

## はじめに

MAGIC は、プラズマ物理向けの汎用 PIC コードで、開発元は、Mission Research Corp. なる米国の会社である。KEK では、クライストロンの動作解析や設計の道具として、このコードを 1997 年に導入した。現在、X バンド（動作周波数 11.424GHz）パルスクライストロンについての開発研究にこのコードが用いられている。筆者は、導入時からこのコードにつきあってきたユーザーの一人という事情から今回この項目について書くこととなった。本稿では、筆者を含む KEK ユーザーの人々の経験を中心に、このコードを使ったクライストロンのシミュレーションについての概要を書き述べることにする。

クライストロンの詳しい解説は、たとえば福田氏の OH088 の講義録[1]などを御覧ください。また、X バンドパルスクライストロンの開発経緯や、背景にあるリニアコライダ計画などの話も、別の文献を参照してください[2]。

## 1 概要

### 1.1 シミュレーション概要

クライストロンシミュレーションとは、クライストロン管中でのマイクロ波増幅過程を計算機上で再現し、その動作特性を定量的に把握する仕事をさす。シミュレーションでは、実機で測定される、出力パワー、効率、増幅利得等の性能に関する諸量や、それらのカソード電圧および入力パワーへの依存性などについて定量的知見が得られる。設計段階でのシミュレーションは、このような定量的評価を通して、ねらった仕様を満足しているかどうかの検証につかえる。他にも、たとえば、収束磁場（収束コイルの電流値）を変えた時のに伴うビーム径の変化など、実験的には評価の難しい点についても、具体的にみることができる。

ここで、クライストロンの動作を思い浮かべてみよう。図1はその概念図である。クライストロン上流部にある電子銃より発生した大電流ビーム（X バンドの場合、動作エネルギーは 500kV 程度、電流値は 400 アンペア程度）は、適当な収束磁場中で絞られたのち、外部から供給されるマイクロ波によって励振させられた入力空洞を通過する時、エネルギー（速度）変調を与えられる。ちなみに、X バンドでは、入力パワーは数 100 ワットである。さて、ビーム速度変調は、ビームが下流に走行してゆくうちに密度変調に変化してゆく。この密度変調されたビーム、つまりバンチされたビームが、出力空洞を励振することで、ビームの運動エネルギーが空洞内のマイクロ波のエネルギーに変換

される。励振されたマイクロ波のエネルギーは外部へ取り出される。クライストロンをブラックボックスと見立てると、マイクロ波の増幅器または DC パワーのマイクロ波パワーへの変換器とみなせる。増幅機能の指標は増幅利得、すなわち、入力パワーと出力パワー比であり、変換器としての指標が効率、すなわちビームの運動エネルギーのうち、マイクロ波エネルギーに変換された割合である。X バンドパルスクライストロンの場合、出力パワーの設計値は 75 メガワット、増幅率は 50dB 以上、また、効率は 50%程度またはそれ以上である。

入出力にかかわる空洞以外に、さらにいくつかの中間空洞と総称される空洞がクライストロンの性能向上のため配される。利得を稼ぐためのゲイン空洞や効率を上げるためのペナルティメート（penultimate）空洞（またはバンチング空洞とも呼ばれる）がそれである。それらの空洞は外部とつながりのないため idler cavities と総称されることもある。ゲイン空洞は入力空洞のすぐ下流に配された、ちいさく離調した（X バンドの場合、数 10 メガヘルツ）空洞で、ビームは、この空洞との相互作用により、エネルギー変調の度合いを増す。他方、ペナルティメート空洞は出力空洞直前におかれ、ビームのバンチ度を増す役割になる。この空洞の離調幅はややおおきい（X バンドの場合、数 100 メガヘルツ）。

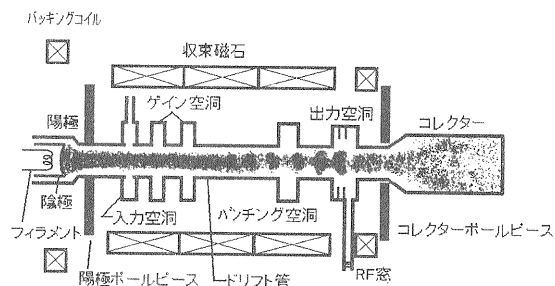


図1 クライストロンの構成。

クライストロン中のビーム運動の特徴は、空間電荷力が無視できないことと、空洞との結合がおおきいことがあげられる。前者の効果は、ビームがバンチしてゆく過程で、ビーム粒子同士の反発という形などであらわれてくる。空洞との相互作用についても、たとえば出力空洞を考えると、ビームがそれを通過すると、ビームはその大半の運動エネルギーをそこで失い、その結果ビームのバンチ構造は破壊されてしまう。このように、クライストロン中のビームと電磁場から構成される系の運動は、本質的に非線形であり、クライストロンの動作解析のためには、どうしても数値計算が必要となる。この計算の精度をあげることが、高性能

クライストロンの実現のために望ましい、ということになる。このような計算の道具としてMAGICというコードが導入された。

## 1.2 MAGIC について

MAGIC は PIC とよばれるアルゴリズムにより、プラズマ物理が対象とする系、つまり電磁場と荷電粒子ビームの結合した系を数値解析する汎用コードである。PICとは、Particle-in-Cell の略である。PICアルゴリズムの概要はつぎの様なものである。まず、本来、空間に連続分布している（空間座標の連続関数ということ）電磁場を、PIC では、空間格子点上に離散的に分布する変数としてとりあつかう。電磁場運動方程式（MAXWELL 方程式）は、格子点上に割り振られた場の量を変数とする差分方程式として定式化される（差分化された MAXWELL 方程式）。格子点に定義された電場、磁場変数は、この差分方程式を通じて、隣接する点上の電場あるいは磁場変数と関係づけられる。この差分方程式を、時間を追って（時間ステップ毎に）数値的に解いていくわけである。

