キッカ電磁石システムである。図4-1に高速キッカ電磁石の断面図と写真を示し、性能は表4-1に掲載した。キッカー電磁石は水平方向と垂直方向用に2台製作し、それぞれ独立に励磁することが可能である。このキッカーシステムのポイントは、周回する単バンチビームを1度だけ瞬間的にキックすることであり、そのためキッカーのパルスはビームが1周して戻って来た時には消磁してはならないという点である。PFリングの周回時間は624 nsecであるので、少なくともパルスは、この時間より短い必要がある。

次に、ビームをキックした直後から、キックによって生じた大振幅のベータatron振動の位置と傾きを測定する位相空間モニターについて簡単に解説する。このモニターシステムのブロックダイヤグラムを図4-2に示す。このシステムは、PFリングの北の長直線部に設置されている2個所の6電極型ボタン電極位置モニターからの信号を独立に処理し、しかも1ターンごとにそれぞれの電極の電圧を読み出し、A/D変換(8bit 20MHz)を行いメモリーに記憶させる。メモリーには、256kターンの情報が記録され、その電圧情報はGPIBで接続されたオンライン計算機により読み出され、さらに水平および垂直の位置と傾きおよび電流値の情報に変換するようになっている。また、この回路は、外部トリガー機能を有して

おり、キッカーを励磁したタイミングで動作することができるようになっている。

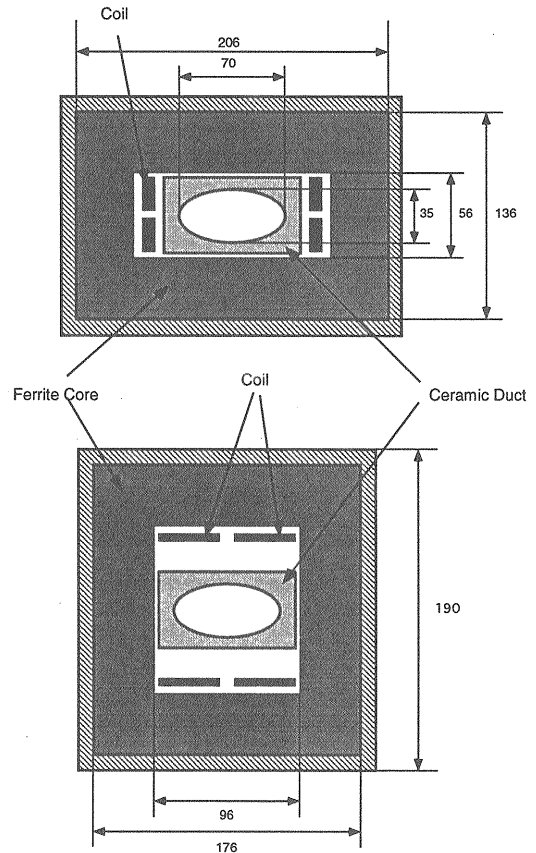


図4-1 (a) 高速キッカー電磁石断面図

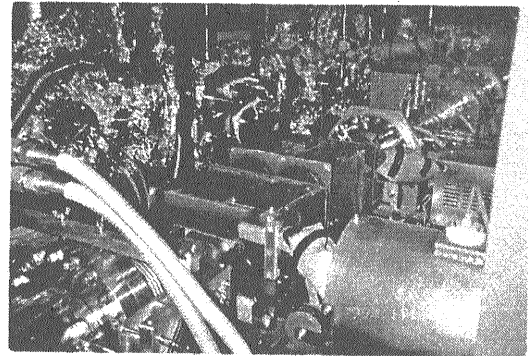


図4-1 (b) 高速キッカー電磁石の写真

電磁石コア材質	フェライト
コイルターン数	2
コアギャップ(H/V)	56/96 (mm)
コア長	150 (mm)
繰り返し	0.5 Hz
パルス全幅(H/V)	425/335 (nsec)
最大蹴り角(H/V)	1.5/1.0 (mrad) @2.5 GeV

