

第1章 はじめに

ビーム不安定性について、理論的に考察したすぐれた教科書がある。又、このテーマは、ヨーロッパやアメリカで行われている加速器スクールでしばしば取り上げられて、OHO シリーズでも行われたことがある。ここではビーム不安定性の問題を正面から取り組まないで、むしろ、実際に加速器を運転しビームを観測する立場から、不安定現象を扱う。したがって、このノートはビームの不安定性を実験的に調べることを目的に書かれた。

ビームは外部電磁場によって収束され、加速され、その軌道が安定に保たれている。しかし、その電磁場のバランスが崩れると、たちまちビームは発散し、不安定になってしまう。又、外部電磁場が安定に保たれていても、ビーム内部における粒子同士のクーロン散乱、又は空間電荷力によって、ビームサイズが増大したり、ビーム寿命が減少してしまう。これら内部電磁場の問題については、このセミナーにおける他の講師によって解説されるであろう。ここでは外部電磁場の問題を扱う。外部の電磁力といっても、その源はビーム自身の場合が多い。ビームの電磁波と真空壁との相互作用により、ビームによって壁で発生した電磁場により、ビームが不安定になってしまう。又、陽電子ビームは放射光を発生し、その放射光が光電子を生成する。その光電子が陽電子ビームに引き寄せられ、電子雲となって陽電子ビームを蹴る。さらに、衝突型加速器では、電子と陽電子ビームはお互いの空間電荷力で蹴られる。このように、ビームが不安定になる要因は様々ある。これらの問題をすべて扱うことは、筆者の能力をはるかに越える。したがって、このノートは主に、インピー

ダンスという概念を使って、ビームとそれを取り巻く真空壁との相互作用によるビーム不安定性を扱う。又、電子雲の問題も触れる。

KEKB B-Factory 加速器（以下KEKBと略）の目的は性能を向上させ、設計ルミノシティを達成させることである。設計通りの性能を達成するために、ビームの不安定性を克服していかなければならない。しかし、ここではそのような実利的な目的達成思考から少し離れ、ビームの基礎的な性質から勉強する。ビームの基本パラメータを測定し、KEKBのインピーダンスを推定する。これは、ビーム不安定性を実験を通して理解するために必要である。一方、ビームを観測するための測定装置の開発も重要である。新しい測定装置により、今までわからなかった現象が見えてくる場合もある。新しい物理が始まるかもしれない。測定分解能の向上によっても新しい事実が現われることもある。

このノートは以下のような構成になっている。2章でKEKB加速器の概要を説明し、3章でビームがどう見えるかを解説した後、ビームパラメータを測定するための道具を紹介する。新しいビーム位置モニターとビームスペクトルを利用したバンチ長モニターの原理が述べられている。4章では、ビーム不安定と直接関係するKEKBのインピーダンス測定が述べられている。最後に本ノートのテーマであるビーム不安定性について述べる。始めに、縦方向インピーダンスの現状が報告され、横方向モードカップリング不安定性の測定結果が述べられている。さらに、陽電子リングで垂直方向ビームサイズ増大の原因と見なされている電子雲不安定性について現状を報告する。しかし、ビーム不安定性については触れない。

第2章 KEKB 加速器

2.1 概要

KEKBは周長の全く同じ2つのリングに電子と陽電子バンチを入れ、互いに衝突させる加速器である。衝突重心系エネルギーがB-Mesonを作る10.58 GeVになっているので、B-Factoryと呼ばれている。図2.1にKEKB 加速器の概要を示す。リニアックで作られ加速された電子と陽電子バンチは、ビーム輸送系を通してリングに入射される。トリスタンで使われたトンネルを再利用しているので、リングの周長は約3 km。2つのリングはトンネル内に水平に設置され、筑波実験室で両ビームは水平方向に2.2 mradの角度をもって衝突する。その対称位置にある富士実験室では、ビームが衝突しないように上下に振り分けられている。電子ビームを蓄えるリングをHigh Energy Ring (HER)、陽電子ビームを蓄えるリングをLow Energy Ring (LER)と呼んでいる。ルミノシティ(Luminosity)を上げるために、アンペアクラスのビーム電流で多くのバンチ(最大5120個)を蓄え、それらのバンチを衝突点で最大限に絞こむように設計されている。

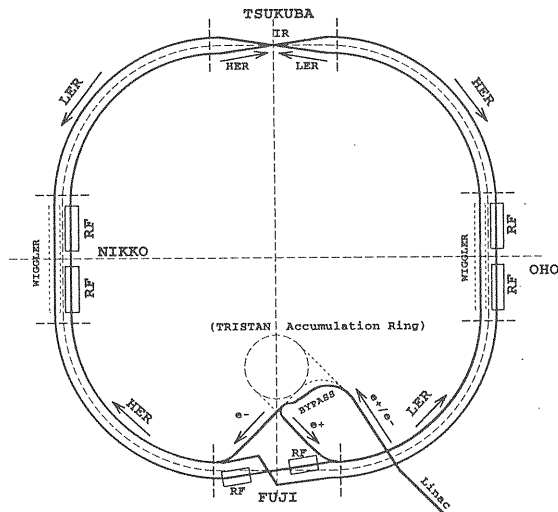


図2.1 KEKB B-Factory の概要、[2-1] より転載

KEKBのパラメータを表2.1にまとめている。ビームダイナミクスの立場から見ると、パラメータに以下のような特徴があるといえる。

(1) 電子ビームのエネルギー8 GeVであるのに対し、陽電子ビームが3.5 GeVである。そのエネ

ルギー比(質量比)がやく2.3。又、ビーム・ビーム力をそろえるために、低エネルギー陽電子ビーム電流を電子ビーム電流よりやく2.3倍増している。衝突で均衡を保つために、軽い粒子は数で対抗するしかない。(しかし、この比例配分は現実の衝突では崩れているようだ。)ビーム不安定性の立場から考えると、陽電子ビームが断然不利といえる。なぜならば、多くの高エネルギービームの不安定性のしきい値は、ビームエネルギーに比例し、不安定性の成長率はビーム電流に比例する傾向がある。

(2) モーメントコンパクションが小さい(10^{-4} のオーダー)。その中で可変できる。したがって、シンクロトロンチューンも小さくなる。シンクロトロンチューンが小さいことは、ビーム進行方向(縦方向)のフォーカスする力が弱いことを意味する。

(3) 衝突点での垂直方向ベータatron関数が10 mmに絞られている。(実際はもっと絞られている。)バンチ長が衝突点のベータatron関数よりも長いと、ルミノシティが減る。そこで、4 mmから6 mmの短いバンチ長が設計されている、バンチ長が短いので、ビームスペクトルが周波数の高い領域まで延びている。これは、ビームダイナミクスやリングのインピーダンス(第4章で説明)に影響する。以上のように、ビーム不安定性の条件は厳しいことが予想される。特に、ビーム電流が高くエネルギーの低い陽電子ビームは不安定になり易いといえる。

ビームになったつもりで、真空ダクトの中から加速器を見よう。ダクトの断面形状は図2.2に示すように、LERは円形で、HERはレーストラック型である。このままの形状がリング一周に保たれているならば、インピーダンスに関しては、ほとんど問題にならないであろう。しかし、現実のダクト内面は様々な装置が埋め込まれている。最も大きな装置は加速空洞である。空洞は断面形状が大きいので、空洞の両端にテーパ管を付けて形状の違いを調整している。このテーパ管はウエイク場を発生させる。空洞は加速電場を効率よく発生させるために、特殊な構造になっている。そして、その構造に依存した高調波を発生させる。この高調波は、ビームに害を与えるが、ARES空洞の場合、高調波を選択的に吸収するSiCが装着されている。一方、超伝導空洞でも、壁面に装着

されたフェライトが高調波を吸収する。このように、空洞には内部で発生した高調波を吸収する工夫がなされている。次に、伸縮可能なベローズを見よう。ベローズの蛇腹構造はビームから見えないうになめらかにシールドされている。それでも、放射光の直撃を守るために、壁に突起物を付けている。その他に、真空ポンプのためのスロット、ビーム位置を検出するボタン型の電極が数多くある。ビームフィードバックに使われている棒もやや気になる。衝突点近くに行くと、真空ダクトが合流したり、2つ分かれている構造になっている。又、断面形状も複雑に変化している。最も気になるのは、図2.3に示すように、ビーム軌道を塞ぐように垂直方向に突き出たマスクと呼ばれる構造物がある。これは、その位置を調整し、ビームのすそにある粒子を落として、衝突検出器(Belle)へのノイズを小さくするために使われている。しかし、この大きな突起物は、大きなインピーダンスを作ることが予想される。

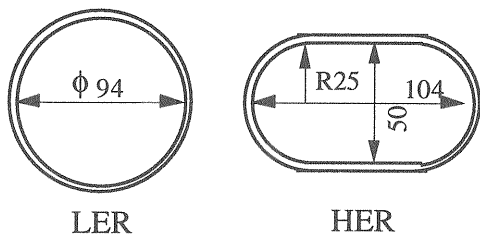


図2.2 真空ダクトの断面形状。

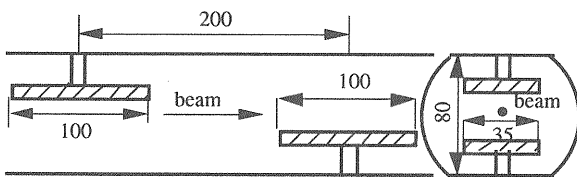


図2.3 LER 垂直方向移動型マスク (オリジナル版)。

2.2 コミッショニング

リニアックから入射路とリングへのコミッショニングは、1998年12月1日から始まった。加速器に携わる人にとって、新しい加速器に始めてビームが入射される時の興奮は忘れ難い。特に、ビーム計測が加速器立ち上げ前に整っていることが必要とされ、それが加速器成否のカギを握って

いるとまで言われている。HER に始めてビームが入射された頃のエピソードを紹介する。

12月11日(金)、入射調整によりHERにビームが数10ターン回ることが確認された。しかし、蓄積はまだであった。ビームがリングに蓄積された状態になれば、オプティックスの精密な調整ができるけれど、ビームが蓄積される前は、未知のパラメータが数々ある。リング周長もその1つであろう。モーメントコンパクション α が小さい加速器においては、周長のずれは、次式でわかるように、ビームのモーメント p に厳しい精度が要求される。

$$\frac{\Delta C}{C} = \alpha \frac{\Delta p}{p} \quad (2.1)$$

ここで、 ΔC は周長のずれ。たとえば、リング側のモーメントの許容範囲(アパーチャー)を0.5%とすると、1ppmの周長精度を要求する。約3016mの周長を3mm以下の誤差で設置することは難しい。

一方、ターン毎ビーム位置モニターでも、ビームが数10ターンまで回ることができた。このモニターについて次章で詳しく述べるが、ビーム強度の他に、水平・垂直方向のビーム振動とビームの縦方向振動も観測することができる。この頃、ビームが水平・垂直方向に振動していることが見られ、ベータロンチューンが水平方向が0.5に近い値、垂直方向が約0.2又は0.8と推定された。さらに、このモニターでちょっと不思議な現象が観測された。得られたデータを図2.4に示す。図2.4(a)はビーム強度の減衰の様子を示している。図2.4(b)によれば、ビーム位相がRF周波数の位相(ここではまだ加速空洞でビームを加速していない)に対して周回毎にやく 4° ずつ遅れることを示している。ビームは放射光によるエネルギー損失で、その軌道が内側によってくるであろう。したがって、ビーム位相は進む方向に向かうであろう。しかし、実際のビーム位相は遅れる方向であった。このビーム位相がRF位相に対して遅れることは、ビームが回る周長がRF波長で決められた周長より長いことから生ずることがわかった。すなわち、リング周長のずれとRF周波数のずれとは、次式で表わされる。

$$\frac{\Delta C}{C} = -\frac{\Delta f}{f_{rf}} \quad (2.2)$$

位相遅れの傾きから、周長が6mm長いことがわ

かった。位相遅れを加速周波数で補正するためには、周波数を1.1 kHz下げればよい。12月13日(日)、加速周波数の設計値(508.887 MHz)から約1 kHz下げることにより、電子ビームを蓄積することができた。周波数を適当に変えて、蓄積できる周波数をさがすやり方に比べ、ビーム計測に基づいてパラメータを設定できるようになったことは、1つの進歩であると思う。

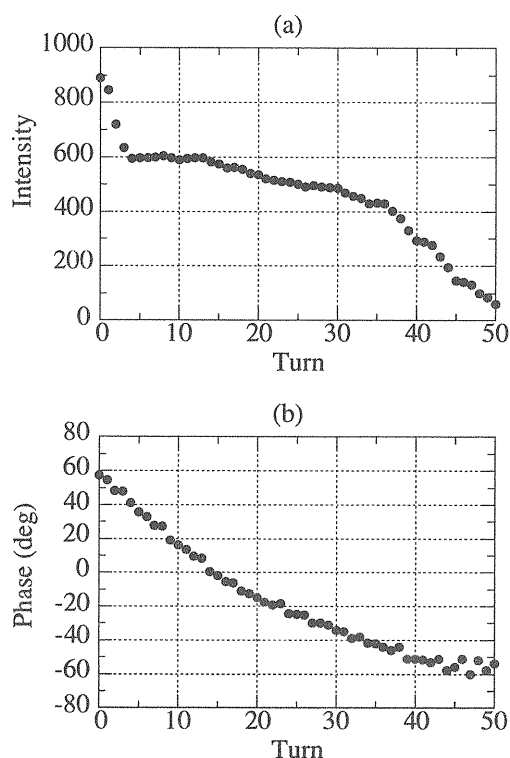


図2.4 入射後、ビーム強度 (a) とビーム位相 (b) のターン毎の変化。位相正がビームが進む方向を意味する。

KEKB の運転において、最大の課題は、いかにルミノシティを高くし、その状態に保って時間積分ルミノシティを維持できるかにある。ルミノシティは

$$L = \frac{N_1 N_2 f}{4\pi\sigma_x^* \sigma_y^*} R_L \quad (2.3)$$

で表わされる。ここで N_1 N_2 は電子・陽電子バンチ内の粒子数、 f 衝突周波数、 σ_x^* σ_y^* は衝突点での水平垂直方向の実効的なビームサイズ、 R_L は有限角衝突などによるルミノシティ減少ファクター (=0.845) である。ピークルミノシティを上げるためには、次の3項目に尽きる。

(1) バンチ内粒子数 (バンチ電流) を上げる。

(2) 衝突周波数を上げる。

(3) 衝突点でのビームサイズを小さくする。

電子・陽電子の各ビーム強度を増せば、その割合の2乗でルミノシティが増加する。バンチ内粒子数の設計値は、電子 1.4×10^{10} (0.22 mA)、陽電子 3.3×10^{10} (0.53 mA) である。この設計値は簡単に達成されている。バンチ電流をもっと上げることはできるが、ビームパワーがバンチ電流の2乗に比例することを考慮しなければならない。

次に、衝突周波数を上げることは、バンチ数を増やすことである。ルミノシティはバンチ数に比例する。KEKB のハーモニックナンバー (h) は5120であるので、最大5120個までバンチを蓄積できる。ただし、ビームを決められた場所に捨てるためのキッカーマグネットを励磁する立ち上がり時間が必要となる。そのため、バンチを入射しない空間をやく500バケット分作っている。したがって、現在蓄積できる最大バンチ数は約4600個に制限されている。

KEKB はバンチを任意のバケットに入射できる機能をもっている。したがって、同じバンチ数を蓄積する時でも、バンチの時間構造によってビームの周波数スペクトルが変わる。一般に、バンチ間隔を狭めるほど、周波数スペクトルの間隔は広がる。たとえバンチ間隔が離れていても、ビームのスペクトルとウエイク場の周波数とが共鳴すれば、ビームへの影響は強められる。しかし、バンチ間隔が狭くなればなる程、ウエイク場の影響が大きくなるであろう。両方を考慮しながら、最大バンチ数が決められる。

ルミノシティを上げるために最も重要なファクターは、衝突時の両ビーム軌道とその傾きを合わせ、かつビームサイズを小さくすることである。垂直方向ビームサイズは衝突点では数ミクロンに絞られている。直径1 kmの2つのリングで、それぞれ異なった磁石とビームダクト内を通ってきた両ビームを衝突させることも簡単ではない。しかも、たとえ衝突したとしても、衝突によってお互いのビーム軌道やビームサイズが変わる。お互いにバランスのとれた状態で、正面衝突していれば、ビームビーム力は最も弱くなる。しかし、一旦そのバランスが崩れると、弱い方のビームがより強い力をうけるようになる。この結果、益々バランスが崩れ、弱いビームが完全に失われることもある。最良の状態で衝突させることが、KEKB の運転に課せられた課題の1つである。

表 2.1 KEKB のビームパラメータ

Parameter, Notation	HER	LER
Beam Energy, E (Gev)	8.0	3.5
Particle Type	Electron	Positron
Luminosity, $L(cm^{-2} sec^{-1})$		1.0×10^{34}
Circumference, C (m)		3016.26
RF Frequency, f_{rf} (MHz)		508.886
RF Cavity Voltage, V_c (MV)	8.7 - 16.2	4.0 - 5.0
Revolution Frequency, ω_0 (kHz)		99.3918
Harmonic Number, h		5120
Total Beam Current, I_t (A)	1.1	2.6
Bunch Current, I_b (mA)	0.22	0.52
Particles per Bunch, N	1.4×10^{10}	3.3×10^{10}
Number of Bunches, N_b	5000	5000
Bunch Spacing, S_b (ns)	2.0	2.0
Momentum Compaction, α	$1 - 2 \times 10^{-4}$	$1 - 2 \times 10^{-4}$
Synchrotron Frequency, f_s (kHz)	1.0 - 2.0	1.0 - 2.0
Synchrotron Tune, ν_s	0.01 - 0.02	0.01 - 0.02
Momentum Spread, δ_ε	6.67×10^{-4}	7.31×10^{-4}
Natural Bunch Length, σ_{l0} (mm)	4.0 - 6.0	4.0 - 6.0
Longitudinal Damping Time, τ_ε (ms)	23	23 ⁺ / 43 ⁺⁺
Transverse Damping Time, τ_β (ms)	46	43 ⁺ / 82 ⁺⁺
Betatron Tune, Q_x / Q_y	44.53 / 42.13	45.52 / 44.08
Betatron Function at IP, β_x^* / β_y^* (m)	0.33 / 0.01	0.33 / 0.01
Crossing Angle, θ_x (mrad)		± 11
Horizontal Emittance, ε_x (nm)	18 (29 ^h)	18 (29 ^h)
Beam-Beam Parameter, ξ_x^* / ξ_y^*		0.039 / 0.052
Beam Size at IP, σ_x^* / σ_y^* (μm)	98 / 2.4 [⊕]	98 / 2.4 [⊕]
Radiation Energy loss/turn, U_0 (MeV)	3.49	1.64 ⁺ / 0.85 ⁺⁺

+ : with wigglers, ++ : without wigglers

⊕ : assuming 2% coupling, 29^h : high emittance version

第3章 ビームモニター

ビームモニターを説明する前に、ビーム信号がどう見えるかを概説する。

3.1 ビームスペクトル[3-1]

3.1.1 縦方向信号

ある1つのバンチが一定周期 T_0 でリングを回っている。リングのある場所で、バンチを理想的なモニターで検出する時、ビーム信号が時間軸または周波数軸でどう見えるかを調べる。ここでのバンチは、デルタ関数で表わされた単粒子とする。ビーム電流は、

$$i(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \delta(t - nT_0) \quad (3.1)$$

周期 T_0 のインパルス列となる。(3.1) 式をフーリエ変換すると、

$$\begin{aligned} I(\omega) &= \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \delta(t - nT_0) e^{-j\omega t} dt \\ &= \sum_{n=-\infty}^{+\infty} e^{-j\omega nT_0} \end{aligned} \quad (3.2)$$

ここで、公式 $\sum_{n=-\infty}^{+\infty} f(\alpha n) = \frac{1}{\alpha} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} F\left(\frac{2\pi n}{\alpha}\right)$ を使うと、スペクトルは

$$I(\omega) = \omega_0 \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \delta(\omega - n\omega_0) \quad (3.3)$$