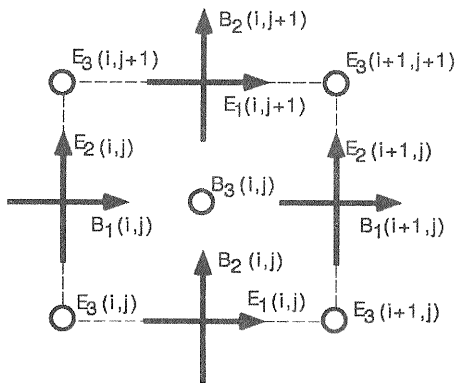


図2 二次元格子上に配された電場と磁場。

場の初期値が与えられたら、以下の時間変化は、この手続きによって決められてゆく。ところで、もしビームが存在すれば、その運ぶ電荷、電流も差分方程式に加えられていなければならない。PIC では、ビームは適当な数のマクロ粒子で表現されていて、それぞれの粒子には一定の電荷量があらかじめ付与されている（ただし均等とは限らない）。差分方程式に必要な格子点上の電荷密度や電流密度は、各粒子の位置に応じて、隣接する格子点上に割り振られる。こうしてビームを源とする電磁場が作られる。一方、ビーム粒子自身は、周囲の電磁場からの作用をうけつつ運動している。その電磁場は、各粒子の位置に内挿して求まる。

時間ステップ毎にそうやって決まる力による軌道変化を取り込んでゆく。電場、磁場、粒子について以上述べた手続きをくり返すことで、ビームと電磁場が結合した系の運動が計算されてゆく。

この時間ステップを大きくとると、計算ステップ数はその分減るので、同じ計算をするに必要時間は短くてすむ。ところで、許される時間ステップの最大値は、空間格子のサイズに応じてほぼ決まってしまう。クーラン条件とよばれるこの条件は、時間ステップ毎にくりかえされる計算の安定性を保証する条件である。MAGIC コードでは

$$\chi^2 = c^2 \delta t^2 \sum_{i=1}^N \frac{1}{(\delta x_i)^2}$$

で定義される  $\chi$  が 0.8 以下であることを条件としている。ここで  $c$  は真空中の光速、 $\delta t$  は時間ステップ、 $\delta x$  はグリッドの大きさ、 $N$  は次元数（2、3）である。要するに「格子の大きさを時間ステップ間隔に光が進む距離よりも若干大きくすべし」ということである。ユーザーが時間ステップを陽に指定しなければ、コードがこの条件にかなう時間ステップを自動的に設定する。ただし、我々の経験では、たとえこの条件が満たされていても、 $\chi$  が大きくなってくると結果が安定しているとは限らない場合もあるようなので、シミュレーションにさいしては、時間ステップやグリッドサイズを一度ぐらいいろいろ変えてみて、結果が変わらないことを確かめておいたほうが安全であろう。

空間格子は、Conformal グリッド（格子の線分が、座標の増減方向と一致しているもの）がおそらく自然と思われる。ちなみに、MAGIC ではデカルト座標や円筒座標、球座標（三次元）などが使える。

クライストロンのほとんどの部分は、軸対称な形状なので、円筒座標  $(r, \phi, z)$  が便利。さて、クライストロン中のビーム分布が軸対称であるならば、ビームのつくる電場の角度座標成分は無く、磁場のそれは角度によらない  $(E_\phi = 0, \partial B_\phi / \partial \phi = 0)$ 。ところで、

ビーム中の各粒子は、Br(磁場  $r$  方向成分) からローレンツ力をうけるので、 $\phi$  方向の速度成分を持つが、ビーム全体の分布は、軸対称な初期分布から出発すると、軸対称性は保存されたままである。このような軸対称性を認めて、変数  $\phi$  の節約をしたのが二次元（人によっては2.5次元ともいう）コードである。変数の節約は、計算時間の節約になる。三次元コードとくらべて、二次元コードによる計算は圧倒的に早い。正常な動作をしているクライストロン中のビームは、ここでいう意味の軸対称性を持っているので、二次元コー

ドでの計算が可能である。事実、クライストロン開発用コードの多くは、二次元コードである。ちなみに、MAGIC コードには、二次元版と三次元版がある。当然、我々の大部分の仕事も、二次元版のお世話になった(しこれからもそのはず)。

さて、入力・出力空洞は、カップラー部通して外部の導波管と接続され、マイクロ波エネルギーを外部とやりとりする。普通このカップラー部は軸対称構造ではないため、これをまじめに計算するには三次元的でなければならない。ただ、外部とのやりとりによる効果を近似的に二次元的に表現してやることで、二次元コードでの計算に取り入れることが可能である。これについては、後でふれる。

もしもビームが、クライストロン中にある軸対称でないモードと結合して、軸対称からはずれた運動をするような現象があるとすると、このビーム運動の解析は、三次元コードでしかできない (TE<sub>11</sub> モードと結びついた発振現象などは、これにあたるであろう)。三次元 MAGIC はこのような場面で役立つことが期待されているが、我々には三次元版の使用経験がまだそれほどない。三次元版は肝心なところで使い、その他の部分は二次元版であらかじめ計算しておく、といったような芸当できると時間の節約にもなり望ましいのだが、二次元版と三次元版でデータが共有化は現在のところ容易で無く、これが三次元版 MAGIC の敷き居を高くしているひとつの原因と思う。データの共有化という視点からは、二次元版と三次元版 MAGIC は、むしろ別々のコードと考えたほうがよさそうである。本稿では2次元シミュレーションについて述べてゆくことにする。

### 1.3 MAGIC の特長

クライストロン用の PIC コードには、Condor や FCI 等のすでに実績のあるコードがある。汎用性のある MAGIC コードをクライストロンに対して使うとき、有利な点として

