

## 1 はじめに

大強度陽子加速器施設は、400MeV 入射器、3GeV シンクロトロン、50GeV シンクロトロンからなり、その入射器は、3GeV シンクロトロン (Rapid Cycling Synchrotron, RCS) にビームを入射することを主たる目的としている。RCS の設計仕様である出射ビームパワー 1MW を実現するため、入射器にはピーク電流 50mA という大電流の負水素イオン ( $H^-$ ) ビームを加速して RCS に供給することが要求されている。ビーム電流が大きいことから、この入射器の設計においては、空間電荷効果、すなわちビームを構成する各粒子間に働くクーロン力によって引き起こされる様々な現象を十分に理解し、考慮に入れることが要求される。また、ビーム強度が大きいために、ほんのわずかな割合のビームロスでさえ、強い残留放射能を生成し、加速器本体の維持・管理作業を困難なものにする。そのため、本加速器施設の入射器では、定常運転時のビームロス率を、極めて小さな値に抑えることが要求されている。一方、RCS への効率の良い (ロスが少ない) 入射を実現するため、RCS の入射点でのビームの質について極めて厳しい要求が課されている。本加速器施設の入射器には、これらの要求を満たした上で、所定の年間運転時間 (5200 時間) のビームをユーザーに供給できるよう、安定に運転できることが要求される。すなわち、本加速器施設の入射器に求められるのは「大強度でかつ高品質なビームを安定に供給できること」ということになる。とくにビームの質に対する要求は極めて高く、これをいかに実現していくかがわれわれの大きな課題である。

この講義テキストでは、大強度陽子加速器施設の入射器全体の構成と、その設計 (とくにビーム力学設計) 上留意すべき点について、概要を述べることにする。まず、第 2 章で入射器のビームに要求される条件をまとめておく。これは、入射器の設計において基礎となるものである。次に、第 3 章で現在計画されている入射器の構成と基本的なパラメータを紹介する。各構成機器の機能や特色などの詳細については後の講義に譲ることとし、この講義では触れないことにする。最後に、第 4 章では、190MeV から 400MeV の部分のリニアック (ACS) のビーム力学設計を例にとり、どのような手順で、どのようなことに留意して入射器のビーム力学的设计がなされるのかを述べようと思う。

この講義テキストでは、基礎的な加速器用語 (デュエティ、エミッタンスなど) についての知識を前提としている。これらの用語になじみのない読者は、まず

Appendix-A に目を通してから本文を読むことをおすすめする。入射器のビーム力学設計を理解するためには、ある程度ビーム力学についての基礎知識を必要とするが、ビーム力学については過去の OHO のテキストの中に優れたものが多数あるため、ここでは重複を避け、式の導出や基礎的な概念の説明などについては最低限の記述にとどめるようつとめた。より包括的な議論については、これらのテキストを参考にしてほしい。単粒子のビーム力学については参考文献 [1] などが、空間電荷効果を含むビーム力学については参考文献 [2] などが読みやすい。

## 2 ビーム条件

上述のように、入射器で加速された 400MeV ビームは、RCS に供給される。RCS への入射時に荷電変換入射を行うため、加速粒子は負水素イオン ( $H^-$ ) である必要がある。荷電変換入射とは、リングへの入射時にカーボンフォイルなどを用いて負水素イオンの電子を剥ぎ取り、陽子にして入射する入射方法で、大強度のリングにおいてしばしば用いられる。この方法では、入射するビームがリングを周回中のビームの影響を受けないため、数多くのバンチを効率よく入射することができる。

RCS の出射ビームパワー 1MW を実現するため、入射器の出射エネルギーは 400MeV、ピーク電流は 50mA、マクロパルスの幅は 0.5msec、RCS への入射の繰り返しは 25Hz と定められた。RCS の特性上、RCS の入射点でのビームの運動量の拡がり  $\pm 0.1\%$  以下と極めて小さいことが要求される。このことにより、入射器の高周波源に高い精度の振幅・位相制御が要求されると同時に、入射器から射出されたビームのデバンチングを行うことが不可欠となる。デバンチングとは、ドリフトスペースと高周波空洞 (デバンチャー) を用いてビームの運動量の拡がりを位相の拡がりに置き換える操作であり、本加速器施設では 400MeV ビームを RCS に導くビームトランスポートラインで行われる。さらに、RCS への入射時に RCS 中での空間電荷効果を軽減するために行うペインティングという操作を効率よく行うため、入射するビームの横方向 (ビームの進行方向と垂直な方向) の 100% エミッタンスを  $4\pi\text{mm}\cdot\text{mrad}$  以下に抑える必要がある。

また、RCS でのビームの取り出しの都合上、長さ 0.5msec のマクロバンチ (マクロパルス) の内部で、さらにビームのオン、オフを繰り返す必要がある。この繰り返しの周期は 733.5nsec、このうちビームオンが

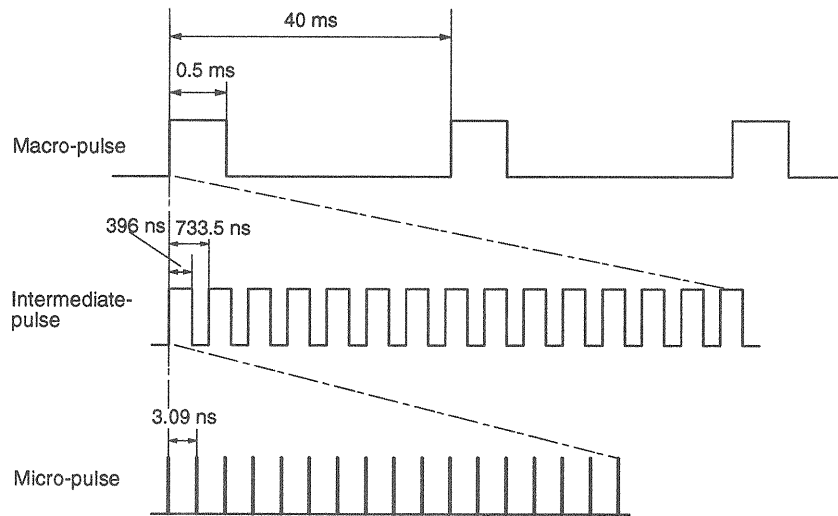


Figure 1: 入射器の射出ビームの時間構造

396nsecである。つまり、図1に示すように、マイクロバンチ（マイクロパルス）が約130個集まって「中間バンチ（中間パルス）」を形成し、さらに中間バンチが約680個集まってマクロバンチ（マクロパルス）をつくるようなバンチ構造をとることが要求される。

本加速器施設では、将来計画として、400MeVのビームを2つに分岐し、一方をRCSに、他方を600MeV超伝導リニアックに入射することが計画されている<sup>1</sup>。この超伝導リニアックの射出ビームは、加速器駆動核変換システム実験施設（ADS）などの実験施設に供給される。この第2期計画では、RCSへのビームの供給とADS等へのビームの供給を平行して行うため、入射器のうち400MeVまでの部分は繰り返し50Hzで運転し、400MeVのビームを2つに分岐して、50Hzのうち25HzをRCSに、残りの25Hzを超伝導リニアックおよびADS等に供給することが計画されている。本入射器では、第2期増強後の50Hz運転時に、スクレーパーやビームダンプなど意識的にビームをロスさせる場所やビームマッチングセクション（リニアック間のビームトランスポートライン）以外では、ビームロスを0.1W/m以下にすることが要求されている。残留ガスによるビームの散乱によるロスを考えると、この条件を満たすためには、 $1 \times 10^{-8}$ Torr程度の真空度が必要となる。

<sup>1</sup>その一部（450MeVまで）を早期に（第一期の建設と並行して）建設するという計画もある。

### 3 入射器の構成

このようなビーム条件を満たし、かつ効率のよい入射器とするため、大強度陽子加速器施設の入射器は、図2のように、いくつかの異なるタイプのリニアックを組み合わせた構成となっている。異なるタイプのリニアックを組み合わせる必要があるのは、電子や陽電子と異なり、陽子や負水素イオンの $\beta$ （速度と真空中の光速の比）は、このエネルギー領域（ $\sim 400$ MeV）ではエネルギーによって大きく変化するためである。参考のため、表1に、電子と負水素イオンの各エネルギーにおける $\beta$ をあげておく。この表から、電子や陽電子は比較的低いエネルギーで $\beta$ がほとんど1になってしまうのに対して、陽子や負水素イオンの $\beta$ はエネルギーによって大きく変化していることがわかる。エネルギーによって $\beta$ が大きく変わるといことは、エネルギーによって加速構造の縦方向（ビームの進行方向）の長さが大きく変わるということを意味し、このことからエネルギーによって最適な（加速効率のよい）加速構造が異なることとなる。

#### 3.1 リニアック

大強度加速器施設の入射器では、まず、引き出し電圧50keVの体積生成型イオン源で、エネルギー50keVの負水素イオンビームが生成される。このビームは、高周波四重極リニアック（Radio Frequency Quadrupole linac, RFQ）に入射され、3MeVまで加速される。ふつう、リニアックでは、縦方向のビームの収束は加速

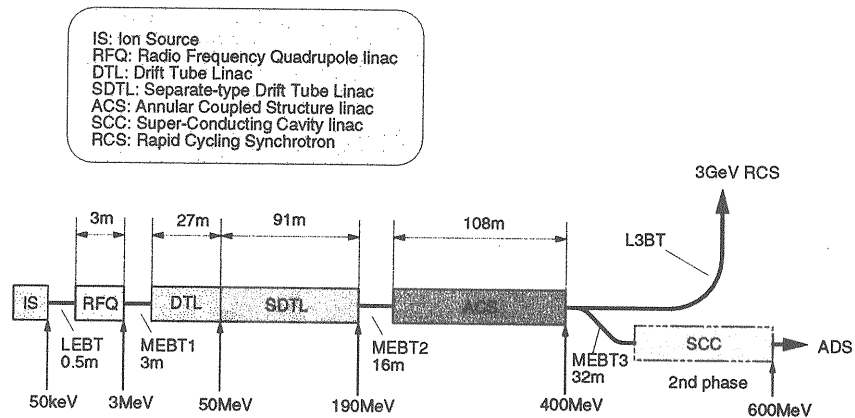


Figure 2: 入射器の構成

Table 1: エネルギーと  $\beta$  の関係

エネルギー (MeV)	電子	負水素イオン
0.05	0.399303	0.0103
3	0.987884	0.0797
50	0.999941	0.314
190.8	0.9999959	0.556
400	0.99999905	0.713
600	0.99999958	0.792

