

1. はじめに

電子リニアックでは、加速管をはじめとして、導波管、ダミーロード、電力分割器、パルス圧縮器、集群器等の様々な高周波立体回路素子が用いられている。ここでは、主に S バンドのリニアックを例にとり、これらのコンポーネントの動作原理、設計方法、製造方法、低電力特性、大電力特性、運転・保守・修理上の注意点等について解説するとともに、高電界加速に向けた最近の研究開発状況についても紹介する。また、立体回路の高周波特性の基本的な測定方法についても、実例を交えながら紹介する。

2. 加速ユニット

2.1 加速ユニットの構成

電子は、陽子と異なりすぐに光速に達するので、加速用の器機は、基本的には同じパターンの繰返しで構成することができる（入射部と陽電子発生装置は例外）。この一つのパターンを加速ユニットと呼ぶ。加速ユニットの構成（KEK 電子陽電子入射器=以降、KEK 電子リニアック=の例）を図 2.1.1、2.1.2 に示す。1 本のクライストロンからの高周波（RF）電力はパルス圧縮されたあと、電力分割器に

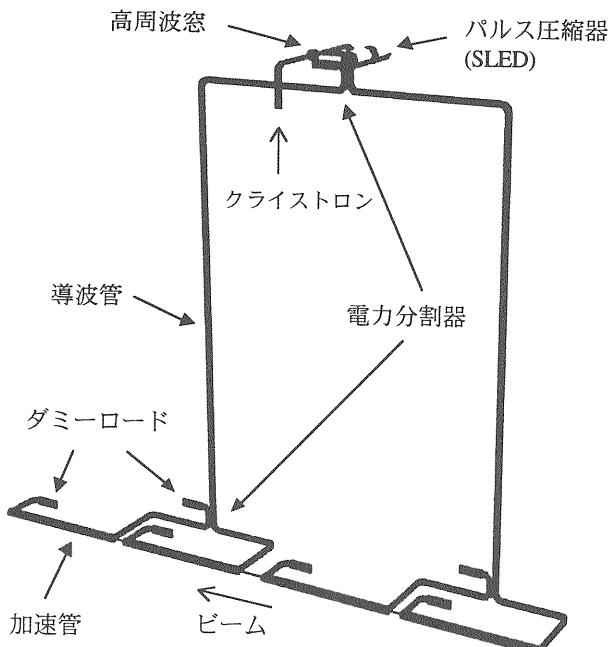


図 2.1.1 加速ユニット。KEK 電子陽電子入射器の例。

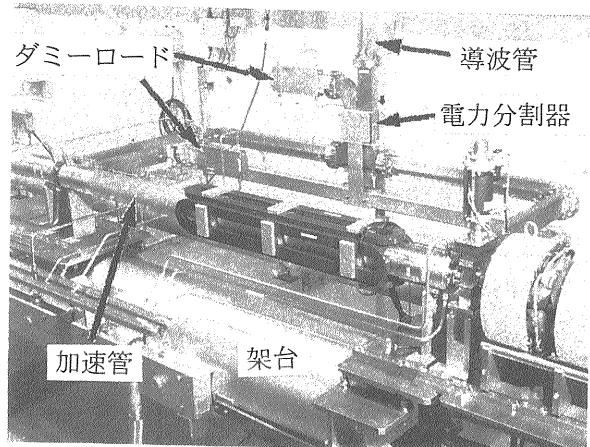


図 2.1.2 加速ユニットの写真 (トンネル内)。

より 4 分配され 4 本の加速管に投入される。各加速管で加速に使われた残りの電力は、ダミーロードで熱エネルギーに変換される。

2.2 加速ユニットの要素

加速ユニットは、以下の要素から構成されている（高周波源関連のものは除く）。本稿では*印をつけたものを扱う。

- 加速管 (*)
- 立体回路
 - 導波管 (直線導波管, E ベンド, H ベンド) (*)
 - 電力分割器 (3dB ハイブリッド) (*)
 - パルス圧縮器 (SLED) (*)
 - ダミーロード (*)
- 架台
- 冷却系
- 真空系

また、入射部、陽電子発生装置の構成要素は以下の通り。

- 入射部
 - 電子銃
 - プレバンチャ一、バンチャ一
 - サブハーモニックバンチャ一 (*)
- 陽電子発生装置
 - ターゲット
 - ソレノイドコイル (パルス、直流)

さらに、全体に共通する装置、器機としてビーム輸送系、アライメント装置、制御系、タイミング系、ビームモニター系、安全系等がある。

3. 加速管

3.1 加速管の特性

3.1.1 分散曲線

自由空間を伝播する電磁波(平面波)は、電場の進行方向成分を持たないので、電子の加速に使うことはできない。導波管を用いることにより、進行方向成分を持たせることはできるが、(例えば円筒導波管の TM_{01} モード)，位相速度 v_p が光の速さ c よりも速いため、これでも電子を加速することはできない。そこで、図 3.1.1.1 のように円筒導波管の中に穴のあいたディスクを一定周期で装荷すると、 v_p を c に等しくすることができて、電子を加速すること

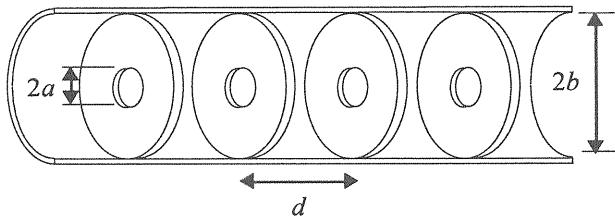


図 3.1.1.1 ディスク装荷加速構造(加速管)。

が可能となる。このような構造をディスク装荷加速構造(disk-loaded structure)という(以後、加速管と呼ぶ)。波を遅くするという観点からは遅波構造(slow-wave structure)と呼ばれる。以下で扱う加速管は進行波型のものであり、定在波型のものはここでは扱わない。

ディスクの周期 d を管内波長 λ_g (例えば、2856MHzに対しては、10.5 cm) の $1/3$ になるとディスク間の位相差は $2\pi/3$ となる。このようにディスクを配置したものを $2\pi/3$ モードの加速管と呼ぶ。同様に、ディスク周期を λ_g の $1/2$, $1/4$ にとったものを、それぞれ π モード, $\pi/2$ モードと呼ぶ。

さて、平面波、導波管中の電磁波、加速管中の電磁波を周波数 ω と伝播定数 $\beta (=2\pi/\lambda_g)$ の関係(分散関係)から見てみよう。まず、平面波の場合は、 $v_p (= \omega/\beta) = c$ であるから、分散関係は図 3.1.1.2 (a) に示すように原点を通る直線となり、分散性(振動に関係する物質定数[いまの場合、伝播定数]が周波数に依存する性質)を示さない。この場合、群速度 $v_g (= d\omega/d\beta)$ も c に等しい。導波管中の電磁波に対しては、次式が成り立つ(4.2 節参照)。

$$\beta = \sqrt{k^2 - k_c^2}$$

$$= \sqrt{\omega^2/c^2 - k_c^2} \quad (3.1.1.1)$$

ここで、 $k = 2\pi/\lambda$ (λ :自由空間波長), $k_c = 2\pi/\lambda_c$ (λ_c :遮断波長)。これより、

$$\omega = c\sqrt{\beta^2 + k_c^2} \quad (3.1.1.2)$$

となるので、分散曲線は $\omega = c\beta$ なる漸近線を持ち、 ω 軸と $\omega_c = ck_c$ で交わる双曲線となる(図 3.1.1.2 (b))。常に v_p は c より大きく、 v_g は c より小さい。 ω_c を遮断周波数といい、これより低い周波数の電磁波は、導波管の中を伝わらない(4.2 節参照)。

それでは、加速管の場合はどうであろうか。 $\beta = \pi/d$ 近傍では、 $\lambda_g/2$ が d に近いため、一つのディスクで反射される波とその隣のディスクで反射される波が同位相で足し合わされ、波の進行速度は遅くなる。そして、 $\beta = \pi/d$ のとき定在波が形成され、 $v_g = 0$ となる。分散曲線の傾きも 0 となる。周期構造の分散曲線は、 β 軸方向に周期性を持っており、加速管の分散曲線は図 3.1.1.3 のようになる。分散曲線上の点と原点を結ぶ線の傾きは、その点における周波数に対する位相速度 v_p を与え、その点における $d\omega/d\beta$ の値は群速度 v_g を与える。

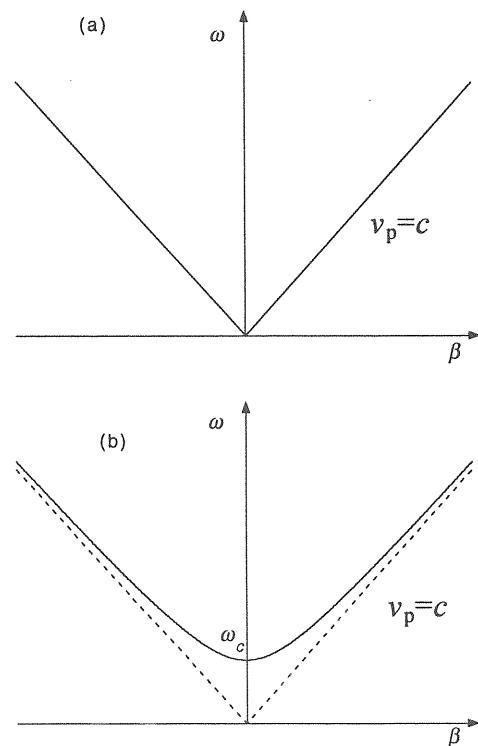


図 3.1.1.2 分散曲線、(a) 平面波、(b) 導波管。

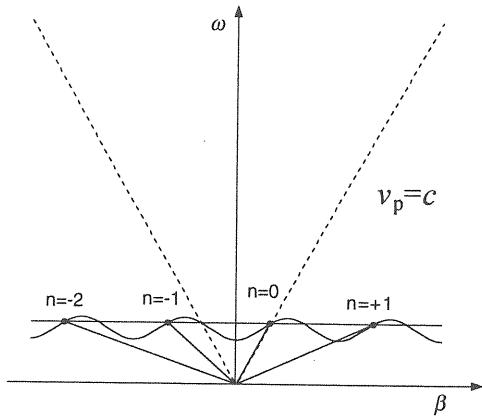


図 3.1.1.3 加速管中の電磁波の分散関係。

この関係を加速管の等価回路から導いてみよう。加速管は、 TM_{010} モードを持つ円筒空洞が直線状に並んでいて、それらが中心軸上にある結合孔により電場結合しているものとみることができる(図 3.1.1.4)。ここで、円筒空洞の TM_{010} モードの電磁場分布は以下の式で表される。

$$E_r = 0 \quad (3.1.1.3a)$$

$$E_\theta = 0 \quad (3.1.1.3b)$$

$$E_z = E_0 J_0 \left(\frac{\chi_{01} r}{b} \right) \cos(\omega_0 t) \quad (3.1.1.3c)$$

$$H_r = 0 \quad (3.1.1.3d)$$

$$H_\theta = -H_0 J_1 \left(\frac{\chi_{01} r}{b} \right) \sin(\omega_0 t) \quad (3.1.1.3e)$$

$$H_z = 0 \quad (3.1.1.3f)$$

ここで、 $E_0 / H_0 = \sqrt{\epsilon_0 / \mu_0} = 367.7 \Omega$ (真空の特性インピーダンス)、 $\chi_{01} (= 2.405)$ は 0 次のベッセル関数の 1 番目の根である。ベッセル関数、 J_0, J_1 は図 3.1.1.5 のような形をしている。電場、磁場、電流の分布を図に書くと図 3.1.1.6 のようになる。

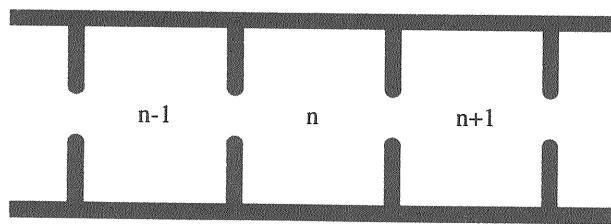


図 3.1.1.4 結合孔により電場結合した円筒空洞の列。

等価回路は図 3.1.1.7 のようになる(ただし、簡単のため空洞は無損失であると仮定する)。 n 番目のセルに流れる電流に対してキルヒホップの法則を適用すると、次式が得られる:

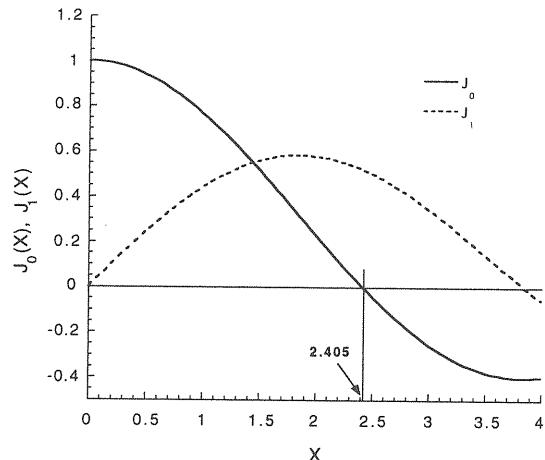


図 3.1.1.5 ベッセル関数、 $J_0, J_1 (= -dJ_0/dx)$ 。

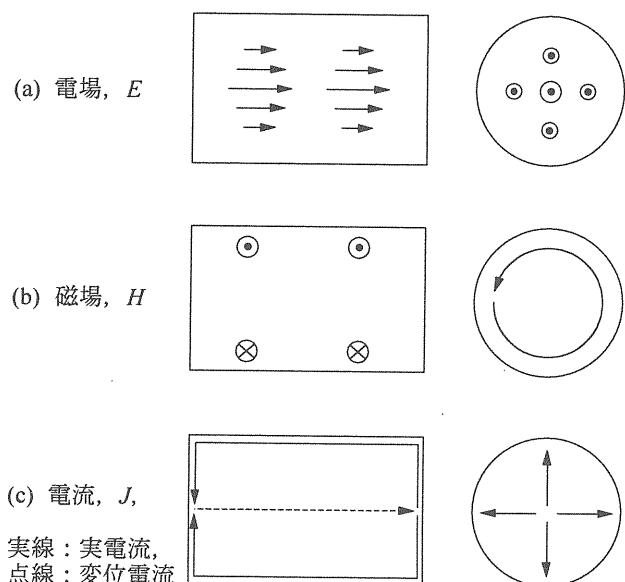


図 3.1.1.6 円筒空洞の TM_{010} モードの電場、磁場および電流の分布。

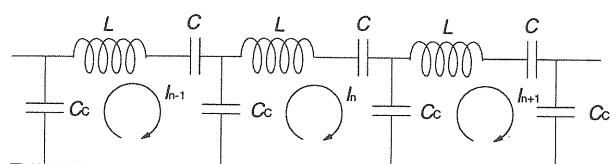


図 3.1.1.7 加速管の等価回路。

$$-\frac{I_{n-1}}{j\omega C_C} + \left(\frac{2}{j\omega C_C} + \frac{1}{j\omega C} + j\omega L \right) I_n - \frac{I_{n+1}}{j\omega C_C} = 0 \quad (3.1.1.4)$$

ここで、フロケの定理 (Froquet's theorem)^{*)} を用いると、

$$\begin{aligned} I_{n-1} &= I_n e^{-j\theta}, \\ I_{n+1} &= I_n e^{j\theta}. \end{aligned} \quad (3.1.1.5)$$

$$\text{ただし, } \theta = \beta d. \quad (3.1.1.6)$$

(3.1.1.5) を (3.1.1.4) へ代入して、 ω について解くと、

$$\omega = \omega_0 \sqrt{1 + 2 \frac{C}{C_C} (1 - \cos \theta)} \quad (3.1.1.7)$$

ここで、 $\omega_0 = 1/\sqrt{LC}$. あとで見るように、通常の加速管では、

$$C/C_C \approx 1/1000 \ll 1,$$

であるから、(3.1.1.7) 式は、

$$\omega = \omega_0 \left\{ 1 + \frac{C}{C_C} (1 - \cos \theta) \right\}, \quad (3.1.1.8)$$

と書ける。 (3.1.1.8) 式を図示すると、図 3.1.1.8 のような分散関係が得られる。

周波数 ω の値を具体的に見てみると、S バンド (2856MHz) の加速管の例 ($C/C_C=0.0067$) では次のような値をとる (ただし、 ω のかわりに f を用了いた) :

$$f_0 = 2827 \text{ MHz},$$

$$f_{\frac{\pi}{2}} = f_0 \left(1 + \frac{C}{C_C} \right) = 2846 \text{ MHz},$$

$$f_{\frac{2\pi}{3}} = f_0 \left(1 + \frac{3}{2} \frac{C}{C_C} \right) = 2856 \text{ MHz},$$

$$f_\pi = f_0 \left(1 + 2 \frac{C}{C_C} \right) = 2866 \text{ MHz},$$

したがって、帯域幅は、

*) フロケの定理 (Froquet's theorem)

周期構造体中のあるセル (セルの長さを d とする) の任意の点 (例えば、 (x, y, z_1) とする) の波動関数は、任意の別のセルの同様な点 (x, y, z_1+d) の波動関数と伝播因子 $e^{-\gamma d}$ (γ は一般に複素数) を除き全く同じ値をとる。例えば、電場の場合は、

$$E(x, y, z_1 + d) = e^{-\gamma d} E(x, y, z_1)$$

となる。

$$f_\pi - f_0 = 2\omega_0 \frac{C}{C_C} = 39 \text{ MHz},$$

となる。図 3.1.1.8 の縦軸のスケールにこれらの値をあてはめると図 3.1.1.9 のようになる (ただし、

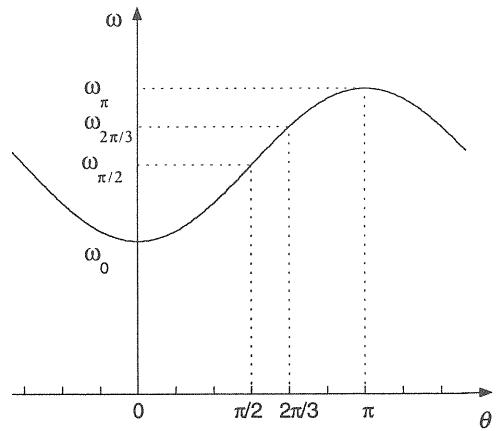


図 3.1.1.8 加速管内の電磁波の分散関係。

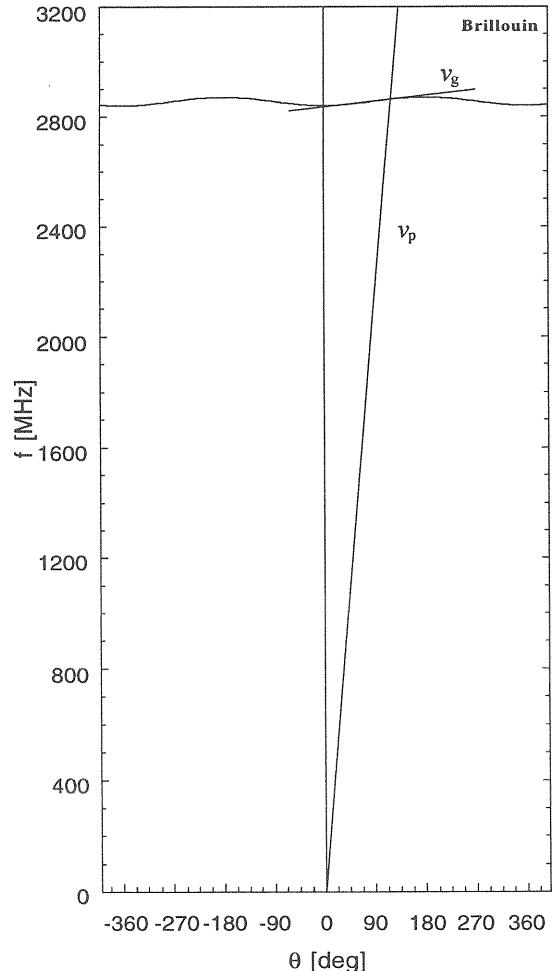


図 3.1.1.9 実際の加速管に対する分散関係。帯域幅は運転周波数の 1/100 程度である。

縦軸は ω のかわりに f を、横軸は β のかわりに θ を用いた). この図から、加速管は非常に狭帯域のバンドパスフィルターであることがわかる。

加速管中の電磁場は、周期性を持つので、フーリエ級数展開できて、中心軸上の電場の軸方向成分、 $E_z(r,z)$ は、次のように書ける。

$$E_z(r,z) = \sum_{n=-\infty}^{n \rightarrow +\infty} a_n J_0(k_n r) e^{j(ax - \beta_n z)} \quad (3.1.1.9)$$