1) 汎用コードゆえ、いろいろな過程が計算できる。クライストロン全体、すなわち、電子銃から出力空洞までを一連の計算として処理される。

2) PIC ゆえ、電磁的境界条件とビーム初期条件があたえられれば、計算実行可能となる。クライストロンなどの電子管でいえば、空洞などの幾何形状や、電子銃に印加される電圧、外場としての収束磁場が与えられるべき必要条件になる。

3) 系は定常状態でなくても良い。あるいは、非定常

な遷移的状态の解析にも使える。

等があげられると思われる。そのかわり、

4) 一般的に必要とされる計算時間は、従来のコードで必要な計算時間と比較するとかなり長くなる。最適化等の仕事にはむかない。

5) 汎用性があり、多機能なコードであるため、かえって、自分の用途に沿った形にコードをうまく使いこなさねばならない。またそのための習熟に時間がかかる。

等が不利な点としてあげられるだろう。

項目 4) については、昨今、計算機が長足の進歩をとげた結果、パーソナルコンピュータ上でも、まずまずの計算時間で処理できるようになってきたので、計算に対する時間的、経済的投資がだんだん少なくてすむようになってきた。項目 5) は、要はやる気の問題だと言う人もいる。

項目 3) は、「原理的に可能」という意味合いである。ところで、クライストロンが正常に動作しているときには、項目 3) でいうところの定常状態にある。つまり、ビームは、動作周波数で周期的運動をしていて、すべての空洞にはビームと同じ周波数で振動する単一のモードが立ち、ビームにとって空洞は、位相、振動数、振幅が確定した外場(源)として見える。もちろん、このとき、外場の位相、振動数、振幅は、ビーム運動と無関係に決まっているのではなく、ビーム運動に依存して、一意的に決まっている(ビームローディング)ことに注意しなければならないが。いずれにしても、この事情を積極的に取り入れることで(ビームと空洞の相互作用の等価回路モデル)、計算の能率を大幅に向上することができる。ただし、非定常の状態は扱えない。項目 3) のいうところは、非定常なふるまいについても、このコードが使えるといっているわけである。

## 2 簡単な計算例：pillbox 空洞の共振周波数

まずは簡単な例題として、ビームパイプ付き pillbox 空洞の共振周波数の計算をとりあげる。そもそも、空洞の固有モードの計算は、物理過程のシミュレーションではないのであるが、MAGIC の入力ファイルの体裁などを見る例としては適当である(コマンドに興味ない読者は、この章を飛ばしてください)。この計算は、クライストロンの計算でも、空洞の離調周波数のあわせ込みの際に行う。すこし冗長になるのを恐れず、この計算についての入力ファイルを採録しておく。以

下、MAGIC のコマンドはすべて大文字、ユーザーが指定するコマンドの引数は、先頭文字のみ大文字にした。コマンド文の終わりには必ず「;」がつくこと、「！」で始まる文がユーザーのコメントであることを注意しておく。

さて、計算の対象となる形状は図3の通りである。まず、この形状の入力をする。図のように、Lwall、Rwall、Shell と名づけられた3つの円筒導体がビームポート付き空洞を構成している。Caxis は対称軸である。Lplate、Rplate はビームパイプのふた（導体）である。この形状の入力は以下のようになる。

```
!Variables -----
Cav_R=10mm;
Cav_L=6mm;
BP_R=4.6mm;

Dr=0.2mm; Dz=0.2mm; ! Grid Sizes

Zmin=-20mm;
Zmax= 20mm;
Rmax=Cav_R+Dr*5;

! Coordinate system -----
SYSTEM CYLINDRICAL;

!Spatial objects -----

LINE Caxis STRAIGHT
  Zmin, 0.0mm  Zmax, 0.0mm;

ZcavL=-Cav_L/2.;
ZcavR= Cav_L/2.;

AREA Lwall RECTANGULAR
  Zmin, BP_R  ZcavL,Rmax;

AREA Shell RECTANGULAR
  ZcavL,Cav_R  ZcavR,Rmax;

AREA Rwall RECTANGULAR
  ZcavR,BP_R  Zmax,Rmax;

Zlplate=Zmin+dZ*5;
AREA Lplate RECTANGULAR
  Zmin, 0.0mm  Zlplate,BP_R;

Zrplate=Zmax-Dz*5;
AREA Rplate RECTANGULAR
  Zrplate, 0.0mm  Zmax,BP_R;
```

賢明な読者は、コマンド文の意味内容がすでに想像がついているであろう。すこし注釈を加えておく。始

めの7行では、Cav\_R 等の変数に寸法を入れておくだけ。つぎにやっているのは、図中の形状を、AREA - RECTANGULAR なるコマンドで寸法変数を用いて形状を定義している。長方形の対角点の座標 (X1,X2) を与えている。MAGIC では、座標変数は、X1,X2 に固定されている。いまは円筒座標を使っている（「SYSTEM CYLINDRICAL」コマンド）ので、X1,X2 は z, r に対応している。対称軸 Caxis は、LINE コマンドで定義されている。構造形状の入力は、このように、ユーザーが形状入力のコマンドを使って、直接書くことになっている。クライストロンの形状は、軸対称でかつ簡単な構造であるので、基本的にはこの例と同じように入力される。

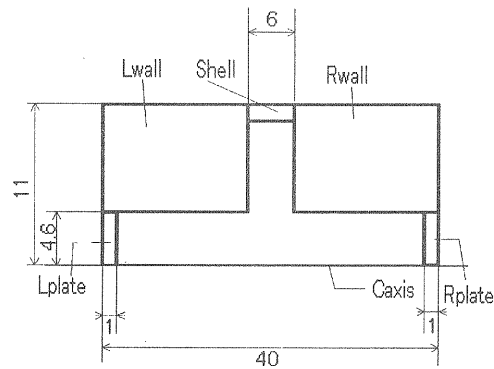


図3 pillbox 空洞

つぎは、グリッド切りである。MAGIC は自動的にグリッドを切る機能が備わっているので、それを使えば簡単だが、ここでは手で切ってみた。

```
! Spatial Grid -----
GRID ORIGIN X1 Zmin;
GRID ORIGIN X2 0mm;

Deltaz=zmax-zmin;
GRID UNIFORM X1 DISTANCE deltaz
FIRST Dz;

Deltar=Rmax;
GRID UNIFORM X2 DISTANCE deltar
FIRST Dr;
```