電場で、横方向の収束は収束用の磁石（ふつう四重極磁石）を用いて行われるが、RFQでは横方向の収束も高周波電場で行われる。また、RFQでは、ビームの加速と同時にバンチング（マイクロバンチの形成）も行われる。

RFQから射出されたビームは、3台のアルバレ型ドリフトチューブリニアック (Drift Tube Linac, DTL) でさらに 50MeV まで加速された後、32台の分離型ドリフトチューブリニアック (Sparated Drift Tube Linac, SDTL) で 190MeV まで加速される。ここまでのリニアック、すなわち、RFQ、DTL、SDTLの周波数は 324MHz である。周波数は一般に高い方が、縦方向のビームの収束力が強くなるため、空間電荷効果を抑え込むという観点から有利である。また、あまり周波数が低いと高周波源としてクライストロンを採用することが難しくなる。このような観点から、「DTLにおいてドリフトチューブ内に磁場勾配が可変な四重極電磁石を納められる範囲内で、極力高い周波数を選択する」ということで、324MHz という周波数が選ばれた。このあたりの詳細については、後の講義「線形加

速器 (II)」で詳しく扱う。

SDTLから射出されたビームは、最後に、46台の環結合型結合空洞リニアック (Annular Coupled Structure linac, ACS) によって 400MeV まで加速される。このACSの周波数は 972MHz である。SDTLとACSの間に3倍の周波数ジャンプがあるが、この箇所では何が起きているのかをみてみよう。RFQからSDTLまでは周波数が 324MHz なので、 $1/324 \times 10^6 \text{sec} \sim 3.09 \text{nsec}$  に1個のマイクロバンチを加速できる。それに対して、ACSでは周波数が 972MHz なので、 $1/972 \times 10^6 \text{sec} \sim 1.03 \text{nsec}$  に1個のマイクロバンチを加速できる。しかし、上流からは 3.09nsec に1個のマイクロバンチしか加速されてこないので、ACSでは、マイクロバンチを加速できる場所 (RFバケツという) のうち3個に1個しかマイクロバンチが入っていないことになる。この様子を図3に模式的に示した。高エネルギー部分では  $\beta$  が大きいため、高い周波数を選択することができ、そのことにより、加速効率を上げることができる。そういう意味では、高  $\beta$  部の周波数はできるだけ高くした方が有利である。一方で、上の議論からわかるように、周波数ジャンプは整数倍のものしか許されない。また、あまり大きなジャンプをすると、縦方向の収束力が周波数に比例するため、ジャンプの前後で縦方向の収束力が大きく変わり、この間のマッチング (ビームをうまくつなぐこと) が難しくなる。これらの点を勘案して、周波数ジャンプは3倍程度に抑えるのが妥当であると考えられる。

本加速器施設の入射器を構成する各リニアックの主なパラメータを表2、表3にまとめておく。表中の各パラメータの定義については、Appendix-Aを参照し

Table 2: 入射器全体の主要なパラメータ

出射エネルギー	400 (600) MeV
ピーク電流	50 mA
パルス幅	0.5 ms
繰り返し	25 (50) Hz
チョッピング比	54 %
デューティー (チョッピング前)	1.25 (2.5) %
デューティー (チョッピング後)	0.675 (1.35) %
全長	250 m

てほしい。現在、KEKでは、この入射器のうちエネルギーが約60MeVまでの部分（イオン源、RFQ、DTL、SDTLのうち上流の2タンク）の製作を始めており、イオン源およびRFQについてはすでにビームテストを始めている。これらの部分についてはKEKでビームテストを行った後、原研東海研のサイトの建家が完成後、そちらに移設されることとなっている。このうちRFQについては、全体計画のパラメータが見直される前の仕様で製作されているため、ピーク電流30mAに最適化された設計となっている。そのため50mA仕様のRFQの設計が現在進められており、ある時期に30mA仕様のを置き換える計画となっている。

表2の( )内の値は、第2期計画における増強後のものである。第2期計画では、ACSの射出ビームはRCSとADS等の実験施設の両方に供給されるため、ACSの直後にパルス偏向電磁石を設置し、RCSに供給するビームとADS等に供給するビームの振り分けを行うことが計画されている。RCSに供給されるビームは、L3BT (Linac to 3 GeV Beam Transport) とよばれる輸送ラインでデバンチングなどのビーム整形を施された後、RCSに導かれる。ADS等に供給されるビームは、L3BT直線部と併走するMEBT3 (Medium Energy Beam Transport 3) に導かれる。MEBT3の延長線上には、972MHzの超伝導空洞リニアック (Super-Conducting Cavity linac, SCC) を設置し、ADS等に供給するエネルギーの増強を計ることが計画されている。

大強度陽子加速器施設の入射器は、これらの各リニアックとその間をつなぐビーム輸送ライン、および各加速部に高周波電力を供給する高周波源からなる。高周波源については、324MHz、972MHzともにクライストロンが用いられる。イオン源、RFQについては後の講義である「線形加速器 (I)」で、DTL、SDTL、ACSについては「線形加速器 (II)」で、超伝

Table 3: 各リニアックの主要なパラメータ

RFQ		
入射エネルギー		0.05 MeV
出射エネルギー		3 MeV
周波数		324 MHz
タンク数		1
クライストロン数		1
全長		3 m
DTL		
入射エネルギー		3 MeV
出射エネルギー		50 MeV
周波数		324 MHz
タンク数		3
1タンクあたりの加速セル数		76/43/27
クライストロン数		3
全長		27 m
SDTL		
入射エネルギー		50 MeV
出射エネルギー		190.8 MeV
周波数		324 MHz
タンク数		32
1タンクあたりの加速セル数		5
クライストロン数		32
全長		91 m
ACS		
入射エネルギー		190.8 MeV
出射エネルギー		400 MeV
周波数		972 MHz
タンク数		46
1タンクあたりの加速セル数		15
クライストロン数		23
全長		108 m

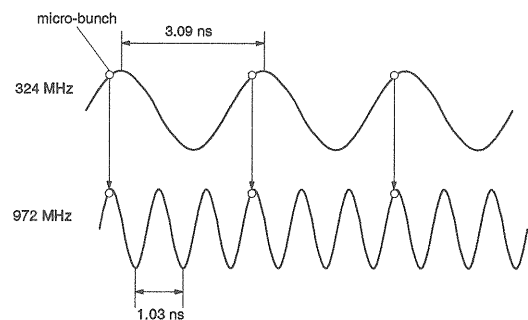


Figure 3: 周波数ジャンプ

導リニアックについては「線形加速器 (III)」で、高周波源については「線形加速器 (IV)」でそれぞれ扱われるため、ここでは詳細については触れない。L3BTについては、「ビームトランスポート (I)」および「ビームトランスポート (II)」で触れられることと思う。

### 3.2 トランスポートライン

ビームトランスポートラインについては、イオン源とRFQをつなぐ部分をLEBT (Low Energy Beam Transport)、RFQとDTLをつなぐ部分をMEBT1 (Medium Energy Beam Transport 1)、SDTLとACSをつなぐ部分をMEBT2 (Medium Energy Beam Transport 2)とよんでおり、それぞれの部分に特徴的な役割がある。すべてのトランスポートラインに共通する働きは、ビームを各加速構造 (リニアック) に「マッチ」させることである。各加速構造には、それぞれに固有の最適な入射条件 (6次元の位相空間でのビームの形) がある。この入射条件は、加速構造の中でビームのエンベロープが不必要な振動をしないように定められる。ここで、ビームのエンベロープとはビームの包絡線のことであり、ビームエンベロープの振動とはビームサイズの振動のことだと理解してもらってよい。加速構造への入射時のマッチングが不完全だと、エミッタンスの増大や後述するビームハローの生成などが引き起こされ、ビームの質の劣化につながる。その意味で、各トランスポートラインにおいてどれだけ精密なマッチングをとることができるかが、最終的なビームの質に大きな影響を与えるといえる。ビームをマッチさせるためには、その場所でのビーム電流、エミッタンス、ビームサイズなどのビームに関する情報を得ることが必要であり、各トランスポートラインは、そのためのビームモニターを備える必要がある。一方で、トランスポートラインをあまり長くすると、トランスポートラインを輸送される間のエミッタンス増大が大きくなるという制約があり、とくにエネルギーが低い領域では長いトランスポートラインを確保することが難しい。これは低エネルギーほど空間電荷効果が強いことと、トランスポートラインでは空間電荷効果を抑えるのに十分な (とくに縦方向の) 収束要素を配置することが難しいことによる。ビームモニターを備えるためにはもちろんある程度のスペースが必要となるため、(とくに低エネルギーのビームラインにおいて) この相反する2つの要求をどのような形で満たしていくかが高品質なビームを得るためのひとつの鍵となる。各トランスポートラインの主要なパラメータを表4に示す。LEBTの詳細については後の講義である「線形

Table 4: 各トランスポートラインの主要なパラメータ

LEBT	ビームエネルギー	0.05 MeV
	収束ソレノイド電磁石数	2
	長さ	0.5 m
MEBT1	ビームエネルギー	3 MeV
	バンチャー数	2
	バンチャー周波数	324 MHz
	チョッパー数	2
	チョッパー周波数	324 MHz
	収束四重極電磁石数	8
MEBT2	偏向電磁石数	1
	全長	3 m
	ビームエネルギー	190.8 MeV
	バンチャー数	2
	バンチャー周波数	972 MHz
	収束四重極電磁石数	12
	全長	16 m

加速器 (I)」に譲ることとし、MEBT1とMEBT2について少し詳しく見ていこう。

**MEBT1** MEBT1のレイアウトを図4に示す。MEBT1では、横方向の収束要素としては四重極電磁石を、縦方向の収束要素としてはバンチャーを備えている。バンチャーとは同期位相 $\phi_s$ を $-90$ 度にとった高周波空洞である。高周波空洞におけるエネルギーゲインは $\cos \phi_s$ に比例し、縦方向の収束力は $\sin \phi_s$ に比例するため、バンチャーではビームは加速されないが、縦方向の収束は受けることになる。つまり、バンチャーとは、ビームのエネルギーを変えずに縦方向の収束だけを行う高周波空洞である。MEBT1ではこのような空洞を2台設置し、DTLへの縦方向のマッチングを行っている。