ここで、

$$\beta_n = \beta_0 + 2\pi n / d \quad (3.1.1.10)$$

$$k_n^2 = k^2 - \beta_n^2 \quad (3.1.1.11)$$

$n=0$ の波を基本波、 $n= \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$ の波を空間高調波と言う。 β_0 は基本波の伝播定数であるが、電子リニアックの加速管では、 $\beta_0 d = 2\pi/m$ としたときに $m=3$ 付近でシャントインピーダンスが最も高くなるという理由により、

$$\beta_0 = 2\pi/3d, \quad (3.1.1.12)$$

に選ぶことが多い。位相速度は、

$$v_{pn} = \frac{\omega}{\beta_n} = \frac{\omega}{\beta_0 + \frac{2\pi n}{d}} \quad (3.1.1.13)$$

で与えられ、 $n=0$ のときは、 $v_{p,0} = c$ であり、 $n=-1, +1, \dots$ に対しては、 $v_{p,-1} = -c/2, v_{p,+1} = c/4, \dots, v_{p,n} = (\pm 1)c/(3n+1)$ となる ($0 \leq n$ のときは正、 $n < 0$ のときは負の符号をとる)。 $n < 0$ の波は後進波である。 $\beta_0 d = 0$ あるいは π のとき、 $v_g = 0$ となるので進行波ではなくて定在波が形成される。群速度は、すべての n について同じ値をとる。

ここで、分散曲線の測定方法について説明しよう。加速管の分散曲線は、 $2a - v_g$ 曲線、 $2a - 2b$ 曲線 ($2a$: ディスク内径、 $2b$ スペーサー外径) を求める際に必要となる基本的データである。また、Kyhl 法によるカプラーの設計、調整の際のデータ($\pi/2$ モードの周波数)としても必要である(3.2.2 節参照)。分散曲線は、6 セル基準空洞(図 3.1.1.10)を用いた測定により求められる。

6 セルの基準空洞では、図 3.1.1.11 に示す弦の振動のアナロジーに対応する $0, \pi/6, \pi/3, \pi/2, 2\pi/3, 5\pi/6, \pi$ の 7 つの共振モードがある。

与えられた $2a$ に対し、 $f_{2\pi/3} = 2856.00$ MHz となるように $2b$ を削り、 $2b$ が決まつたら上記の 7 つのモードの共振周波数を測定し、分散曲線を得る。

図 3.1.1.12 に測定結果の例を示す(30°C, 真空換算, アンテナ突出し量 0.5 mm)。図中の曲線は (3.1.1.8) に従って次式に最小二乗フィッティングしたもの

$$f = m_1 - m_2 \cos \theta, \quad (3.1.1.14)$$

$$\theta = \beta d. \quad (3.1.1.15)$$

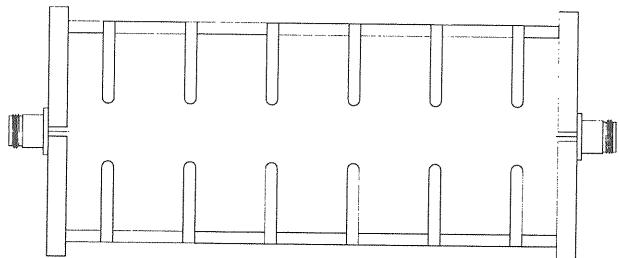


図 3.1.1.10 6 セル基準空洞。

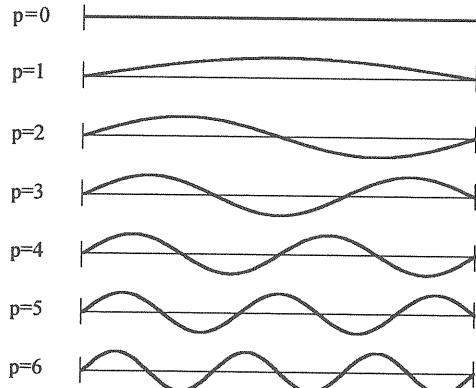


図 3.1.1.11 弦の振動。 $p=0, 1, 2, 3, 4, 5, 6$ が $0, \pi/6, \pi/3, \pi/2, 2\pi/3, 5\pi/6, \pi$ の 7 つの共振モードに対応する。

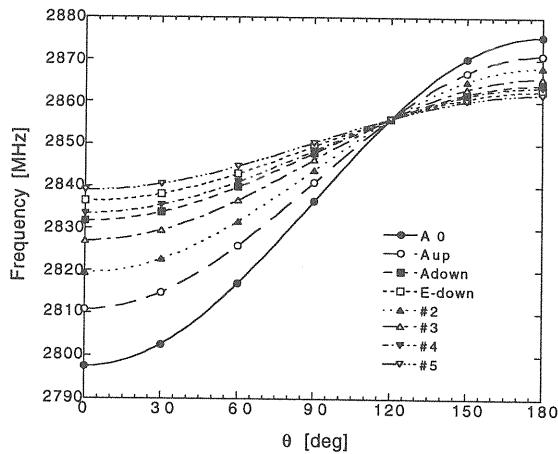


図 3.1.1.12 6 セル基準空洞に対する分散曲線の測定結果の例。

である。ここで、 d は 1 セルの長さ (29.99 mm)。

基準空洞の種類 ($2a$ 寸法) は多ければ多いほど $2a - v_g$ 曲線、 $2a - 2b$ 曲線の精度が良くなる。KEK 電子リニアックでは 8 種類の基準空洞を使用した。

図 3.1.1.12 からわかるように周波数帯域 (π モードの周波数と 0 モードの周波数の差), BW はディスク内径が大きいほど広くなる。ディスク内径がスペーサー内径に等しくなる極限 ($2a = 2b$) では加速管は円筒導波管 (TM_{01} モード) となるので、分散曲線は図 3.1.1.2 (b) で示したものになる。遮断周波数は、 $a = 41.8$ mm に対し、

$$f_c = 2.405c / 2\pi a = 2.745 \text{ GHz} \quad (3.1.1.16)$$

となる。逆に、ディスク内径を 0 にした極限では、円筒導波管 (TM_{010} モード) となり、その共振周波数は、

$$f_0 = 2.405c / 2\pi a = 2.745 \text{ GHz} \quad (3.1.1.17)$$

となって、遮断周波数と同じ値をとる。

ここで、加速管の中で基本波と空間高調波が伝播していく様子を見てみよう。SUPERFISH や MAFIA 等の電磁場のシミュレーションでは通常、適当な境界条件のもとに定在波の解が得られる。二つの境界条件（両端短絡、両端開放）より偶モードの定在波と奇モードの定在波が得られるが、進行波は、これらの定在波を位相を 90° ずらして足しあわせることによって得られる（図 3.1.1.13 参照）：

$$E_{\text{travel}}(r, t) = E_e(r) \sin(\omega t) + E_o(r) \cos(\omega t) \quad (3.1.1.18)$$

$E_e(r)$, $E_o(r)$ はそれぞれ、偶モード、奇モードの定在波を、 $E_{\text{travel}}(r, t)$ は進行波を表す。

このようにして得られた加速管中の進行波の軸方向の電場強度分布の 1/8 周期毎のスナップショットを図 3.1.1.14 に、また、電場分布と電子の動きのスナップショットを図 3.1.1.15 に示す。

電子の運動を解析をする際には、普通空間高調波の存在を無視して、電子は、 $n=0$ の基本波（正弦波）により常に一定の加速を受けていると仮定するが、実際には空間高調波によりかなり歪んだ“正弦波”によって“非一様に” 加速されていることがわかる。つまり、結合孔付近では弱く加速され、空洞の中心では強く加速されているわけである。ここで、“加速”という言葉を使ったが、速度はほとんど光速に達しているわけだから、エネルギーの増え方が一様でないと言ったほうがいいかもしれない。空洞の

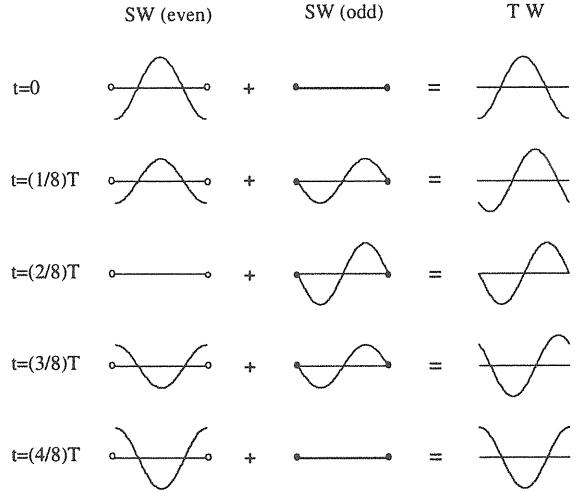


図 3.1.1.13 偶モードの定在波、SW (even) と奇モードの定在波、SW (odd) の合成による進行波、TW の生成。○は開放境界条件、●は短絡境界条件を表す。

中心付近ではエネルギーがたくさん増え、アイリス付近では少ししか増えないと言うことができる。電子から見ると空間高調波の位相速度は電子の進行速度 v_e と大きく異なっており、基本波の位相速度（光速）のみが v_e （ほぼ光速）に等しい。空間高調波は電子に対し正弦的に振動しているわけだから、加速への寄与は積分すると加速と減速が相殺して零となる（ただし、1 周期 (=3 セル) の整数倍進んだときに）。これは各次数 (n) 每に成立する。図 3.1.1.14 では、3 次以上の高調波の寄与は非常に小さいので（3.3.2 節参照）、無視した。空間高調波は加速に役立っていないわけだから、空間高調波に対する基本波の割合 ($a_0^2 / \sum_n a_n^2$) が大きいほど効率の良い加速管であるということができる。

また、(3.1.1.11)において、基本波については

$$k_m^2 = k^2 - \beta_n^2 = k^2 - \beta_0^2 = 0$$

より $J_0(k_m r) = J_0(0) = 1$ となるので、(3.1.1.9) より $E_z(r, z)$ は r に依存しないことになる。従って、ビームは径方向にある大きさで広がっているけれども、受ける加速電界の大きさは同じということになる。

3.1.2. 主要なパラメーター

ここでは加速管の高周波特性に関するパラメーターの内、主なものについて解説する。

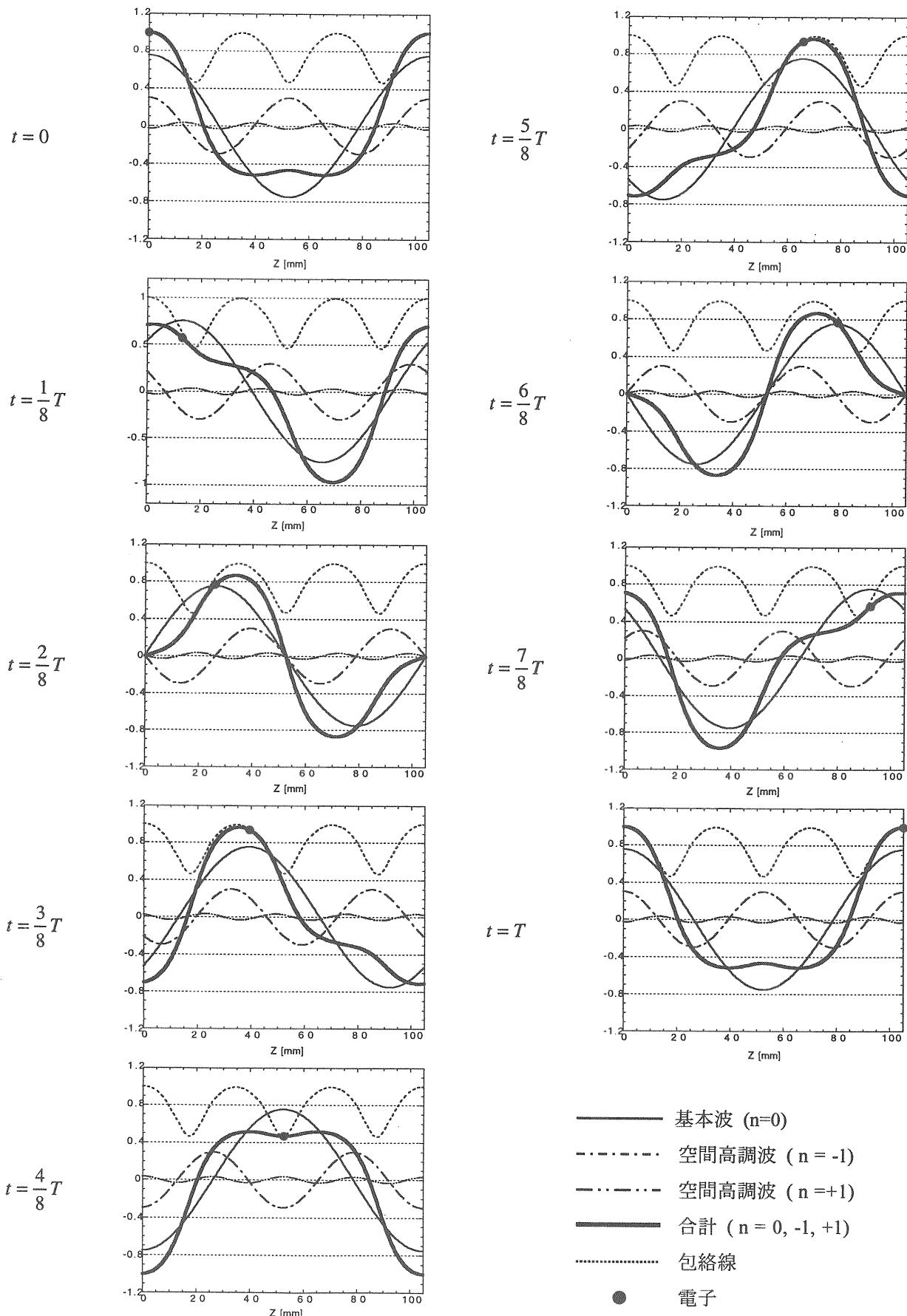


図 3.1.1.14 加速管中の軸方向電界強度分布. 1/8 周期毎のスナップショット. モードは $2\pi/3$, 空間高調波は, $n = 0, -1, +1$ のみ考える.

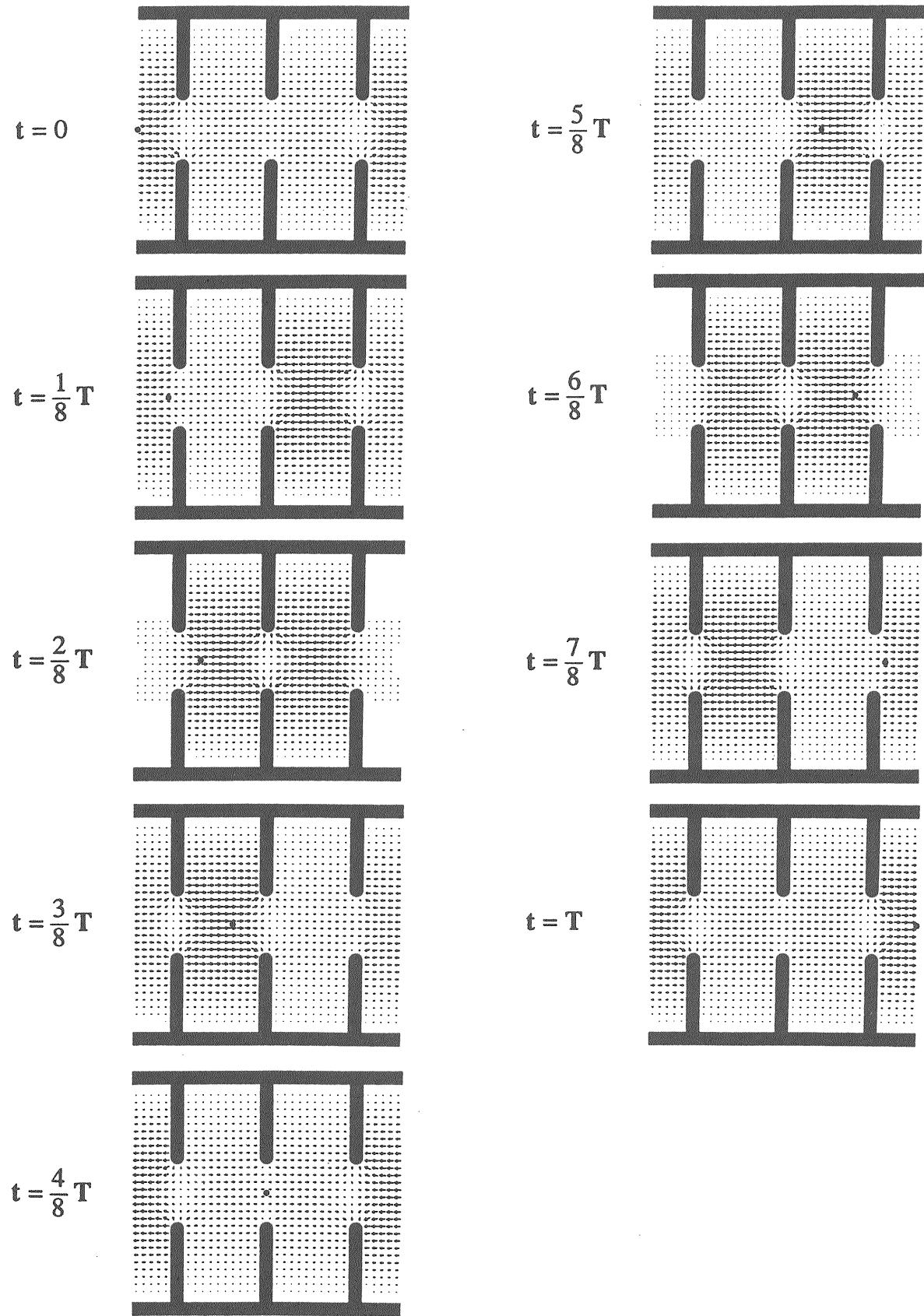


図 3.1.1.15 加速管の中の電場分布と電子の動き。1/8 周期毎のスナップショット。

シャントインピーダンス, R_{sh}

単位長さ当たりのシャントインピーダンスは、加速管の加速性能の指標となる量であり、次式で定義される。

$$R_{sh} = \frac{E_0^2}{(dP/dz)} , \quad (3.1.2.1)$$

ここで、 E_0 : 基本波の軸方向加速電界強度,
 dP/dz : 単位長さ当たりのRF電力損失。

RF電力損失が同じなら、単位長さ当たりのシャントインピーダンスが高いほど高い加速電界が得られることになる。シャントインピーダンスの周波数依存性を求めよう。単位長さ当たりのRF電力損失は、壁面電流、 i の二乗と単位長さ当たりの壁面抵抗、 R の積に比例する：

$$\frac{dP}{dz} \propto i^2 R \quad (3.1.2.2)$$

また、軸方向電界は、壁面電流を加速空洞の半径、 b で割ったものに比例する：

$$E_0 \propto \frac{i}{b} \quad (3.1.2.3)$$

一方、 R は次式で与えられる：

$$R = \frac{\rho}{2\pi b \delta} \quad (3.1.2.4)$$

ここで、 ρ : 壁面材料の比抵抗 ($=1/\sigma$)、
 δ : 壁面材料の表皮深さ (skin depth, 銅の場合、2856MHzに対して $1.3\mu m$)、

$$\delta = \sqrt{\frac{2}{\mu\sigma\omega}} = \sqrt{\frac{2\rho}{\mu\omega}} \quad (3.1.2.5)$$

ただし、 μ は真空の透磁率。また、半径 b は周波数 ω に反比例する

$$b \propto \omega^{-1} \quad (3.1.2.6)$$

(3.1.2.1)~(3.1.2.6)より、次式が得られる。

$$R_{sh} \propto \sqrt{\omega} \quad (3.1.2.7)$$

従って、加速効率の観点から見ると周波数はできるだけ高いほうが良い。Sバンドでは $50\sim60 M\Omega/m$, Xバンドでは $100\sim110 M\Omega/m$ 程度である。シャントインピーダンスは、SUPERFISHなどのシミュレーションにより求められる（ただし、損失の分の

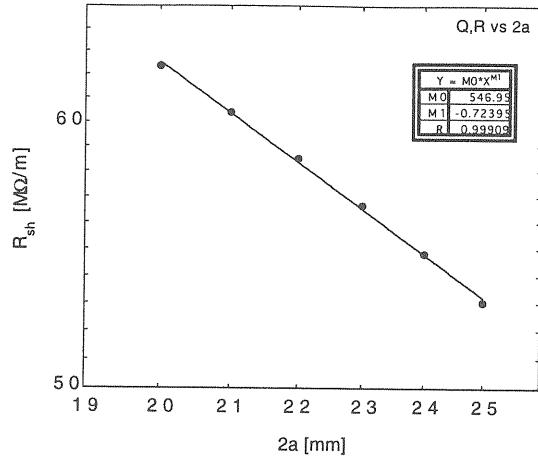


図 3.1.2.1 R_{sh} vs $2a$.