となる。時間軸でのインパルス列は、周波数軸でも、間隔が ω_0 のインパルス列となる。ここで、 $\omega_0 = 2\pi / T_0$ 。

次に、バンチが周波数 ω_s でシンクロトロン振動しているとしよう。この時、検出器への到達時刻が変化するので、位相変調の形になる。ビーム電流は

$$i(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \delta\{t - nT_0 - \tau_a \cos(\omega_s nT_0 + \phi)\} \quad (3.4)$$

となる。ここで τ_a 、 ϕ はそれぞれシンクロトロン振動の振幅と位相を表わす。(3.4) 式をフーリエ変換すると、

$$\begin{aligned} I(\omega) &= \sum_{n=-\infty}^{+\infty} e^{-j\omega\{nT_0 + \tau_a \cos(\omega_s nT_0 + \phi)\}} \\ &= \sum_{n=-\infty}^{+\infty} e^{-j\omega nT_0} \cdot e^{-j\omega\tau_a \cos(\omega_s nT_0 + \phi)} \end{aligned} \quad (3.5)$$

公式 $e^{jz \cos \alpha} = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} j^m J_m(z) e^{jm\alpha}$ を使うと、

$$\begin{aligned} I(\omega) &= \omega_0 \sum_{m=-\infty}^{+\infty} (-j)^m J_m(\omega\tau_a) e^{-jm\phi} \cdot \\ &\quad \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \delta(\omega + m\omega_s - n\omega_0) \end{aligned} \quad (3.6)$$

が得られる。このスペクトルは、回転周波数 ω_0 ($m=0$) と ω_s ずつ離れた場所にサイドバンド ($m=\pm 1, \pm 2, \dots$) が現われる。 $m=0$ のスペクトル包絡線はシンクロトロン振動の振幅と周波数の積に依存しゼロ次のベッセル関数にしたがって周波数又は振幅の増加とともに減衰する。(図3.1) 現実のスペクトルは、これにバンチ長の効果が加わり、減衰量はこれより大きくなる。一方、 $m=1$ のサイドバンドは、 $m=0$ のスペクトルの減衰を補うかのように、周波数とともに増加する。

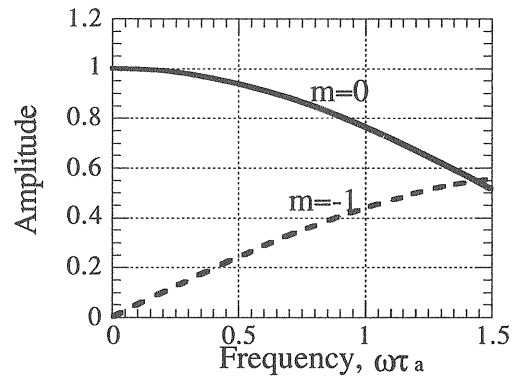


図3.1 規格化周波数に対する縦方向スペクトルの包絡線。

3.1.2 横方向信号

縦方向運動と同様に、バンチをデルタ関数で表わす。横方向信号は、ビーム電流でなく、ビームのダイポールモーメントが検出される。横方向変位を $x(t)$ とすると、検出出力は

$$d(t) = i(t) \cdot x(t) \quad (3.7)$$

となる。\$x(t)\$ を生じさせる要因は3種類あり、閉軌道によるもの、分散 (Dispersion) 関数によるもの、ベータトロン振動によるものに分けられる。すなわち、

$$x(t) = X_{cod} + \eta \frac{\Delta p}{p} + A_{\beta} e^{j\omega_{\beta} t} \quad (3.8)$$

$$\omega_{\beta} = Q_{\beta} \omega_0 = (N_{\beta} + \nu_{\beta}) \omega_0$$

とおける。ここで \$\omega_{\beta}\$ はベータトロン周波数、\$Q_{\beta}\$ ベータトロンチューン、チューンの整数部 \$N_{\beta}\$ と端数部 \$\nu_{\beta}\$ とに分ける。ビームのダイポールモーメントは

$$d(t) = \{X_{cod} + \eta \frac{\Delta p}{p} + A_{\beta} e^{j\omega_{\beta} t}\} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \delta(t - nT_0) \quad (3.9)$$

となる。これをフーリエ変換すると、

$$D(\omega) = (X_{cod} + \eta \frac{\Delta p}{p}) \omega_0 \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \delta(\omega - n\omega_0) + A_{\beta} \omega_0 \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \delta\{\omega - (\omega_{\beta} + n\omega_0)\} \quad (3.10)$$

が得られる。(3.10) 式の第1項と第2項の閉軌道と分散による寄与は、(3.3) 式の回転周波数スペクトルに含まれることがわかる。ベータトロン振動は、回転周波数から \$\omega_{\beta}\$ 離れたスペクトルになる。ベータトロンチューンの整数部は回転周波数と重なるため、観測されるのは、チューンの端数部のみである。又、回転周波数でビームをサンプルしているので、サンプリング定理により、\$\nu_{\beta}\$ と \$1-\nu_{\beta}\$ の区別ができないあいまいさがある。

次に、ベータトロン振動に加えて、シンクロトロン振動が重畳される場合を考える。シンクロトロン振動とベータトロン振動がカップルするため、もはや単粒子モデルは通用しなくなる。バンチ内でベータトロン振動の位相が変化する。ビームのダイポールモーメントは、

$$d(t) = \{X_{cod} - \frac{\eta \omega_s}{\alpha} \tau_a \sin(\omega_s t + \phi) + A_{\beta} e^{j\Psi_{\beta}(t)}\} \times \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \delta\{t - nT_0 - \tau_a \cos(\omega_s nT_0 + \phi)\} \quad (3.11)$$

となる。(3.11) 式の \$\{ \}\$ 内第1項は、軌道のオフセットであり、縦方向スペクトル包絡線と同

じベッセル関数形で

$$D_1(\omega) = X_{cod} \omega_0 \sum_{m=-\infty}^{+\infty} (-j)^m J_m(\omega \tau_a) e^{-jm\phi} \times \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \delta(\omega + m\omega_s - n\omega_0) \quad (3.12)$$

となる。第2項は、到達時間の変調とエネルギー偏差とが混合された形になっている。両者はともにシンクロトロン振動によるものなので、シンクロトロンサイドバンドが現われることは、予想される。第2項のフーリエ変換すると、

$$D_2(\omega) = \frac{j\eta \omega_s \tau_a \omega_0}{2\alpha} \times \sum_{m=-\infty}^{+\infty} (j)^m \times \sum_{n=-\infty}^{+\infty} [J_m\{(\omega - \omega_s)\tau_a\} e^{j(m+1)\phi} \times \delta\{\omega - n\omega_0 - (m+1)\omega_s\} - J_m\{(\omega + \omega_s)\tau_a\} \times e^{j(m-1)\phi} \delta\{\omega - n\omega_0 - (m-1)\omega_s\}] \quad (3.13)$$

となる。第2項は、第1項と違って、\$m=0\$ でシンクロトロン振動のサイドバンドが現われる。(3.11) 式の \$\{ \}\$ 内第3項を計算する前に、クロマティシティを定義する。シンクロトロン振動によるエネルギー偏差がベータトロンチューンの広がりをもたらす。その比例係数がクロマティシティで、

$$\xi \equiv \frac{\Delta \nu_{\beta}}{\Delta p / p} \quad (3.14)$$

となる。(一般の教科書の定義と少し違うことに注意。) ベータトロン振動の位相を \$\Psi_{\beta}\$ とすると、

$$\begin{aligned} \frac{d\Psi_{\beta}}{dt} &= \omega_{\beta} \\ &= \omega_{\beta 0} + \Delta \nu_{\beta} \omega_0 \\ &= \omega_{\beta 0} + \omega_{\xi} \frac{d\tau}{dt} \end{aligned}$$

となり、\$\omega_{\beta 0}\$ は平衡粒子のベータトロン周波数、\$d\tau/dt\$ はシンクロトロン振動による到達時間の変化を示す。ここで、

$$\omega_{\xi} \equiv \frac{\xi}{\alpha} \omega_0 \quad (3.15)$$

\$\omega_{\xi}\$ をクロマティック周波数と呼ぶ。KEKB のクロマティック周波数は、\$\xi=5\$ とすると、おおよそ 1.5 GHz から 5 GHz になる。一方、ベータトロン周波数は、おおよそ 4.5 MHz である。したがっ

て、 $\omega_\xi \gg \omega_\beta$ となる。又、 $\omega_\beta \gg \omega_s$ となるので、各パラメータに3桁の違いがある。さて、(3.11)式の第3項をフーリエ変換すると、

$$D_3(\omega) = \omega_0 A_\beta e^{j\psi} \sum_{m=-\infty}^{+\infty} (j)^m e^{jm\phi} \times J_m\{\tau_a(\omega - (\omega_\beta + \omega_\xi))\} \times \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \delta\{\omega - (n\omega_0 + \omega_\beta - m\omega_s)\} \quad (3.16)$$

ここで、 ψ ベータトロン振動の位相オフセット。(3.16)式からわかるように、各回転周波数の両サイドバンドに、ベータトロンチューンがあり、またそのサイドバンドとして、シンクロトンチューンが存在する。図3.2にその概略を示す。スペクトル包絡線は、周波数シフトのあるベッセル関数になる。その周波数シフトは $\omega_\xi \gg \omega_\beta$ なので、クロマティック周波数によって決まる。その周波数幅はシンクロトン振動の振幅に依存する。

図3.3にスペクトル包絡線を示す。周波数がゼロ近傍において、クロマティシティがゼロから有限な値にシフトすると、 $m=0$ モードの振幅が減少し、逆に $m=1$ モードの振幅が増加する傾向を示す。このように、ベータトロン振動のスペクトルがクロマティシティに依存する。

図3.4に、クロマティシティがゼロのダイポールモーメントの時間変化を示す。バンチ内のダイポール振動をターン毎に追跡したものに相当する。 $m=0$ モードは、純粋なベータトロン振動であるのに対し、 $m=1$ モードの振動は、ちょうどバンチ中心が節になる振動をする。バンチの前後でベータトロン振動が逆位相になるためである。クロマティシティが有限な値になると、ベータトロン振動の位相変化に粗密が生じるようになる。

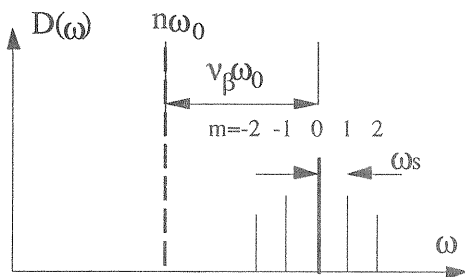


図3.2 ベータトロンとシンクロトン振動のサイドバンド、概略。

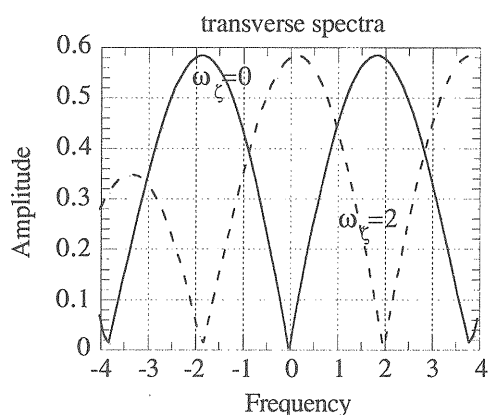
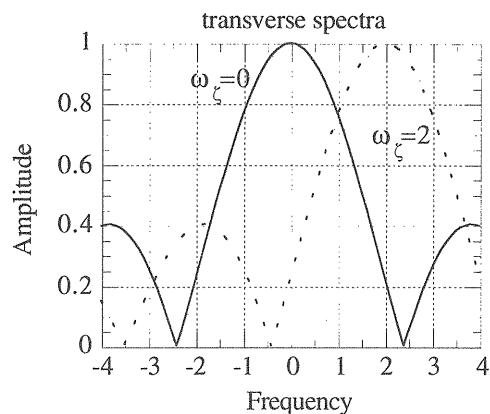


図3.3 $\omega_\xi=0$ と $\omega_\xi=2$ でのスペクトル包絡線、上： $m=0$ 、 $\tau_a=1$ 、下： $m=1$ 、 $\tau_a=1$ 。

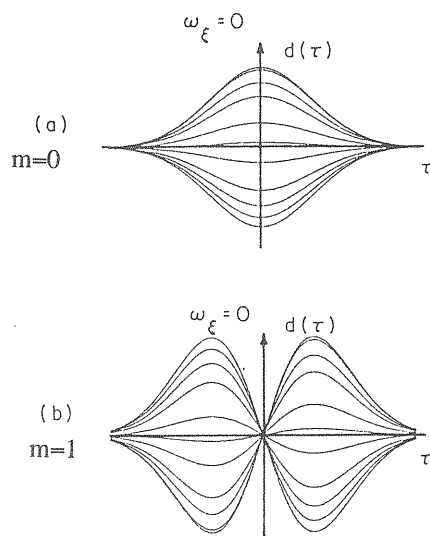


図3.4 ガウス分布を仮定したバンチのダイポールモーメントのターン毎の変化、 $\omega_\xi=0$ 、[3-1]より転載。

3.2 ビームモニターの概要

ビームに関する情報を得るためには、おおよそビーム強度、位置とそのサイズをモニターできれば事足りるであろう。表3.1にKEKBで使われているビームモニターをまとめた。

表3.1 KEKBのモニター一覧

測定項目	ビーム全体	バンチ毎
ビーム電流	DCCT [3-2]	BCM [3-3]
ビーム位置 (横方向)	BPM [3-4] 4D-BPM[3-6]	BOR [3-5]
ビーム位相	4D-BPM [3-6]	Buch-by-Bunch Feedback [3-7]
ビームサイズ (横方向)	Interferometer [3-8]	Gated Camera [3-9]
バンチ長	BSM [3-10]	Streak Camera
ベータトロン チューン	Tune Meter	Gated Tune Meter
ビームロス	BLM [3-11]	BCM [3-3]

KEKBのように大電流でマルチバンチを貯蔵し、衝突点で可能な限りビームサイズを絞るような加速器において、バンチ毎のビームパラメータは同じであるという仮定は正しくないであろう。特に、バンチ間隔が狭くなると、前にいるバンチのウエイク場で後続のバンチが蹴られ、バンチ毎にその軌道やベータトロンチューンが変わることが予想される。したがって、ビームパラメータの平均値だけでなく、バンチ毎にその強度、位置、サイズを測定できることが必要がある。そのため、KEKBにビーム平均を測定するモニターとバンチ毎のモニターが用意されている。

さらに衝突点近傍には、衝突が最も効果的に行われるために、特別な位置モニターが設置されている。さらに、ルミノシティが最大になるように、ビーム軌道、その傾き（水平、垂直、回転方向）とともに、干渉計で測定されたビームサイズを使って、ビームサイズのコントロールも行われている。

平均的な水平垂直方向ビームサイズは、光干渉計で、常時測定されている。このモニターの原理は、van Cittert-Zerinkeの定理 [3-12]、すなわち、

空間干渉度は光源の強度分布のフーリエ変換で与えられる”を応用している。ダブルスリット通した可視光の干渉縞のコントラストから、ビームサイズが得られる。光源のビームサイズは、

$$\sigma_{beam} = \frac{\lambda F}{\pi D} \sqrt{\frac{1}{2} \ln\left(\frac{1}{\gamma}\right)} \quad (3.17)$$

で与えられる。ここで λ 波長、 F ビームとダブルスリットとの間の距離、 γ は干渉縞のコントラスト、 D スリットの間隔である。光のフーリエ変換は空間座標で行われるので、スリット間隔を変えることは、周波数を変えることと等しい。ビームサイズをフーリエ変換で測定する原理は、バンチ長測定 [3-10] にも適用されている。一方、バンチ毎のビームサイズは、高速シャッターカメラを用いて、多数のバンチの中から1つのバンチを取りだして測定される。この場合、ビームサイズは、一般的な結像法によって測定されている。サイズの絶対値を求める場合、回折の影響を考慮しなければならない。

次節では、新しいビーム位置モニターとスペクトルを利用したバンチ長モニターについて紹介する。これら各種の道具を使って、インピーダンスの測定が行われた。

3.3 新しいビーム位置モニター[3-6]

検出されたビーム信号からビーム位置をリアルタイムで求めるための色々な技術が開発されてきた。同期検波法、AM/PM法、Log-Ratio法などの検出法がある [3-13]。最近では、デジタルスコープを使ってビーム信号を直接観測し、そのパルス信号の波高値からビーム位置をモニターすることも行われている。しかし、これらの方法はいずれもビームの水平及び垂直方向位置を求めるモニターである。ビーム進行方向の位置まではカバーしていない。従来、進行方向位置は、RF周波数とビームの加速周波数成分との位相検波から求められてきた。そこで、3次元的なビーム位置を1つのモニターで同時に測定できるようになれば、ビームの動きがより詳しくわかるであろう。

これを実現した新しいビーム位置モニターがKEKBで開発された。この装置は、I/Q (In-phase

Quadrature phase) 復調器を応用している。図 3.4 に示すように、I/Q は、2つの DBM (Double Balanced Mixer) と 2つのハイブリッド (Hybrid) とで構成されている。ある電極からのビーム信号はパルスなので、多くの周波数成分をもつ。そこで、RFと同じ周波数成分だけをフィルターする。フィルターされたビーム信号を、

$$\vec{V}_b = V_b \sin(\omega_b t + \theta_b) \quad (3.18)$$

と表わし、RF入力信号を

$$\vec{V}_{rf} = V_{rf} \sin(\omega_{rf} t + \theta_{rf}) \quad (3.19)$$

とする。ここで、 θ_b と θ_{rf} は、ビームと RF の位相を表わす。ビーム信号はそれぞれ 90° 位相差のある 2つの信号で DBM に入り、一方、RF は同位相で DBM のもう 1つの入力端子に入る。DBM の IF 出力で、RF 成分がフィルターされる。したがって、 $\omega_b \approx \omega_{rf}$ なので、2つの IF 出力信号は

$$V_{\sin} = \frac{1}{2} V_b V_{rf} \sin(\theta_b - \theta_{rf}) \text{ と}$$

$$V_{\cos} = -\frac{1}{2} V_b V_{rf} \cos(\theta_b - \theta_{rf}) \quad (3.20)$$

で、お互い 90° 位相のずれた信号となる。ビーム信号の振幅は、

$$\begin{aligned} |V| &= \sqrt{V_{\sin}^2 + V_{\cos}^2} \\ &= \frac{1}{2} V_{rf} V_b. \end{aligned} \quad (3.21)$$

となり、RF 入力信号の振幅を一定とすれば、(3.21) 式はビームの振幅を表わす。ビーム位置を測定するために、複数の電極からの信号を演算処理する。4つの電極から得られたビームの振幅をそれぞれ、 V_A 、 V_B 、 V_C 、 V_D とすれば、水平方向 垂直方向位置はそれぞれ、

$$H = k_H \frac{V_A - V_B - V_C + V_D}{V_A + V_B + V_C + V_D} \text{ と}$$

$$V = k_V \frac{V_A + V_B - V_C - V_D}{V_A + V_B + V_C + V_D} \quad (3.22)$$

になる。ここで、 k_H と k_V は電極とチェンバー形

状でできる位置感度係数である。一方、ビームと RF との位相差は、

$$\theta_b - \theta_{RF} = \tan^{-1} \left(\frac{V_{\sin}}{V_{\cos}} \right) \quad (3.23)$$

となり、RF 位相を一定とすれば、(3.23) 式はビーム位相を表わす。このように、加速周波数で I/Q 復調器を用いることにより、水平 垂直位置の他にビームの平衡位相角の変化もわかるであろう。(3.23) 式で得られた位相特性は、位相検波器でよく見られる非線形特性がなく、RF 位相を 0° から 360° に渡って変えた時、その入出力に線形性が保たれている。さらに、4 電極信号の振幅の和からビーム強度に比例した信号も得られる。このような 4 種類のビームパラメータをビーム周回毎に測定できるので、このモニターは、4 次元ビーム位置モニター [3-6] とも呼ばれている。