ここで、先ほど述べたマッチングの考え方をもう少し詳しく述べよう。四重極電磁石もバンチャーも、理想的には線形な収束要素である (線形な部分を収束に用いようとしている)。線形な収束系では、理想的なビームは楕円対称性をもつものと期待される (空間電荷効果を除けばビームを楕円対称性のない形に変形させるような力は働かない)。楕円対称性をもつビームは、ビーム軸と垂直方向でかつ水平方向 ( $x$ 方向とする)、鉛直方向 ( $y$ 方向とする)、ビーム軸方向 ( $z$ 方向とする) のそれぞれについて3つ、計9つのパラメータで特徴づけることができる。

いま、 $(x, x')$  平面に着目しよう。ここで、 $s$  をビー

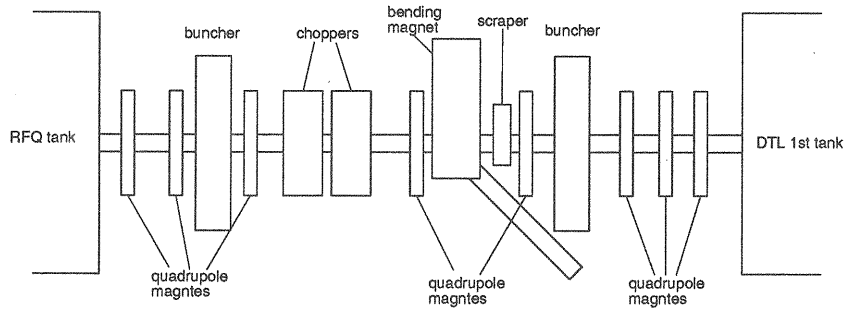


Figure 4: MEBT1のレイアウト

$x$ 軸に沿った距離として、 $x' = dx/ds$ である。 $(x, x')$ 平面にビームを射影してできる楕円(図5参照)は3つのパラメータによって特徴づけられる。そのうちの1つはエミッタンス $\epsilon_x$ であり、これは楕円の面積に相当する。残りの2つとしては、ツイスパラメータ(Twiss parameter)と呼ばれるパラメータ $\alpha_x, \beta_x, \gamma_x$ のうち2つが用いられることが多い[4]。 $\beta_x$ は、この楕円上での $x$ の最大値を $x_{\max}$ として、 $x_{\max} = \sqrt{\beta_x \epsilon_x}$ を満たすように定義される。同様に、 $\gamma_x$ は、この楕円上での $x'$ の最大値を $x'_{\max}$ として、 $x'_{\max} = \sqrt{\gamma_x \epsilon_x}$ を満たすように定義される。また、 $\alpha_x$ は、楕円の主軸と $x$ 軸のなす角を $\xi$ として、 $\tan 2\xi = -2\alpha_x/(\beta - \gamma)$ を満たすように定義される。 $\alpha_x, \beta_x, \gamma_x$ は独立ではなく、これらの間には $\beta_x \gamma_x = 1 + \alpha_x^2$ という関係式が成り立つため、これらのうちの2つを決めれば残りの1つは定まる。このテキストでは、 $(x, x')$ 平面上の楕円を特徴づけるパラメータとして、 $\epsilon_x, \alpha_x, \beta_x$ の3つをとることにする。鉛直方向の位相平面である $(y, y')$ 平面、および縦方向の位相平面である $\Delta\phi - \Delta E$ 平面についても同様である。ここで、 $\Delta\phi$ は位置 $s$ への到達時刻 $t$ を高周波の位相で測ってデザイン粒子との差をとったもの、 $\Delta E$ は粒子のエネルギー $E$ のデザイン粒子との差である。

これら9つのパラメータのうち、エミッタンスは上流の加速構造(リニアック)によって決まるものであり、各トランスポートラインでコントロールできるものではない。したがってトランスポートラインでのマッチングは、「ビームの $\alpha$ と(Twissパラメータの) $\beta$ を直後の加速構造に最適な値に合わせる作業」ということになる。この最適な $\alpha$ と $\beta$ は一般にビーム電流やエミッタンスなどのビームの条件に依存する。したがって、これらのビームトランスポートライン(マッチングセクション)には、ビームの条件が変わっても適切

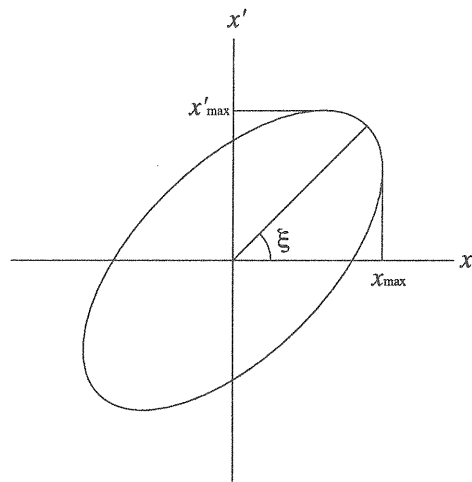


Figure 5: ビームを表す楕円

なマッチングがとれる柔軟性が要求され、これを満たすためには、あわせるべきパラメータの数と同じだけの調整要素(フリーパラメータ)が最低限必要となる。MEBT1に2つのバンチャーが設置されているのもこのような理由による。ビームの条件が変わっても縦方向のマッチングをとる( $\alpha_z$ と $\beta_z$ を適切な値に合わせる)ためには、最低2つのパラメータを調節できる必要がある。MEBT1では、2つのバンチャーの電場の強さを調節することによりこのマッチングを行う。横方向のマッチングも同様に、 $\alpha_x, \alpha_y, \beta_x, \beta_y$ の4つの値を合わせるために、最低4台の四重極電磁石が必要ということになる。MEBT1では、8台の四重極電磁石のうち、下流側の4台でこの横方向のマッチングをとる。MEBT1の中央付近に設置された偏向電磁石は必要に応じてビームを45度曲げたビームラインに導き、ビーム診断を行うために用いられる。

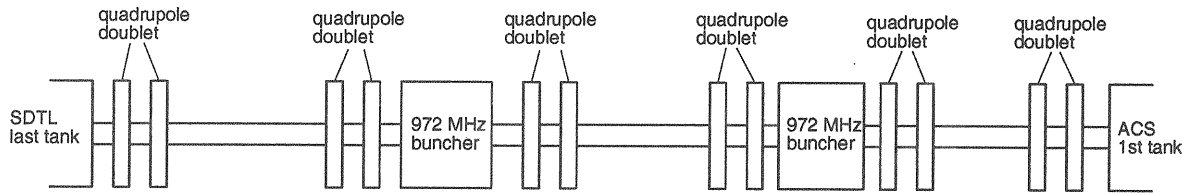


Figure 6: MEBT2 のレイアウト

**MEBT2** MEBT2では、その前後での周波数の3倍ジャンプによる影響を「なめらか」に吸収するため、16mというかなり長いスペースが確保されている。図6にMEBT2のレイアウトを示す。MEBT1のところで述べたように、原理的にはバンチャー2台と四重極電磁石4台があればマッチングをとる解は見つかるが、それだけでは必ずしも十分とはいえない。Twissパラメータのマッチングがとれていても、途中でビームを極端に広げたり、絞ったりするような設計になっていると、その部分で空間電荷効果によるエミッタンス増大が起こることが経験的に知られている。したがって、マッチングセクションにはビーム条件が変わっても「なめらかな」マッチング解がもたまるようなデザインであることが求められる。

MEBT2では、直前のリニアックであるSDTLでも直後のリニアックであるACSでも横方向の収束にダブレットラティス（磁場勾配の等しい水平方向収束と水平方向発散の四重極電磁石を直近に配置してペアを作り、そのペアを周期的に配置したラティス）が採用されていることから、ダブレットラティスを基本とする四重極電磁石の配置とした。ただし、SDTLの収束周期はACSの収束周期の約1.9倍と長いので、この収束周期の違いを吸収するため、下流に行くにしたがって次第に収束周期が短くなっていくような変則的なダブレットラティスを採用した。MEBT2には6セットのダブレットがあるが、真ん中の4セットをダブレットとして（ペアの磁場勾配をそろえたまま）強さを調節し、横方向のマッチングをとる。両端の2セットはよりなめらかなマッチング解を得るための微調整に用いることを予定している。縦方向のマッチングは、MEBT1と同様、2台のバンチャーによって行われる。

**チョッピング** LEBTとMEBT1では、マッチングの他に、図1に示したような中間パルス構造をつくるためのチョッピング（マイクロパルスの間引き）が行われる。中間パルス間のビームオフの部分を、イオン源からビームを引き出さないことによってつくることは技

術的に困難である。そのため、いったんイオン源から引き出したビームを強制的にロスさせることによって、このビームオフの部分をつくる必要がある。このビームの間引きは、ビームをロスさせることによる放射化の問題を最小限に抑えるため、できる限りビームのエネルギーが低いうちに行わなければならない。そのような観点から、本加速器施設の入射器では、MEBT1にチョッピングを行うための特別な高周波空洞（チョッパー）とスクレーパーが設置されている。このシステムでは、チョッパーによってビームを横方向（ビームの進行方向と垂直な方向）に蹴り出し、蹴り出したビームをMEBT1の中央付近に設置されたスクレーパーにあてて取り除くことによってチョッピングを行う。原理的にはMEBT1のチョッパーだけで中間パルスの生成をすることは可能であるが、すべてのビームをMEBT1で間引くとスクレーパーの熱負荷が大きくなる。この負荷を軽減するため、LEBTにプリチョッパーを設置して、あらかじめおおまかな間引きを行っておくことが計画されている。

シャープエッジの中間パルスをつくるためには、チョッパーはマイクロパルス間隔3.09nsecよりも短い時間間に完全に立ち上がり、3.09nsecよりも短い時間間隔の間に完全に立ち下がる必要がある。しかし、現実にはこのような短い時定数を持ち、かつ十分な角度でビームを蹴り出せるチョッパーを実現することは難しい。本加速器施設のMEBT1に設置されるチョッパーの立ち上がり、立ち下がりに要する時間は約20nsecである。このことは、中間パルスの立ち上がり、立ち下がり付近に、中途半端に蹴られるマイクロバンチが常にいくつか存在することを意味する。この中途半端に蹴られたマイクロバンチのうちスクレーパーによって取り除かれなかった部分は、大きな軸ずれをもってDTLに入射されるため、下流におけるビームロスの原因となりかねない。このビームロスが下流の高エネルギー部でおきると、放射化という意味で大きな問題を引き起こすため、できるだけエネルギーの低いうちに取り除