表4-1 高速キッカー電磁石システムの仕様

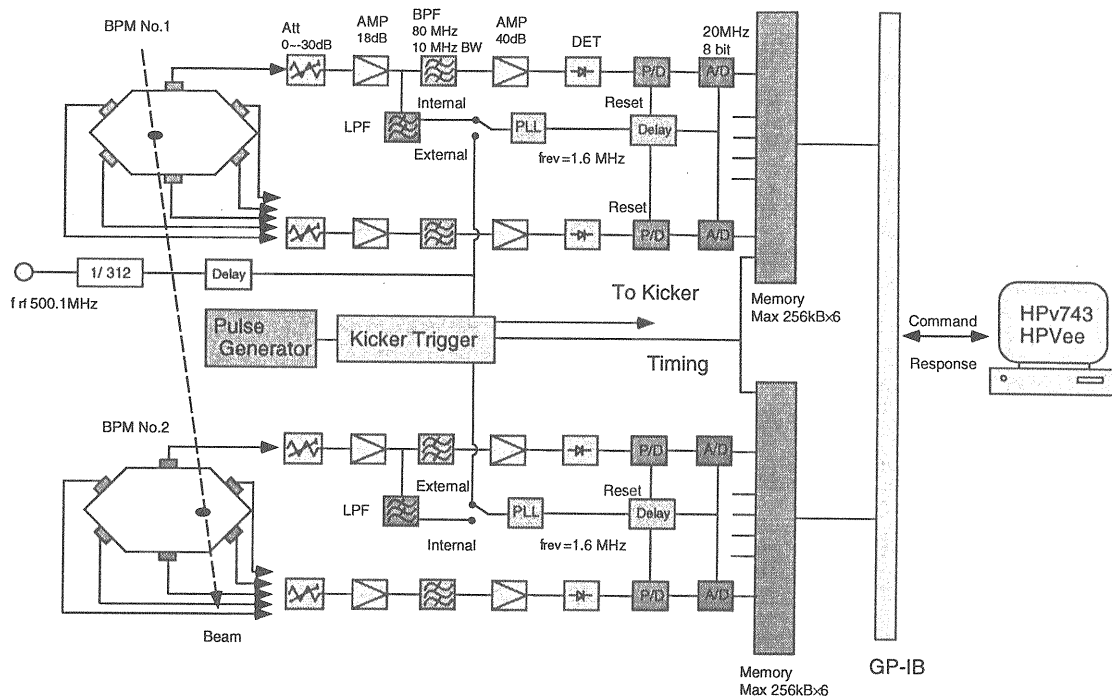


Figure 1: A block diagram of the phase space monitor system

図4-2 位相空間モニターシステムのブロックダイアグラム

4. 3 測定結果

PF高輝度化以前のオプティクスでは、運転に用いられているベータロンチューンでは、6極電磁石によるクロマティシティー補正後もダイナミックアパーチャは十分に広い。そのため、大振幅の振動を起しても、最終的にビームは物理的なアパーチャで制限されるため、ダイナミックアパーチャを直接観測することはできなかった。しかし、ベータロンチューンをわざと強い非線形共鳴の近くへ持っていけば、その共鳴によってダイナミックアパーチャを狭くすることができ観測にかかるはずである。ここでは、水平方向の3次共鳴($3\nu_x = 25$)と垂直方向の4次共鳴($4\nu_y = 13$)の近傍にベータロンチューンを設定して測定した結果について紹介する。

4. 3. 1 3次共鳴($3\nu_x = 25$)近傍での測定

図4-3に、3次共鳴($3\nu_x = 25$)近傍にベータロンチューンを持っていき、5mAの単バンチを蓄積しておいて水平方向にキックした場合の測定結果を示す。データは、北長直線部の中心の位置での振動を示しており、左コラムが水平方向のベータロン振動、中コラムが垂直方向の振動、右コラムがキック前の蓄積電流で規格化した電流値を示している。図は横軸にターン数を取り、キックした瞬間を0ターン目にして2000ターン分表示している。測定は小さな蹴り角から順に行っているが、図には振幅が6 mm以上のケースを掲載した。右コラムの電流値の変化を見ると、振幅が増大するとともにビームロスが顕著になっていくのが分かる。しかし、この振幅では