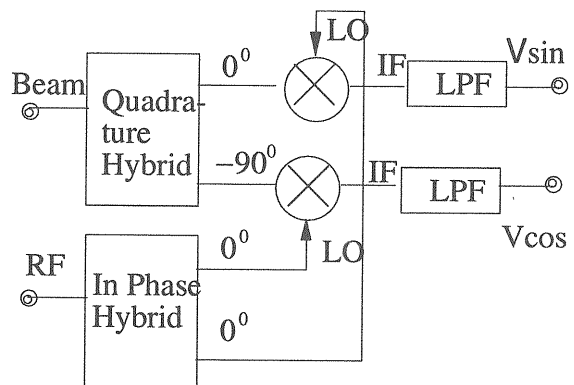


図 3.4 I/Q Demodulator の原理

この新しいビーム位置モニターは、前章でも述べたように、コミッションの始めから活躍した。又、入射ビームのエネルギーと入射位相のモニターとしても利用されている。このビーム位置モニターを使って、入射開始直後からのビーム位相の変化をモニターすることができる。ビームエネルギーのずれと平衡位相角のずれは、図 3.5 のように、縦方向位相空間で表わすことができる。モーメント又はエネルギーのずれと平衡位相のずれの関係は、

$$\Delta\phi = \frac{\omega_{rf} \alpha}{\omega_s} \frac{\Delta p}{p} \quad \& \quad \phi = \omega_{rf} \tau \quad (3.24)$$

で与えられる。ここで ω_{rf} 加速周波数、 ω_s シンクロトロン周波数である。図3.5において、入射されるビームが位相空間の中心に入るのが理想である。図3.5の (a) の場合、ビームの入射位相は合っているが、入射ビームのエネルギーが高い場合を表わす。エネルギーの高い粒子は平衡粒子より遅れるので、図の上で左回りに回転するようになる。一方、(b) では、エネルギーは合っているが、ビーム位相がRFの作る平衡位相角より進んでいる場合を表わしている。この場合も平衡位相角に向かって左回りに回転する。入射から200ターンまでのビーム位相の変化を図3.6に示す。このシンクロトロン振動が平衡位相に対し、サイン的な振動をするのか、コサイン的な振動をするかによって、入射ビームのエネルギーがリングマグネットで決まるエネルギーと合っていないか、それとも、入射のタイミング(位相)がずれているのかを判断することができる。

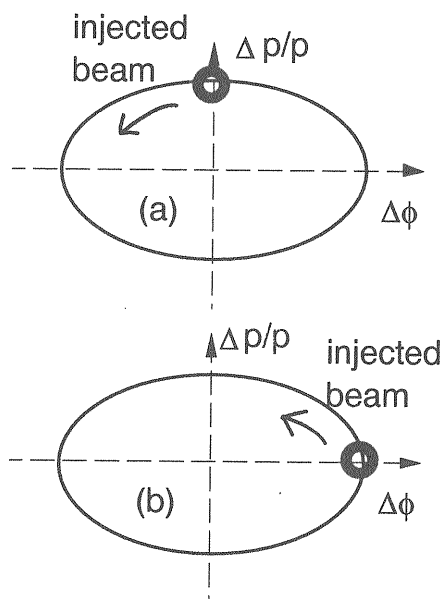


図3.5 入射ビームの位相空間内での位置、(a) エネルギーが高い場合、(b) ビーム位相がRFの位相より早い場合。

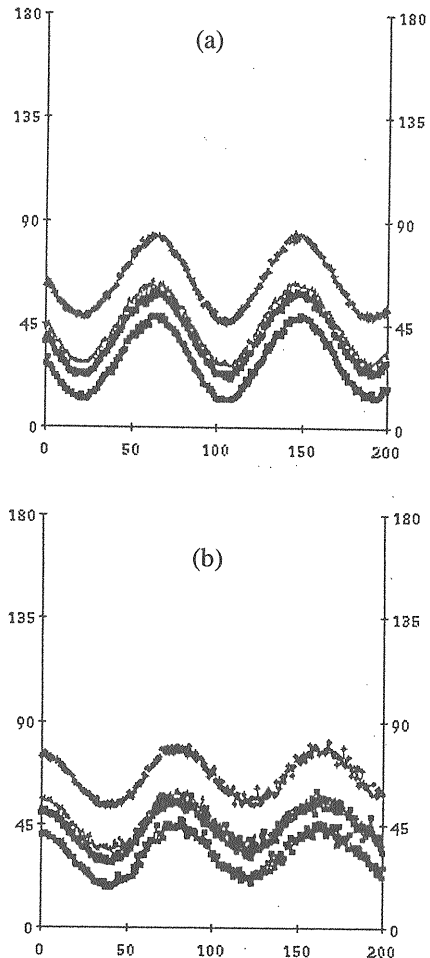


図3.6 入射ビームのシンクロトロン振動、縦軸：位相角(度)、横軸：ターン数、(a) エネルギーのずれでサインライク振動、(b) 位相のずれでコサインライク振動をする、4つのトレースは各電極信号に対応。

もう1つの応用例を示す。ビーム蓄積時、加速電圧の位相を突然変えてビームを縦方向にキックすると、ビームはシンクロトロン振動する。これが位相振動として観測されると同時に、エネルギー分散のある場所では、エネルギー振動も観測できる。図3.7は、縦方向に位相振動、水平方向にエネルギー振動しているシンクロトロン振動を示している。縦方向と水平方向の振動位相が 90° ずれていることがわかる。位相空間でのパンチの動きがわかる。シンクロトロン振動の励振振幅と

ビームロスと組み合わせて、ダイナミックアパーチャ測定にも応用される。又、大振幅の励振により、非線形振動の研究にも使えるであろう。

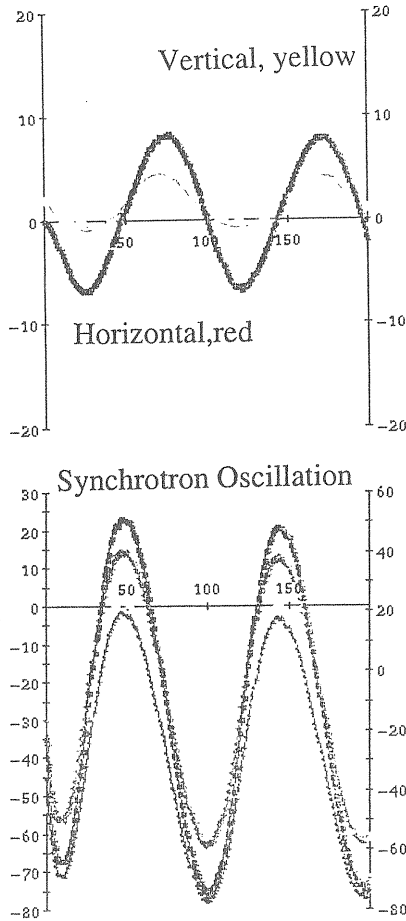


図3.7 (上) 水平 垂直方向及び(下) 縦方向振動、200ターン分のシンクロトロン振動、縦方向の4つのトレースは、各電極位相信号に対応、dispersion: $\eta_x = 0.7m$ で測定。縦軸単位: mm (上), 度 (下)。

3.4 RMS バンチ長モニター

KEKBでのバンチ長は設計値では4mm、13psとなっている。図3.8は、バンチ長をパラメータとしたスペクトルを示す。ビームスペクトルが10GHz以上まで延びている。このように短いバ

ンチ長を一般に使われているオシロスコープで測定することは困難である。ストリークカメラとしても、精密な較正を必要とするであろう。そこで、もっと手軽にバンチ長を測定する目的で、ビームスペクトルの利用が考えられた。

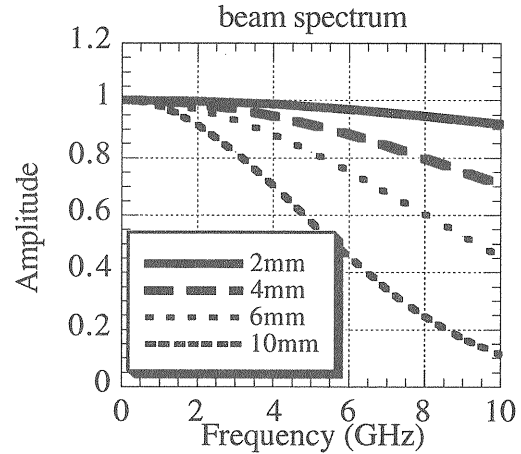


図3.8 ビームスペクトル、ガウス分布を仮定、rms バンチ長をパラメータとした。

あるバンチの進行方向(縦方向)の分布関数を $f(t)$ とする。フーリエ変換の定義から、そのスペクトルは

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t)e^{-j\omega t} dt \quad (3.25)$$

となる。上式の指数関数部を展開すると

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) \left[1 - j\omega t - \frac{\omega^2}{2} t^2 + j\frac{\omega^3}{6} t^3 + \dots \right] dt. \quad (3.26)$$

ここで、 $f(t)$ がバンチの分布関数なので、フーリエ変換の時間積分領域が有限であること、さらに、測定対象として比較的低い周波数領域を用いれば、(3.26)式の指数展開の2次の項までで近似できるであろう。そこで、

$$F(\omega) \approx \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) dt - j\omega \int_{-\infty}^{+\infty} t f(t) dt - \frac{\omega^2}{2} \int_{-\infty}^{+\infty} t^2 f(t) dt \quad (3.27)$$

と書ける。上式の第1項はバンチそのものの積分でバンチ強度を表わす。第2項は平均値を示しビーム位置を表わし、第3項は分散に関する。(3.27)式の絶対値(振幅)を計算すると、

$$|F(\omega)| \approx I_0 \left\{ 1 - \frac{1}{2} \langle t^2 \rangle \omega^2 \right\} \quad (3.28)$$

となる。ここで、 $I_0 = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t)dt$ 、 $\bar{t} = \int_{-\infty}^{+\infty} tf(t)dt / I_0$ 、

$$\langle t^2 \rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} (t - \bar{t})^2 f(t)dt / I_0 \text{ と定義される。 (3.2)}$$

8) より、振幅は周波数の2乗で減衰することがわかる。その係数が分布関数の『分散/2』になっていることがわかる。時間軸の分散と周波数軸での減衰係数とが非常にシンプルな関係で結ばれていることがわかる。この関係は、任意の分布関数から導きだされたものなので、非対称分布も含む任意のバンチ形状にも適用できるであろう。表3.2に代表的な分布関数について、その分散と減衰定数の関係を示した。すべて『減衰係数=分散/2』の関係を満たしている。

今2つの周波数 ω_1 と ω_2 ($\omega_2 > \omega_1$) でスペクトルの振幅を検出した時、その振幅比は

$$\frac{|F_1(\omega_1)|}{|F_2(\omega_2)|} = \frac{1 - a\omega_1^2}{1 - a\omega_2^2} \approx 1 + a\Delta\omega^2 \quad (3.29)$$

ここで、 $a = \langle t^2 \rangle / 2$ 、 $\Delta\omega = \omega_2^2 - \omega_1^2$ とおいた。分散の平方根が標準偏差 (rms) であるから、バンチ長のrms値は、

$$\sigma \equiv \sqrt{\langle t^2 \rangle} = \sqrt{\frac{2}{\Delta\omega^2} \ln\left(\frac{F_1(\omega_1)}{F_2(\omega_2)}\right)} \quad (3.30)$$

と表わすことができる。上式はガウス分布を仮定導きだされたrmsバンチ長と一致している。(3.30)式は、干渉縞のコントラストからサイズを求める(3.17)式と似ていることがわかる。コントラストは振幅比に対応している。

検出周波数の上限を調べるために、rms値が同じ2つの分布(ガウス分布と放物線分布)について、それらのスペクトルを比較した。周波数の関数として2つのスペクトルの比を計算すると、図3.9に示すように、規格化周波数($\omega\sigma$)が1以下であれば、5%以内でスペクトルの振幅が一致することがわかる。

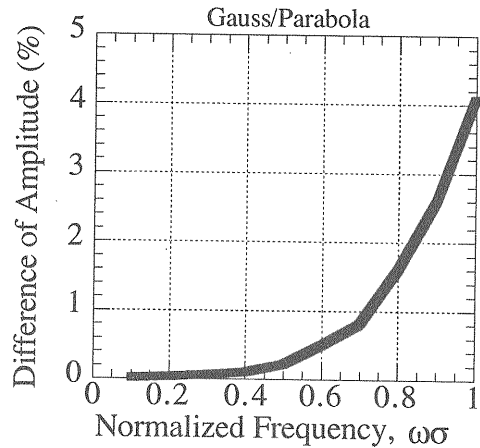


図3.9 同じrms値をもつガウス分布と放物線分布のスペクトルの差、周波数は $\omega\sigma$ で規格化されている、 σ rmsバンチ長。

時間軸において、分布のrms値を得るためには分布関数全体を知らないと求めることはできない。ところが、周波数軸では、スペクトルが減衰し始める周波数帯を測定すれば、分布のrms値を求めることができる。周波数領域から時間軸のrms値を求める場合、かならずしもスペクトル全体を知る必要はない。これは時間と周波数との不確定性原理と関係すると思われる。

(3.30)式を用いて、rmsバンチ長を求めることができる。実際にバンチ長を測定する場合、ビーム検出電極や検出回路の周波数特性が、測定に影響する。そこで、ある既知のバンチ長で較正しなければならぬ。自然バンチ長 (Natural Bunch Length) は、

$$\sigma_0 = \frac{c\alpha\delta_{e0}}{2\pi f_s} \quad (3.31)$$

で与えられる。ここで $\delta_{e0} = \Delta E / E$ はエネルギー広がり、自然バンチ長は、シンクロトロン周波数に逆比例する。しかし、自然バンチ長はバンチ電流がゼロでの値であるので、そのままの値を較正に使うことはできない。バンチは、次章で述べるインピーダンス (又はウエイク場) によって、その形状と位置が電流の増加とともに変わる (Potential Well Distortion)。したがって、有限なバンチ電流で測定されるバンチ長は、自然バンチ長と異なる。バンチ長がインダクティブなウエイク場 (Inductive Wake) によって変化すると仮定すると、バンチ長は近似的に

$$\sigma \approx \sigma_0 + \frac{cLI_b}{8\sqrt{\pi}\alpha\delta_{\epsilon_0}^2 E/e} \quad (3.32)$$

と書ける。ここで L はインダクタンスである。非常にバンチ電流が低い状態でのバンチ長は、自然バンチ長とバンチ電流に比例した項の和で表わすことができる。しかも、第2項はバンチ長やシンクロトロン振動数に依存しない量である。バンチ長を較正するために、ある一定な小さいバンチ電流で、加速電圧（シンクロトロン周波数）を変えながらバンチ長を測定した。図3.10は、HERシンクロトロン周波数の逆数に対するバンチ長の変化を示している。測定されたバンチ長を直線で近似し、その傾きを S とする。図3.10 (a) のバンチ長は自然バンチ長に合っているように見える。しかし、傾き S が計算値より約10%大きいことがわかる。そこで、バンチ長モニターの検出回路のゲイン調整して2.5%上げた。この結果を図3.10 (b) に示す。測定されたバンチ長は自然バンチ長に対し、測定値は1.0 mm のオフセットをもっているが、測定された傾き S は計算値と一致している。このオフセットは Potential Well Distortion によるものであろう。このオフセットを正確に測定すれば、インダクタンスを求めることができる。

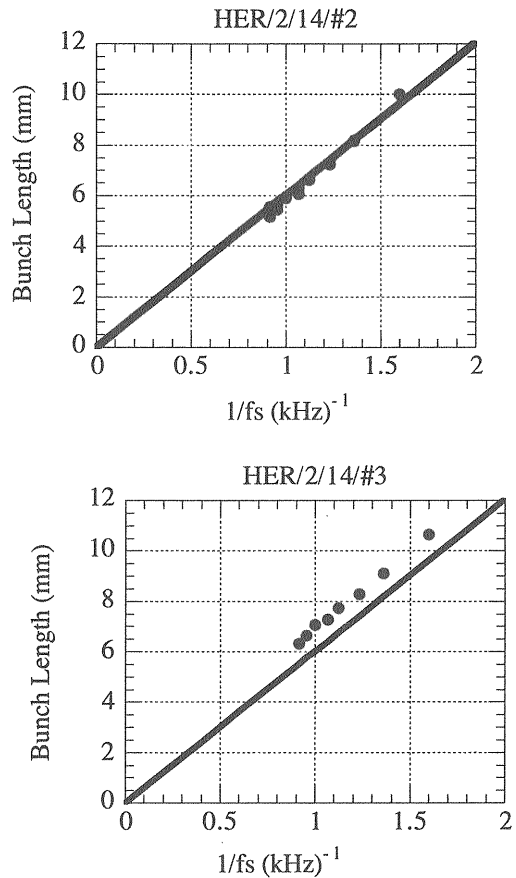


図3.10 バンチ長とシンクロトロン周波数、バンチ電流 0.38 mA で測定、上：モニター較正前。下：モニター較正後。

表3.2 分散と減衰定数との関係

分布関数	減衰定数、a	分散、 $\langle t^2 \rangle$
Gaussian*	0.5	1.00
Square**	0.167	0.333
Triangular**	0.083	0.167
Parabolic**	0.1	0.2
Cosine***	0.234	0.467
(Cosine) ² ***	0.161	0.322

* : variance = 1.00、** : FWBL = 2.00、

*** : FWBL = π 、 $|F(\omega)| = 1 - a\omega^2$

FWBL : Full Width Base Line

第4章 インピーダンス測定

4.1 インピーダンスの性質

KEKBのように、多数のバンチで大電流ビームを蓄積する加速器において、インピーダンスが特に重要なテーマとなる。インピーダンスは、ビーム不安定性と緊密な関係がある。インピーダンスについて、今までOHOシリーズでたびたび取り上げられているので、ここではインピーダンスの基本的性質を概観し、インピーダンスの測定に主眼をおく。

縦方向インピーダンスは、ビーム電流によって誘起されたビーム軌道上の電磁場であり、ビーム電流で規格化したもの。以下のように定義されている。

$$Z_{||}(\omega) \equiv -\frac{1}{I_b} \int_{-\infty}^{+\infty} \vec{E}(z) e^{jkz} dz \quad (4.1)$$

インピーダンスとウエイク場との関係は、フーリエ変換で結ばれている。

$$Z(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} w(\tau) e^{-j\omega\tau} d\tau \quad (4.2)$$

インピーダンスは各々の加速器内にあるビームから見た様々な対象物によって決まる。又、個々の対象物により共振周波数やQ値が異なるため、各対象物特有な周波数特性を示すであろう。しかし、リング全体のインピーダンスを扱う場合、各対象物の周波数特性をまとめて、周波数特性のなだらかな(Q値が低い)1つの共振回路として近似するBroad-bandモデルがよく使われる。縦方向インピーダンスは、

$$\begin{aligned} Z_{||}(\omega) &= \frac{R_s}{1 + jQ\left(\frac{\omega}{\omega_r} - \frac{\omega_r}{\omega}\right)} \\ &= Z_r(\omega) + jZ_i(\omega) \end{aligned} \quad (4.3)$$

と表わされ、図4.1に示す。ここで、 R_s シャントインピーダンス、 Q 値、 ω_r 共振周波数である。

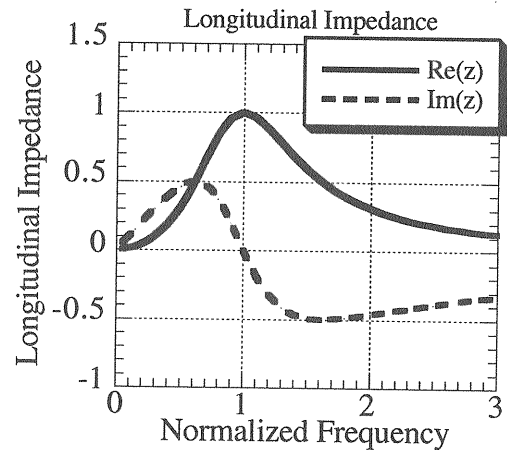


図4.1 縦方向インピーダンス、実線は実部、破線は虚数部、 $R_s = 1$ 、 $Q = 1$ 、規格化周波数 = ω/ω_r とした。

縦方向インピーダンスは、以下のような性質をもつ。(1) インピーダンスの実部 $Z_r(\omega)$ は偶関数となり、虚数部 $Z_i(\omega)$ は奇関数となる。