GRID ORIGIN は、グリッド切りの始点を指定するコマンド。この例では、X1,X2 両方向とも、一様なグリッドが生成される。

クライストロンの計算のときでも、問題無くユーザーが手で切れる。すこし込み入った構造を持つ電子

銃でも、手でできる範囲である。

以上で形状とグリッド入力がおわった。つづいて、電磁的境界条件を設定してやる (SYMMETRY AXIAL、CONDUCTOR コマンド)。さらに電磁場とビームの初期設定をしてやれば、シミュレーションの準備完了。今の例では、初期設定 (場の初期分布) は、EIGENMODE コマンドが適当に設定する。このコマンドが、入力した形状をもつ空洞の基本モードを見つけ出す仕事をこなす。計算結果の出力は、VECTOR コマンドを用いて、電場分布プロットの表示を出力する。すべてのコマンドがそろえば START コマンドで計算を開始させる。

```
!--Symmetric Boundary Condition
SYMMETRY AXIAL Caxis;

!--Physical (EM Boundary) properties ----
CONDUCTOR Lwall;
CONDUCTOR Shell;
CONDUCTOR Rwall;
CONDUCTOR Lplate;
CONDUCTOR Rplate;

!-- Picture Output of the configuration ----
DISPLAY;

!-- Job Command ----
EIGENMODE MODE TM;

!-- Output -----
VECTOR Tsys$Eigen FIELD E1 E2;

!-- Run command ----
START;
```

ファイルの先頭部分に

```
Header organization "KEK";
Header author "S.M.";
Header device "Pill Box Cavity";
Header run "1";
Header remarks "Sample Run OHO 99";
```

のような Header をつけておくと、MAGIC の出力ファイルにこのコメントが書き出される。

ベクトルプロットの結果を図4に与えた。空洞にトラップされた TM01 様のモードが見える。周波数も 12.37GHz と求まっている (この空洞は X バンドクライストロンのそれとほぼ同じ大きさである)。もっと複雑なシミュレーションも、入力ファイルの体裁や構造は、基本的にこれと同じである。形状入力、グリッド、電磁的境界条件、初期条件、出力結果のと

りあつかい等に関するコマンドがずらっとならんである。コードはそれを読み込むことで、シミュレーションが実行される。ユーザーは適当なコマンドを選択して、このようなファイルを書くことが第一の仕事となる。

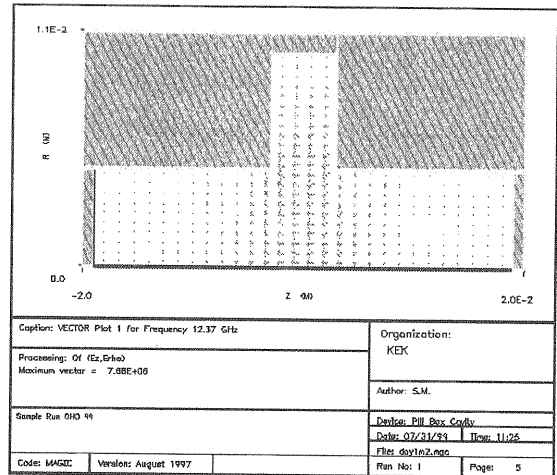


図4 実行結果の出力。電場のVector Plot。

### 3 クライストロンシミュレーション[3,5,6,7]

さて、話をクライストロンの計算に移す。われわれはいままでいくつかの X バンドクライストロンについて MAGIC を使って計算したが、ここでは、XB72K 9 号機 (XB72K-9) の動作解析を例にとることにする。

(XB72K とは、KEK で開発されている一連の X バンドパルスクライストロンのシリーズである[4])。

クライストロンの計算は、電子銃部、バンチャー部、出力空洞部の 3 部分に分けて行われた。コードで許される空間グリッドの総数には上限のため、全体を一挙に計算することは、実際上できないのだが、たとえそうでなくても、このように部分に分けて計算しておくほうがいろいろ便利である。例えば、飽和出力をさぐる目的で、入力パワーのスキャンをすることを考えてみよう。電子銃から入力空洞までのビームは、当然同じものが使えるので、この部分については、別に計算をしておいて、その結果を使いまわせば良い。

MAGIC にはデータの受け渡し機能があるので (コマンド import と export)、上流側の計算結果 (ユーザーが決めておいた境界面上での電磁場とビーム粒子の時系列データ) を、ファイルに書き出しておき、つぎの下流部で、それを読み込んで続きの計算することができる。ところで、この手続きを利用しようとする時、下流側から上流に向けて粒子や電磁場が伝播してゆか

ないことが必要条件である（そうでないと受け渡される上流側のデータは、もはや正しくない）。ところで、クライストロンの正常な動作範囲では、上流に向けての粒子や電磁場の流れはないはずなので、まさにこの条件にかなっている。データの受け渡し場所は、空洞から十分離れた場所（ドリフト中央部など）がよい。正常な動作状態では、動作周波数で振動する各空洞の電磁場は、空洞に局在しているため、おのおのの空洞同士には電磁的な結合はない。ドリフト中央部のような場所での電磁場は、単にビームに附随して運動しているだけである。

なお、収束磁場については、LANL POISSON/PANDIRA の計算結果がそのまま使える。その出力ファイル (sf7 コードの rect オプションで出力されたもの) がそのまま MAGIC の入力ファイルとして使える。