まだ物理的なアパーチャにまでは達していないはずなので、このビームロスは3次共鳴によってダイナミックアパーチャが縮小し、そのために生じているものと解釈できる。さらに、位相空間上における、キック後のビーム振る舞いを図4-4に示す。大振幅になるにしたがって、位相空間上での振る舞いが三角形になっていくのが観測されているが、それはより大振幅で3次共鳴の影響が強くなっていることを示している。

4. 3. 2 4次共鳴($4\nu_y = 13$)近傍での測定

次に、垂直方向の4次共鳴($4\nu_y = 13$)近傍で測定した結果を紹介する。測定は水平方向の場合と同様であるが、違いはキックの方向が垂直方向であるということのみである。振幅が5mm以上の場合の測定結果を図4-5に示す。この4次共鳴はビームをロスするほどに強くはないが、図4-6に示した位相空間上の振る舞いを見ると、振幅が5mmほどの時にアイランドを形成していることが分かる。振動の振幅によってベータロンチューンがわずかにずれるため(振幅依存のチューンシフトがわずかに存在する)、蹴る以前は4次共鳴の近傍にいたベータロンチューンが、ちょうど振幅5mmほどの時にその4次共鳴の真上($\nu_y = 3.25$)にあったと考えられる。その前後の振幅ではわずかにチューンがずれたため、アイランドの形成が起らなかったものと推察される。