く必要がある。本入射器では、そのために DTL 第 1 タンクの入り口と SDTL の上流部（第 4 タンクと第 5 タンクの間、および第 7 タンクと第 8 タンクの間）にスクレーパーを設置し、この中途半端に蹴られたビームの大部分を取り除く設計となっている。

## 4 ビーム力学設計

ここまでで、大強度陽子加速器施設の入射器の概要については、おおよそ理解していただけたと思う。各構成要素の機能や特色の詳細については後の講義に譲ることとし、ここでは少し寄り道をして、リニアックのビーム力学設計について述べたいと思う。

最初に、この入射器の大きな課題は「大強度でかつクオリティーの高いビームを加速すること」であると述べた。このとき大きな壁となるのが、空間電荷効果、すなわちビームを構成する各粒子間に働くクーロン力による効果である。高密度なイオンビームのダイナミクスにおいては、空間電荷効果が本質的に重要な役割を果たしており、それによって様々な非線形現象が引き起こされる。したがって、大強度のイオン加速器を設計する際には、この空間電荷効果を定性的・定量的に理解し、それによって引き起こされうる問題を十分に考慮した設計を行う必要がある。しかし、空間電荷効果の問題は本質的に（古典的）多体問題であり、お互いに相互作用しながら運動する  $10^8$  個のオーダーのイオンの運動を十分な精度をもって追跡することは、最新のスーパーコンピュータを駆使しても難しい。そのため、大強度のイオンビームの力学的挙動には未知の部分も多く、イオン加速器の大強度のフロンティアを開拓することは、ビーム物理の観点からも大きなチャレンジであるといえる。

大強度イオンビームにおける空間電荷効果一般についての解説は過去の OHO のテキスト [2] や、他の教科書 [3, 5] に譲り、この章では、現在まだ設計の途上にある ACS を例にとり、入射器のビーム力学設計においてどのような形で空間電荷効果が考慮されているか、また空間電荷効果がビーム力学設計にどのような制約を与えるのかを述べてみたいと思う。そのことを通して、実際の加速器を設計するという視点から空間電荷効果の問題を見直すことができると思う。当然のことであるが、この章で述べるのはあくまでリニアックのビーム力学設計の一例であり、すべてのリニアックが同様に設計できるわけではもちろんない。

### 4.1 ビーム力学設計とは

一般に加速器では、収束要素とよばれる機器をビーム軸に沿って周期的に並べることによって、横方向（ビーム軸に対して垂直な方向）の収束を行っている。また、ビームの加速と縦方向（ビーム軸に対して平行な方向）の収束は、加速空洞に励振される加速電場によって行われており、この加速空洞もまたビーム軸に沿って周期的に並べられている。この周期的な配列をラティス (lattice) とよぶ。ビームを構成する各粒子は、これらの収束力を受けて、理想的な粒子（デザイン粒子）の軌道を平衡点として安定な振動を行いながら加速されていく。ビームを構成する各粒子が行う横方向の振動をベータatron振動、縦方向の振動をシンクロtron振動とよぶ。

「ビーム力学設計」とは、このラティスを設計することという意味で用いられることが多い。この講義テキストでもこのような意味で用いることにする。リニアックではリングのように厳密に周期的な配列を実現することはできないが、配置はなるべく周期的に近い方がビームの振る舞いも予想しやすく、設計も運転も容易である。

収束要素や加速空洞などの機器のパラメータを決定するといっても、もちろんどのようなパラメータでも実現可能なわけではなく、様々な制約がある。この制約の範囲内で、ビームクオリティーを最大にする解を探すのがビーム力学設計といえる。

### 4.2 ACS のリファレンスデザイン

ACS の設計のプロセスを順を追って述べる前に、まず、現在の ACS のリファレンスデザインを確認しておこう。ACS の 1 モジュールのレイアウトを図 7 に示す。詳しくは、後の講義である「線形加速器 (II)」で述べるが、ACS では 15 の加速空洞があつまって 1 つの ACS タンクをかたちづくり、2 つの ACS タンクをブリッジカップラーとよばれる空洞によって連結して 1 つの ACS モジュールとしている。高周波源からの電力はブリッジカップラーの中央から入力される。本入射器では、23 の ACS モジュールを用いて、ビームを 190MeV から 400MeV まで加速する。ACS の周波数は 972MHz である。各 ACS タンク間には 2 台の四重極電磁石が置かれ、横方向の収束に用いられる。四重極電磁石は、水平方向収束（鉛直方向発散）のものと同様に鉛直方向収束（水平方向発散）のものがペアで設置されている。このような四重極電磁石の配置（ラティス）をダブルレットラティスとよぶ。各 ACS タンク間の距離



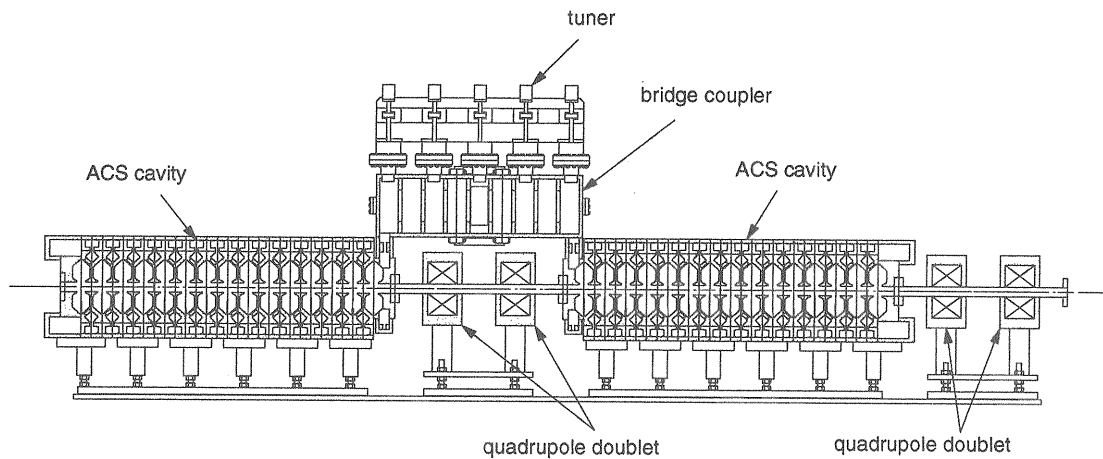


Figure 7: ACS のレイアウト

Table 5: ACS の主要なパラメータ

入射エネルギー	190.8 MeV
出射エネルギー	400 MeV
周波数	972 MHz
タンクあたりの加速セル数	15
タンク数	46
クライストロン数	23
平均加速電場	4.29-4.36 MV/m
同期位相	-30 deg
加速セル内径	520 mm
ビーム孔直径	40 mm
$g/\beta\lambda$	0.28~0.46
全長	108 m

合のチューニングが可能なこと

- 空洞壁面で発生する熱を除去するための冷却水路を確保できること
- ビームロスを許容値以下にするために十分なビーム孔半径を確保できること
- 十分な真空度を得るための真空を引く経路が確保できること

など様々な点を考慮に入れた上で、有効シャントインピーダンス（加速効率）を最大にするよう最適化がはかられる。表面最大電場があまり高くないようなデザインにすることは、放電を防ぐ上で重要である。

空洞のデザインは、ふつう SUPERFISH[6]、MAFIA、HFSS などの電磁場解析コードを駆使して行われる。ACS の設計では、MAFIA を用いて計算した空洞表面の電磁場分布を ANSYS という 3 次元構造解析コードに移し、ANSYS を用いて空洞の温度分布と温度上昇による変形の分布を計算して、それをもとに発熱による共振周波数のずれを評価し、冷却水路の設計を行っている。

以上のように、加速空洞の設計においては、様々な要素を考慮に入れながら設計が進められるが、空洞のパラメータのうち、ビーム力学設計にどうしても必要なのは、トランジットタイムファクター  $T$ 、有効シャントインピーダンス  $ZT^2$ 、表面最大電場と平均加速電場の比  $E_p/E_0$  ぐらいである。これらのパラメータがおおよそ定まれば、次の縦方向のビーム力学設計にうつることができる。ここでいう縦方向のビーム力学設計

は、 $\lambda$  を高周波の波長として、 $4.5\beta\lambda$  である。

### 4.3 空洞の設計

リニアックのデザインを行う際には、ビーム力学設計に先立って、まず、加速空洞のデザインを行う必要がある。加速空洞の設計自体、学ぶべきことの多いテーマであり、過去の OHO でも数多くの講義がなされている。ここでは、詳細には立ち入らず、空洞設計のごくごく概要だけを述べるにとどめる。空洞のデザインにおいては、

- 表面最大電場と平均加速電場の比  $E_p/E_0$  をあまり大きくしないこと
- 製作上無理のない形状であること
- 製作誤差などによる共振周波数のずれがあった場

とは、1タンクあたりのセル数や各セルの平均加速電場  $E_0$ 、同期位相  $\phi_s$  などを決める作業である。

#### 4.4 縦方向のビーム力学設計

DTL や (ACS に限らず一般の) 結合空洞型リニアック、SCC については、PARMILA[7] というコードを用いて、縦方向の設計を行うことができる<sup>2</sup>。PARMILA は、各タンクの  $E_0$ 、あるいは  $E_0$  を決めるルールを指定することによって、各セルでの  $\beta$  の値や空洞壁面での損失 (壁損失) を計算できる。常伝導リニアックにおいて、縦方向の設計をする際に大きな制約となるのが高周波電力である。ACS の高周波電力は 972MHz のクライストロンによって供給されるが、このクライストロンの飽和出力は 2.5MW なので、ある程度の制御性を確保するために、ACS モジュールの消費する高周波電力はおおよそ 2.0MW 以下とする必要がある。したがって、定格最大であるピーク電流 50mA のビームを加速したときにビームに与えられる電力 (ビームローディング) と空洞壁面での損失 (壁損失) をあわせて 2.0MW 以下になるよう  $E_0$  を決める必要がある。本加速施設の ACS では、さらにビーム力学からの考察も加味し、各タンクの  $E_0 T$  が等しく、かつ消費する高周波電力が 2.0MW 以下になるよう  $E_0$  を定めた。タンクの長さを  $L$  としたとき、各タンクのエネルギーゲインは  $qE_0 T L \cos \phi_s$  で与えられ、また、電場による縦方向の収束力は  $2\pi q E_0 T L \sin \phi_s / m_0 c^2 \beta^2 \gamma^2$  で与えられる (ここで、 $q$  は負水素イオンの電荷、 $m_0 c^2$  は静止エネルギー、 $\gamma = 1/\sqrt{1-\beta^2}$ )。したがって、1タンクあたりのセル数を固定すれば、 $L$  は  $\beta$  に比例してタンクごとになめらかに増加していくため、 $E_0 T$  を固定すれば、タンクごとのエネルギーゲインと縦方向の収束力もなめらかに変化していくことになる。このような設計方針をとった結果、最もエネルギーの低いモジュールの消費する高周波電力はおおよそ 1.86MW、最もエネルギー高いモジュールは 2.0MW となった。したがって、最もエネルギーの低いモジュールでは高周波電力に 7%程度 の余裕があることになるが、許容できる範囲であると判断した。エネルギーの低い部分の空洞の方が  $E_p/E_0$  が大きいことから、エネルギーの低いタンクの  $E_0$  を低めにしておくというのは、放電を避けるという意味でも利点がある。