補正が必要であり、補正量は測定により決められる）。図 3.1.2.1 に $2a$ とシャントインピーダンス (SUPERFISHによる計算値) の関係を示す。 $2a$ が大きくなると、シャントインピーダンスは $(2a)^{-0.72}$ に比例して小さくなる。

Q 値, Q

ここで Q 値といつてるのは空洞自身の特性（導電率、表面粗度、円筒と端板のすきまなど）のみで決まる無負荷の Q である。 Q 値本来の定義は、空洞内にたくわえられている RF エネルギー、 U と 1 周期での電力損失、 P の比である：

$$Q = Q_0 = \omega \frac{U}{P} \quad (3.1.2.8)$$

しかし、 U も P も長さ（空洞数）に比例するので、単位長さ当たりにたくわえられているエネルギーを w とすれば上述の dP/dz を用いて、

$$Q = -\omega \frac{w}{dP/dz} \quad (3.1.2.9)$$

と書ける。 Q の値は S バンドで 14,000, X バンドで 7,000 程度である。また、 Q_{ext} は S バンドで 200, X バンドで 100 程度である。図 3.1.2.2 に Q 値の $2a$ 依存性を示す。 $2a$ が大きくなるにしたがって、 Q は大きくなる。

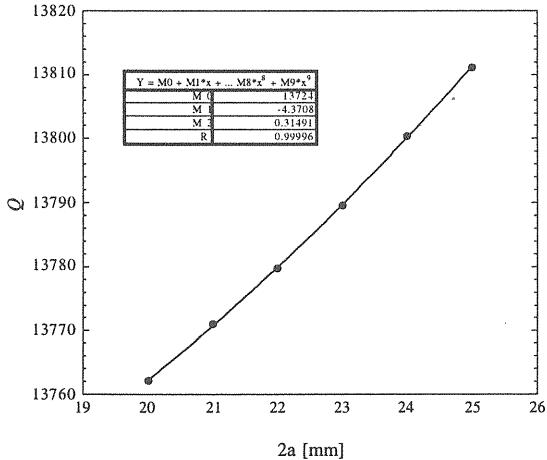


図 3.1.2.2 Q vs $2a$.

R_{sh}/Q

(3.1.2.1), (3.1.2.9) より、次式が得られる。

$$\frac{R_{sh}}{Q} = \frac{E_0^2}{\omega w} \quad (3.1.2.10)$$

式の形から明らかなように、 R_{sh}/Q は空洞の損失に依存しない。蓄積エネルギーが一定ならば、 R_{sh}/Q が大きいほど軸上加速電界強度も大きくなる。ここで、 w は E_0^2 に空洞の断面積をかけたものに比例するが、断面積は周波数の二乗に反比例するから、 R_{sh}/Q は周波数に比例することになる。S バンドで $4k\Omega/m$ 、X バンドで $16k\Omega/m$ 程度である。

群速度、 v_g

加速管の群速度は RF のエネルギーが加速管の中を通り抜ける速さであり、加速管を流れる RF 電力を P とすれば、次式で定義される。

$$v_g = \frac{P}{w} \quad (3.1.2.11)$$

v_g/c を規格化群速度と言い、普通、 $v_g/c = 0.01$ 程度である。3.2.1 節で見るように、 v_g はディスクの内径 ($2a$) に強く依存する。 $2a$ が小さいほど群速度も小さい。従って長いパルス幅が要求される。しかし、シャントインピーダンスは高くなるので(図 3.1.2.1) 同じ加速エネルギーを得るのであればピーク電力は小さくてすむ。ピーク電力が小さいということは、加速管内で放電が発生したときの放出エネルギー(例えば、ピーク電力 $10MW$ 、パルス幅 $4\mu s$ とすると、1 パルスの RF エネルギーは $10 MW \times 4\mu s = 40 J$) も小さくなるので加速管構造材料(銅)に与える損傷が小さくて済み、耐圧が高い(あるいは寿命が長い) はずであるという推論もあり、そのような実験結果の例も出てきている(3.4.1 参照)。

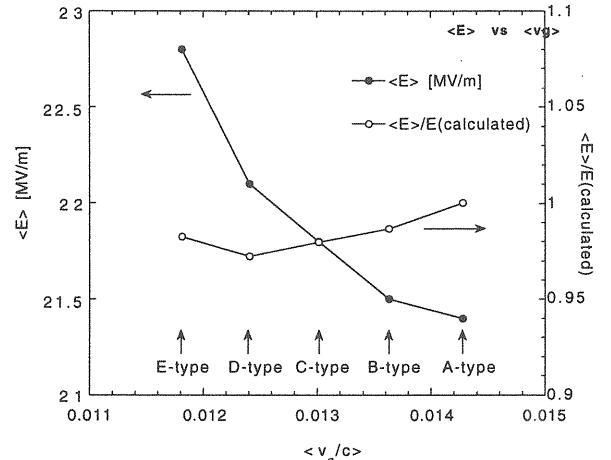


図 3.1.2.3 タイプ別の加速電界強度。

一方、KEK 電子リニアックでは、 $2a$ 寸法の異なる(言い換えると群速度の異なる)5つのタイプ(A, B, C, D, E)の加速管を約 240 本使用しており、図 3.1.2.3 は、タイプ別の平均加速電界強度、 $\langle E \rangle$ および、計算(3.1.2.26)で求めた加速電界強度に対する $\langle E \rangle$ の値(入力電力は一定、A タイプを 1 とする)を群速度の関数としてプロットしたものである。群速度が小さいほど、シャントインピーダンスが高いので、当然、電界強度も高くなるわけだが、計算値との比は、入力電力が同じであれば、水平な直線になるはずである。しかし、実際には群速度が小さくなるに従って、この値は小さくなる、つまり投入電力は小さくなる。

加速器のオペレーターは、加速管のタイプに関する情報を持っているわけではなく、トリップ率がある値を上回らない範囲で電力をなるべくあげようとしているだけである。ということは、結果的に群速度の大きい加速管ほど、大きなパワーが投入できているということである。これは、群速度の大きい加速管ほど耐圧が高いということを示していて、先程の推論とは逆の結論となっている。

一方、 $2a$ を小さくするとウェークフィールドが大きくなるという問題もある。そもそも、あまり $2a$ が小さいとビームがディスクにぶつかってしまう。 $2a$ 寸法はこれらの諸条件を考慮して最適化される。

減衰定数、 τ

加速管の入口からはじいた高周波電力は、各セルで熱エネルギーとして消費され、出口から出るときにはかなり減衰している。例えば S バンドの 2m 長

加速管の場合、減衰は約 3dB、つまり約 50%である。加速管の単位長さ当たりの減衰率 α は次式で定義される。

$$\frac{dE}{dz} = -\alpha E \quad (3.1.2.12)$$

あるいは、

$$\frac{dP}{dz} = -2\alpha P \quad (3.1.2.13)$$

(3.1.2.13) を P について解くと、

$$P = P_0 \exp\left(-2 \int_0^z \alpha(z) dz\right) \quad (3.1.2.14)$$

P_0 は加速管入口 ($z=0$) における電力。減衰率 α を用いて減衰定数、 τ は次式で定義される。

$$\tau = \int_0^L \alpha(z) dz \quad (3.1.2.15)$$

ただし、 L は加速管の全長。

加速管各セルのディスク&スペーサーの寸法を同じにしたものを作成インピーダンス (Constant Impedance, CI) 型加速管と言う。この場合には α は z に依存せず一定であるから、(3.1.2.15) は、

$$\tau = \alpha L \quad (3.1.2.16)$$

となり、また、(3.1.2.14) は以下のようになる。

$$P = P_0 e^{-\alpha z} \quad (3.1.2.17)$$

電界についても同様な式が得られる。

$$E = E_0 e^{-\alpha z} \quad (3.1.2.18)$$

(3.1.2.18) から、軸上加速電界強度は距離とともに指数関数的に小さくなっていくのがわかる。 α は、電界が $1/e$ になる距離の逆数である。

単位長さ当たりの消費電力、即ち (3.1.2.13) が一定になるように $\alpha(z)$ を調整したものを定電界 (Constant Gradient, CG) 型加速管という。この場合は、加速管出口 ($z=L$) での電力を P_L とすれば、 P は次式で与えられる。

$$P = P_0 - (P_0 - P_L)z/L \quad (3.1.2.19a)$$

$P_L (=P_0 e^{-2\tau})$ を使って(3.1.2.19a)を書き換えると、

$$P = P_0 \left(1 - \frac{1 - e^{-2\tau}}{L} z\right) \quad (3.1.2.19b)$$

定電界型加速管ではディスクの直径、 $2a$ (それにと

もなってスペーサーの直径も)を徐々に小さくしていく。 $2a$ を一定の間隔で変えていくと、完全な定電界ではないけれどもほぼ一定の電界が得られるので、準定電界型と呼ばれる。KEK 電子リニアックでは $2a$ 寸法の異なる 5 種類の加速管を用いているが、準定電界型にしておけば、真中あたりのディスクは共通に使えるのでディスクの製作の際の歩留まりが良いというメリットがある。

エネルギー利得、 V

(3.1.2.9), (3.1.2.11)より、

$$\frac{dP}{dz} = -\frac{\omega P}{v_g Q} \quad (3.1.2.20)$$

(3.1.2.13), (3.1.2.20)より、

$$\alpha = \frac{\omega}{2v_g Q} \quad (3.1.2.21)$$

定インピーダンス型加速管の場合は、 α は定数であったから、(3.1.2.21) を(3.1.2.12) に代入して E について解くと、

$$E = E_0 \exp\left(-\frac{\omega}{2v_g Q} z\right) \quad (3.1.2.22)$$

となる。(3.1.2.1) と (3.1.2.13) より、

$$E_0 = \sqrt{2\alpha P R_{sh}} \quad (3.1.2.23)$$

(3.1.2.23) を (3.1.2.22) へ代入し、 z について積分すれば、クレストから θ の位相角にある電子のエネルギー利得は、以下のようになる。

$$\begin{aligned} V &= \int_0^L E dz \\ &= E_0 L \frac{1 - e^{-\tau}}{\tau} \cos \theta \\ &= \sqrt{\frac{2 P_0 R_{sh} L}{\tau}} (1 - e^{-\tau}) \cos \theta \end{aligned} \quad (3.1.2.24)$$

定電界型加速管の場合は、まず、(3.1.2.19b) より、

$$\frac{dP}{dz} = -\frac{P_0 (1 - e^{-2\tau})}{L} \quad (3.1.2.25)$$

(3.1.2.1), (3.1.2.25) より、

$$E = \sqrt{\frac{(1 - e^{-2\tau}) P_0 R_{sh}}{L}} \quad (3.1.2.26)$$

(3.1.2.26) を z について積分すれば定電界型加速管のエネルギー利得が得られる。

$$V = \sqrt{(1-e^{-2\tau})P_0 R_{sh} L} \cos \theta \quad (3.1.2.27)$$

定電界型と定インピーダンス型のエネルギー利得の比は、(3.1.2.24) と (3.1.2.27) より、

$$\frac{V_{CG}}{V_{CI}} = \sqrt{\frac{\tau(1-e^{-2\tau})}{2}} \frac{1}{1-e^{-\tau}} \quad (3.1.2.28)$$

(3.1.2.28) を図示すると、図 3.1.2.4 のようになり、同じ τ に対しては、定電界型のほうが定インピーダンス型よりもわずかにエネルギー利得が高いこと、 τ が大きくなるほどその差は大きくなることがわかる。

次に、図 3.1.2.5 は、定電界型と定インピーダンス型の E/E_0 を z/L の関数としてプロットしたものである。定インピーダンス型の場合、入口の電界が平

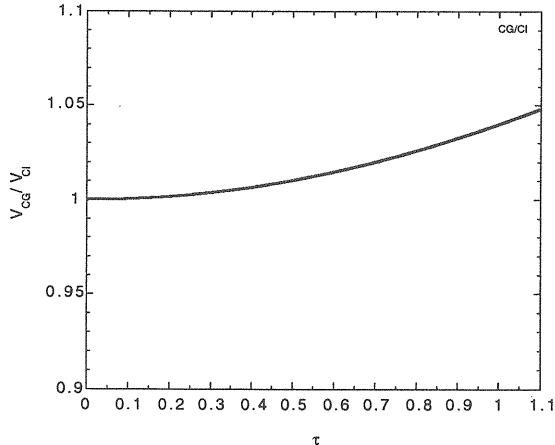


図 3.1.2.4 V_{CG}/V_{CI} vs τ .

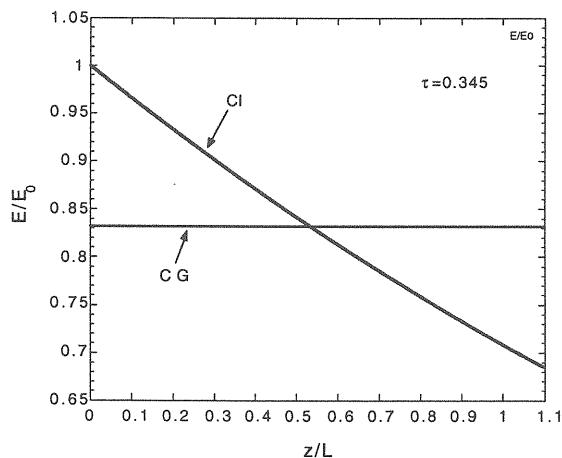


図 3.1.2.5 E/E_0 vs z/L , $\tau=0.345$.

均値に比べてかなり高いこと、従って、定電界型に比べて放電が起こりやすいことがわかる。

充填時間、 t_f

RF パルスが加速管に充填されるのにかかる時間、即ち、パルスの先頭が入口カプラーに入ってから出口カプラーを出るまでに要する時間。パルスの先頭が出口に到達したときにパルスの後尾が入口から入っていれば加速管全体は RF で満たされているからその瞬間に電子が通り抜けるようにすれば良い。

定インピーダンス型加速管の場合は、 $2a$ が一定だから群速度 v_g も一定。従って、充填時間は加速管の長さ、 L を v_g で割ったもので与えられる。

$$t_f = L/v_g = 2Q\tau/\omega \quad (3.1.2.29)$$

ここで、(3.1.2.20) を使った。

定電界型加速管の場合は、(3.1.2.20)、(3.1.2.25)、(3.1.2.19b) より群速度は、

$$v_g = \frac{\omega L}{Q} \frac{1-(1-e^{-2\tau})z/L}{1-e^{-2\tau}} \quad (3.1.2.30)$$

で与えられるから、充填時間は、

$$\begin{aligned} t_f &= \int dt = \int_0^L \frac{dz}{v_g} \\ &= \frac{2Q\tau}{\omega} \end{aligned} \quad (3.1.2.31)$$

となって、定インピーダンス型加速管の場合と同じ式で与えられる。

ところで、パルスの先頭が加速管のまん中あたりまできたときパルスの最後尾はどこにあるのだろうか？パルスの時間幅 t_p を 4 μs (パルス圧縮器、SLED を使用する場合、パルス幅は充填時間よりも長い。4.5 節参照)、導波管でのパルスの長さを L 、導波管内の RF の群速度を v_g^{WG} とすると、例えば周波数 $f=2856\text{MHz}$ 、導波管として WRJ-3 を使用する場合、 $L = v_g^{WG} \times t_p = 0.69 \times c \times t_p = 827\text{m}$ となり (4.2 節参照)、導波管の長さを 30 m とすると、パルスはほとんどまだクライストロンから出ていないことになる。ということは、このとき例えば加速管入口カプラーで放電により反射波が発生すると、その反射波は $30\text{m}/0.69c = 0.15\text{\mu s}$ 後にはクライストロンに戻ってその後のパルスに悪影響を与えてしまうことになる。

3.2 加速管の設計、製造

ここでは、加速管素管（ディスクとスペーサーを一体化したもの、カプラー、冷却水ジャケット等は含まない）の設計・製作、カプラーの設計・製作、

ならびに全体の組立てについて説明する。加速管の設計・製造のフローチャートを図 3.2.1 に示す。ディスクとスペーサーの検定はすべてのpartsについて、また RF 特性測定はすべての加速管について行なう。

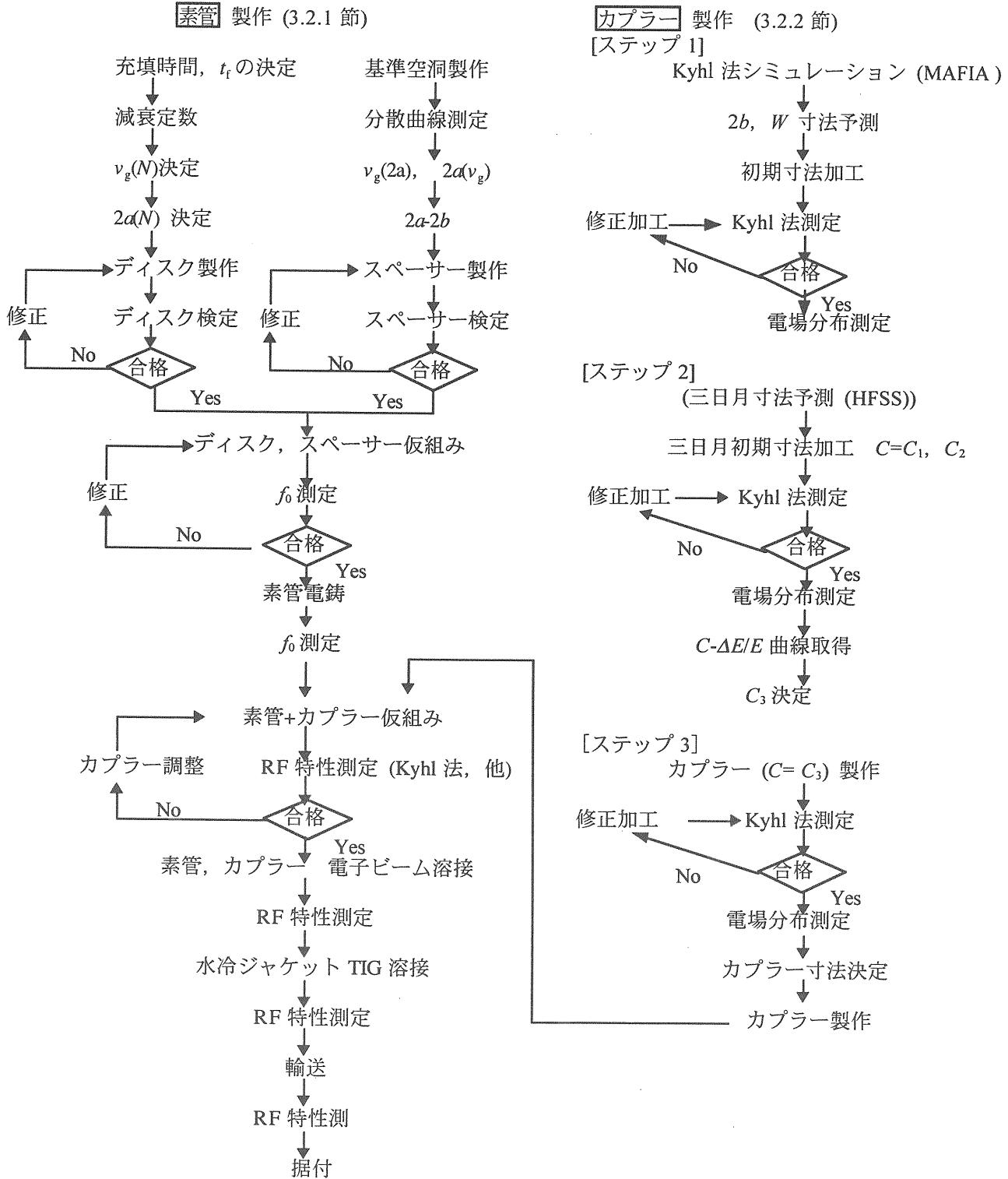


図 3.2.1 加速管設計・製造のフローチャート。

3.2.1 素管の設計、製作

本節では素管の設計 ($2a$ 寸法と $2b$ 寸法を決定すること)・製作 (ディスクとスペーサーの電鋳) 方法について述べる。

$2a - v_g$ 曲線

加速管の中の RF の群速度 v_g と $2a$ 寸法の関係は、3.1.1 節で求めた分散曲線を用いて、以下のようにして求められる。

分散曲線が 3.1.1 節で述べたように、近似的に

$$f = m_1 - m_2 \cos \theta, \quad (3.2.1.1)$$

$$\theta = \beta D, \quad (3.2.1.2)$$

の形に書けるとすると、

$$\begin{aligned} v_g &= \frac{d\omega}{d\beta} = \frac{d(2\pi f)}{d(\theta/D)} = 2\pi D \frac{df}{d\theta} \\ &= 2\pi D m_2 \sin \theta. \end{aligned} \quad (3.2.1.3)$$

よって、 $2\pi/3$ モードの群速度は、

$$\begin{aligned} v_g \Big|_{\frac{2\pi}{3}} &= 2\pi D m_2 \frac{\sqrt{3}}{2} \\ &= \sqrt{3}\pi D m_2. \end{aligned} \quad (3.2.1.4)$$