### 3. 1 電子銃部の計算<sup>[5]</sup>

MAGIC のシミュレーションでは、空間電荷制限下<sup>1</sup>でのカソード表面からの電子の放出を計算できる。カソードのごく近傍に（熱）電子雲を配し、それがカソードアノード間の電位差によって引き出されてくる過程を計算するコマンドが用意されている。

これまで S バンドクライストロンの電子銃などについての MAGIC による計算がなされていて、パービアンスは、実機の測定値とよく合っている。表 1 に EGUN コードの結果もあわせて、測定結果との比較を示す。

Klystron	PV3030A2	5045	XB-72K
Frequency	2,856 MHz	2,856 MHz	11,424 MHz
Voltage	300 kV	315 kV	550 kV
Experimental			
μperveance	2.05	2.0	1.2
EGUN			
Grid size	0.5 mm	0.5 mm	0.5 mm
μperveance	1.89	1.78	1.10
Machine-time*	2 min.	2 min.	6 min.
MAGIC			
Grid size	0.5 mm	0.5 mm	0.5 mm
Time step	0.9726 ps	0.9726 ps	0.24315 ps
μperveance	2.03	1.99	1.19
Machine-time*	5 hours	5 hours	15 hours

\*The time simulated by PentiumPro200MHz PC.

表 1 MAGIC と EGUN および実機の比較。

<sup>1</sup> ビーム強度（電流密度）が増すと、やがてビームの作る電場により、カソード面上の電位勾配が打ち消され、ビーム電流値が飽和してしまう。このときビーム電流値はカソード電圧の 3/2 乗に比例する（比例係数がパービアンス）。電流がカソード温度によらなくなる温度領域を空間電荷制限領域とよぶ。

電子銃部の幾何的大きさ、とくに径方向の広がり、他の領域にくらべてかなり大きい（われわれの X バンドの場合、たとえばカソード半径は約 36mm であるのに対して、ドリフト半径は 4.6mm、空洞もせいぜい 10mm 程度である）。このため、電子銃部全体の計算では、そのグリッドサイズは、空洞部などより粗くならざるをえない。さて、少し技術的な話になるが、このような電子銃部の精度よい計算のためには、まず「大きい領域」を粗いグリッドで計算し、つづいて細かいグリッドでの「小さい領域」の計算をおこなう（図 5 参照）。小さい領域は、径方向が収束電極の先端とアノード電極間の線「GAP」で切られている。小さい領域の計算は、「GAP」上の電位勾配（ノイマン境界条件としてあたえられる）がわかれば可能であるが、その位置での電位は、ビームのつくる電場の寄与もちゃんと取り入れてやらなければならない。それを大きい領域の計算で決めるやる。大きい領域の電位勾配は「inlet」線に加えられる。「inlet」はビームから遠いので、「inlet」上の電位は同軸線のそれと同じとしてよいであろう。こうして、大きい領域内の（ビーム付き）電位分布が計算される。「GAP」上の電位分布は、このとき求まる。

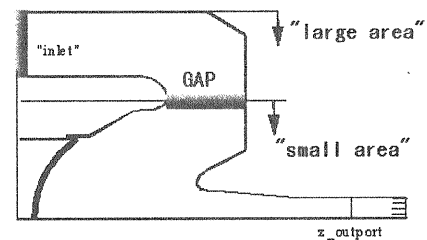


図 5 「大きい領域」と「小さい領域」。

カソードからのビームは、静電的に収束されつつ下流へ流れてゆく。ビームの様子をプロットした図を図 6 にあげておいた（カソード電圧 450kV）。ビームと電磁場のデータは、つぎのバンチャー部の計算にひきつがれる。export 線（図 5 の z\_outport 線）上でのビームと電磁場の時系列データがファイルに書き出され、つづくバンチャー部に計算では、import 線（電子銃部の export 線と一致）にそのデータが割り付けられる。