モジュールごとの高周波電力に制約がある場合、 $E_0$  を大きくして 1タンクあたりのセル数を減らすか、セル

<sup>2</sup>DTL の設計用の部分を用いて、SDTL の設計をすることも可能である。また、本加速器施設の入射器には用いられないが、CCDTL という構造のリニアックの設計にも用いられる。RFQ の設計には他のコード (PARMTEQ など) が用いられる。

数を増やして  $E_0$  を減らすのかの選択を迫られる。ACS の場合、タンク間の間隔は四重極電磁石のダブルレットと必要なモニター類を設置するスペースを確保するため、 $4.5\beta\lambda$  と定めた。この部分の長さは  $E_0$  を上げても減らすことはできないため、 $E_0$  を大きくしてセル数を減らしても、それに比例して ACS の全長が短くなるわけではない。一方で、 $E_0$  を上げればそれに比例して  $E_p$  は高くなる。これらのことを勘案した結果、本加速施設の ACS の 1タンクあたりのセル数は 15 とした<sup>3</sup>。これは ACS の全長がほぼ最短になる解に相当し、このときの  $E_p$  は Kilpatrick 限界  $E_k$  をすこし下回るぐらいの値となっている ( $E_p$  が  $E_k$  に達したらすぐに放電が起こるというわけではなく、 $E_k$  は空洞内での放電の起こりやすさを考えるときの目安程度の意味しかもない)。ここまでの議論から、常伝導リニアックの縦方向の設計は、主に「高周波電力を極力有効に使う」ことを設計指針とし、放電の問題や加速器の全長も考慮しながらなされていることがわかる。超伝導リニアックの設計では、加速空洞の壁損失は無視できるほど小さいので、当然のことながら、設計の進め方はまったく異なったものとなる。

#### 4.5 横方向のビーム力学設計

縦方向の設計が終われば、横方向のビーム力学設計にうつることができる。ここでいう横方向のビーム力学設計とは、横方向の収束力を与える収束要素の強さと配置を決める作業である。ふつう、リニアックでは、横方向の収束力は四重極磁石によって与えられる。

横方向の収束を決めるにあたって、考慮しなければならないことを列挙していこう。

大強度のイオンビームでは、空間電荷効果によってビームに発散力が働くが、この空間電荷効果を極力抑え込むために、できるだけ強い収束力をビームに与えたい。強い収束力を与えた方が空間電荷効果を軽減できるという点については、後の講義である「線形加速器 (II)」で、もう少し定量的に説明する。

ラティスの周期性によって引き起こされる共鳴 (構造共鳴) によってエミッタンス増大などが起こるのを防ぐため、空間電荷効果を考慮にいれないときの、1収束周期あたりのベータatron振動の位相の進みを 90度以下に抑える必要がある。ラティスの周期を固定したとき、四重極電磁石の強さを強くするとこの位相の進みは大きくなるので、この条件が、用いることのでき

<sup>3</sup>本文中では触れていないが、セル数が決定する際に、空洞の製作誤差などによって生じる電場の非一様性 (傾き) も考慮する必要がある。電場の傾きについては後の講義である「線形加速器 (II)」と其中で参照されている参考文献をあたってほしい。

る四重極電磁石の強さの上限を与えることになる。また、この条件があることにより、収束周期が短い方が強い収束力を与えることができることになる。

もうひとつ四重極電磁石の強さに制限を与える要因として、負水素イオンのストリッピングがある。負水素イオンは水素原子に余分な電子が1個ついた構造をしているが、強い磁場をかけると、この電子が引き剥がされ、水素原子に戻ってしまう。ビームを加速中にこのような現象が起これるとビームロスの原因になるため、このような現象が起これる確率を極力小さくする必要がある。負水素イオンのストリッピングが起これる確率  $[/m]$  は負水素イオンの  $\beta$  にも依存しており、その場所の磁場を  $B[T]$  として、 $(B/a_1) \exp(\beta\gamma c B/a_2)$  とかける。ここで、 $a_1, a_2$  は定数であり、それぞれ  $a_1 = 2.47 \times 10^{-6} [Tm]$ 、 $a_2 = 4.49 \times 10^9 [Tm/s]$  である。この式を用いて、ACSでは、ポア半径  $r_b$  の位置でのストリッピングによるロスの確率が  $10^{-8} [/m]$  以下になるよう  $B$  の上限を定めた。四重極電磁石の収束力は、磁場勾配を  $G = \partial B_y / \partial x = \partial B_x / \partial y$ 、磁極の厚み（有効長）を  $l$  として、 $Gl$  によって決まる。一方で、ストリッピングの条件から  $Gr_b$  に上限が課せられるので、ある程度以上に強い収束力を得るためには  $l$  を大きくせざるを得ないことになる（ $r_b$  は、タンク内でのビームハローによるビームロスを抑えるという観点から決められる）。本加速器施設の ACS では、磁極中の磁場の飽和よりもこのストリッピングロスの条件によって  $G$  の最大値が制限されている。

最後に、もうひとつ考慮に入れなければならない問題として、等分配 (equipartitioning) の問題がある。一般にリニアックでは、縦のエミッタンスは横のエミッタンスよりも大きい。エミッタンスは、ごくごくおおよざっぱに言えば運動量の拡がりや位置の拡がりの積であるとおもってよい（リニアック全体にわたって平均をとれば位相平面上での楕円の傾き、すなわち  $\alpha$  はほぼ0になる）。そして、この積は（粒子の受ける力が線形である限り）与える収束力によらず保存する。したがって、リニアックでは、縦と横のエミッタンスが異なることから、縦と横に同じ収束力を与えても縦の運動量拡がりや横の運動量の拡がりや等しくならぬこととなる。運動量の拡がりというのは「温度」に相当する量なので、縦と横の温度が異なれば熱交換が起これり、いずれ縦と横の温度は等しくなると予想される。与えられる収束力が同じままで温度（運動量の拡がり）を等しくするためには、縦と横でエミッタンスの交換が起これる必要がある。このようなエミッタンスの交換がダイナミックに起こってしまうと、そのリニアックに最

適な入射条件すなわちマッチング条件を見つけるのが困難になる。このような観点から、縦の運動量の拡がりや横の運動量の拡がりや等しくなるように収束系の強さを決めようというのが、等分配 (equipartitioning) の方法である。縦方向の収束力は、ふつう高周波源の電力を有効に使うという観点からほぼ決められてしまい、一般にエネルギーが高くなるにしたがって弱くなる。上の等分配 (equipartitioning) の条件を満たすには、四重極磁石による横の収束力も、エネルギーが高くなるにしたがって、これとバランスをとりながら弱くする必要がある。

等分配 (equipartitioning) の条件は非常に強い条件であり、これを採用することにより、エミッタンスとビーム電流と四重極磁石の配置が決まれば、各四重極磁石の強さは一意に決まってしまう。一方で、等分配 (equipartitioning) の条件は不必要に厳しすぎるという議論もある。熱統計力学でいうところの熱交換は分子同士の衝突によってエネルギーが交換されることによって行われるが、陽子リニアック中ではビームを構成する粒子同士が衝突する確率は（大強度の陽子リニアックでも）非常に小さく、ビームがリニアックで加速される間に熱統計力学でいうところの熱交換はほとんど起これないという考えである。彼らの主張は、「粒子シミュレーションで観測されている非等分配ビーム (unequipartitioned beam) のエミッタンス交換は、ビームの縦方向と横方向の振動の間に起これる共鳴によって引き起こされたものであり、この共鳴を避けるように収束力の強さを選べば、等分配 (equipartitioning) の条件を満たしていなくても、ビームの質に影響を与えるような大きなエミッタンス交換は起これない」というものである。常伝導のリニアックでは等分配 (equipartitioning) の条件を満たすことはそれほど難しくないが、超伝導のリニアックではその特質である高い加速電場を生かしつつ等分配 (equipartitioning) の条件を満たした設計とすることは難しい。そのような観点から、超伝導リニアックのビーム力学設計とからめて、等分配 (equipartitioning) の条件を満たす必要が本当にあるのかという問題が現在、各国の研究所でさかんに研究されている。

本加速器施設の ACS では、実際のオペレーション時に等分配 (equipartitioning) の条件を満たすように四重極磁石の強さを設定するかどうかはさておき、「必要であれば等分配 (equipartitioning) の条件を満たすことができる」ことを横方向の収束の設計基準とした。この点については、上流の DTL、SDTL も同様の設計基準に基づいて設計がなされている。また、収束周期をできるだけ短くするという観点から、ラティスとし

てダブレットラティスを選択した。他にリニアックでよく用いられるラティスとして FODO ラティスがあるが、FODO の場合、各タンク間に 1 つずつの四重極電磁石を設置する構成（水平方向収束、水平方向発散の四重極電磁石を交互に設置）となり、ダブレットに比べて収束周期がおよそ倍になる。SDTL もダブレットラティスを採用しているため、SDTL と ACS の間のマッチングが比較的容易になるという利点もある。ダブレットを構成する 2 つの四重極電磁石の間の干渉を避けることや、ACS タンク間に設置する必要のあるビームモニター、真空のゲートバルブなどの取り合いを考慮し、ACS タンク間の距離を  $4.5\beta\lambda$ 、ダブレットを構成する 2 つの四重極電磁石の磁極中心間隔を 30cm と定めた。これだけのことを決めれば、あとは等分配 (equipartitioning) の条件から各四重極電磁石の強さは一意に定まる。