これより、規格化群速度は、次式で与えられる。

$$\begin{aligned} v_g/c &\equiv v_g \Big|_{\frac{2\pi}{3}} / c \\ &= \frac{\sqrt{3}\pi D m_2}{c}. \end{aligned} \quad (3.2.1.5)$$

図 3.2.1.1 に各 $2a$ に対する v_g/c の測定結果と、これら 8 個のデータを最小自乗法により 2 次関数にフィッティングした結果を示す。

$2a - 2b$ 曲線

KEK の電子リニアックの加速管は、準定電界 (quasi-Constant Gradient) 型である。通常の定電界型加速管では、各セルでの加速電界強度が一定となるようにディスク孔径 ($2a$) を変化させるが、準定電界型加速管では、ディスク孔径を一定の間隔で変えていく。ここでは $75 \mu\text{m}$ 間隔としている。この場合、「定電界」からのはずれは 54 セルで数%である。

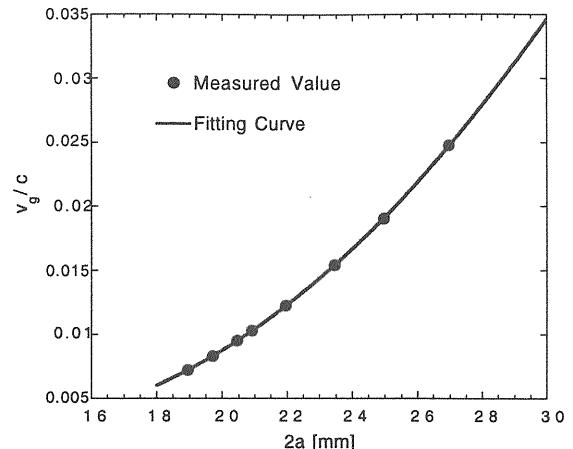


図 3.2.1.1 $2a - v_g$ 曲線。

ディスク孔径 ($2a$) とスペーサ内径 ($2b$) の関係 ($2a - 2b$ 曲線) は、3.1.1 節で得た $2a$ と $2b$ の関係を最小自乗法により多項式に (ここでは 4 次式) フィッティングすることにより得ることとする。実際の $2b$ は、スペーサ (N) の両側のディスク ($N, N+1$) に対する $2b$ の値の平均値を用いることにした (図 3.2.1.2 参照)。

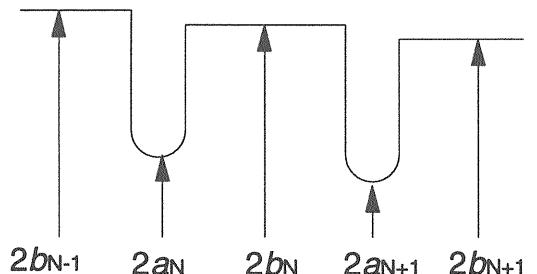


図 3.2.1.2 $2b$ 寸法の算出方法。

さらに電鋳応力効果 (平均 $+137 \text{ kHz} \Rightarrow 2b$ 寸法で -3.8 mm に相当), 温度効果 (運転温度= 30°C と加工温度= 25°C との差)を考慮して加工寸法を決める。図 3.2.1.3 に $2a - 2b$ 曲線のグラフを示す。

E_p/E_{acc} の $2a$ 依存性および t 依存性

加速電場 E_{acc} とディスク表面電場の最大値 E_p との比 E_p/E_{acc} は小さい方が耐圧があがる。 E_p/E_{acc} の $2a$ 依存性および t 依存性について SUPERFISH により調べてみよう。計算は 1.5 セルの加速空洞に対し、両端短絡の境界条件により電場分布を計算する。軸上電場 E_z の最大値を E_0 , $E_z(z)$ 分布の基本波成分の割合 (3.1.1 参照) を a_1 とすると、 E_p/E_{acc} は次式で与えられる。

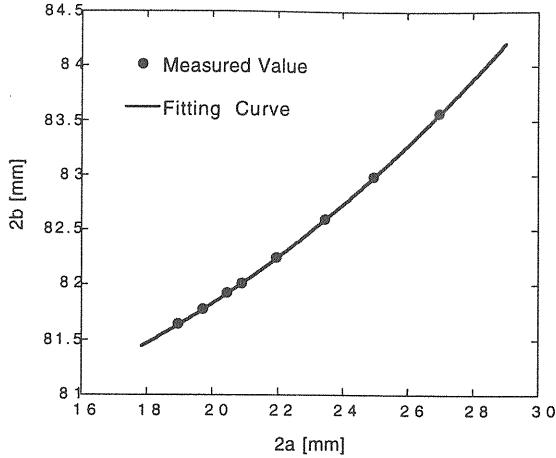


図 3.2.1.3 $2a - 2b$ 曲線.

$$E_p/E_{acc} = E_p/(E_0 a_1). \quad (3.2.1.6)$$

加速管内の電磁場は進行波として扱うべきであるが、定在波として扱った場合との差はそれほど大きくないとされるので、ここでは定在波として扱う。

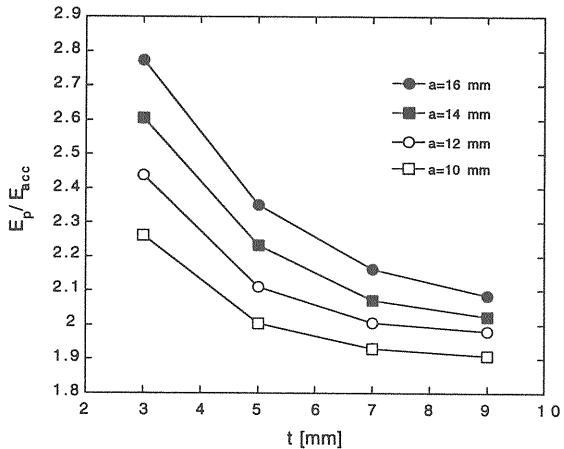


図 3.2.1.4 E_p/E_{acc} の t 依存性.

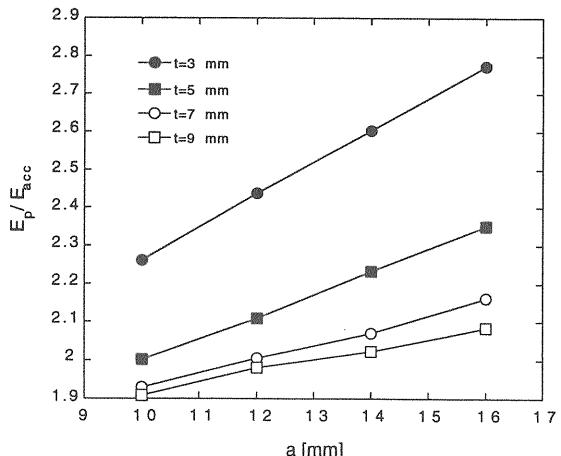


図 3.2.1.5 E_p/E_{acc} の a 依存性.

図 3.2.1.4, 3.2.1.5 に E_p/E_{acc} の t , a 依存性を示す。これらの図から E_p/E_{acc} は t を 5mm より厚くしてもそれほど小さくならないこと、また、 a にあまり依存しないことがわかる。

3.2.2 カプラーの設計、製作

加速管の入出力カプラーは、導波管と加速管との間のインピーダンス整合を行なうことにより、クライストロンへの反射を無くし、高周波電力を効率良く加速管へ伝えるという役割を担っている。カプラーの整合をとるための方法としてこれまでに開発されてきたものには、

1. Borghi 法
2. Gallagher 法
3. Kyhl 法 (付録 A 参照)
4. Nodal-Shift 法

などがある。Nodal-Shift 法が加速空洞を、Gallagher 法が入出力カプラー+加速管のセットをそれぞれ必要とし、また、Borghi 法が、カプラーディスクおよび隣接ディスクを必要とするのに対し、Kyhl 法は、 $\pi/2$ モードの周波数が既知であることが必用であるが、入口カプラーのみあれば良いので調整が簡便であるという特長を持っている。

ここでは KEK の電子リニアックのエネルギー増強用に製作された約 70 本の加速管に適用された設計製作方法を紹介する。基本方針は以下の通り：

1. カプラー寸法を Kyhl 法のシミュレーションにより予測する。従来、カプラー寸法の決定は試行錯誤により決められてきたが、その方法では莫大な時間とコストがかかる。KEK 電子リニアックでは 6 つのタイプの加速管を使用しており、入口と出口を合わせると合計 12 個のカプラーがある。計算による予測は必須である。
2. 最終的な寸法は、低電力試験により決定するが、その方法として、Kyhl 法を採用する。ノーダルシフト法も併用する。
3. 非対称性の補正は、三日月型カットにより行なう。
4. ピームホールの R を従来の 3 mm から 7 mm に変更する。

図 3.2.1 にカプラー寸法決定の流れ図を、図

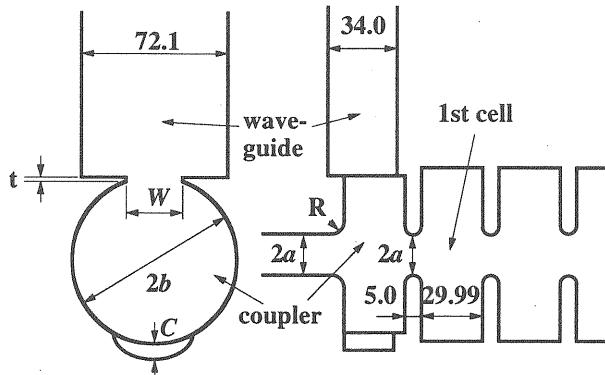


図 3.2.2.1 カプラーの断面図.

3.2.2.1 にカプラー断面図を示す.

なお、ビームパイプの径は、第 1 ディスクの $2a$ と同じ寸法にすることにした。調整可能なパラメータは、 $2b$, W , t の三つであるが、 t は 2mm に固定した。

Kyhl 法のシミュレーションは、MAFIA を用いて以下のように行なった：

1. 1.5 セル（カプラーセルと隣接空洞の半分）+ 適当な長さの導波管から構成されるメッシュ構造をつくる（図 3.2.2.2 参照）。 $2b$, W の値は適当に選ぶ。 t は 2 mm とする。

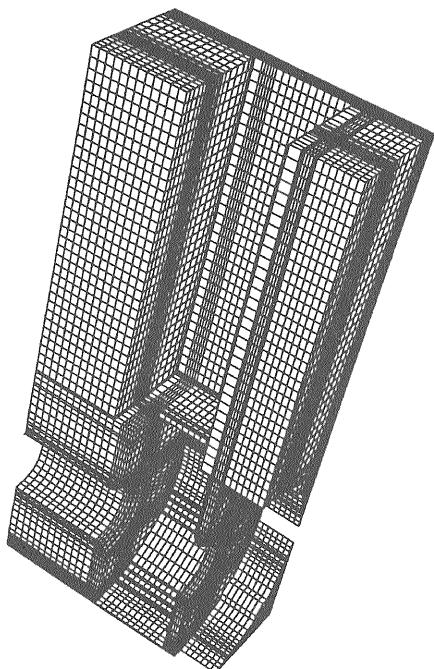


図 3.2.2.2 カプラー寸法計算のための MAFIA メッシュ構造.

2. 導波管の長さを変化させ、共振周波数 f_{res} および Q_{ext} を Slater の同調曲線法 (OHO '94 に影山達也氏による詳しい解説がある) により求め。図 3.2.2.3 に同調曲線の例を示す。

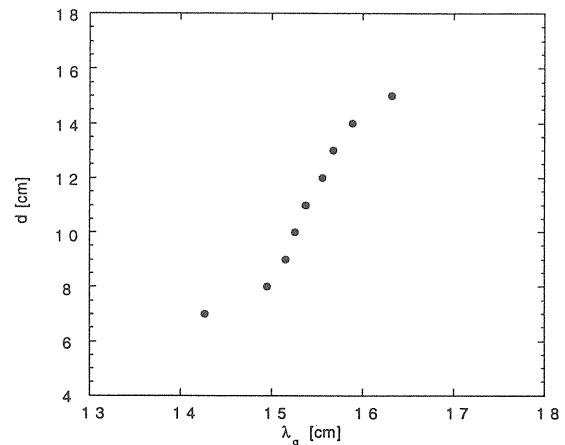


図 3.2.2.3 同調曲線の例.

3. $2b$, W を変えて、 f_{res} , Q_{ext} を計算する。例として KEK 電子リニアックの A タイプ加速管入口カプラーに対する $f_{res}(2b, W)$, $Q_{ext}(2b, W)$ のグラフを図 3.2.2.4 に示す。
4. 図 3.2.2.5 より、

$$f_{res} = f_{ave} \left(= \frac{f_{2\pi/3} + f_{\pi/2}}{2} \right) \quad (3.2.2.1)$$

なる曲線と、 $Q_{ext}=Q_{目標}$ なる曲線の交点を求める（図 3.2.2.5）。この交点の W , $2b$ をもってカプラー寸法の設計値とする。

ここで、 $f_{\pi/2}$ は、6 セルの基準空洞を用いて測定した分散曲線（3.1.1 節参照）より求めた。また、 $Q_{目標}$ の値は以下のようにして決めた。 Q_{ext} は v_g に反比例すると仮定する：

$$Q_{ext} \propto \frac{1}{v_g} \quad (3.2.2.2)$$

$2a$ と v_g は前節で求めた関係（図 3.2.1.1）に従うとする。図 3.2.1.1 と(3.2.2.2) 式および位相、VSWR とともに良好なカプラーのデータより Q_{ext} を $2a$ の多項式として表すことができる（図 3.2.2.6）。これにより、各 $2a$ 寸法に対する Q_{ext} の目標値が計算できる。

なお、分散曲線の測定値と計算値の比較より、計算精度は、絶対精度 0.6%，相対精度 0.06%程度で

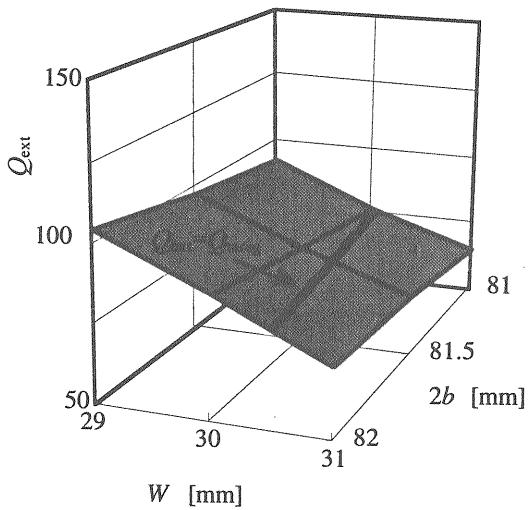
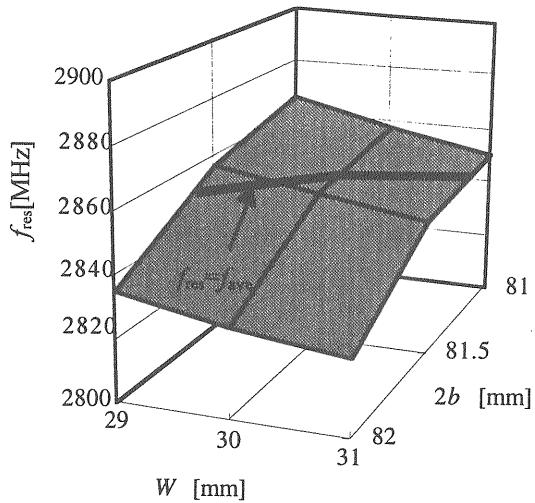


図 3.2.2.4 $f_{\text{res}}(2b, W)$, $Q_{\text{ext}}(2b, W)$.

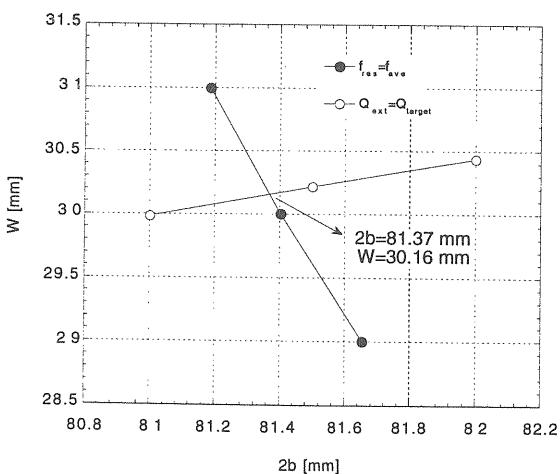


図 3.2.2.5 $Q_{\text{ext}}=Q_{\text{target}}$, $f_{\text{res}}=f_{\text{ave}}$ の曲線.

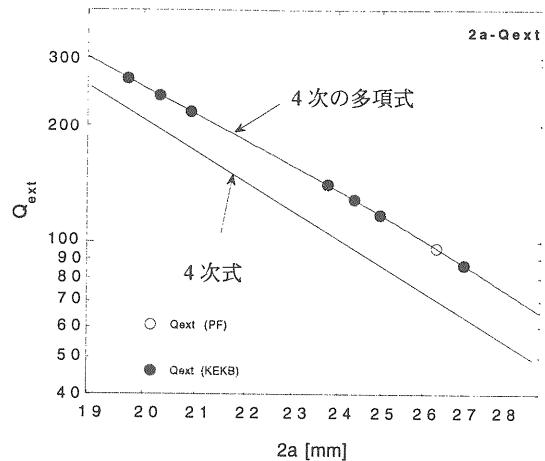


図 3.2.2.6 Q_{ext} と $2a$ の関係.

あると評価される。

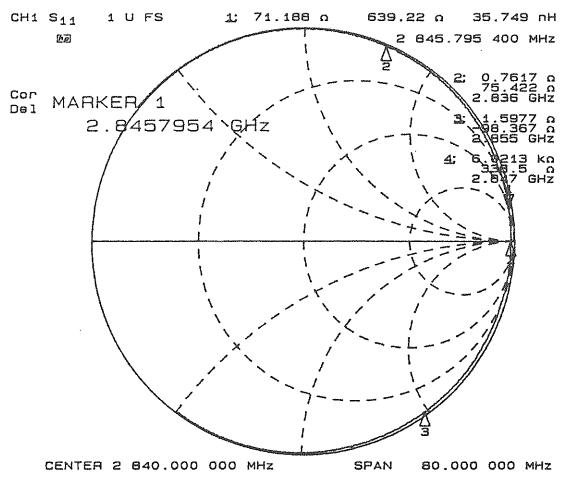
さて以上でカプラー寸法, $2b$ と W の設計値が決まったわけであるが, カプラー供試体の初期寸法は計算精度を考慮して, 設計値よりも $2b$ で $450\mu\text{m}$, W で $300\mu\text{m}$ 小さく設定した.

つぎに, カプラーの特性の測定結果について述べる. 図 3.2.2.7 は, 最終加工の直前の寸法と最終加工寸法に対する Kyhl 法の測定結果である. f_{ave} は 180° 回り, $f_{2\pi/3}$, $f_{\pi/2}$ はともに $120 (\pm 0.4)^\circ$ 回っており, Kyhl 法の条件をほぼ満足するまで寸法が追い込まれている. また, このときの Nodal Shift の測定結果を図 3.2.2.8 に示す. 位相のばらつきの標準偏差は 0.71° , 反射係数 (VSWR) は 1.05 である(図 3.2.2.9).

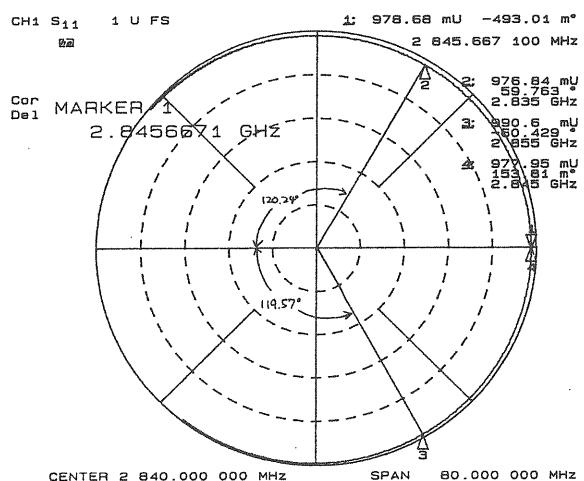
図 3.2.2.10 に修正加工の履歴を示す. この例では 6 回の修正加工で最終寸法に達している.

アイリスの厚み t はシミュレーションでは 2mm 一定としているが, 実際の加工では $2b$ を削ると t は薄くなるし, W を削ると厚くなる. しかし, 図 3.2.2.10 のように W と $2b$ を交互に削ると t をほぼ一定に保つことができる. 図 3.2.2.11 はシミュレーション値と最終寸法の比を示す. $2b$ は系統的に 0.2%過大評価, W は 2%過小評価であったことがわかる.