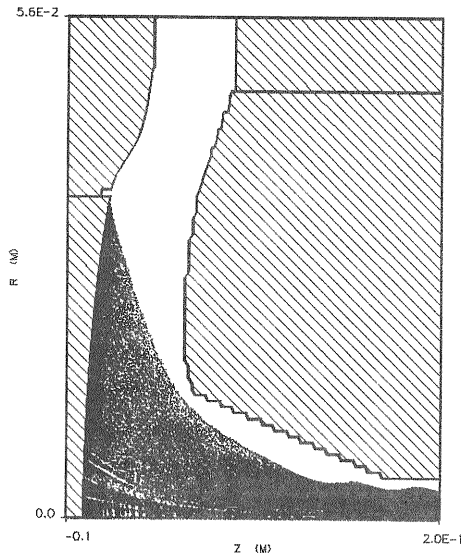


図6 XB72K 電子銃部のビーム軌道。

電子銃設計でおなじみの EGUN コードと MAGIC との比較で、電流密度とビームの傾き( $dv/dr$ )を両者で計算した結果を採録しておく。

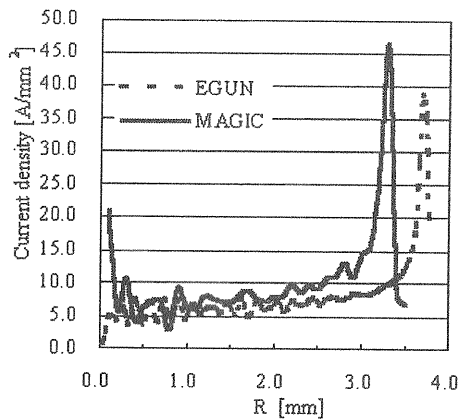


図7 XB72K ビーム電流密度の r 分布。EGUN と MAGIC の比較。

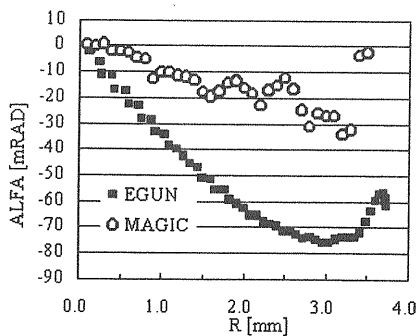


図8 XB72K ビーム粒子の入射角度( $dv/dr$ )の r 分布。

電流密度分布は、カソードから 175mm 位置でのもの。両者は一致しているといえそうである。一方、同じ場所でのビーム入射角度の  $r$  依存性をみると、MAGIC のそのの方が、EGUN よりもすべての  $r$  で小さくなっている (約半分)。これについては、ビームの (静電的収束での) 「くびれ位置」が異なることがそのまま反映している。また「くびれ位置」のずれはおそらく、ビーム電流値が両者で異なること (EGUN 450A, MAGIC 490A) が原因していると考えられる。

### 3.2 バンチャー部の計算[6]

中間空洞については、決められた位置にそれぞれの形状を持った空洞を配置してやればよい。共振周波数は (例題とおなじようにして)、EIGENMODE コマンドを使い、合わせる必要がある。

入力空洞のシミュレーションは、いわゆるポート近似を使う。先にも述べたように、入力空洞へのマイクロ波の供給は、軸対称性を持たないポートを通じておこなわれるので、この部分は二次元計算できない。しかし、空洞の基本モードとビームの作用反作用の部分に限定すれば、二次元コードで計算が可能である。というのは、ポートを通じて空洞に貯えられたパワーは、空洞の基本モード (軸対称) のみを励起し、ビームはこの軸対称モードの電磁場と作用を及ぼしあうからである。このため空洞に発生する軸対称なモードの電磁場分布を、ビーム無しであらかじめ計算しておけば、ビーム付きのシミュレーションはその電磁場を外場として加えることで、二次元計算でことたり<sup>2</sup>。

図9は、ビーム付きシミュレーションで使った外場としての電磁場のうち、その電場分布のようすをあらわしている。

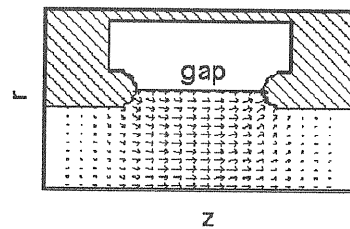


図9 入力空洞のポート近似。電場のベクトルプロット。

<sup>2</sup> この外場は、ビームからモードへの反作用 (ビームローディング) 込みと考えてよい。ビームローディングにより、ビームありとなしのモード間では入射マイクロ波を基準としたとき、位相変化が生じるが、このように入射マイクロ波が捨象されかつ空洞に入ってくるビームが DC である場合は、そもそも位相の基準がない。

空洞のノーズコーン間にわたした直線「gap」上の電場は、(ほぼ) z 成分しかもたないのので、この上の電場を外場源として使うと便利である。シミュレーションでは、「gap」上の電場によってビームが空洞から受ける電磁場が図9のように再現される。「gap」上の電場分布は、入力空洞から入力ポートをとりのぞいた空洞を励振してやることで計算できる。それを、

$$E_z(z,t) = \frac{V_g}{d} \bar{e}(z) \sin \omega t$$

と書いてやると、関数  $e(z)$  は図10にあるような関数としてもとまる。d はギャップ間隔、 $V_g$  はギャップ電圧とよばれる。空洞内の蓄積エネルギー (あるいは入射パワー) とギャップ電圧間の較正は別に行う。

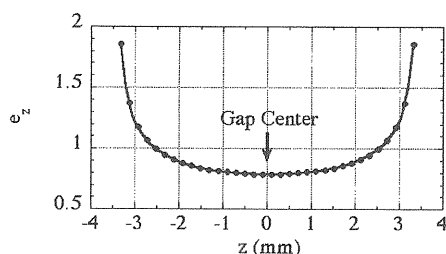


図10 「gap」上電圧の空間依存性。

### 3.3 出力空洞部の計算

X バンドクライストロンは、進行波多空洞型の出力空洞を持つ。これは、空洞内での電界強度を下げるためのアイデアである。XB72K-9 の出力空洞は、4 空洞、 $\pi/2$  型で、最下流の空洞からマイクロ波が二つのポートを通じて取り出される。ここでも、出力ポートは軸対称の配置ではないので、このポートの形状をそのまま取り入れた計算は三次元計算になる。ただ、このポートのもつ電気的特性を二次元 (軸対称) 近似することで、空洞部とそこを通過するビームを二次元コードでシミュレーションできる。出力マイクロ波は、四連空洞の最下流の空洞の外周部にあるカップラーポートを通して、矩形導波管に流れてゆく。このカップラーポートの役割を、二次元計算では、空洞周縁部つめた軸対称な (純) 抵抗体でおきかえる。空洞内の電磁場と導波管を伝わる波の S (散乱) マトリクスを再現するように、抵抗体の大きさや抵抗値が選ばれる。最下流空洞の radial 方向に進む波 (のある部分) は、抵抗体に吸収される。吸収されるパワーがクライストロンから取り出されるパワーと等価になる。くわしい