ACS の各四重極電磁石の強さは次のような手順で定められる。縦の設計はすでにできているので、等分配 (equipartitioning) の条件から、各周期の横方向の平均的な収束力の強さ、すなわち空間電荷効果を無視したときのベータatron 振動の位相の進みが決まる。このとき、位相の進みが 90 度を越えていないことを確認する。位相の進みが決まれば、磁石の配置はすでに決まっているので、その位相進みを与える磁石の強さすなわち  $GI$  が決まる。 $GI$  がきまればストリッピングロスの条件を満たすように磁極の厚み  $l$  を決める。このとき、想定しているパラメータ（エミッタンス、ビーム電流など）と異なるビームがきたときにも対応できるよう、多少余裕をもった  $l$  を選択する。磁極の厚みが決まれば、想定していたタンク間隔  $4.5\beta\lambda$  内に四重極電磁石、ビームモニター、ゲートバルブなどが配置できることを確認する。

#### 4.6 エラー解析

横方向の設計が終われば、次に、問題なく粒子が加速できることをシミュレーションによって確認することになる。まず、TRACE3D[8] などの軌道計算コードを用いて、ACS のマッチング条件を求める必要がある。TRACE3D では、輸送行列 (transfer matrix) を用いてビームの時間発展を計算しており、最適化のルーチンを備えていて、簡便にマッチング条件を求めることができる。ただし、TRACE3D の内部では空間電荷力は線形近似をして扱われているため、これだけでは空間電荷効果のビームの質への影響を十分に評価することはできない。空荷電荷効果の影響を評価するには、粒子シミュレーションとよばれるタイプのシミュレー

ションを行う必要がある。本加速器施設の ACS の設計では、おもに PARMILA を用いて粒子シミュレーションを行っている。

PARMILA では、10 万個程度の粒子（シミュレーション粒子）の運動を追跡することによって、ビームの時間発展をシミュレートしている。その際、空間電荷効果は、シミュレーション粒子の電荷を  $r-z$  空間に切られた 2 次元メッシュの交点に配分し、配分された電荷が交点上に集中しているものと近似してビームがつくる電場（空間電場）が計算されている。したがって、空間電荷効果が線形性を仮定せずに（ある近似のもとに）計算されていることになるため、空間電荷効果による非線形な効果を（ある程度の精度をもって）評価できることになる。ACS の設計においては、TRACE3D で求めたマッチング条件を満たすビームを入射ビームとして、PARMILA を用いた粒子シミュレーションを行うことによって、マッチングのとれたビームがきちんと加速できることを確かめている。PARMILA の内部での空間電荷効果の評価方法については、参考文献 [5] にもまとまった記述がある。

次の段階として、現実的なエラーがある場合でもビームの質の劣化が許容範囲内であることを確かめる必要がある。考え得るエラーとしては、空洞本体や四重極電磁石の設置誤差、空洞に励振される高周波の振幅と位相の誤差、入射のビームサイズ mismatch などが考えられる。それぞれのエラーとして、どの程度のものを想定する必要があるかは、各ハードウェアの設計に密接に関係しているため、各ハードウェアの設計者と情報をやりとりしながら想定すべきエラーの大きさを決定する必要がある。たとえば、設置誤差であれば空洞、磁石の製作精度やアライメント方法に依存するし、高周波の振幅と位相は高周波モニターの精度や高周波の制御系の精度に依存する。また、入射の mismatch は、入射の位置でのビームの特性（エミッタンス、ビームサイズ、ビーム電流など）をどれだけ正確に測定できるかなどに依存する。

とくに、入射の mismatch がある場合には、ビームハローの形成という問題が生じることが知られている。ビームハローとは、ビームのうち粒子密度の濃い中心部分（コア）のまわりに形成される非常に希薄な部分のことで、高密度ビームにおいてある程度以上の mismatch があると形成されることが、数多くのシミュレーションから確認されている。このビームハローが形成されると、大きな振幅でベータatron 振動を行う粒子が現れるため、ビームロスの原因となる可能性がある。そのため、生成されるビームハローの大きさと量をシ

シミュレーションによって評価することが重要であるが、ビームを構成する全粒子に対してハローを構成する粒子の割合が極めて小さい（小さくても問題になる）ため、限られた数のシミュレーション粒子を用いる粒子シミュレーションで精度よく評価することが難しい。また、ハローを構成する粒子の挙動を精度よく追跡するためには、PARMILAのような2次元的な空間電荷効果の計算方法では不十分で、3次元的な扱いが必須であるという議論もある。ACSの設計では、現在、用いるコードの選定も含めて、このエラー解析の準備を進めているところである。このエラー解析が終われば、次は、リニアックの立ち上げ時のコミッショニングのシナリオ、ビーム調整のシナリオを想定しながらシミュレーションを行っていくことになる。リニアックのビーム力学設計では、各機器の設計担当者と情報のやりとりをしながら以上のようなプロセスを何度か繰り返すことにより、最適と思える設計を探っていくことになる。

以上、ごく簡単ではあったが、ACSのビーム力学設計の概略をのべた。実際のリニアックのビーム力学設計の雰囲気や少しでも感じとっていただければと思う。本文中に出てきた構造共鳴、ハロー生成など空間電荷効果によって引き起こされる現象について系統的に学びたいひとは、参考文献[2]などをあたっていただきたい。参考文献[2]には、空間電荷効果を考慮に入れた粒子シミュレーションの方法についてもまとめた記述がある。等分配 (equipartitioning) については、1970年代から認識されていた問題ではあるが、ごく最近になって、超伝導リニアックの進歩にともなって再び注目を集めており、ここ数年で大きく理解が深まるものと期待される。基本的な考え方については、参考文献[3]などを、最近の進歩については原論文である参考文献[9]をあたってほしい。

## 5 REFERENCES

- [1] 神谷幸秀, "加速器の原理", OHO '84 (1984)
- [2] 町田慎二, "空間電荷効果", OHO '00 (2000)
- [3] M. Reiser, "Theory and Design of Charged Particle Beams", John Wiley & Sons (1994)
- [4] 例えば、野田章, "陽子シンクロトロン of イオン光学系", OHO '89 (1989)
- [5] T. Wangler, "RF Linear Accelerator", John Wiley & Sons (1998)
- [6] J. H. Bilen, L. M. Young, "'POISSON SUPERFISH", Los Alamos National Laboratory Report, LA-UR-96-1834 (1996)
- [7] H. Takeda, "PARMILA", Los Alamos National Laboratory Report, LA-UR-98-4478 (1998)
- [8] K. R. Crandall, D. P. Rusthoi, "Trace 3-D Documentation Third Edition", Los Alamos National Laboratory Report, LA-UR-97-886 (1997)
- [9] I. Hofmann, "Collective Resonance Model of Energy Exchange in 3D Nonequipartitioned Beams", Phys. Rev. Lett. 86, 2313 (2001)
- [10] 亀井亨, 木原元央, "加速器科学", 丸善 (1995)
- [11] J. D. Lawson, "The Physics of Charged Particle Beams", Oxford University Press (1988)
- [12] 例えば、A. J. Dragt, "Lecture on Nonlinear Orbit Dynamics", AIP Conf. Proc. 87, 147 (1982)

## A 用語の解説

### A.1 平均加速電場 $E_0$

空洞内の電場が軸対称性をもつと仮定すると、軸方向の電場は  $E_z(r, s) \cos(\omega t(s) + \phi)$  と表すことができる。ここで  $\omega$  は高周波電場の角振動数であり、 $\phi$  は  $t = 0$  のときの高周波電場の位相である。また、 $s$  はビーム軸に沿った距離、 $r$  はビーム軸に垂直な面内でのビーム軸からの距離である。上の定義では  $t$  を  $s$  の関数と考え、あらわに  $t(s)$  とかいている。この関数  $t(s)$  は軸方向の位置  $s$  へのその粒子の到達時刻をあらわす。いま、仮に高周波ギャップの幾何学的中心を  $s$  の原点とし、この点に粒子が位置するときの  $t$  を  $0$  とする。(  $s$  と  $t$  の原点の取り方については後述のトランジットタイムファクターの計算の際に見直す、 $E_0$  の計算には影響しない。)

いま軸上 ( $r = 0$ ) の電場を考え、さらに加速電場が最大になるタイミング ( $\omega t + \phi = 0$ ) で時間をとめるとそのときの電場は  $E_z(0, s)$  とかける。空洞の軸方向の長さを  $L$  として、この空洞の平均加速電場  $E_0$  は次の式によって定義される。

$$E_0 \equiv \frac{1}{L} \int_{L/2}^{-L/2} E_z(0, s) ds \quad (1)$$

### A.2 トランジットタイムファクター $T$

「実際に空洞の軸上を通過した粒子がどれだけのエネルギーを電場から与えられるか」を考えるには上述の平均加速電場の計算のときのように時間をあるタイミングで止めて計算するのではなく、粒子が進むにつれて高周波電場の位相が変わるという効果も含めて計算してやる必要がある。電荷  $q$  をもった粒子が空洞の軸上を通過したときに得るエネルギーは

$$\Delta W = q \int_{-L/2}^{L/2} E_z(0, s) \cos(\omega t(s) + \phi) ds \quad (2)$$

これは次のようにかき直すことができる。

$$\Delta W = q \int_{-L/2}^{L/2} E_z(0, s) [\cos(\omega t(s)) \cos \phi - \sin(\omega t(s)) \sin \phi] ds \quad (3)$$

通常の加速空洞では、加速電場はギャップの幾何学的中心に対してほぼ偶関数である。したがって

$$\int_{-L/2}^{L/2} E_z(0, s) \sin(\omega t(s)) ds \sim 0 \quad (4)$$

加速電場がギャップの幾何学的中心に対してほぼ偶関数であることから、上式の積分範囲を少しずらしてやると、次の関係式を満たす  $\delta$  を見つけることができる。

$$\int_{-L/2+\delta}^{L/2+\delta} E_z(0, s) \sin(\omega t(s)) ds = 0 \quad (5)$$

$s = \delta$  の位置をギャップの電気的中心とよぶことにする。ふつう  $\delta$  は  $L$  にくらべて非常に小さい。いま、 $s$  の原点をギャップの幾何学的中心から電気的中心に移し、 $t(s)$  の原点も粒子がギャップの電気的中心に位置する時刻を 0 と定めなおすと、式 (4) は次のようにかき直すことができる。

$$\Delta W = q \cos \phi \int_{-L/2}^{L/2} E_z(0, s) \cos(\omega t(s)) ds \quad (6)$$

式 (2) と式 (6) では積分範囲が  $\delta$  だけシフトしているが、積分範囲の両端付近で電場が十分に減衰していれば積分範囲をシフトすることは許される。