(2) 共振周波数で実部が最大になり、虚数部がゼロである。(3) 共振周波数より低い周波数領域ではインダクティブ (Inductive)、それより高い周波数領域ではキャパシティブ (Capacitive) な性質を示す。(4) 周波数が共振周波数より十分低い領域においては、インダクタンスが支配的になる。又、虚数部が周波数に対しほぼ直線的に増加しているため、 $Z_i(\omega)/\omega$ は一定になる。ここで、インダクタンスを次のように定義する。

$$L = \frac{Z_i(\omega)}{\omega} \quad \text{又は} \quad \frac{Z_i(\omega)}{n} = \omega_0 L \quad (4.4)$$

ここで、 $n = \omega/\omega_0$ 、 ω_0 回転角周波数。この近似は、ビームのスペクトル領域がインピーダンスの共振周波数以下に収まる場合、有効である。すなわち、共振周波数が非常に高いか、バンチ長が比較的長い場合に適用される。

一方、横方向インピーダンスは、ビーム進行方向に対して直角に働く電磁場を全周について積分し、横方向ダイポールモーメントで規格化したものである。すなわち、

$$Z_{\perp}(\omega) \equiv \frac{j}{I_b r_b} \int_{-\infty}^{+\infty} [\vec{E}(z) + v \times \vec{B}(z)]_{\perp} e^{jkz} dz \quad (4.5)$$

と定義されている。横方向インピーダンスは、変位を基準にしているの、基本はダイポールモードである。縦方向のインピーダンスと違って、モノポール成分はない。(4.5)式で j が付いているのは、横方向の力がビーム位置を直接変位させるのではなく、軌道の傾きを変えるためである。又、横方向インピーダンスは変位に依存するので、チェンバー断面形状に依存する。加速空洞のような大きな構造物があっても、ビーム軌道から十分離れていれば、それほど大きな横方向インピーダンス源にならないが、マスクのように、ビーム軌道に接近していると、大きな横方向インピーダンスを生じさせることになる。縦方向インピーダンスと同様に Broad-band モデルを使って、横方向インピーダンスは

$$Z_{\perp}(\omega) = \frac{R_{\perp} \omega_r / \omega}{1 - jQ\left(\frac{\omega}{\omega_r} - \frac{\omega_r}{\omega}\right)} \quad (4.6)$$

となる。図4.2に示すように、縦方向インピーダンスと異なり、実部が奇関数で、虚部が偶関数となる。

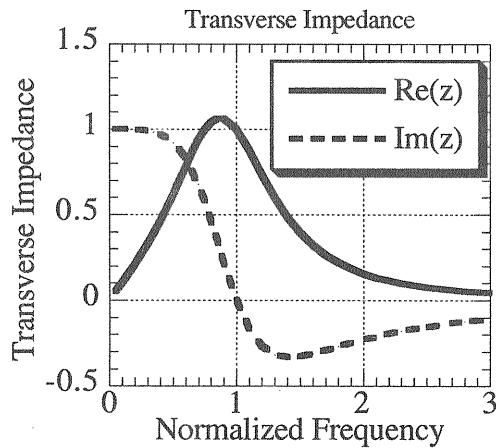


図4.2 Broad-band モデルによる横方向インピーダンス、 $Q=1$ 、 $R_{\perp}=1$ 。

ビームが有限伝導率の真空パイプの中を通ると、パイプの壁から電磁波が放射される。この放射はウエイク場であり、有限なインピーダンスをもつ。このインピーダンスを Resistive-Wall Impedance と呼んでいる。このインピーダンスは、抵抗成分と

インダクタンス成分を持ち、

$$Z_{\perp}(\omega) = Z_0(1 - j) \frac{\delta R}{b^3} \quad (4.7)$$

となる。ここで、 Z_0 は真空のインピーダンス、 δ スキンデプス、 b チェンバーの半径、 R リングの平均半径である。スキンデプスは周波数の平方根に逆比例するので、周波数が低いところで影響を与える。又、Resistive-Wall Impedance は真空チェンバー半径の3乗に逆比例する。真空ダクトのサイズが比較的大きいのは、このためであろう。さらに、Resistive-Wall Impedance はリングの平均半径に比例するので、KEKBのように大きな加速器で問題になりやすい。ところで、空間電荷によるインピーダンスは、エネルギーの2乗に反比例するので、KEKBクラスのビームエネルギーでは無視できるであろう。

縦方向と横方向の Broad-band インピーダンスには重要な関係がある。軸対称な真空パイプでは、縦方向と横方向のインピーダンス関係が簡単な式で表わされる。(Panofsky-Wenzel の定理 [4-1]) すなわち、

$$Z_{\perp}(\omega) = \frac{c}{\omega} Z_{\parallel}(\omega) \quad (4.8)$$

ここで c 光速。縦方向をモノポールモード、横方向をダイポールモードとすると、(4.8)式は

$$Z_{\perp 1}(\omega) = \frac{2c}{b^2 \omega} Z_{\parallel 10}(\omega) \quad (4.9)$$

となる。

4.2 縦方向インピーダンス

4.2.1 縦方向ビームパラメータの測定

外力やビームを介したフィードバックによる力がない場合、縦方向ビームの運動は、

$$\frac{d^2\tau}{dt^2} + 2\alpha_s \frac{d\tau}{dt} + \omega_{s0}^2 \tau = 0 \quad (4.10)$$

で表わされる。ここで、 α_s はシンクロトロン振動のダンピングレート、 ω_{s0} はシンクロトロン角周波数、普通 $\omega_{s0} \gg \alpha_s$ である。シンクロトロン周波数は、

$$f_{s0} = \sqrt{\frac{\alpha f_{rf} V_c |\cos \phi_{s0}|}{2\pi T_0 E / e}} \quad (4.11)$$

ただし、 $f_{s0} = \omega_{s0} / 2\pi$ 、 α モーメンタムコンパクション、 V_c 加速電圧の最大振幅、 ϕ_{s0} 平衡位相角である。シンクロトロンチューンは、 $\nu_s = f_s / f_0$ となる。さらに、加速周波数とビームのエネルギーが決っていると、シンクロトロンチューンは、モーメンタムコンパクションと加速電圧の積で決まる。もし、加速電圧と平衡位相角度が別な方法で較正されているとすると、(4.11)式から、モーメンタムコンパクションを実験的に求めることもできる。一方、加速電圧と平衡位相角はビームへのエネルギー供給と損失とから決まる。加速電圧は、放射光によるエネルギー損失を補うためにバンチにエネルギーを与える。又、バンチは、真空パイプ壁との相互作用によりエネルギーを失う。これらのエネルギー損失を補うために、平衡位相角度がシフトする。したがって、

$$V_c \sin(\phi_{s0} + \Delta\phi_s) = \frac{U_0}{e} + k(\sigma) T_0 I_b \quad (4.12)$$

となる。ここで U_0 は放射光による1周当たりのエネルギー損失。 $k(\sigma)$ ロスファクターで、縦方向インピーダンスに関係し、又バンチ長にも依存する。 $\Delta\phi_s$ ロスファクターによる平衡位相角度のシフト量である。

LERにおいて加速電圧を変えた時、平衡位相角(図4.3)とシンクロトロン周波数(図4.4)の変化が測定された。測定された位相はロスファクターの影響を受けているので、純粋な平衡位相

角でない。しかし、ある一定電流の下では、ロスファクターによる位相のずれは、加速電圧にそれ程依存しないことが実験的にわかった。これは、電圧によるバンチ長の変化とバンチ長によるロスファクターの変化の仕方が似ているためと思われる。

一方、シンクロトロン周波数は、加速位相を周波数変調し、ビームの振動振幅が最大になる共振周波数で測定される。又は、加速位相をステップ変化させ、ビーム振動をフーリエ変換しても求めることができる。これとは別に、KEKBでシンクロトロン振動は常に励振されていたこともあった。この場合、スペクトルアナライザーでRF周波数のサイドバンドを見れば、シンクロトロン振動数を簡単に測定することができる。一般に、周波数測定は位相や振幅などの測定などと比較すると、非常に正確に絶対値が測定できる。したがって、シンクロトロン周波数はモーメンタムコンパクションがわかっているならば、加速電圧の較正によく用いられる。しかも、シンクロトロンの基本振動数は、ベータトロン周波数と違って、ビーム電流にあまり依存しない性質を持っている。

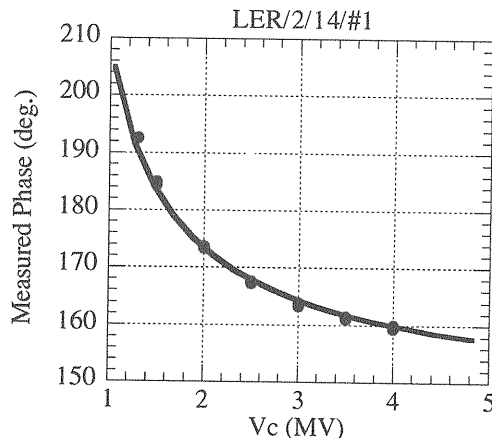


図4.3 RF平衡位相角と加速電圧、黒丸は測定値、実線は測定値に合わせるために計算値を14.7°平行移動した値、バンチ電流0.27mAで測定。

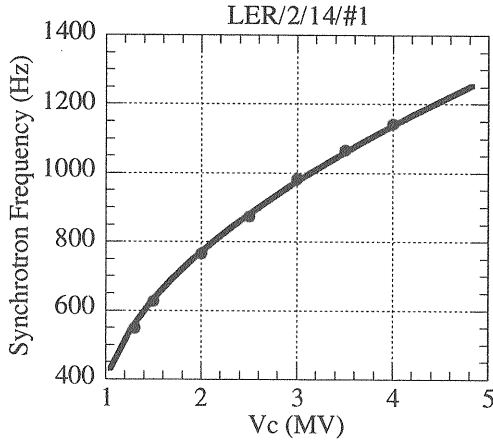


図4.4 シンクロトロン周波数と加速電圧、加速電圧は補正後の値を使った、黒丸：測定値、実線：計算値。

4.2.2 縦方向インピーダンスの測定

現実のリングにおいては、ビームのスペクトルを介してインピーダンスを見ているので、バンチ長が無限に小さくない限り、インピーダンスそのものを測定することはできない。観測されるインピーダンスは、ビームスペクトルによってフィルタされたインピーダンスである。測定されるインピーダンスを実効的インピーダンスと呼んでいる。

バンチをテスト粒子で表わす。テスト粒子の縦方向運動を考える。今、テスト粒子がインピーダンスによる力を受けている時、その粒子の運動方程式は

$$\ddot{z} + \omega_{s0}^2 z = \frac{-\alpha c I_b}{2\pi R E / e} \int_{-\infty}^{+\infty} Z(\omega) h_0(\omega) e^{j\omega\tau} d\omega \quad (4.13)$$

ここで、シンクロトロン振動のダンピングは考えないとし、 $h_0(\omega)$ はバンチの電流で規格化されたパワースペクトラムである。 $\omega\tau < 1$ として、(4.13)式の指数項を展開すると、

$$\ddot{z} + \omega_{s0}^2 z \approx \frac{-\alpha c I_b}{2\pi R E / e} \int_{-\infty}^{+\infty} Z(\omega) h_0(\omega) [1 + j\omega\tau - (\omega\tau)^2] d\omega \quad (4.14)$$

(4.14)式右辺の第1項は、振動振幅によらない定数項で、平衡位相角のシフトをもたらす。

この位相シフトは、インピーダンスの実数部によるエネルギー損失によって生じる。第2項は、振幅の1次の項で、インコヒーレントなシンクロトロン振動数を変化させる。この周波数の変化は、インピーダンスの虚数部によって引き起こされる。振動数が変わったことは実効的な加速電圧が変化したと考える。加速電圧をバンチをトラップする井戸と見立て、これを Potential Well Distortion と呼んでいる。したがって、バンチ形状が変わる。加速電圧の勾配が減少すれば、バンチ長は延びる。第3項は、シンクロトロン振動振幅の2乗項に関係する。したがって、非線形シンクロトロン振動になる。

もっと詳しく(4.14)式を調べよう。第1項より、位相シフトは、

$$\begin{aligned} \Delta\phi &= \omega_{rf} \tau \\ &= \frac{I_b}{V_c \cos\phi_s} \int_{-\infty}^{+\infty} Z(\omega) h_0(\omega) d\omega \end{aligned} \quad (4.15)$$

となり、ガウス分布の場合、 $h_0(\omega) = e^{-\omega^2 \sigma^2} / \omega_0$ となるので、

$$\Delta\phi = \frac{T_0 I_b}{2\pi V_c \cos\phi_s} \int_{-\infty}^{+\infty} Z_r(\omega) e^{-(\omega\sigma)^2} d\omega \quad (4.16)$$

が得られる。一方、位相シフトとロスファクターの関係は、(4.12)式で、 $\Delta\phi_s$ は十分小さいという条件をいれると、

$$k(\sigma) = \frac{V_c \cos\phi_s}{T_0} \frac{\Delta\phi_s}{I_b} \quad (4.17)$$

となる。(4.16)と(4.17)式から、ロスファクター(単位は(V/C))を求めると

$$k(\sigma) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} Z_r(\omega) e^{-(\omega\sigma)^2} d\omega \quad (4.18)$$

が得られる。(4.18)式は、ロスファクターの定義でもある。(4.17)式で、 $k(\sigma)T_0$ はロスインピーダンスとも呼ばれている。したがって、ロスファクターによるビームパワー損失は、

$$P_b = k(\sigma) T_0 \frac{I_t^2}{N_b} \quad (4.19)$$

(4.25)

となる。ビームパワー損失は全ビーム電流 I_b の2乗に比例し、バンチ数 N_b に逆比例する。

(4.14) 式第2項より、シンクロトロン振動数のシフトは

$$\frac{\omega_s^2 - \omega_{s0}^2}{\omega_{s0}^2} = \frac{I_b}{\omega_{rf} V_c \cos \varphi_s} \int_{-\infty}^{+\infty} \omega Z_i(\omega) h_0(\omega) d\omega \quad (4.20)$$

となる。Broad-band インピーダンスの性質から、 $Z_i(\omega)/\omega$ が一定になるので、

$$\frac{\omega_s^2 - \omega_{s0}^2}{\omega_{s0}^2} = \frac{I_b}{\omega_0 \omega_{rf} V_c \cos \varphi_s} \frac{Z_i(\omega)}{n} \int_{-\infty}^{+\infty} \omega^2 h_0(\omega) d\omega \quad (4.21)$$

となる。再び、ガウス分布を仮定して右辺の積分を計算すると、

$$\frac{\omega_s^2 - \omega_{s0}^2}{\omega_{s0}^2} = \frac{\sqrt{\pi} I_b}{2\omega_0^2 \omega_{rf} V_c \cos \varphi_s} \frac{Z_i(\omega)}{n} \frac{1}{\sigma^3} \quad (4.22)$$

となる。一方、平衡位相角度のシフトを十分小さいとすると、バンチ長はシンクロトロン振動数に逆比例するので、

$$\frac{\sigma}{\sigma_0} = \frac{\omega_{s0}}{\omega_s} \quad (4.23)$$

とかける。(4.22) と (4.23) 式とから、バンチ延長とインピーダンスの関係が得られる。ここでもガウス分布を用いた。

$$\begin{aligned} \left(\frac{\sigma}{\sigma_0}\right)^3 - \frac{\sigma}{\sigma_0} &= \frac{\sqrt{\pi} I_b}{2\omega_0^3 h V_c \cos \varphi_s \cdot \sigma_0^3} \frac{Z_i(\omega)}{n} \\ &= \frac{\sqrt{\pi} I_b}{2h V_c \cos \varphi_s} \left(\frac{R}{\sigma_{L0}}\right)^3 \frac{Z_i(\omega)}{n} \\ &= \frac{\alpha I_b}{4\sqrt{\pi} v_s^2 E/e} \left(\frac{R}{\sigma_{L0}}\right)^3 \frac{Z_i(\omega)}{n} \end{aligned} \quad (4.24)$$

参考のために、パラボリック分布で計算すると、

$$\left(\frac{\sigma}{\sigma_0}\right)^3 - \frac{\sigma}{\sigma_0} = \frac{3\alpha I_b}{10\sqrt{5} v_s^2 E/e} \left(\frac{R}{\sigma_{L0}}\right)^3 \frac{Z_i(\omega)}{n}$$

となる。(4.24) と (4.25) 式を比べると、右辺の係数が5%程度異なるだけである。

バンチ電流に対する平衡位相角度の変化を測定した。図4.5はHER、図4.6はLERでの結果である。バンチ電流増加とともに、エネルギー損失を補うためにビーム位相が進む。バンチ電流が1 mAで、HERで1.5°、LERでやく3°の位相シフトが観測された。LERの方が位相変化が大きいのは、HERに比べ、LERの方が加速電圧が低いことも関係するであろう。位相シフトのバンチ電流に対する勾配から(4.17)式を用いてロスファクターが求められる。両リングともその勾配が減っていることがわかる。これはロスファクターがバンチ電流の増加とともに減少することを意味している。これは又、バンチ長が変化しているためと推定できる。

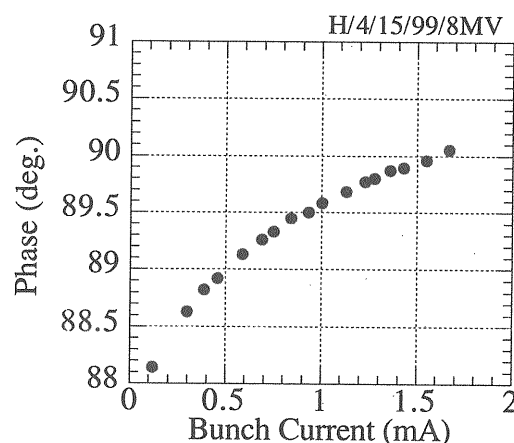


図4.5 HER バンチ電流に対する平衡位相角(相対値)の変化。

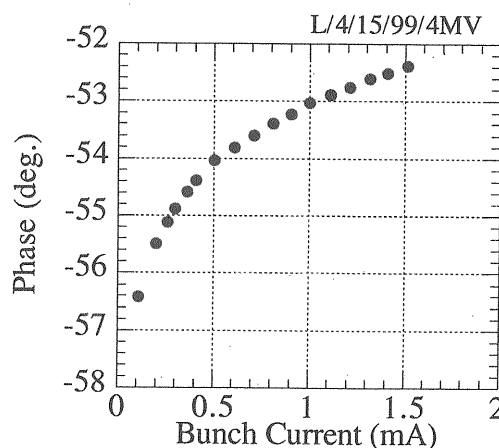


図4.6 LER バンチ電流に対する平衡位相角(相対値)の変化。

図4.5と図4.6の位相勾配から(4.17)式を用いてロスファクターを求めた。一方、ロスファクターはバンチ長の関数であるので、バンチ電流の関数として、バンチ長を測定した。2つの測定を合わせて、バンチ長の関数としてロスファクターをプロットし、図4.7にHER、図4.8にLERでのロスファクターを示す。両グラフからバンチ長が4 mm (設計値)でのロスファクターを推定すると、HERが $67 \pm 16 \text{ V/pC}$ LERが $87 \pm 30 \text{ V/pC}$ となった。一方、デザインレポートからロスファクターを推定すると、HERが 28 V/pC 、LERが 25 V/pC となり、測定値は設計値より2-3倍大きい。LERで、ロスファクターを 87 V/pC とした時、バンチ数を1000個、700 mAのビーム電流を蓄積したとすると、ロスファクターによるビームパワー損失は、426 kWになる。バンチ長が6 mmになると、同じ電流でもビームパワー損失は、147 kWに減少する。ビームパワー損失はバンチ長の2から3乗で変化する。