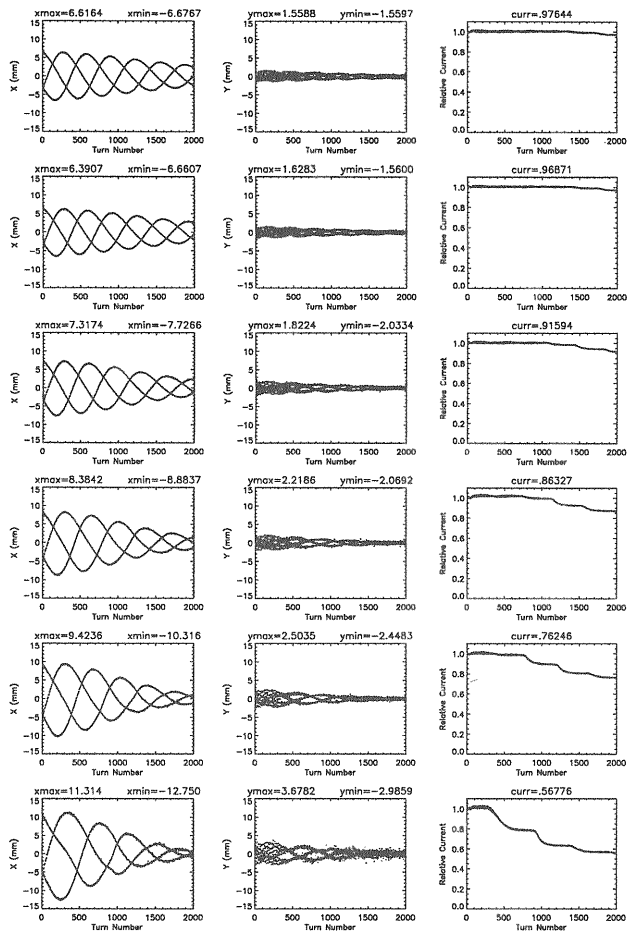


図 4-3 3次共鳴($3\nu_x = 25$)近傍での測定結果

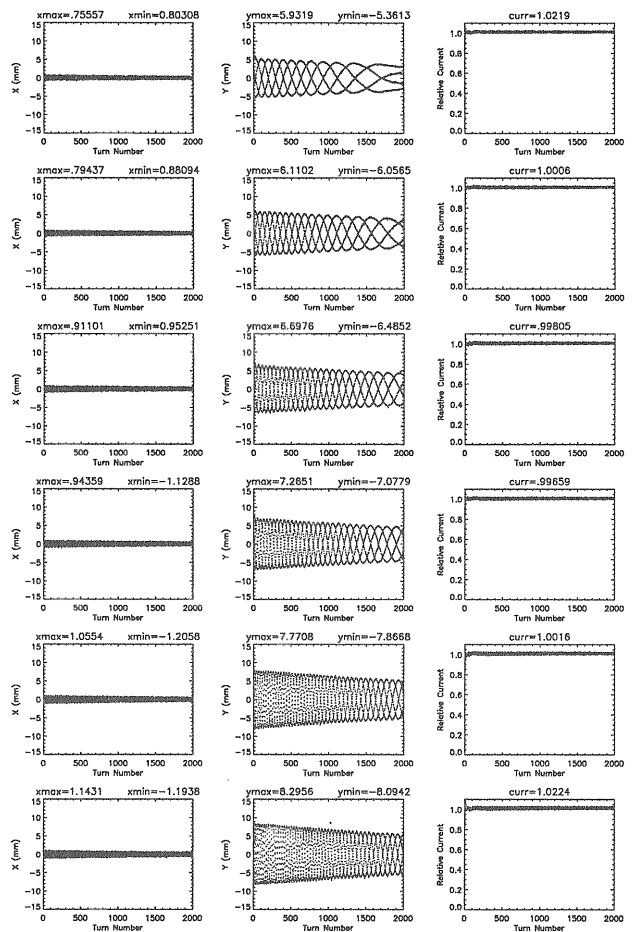


図 4-5 4次共鳴($4\nu_y = 13$)近傍での測定結果

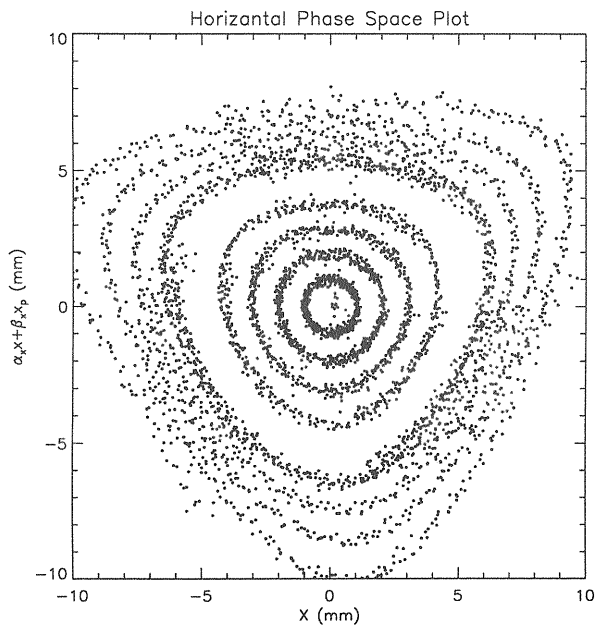


図 4-4 水平方向位相空間プロット

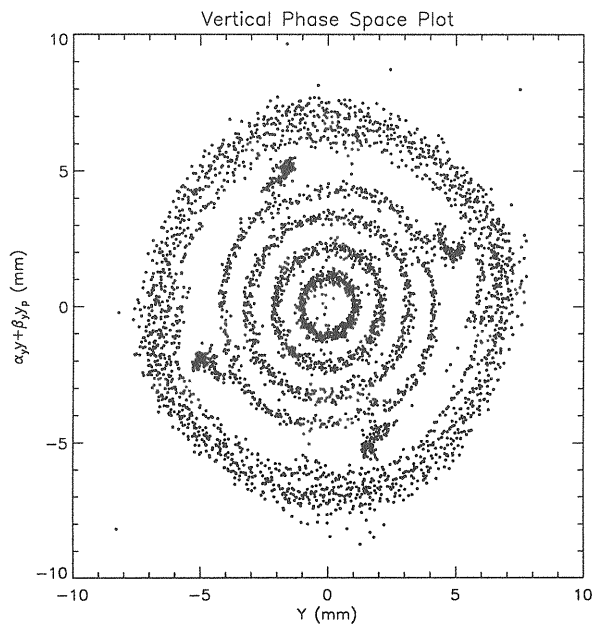


図 4-6 垂直方向位相空間プロット

今回は、ほんの2つの測定例しか紹介できなくて申し訳ないが、実際のビームを使って実験を行ってみると様々な興味深い現象が観測される。一部論文で紹介されたデータもあるが、まだ測定途上や解析途中なものがほとんどで、また機会がある時に紹介しようと思う。

第5章 おわりに

一月ほど前、大穂セミナー99の世話人である加速器研究施設の鎌田教授より、軌道解析コードSADによるダイナミックアパーチャの計算について講義するよう依頼を受けた。はじめは、大穂セミナーは“一度やりましたから”、“今忙しいから”、“もっと他に適任者がいるのでは”、などと言ってお断りしようと思ったが、結局引き受けるはめになってしまった。何年か前になるが、SADの使い方を鎌田教授より教えていただいた。PF高輝度化計画の検討時の最初のころは他のコードでダイナミックアパーチャの計算していたが、誤差がある場合やCOD補正を施した場合に、ダイナミックアパーチャがどうなるか計算できていなかった。そのため誤差がない場合は問題ないとしても、もし誤差の影響が大きく十分なダイナミックアパーチャが確保できなかったらという不安が、計画が具体化されるにつれ大きくなっていった。丁度そんな時に、誤差の影響等を計算できる機能が備わっていたSADの手ほどきを受け、使わせていただくことになった。結果的にSADのおかげで、誤差の影響もおおよそ見当がつき、非常に厳しいと予想されたダイナミックアパーチャ問題に対するある種の確信を得て、PF高輝度化計画を遂行できたように思う。その恩返しと言ったら大袈裟であるが、今回の講義をお引き受けることにした。しかし、PF高輝度化におけるダイナミックアパーチャの計算を行ってからすでに3、4年も経っているため、忘れていくことも多く、講義ノート用のグラフを作るために、再度計算をやり直したりと結構手間取ってしまった。その上、筆者の文章力不足のため当初予定していた内容をずいぶん省略してしまうことになってしまった。そのため、この講義ノートは大変読みにくいかもしれない。内容的にも大穂セミナーに参加する方々に適当なものかどうか、今回のセミナーの主旨に沿っているかなどなどを考えると、甚だ申し訳ない次第である。そんな不足の内容ではありますが、ダイナミックアパーチャ問題に関係している方々に、何かしらこの講義ノートがお役に立つことがあれば幸いである。