以上の結果から, シミュレーションにより非常に良い精度でカプラーの寸法を予測でき, かつ少ない回数の修正加工で反射特性の良好なカプラーを製作できることがわかる.



(a)



(b)

図 3.2.2.7 Kyhl 法の測定結果. (a) 初期寸法, (b) 最終加工寸法.

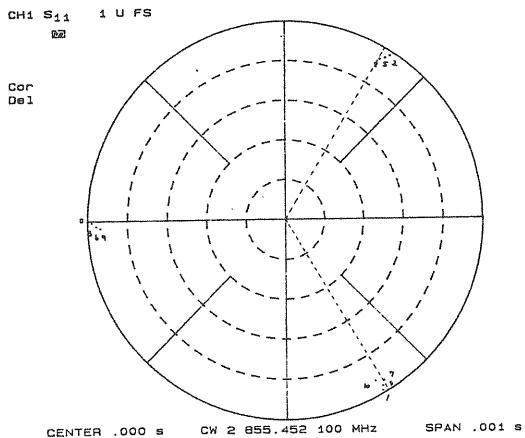


図 3.2.2.8 ノーダル・シフトの測定結果 (最終加工寸法).

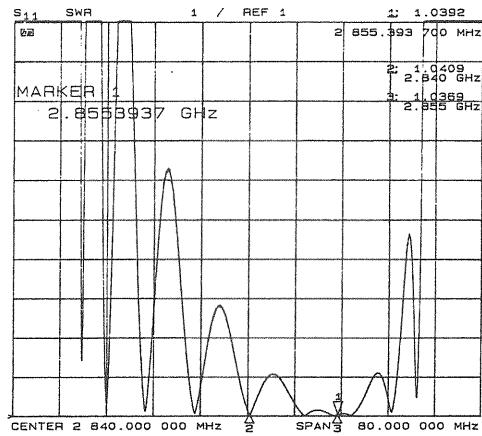


図 3.2.2.9 反射係数 (VSWR).

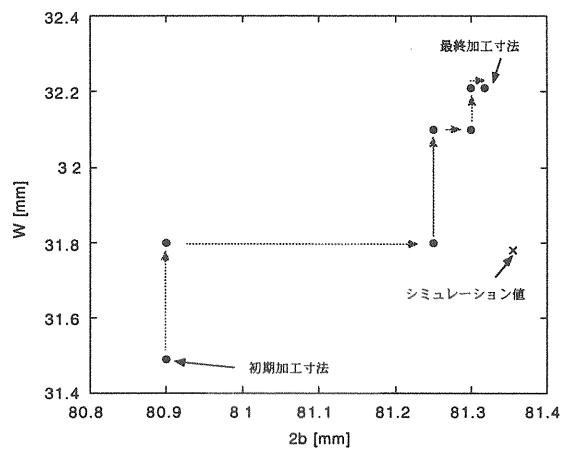


図 3.2.2.10 カプラー修正加工履歴.

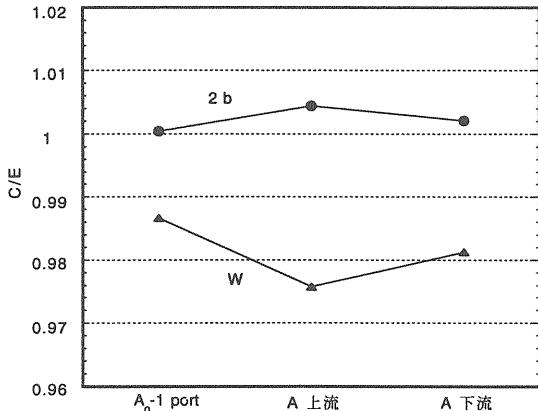


図 3.2.2.11 カプラー寸法のシミュレーション値と最終加工寸法の比.

つぎに、ステップ 2 の三日月付きカプラーの製作について述べる。ここでは、供試体を用いたコールドテストによる決定方法を紹介する（三日月の寸法を MAFIA, HFSS 等のシミュレーションにより求めても修正加工無しで済ますだけの精度は得られない）。まず、三日月の深さ C の異なるカプラーを 2

個作り ($C=C_1, C_2$)、電場分布を測定し (測定は非共振摂動理論に基づくビード摂動法による)、 C と次式で定義される電場分布非対称性因子 k との関係 (図 3.2.2.12) から内外挿により C の最適値 C_3 を決める。

$$k = \Delta E/E(x=0) [\%], \quad (3.2.2.3)$$

$$\Delta E = E(x=x_0) - E(x=0),$$

$$x_0 = 4, 8, 12 \text{ mm}$$

図 3.2.2.13 に三日月有り、無しに対する電場分布の測定結果を示す。三日月をつけることにより ΔE の値は 10% ($x=\pm 12 \text{ mm}$) から目標とした 1% 以下に減少しているのがわかる。

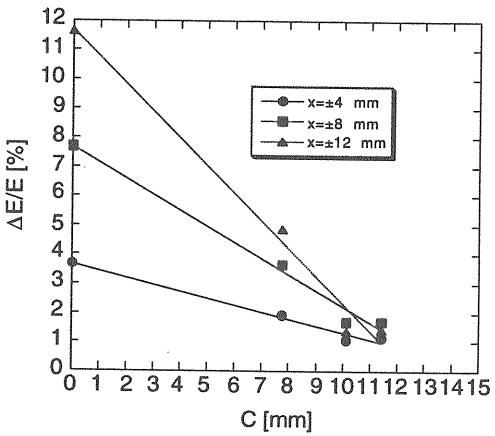


図 3.2.2.12 $\Delta E/E$ 対 C 。

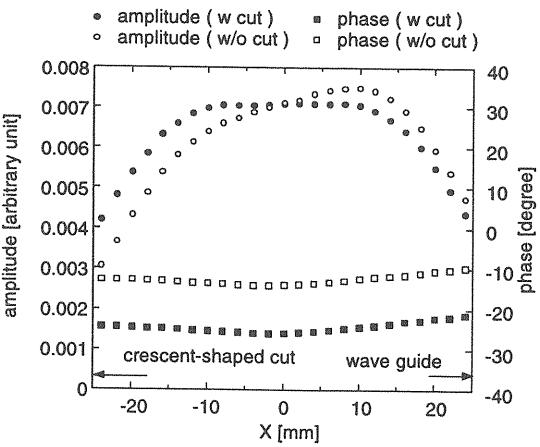


図 3.2.2.13 電場分布に対する三日月型カットの効果。

ビームホールの R

加速管の耐圧を制限しているのは加速管内の放電であり、放電の発生はほとんどカプラー付近で起きていると思われる (3.4 参照)。したがってカプラー

での放電を押さえるという観点から、カプラービームホールの R 尺寸の決定は重要である。従来の加速管は KEK 電子リニアック (陽電子リニアック) は $R=3 \text{ mm}$ 、KEK ATF は $R=5 \text{ mm}$ である。 R 尺寸と最大表面電界強度の関係を図 3.2.2.14 のような計算モデルに対し SUPERFISH で計算してみると図 3.2.2.15 のようになる。ここで、 E_p は表面電界の最大値、 E_{axis} は軸上加速電界の最大値である。この図から R を 3 mm から 7 mm にすることにより最大電界強度を 25% 低くすることができる。電場強度 E と電界放出電流 I の関係を表す Fowler-Nordheim の式 (4.3 参照) からわかるように E が小さくなると I は桁違いに減少する。一方、 R 部分は

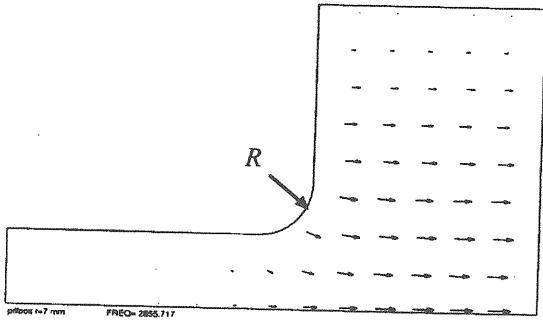


図 3.2.2.14 R 尺寸効果の計算モデル。

平らな面に比べて表面粗度が悪いので R を大きくして曲面部分が増えるとガス放出が増えて耐圧が低下するかもしれない (そうでないかもしれない)。どこかに最適な R 尺寸があるのかもしれない (ないかもしれない) がそれを知ることは現実的には不可能である。ここでは $R=7 \text{ mm}$ にすることにした。後述の 2 ポートカプラー (耐圧が他に比べて低い) では $R=20 \text{ mm}$ とした。

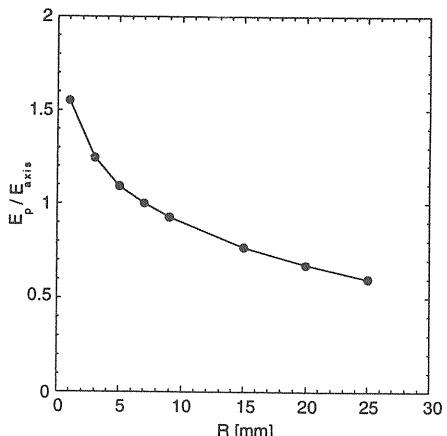


図 3.2.2.15 E_p/E_{acc} の R 依存性。

電磁場の非対称性の補正

加速管の入出力カプラーは通常片側から RF が投入される。するとカプラー空洞内の電磁場は軸対称ではなくなるため、ビームの偏向や高次モードの発生といった問題を引き起こす。この問題を解決する方法として SLAC では導波管の相対位置を交互に変えるという方法がとられている（図 3.2.2.16 (a), "babab-abab" 方式）。しかし、この方法は立体回路が複雑になるという欠点があるため、各研究機関ではこれにかわる様々な方法が考案された。同図(b) は KEK の電子陽電子入射器（旧 2.5GeV リニアック）で採用された方法で、導波管に対向する面に窪み（ダイヤフラム構造）を設けるというもの、(c) は本稿で紹介した方法（対向面に三日月型カットを設ける）、(d) は電リニアックのバンチャーユ用カプラーで採用された方法で加速管本体の軸に対してカプラーの軸を電磁場の非対称性を補正する分だけずらすというもの。(e) はカプラーの手前で T 分岐により RF を二分し、カプラーの両側から RF をフィードする方法（立体回路が複雑になるが、この例は X バンドなのでコンパクトにおさまっている）。(f) はその変形で、カプラー両側で導波管の H 面によりカップルさせたもの。S バンドながらコンパクトなサイズとなっている。(g) は JLC C バンド加速管に採用された方法で 1 本の導波管の二つの結合孔でカップルされている。

KEK の電子リニアックの陽電子標的直後に置かれた加速管は図 3.2.2.17, 3.2.2.18 のような立体回路配置がとられている（3.4.6 節参照）。これは磁場中に置かれた導波管での電界強度を下げることと、三日月をなくすこと（三日月型カットは耐圧を下げるという懸念があった）を目的としたものであったが、非対称性も同時に補正されている。この方法は電力分配器の特性（4.4 節参照）を良くすることが必要であり、調整の結果、図 3.2.2.19 のような対称性の良い電場分布（振幅、位相）が得られている。

3.2.3 加速管の製造方法

ディスクとスペーサーの材質、切削加工

ディスクとスペーサーの材料としては、表面からのガス放出が少ないという観点から無酸素銅が用いられる。これらはダイヤモンドバイトを用いた超精密旋盤により切削加工される。ディスクの厚みと

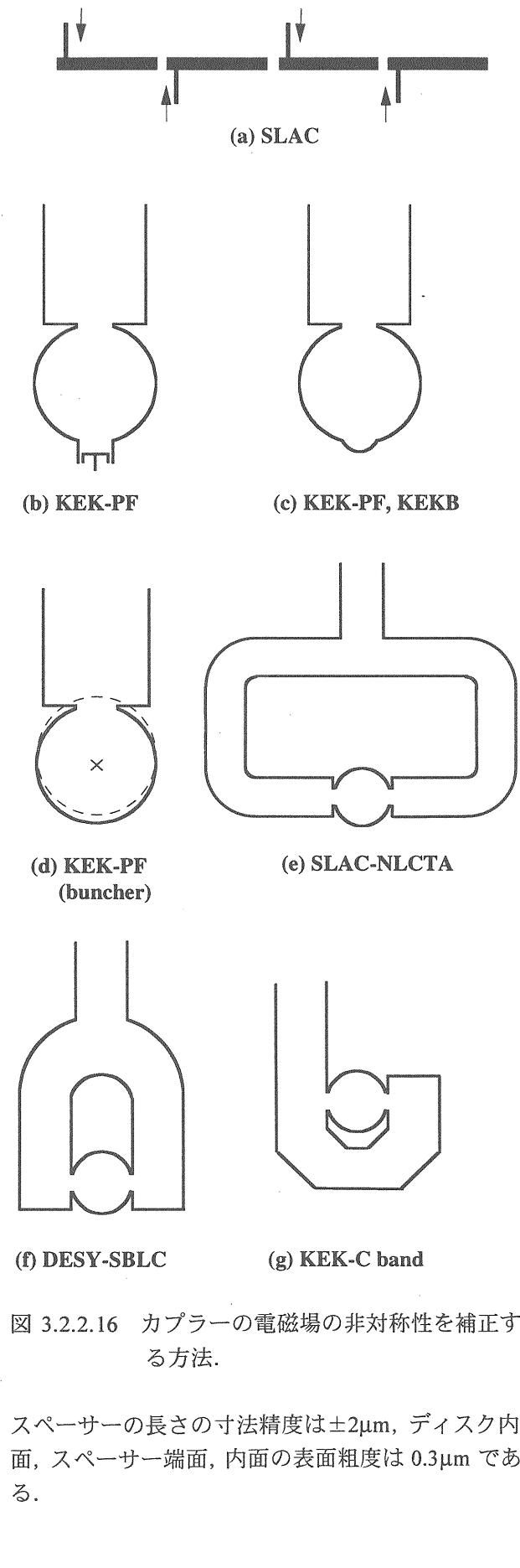


図 3.2.2.16 カプラーの電磁場の非対称性を補正する方法。

スペーサーの長さの寸法精度は $\pm 2\mu\text{m}$ 、ディスク内面、スペーサー端面、内面の表面粗度は $0.3\mu\text{m}$ である。

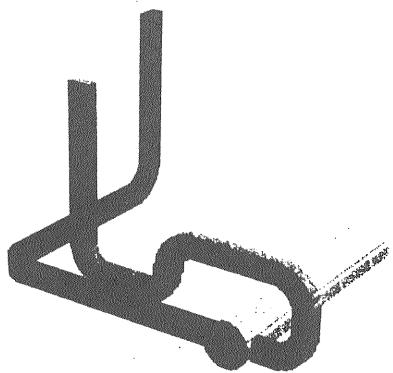


図 3.2.2.17 2 ポート・カプラー用立体回路.

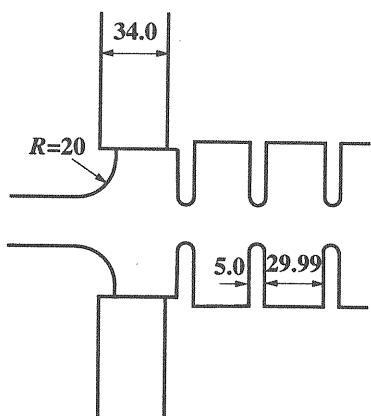


図 3.2.2.18 2 ポート・カプラー.

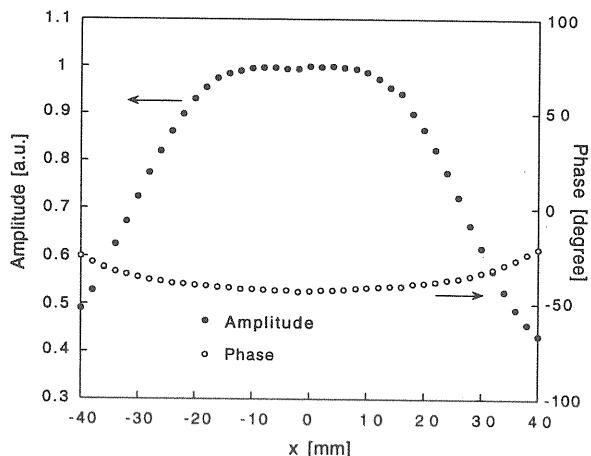


図 3.2.2.19 2 ポート・カプラーの電場分布 (振幅, 位相).

ディスクとスペーサーの接合

加速管のディスクとスペーサーの主な接合方法としては、電鋳、ろう付、拡散接合の三つがある。

電鋳

電鋳は基本的には電気メッキと同じであるが、めっき厚が異なる。めっき厚 $10\mu\text{m}$ 以下を電気メッキ、 $10\mu\text{m}$ 以上を電鋳と呼んでいる。加速管の場合、ディスクとスペーサーをスタックし、中心に心棒を通してボルト締めにより一体化し、電鋳を行なう。めっき厚は約 5mm である。

電鋳は、ろう付や拡散接合のように高温を加える方法と異なり常温で行なうため、接合後の変形がない(焼鈍しないので“堅い”)。また、位相調整は、接合前の工作精度だけで確保されているので接合後の位相調整用 DINP リングを必要としない。反面、電鋳法の難しい点は、電鋳応力効果(電鋳したことにより空洞の寸法が変化し、共振周波数が変化すること)の評価であるが、周波数変化は実際に電鋳を数回やってみればわかってくるし、そのばらつきは十分小さくコントロール可能である。電鋳工程は必要に応じて複数回に分けて行なう。KEK の電子リニアックの加速管はこの方法で作られている。

ろう付

ろう付とは広義の溶接方法のひとつであり、結合しようとする母材(加速管の場合は銅)の溶融点よりも低い温度で溶融する金属または合金(加速管のろう付では銀ろう [JIS 規格, BAg-8] が使われることが多い)を溶加材として溶融添加し、これを凝固させて継手を形成する方法である。溶加材としてはんだを用いる場合は、はんだ付と呼ぶ。ろう付では、継手のせまいすきま(ろう溝)に毛細管現象を利用してろう材を充填させるので、ろうの流れを良

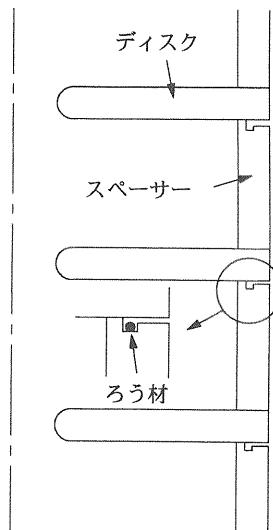


図 3.2.3.1 加速管ディスク・スペーサーのろう付.