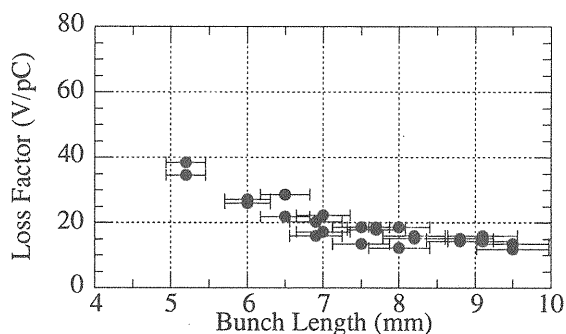


図4.7 バンチ長の関数としてのHERロスファクター

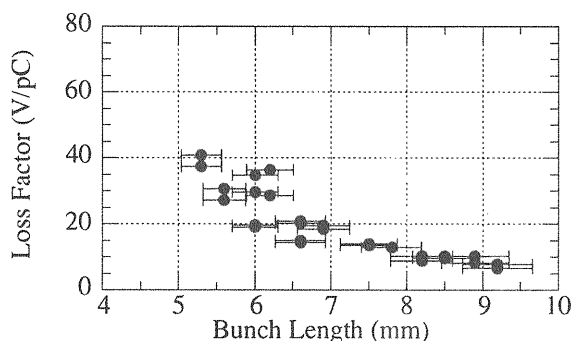


図4.8 バンチ長の関数としてのLERロスファクター

両リングでバンチ長を測定した。HERでは、バンチ長を rms バンチ長モニターとストリークカメラの両方で測定した。ただし、ストリークカメラによるバンチ長は $\text{FWHM}/2.354$ である。

(FWHM: 半値全幅) 図4.9に示すように、バンチ長はバンチ電流とともに延びる。このバンチ延長をインダクティブモデルで説明する。測定されたrmsバンチ長は、(4.24)式を使って得られたバンチ長とほぼ一致している。ただし、バンチ電流の低い領域で、測定されたrmsバンチ長がモデルより低い。これは検出器の非線形性によるものと思われる。一方、バンチ電流の高い領域で、ストリークカメラによる測定値が計算値からずれているのがわかる。ガウス分布であれば、rmsと $\text{FWHM}/2.354$ とは一致するが、ガウス分布からずれると、両者は一致しない。この不一致は、図4.10に示すように、バンチ形状がガウス分布からパラボリックな分布に変わっていることから理解できるであろう。

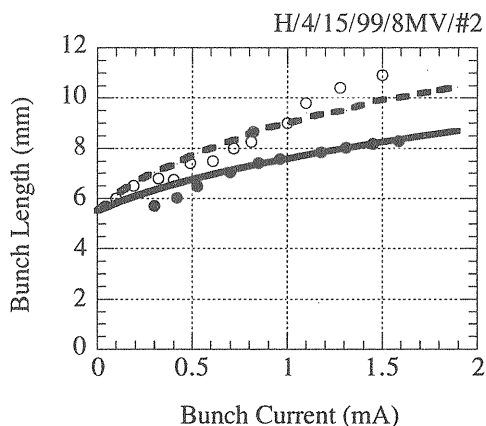


図4.9 HERのバンチ延長、黒丸: rmsバンチ長モニターによる測定、白丸: ストリークカメラによる測定、ただし、ストリークカメラは $\text{FWHM}/2.354$ でバンチ長を表わしている、実線: $|Z_i/n|=0.076\Omega$ として計算したrmsバンチ長、破線: $|Z_i/n|=0.076\Omega$ として計算した $\text{FWHM}/2.354$ バンチ長。自然バンチ長: 5.4 mm。

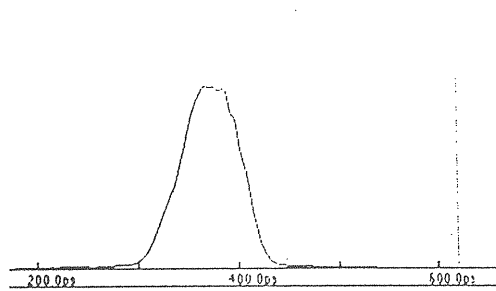
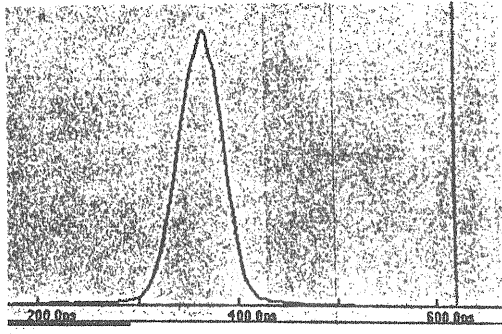


図4.10 ストリークカメラで測定されたバンチ形状の変化、上：バンチ電流0.2 mA、下：バンチ電流 1.1 mA、(J.Flanagan氏提供)。

図4.11は、LERのバンチ延長を示す。HERと同様にインダクティブインピーダンスを用いて、測定されたバンチ長をフィットした。インピーダンス $|Z_i/n| = 0.072\Omega$ が得られているが、HERに比べモデルとの差が大きい。これについては、不安定性の項目で再検討する。

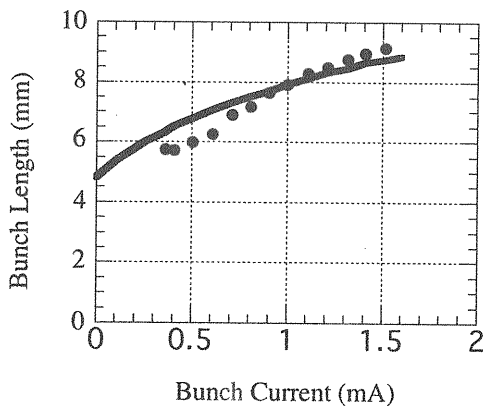


図4.11 LERのバンチ延長。黒丸：rmsバンチ長モニターによる測定、実線： $|Z_i/n| = 0.072\Omega$ として計算したrmsバンチ長、自然バンチ長：4.3 mm。

以上得られた結果をまとめと、

表4.1 HER

items	measured	designed
k (V/pC)	67 ± 16	28
$ Z_i/n $ (Ω)	0.076 ± 0.006	0.015
L (nH)	121.7 ± 9.6	24.0

表4.2 LER

items	measured	designed
k (V/pC)	87 ± 30	25
$ Z_i/n $ (Ω)	0.072 ± 0.011	0.015
L (nH)	115.3 ± 17.6	24.0

両リングとも、測定された縦方向虚数部インピーダンスは、設計値に比べ約5倍大きい。一方、インピーダンスの実数部に起因するロスファクターも2から3倍大きいと推定される。これらの原因は明らかにされていない。この予想もしていなかったインピーダンスの大きさは、これから述べる横方向インピーダンスやビーム不安定性に影響を及ぼすであろう。

4.3 横方向インピーダンス

4.3.1 ベータトロン振動の測定

外力がない時、バンチ重心の横方向運動は

$$\frac{d^2x}{dt^2} + 2\alpha_d \frac{dx}{dt} + \omega_\beta^2 x = 0 \quad (4.26)$$

と表わされる。ここで、 α_d ダンピング定数、 ω_β ベータトロン周波数。一般に、 $\omega_\beta \gg \alpha_d$ が成り立つ。(4.26)式を解くと、

$$x = Ae^{-\alpha_d t} \cos(\omega_\beta t + \phi_0) \quad (4.27)$$

のように減衰振動する。 A ϕ_0 は初期条件で定まる。ダンピング定数は、放射光のエネルギー損失によるダンピングとヘッドテール効果によるダンピングとの和で決まる。すなわち、

$$\alpha_d = \alpha_0 + \alpha_m \quad (4.28)$$

ここで、
$$\alpha_0 = \frac{U_0}{2E_0 T_0}$$

放射減衰定数は、LER で $\alpha_0 = 23.4(\text{sec})^{-1}$ となる。一方、ヘッドテールダンピングはクロマチシティやバンチ電流に依存する他、インピーダンスにも関係し、複雑に変化する。

ベータトロン振動の振幅、周波数、ダンピング定数、位相を測定するためには、外力によってベータトロン振動を励振させなければならない。ベータトロン振動の測定法は凡そ2種類に分けられる。1つは、パルス的にベータトロン振動を励振し、時間軸で測定する。FFT 解析から共振周波数を求めることができる。もう1つは、励振する周波数を変えながらビームの周波数特性を調べる方法である。前者は、ダンピング定数やベータトロン位相の測定などに用いられる。図4.12に、キッカーマグネットでバンチを垂直方向にパルスキックした後、ターン毎ビーム位置モニターで測定したベータトロン振動の減衰の様子を示す。およそ500から600ターンの時定数で減衰していることがわかる。したがって、ダンピング定数はおよそ170から200(sec)⁻¹となり、これは、放射減衰定数より、7から8倍大きな値である。

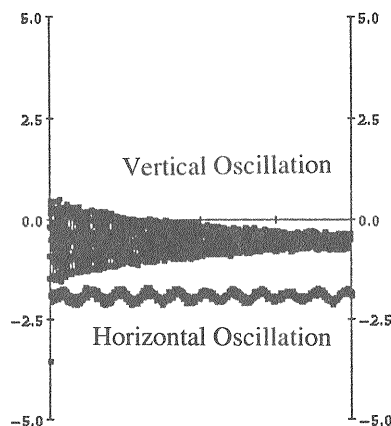


図4.12 垂直方向ベータトロン減衰振動、バンチ電流：0.6 mA、 $\xi_y = 1.4$ 。縦軸：単位mm、横軸：1000ターンまで。水平方向の振動はシンクロトロン振動をしめす。

一方、後者の方法は、主にベータトロンチューン測定に利用される。KEKBのようにマルチバンチで運転する場合、バンチ毎にベータトロンチューンを測定できることが要請される。図4.13は、ビームフィードバックシステムに使われている広帯域アンプとキッカー電極を利用して、バンチ毎のベータトロンチューンを測定するための装置である。マルチバンチから1つのバンチを取り出すために高速のスイッチを用いている。ゲートのタイミングとデフレクターのタイミングを調整することにより、測定したいバンチだけをキックしてそのバンチのチューンを測定することができる。図4.14に、バンチトレインからゲートされた1つのバンチを示す。

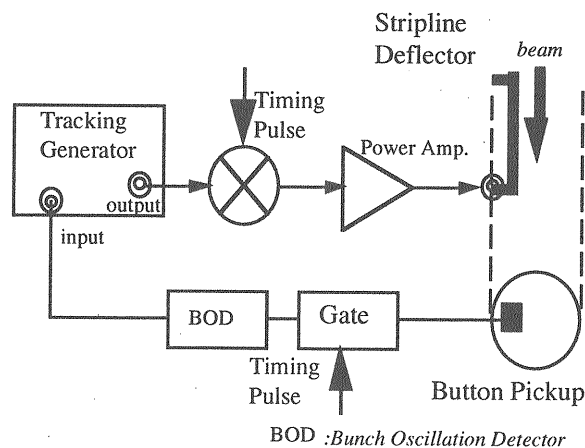


図4.13 バンチ毎ベータトロンチューン測定装置

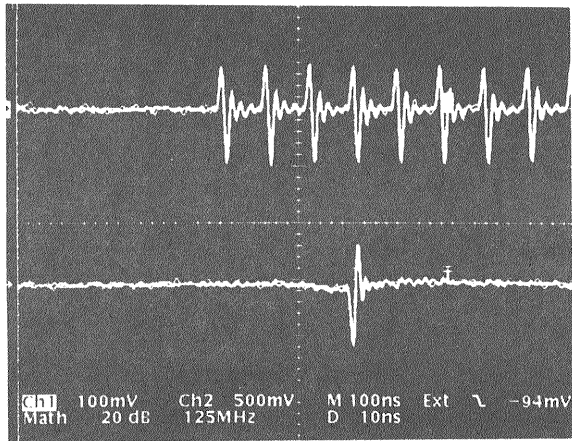


図4.14 上：陽電子バンチトレインの一部、バンチ間隔は8 ns、下：ゲートされたバンチ（信号が反転されている）、横軸：10 ns/div.

4.3.2 横方向インピーダンスの測定

横方向インピーダンスの測定法は、いくつかある。

- (1) ベータトロンチューンのシフトを利用する。
- (2) ヘッドテール不安定性の成長率、又はダンピング定数から求める。

(3) 縦方向インピーダンスから推定する。
ここでは、主に(1)の方法を利用し、場合によっては、(2)と(3)の方法で追試する。

第3章で示したように、横方向のビーム振動は、各回転周波数のサイドバンドに現われる。そのサイドバンド周波数は

$$\omega_{\perp} = (Q_{\beta} \pm m\nu_s)\omega_0 \quad (4.29)$$

$$m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

である。ベータトロンチューンは、バンチ自身によって作られた横方向ダイポールウエイク場の発散的なキックにより、ビーム電流とともに減少する傾向を示す。ベータトロン周波数の変化は、

$$\Delta\omega_{\perp} = \frac{jc^2}{|m|+1} \frac{I_b \{Z_{\perp}\}}{4\pi R B_0 \omega_{\perp} E/e} \quad (4.30)$$

で与えられる [4-2]。ここで B_0 はバンチングファクターで、 $\{Z_{\perp}\}$ は横方向実効的インピーダンス。実効的インピーダンスは、縦方向と同じように、インピーダンスとビームのパワースペクトルとの

積を周波数についての和の形で表わされる。すなわち、

$$\{Z_{\perp}\} = \frac{\sum_{p=-\infty}^{+\infty} Z_{\perp}(\omega_p) h_m(\omega_p - \omega_{\xi})}{\sum_{p=-\infty}^{+\infty} h_m(\omega_p - \omega_{\xi})} \quad (4.31)$$

ここで、 $h_m(\omega)$ は、モード m の横方向パワースペクトラムである。ガウス分布の場合、

$$h_m(\omega - \omega_{\xi}) = \frac{1}{\Gamma(m+1/2)} x^{2m} e^{-x^2}, \quad (4.32)$$

$$x = (\omega - \omega_{\xi})\sigma_t$$

と表わされる。第3章で見られるように、スペクトルがクロマチシティック周波数によってシフトするため、実効的インピーダンスはクロマチシティにより変わる。(4.30)式で、シンクロトロン振動に依存しない $m=0$ モードのベータトロンチューンシフトは、

$$\Delta\nu_{\beta} = \frac{\langle\beta\rangle R I_b \{Z_{\perp}\}}{4\sqrt{\pi}\sigma_t E/e} \quad (4.33)$$

となる。ただし、 $\langle\beta\rangle$ はベータトロン関数のリング平均値で、 $\langle\beta\rangle \approx R/Q_{\beta}$ 、又ガウス分布を仮定し、 $B_0 = 2\sqrt{\pi}\sigma_t f_0$ とおいた。

実効的インピーダンスを測定する場合、クロマチシティの影響を小さくするために、クロマチシティをなるべくゼロに近い値で行う。しかし、クロマチシティを負にすると、ヘッドテール不安定性でビーム入射ができないおそれがある。したがって、1から2ぐらいのクロマチシティでベータトロンチューンを測定した。図4.15は LER 水平方向のチューンシフト、図4.16は垂直方向のシフトを示す。HER での結果は図4.17と図4.18に示す。ベータトロンチューンはバンチ電流とともにほぼ直線的に減少していくのがわかる。この勾配がインピーダンスに関係する。ここで注目すべきことは、LER の垂直方向のチューンシフトがマスクを全開することによって、半分以下になったことである。これは、マスクのインピーダンスが垂直方向インピーダンスの半分以上を占めていることを意味する。

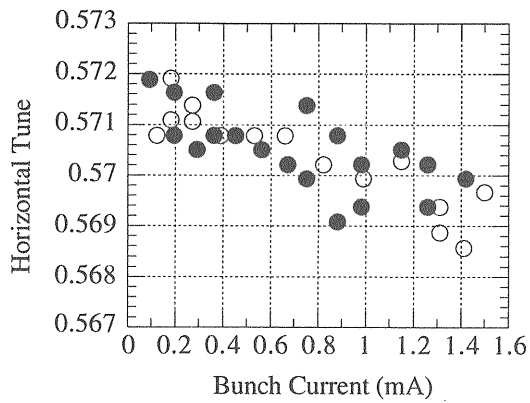


図4.15 LER 水平方向チューンシフト、 $\xi_x = 2.2$ 。黒丸：マスク通常状態、白丸：マスク全開。

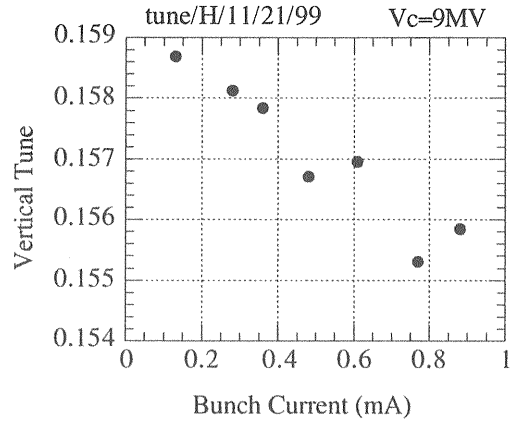


図4.18 HER 垂直方向ベータトロンチューンシフト、マスクは通常の位置にセット、 $\xi_y = 0.91$ 。

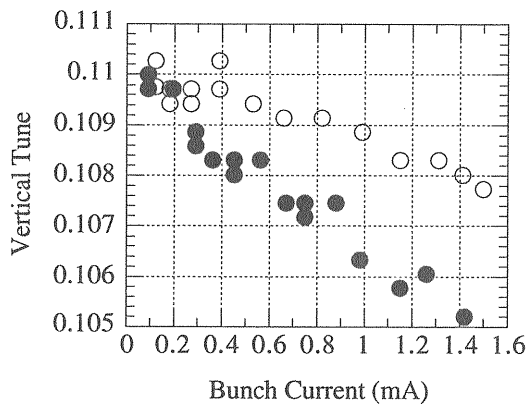


図4.16 LER 垂直方向チューンシフト、 $\xi_y = 0.8$ 。黒丸：マスク通常状態、白丸：マスク全開。

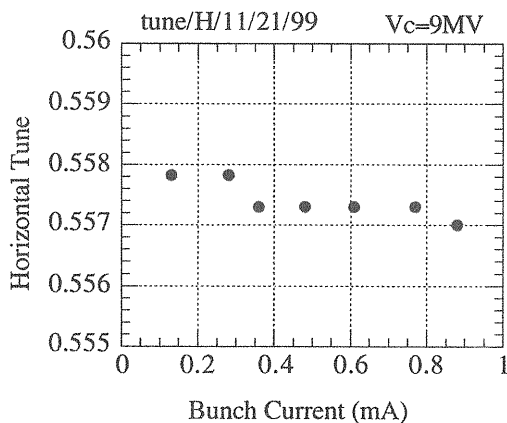


図4.17 HER 水平方向ベータトロンチューンシフト、マスクは正規の位置にセット。

4.3.1で見たように、ベータトロン振動の減衰定数は、ほぼヘッドテールダンピングによって決まることがわかった。このダンピングレートは、

$$\frac{1}{\tau_d} = \frac{\langle \beta \rangle I_b \{ Z_{\perp} \}}{2\sqrt{\pi} E / e} \cdot \omega_{\xi} \quad (4.34)$$

で与えられる。図4.19は、LER 通常のマスク状態で、垂直方向の減衰定数をバンチ電流に対してプロットしている。減衰定数はバンチ電流に比例している。クロマティシティが低い場合、振動振幅は、ほぼ指数関数的に減衰したが、クロマティシティが高い場合、振幅が単調に減衰しなかった。何らかの非線形効果が働いているものと思われる。そこで、クロマティシティが低い場合についてのみ、(4.34)式を使って実効的インピーダンスを計算した。その結果、およそ $\{ Z_{\perp} \} = 80k\Omega/m$ となった。これは、チューンシフトから求めたインピーダンスの値と矛盾しない。