抵抗体のパラメータの決めかたについては、文献を参照してください。

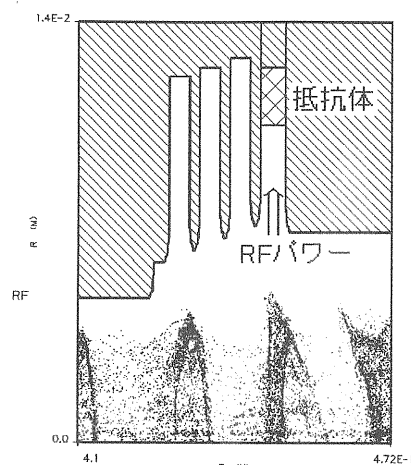


図11 出力空洞の二次元モデル

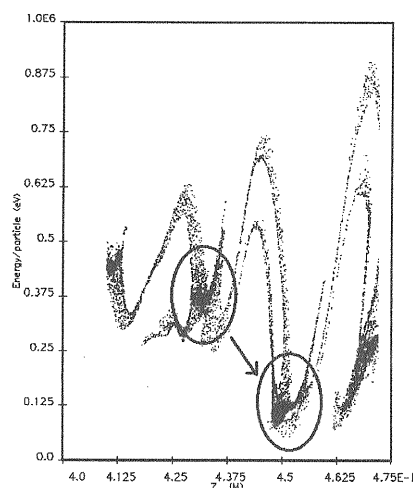


図12 出力空洞中のビームエネルギー (スナップショット)

出力空洞部へのビームおよび電磁場のデータは上流から供給される。図12からわかるように、バンチしたビームのパワーは大きく減っている。この計算ではビームが少し再加速しているように見える。もともとの出力空洞は等価回路を使って設計されているので、(このカソード電圧では) まだ少し最適化の余地があるらしい。余談になるが、このクライストロンの継続機である XB72K 10 号機では、出力空洞の再設計が MAGIC コードを用いて行われた。

バンチャー部と出力部をあわせたシミュレーション結果を図13に与えておいた。この図は、3つの領域にわけて独立に計算したものをつなぎあわせてある。うえからビームエネルギー、ビーム分布 (軌道) のスナップショット、一番下が RF 電流 (基本周波数と二



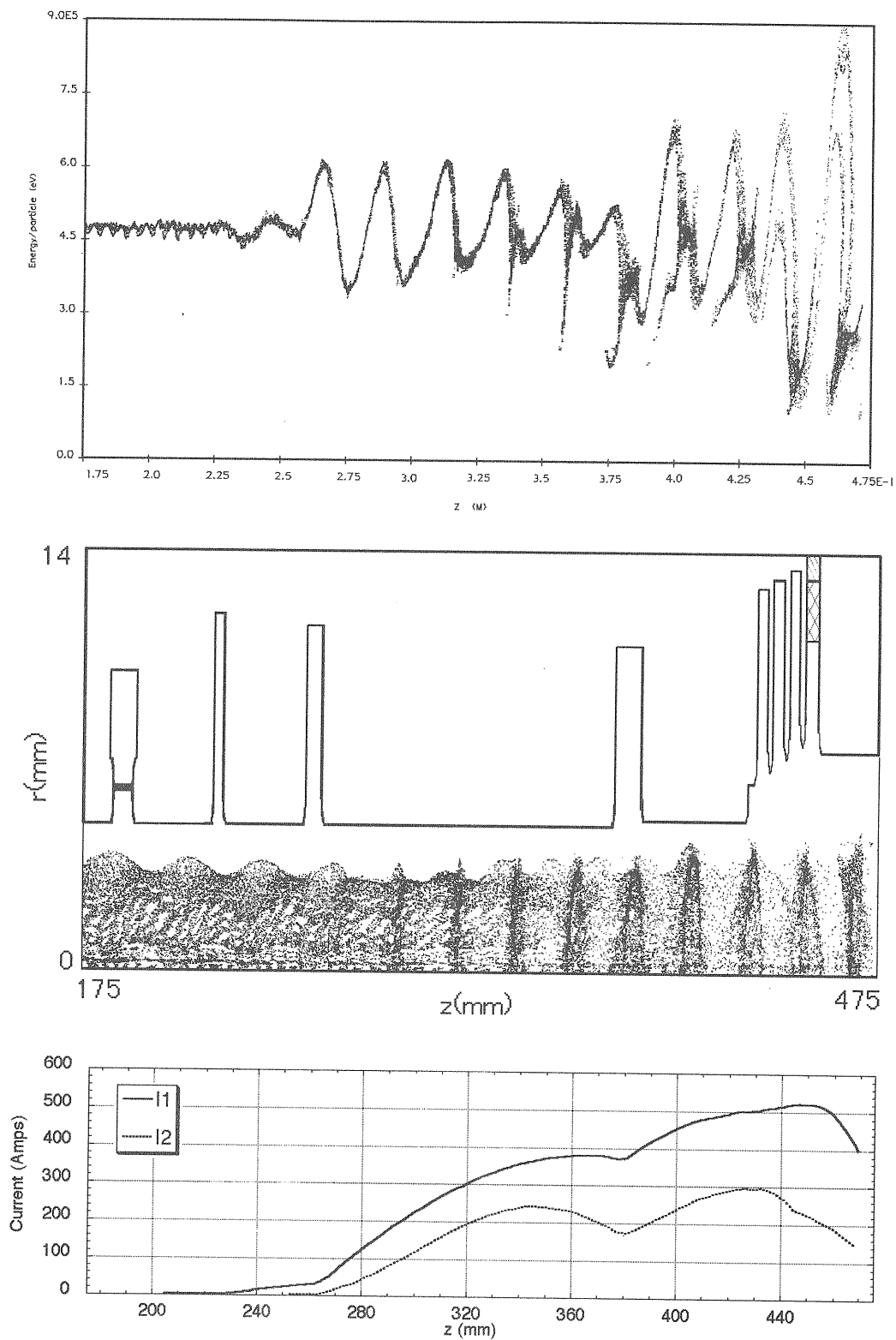


図 13 バンチング部と出力空洞部のシミュレーション結果。カソード電圧 480kV 入力 300W。  
上からビームエネルギー、ビーム粒子分布、RF 電流成分 (基本 I1 と二次 I2)。