参考文献

PFリング高輝度化に関する文献

[1] eds: M. Katoh and Y. Hori, "PFリング高輝度化デザインレポート", KEK-Report 92-20

[2] M. Katoh et al., "Reconstruction for the brilliance-upgrading project of the Photon Factory storage ring", J. Synchrotron Rad. 5, 366 (1998)

SADによるダイナミックアパーチャ計算に関する文献

[3] K. Oide and H. Koiso, "Dynamic aperture of electron storage rings with noninterleaved sextupoles", Phys. Rev. E47, 2010 (1993).

[4] E. Kim et al., "Dynamic Aperture for the high brilliant optics of the Photon Factory storage ring", Jpn. J. Appl. Phys. 36, 7415 (1997)

ダイナミックアパーチャ測定実験に関する文献

[5] Y. Kobayashi et al., "Experimental measurement of dynamic aperture at the Photon Factory storage ring", Proc. of the 1993 Particle Accelerator Conference, 215 (1993)

[6] Y. Kobayashi et al., "Phase space monitor system at the Photon Factory storage ring", Proc. of 5th European Particle Accelerator Conference, 1666 (1996)

[7] K. Ohmi and Y. Kobayashi, "Head-tail effect due to lattice nonlinearities in storage rings", Phys. Rev. E59, 1167 (1999)