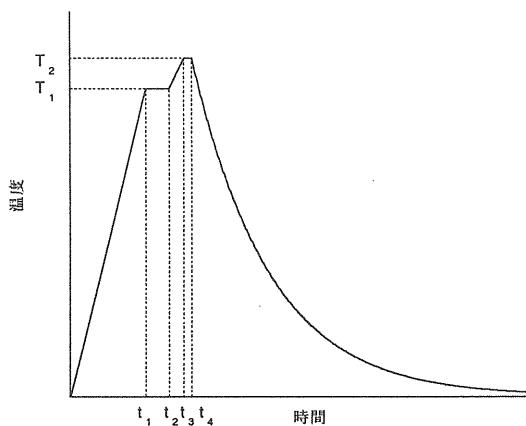


図 3.2.3.2 ろう付の昇温、降温条件。

くするためにはろう溝形状・寸法の最適化が必要である。加速管のディスクとスペーサーの場合には、例えば、図 3.2.3.1 のようにディスクの片単面にろう溝を設け接合する。ろう付雰囲気としては、加速管(銅)の場合、真空とする。ろう付時の温度は、図 3.2.3.2 のように昇温し、ろう付温度 (BAg-8 の場合、780~900°C) に達したら一定時間保持した後、自然放熱させる。温度は熱電対によりモニターする。ろう付で接合した加速管は、各セルをディンプルする(くぼませる)ことにより位相調整を行なう。SLAC, ATF, SPring-8 の加速管はこの方法で作られている。

拡散接合

拡散接合は、接合面をやや加圧して密着させ、再結晶温度付近に加熱して原子の拡散によって接合する方法であり、接合面の変型が少ないのが特徴である。この方法は、LIL (LEP Injector Linac) の加速

管に採用されており、また、最近では、SLAC-KEK の X バンド加速管に適用されている。

3.2.4 全体組立て

以上で素管(ディスクとスペーサー)とカプラーの製作が終了した。あとは、素管とカプラーを接合し、最後に冷却水ジャケットをとりつければ加速管が出来上がる。

素管とカプラーは電子ビーム溶接 (Electron Beam Welding, EBW) によって接合される。電子ビームによる入熱が過小だと接合部で真空リークが起こるし、入熱過多だとカプラー近傍のディスクの変形が起こるので、ビーム条件 (加速電圧、電流、DC/パルス) の最適化が必要である。なお、溶接作業は 10^{-4} Torr の真空中で行なわれる。

冷却水ジャケット (SUS304 製) は TIG (Tungsten Inert Gas) アーク溶接によりカプラーにつけられる。

以上の工程で注意しなければならないのは、(1) 仮組 → (2) 電鋸 → (3) カプラー EBW → (4) TIG 溶接の各ステップを踏む毎に加速管の RF 特性 (VSWR) が少しづつ悪くなっていく場合があることである(逆に良くなっていく場合もある)。しかし、1996~1998 年にかけて製作した約 70 本の加速管の VSWR の TIG 溶接後の最終的な測定値は 1.10 (平均値) であり仕様は満足している。

完成した加速管は、高周波測定、真空リーク試験、水漏れ試験を行なった後、窒素ガスを充填して出荷される。完成した加速管の断面図を図 3.2.4.1 に示す。

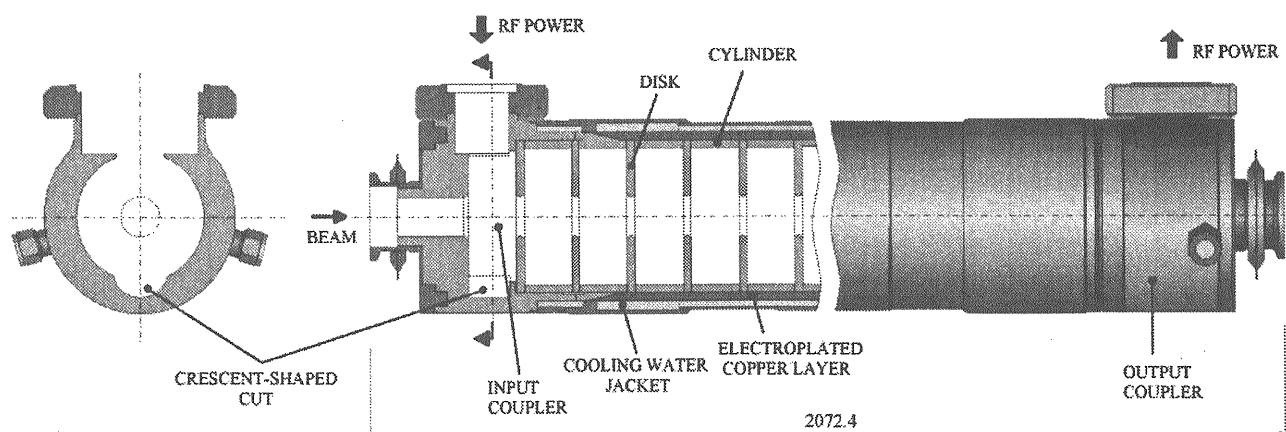


図 3.2.4.1 KEK 電子リニアックの加速管の断面図。

3.3 加速管の低電力特性

加速管の低電力特性としては、振幅・位相特性、反射特性、減衰、充填時間などがある。ここでは KEK 電子リニアック用加速管の測定結果を例にあげてこれらの特性を説明する。

3.3.1 振幅・位相特性

ノーダルシフト法

ノーダル・シフト法は、加速管の振幅・位相特性の評価方法として古くから用いられている。基本的には 2 開口空洞共振器の一方の出力ポートを短絡し、その位置を動かしていくときの短絡点の位置と反射波の位相の関係から得られる極線 (*S* 曲線、Slater) から反射特性を求めるという方法である。加速管の場合、*S* 曲線は、金属製のプランジャーを加速管内に挿入し、スペーサー中心位置での反射係数をスミスチャート上にプロットすることにより測定される(図 3.3.1.1)。測定結果の例を図 3.3.1.2 に示す。

S 曲線は、次式で与えられる。

$$\tan \theta_1 = K \tan \theta_2 \quad (3.3.1.1)$$

ここで、 θ_1 は離調棒の位置、 z を位相で表わしたものであり、 θ_2 は反射波の位相である。ここでは、 $K=0.20$ とした。

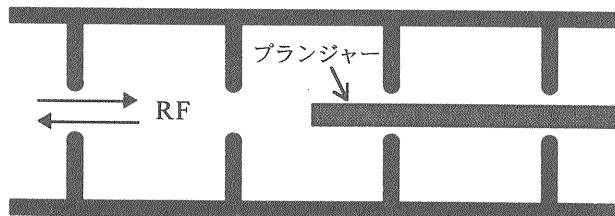


図 3.3.1.1 ノーダル・シフト法。

ノーダル・シフト法による反射係数のプロットを図 3.3.1.3 に、また、位相特性を図 3.3.1.4 に示す。位相特性は、位相変化量 120° の差をセル番号の関数としてプロットしたものである。この例の場合、標準偏差は 1.67° である。

プランジャーがディスク等に接触すると、傷をつけたり、汚したりするので注意が必要である。

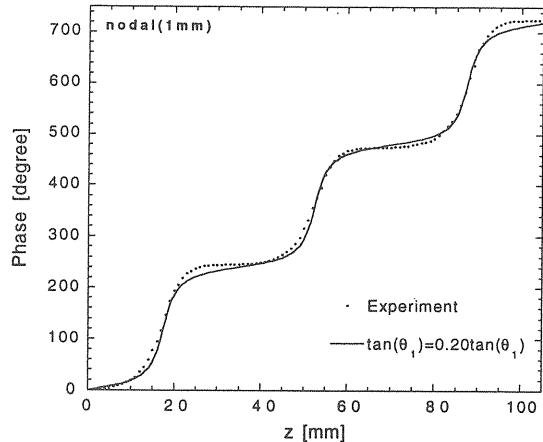


図 3.3.1.2 ノーダル・シフト法による *S* 曲線、測定結果と、計算結果。

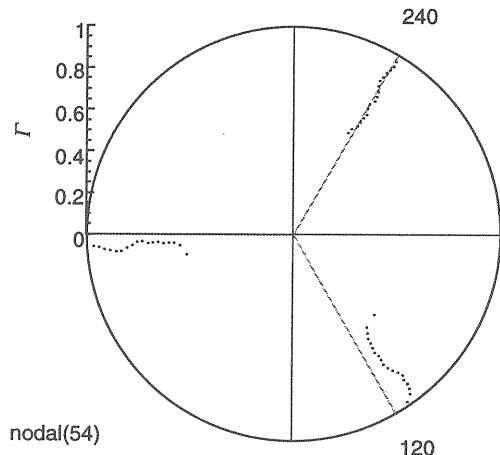


図 3.3.1.3 ノーダル・シフトの測定結果。

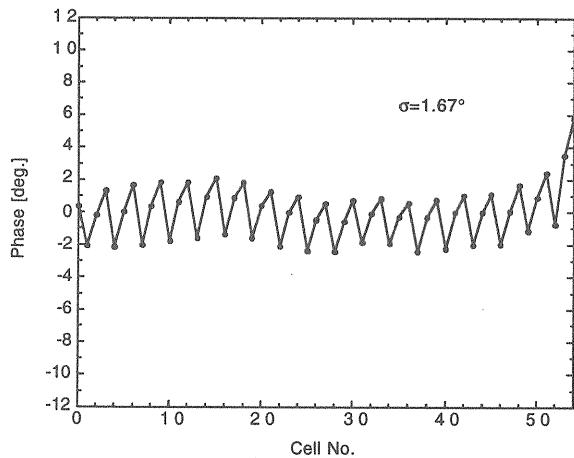


図 3.3.1.4 ノーダル・シフトによる加速管の位相特性。位相のばらつきの標準偏差は 1.67°

ビード法

ここでは、非共振摂動理論に基づくビード摂動法のことをビード法とよぶ。加速管中のRFは進行波の状態である。ビード法では、以下の式より、電場の振幅 E および位相 θ を求める。

$$\Delta\Gamma = \Gamma_p - \Gamma_a = kE^2 e^{2i\theta} \quad (3.3.1.2)$$

ここで、 Γ_p : ビードがあるときの反射係数、
 Γ_a : ビードがないときの反射係数。

図3.3.1.5、図3.3.1.6に、 Γ_p および $\Gamma_p - \Gamma_a$ の測定結果の例を示す。ビードとしては、金属(SUS304)製の針(外径0.46mm、内径0.25mm、長さ5mm)を用いた。ビードを動かす間隔は1mmである。

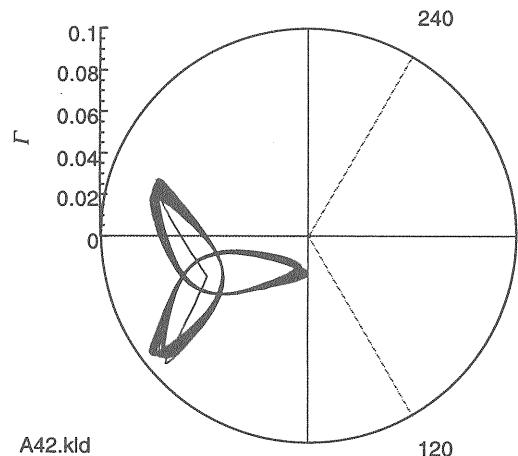


図3.3.1.5 Γ_p 。

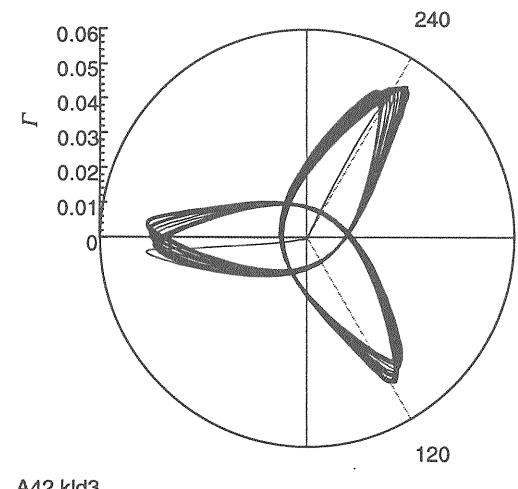


図3.3.1.6 $\Gamma_p - \Gamma_a$ 。

このデータから振幅を算出する。

図3.3.1.7に、電場の振幅($\propto \sqrt{\Delta\Gamma}$)を示す。右上がりになっているのは、この加速管が定電界型ではなく、準定電界型であるためである。1周期分の反射係数、位相および、それらの極座標表示を、図

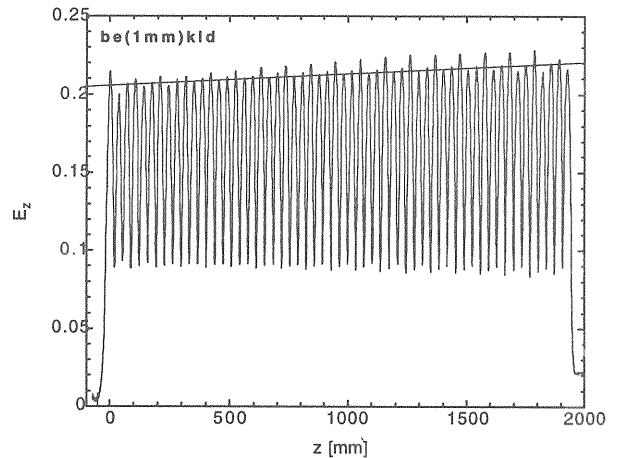


図3.3.1.7 電場の振幅の分布。

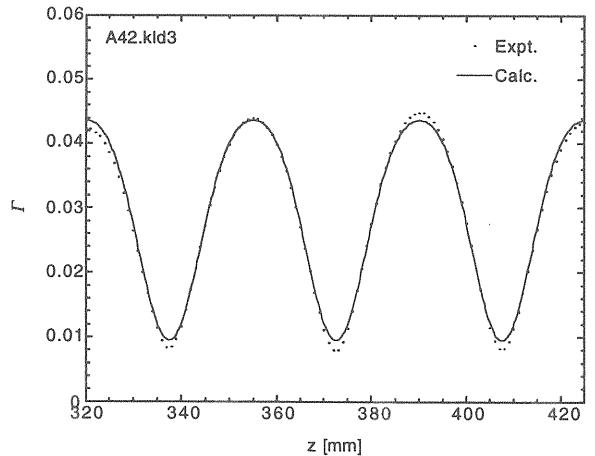


図3.3.1.8 $\Gamma(z)$ 。

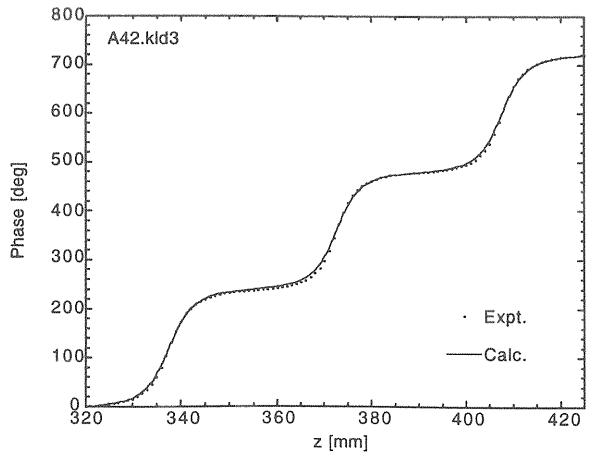


図3.3.1.9 $\theta(z)$ 。

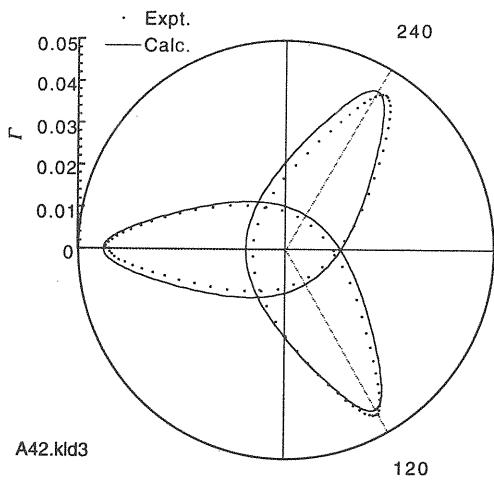


図 3.3.1.10 $E^2 e^{2i\theta}$.

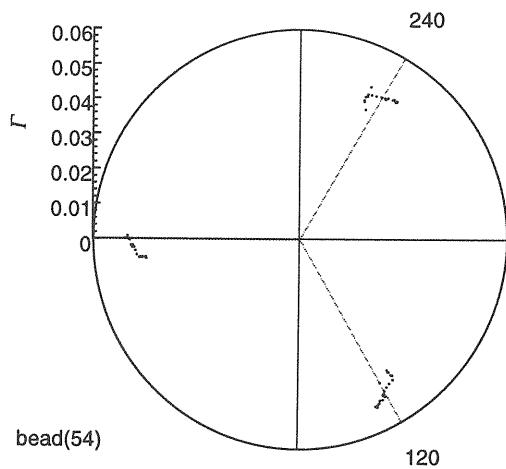


図 3.3.1.11 $\Gamma_p - \Gamma_a$ ($\Delta z = 34.99 \text{ mm}$).

3.3.1.8, 3.3.1.9, 3.3.1.10 に示す。これらの図中の計算値は、以下の式より求めた。

$$E = \sum_{n=0,-1,+1} a_n \exp[-j(1+3n)\beta_0 z] \quad (3.3.1.3)$$

ここで、 $\beta_0 = 2\pi/\lambda$ ($\lambda = 104.969 \text{ mm}$)。フーリエ係数、 a_n の値は、SUPERFISH で求めた電場分布(定在波)をフーリエ分解して求めた(表 3.3.1.1)。逆に、測定した電場の振幅(図 3.3.1.8)および位相(図 3.3.1.9)から次式を用いて求めたフーリエ係数も同表にあげた。

$$a_n = \frac{1}{\lambda} \int_0^\lambda |E(z)| \cos[\beta_n z - \theta(z)] dz \quad (3.3.1.4)$$

表 3.3.1.1 フーリエ係数。

	a_0	a_{-1}	a_{+1}
SUPERFISH	0.752	0.303	-0.0340
ビード法	0.716	0.304	-0.0208

加速管各セル中心のみ($\Delta z = 34.99 \text{ mm}$)のビード法のデータを図 3.3.1.11 に示す。また、これから得られる、位相特性を図 3.3.1.12 に示す。標準偏差は 1.82° である。

比較

図 3.3.1.13 は、ノーダル・シフト法により求めた位相特性の標準偏差(σ)と、ビード法により求めたそれとの関係である。この図を加速管の各タイプ毎に整理してみると、図 3.3.1.14 のようになり、また、各タイプ毎に平均した σ の値($\langle \sigma \rangle$)を

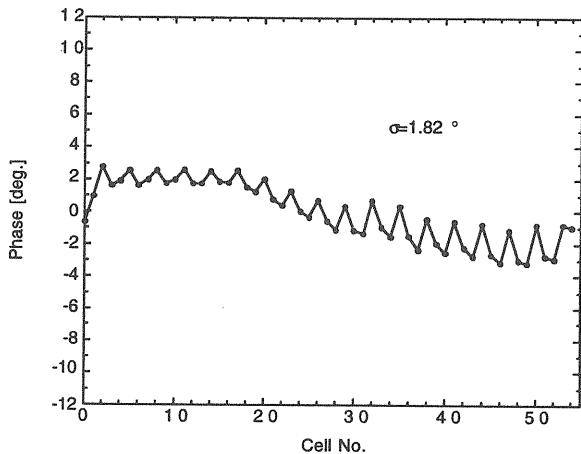


図 3.3.1.12 ビード法による加速管の位相特性。

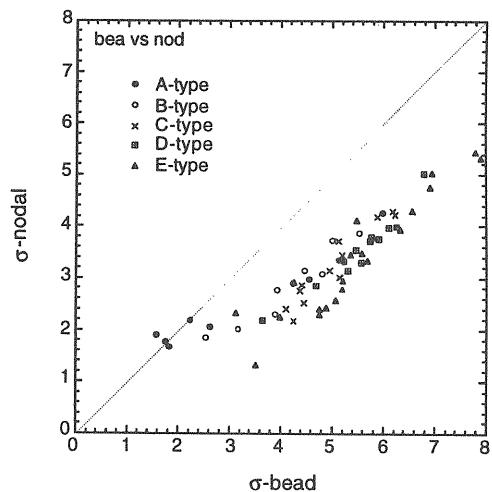


図 3.3.1.13 ノーダル・シフト vs ビード。

群速度の平均値の逆数 ($1/\langle v_g/c \rangle$) の関数としてプロットすると、図 3.3.1.15 のようになる。 $1/\langle v_g/c \rangle$ が大きくなるにしたがって、 $\langle \sigma \rangle$ はノーダル・シフト法、ビード法とともに大きくなっているが、群速度の小さい加速管ほど位相調整が難しいことを示している。

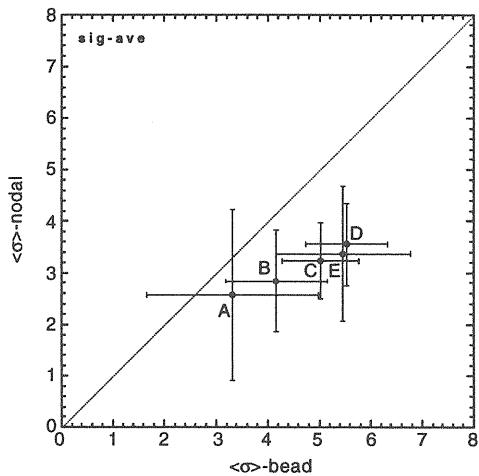


図 3.3.1.14 ノーダル・シフト vs ビード (平均値)。

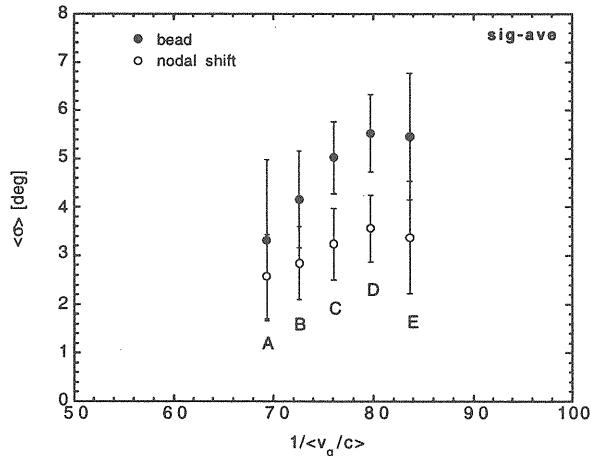


図 3.3.1.15 $\langle \sigma \rangle$ vs $1/\langle v_g/c \rangle$ 。

ビード法の値に比べて、ノーダル・シフト法の値のほうが小さいのは、加速管の位相調整（我々の加速管は加工精度のみで位相精度を確保しているが、具体的には、 $2b$ 寸法で位相が決まる）を一貫してノーダル・シフト法で行なってきたからであり、逆にビード法を用いていれば、ノーダル・シフトの $\langle \sigma \rangle$ の方が大きくなつたであろう。