倍周波数)の成長図である。ビーム分布図では、バンチングしていくビームのようすが一目でわかる。いっぽう、ビームエネルギーのプロットで目に付くのは、空洞位置でのビームエネルギーのおおきな変動であろう。ゲイン空洞でエネルギー変調が増幅されていることやバンチング空洞で非常に高い電圧(数100kV)が発生していること、出力空洞で大部分のビームがエネルギーを失っている一方、べつのもは1MeV近くまで加速されていることなどがわかる。バンチング空洞の役割は、RF電流図を見るとわかりやすい。

クライストロンに特化したコードでは、このような図は、標準的に出力されるのに対し、MAGICではユーザーが生データから再構成する必要がある。どうでもいいことではあうが、ユーザーとしては少し面倒である。

### 3.4 計算時間

計算が収束し、系が定常になるまで計算はしなければならない。計算時間はグリッドサイズや、ビーム粒子数、時間ステップなどによるので、ケースバイケースだが、目安としては、電子銃部は10時間、バンチャー部は15時間、出力空洞部は2時間程度で、全体を通した計算は、丸一日以上かかる。ちなみに、このときの時間ステップはRF周期の1/360、グリッドサイズは銃部で0.5mm 正方形、その他で0.2mm x 0.3mm程度である。われわれはPentiumII 300MHz 搭載のPCを用いている。

### 3.5 シミュレーション結果と試験結果の比較

XB72K-9について、MAGICと実機試験の結果を比較しておく。飽和出力のカソード電圧依存性は、日時のことなる2種類の測定データがあり、別々にプロットしてある。両者の間で少し開きがあるのは、おそらくこの程度の系統誤差が常に存在していることを示唆しているであろう。これを勘案しても、MAGICは定量的にほんの少しずれがあるようにみえる。入力出力特性でも同様に定量的なずれがある。測定の系統誤差の候補はいろいろあるであろうが、シミュレーションが精密になってきたことで、計算と測定データの比較も、いままでよりは、精度を問題にすべきときになったといえそうである。

われわれが取り組んだ計算にはSLAC XL-4なるXバンドクライストロンの例もある。こちらの方は、計算と測定はよくあっている。いずれにしても、このような実機データとの比較の例数をふやす努力は必要であろう。

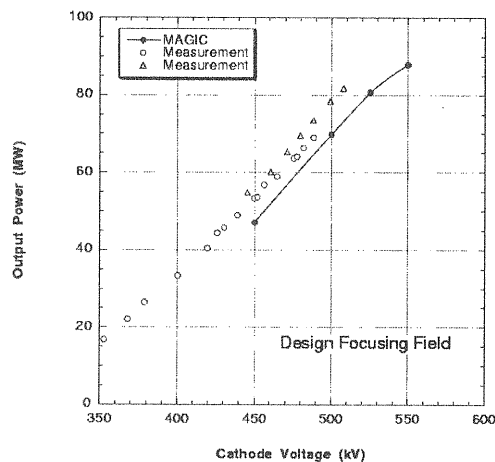


図14 飽和出力の比較

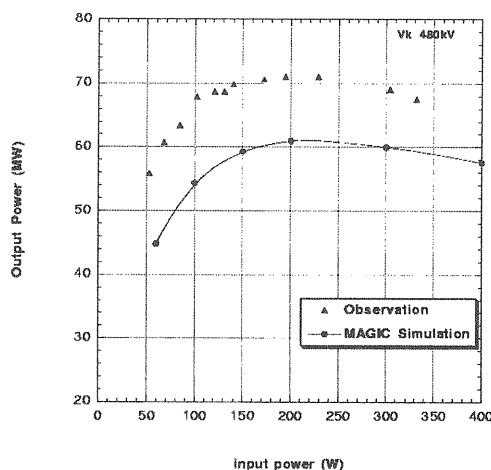


図15 出力特性：入力への依存性。カソード電圧480kV。

## 4 今後の展望

ここで紹介したXB72K-9はソレノイド磁場を収束系に持つ。近年のXバンドクライストロンの開発は、ppm (periodic permanent magnets) による収束系をもつものが設計され[8]、いくつかのプロトタイプがすでに試験されている。この永久磁石を用いた収束系は、ソレノイド磁場の収束よりも一般的には弱いので、開発に際しては、精度の高いシミュレーションが望ましい。既存のコード以外に、MAGICを使うことで、より

よい設計ができればよろこばしい。

そもそも MAGIC は汎用のコードであるので、クライストロン以外の用途にも使える。筆者の回りでは、RF 銃の設計に使っているのを聞いたことがある。これ以外の用途も当然考えられる。

PIC コードには、定常、非定常の区別はない。今後の課題として、たとえば、負ビームアドミッタンスのときのビーム運動はどんな具合か、そのとき運動は飽和するのか、それはどのくらいの緩和時間か、などの計算ができればすばらしい。

われわれは、(三次元コードを含めて) いままでこのような動機付けでコードを走らせた経験は、あまりなく、ほとんどの時間を定常的な運動の計算に費やしているのは少々残念である。実は筆者自身、まだまだコードの能力を十分引き出していないことを白状して、この稿をおわります。

#### 参考文献

- [1] 福田茂樹 「クライストロンとその周辺」 OH088.
- [2] JLC Design Report, KEK Report 97-1, April 1997.

[3] Y.H.Chin et al., "The 120MW X-Band Klystron Development at KEK", in Proc of EPAC 98, Stockholm, 1998.

[4] K.Takata et al, "X-Band Klystron Development at KEK", BEAM 98, Israel.

[5] S.Michizono, et.al, "Electron Gun simulation using MAGIC", in Proc. of Linac 98, Chicago 1998.

[6] S.Matsumoto, et al, "Simulation Study of the bunching section of X-band klystrons", *ibid.*

[7] H.Tsutsui, et al, "X-band klystron output cavity simulation", *ibid.*

H.Tsutsui, 総合研究大学院大学博士論文.

[8] K.R.Eppley

"A PPM focused klystron at X band with a travelling wave output structure", SLAC-PUB-6689.