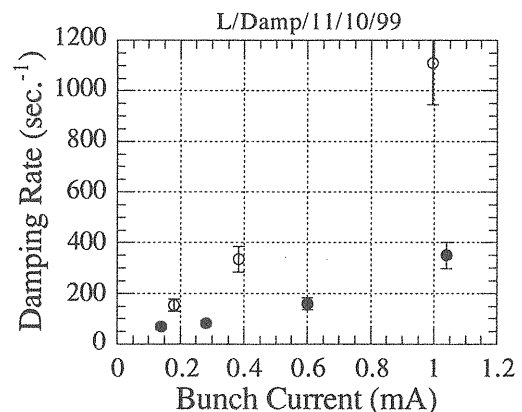


図4.19 ダンピング定数 vs. バンチ電流、白： $\xi_y = 5.3$ 、黒： $\xi_y = 1.4$ 。

4.3.3 マスクのインピーダンス

マスクは、Belle 検出器のために必要不可欠なものである。これがなくては、たとえ高いルミノシティが得られても、その貴重なイベントがバックグラウンドノイズに埋もれてしまいデータとして得ることができないだろう。そのため通常運転で、マスクはビーム軌道から垂直方向に、最も狭い所で、4 から 5 mm の位置に調整される。水平方向のマスクは、ビームサイズが大きいので、10 mm 程度離れている。図 2.3 で示されたマスクは、インピーダンスの観点から非常に大きな問題を生じさせた。

図 4.16 のグラフをもう一度見よう。マスクを全開すると、LER 垂直方向のチューンシフトが半分以下になった。これは、垂直方向インピーダンスの半分以上がマスクによることを意味している。マスクのインピーダンス効果をもう少し詳しく調べるために、マスクのアパーチャーを変えてチューンシフトを測定した。この時、ビーム軌道は一定とした。その結果、全アパーチャーを 2.7 mm から 0.9 mm まで狭めると、チューンシフトが $-0.006 / \text{mA}$ から $-0.008 / \text{mA}$ に変化した。このチューンシフトの変化から (4.31) 式を使って、インピーダンスを求めた。アパーチャーが 2.7 mm でのインピーダンスを基準として、そこからの変化量を図 4.21 に黒丸で示した。

一方、上下マスクを 2 つの抵抗体の壁 (resistive wall) と見て、その間をビームが通過する。エッジ効果を見捨ると、そのインピーダンスは

$$Z_{\perp} = \frac{\pi [\text{sgn}(\omega)(1-i)]L}{h^3 \sqrt{2\omega/(c\mu_r\rho_c Z_0)}} f\left(\frac{2y}{h}\right) \quad (4.35)$$

で与えられる [2]。ここで、 L マスクの長さ、 h 全アパーチャー、 y ビーム軌道のずれ、 ρ_c 体積抵抗率、 μ_r 比透磁率そして $Z_0 = 377 \Omega$ 。 $f(2y/h)$ はビーム軌道とアパーチャーによる関数で、

$$f(x) = \frac{1 + \frac{\pi}{2} x \cdot \tan\left(\frac{\pi}{2} x\right)}{\cos^2\left(\frac{\pi}{2} x\right)}, \quad (4.36)$$

$$x = 2y/h$$

で与えられる。ビームがマスクの中心を通る時、 $f(2y/h)=1$ となる。ところが、ビーム軌道がセンターからマスク壁までの距離の 80% までずれると、 $f(x)=5.1$ と、インピーダンスが 5.1 倍に増加する。抵抗体によるウェイクの波長をバンチ長程度と見なし、 $\omega \approx c/\sigma_l$ とおくと、実効的インピーダンスは

$$\{Z_{\perp}\} = \frac{\pi L}{\sqrt{2}h^3} \sqrt{\rho_c Z_0 \sigma_l} \quad (4.37)$$

となる。(4.37) 式を使ってインピーダンスを計算した結果を図 4.21 に破線で示した。測定値と計算値とが合っていることがわかる。さらに、ビーム軌道がマスク中心からずれると、インピーダンスはさらに増幅されるであろう。

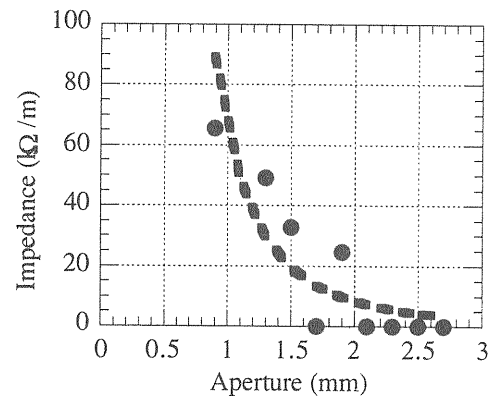


図 4.21 可動マスクのインピーダンス。

4.3.4 インピーダンス測定のみとめ

表 4.2 と 4.3 と 4.4 に LER での結果を、表 4.5 と 4.6 と 4.7 に HER での結果をまとめた。

(1) LERの横方向インピーダンス

表 4.2 チューンシフトから得られた水平方向インピーダンス

Tune Shift (/mA)	Bunch Length (mm)	Impedance Z_{\perp} (kΩ/m)
0.0015	5	36.9
0.0015	7	51.6
0.0010	5	24.6**
0.0010	7	34.4**

**：マスク通常状態と全開状態でチューンシフトに変化が認められなかった。

表4.3 チューンによる垂直インピーダンス

Tune Shift (/mA)	Bunch Length (mm)	Impedance Z_{\perp} ($k\Omega/m$)
0.0034	5	80.6
0.0034	7	112.8
0.0042	5	99.6
0.0042	7	139.4
0.0014	5	33.2*
0.0014	7	46.5*

*：マスク全開状態

表4.4 縦方向インピーダンスからの推定

Longitudinal Impedance Z/n (Ω)	Chamber Radius (mm)	Impedance Z_{\perp} ($k\Omega/m$)
0.0072 ± 0.01	47 (horizontal)	31 ± 4.8
0.0072 ± 0.01	47 (vertical)	31 ± 4.8

(2) HERの横方向インピーダンス

表4.5 チューンによる水平インピーダンス

Tune Shift (/mA)	Bunch Length (mm)	Impedance Z_{\perp} ($k\Omega/m$)
0.001	6	66.0
0.001	7	77.0
0.0006	6	39.6**
0.0006	7	46.2**

**：マスク通常状態と全開状態で変化が認められなかった。

表4.6 チューンによる垂直インピーダンス

Tune shift (/mA)	Bunch Length (mm)	Impedance Z_{\perp} ($k\Omega/m$)
0.0043	6	268.0
0.0043	7	312.7
0.0039	6	243.0*
0.0039	7	283.5*

*：マスク全開状態

表4.7 縦方向インピーダンスによる推定

Longitudinal Impedance Z/n (Ω)	Chamber Radius (mm)	Impedance Z_{\perp} ($k\Omega/m$)
0.076 ± 0.006	52 (horizontal)	27 ± 9.2
0.076 ± 0.006	25 (vertical)	116 ± 9.2

まとめ：

(1) LER 通常の状態での垂直方向インピーダンスは、 $90k\Omega/m$ から $100k\Omega/m$ である。マスクを全開にすると、 $30k\Omega/m$ から $40k\Omega/m$ に減少する。したがって、LER 垂直方向インピーダンスの半分以上はマスクで支配された状態である。

(2) LER 水平方向インピーダンスは、マスクの状態にほとんどよらず、 $30k\Omega/m$ から $40k\Omega/m$ で、垂直方向のマスク全開状態での値にほぼ等しい。

(3) 縦方向インピーダンスから推定した横方向インピーダンスは $30k\Omega/m$ となり、マスク全開状態での値に近い。

(4) HER 通常の状態での垂直方向インピーダンスは $270k\Omega/m$ から $310k\Omega/m$ である。マスクを全開すると、 $240k\Omega/m$ から $280k\Omega/m$ に減少する。

(5) HER 水平方向インピーダンスは、マスクの状態にほとんどよらず、 $40k\Omega/m$ から $70k\Omega/m$ である。

(6) マスク通常状態でのインピーダンスは、設計インピーダンスの10倍以上なる。マスクを全面的に改善することが望まれる。その改造が進行中である[4-3]。

第5章 ビーム不安定性の観測

5.1 縦方向不安定性

バンチの縦方向プロファイルは、ビーム電流が増加するにつれ、その形状が変化する。その変化の仕方はインピーダンス又はウエイク場の形に依存する。たとえば、インダクティブなウエイクの場合、HERのバンチ延長で見たように、バンチの中央付近が引き伸ばされるため、その分布がガウス分布から放物線分布に変わる。一方、キャパシティブなウエイクでは、バンチ後方部分が前方へ押すような力が働くため、バンチが非対称で尖った形になる。その結果、バンチ長が縮むように見える。ビーム電流がさらに増加すると、バンチがどのように変形されているかにかかわらず、バンチ内で振動が発生し、バンチ長の増加とともにエネルギー幅も増加する不安定性が発生する。

この不安定性は、今から25年頃前、CERNのCPSという陽子シンクロトロンで発見された[5-1]。CPSからバンチを取り出す時、バンチをデバンチ (debunching) させていた。この時、バンチ内の粒子は、縦方向位相空間でそのエネルギーを保ったまま位相方向にドリフトする。このデバンチング過程で、バンチのピーク電流が減少するとともに、バンチのすその部分でモーメント幅が局所的に小さくなることが生じた。この時、ビームのエネルギー幅が突然ブローアップし、マイクロ波信号が観測された。そこでこの不安定性をマイクロ波不安定性 (Microwave Instability) とか Turbulent Instability とか発見者にちなんで Boussard Criterion とも呼んでいる。そのピーク電流しきい値は、

$$I_{pth} = \frac{2\pi\alpha(\delta_\epsilon^2)E/e}{|Z/n|} \quad (5.1)$$

ここで I_{pth} はバンチのピーク電流のしきい値、 δ_ϵ はエネルギー (モーメント) の広がりを表わす。又、ガウス分布を仮定すると、バンチ電流に対する縦方向不安定性のしきい値は、

$$I_{bth} = \frac{\sqrt{2\pi}\alpha(\delta_\epsilon^2)\sigma_l E/e}{R|Z/n|} \quad (5.2)$$

となる。このしきい値はインピーダンスに反比例し、

バンチ長に比例し、エネルギー広がり²に比例する。この不安定性はもともと、coasting beam theory から導きだされた式であるが、電子貯蔵リングのバンチにも適用されてきた。この式は縦方向不安定性のしきい値を簡単に見積もることができるため、長い間いろいろな電子貯蔵リングで利用されてきた [5-2]。

しかし、縦方向不安定性は、そう単純でないことがわかった。前に述べたように、バンチは Potential-Well Distortion によってバンチ形状が変化しているため、その内部構造も変化していることが推測される。一方、現実の加速器において、しきい値付近でバンチ長が変動したり [5-3] [5-4]、バンチ長のヒステリシス現象が観測された [5-5]。さらに、そのしきい値が (5.2) 式に当てはまらないこともわかった。バンチ長の変化は複雑である。

1990年頃になって、縦方向不安定性のしきい値を得る新しい方法が生田・横谷氏によって作られた [5-6]。彼等の結果によれば、新しいしきい値は、(5.2) 式で得られる値より数倍高くなる。又、Potential-Well Distortion すなわち、加速器がどのようなインピーダンスであるかにより、不安定性のしきい値が違った振る舞いをする (図 5.1)。Broad-Band インピーダンスを仮定した時、しきい値があるバンチ長で最小になることも得られた。その後、M.D'yachkov と R.Baartman 氏によっても、ほぼ同じ結果が得られた [5-7]。

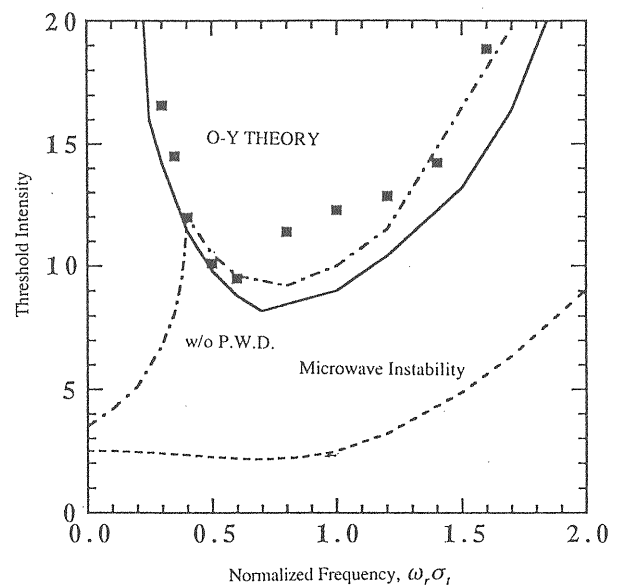


図 5.1 規格化周波数に対する縦方向不安定性しきい値。Broad-band インピーダンスを仮定。(KEK Preprint 90-10 より転載)

試みに、(5.2)式を使ってKEKBの縦方向不安定性のしきい値を推定する。前章で得られたインピーダンスの値を使って計算するとHERでバンチ電流が0.5 mA、LERで0.2 mAとなった。これらのしきい値は、実際のしきい値より低めであると思われる。すくなくともHERでは、バンチ電流が1.5 mAまで、測定されたバンチ延長が純粋なインダクティブインピーダンスを用いたPotential-Well Distortionで説明されるので、不安定性は起きていないと推定される。一方、LERのバンチ延長の実験値を、HERと同じように、純粋なインダクティブインピーダンスを用いたPotential-Well Distortionで説明しようとする、モデルとのずれが大きかった。又、図5.2で見られるように、モーメントコンパクションを変えて、バンチ長を比較すると、バンチ電流が増加するに伴い、バンチ長の差がなくなっていることがわかった。バンチ長の延びにオプティックスパラメータの変化だけでは説明できない何かがある。しかし、不安定性かどうかを決めるエネルギー幅については、まだ観測されていない。

インピーダンス測定により、現実のインピーダンスは設計値よりやく5倍も大きい。現実のインピーダンスを使って、縦方向不安定性のしきい値を計算する必要がある。今後に残された課題である。

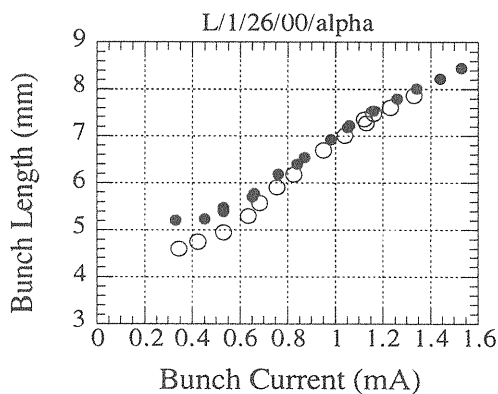


図5.2 LERバンチ電流に対するバンチ長の延び、LER Single Bunch $V_c = 5.0 \text{ MV}$ 、黒丸： $\alpha = 2.4 \times 10^{-4}$ 白丸： $\alpha = 1.1 \times 10^{-4}$ 。

5.2 横方向モードカップリング不安定性

図5.3に示すように、 $m=0$ モードのベータatronチューンがビーム電流とともにウエイクの発

散効果により減少する。一方、 $m=-1$ モードのチューンは、ビーム電流によってもほとんど変化しない、むしろ、チューンがやや増加する。そのため、ある電流以上になると、2つのモードがカップルしてベータatron周波数の虚数部が発生すると、バンチは不安定になる。この不安定性はバンチ内のウエイク場により生じるので、シングルバンチ電流を制限する。又、この不安定性の成長率が非常に速いので、通常のフィードバックで抑えることができない。この不安定性は、モードカップリング不安定性 (Mode-coupling instability) とかStrong Head-Tail Instability と呼ばれている。

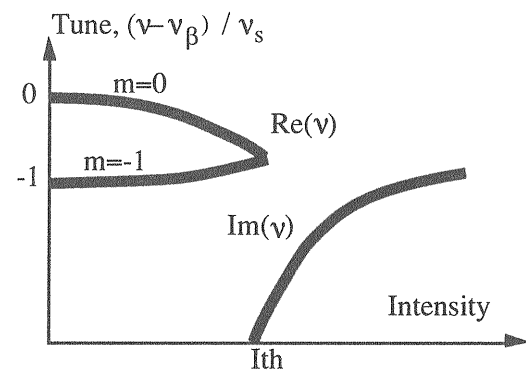


図5.3 モードカップリング不安定性の概念図

この不安定性は、DESYのPETRAというリングで最初に発見された[5-8]。その後、SLACのPEPやCERNのLEPで観測された。この不安定性は、大きなリングの加速器で問題になっている。しかし、トリスタンでは、この不安定性は観測されなかった。この不安定性を回避するために、シンクロトロンチューンを高くし、インピーダンス源と見なされていた加速空洞でのベータatron関数を小さくするような工夫がなされたためである。

この不安定性に対するバンチ電流のしきい値は、

$$I_{th} = \frac{8}{\sqrt{\pi}} \frac{v_s \sigma_l E / e}{\langle \beta \rangle R \{ Z_{\perp} \}} \quad (5.3)$$

で与えられる。上の式からわかるように、あるインピーダンスが与えられると、電流しきい値は、シンクロトロンチューン、バンチ長とエネルギーに比例し、リングの平均半径に反比例する。すなわち、エネルギーが低く、バンチ長が短くシンクロトロンチューンも低くした大きな加速器で、不安定性のしきい値が低くなる。LERは、ほとんどすべての条件を満たしているようである。

前章で述べたように、LERの垂直方向チューンシフト測定で、設計値のやく10倍の大きなチューンシフト(-0.004/mA)が観測された。そこで、チューンの変化をもう一度詳しく調べた。クロマチシテイの効果を弱めるために、小さな正の値でチューンシフトを測定した。図5.4は、モードカップリング不安定直前のベータトロン振動のスペクトルを示す。m=0モードのチューンとその左にあるm=-1モードのチューンが接近し、その振幅が成長している。しかし、m=1モードはノイズに埋もれてほとんど見えない。図5.5は、バンチ電流に対するm=0とm=-1モードのチューンの変化を示している。m=0モードのチューンは単調に減少しているのに対し、m=-1はほぼ一定である。これは、m=-1モードの振動がダイポールウエイクの影響を受けにくいことを現わしている。バンチ電流が1mAを越すと、m=-1モードの振幅が増加し始めた。電流が1.5mAに達すると、突然ビーム電流が完全に失われた。しかし、図5.5から推定すると、不安定性の電流しきい値に達した状態でも、図5.3の示す概念図と違って、2つのモードのチューンは交わる状態にならないように見える。これは、クロマチシテイが有限値であるためであろうか？又、m=0モードのチューンシフトの勾配から推定しても、チューンシフトがシンクロトロンチューンよりも小さいところでしきい値に達するようである。実験からは、およそ $\Delta v_\beta = 0.6v_s$ で不安定になった。

次に、シンクロトロンチューンを変えて、ビームが失われる電流を測定した。その結果を図5.6に示す。電流しきい値は、(5.3)式の理論式が示すように、シンクロトロンチューンに比例している。得られた電流しきい値のデータを原点を通る直線でフィットすることができる。その直線から(5.3)式を使って、横方向インピーダンスが推定できる。バンチ長を5mmとすると、 $\{Z_\perp\} = 95k\Omega/m$ となった。この横方向インピーダンスは、ベータトロンチューンから得られたインピーダンスとほぼ一致している。又、ダンピング定数から求めた値ともほぼ合っている。これらの測定で、マスクは通常の位置にセットされていた。