定電界型加速管のように $2a$ 寸法がセル毎に異なる場合、離調棒の径を変化させてもしないかぎり、離調効果に差ができるはずであり、位相の測定誤差がセル毎に変わってくるものと考えられる。このよう

な観点から、精度を要求される場合、ノーダル・シフト法よりも、ビード法のほうが適しているものと考えられる。ただし、 $2a$ 寸法が大きく、従って、群速度の大きい加速管の場合には、位相調整そのものが容易になるので、どちらの方法を用いてもあまり変わらないかもしれない。実際、図 3.3.1.15 のビード法とノーダル・シフトのデータを、 $1/\langle v_g/c \rangle$ の小さい方向へ、それぞれ外挿すると、 $\sigma=0$ の点で交わる。

3.3.2 反射、減衰、充填時間

反射特性

加速管の入口、出口カッラーから見た反射特性 (VSWR) を図 3.3.1.16 に示す。運転周波数 (2856MHz)での値は 1.07、VSWR < 1.10 以下となる帯域は約 2MHz である。

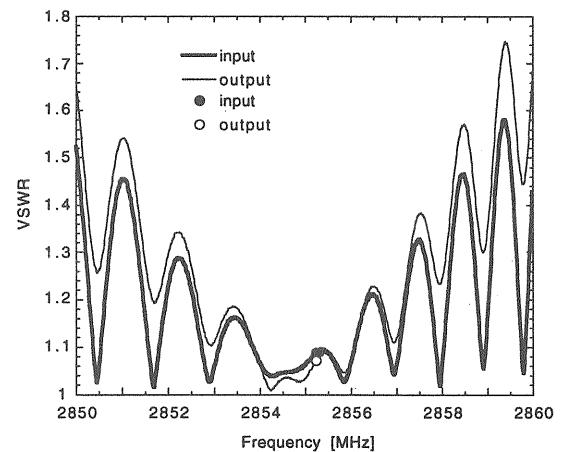


図 3.3.1.16 加速管入口、出口から見た反射係数 (VSWR)。

減衰

図 3.3.1.17 に加速管内での RF の減衰を示す。運転周波数での値は 2.76dB。電力は約半分に減衰する。

充填時間

図 3.3.1.18 に加速管内での RF の充填時間を示す。運転周波数での値は $0.47\mu\text{s}$ である。

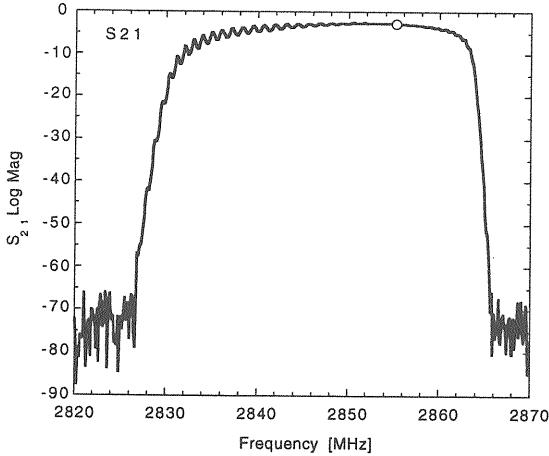


図 3.3.1.17 加速管の減衰特性.

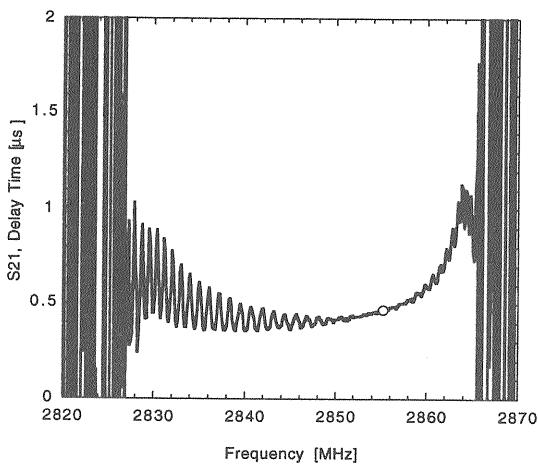


図 3.3.1.18 加速管の充填時間.

3.3.3 寸法, 温度等に対する周波数, 位相等の感度

ここでは, 加速管のディスクや(特に)スペーサーの寸法や温度等が変わったときに共振周波数, 位相エネルギー利得等がどう変化するかを調べてみよう.

まず, スペーサーの寸法変化に対する周波数の変化. ピルボックス型空洞共振器(半径 b)の TM_{010} モードの共振周波数は次式で与えられる:

$$f = \frac{c}{2} \frac{2.405}{\pi b}. \quad (3.3.3.1)$$

よって,

$$\frac{\Delta f}{\Delta b} = -\frac{c}{2} \frac{2.405}{\pi b^2}. \quad (3.3.3.2)$$

したがって,

$$\frac{\Delta f}{\Delta(2b)} = -\frac{c}{\pi} \frac{2.405}{(2b)^2}. \quad (3.3.3.3)$$

例えば, $2b$ が 80mm, 周波数が 2856MHz の場合, $2b$ が $1\mu\text{m}$ 変わると周波数は 36kHz 変わる.

つぎに, 温度の変化に対する周波数の変化. ピルボックスの直径 ($2b$) の線膨張は, 次式に従う:

$$2b = (2b)_0(1+\alpha T). \quad (3.3.3.4)$$

ここで, α : 銅の線膨張率 ($=16.7 \times 10^{-6}$). ゆえに,

$$\frac{\Delta(2b)}{\Delta T} = 2b\alpha. \quad (3.3.3.5)$$

例えば, 温度が 1°C 変わると, $2b$ は $1.3\mu\text{m}$ 変わる. これより, 温度が変化したときの周波数変化が求められる. (3.3.3.3) と (3.3.3.5) から

$$\frac{\Delta f}{\Delta T} = -\frac{c}{\pi} \frac{2.405}{2b} \alpha. \quad (3.3.3.6)$$

例えば, 温度が 1°C 変わると, 周波数は 47kHz 変わる.

つぎに, 温度が ΔT だけ変化した場合の位相変化 $\Delta\theta$ を求めよう. $v_g = d\omega/d\beta$ より,

$$v_g = \frac{df}{d(1/\lambda_g)}$$

ここで, $\theta = 2\pi z/\lambda_g$ だから,

$$v_g = 2\pi z \frac{df}{d\theta}$$

いま, $\theta = 2\pi/3$ 付近を考えているので, $z = \lambda/3$. よって,

$$\begin{aligned} \frac{\Delta\theta}{\Delta T} &= \frac{2\pi}{3} \frac{c}{v_g} \frac{\Delta f}{f} \frac{1}{\Delta T} \\ &= \frac{2\pi}{3} \frac{1}{v_g/c} \frac{\Delta f}{\Delta(2b)} \frac{\Delta(2b)}{\Delta T} \frac{1}{f}. \end{aligned} \quad (3.3.3.7)$$

(3.3.3.3), (3.3.3.5) を (3.3.3.7) へ代入して,

$$\frac{\Delta\theta}{\Delta T} = -\frac{2\pi}{3} \frac{1}{v_g/c} \frac{c}{\pi} \frac{2.405}{2b} \alpha \frac{1}{f}. \quad (3.3.3.8)$$

$v_g = 0.01$ の場合, $0.2^\circ\text{/}^\circ\text{C}$ となる. 加速管のセル数が 55 セル, 温度変化が 0.1°C とすると, 全体では $0.2 \times 0.1 \times 55 = 1.1^\circ$ の位相変化となる.

つぎに, 位相が変化した場合のエネルギー利得の変化を求めてみよう. 位相の初期値を θ_0 , 変化量を $\Delta\theta$, エネルギー利得の変化を ΔV とすると,

$$\begin{aligned}
\frac{\Delta V}{V} &= \cos(\theta_0 + \Delta\theta) - \cos(\theta_0) \\
&= \cos(\theta_0)\cos(\Delta\theta) - \sin(\theta_0)\sin(\Delta\theta) - \cos(\theta_0) \\
&\approx \cos(\theta_0)\left(1 - \frac{(\Delta\theta)^2}{2}\right) - \sin(\theta_0)\left(\Delta\theta - \frac{(\Delta\theta)^3}{6}\right) - \cos(\theta_0) \\
&= -\frac{1}{2}\cos(\theta_0)(\Delta\theta)^2 - \sin(\theta_0)\left(\Delta\theta - \frac{(\Delta\theta)^3}{6}\right)
\end{aligned} \tag{3.3.3.9}$$

$\theta_0=0^\circ$ と 20° の場合について、 $\Delta\theta=0.1, 1, 5^\circ$ に対する $\Delta V/V_0$ の値を計算すると、表 3.3.3.1 のようになる。

表 3.3.3.1 位相変化に対するエネルギー利得の変化。

$\Delta\theta$ [degree]	$\Delta V/V [\%]$		
	$\theta_0=0^\circ$	$0=20^\circ$	
		$\Delta\theta < 0$	$0 < \Delta\theta$
0.1	-0.0002	0.04	-0.04
1	-0.02	0.4	-0.4
5	-0.4	1.6	-2.3

3.4 加速管の高電界試験

3.4.1 各研究機関における高電界試験の例

より高い加速エネルギーを目指すこれからの電子リニアックにおいてはさらに高い(たとえば 80MV/m 以上) の高加速電界が要求されている。このような高電界での運転では、放電に起因する絶縁破壊により反射波の発生や真空悪化が起こりインターロックで運転がトリップしてしまうとか、暗電流が発生して衝突点でのバックグランドが増えるとか、ビームローディングが増加するといったような問題がひき起こされる。中でも、放電の発生により加速管のディスクにピットが生じた場合、その量が多くなると、加速管の容積が変化してしまい位相特性(セル間の移相量) が変化するといったことで起きてしまう。そこまでいくとその加速管はもう使えないということになる。

このような状況の中で、1980 年代中頃から世界各研究機関において加速管の高電界試験が精力的に行なわれてきた。

SLAC

SLAC では S, C, X バンドの加速管に対し高電界試験を行なわれてきた。当初、RF 源の電力不足のため、短い(単空洞または 7 セル) 定在波型の加速空洞に対し試験が行なわれ、80 MV/m の加速電界強度を得るとともに、暗電流の発生や RF 絶縁破壊についての測定が行なわれた。その後、進行波型、1.8m 長の X バンドの加速管が試験されたが、50 MV/m の加速電界に対し、全長で 20° 以上の位相変化が観測された。放電による損傷は特に入口側で激しく、その原因是、入口側は群速度が大きく放電発生によるエネルギー付与が大きいためと推論された。そこで、群速度の異なる加速管を製作し、到達電界強度を比べたところ、群速度が小さくなるほど、到達電界は高くなるという試験結果が得られた。

また、放電発生箇所を特定する目的で、音響測定および RF パルス測定が行なわれ、入口、出口カプラー近傍での放電発生率が高いことが明らかにされた。この測定結果を受けて、カプラー付近の電界強度を 10 % 程度下げた加速管の製作とそれに対する高電界試験が行なわれようとしている。

KEK

S バンドに関しては、長い(17 または 22 セル)、進行波型の加速管を用いて試験が行なわれ、暗電流の全電荷量と運動量スペクトルが測定された。加速管の途中に横方向の磁場をかけることにより、暗電流発生に対する加速管の実効的長さを変化させ、その結果から、暗電流が加速管の中で指数関数的に増倍していることが明らかにされた。

一方、X バンドに関しては、KEK および CERN で製造された 20 セルの進行波管に対し試験が行なわれ、暗電流の全電荷量、運動量スペクトル、プロファイルや放電時の発光などが測定された。KEK の加速管が 600 時間のコンディショニング後に 68 MV/m の加速電界強度に達したのに対し、CERN の加速管は 50 時間後に 85 MV/m に達した。また、両加速管の暗電流の量を比較すると 60 MV/m のときに、CERN 製は KEK 製に対し約 1.5 衍少なかった。この差は製造方法の違いに原因があると考えられている。例えば、KEK 製は表面粗さ 0.2μm であるのに対し、CERN 製は 0.02μm である。

LAL

LAL では 0.5m, 1.3m の長さの S バンド、進行波型加速管と SLED 型パルス圧縮器を使って試験が行なわれ、長パルスに対し 40 MV/m、短パルスに対し 80MV/m の加速電界強度が得られた。

以下では KEK 電子リニアックで行なわれた加速管の高電界試験を中心に紹介する。

3.4.2 テストスタンド、診断用測定装置

KEK 電子リニアックでは、2001 年春に加速管の高電界試験およびコンディショニング専用のテストスタンドを建設した。通常の KEKB 入射運転では、クライストロン出力(平均電力 41 MW、パルス幅 4 μs) は高周波パルス圧縮器(SLED) により増幅されて 4 本の加速管に分配されるが、テストスタンドでは 1 本の加速管へ投入される。加速管出口からの RF 電力は、電力分割器により 2 分配し、2 個の無反射終端器に吸収させる。パルス圧縮器 SLED も用意されている。1 本目の加速管として、KEK 電子リニアックで使っている 5 種類の加速管の内、最もシャントインピーダンスが高い E タイプのものを用いて高電界試験を行なった。

試験の内容としては、加速管の耐圧試験を行なう

とともに、加速管のコンディショニングの進展の様子の指標として、電界放出電子による暗電流（全電荷量および運動量スペクトル）を測定した。図 3.4.2.1 に試験のセットアップを示す。真空引き用イオンポンプは 6箇所に設け、加速管入口、出口に真空計を設置した。RF モニター用の方向性結合器は、クライストロン出口と、SLED 出口に設置した。パルス幅は 4 μs, パルスの繰り返しは 50 pps とした。インターロックは真空と、反射波でかけた。導波管（32 m）は試験前に 100°C のベーキングを行なった。

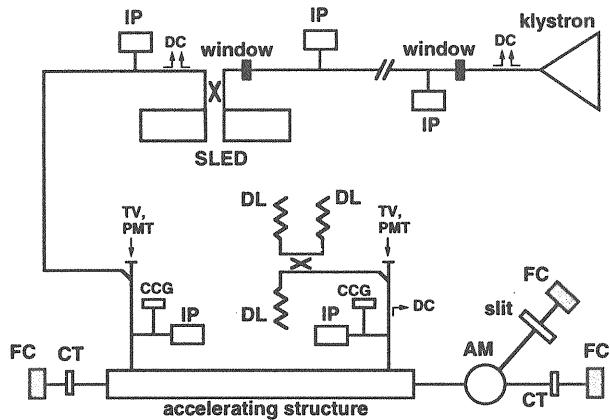


図 3.4.2.1 加速管大電力試験装置。

3.4.3 耐圧試験

始めに SLED を離調して 23 MV/mまでのコンディショニングを行なった後、続いて SLED を同調し、インターロックによるトリップがある頻度を越えないようにして投入電力を上げていった。図 3.4.3.1 に SLED 同調時のコンディショニングの履歴を示す。軸上電界強度は 4.1×10^6 ショット（50pps で 23 日）後に 40 MV/m に達している（ここで試験を打ち切ったのは日程的な理由による）。また、暗電流は電界強度の上昇につれて増加し、入口、出口ともに約 400 μA（ピーク値）に達した。インターロックの発生原因としては、コンディショニング初期の段階では導波管、加速管の真空悪化が主であったが、SLED 同調時には、反射波によるものがほとんどであった。図 3.4.3.2 は、電界強度とトリップの頻度の関係を調べた結果である。36 MV/m では 1 時間当たり 0.3 回であり実用運転に十分耐える値となっている。

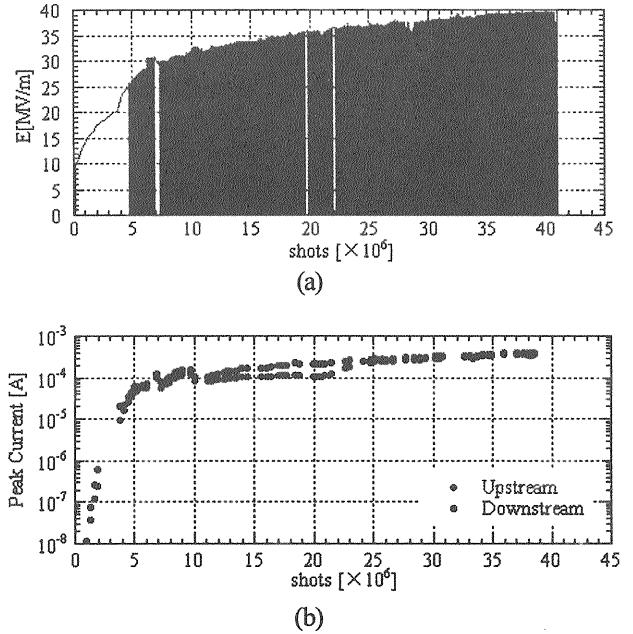


図 3.4.3.1 コンディショニングの履歴。(a) 軸上電界強度、(b) 暗電流。

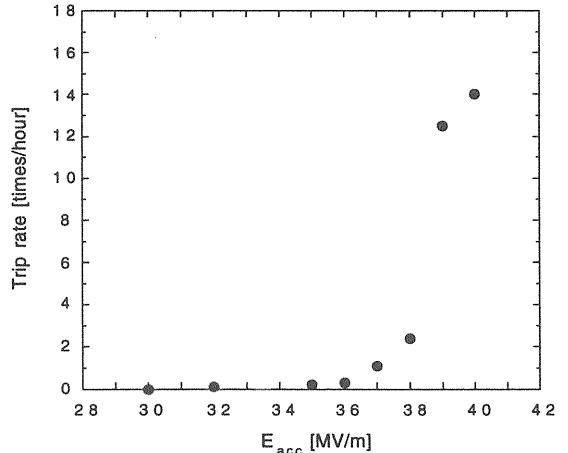


図 3.4.3.2 加速電界強度とトリップ頻度の関係。

3.4.4 暗電流の測定およびシミュレーション

暗電流の総量

暗電流の総電荷量は、ファラデーカップ（図 3.4.2.1 の FC）により測定した（測定の際には SLED を離調した）。電界強度の増加に伴い、暗電流は以下の式に従って増加するとする。

$$I = aE^k. \quad (3.4.4.1)$$

k の値は、コンディショニングが進むにつれて、7 から 21 へと增加了。このデータを電流密度 I [A/m²] と電界強度 E [V/m] を関係づける Fowler-

Nordheim (F.N.) の式 :

$$I = \frac{a \times 10^{4.52\phi^{-0.5}} (\beta E)^{2.5}}{\phi^{1.75}} \exp\left(-\frac{b \times \phi^{1.5}}{\beta E}\right), \quad (3.4.4.2)$$

($a = 6 \times 10^{-12}$, $b = 6.53 \times 10^9$, $\phi = 4$ [eV]) に従って整理すると、図 3.4.4.1 のようになる (F.N. プロット). ここで、最大表面電界 E_s の値は、軸上加速電界 E_{axis} の値の 2.1 倍とした. F.N. プロットの傾きから求められる電界増倍係数 β の値を図 3.4.4.2 に示す (ただし, $E = 21.8$ MV/m). β の値はコンディショニングが進むにつれて減少していく、今回の試験では最終的に約 60 という値が得られている. まだ減少を続けるかどうかを確認するにはもっと長期間の試験を行なう必要がある.

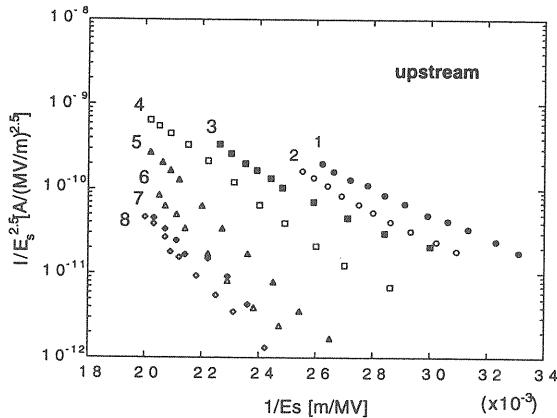


図 3.4.4.1a Fowler-Nordheim プロット. 加速管上流.

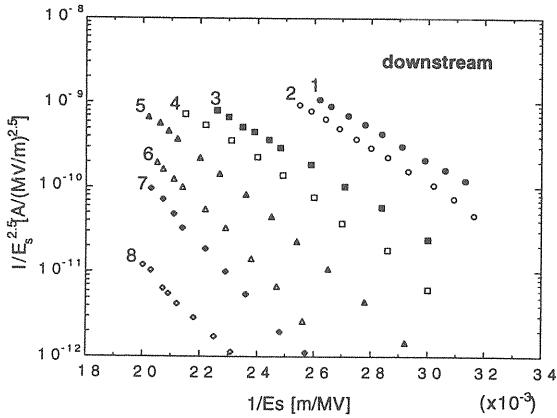


図 3.4.4.1b Fowler-Nordheim プロット. 加速管下流.