トランジットタイムファクター (transit time factor)  $T$  は次式で定義される。

$$T = \frac{\int_{-L/2}^{L/2} E_z(0, s) \cos(\omega t(s)) ds}{\int_{-L/2}^{L/2} E_z(0, s) ds} \quad (7)$$

これは、粒子が空洞を通過する間の位相の変化を考慮した場合と考慮しない場合のエネルギーゲインの比に相当する。このトランジットタイムファクターを用いて、粒子のエネルギーゲインは次のようにかくことができる。

$$\Delta W = qE_0TL \cos \phi \quad (8)$$

ここで、 $\phi$  は、この粒子がギャップの電気的中心に到達したときの加速電場の位相である。

### A.3 同期位相 $\phi_s$

加速器をデザインする際には、所定のエネルギーをもち、所定のタイミングで加速器に入射する理想的な粒

子の運動をまず考える。この仮想的な粒子をデザイン粒子とよぶ。デザイン粒子は空洞の軸上を運動し、空洞の軸に垂直な速度成分をもたない。このデザイン粒子が空洞の加速ギャップの電気中心に到達したときの加速電場の位相を同期位相  $\phi_s$  とよぶ。よってデザイン粒子のエネルギーゲインは

$$\Delta W = qE_0TL \cos \phi_s \quad (9)$$

とかける。

イオン加速器では<sup>4</sup>、縦方向の運動の安定性を得るため、同期位相  $\phi_s$  は負の値 (ふつう  $-30$  度付近) に選ばれる。同期位相が負の値であるということは、デザイン粒子が加速ギャップの中心に到達したときには、加速電場は上昇していく途中であることを意味する。したがって、デザイン粒子よりも先に加速ギャップに到達した粒子 (デザイン粒子よりもエネルギーの高い粒子) は、デザイン粒子よりも小さな加速電場で加速され、デザイン粒子よりも後に加速ギャップに到達した粒子 (デザイン粒子よりもエネルギーの低い粒子) は、デザイン粒子よりも大きな加速電場で加速されることになる。このようなメカニズムによって、デザイン粒子と異なるエネルギーをもった粒子のエネルギーは、デザイン粒子のエネルギーの周りで安定に振動する。この振動をシンクロトロン振動とよぶ。

空洞の同期位相を  $-90$  度を選ぶと、式 (9) より、デザイン粒子のエネルギーゲインは 0 となる。すなわち、ビームには上述のようなシンクロトロン振動を起こす収束力は働くが、平均エネルギーは増大しない。このように同期位相を  $-90$  度を選んだ空洞はバンチャーとよばれ、ビームの縦方向の収束に用いられる。

### A.4 シャントインピーダンス $Z$

高周波空洞を励振すると、空洞壁面に高周波の電流が流れるため、熱損失が生じる。限られた高周波源の電力で効率よくビームの加速を行うためには、できるだけこの熱損失を小さくし、かつ軸上の電場を高くする必要がある。このような観点から空洞の性能を表す指標として、単位長さあたりのシャントインピーダンス  $Z$  (以下、単にシャントインピーダンスとよぶ) がしばしば用いられる。空洞の壁面における熱損失を  $P$ 、空洞の軸方向の長さを  $L$  として、シャントインピーダンス  $Z$  は次式で定義される。

$$Z \equiv \frac{E_0^2}{P/L} \quad (10)$$

<sup>4</sup>電子や陽電子の加速器では粒子の速度がすぐにほぼ光速になってしまうため、事情が異なる。

この式からわかるように、シャントインピーダンスは「ある単位長さあたりの熱損失を与えられたときに、どれだけ大きな平均加速電場  $E_0$  を出せるか」を表している。

一方、効率のよい加速器をつくるという観点からは、軸上の電場を高くすることよりも、単位長さあたりのエネルギーゲイン（加速勾配）を大きくする方が重要である。式(9)からもわかるように、加速勾配を大きくするためには、 $E_0$  を大きくするのではなく、より正確には  $E_0 T$  を大きくする必要がある<sup>5</sup>。このような観点からシャントインピーダンスの定義を修正したものが有効シャントインピーダンス  $ZT^2$  である。

$$ZT^2 = \frac{(E_0 T)^2}{P/L} \quad (11)$$

実際、常伝導の加速空洞の設計においては、この有効シャントインピーダンスをできるだけ大きくするよう最適化することがひとつの大きな目標となる。

この他に、空洞の高周波性能を表す指標として、 $Q$  値、 $r/Q$  値などがある。これらは、 $U$  を空洞内に蓄えられた電場のエネルギーとして、次のように定義される。

$$Q \equiv \frac{\omega U}{P} \quad (12)$$

$$r/Q \equiv \frac{(E_0 T L)^2}{\omega U} \quad (13)$$

$r/Q$  値は、空洞表面の材質、状態には依存せず、空洞の形状だけで決まる量である。

#### A.5 デューティー

高周波電力を用いた加速器では、ビームを構成する粒子は、軸方向に様に分布しているのではなく、ちょうどよいタイミングで加速ギャップに到達するような位置にかたまって分布している。現実の加速器では、同期位相の周りに粒子が集中して分布するようにビームの入射を行う。この粒子の集団をマイクロバンチ (micro-bunch) またはマイクロパルス (micro-pulse) とよぶ。

いま、 $f$  を高周波電力の周波数、 $\lambda \equiv c/f$  をその波長とし、同期位相となるすべての位置にマイクロバンチがある状況を考える。このとき、ある位置でビームを観察すると、 $1/f$  秒おきにマイクロバンチが通過することになる。このマイクロバンチが  $1/f$  秒おきに連続的に通過するとき、このビームは CW (Continuous Wave)

<sup>5</sup>同期位相  $\phi_0$  は、縦方向のビームの安定性を得るというビーム力学的な観点からも考慮した上で値が決定されるべきもので、加速効率を向上させるために自由に値を選ぶことのできるパラメータではない。

であるとよばれる。しかし多くの線形加速器では、熱負荷、電力負荷などの問題あるいはユーザー側の要求から、ビームは断続的にオン、オフを繰り返す。つまり、しばらくの間は  $1/f$  秒おきにバンチが通過するが、何個かのバンチが通過した後、休止する期間があり、ふたたびビームが出はじめる。このような運転のしかたをパルス運転とよぶ。パルス運転における、オン、オフの周波数を繰り返し (repetition rate) とよび、オン、オフの周期のうちビームがオンになっている時間の割合をデューティー (duty factor) とよぶ。ビームがオンになっている間は、 $1/f$  秒おきに連続的にバンチが通過することになるが、このバンチの集まりをマクロバンチ (macro-bunch) またはマクロパルス (macro-pulse) とよぶ。本加速器施設の入射器では、繰り返しは 25Hz であるので、オン、オフの周期は 40msec、マクロパルスの長さは 0.5msec であるので、デューティーは 1.25% ということになる。

本加速器施設の入射器では、状況はさらに複雑で、3GeV シンクロトロンでのビームの取り出しの都合上、マクロパルスの中でもさらにビームのオン、オフが行われている。すなわち周期的なビームのオン、オフが入り子になって、2重周期構造をもっている。具体的には、長さ 0.5msec のマクロパルスの内部で、長さ 397nsec のビームオン状態と長さ 338nsec のビームオフ状態が交互に繰り返す。長さ 397nsec のマイクロパルスの集団をここでは「中間パルス」とよぶこととし、マクロパルスの長さのうちビームオンである時間の割合（ここでは 54%）をチョッピング比 (chopping ratio) とよぶことにする。

もうひとつ注意する必要があるのは、「ビームデューティー」と「高周波デューティー」の違いである。加速器のパルス運転においては、高周波源の立ち上がり、立ち下がりがある程度時間がかかることから、ビームオンの時間よりも高周波源オンの時間の方を少し長くする必要があり、したがって、デューティーを全時間に対するビームオンの時間の割合と定義する（ビームデューティー）か、高周波源オンの時間の割合と定義する（高周波デューティー）かによって値が異なってくる。表2に記載されている「デューティー」はいずれもビームデューティーである。

#### A.6 ビーム電流

イオン加速器でピーク電流といった場合、ふつうそれはマクロパルス内での平均電流を指す（本加速器施設の入射器では中間パルスがあるということはしばらく脇に置いておく）。いま、粒子の電荷を  $q$ 、マイクロパル

ス内に含まれる粒子数を  $N$  とすると、マイクロパルスは  $qN$  の電荷をもつことになる。マクロパルスの内部だけを考えれば、このようなマイクロパルスが  $1/f$  秒おきに通過するので、1 秒あたりに通過する電荷量は  $qNf$  となる。これをピーク電流  $I_{peak}$  と定義する。すなわち、 $I_{peak} \equiv qNf$ 。ビームがオフになっている間も考慮に入れて、全時間の平均をとると、 $I_{avg} \equiv qdNf$  となる。ここで (ビーム) デューティーを  $d$  とした。この  $I_{avg}$  を平均電流とよぶ。

例えば、統合計画加速器の入射器ではピーク電流は 50mA で、(ビーム) デューティーは 1.25% であるから、平均電流は 0.625mA ということになる。中間パルスの存在を考慮に入れば、本当の意味での平均電流はさらに小さく、0.3375mA ということになる。

先ほどのデューティーの項では触れなかったが、本加速器施設の入射器では、SDTL と ACS の間で高周波源の周波数が 324MHz から 972MHz に 3 倍ジャンプする。その結果、図 3 に示すように、ACS では同期位相の位置 3 個に 1 個しかバンチが存在しない。この「同期位相の位置何個に 1 個バンチが存在するか」をハーモニック数  $h$  とよぶ。ACS ではハーモニック数は 3 である。この場合、バンチは  $h/f$  秒ごとにはしか通過しないので、ピーク電流は  $I_{peak} \equiv qNf/h$  となる。同様に、平均電流は  $I_{avg} = qdNf/h$  となる。SDTL から出たビームが ACS に入射するときを考えると、 $f$  は 3 倍になるが、 $h$  も 1 から 3 に 3 倍になるため、(当然のことであるが) ピーク電流、平均電流ともにこの間で変化しない。

## A.7 エミッタンス

加速器の設計の際には仮想的な粒子としてデザイン粒子を考えたが、現実に入射されるビームは様々なエネルギー、運動量、位置をもつ粒子の集団である。もちろんすべての粒子がデザイン粒子と同じエネルギー、運動量、位置をもつのが理想であるが、現実のビームを構成する粒子のもつこれらの値にはばらつきがあるため、その平均値をデザイン粒子のそれに合わせることはできても、平均値のまわりでのばらつきをなくすることはできない。この「ばらつき具合」を表す量がエミッタンスであり、ビームの性質を表す非常に重要な指標である。