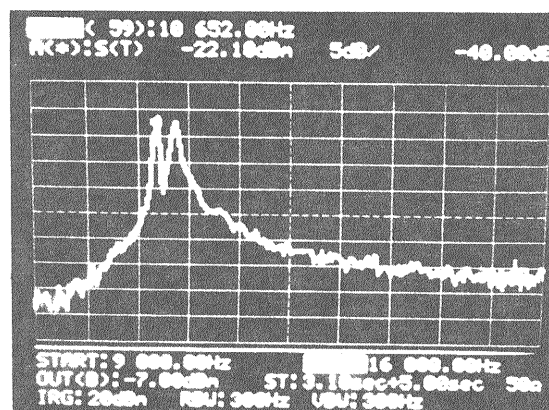


図5.4 LER垂直方向ベータトロン振動のスペクトル、 $V_c=2.2MV$ 、 $v_s=0.006$ 、 $I_b=0.92mA$ 、横軸：0.007/div.、縦軸：5dB/div.。

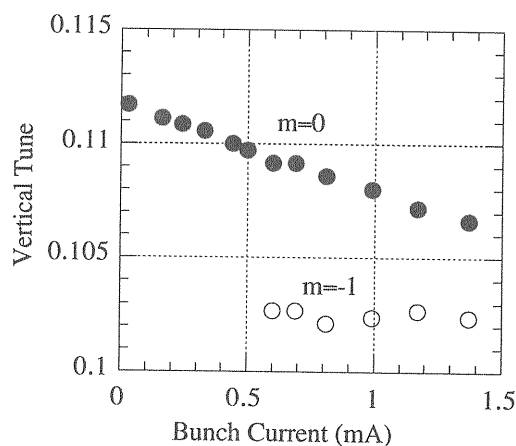


図5.5 LER垂直方向、m=0とm=-1モードのチューンのバンチ電流に対する変化、 $\xi_y = 0.8$ 、 $v_s = 0.011$ 。

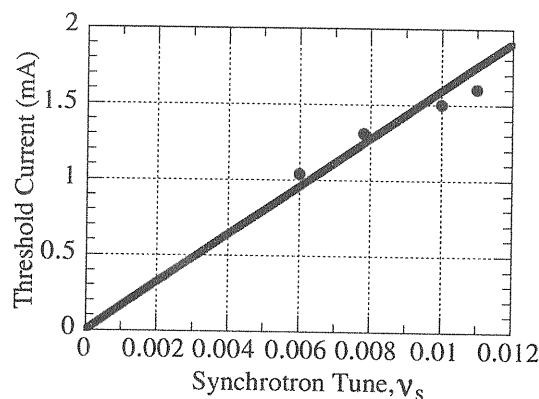


図5.6 電流しきい値 vs. シンクロトロンチューン、黒丸：ビームロスから求めた電流しきい値、実線は測定データを原点を通る直線でフィットしたものの。

5.3 電子雲不安定性

5.3.1 電子雲不安定性とは

電子雲不安定性は、マルチバンチ陽電子ビームに特有な現象である。この不安定性は、ビームと壁との電磁的な相互作用によって生じるのではなく、放射光が真空壁をたたくことによって生じた光電子が引き起こす。図5.7に示すように、光電子が陽電子ビームに引き付けられ、ビーム軌道に集ってビームに擾乱を与える。したがって、この不安定性を Photo-electron instability 又は、Electron-cloud instability と呼んでいる。この不安定性はKEKのPoton Factory (PF) で初めて発見された [5-9,-10]。PFは、もともと電子ビームを蓄積する放射光施設であるが、電子ビームによって生じるイオントラップ不安定性 [5-11]を避けるために、一時陽電子ビームに切り換えた。ところが、マルチバンチ陽電子ビームを蓄積した時、わずかに数10ミリアンペアの低い電流で、間欠的な垂直方向振動が観測された。さらにビーム電流を増すと、垂直方向サイズが増大した。この不安定性と同時に、広い周波数帯域でベータトロンサイドバンドが観測された。その後、クロマチシティを上げることによりこの不安定性は抑えられたようである。

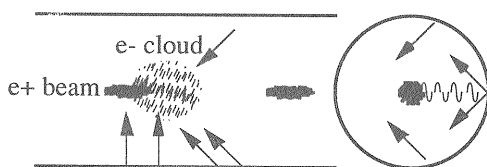


図5.7 陽電子ビームと電子雲との相互作用の概念図

この不安定性を抑制するための方法が考えられた。光電子の発生そのものは抑えることができないので、発生した光電子と陽電子ビームとを離すことができればよい。KEKBでは、光電子が発生すると考えられるアーク部に、20から30ガウスのソレノイド磁場をかけることが提案された [5-13]。事実、シミュレーションでも、光電子がほぼ完全に壁にトラップされることが示された。これで、この不安定性は解決できると思われた。しかし、問題はソレノイドが巻ける空間が、補正磁石や真空コンポーネントがあるために、十分確

保できないことである。一方、PEPIIでは、真空パイプ内壁に光電子の発生を低くするTiNをコーティングした。さらに、図5.8に示すようなアンテチェンバー (antechamber) 法を採用した。これは、ビームが通るパイプとその外側にもうひとつチェンバーを作る。放射光は主に”控えの間”で光電子を発生させるが、ビームチェンバーに光電子が侵入しないようにその間を狭くする。

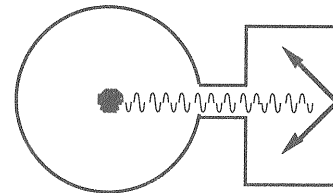


図5.8 アンテチェンバーの概念図

Zimmermann氏と大見氏 [5-13]らは、この不安定性について、シミュレーションで詳しく調べた。放射光が壁をたたくことによって発生した光電子の一部は陽電子ビームに引き付けられるが、比較的高いエネルギーをもった電子は壁にぶつかり2次電子を放出するかもしれない。又は、電子は壁に吸収されたり、どこかへ散逸するかもしれない。全体として、電子は陽電子ビームのポテンシャルに引き付けられるであろう。しかし、電子は軽いので、ポテンシャル内にトラップされないだろう。

今、一定な間隔を保ったバンチの集団が観測地点を通過したとしよう。このバンチの集団をバンチトレインと呼ぶ。バンチトレイン内において、陽電子バンチが次々と光電子を作るので、トレイン後のバンチほど電子密度が増してくる。又、散逸する電子も増加するであろう。したがって、トレイン内ある場所から電子の発生と散逸とが平衡状態に達するであろう。一方、バンチトレインが通過した後は、光電子の供給が止まるので、電子は散逸しその密度は減少する。この様子をシミュレーションで見事に実現した。図5.9で示すように、ビーム近傍の電子密度は、ほぼ20バンチ目で飽和している。バンチ電流0.5 mAのバンチが4バケット間隔で蓄積された時、飽和電子密度は、 $\rho = 1.1 \times 10^{12} m^{-3}$ となる。トレイン通過後、約80 ns (40バケット)で電子雲が消滅するのがわかる。

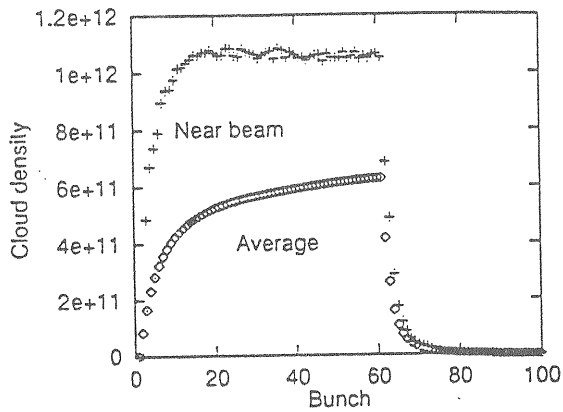


図5.9 バンチトレイン内での電子密度の変化、バンチ間隔：8 ns、バンチ数：60、バンチ電流：0.5 mA。(KEK Preprint 2000-19 より転載)

シミュレーションの結果から、陽電子バンチ近傍にある高い密度の電子によって強いウエイク場が作られることが予想される。あるモデルを仮定した解析から、バンチの不安定性の成長率やしきい値も推定できるようになった [5-13]。第1のモデルは、残留ガスから電離した電子と陽電子ビームが相互作用するいわゆる2流体モデルを修正したものである。この場合、不安定性の成長率が非常に速い。

次のモデルは、バンチ内ヘッドテール不安定性である。電子密度から求めたウエイク場を使って、 $m=1$ のヘッドテールモードの不安定性の成長率を求めると、

$$\frac{1}{\tau} = \frac{64 \rho \langle \beta_y \rangle r_e \sigma_z \xi_y}{3 T_0 \gamma \alpha} \quad (5.4)$$

となる。 r_e 電子の古典半径、 γ ローレンツ因子。この場合、成長率がクロマチシティに比例する。KEKBのパラメータを使って成長率を計算すると、 $\xi_y=8$ で、 $\tau=0.5ms$ となる。さらに、同じウエイク場を使って、モードカップリング不安定性 (strong head-tail instability) のしきい値を求めると、

$$\rho_{th} = \frac{2\gamma v_s}{\pi T_0 r_e c \langle \beta_y \rangle} \quad (5.5)$$

となる。電子密度のしきい値は、(5.3) 式の

ように、シンクロトロンチューンに比例し、周長に反比例する。これから、シンクロトロンチューンが $v_s=0.015$ の時、電子密度のしきい値は $\rho_{th} = 7.1 \times 10^{11} m^{-3}$ となることがわかる。

5.3.2 サイズ増大と電子密度の測定

陽電子ビームの水平・垂直方向サイズが干渉計により測定された。図5.10は、全ビーム電流の関数として、垂直方向ビームサイズを示している。干渉計で測定している場所は衝突点ではないが、測定場所のベータatron関数と衝突点でのベータ関数比から、衝突点でのサイズに換算して表示している。ビームサイズは電流増加とともに徐々に増加し、500 mA を超すと急激に増加している。このサイズ増大現象は、明確なしきい値をもっている。ビーム電流が600 mA でサイズが約2倍になっている。このサイズの急激な増加は、KEKBのルミノシティ向上を妨げている最大の課題となっている。

mons_05_12_2000_18:48:00.dat

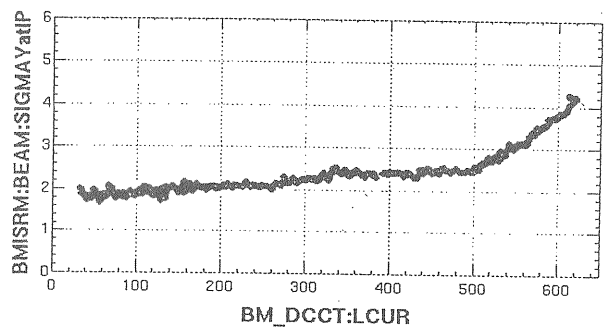


図5.10 LER 垂直方向ビームサイズ vs. 全ビーム電流バンチ数：1124、バンチ間隔：8 ns (4バケット)、 $v_s=0.0186$ 、Log Book NO. 64 p.112 より。

バンチトレインに沿ってバンチ毎のビームサイズがゲートカメラによって測定された。バンチ電流とバンチ間隔を一定にした条件で、クロマチシティをパラメータとして測定された。その結果を図5.11に示す。先頭バンチから5番目まではほとんどサイズが変化していないことがわかる。6番目バンチから徐々にサイズが増加する。このようなサイズ増加現象は、電子密度に対してある

しきい値をもつことを示唆している。ここで、先頭バンチは前方に空バケットが十分あるので、電子雲の影響を受けていないと思われる。シミュレーションで見たように、電子密度は、トレイン後へ行くにしたがって増加する。サイズ増加の仕方は、クロマチシティに依存し、大きくすればする程、サイズ増加が抑制される。この結果は、サイズ増大がバンチ内のヘッドテール効果によって生じることを示唆している。

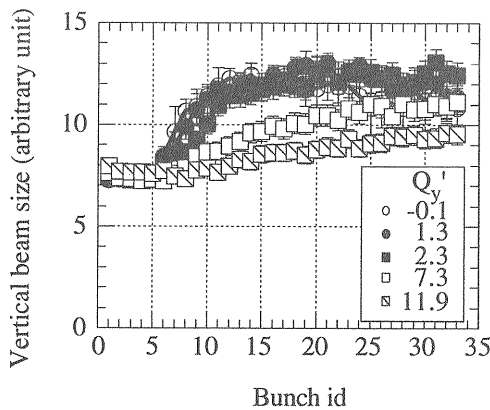


図5.1.1 垂直方向クロマチシティをパラメータとして、バンチトレイン内でのビームサイズの変化。バンチ間隔：8 ns、バンチ電流：0.8 mA、 $Q_y' = \xi_y$ [5-14]。

次に、ビームサイズがシンクロトロンチューンに依存するかを調べた。図5.1.2は、RF電圧をパラメータとしてサイズとビーム電流の関係を示している。ビーム電流が150mA付近からサイズ増大が始まり、電流にほぼ比例してサイズが増加する。シンクロトロンチューンが約10%減少した時、やや分かりにくいですが、サイズも約10%上がっていることが図からよみとれる。この結果は、サイズ増大がモードカップリング不安定性によるとする(5.5)式と矛盾しない。又、明確なしきい値をもつのがモードカップリング不安定性の特徴でもある。

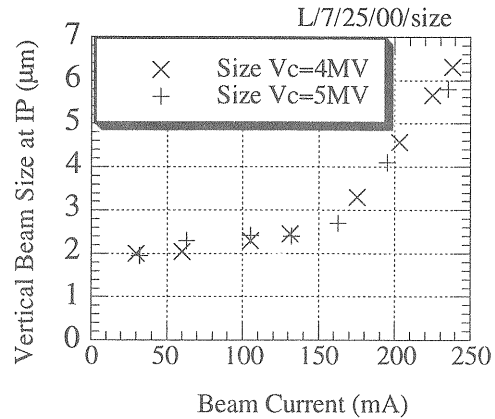


図5.1.2 RF電圧を変えた時の垂直方向ビームサイズの変化、バンチ数：240、バンチ間隔：1.6 ns、 $\xi_y = 11.21$ 、 $V_c = 4MV$ ($v_s = 0.0156$)、 $V_c = 5MV$ ($v_s = 0.0177$)。

LER 垂直方向ビームサイズ増大現象について得られた結果を要約すると、

- (1) サイズの増大は、バンチトレイン内での電荷密度 (バンチ電流/バンチ間隔) でほぼ決まる電流しきい値がある。
- (2) トレイン内でのサイズ増加は、先頭から6バンチ目前後から始まる。トレイン後方で、サイズ増大は飽和する。
- (3) クロマチシティを上げることにより、サイズ増加が抑制される。
- (4) シンクロトロンチューンが高い方がサイズ増加が抑制される。

バンチトレインに沿って電子密度が蓄積される様子がシミュレーションで示された(図5.9)。これを現実のビームで電子密度を測定することを試みた。電子密度を直接測定するのではなく、陽電子ビームが電子雲から受けたキック量から電子密度が推定できる。一様な電子密度を仮定し、一次元モデルにおいて、陽電子ビームのチューンシフトは、

$$\Delta v_y = \frac{r_e \langle \beta_y \rangle \rho L}{\gamma} \quad (5.6)$$

となる。ここで、 r_e は電子の古典半径、 L は電子雲のビーム軸方向長さ。 $L = 2000m$ と仮定すると、 $\rho = 1.1 \times 10^{12} m^{-3}$ の時、 $\Delta v_y = 0.010$ となる。

又、この方法とは別に、チェンバーポートにバイアス電圧のかけられる特別な電極を設置し、そ

ここに流れる電流からも電子密度を測定する試みがなされている [5-15]。これは、ビーム周辺の電子密度を測定する。

バンチトレインに沿ってバンチ毎にベータトロンチューンを測定した。図 5.1 3 に垂直方向ベータトロンチューンのスペクトルを示す。

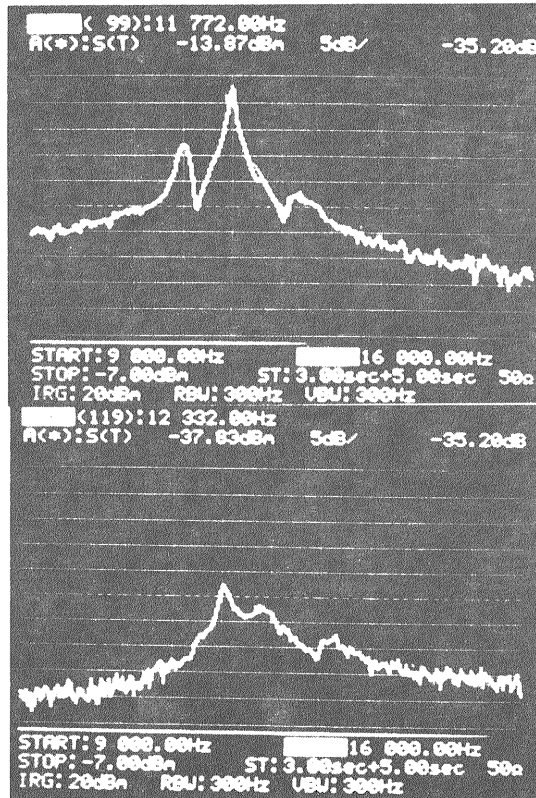


図 5.1 3 LER 垂直方向ベータトロンチューンのスペクトル、先頭バンチ (上)、5 番目のバンチ (下)、バンチ電流 0.46 mA/bunch、 $\xi_y = 5.0$ 、 $v_s = 0.011$ 。水平軸：0.007/div., 垂直：5 dB/div.

先頭バンチのスペクトルは、電子雲の影響を受けていないので、シングルバンチのそれと似ている。中央のピークが $m=0$ モードで、右が $m=+1$ 、左が $m=-1$ を示す。モード間のチューン差がシンクロトロンチューン (0.011) に比べて小さいのは、すでに、シングルバンチのチューンシフトが起きているからであろう。一方、先頭から 5 番目のバンチになると、すべてのモードのチューンが増加していることがわかる。又、チューンスペクトルが広がっている。このスペクトルの変化は、ビームと壁との相互作用で発生したバンチ内

ウエイク場によるチューンシフトと異なり、バンチ全体がほぼ一様なキックを受け、そのキック量に広がりがあることを示唆している。何らかの非線形性が働いているであろう。5 番目のバンチの $m=-1$ モードのチューンが先頭バンチの $m=0$ モードのチューンとほぼ同じになっている。これは、 $m=-1$ モードのチューンがマグネットで決まる $m=0$ モードのベータトロンチューン (intrinsic tune) となっている。これも、モードカップルであろうか？ さらにトレイン後方に進むと、スペクトルが広がりため、チューン測定が困難になってしまった。このチューンの広がり、バンチ電流が大きい程、クロマチシティが高い程、顕著であった。この測定は、衝突していない状態で行われたが、衝突があると、ビームビーム力が加わり、さらにスペクトルが広がるであろう。

先頭バンチのベータトロンチューンを基準とし、バンチトレイン内でのチューンシフトを測定した、その結果を図 5.1 4 に示す。(a) は垂直方向、(b) は水平方向のチューンシフトを表わす。図 5.1 4(a) から、トレイン最後のバンチのチューンシフトは、 $\Delta v_y \approx 0.007$ となる。これから、電子密度を推定する。電子の縦方向長さ $L=2000m$ とすると、 $\rho = 7.8 \times 10^{11} m^{-3}$ となった。これは、シミュレーションの結果よりやや大きな値である。

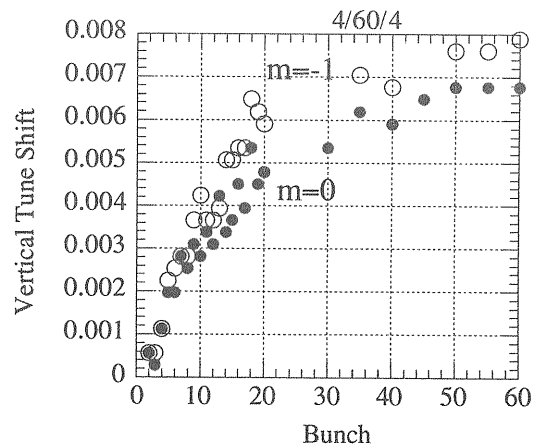


図 5.1 4 (a) LER バンチトレイン内垂直方向ベータトロンチューンシフト、バンチ電流：0.2 mA、バンチ数：60 / トレイン、バンチ間隔：8 ns (4 バケット)、黒丸： $m=0$ モードチューン、白丸： $m=-1$ モード、 $\xi_y = 5.0$ 、 $v_s = 0.011$ 。

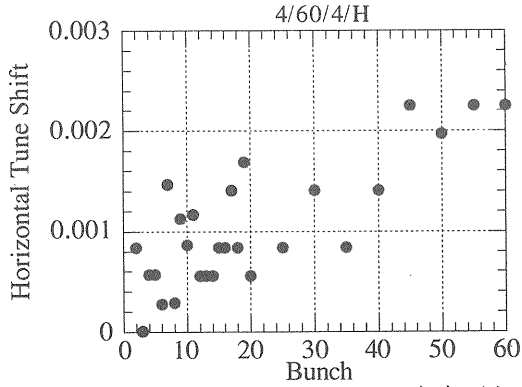


図5.14(b) LER バンチトレイン内水平方向ベータatronチューンの変化、バンチ電流：0.25 mA、バンチ数：60/トレイン、バンチ間隔：8 ns (4 バケット), $\xi_x = 3.75$, $\nu_s = 0.011$ 。

チューンシフトの測定結果をまとめると、

- (1) $m = -1$ モードのサイドバンドを含めて、ベータatronチューンは、電荷密度 (バンチ電流/バケット間隔) にほぼ比例して増加する。
- (2) 先頭から10から20バンチぐらいまでにおいて、チューンは急激に上昇し、それ以降、ほぼ一定になる。これは、シミュレーションによる電子密度の分布と定性的に一致する。測定された電子密度は、シミュレーションで求めた値よりやや大きい。
- (3) 水平方向のチューンも増加する。しかし、そのチューンシフトは垂直方向のそれに比べ、半分以下である。

次に、電子雲がどのくらいの時間で失われるかを調べるために、バンチトレインの後に観測用のバンチを入射し、そのバンチのチューンを測定した。その結果を図5.15に示す。チューンはほぼ指数関数的に減衰している。その減衰定数は28 ns (14バケット) であった。これは、図5.9に示したシミュレーションの結果とほぼ一致する。一方、同様な方法でバンチ毎のビームサイズの変化を測定すると、サイズはほぼ直線的に減少し、10から12バケット以上離れると、サイズ増加はなくなった [3-9]。これらの結果から、電子密度がある程度減衰すると、サイズ増加はなくなることがわかる。したがって、サイズ増加現象が電子密度に対してしきい値をもつと言える。この現象は、トレイン先頭バンチから5-6バンチ目でサイズが増加し始めることと矛盾しない。

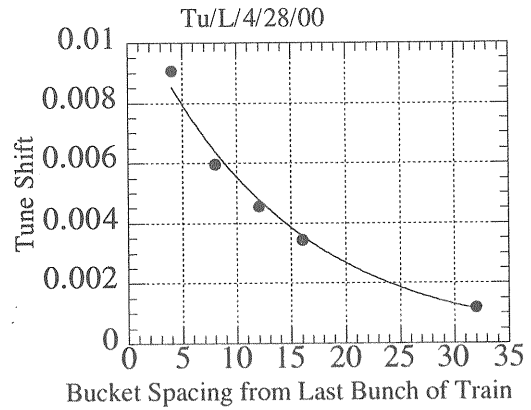


図5.15 縦軸：トレイン先頭バンチのチューンと観測バンチのチューンシフト、横軸：トレイン最後のバンチからのバケット単位の距離

ビームサイズとチューンシフトとの関係を電荷密度 (バンチ電流/バケット間隔) の関数として図5.16と5.17に示す。図5.16に示すように、干渉計で測定した平均ビームサイズが電荷密度の増加とともに増加している。電荷密度が0.08 mA/bucket 付近で急激なサイズの増大が始まることがわかる。このバンチ電流の値は、設計値の約1/6である。一方、図5.17に示すチューンシフトは、先頭と10番目のバンチのチューン差である。チューンシフトは、電荷密度に対しほぼ線形に増加している。10番目のバンチは、ビームサイズが増加し始めたバンチに相当する。これらのことから、ビームサイズが増加する電子密度のしきい値をおおよそ推定することができる。実験から、電荷密度が0.08 mA/bucket がサイズ増大のしきい値とすると、この時チューンシフトが $\Delta\nu_y \approx 0.006$ で、電子密度が $\rho = 6.7 \times 10^{11} m^{-3}$ となる。一方、シミュレーションによるモードカップリング不安定性のしきい値は、 $\nu_s = 0.011$ の時、 $\rho \approx 5.2 \times 10^{11} m^{-3}$ となり、実験値とシミュレーションとは、ほぼ一致する。

シミュレーションによれば、電子が陽電子バンチが作るポテンシャル内で振動すること、電子雲の作るウエイク場によってバンチ内構造の変化、サイズ増大の成長率などがすでに予言されている [5-13]。しかし、これらの現象は、バンチの増大以外はまだ観測されていない。今後の課題である。

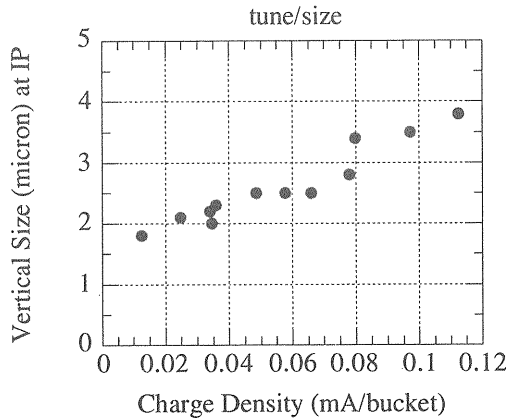


図5.16 LER 垂直方向ビームサイズと電荷密度（バンチ電流／バケット）との関係、 $v_s = 0.011$ 、 $\xi_y = 5.0$ 。

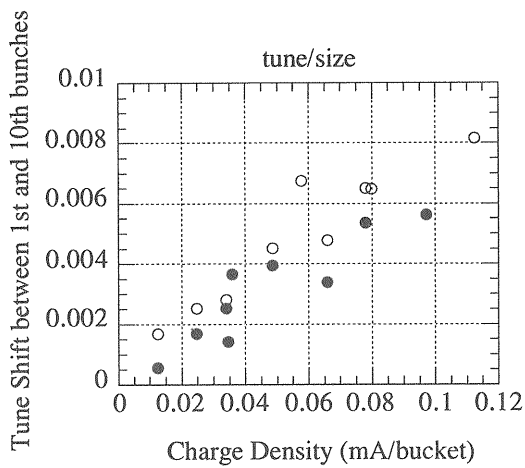


図5.17 チューンシフトと電荷密度との関係、チューンシフトは、先頭バンチと10番目のバンチとのチューン差、黒丸： $m=0$ モード、白丸： $m=-1$ モードのチューン、 $v_s = 0.011$ 、 $\xi_y = 5.0$ 。

5.3.3 サイズ増大の抑制

このビームサイズ増大の原因を陽電子ビームと電子雲による相互作用と考え、壁で発生した光電子を壁付近に磁場でトラップさせる試みが昨年秋から行われてきた。そこで、安価で手軽に磁場を作る永久磁石を用いて、各種の磁場形状が試みられてきた。そこで、約30,000個の永久磁石が用意された。各永久磁石は、直径30mm、厚さ8mm、60から70ガウスの表面磁場を発生する。光電子は主にアーク部で発生すると考えられるので、ベンディングマグネットの下流を中

心に磁石を取り付けた。最初は、磁石を冷却パイプに沿って、10cm間隔で磁極を変えながら一列に並べた。しかし、この磁場形状で、磁石のところで水平方向磁場発生させるため、電子をトラップできないと思われた。そこで、図5.18のように、真空パイプの冷却パイプ上下に磁石を置き、磁石の間をC型のヨークで繋ぐ構造にした。この場合、垂直方向磁場で電子をトラップさせる。さらに、C型磁石をチェンバー内側と外側に置き、4極磁石形状の磁場分布を作った。又、磁極を変えて、2極磁場に変えた。

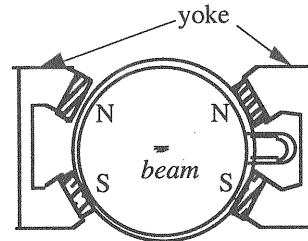


図5.18 永久磁石4個を真空パイプの外壁に付けて2極磁場を作った時の配置。

磁場形状を変える毎にビームサイズが測定された。磁石を取り付ける前後で、ビームサイズに若干の変化が見られた。特に、バンチ間隔が広い場合（8又は12バケット間隔）、その抑制効果が見られた。しかし、運転で使われている4バケット間隔（8ns）での効果は、はっきりしなかった。磁石の効果をはっきりさせるために、永久磁石をすべてはずして、再度ビームサイズを測定した。やはり、4バケット間隔になると、サイズ抑制の効果はほとんどないことがわかった。図5.19は、4バケット間隔で、磁石ありなしの状態のチューンシフトを示している。シミュレーションの結果から、電子密度が約1/10に抑制されることが期待されていたが、結果は、トレイン先頭から5から15バンチ目あたりで、10%から20%程度減少しただけであった。60バンチ目ではチューンシフトはほぼ同じになってしまう。陽電子ビームに次々とやってくる電子を、現状の永久磁石では十分にトラップできていないことがわかる。何がシミュレーションと現実のビームとの大きな違いを作っているのであろうか。

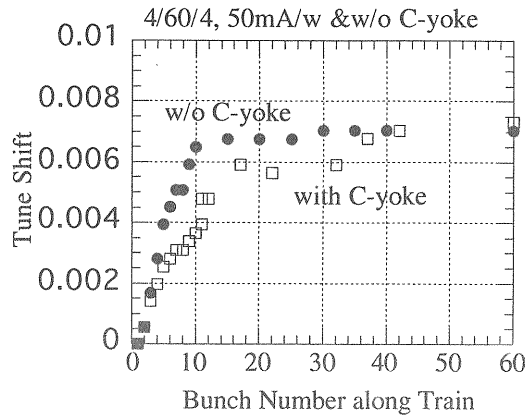


図 5.19 バンチトレインに沿ったベータatron チューンの変化、黒丸：磁石なし、四角：磁石あり、バンチ数：240、バンチ間隔：8 ns、バンチ電流：0.2 mA、 $\xi_y = 11.2$ 、 $\nu_y = 0.0156$ 。

サイズ増大の抑制に、クロマティシティを上げることが有効であることがわかった。現在、 $\xi_y \geq 10$ で運転している。しかし、これ以上クロマティシティを上げることは困難であろう。このような高いクロマティシティでは、ベータatron 振動の非線形性やダイナミックアパーチャーの問題が生じるであろう。又、シンクロトロンチューンが高い方が効果があることも示された。しかし、 $\nu_y > 0.02$ になると、有限角で衝突させているので、シンクロトロン振動とベータatron 振動の結合共鳴による不安定性が予想される [2-1]。

5.4 その他のビーム不安定性

これまでに述べていない不安定性がいろいろ観測され、一部解析も行われている。ここでは、その紹介だけに留める。

HER でもやはり垂直方向ビームサイズがビーム電流とともに増加する現象が観測されている。LER と違ってはっきりとした電流のしきい値がない。HER でフィードバックを切るとダイポール振動が発生する。この時の多数のバンチの振動をバンチ毎に記録できる装置 (BOR) を用いて記録し、解析した。振動モードの解析から、ダイポール振動は、電子ビームと CO^+ イオンとの相互作用による Fast Ion Instability との結論を得ている [5-16]。

衝突に伴うビームサイズが変わる。衝突によってビームサイズの片方のビームサイズが増大すると、もう片方のサイズが縮小することも起きる。又、お互いのバンチ電流のバランスが崩れると、弱いバンチは失われる傾向にある。又、バンチトレインで先頭バンチの方が失われやすい。

LER で、衝突点近くの垂直方向マスクをビーム軌道からある位置にセットすると、縦方向不安定性が発生する。詳しい調査は行われていない。

ビーム軌道の変動は、ルミノシティを低下させる要因となる。特に、ビームサイズの小さい垂直方向変動を抑えることは、重要である。陽子シンクロトロンのもれ磁場が KEKB トンネル内で観測された。もれ磁場に対する対策も行われた [5-17]。又、10 Hz 程度の軌道変動も観測されている。しかし、この原因は突き止められていない。さらに、誤操作で RF 位相を 1 kHz で振っていたことにより、ルミノシティライフを減少させていたこともあった。

LER でトレイン内のバンチ毎軌道を観測すると、その軌道が変化していることがあった。この軌道変化は、マスクの位置に依存していた。軌道変化を解析したところ、軌道変動パターンがマスクによるウエイク場の周波数と一致することがわかった [5-18]。

現在、バンチ間隔は 8 ns で運転している。このバンチ間隔を変えると、真空のコンポーネントが発熱する。たとえば、衝突点付近のチェンバーやペローズの温度が 80 °C 以上にも上がる。これは、ビームスペクトルと真空コンポーネントのインピーダンスの共振特性とが重なったためであろう。しかし、その温度上昇メカニズムは詳しく調べられていない。

真空度は通常ビーム電流に比例して増加する。ところが、LER であるビーム電流以上になると、真空度が電流の 2 乗で増加するようになる。この異常な真空度の増加は、電子雲抑制のために使われている永久磁石やソレノイド磁場によって抑えられる [5-19]。

6. おわりに

ビーム不安定性は、加速器の歴史の中で、極初期の頃からあったようである。加速器の性能が向上するにつれ、次々と新しい不安定現象も発見された。いずれも不安定現象が発見された後、それを説明するための理論的考察が行われてきたように思う。したがって、ビームを観測する道具の開発は重要である。KEKBにおいて、ルミノシティ向上を目指す加速器として、ビーム不安定性は永遠のテーマであろう。不安定性を知ると同時に、それを抑える対策が必要とされる。若い人達がこれらのテーマにどんどん参加されることを期待する。

随所に誤りやわかりにくいところがあると思われる。筆者の浅学非才を感じる。

やく1年半に渡ってKEKBコミッショニングチームの1メンバーとして、ビーム調整やビームスタディを行ってきた。KEKBのような大きな加速器は、多くの人達に支えられなければ運転できない。この場を借りてKEKBを支えているすべての人たちにお礼を申し上げる。最後に、このような機会を与えて下さいました加速器研究施設鎌田進教授に感謝します。

参考資料

ビーム不安定性とインピーダンスの教科書として、[1]と[3]を紹介する。[4]は少し古いが、ビーム測定にとって参考になるであろう。

- [1] A. Chao, "Physics of Collective Beam Instabilities in High Energy Accelerators", John Wiley & Sons, Inc. (1993).
- [2] A. Chao and M. Tigner (edit.), "Handbook of Accelerator Physics and Engineering", World Scientific (1998).
- [3] B. Zotter and S. Kheifets, "Impedances and Wakes in High-Energy Particle Accelerators", World Scientific (1998).
- [4] M. Month and S. Tuner (Eds.), "Frontiers of Particle Beams; Observation, Diagnosis and Correction", Springer-Verlag Lecture Notes in Physics #343 (1989).

個々の記述については、

- [2-1] KEKB B-Factory Design Report, KEK Report 95-7, (1995).
- [2-2] K. Oide et al., "Commissioning of the KEKB B-Factory", KEK Proceedings 99-24 (2000)p.12.
- [3-1] R. Siemann, "Bunched Beam Diagnostics", AIP Conf. Proc. 184 (1989)p.430.
- [3-2] S. Hiramatsu and M. Arinaga, "Wideband Beam DCCTs with Parallel Feedback circuits", Proceedings of the 12th Symp. on Accelerator Science and Technology (1999)p.561.
- [3-3] M. Tobiyama and E. Kikutani, "Development of a High-speed Digital Signal Process System for Bunch-by-bunch feedback system", Physical Review Special Topics-Accelerator and Beams, 3, 012801 (2000).
- [3-4] M. Tejima et al., "Performance of Beam Position Monitor System for KEKB", Proceedings of the 12th Symp. on Accelerator Science and Technology (1999)p.84.
- [3-5] E. Kikutani et al., "The KEKB Bunch Oscillation Recorder", KEK Proceedings 99-24 (2000)p.101.
- [3-6] T. Ieiri and T. Kawamoto, "A Four-Dimensional Beam-position Monitor", NIM A 440 (2000)p.330.

- [3-7] M. Tobiya et. al., "Bunch by Bunch feedback systems for KEKB Rings", KEK Proceedings 99-24 (2000)p.120.
- [3-8] T. Mitsuhashi et. al., "Synchrotron Radiation Monitor for KEKB B-Factor", KEK Proceedings 99-24 (2000)p.134.
- [3-9] J. Flanagan et. al., "High-Speed Gated Camera Observations of Transverse Beam Size along Bunch Train at the KEKB B-Factor", EPAC 2000 (2000).
- [3-10] T. Ieiri, "Measurement of Bunch Length based on Beam Spectrum in the KEKB", EPAC 2000 (2000).
- [3-11] J. Flanagan et. al., "KEKB Beam Loss Monitors", SAST 99 (1999)p.459.
- [3-12] P.H.van Cittert, *Physica*, 1, 201 (1934).
- [3-13] T. Ieiri, OHO'91, 「ビーム計測」 (1991).
- [4-1] W. Panofsky and W. Wenzel, "Transverse deflection of charged Particles in Radiofrequency Fields", *Rev. sci. Instr.*, (1956)p.967.
- [4-2] F. Sacherer, "Transverse Bunched Beam Instabilities", 9th Int. Conf. on High Energy Accelerator, SLAC (1974)p.347.
- [4-3] Y. Suetsugu et. al., "Development of the Movable Mask system for KEKB", EPAC 2000 (2000).
- [5-1] D. Boussard, "Observation of Microwave Instabilities in the CPS", LABII/RF/Int./75-2 (1975).
- [5-2] N. Nakamura et. al., "Collective Effects in Single Bunch Mode at the Photon Factory Storage Ring", PAC91 (1991).
- [5-3] P.Krejčík et.al., "High Intensity Bunch Length Instabilities in the SLC Damping Rings", PAC93 (1993).
- [5-4] D. Brandt et. al., "Experimental Observations of Instabilities in the Frequency Domain at LEP", EPAC92 (1992).
- [5-5] T. Ieiri, "Hysteresis Phenomena at the Bunch Lengthening Process in the Accumulation Ring", *Jpn. J. Appl. Phys.* 36 (1997)p.6965.
- [5-6] K. Oide and K. Yokoya, "Longitudinal Single-Bunch Instability in Electron Storage Rings", KEK Preprint 90-10 (1990).
- [5-7] M. D'yachkov and R. Baartman, "Method for finding Bunched Beam Instability Thresholds", EPAC94 (1994).
- [5-8] R. Kohaupt, *Int. Conf. Part. Acc.* (1980)p.562.
- [5-9] M. Izawa et. al., "The Vertical Instability in a Positron Bunched Beam", *Physical Review Letters*, 74-25, (1975)p.5044.
- [5-10] K. Ohmi, "Beam-Photoelectron Interactions in Positron Storage Rings", *Physical Review Letters*, 75-8, (1975)p.1525.
- [5-11] S. Sakanaka, OHO '86 ストレージリングにおけるイオントラッピング現象。
- [5-12] S. Hiramatsu and H. Fukuma, *Proc. MBI-97 workshop* (1997).
- [5-13] K. Ohmi and F. Zimmermann, "Head-tail Instability caused by Electron Cloud in Positron Storage Rings", KEK Preprint 2000-19 (2000).
- [5-14] H. Fukuma et.al., "Observation of Vertical Beam Blow-up in KEKB Low Energy Ring", EPAC 2000 (2000).
- [5-15] M. Tanaka, 私信。
- [5-16] Y. Ohnishi et. al., "Study of Fast Ion Instability at KEKB Electron Ring", EPAC 2000 (2000).
- [5-17] T. Mimashi et. al., "Coherent Beam Oscillation in the Frequency region from 0.1Hz to 50Hz at KEKB Ring", EPAC 2000 (2000).
- [5-18] N. Akasaka, 私信。
- [5-19] K. Kanazawa and Y. Suetsugu, 私信。