**横方向エミッタンス** いま、簡単のため線形加速器だけを考え、デザイン粒子の軌道 (デザイン軌道) は直線であるとする。まずデザイン軌道に垂直な面内 (横方向とよぶ) でのばらつきを考える。デザイン軌道

上を原点として、軌道に垂直な面内で水平方向の変位を  $x$ 、 $x$  に共役な運動量 (いまの場合、通常の運動量) を  $p_x$  とする。この面内で水平な方向の粒子の運動の状態は位相平面  $(x, p_x)$  上の 1 点として表すことができる。1 つの粒子の状態に対して位相平面  $(x, p_x)$  上の 1 点に対応するため、ビームを構成する粒子が  $N$  個であれば、それには位相平面  $(x, p_x)$  上の  $N$  個の点の集合に対応することになる。このまま位相平面  $(x, p_x)$  上で議論を進めても原理的には何の問題もないのだが、加速器の理論では、運動量  $p_x$  のかわりに  $x' \equiv dx/ds$  を用いることが多い。 $s$  はデザイン軌道に沿った移動距離である。この慣習は、加速器の理論では、時間  $t$  のかわりに  $s$  を独立変数にとった方が便利なのが多いことに起因している。 $p_x$  と  $x'$  は 1 対 1 に対応しているため、ビームの運動の状態を表す点の集合を位相平面  $(x, x')$  上にプロットすることができる。次に、この点の集合のすべてを覆う最小の楕円を描き、その面積を  $\pi$  で割れば、100% エミッタンスの値を得ることができる。また、この点の集合のうち 90% の点を覆う最小の楕円を描き、その面積を  $\pi$  で割ることによって得られるのが 90% エミッタンスである。以下、95% エミッタンス、99% エミッタンスなども同様に定義されている。この面内で鉛直方向のエミッタンスについても同様に定義される。

横方向のエミッタンスの単位としては、 $x$  を mm、 $x'$  を mrad 単位で測った場合、mm·mrad とするのが自然であるが、 $\pi$  で割った値であることを明示するために  $\pi$ mm·mrad と表記するのがふつうである。同様に、 $\pi$ mrad などとも用いられる。

エミッタンスを求める際に「なぜ楕円で覆うのか」を理解するには、線形な力のもとでのビームの運動についての知識が必要になる。詳しくは、参考文献 [10] などのテキストをあたってもらうこととし、ここでは「ビームを構成する各粒子に働く力が線形である場合、位相平面上でのビームの分布を楕円以外の形に変形させるような力が働かない」ことだけを指摘しておく。

**正規化横方向エミッタンス** リウビルの定理 (Liouville's theorem) より、ビームが 1 種類の粒子から構成され、かつビームを構成する粒子間に相互作用がない場合、ビームが正準座標とそれと共役な運動量によって張られた 6 次元空間で占める体積は保存する。リウビルの定理については参考文献 [3, 10, 11] などのテキストを参照してほしい。いま、われわれが扱っているのは空間電荷効果が強いビームなので、粒子間の相互作用は無視できないが、空間電荷効果が粒



子間の直接の相互作用としてではなく、平均的なポテンシャル（空間電荷ポテンシャル）を介した相互作用であると近似できる範囲では、リウビルの定理は成り立つ。また、 $x$  方向の運動と他の方向の運動の間に結合がなければ、 $(x, p_x)$  平面においてビームの占める面積は保存することになる。すなわち、ビームに働く力が線形であれば、 $(x, p_x)$  平面におけるエミッタンスは保存することになる。いま、粒子の静止質量を  $m_0$  とすると、ビームが  $(x, p_x)$  平面で占める面積と  $(x, x')$  平面で占める面積の比は  $\beta\gamma m_0 c$  なので、エネルギーが一定であれば  $(x, x')$  平面におけるエミッタンスも保存することになる。しかし、エネルギーが一定でなければ、 $(x, p_x)$  平面におけるエミッタンスが保存しても、上記の比に含まれる  $\beta\gamma$  の項によって、 $(x, x')$  平面におけるエミッタンスは保存しないことになる。そのため、次のように定義される正規化エミッタンス (normalized emittance) がしばしば用いられる。

$$\epsilon_x^n = \beta\gamma\epsilon_x \quad (14)$$

ここで、 $\epsilon_x^n$  は正規化エミッタンス、 $\epsilon_x$  は  $(x, x')$  平面におけるエミッタンス（楕円の面積）である。 $\epsilon_x$  をとくに非正規化エミッタンス (unnormalized emittance) とよぶこともある。この正規化エミッタンスは、各方向間の結合がなく、粒子に働く力が線形であるような理想的な場合には保存されるため、加速器におけるビームの質を表す指標としてしばしば用いられる。正規化エミッタンスの増大は、ふつう非線形な効果によるビームの質の劣化が起こったことを意味する。正規化エミッタンスは、鉛直方向についても同様に定義される。

**縦方向エミッタンス** デザイン軌道に平行な方向（縦方向とよぶ）のばらつきについては、次のようにエミッタンスを定義する。まず、粒子の運動の状態をプロットする位相平面として、 $(\Delta\phi, \Delta E)$  平面をとる<sup>6</sup>。ここで、 $\Delta\phi$  はその粒子がある位置を通過する位相とデザイン粒子が通過する位相のずれ、 $\Delta E$  はその粒子のもつエネルギーとデザイン粒子のもつエネルギーのずれである。この平面でさきほどと同様な楕円を描くことにより、縦方向の 100%エミッタンス、90%エミッタンスなどが定義される。縦方向のエミッタンスの単位としては、 $\pi\text{MeV}\cdot\text{deg}$ 、 $\pi\text{keV}\cdot\text{deg}$  などがよく用いられる。

**正規化縦方向エミッタンス**  $(\Delta\phi, \Delta E)$  は  $s$  を独立変数にとったときの正準座標と正準運動量なので、こ

<sup>6</sup>デザイン軌道に沿った移動距離  $s$  を独立変数にとった場合、縦方向の正準座標、正準運動量はそれぞれ  $\Delta\phi$ （または  $\Delta t$ ）、 $\Delta E$  となる。このことの導出については参考文献 [12] などを参照すること。

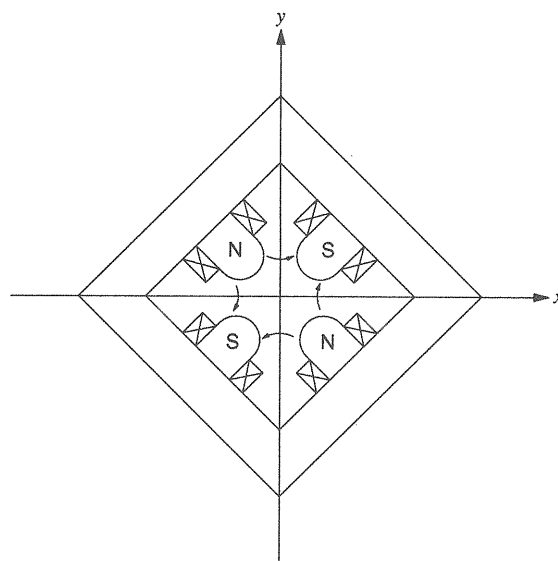


Figure 8: 四重極電磁石

の平面上で考えられたエミッタンスについて正規化を行う必要はない。つまり、そのままエネルギーの異なる 2 点間でエミッタンスの比較が行える。ただし、 $\Delta z$  をデザイン粒子との縦方向の位置の差、 $\Delta z' = dz/ds$  として  $(\Delta z, \Delta z')$  面上でのエミッタンスを定義した場合には、正規化が必要となる。この場合、正規化エミッタンスに換算するためには、ファクター  $\beta\gamma^3$  をかける必要がある。

**RMS エミッタンス** 上述のような「楕円を描く」方法以外に、粒子のばらつき具合をあらわす方法として、統計量を用いる方法がある。粒子のばらつき具合をあらわす統計量としてはふつう 2 次のモーメント  $\langle x^2 \rangle$ 、 $\langle x'^2 \rangle$ 、 $\langle xx' \rangle$  が用いられる。ここで、 $\langle X \rangle$  は、ビームを構成する全粒子について  $X$  の平均をとった値を表す。この方法によって定義されるエミッタンスは RMS (Root Mean Square) エミッタンスとよばれる。水平方向の RMS エミッタンス  $\epsilon_x^{rms}$  は、次のように定義される。

$$\epsilon_x^{rms} = \sqrt{\langle x^2 \rangle \langle x'^2 \rangle - \langle xx' \rangle^2} \quad (15)$$

鉛直方向、軸方向についても同様である。正規化エミッタンス（正規化 RMS エミッタンス）も RMS でないエミッタンスと同様に定義され、しばしば用いられる。

#### A.8 四重極電磁石

本加速器施設の入射器では、ビームの横方向の収束はおもに四重極電磁石によって行われる。四重極電磁石は図8のように4つの極をもち、磁場は中心軸上で0となり、その近傍では磁場の勾配  $G = \partial B_x / \partial y = \partial B_y / \partial x$  が一定となる電磁石である。ここで、 $x$  軸はビームの進行方向と垂直でかつ水平な方向、 $y$  軸は鉛直方向とである。いま、ビームの進行方向 ( $z$  方向とする) の速度が  $v$  である電荷  $q$  をもつ粒子に働く力の  $x$  成分、 $y$  成分はそれぞれ

$$F_x = qvGx \quad (16)$$

$$F_y = -qvGy \quad (17)$$

とかける。ここで、ビームの進行方向に向かって右向きを  $x$  の正の向き、鉛直方向上向きを  $y$  の正の向きにとった。このことから、 $G$  が正の四重極電磁石は、電荷が正の粒子に対して、鉛直方向には収束力を与えるが、水平方向には発散力を与えることになる。強収束 (strong focusing) の原理として知られているように、収束力を与えるエレメントと発散力を与えるエレメントを交互に並べることによって、粒子の受けるトータルの力を収束力となるようにできる。したがって、 $G$  が正の四重極電磁石と  $G$  が負の四重極電磁石を交互に並べることによって、水平、鉛直両方向にビームを収束することができる。実際、本加速器施設の入射器でもこのような方法を用いてビームの横方向の収束を行っている。