臨界勾配

ここで、加速管の中で生じた電界放出電子が位相速度 c の RF に捕捉される条件 (臨界勾配) を考え

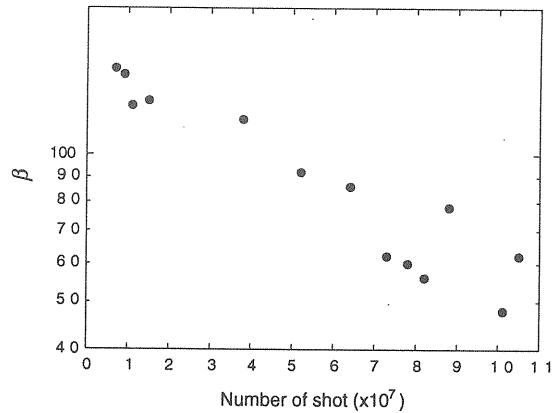


図 3.4.4.2a 電界増倍係数, β の履歴. 加速管上流.

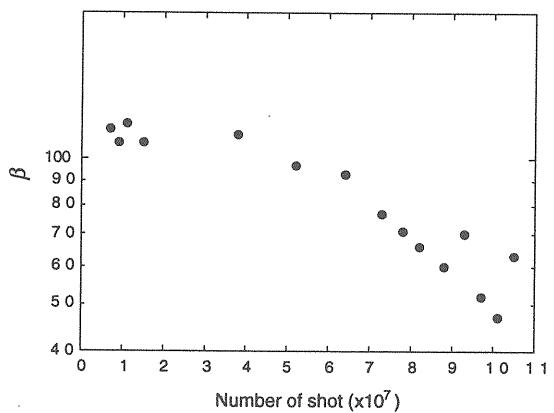


図 3.4.4.2b 電界増倍係数, β の履歴. 加速管下流.

てみよう. ディスク表面電界は、最も高い場所で軸上加速電界の約 2 倍あるから電界放出された電子の初期運動エネルギーが小さくても、条件 (軸上加速電界強度とその位相) がそろえればすぐに光速まで加速される.

軸上にある初期運動エネルギー p の電子が RF に捕捉されるための閾値、 E_{cri} は次式で与えられる.

$$E_{cri} = \frac{k}{2} \left(\sqrt{p^2 + 1} - p \right) \quad (3.4.4.3)$$

ここで、 $k=2\pi/\lambda$. 従って、静止状態にある電子の捕捉条件は (2.4.4) で $p=0$ とおけば、

$$E_{cri,0} = \frac{k}{2} = \frac{\pi}{\lambda} \quad (3.4.4.4)$$

または、[MV/m] 単位で表すと、

$$E_{cri,0} = \frac{\pi m_0 c^2}{e \lambda} \quad (3.4.4.5)$$

となる. 周波数 2856 MHz に対しては、15.3MV/m

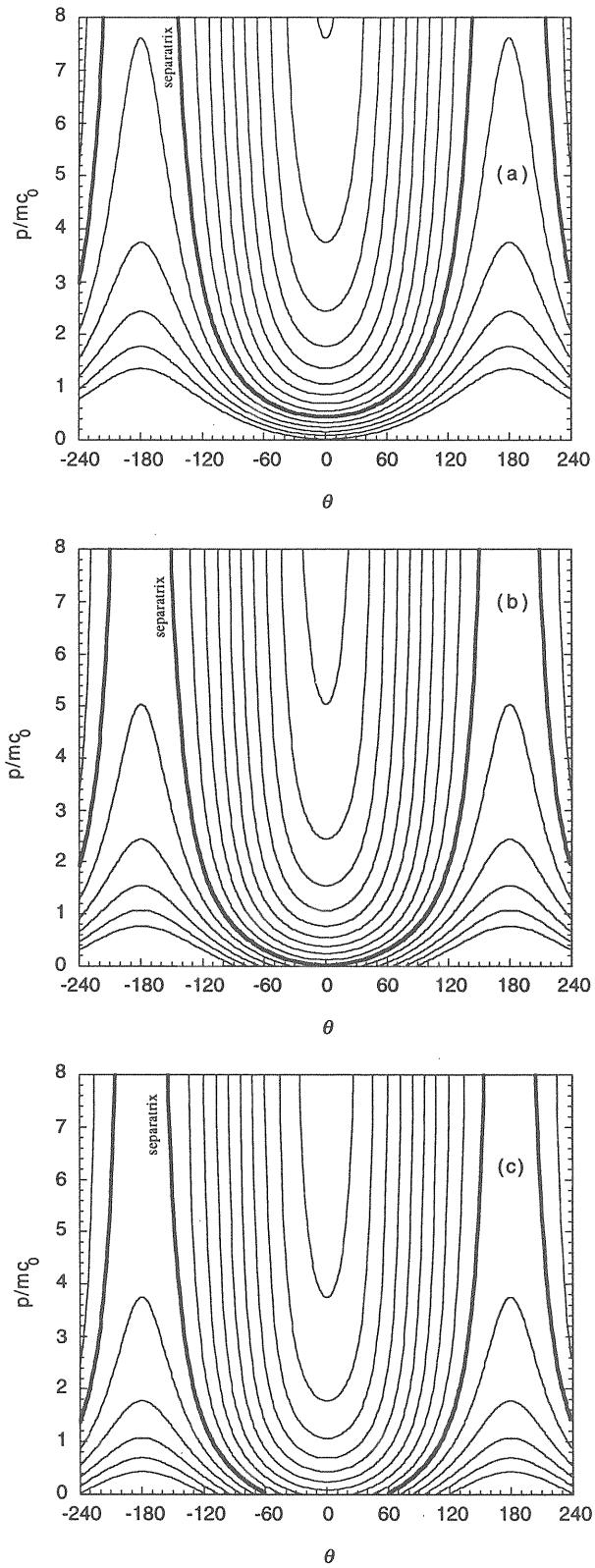


図 3.4.4.3 位相空間, (a) $E=10 \text{ MeV}$, (b) $E=15 \text{ MeV}$,
(c) $E=20 \text{ MeV}$.

となる。図 3.4.4.3 は、加速電界強度 $10, 15, 20 \text{ MV/m}$ に対する位相空間を表したものであるが、セパラト

リックスの底が $p = 0$ の線に接することが RF による電子の捕捉条件(臨界勾配)を与える。この図からも臨界勾配が 15 MV/m であることがわかる。しかし、実際の加速管では電子の放出点が軸上にないことや飛び出した電子がディスクにあたってしまう可能性があることなどから(2.4.6)から多少ずれてくるかもしれない。図 3.4.4.4 は電界放出電子の軌道のシミュレーション結果であるが、臨界勾配が約 20 MV/m であることを示している。但し、この結果もディスク内径の大きさに強く依存する。

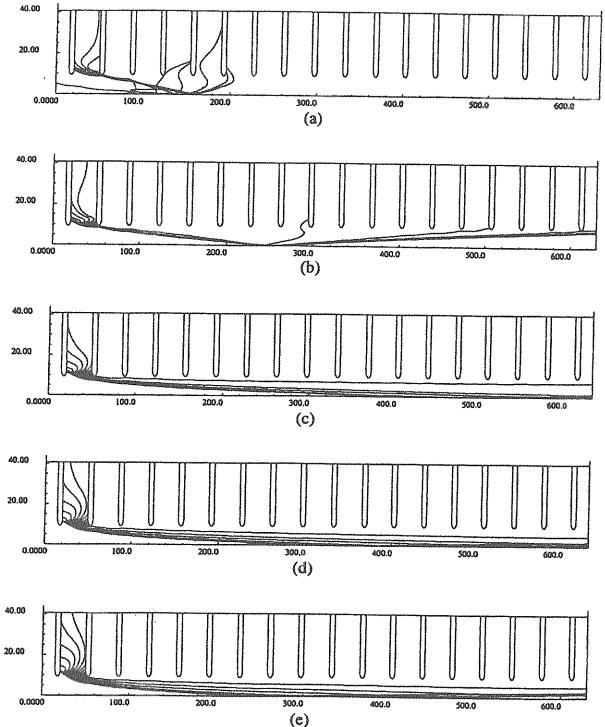


図 3.4.4.4 電界放出電子の軌道. (a) 15, (b) 20,
(c) 40, (d) 60, (e) 80 MV/m.

暗電流の運動量スペクトル

暗電流の運動量スペクトルを分析電磁石を使って測定した(SLED は同調)。最大磁場強度、電磁石の実効半径、有効半径をそれぞれ B 、 r_{eff} 、 ρ とすると、分析可能な最大エネルギー pc [MeV] は、

$$\begin{aligned} pc &= 300B\rho \\ &= 300Br_{\text{eff}}/\tan(45^\circ/2) \\ &= 300 \times 1 [\text{T}] \times 0.0897 [\text{m}] / \tan(22.5^\circ) \\ &= 65 [\text{MeV}], \end{aligned}$$

となる。図 3.4.4.5 に暗電流の運動量スペクトルの

測定結果をシミュレーション結果(相対値)とともに示す。図3.4.4.6に電子の軌道の例を示す。運動量の測定値の最大値は、 $E_{acc}=36.4$ MeV/mの場合に50MeV/cであるが、さらに高感度の電流計を用いれば、もっと高くなるのかもしれない。シミュレーションでは、電界増倍係数 β の値は70、2次電子増倍係数の値は1.5とした。スペクトルの形は、加速管の個性や、コンディショニングの履歴等、様々な要因に依存していると考えられる。さらに測定データを蓄積することが必要であろう。

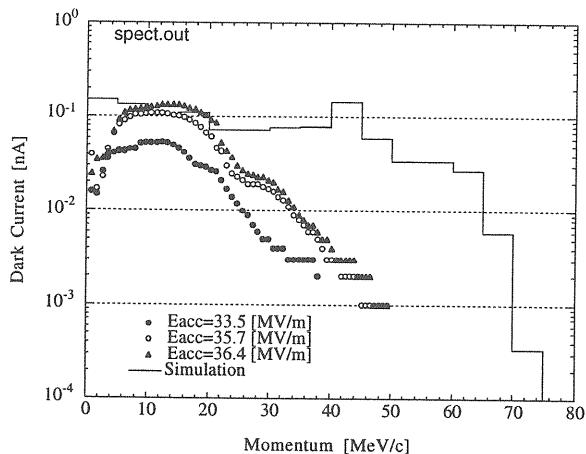


図3.4.4.5 暗電流の運動量スペクトル。

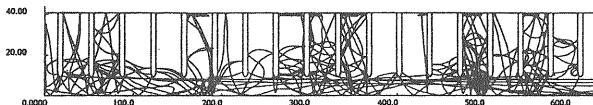


図3.4.4.6 電子の軌道のシミュレーション結果。

3.4.5 放射線の測定

加速管の入口、出口カプラーにおいて放電発生の可能性が指摘されているが、放電の有無、放電の場所、パルス内での放電発生のタイミング等についての知見を得るために、加速管から90°方向に放出される放射線(ガンマ線および中性子)を液体シンチレーターにより測定した。この測定は、4-8ユニットで行なった。

測定システム

図3.4.5.1、図3.4.5.2に試験のセットアップおよび写真を示す。 z は、検出器の位置を表わし、 $z=0$ が入口カプラーにあたる。放射線の検出にはNE213液体シンチレーター(直径50.8 mm、高さ50.8 mm)を用い、波形弁別法によりガンマ線と中性子

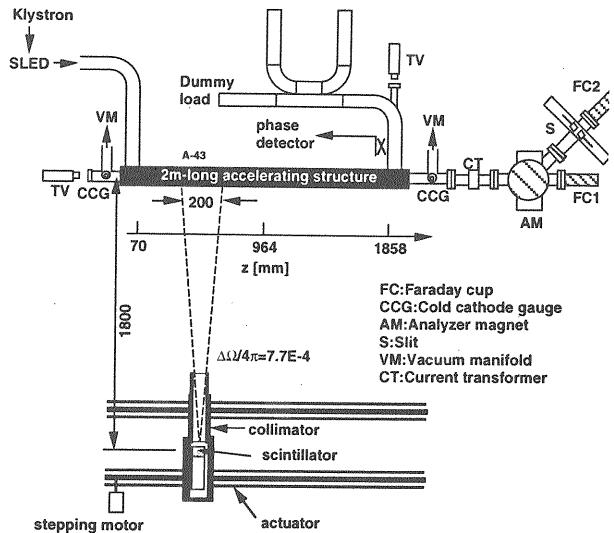


図3.4.5.1 加速管大電力試験のセットアップ。

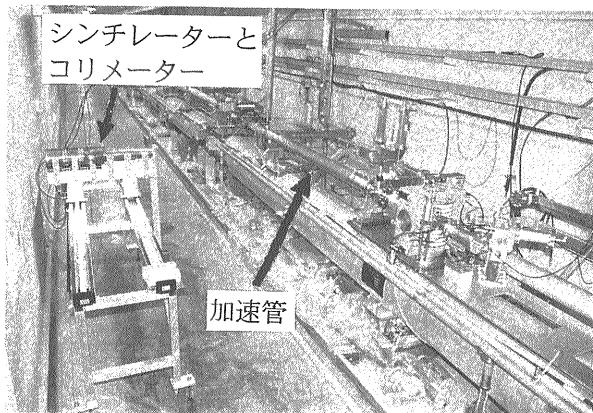


図3.4.5.2 加速管大電力試験装置(4-8ユニット)。

を分離し、同時に測定した。図3.4.5.3に回路系のブロック図を示す。シンチレータおよび光電子増倍管は図3.4.5.4に示すようなコリメーターに収納した。シンチレーターが覗く加速管の軸方向長さは約20 cmである。アクチュエーターに乗せたコリメーターの移動はステッピングモーターにより遠隔操作し、絶対位置をマグネスケールによりモニターした。なお、SLEDを同調するとパイルアップにより測定不能となるためSLED離調で測定した。中性子とガンマ線の弁別は、両者のパルスの立上がり時間の差を、立上がり時間-波高変換器を用いて波高の差に変換して行なった。図3.4.5.5、3.4.5.6に中性子・ガンマ線の弁別特性を示す。

ゲート信号の幅(t_w)および遅延時間(t_d)を変化させたときの計数の変化を調べた。図3.4.5.7の斜線部は t_w および t_d を変えたときに、RFパルス内でゲートが開いている時間を表わす。ただし、

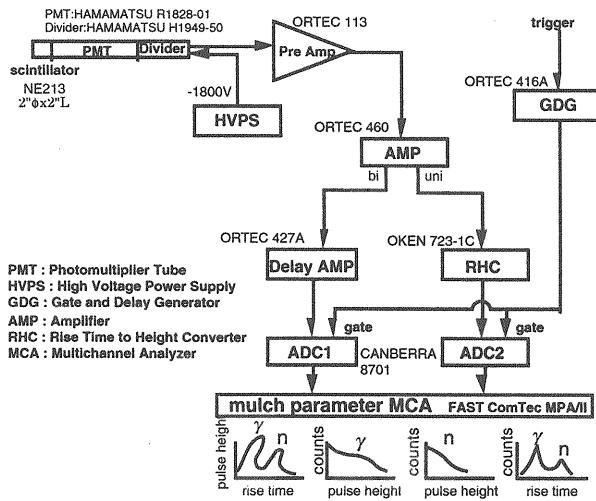


図 3.4.5.3 放射線測定回路。

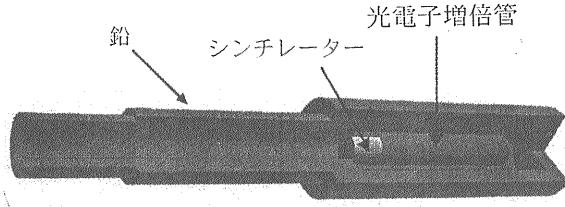


図 3.4.5.4 コリメータと検出器。

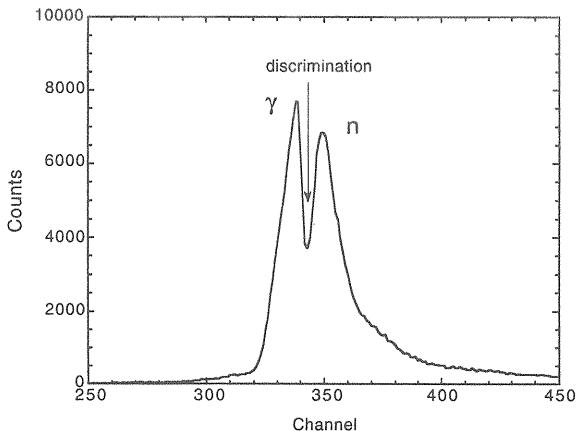


図 3.4.5.5 中性子・ガンマ線の弁別特性 (1 次元)。

$E=22.5 \text{ MV/m}$ とした。 $z=1858 \text{ mm}$ (出口カプラー附近), $t_w=1 \mu\text{s}$ に対する測定結果を図 3.4.5.8 に示す(横軸は遅延時間, t_d)。他の位置では、ガンマ線、中性子とともに、グラフの形は、ほぼ二等辺三角形あるいは、等脚台形に近い形をしており、これはパルス内で均等に放射線を発生していることを意味している。ところが、図 3.4.5.8 の場合、パルスの立上がりと立下りで発生する中性子はパルスの中間で発生するものの 5 倍程度強いことがわかる。放射線の発生が放電の前駆現象の一つであるとすれば、この測定結果は、出口カプラーのパルスの立上がりと立下りで放電が起きやすいことを示唆している。また、この事実は、ガンマ線だけを測定してもわからなかったことであり、放射線によって放電発生のタイミングを評価する際には、中性子の測定が必要であることを示している。

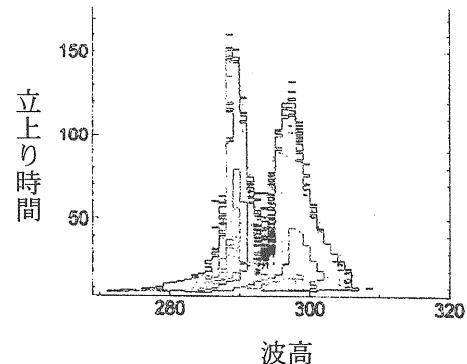


図 3.4.5.6 中性子・ガンマ線の弁別特性 (2 次元)。

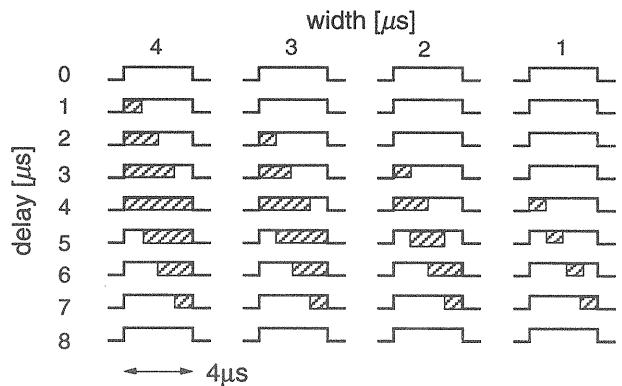


図 3.4.5.7 ゲート信号の幅 t_w および遅延時間 t_d を変えたときに、RF パルス内 (パルス幅 = $4 \mu\text{s}$) でゲートが開いている時間 (斜線部分)。

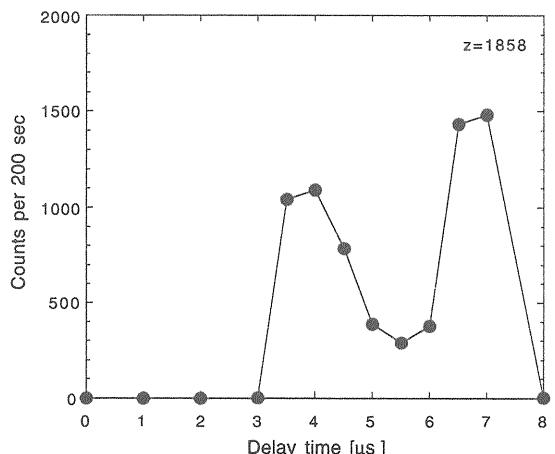


図 3.4.5.8 $z=1858 \text{ mm}$ のときの中性子の計数率。
ゲート信号の幅は $1 \mu\text{s}$ 。

ば、この測定結果は、出口カプラーのパルスの立上がりと立下りで放電が起きやすいことを示唆している。また、この事実は、ガンマ線だけを測定してもわからなかったことであり、放射線によって放電発生のタイミングを評価する際には、中性子の測定が必要であることを示している。

3.4.6 外部磁場、パルス幅の影響

陽電子発生装置のターゲット直後の磁場中に置かれた加速管は、放電に起因すると見られる真空悪化により高周波電力が入りにくいという問題をかかえていた。図 3.4.6.1 は旧陽電子リニアック (P-4) 加速管カプラー付近の放電痕の写真を示す。(a) は第 1 ディスク、(b) は導波管 (アイリスからクライストロン側へ約 10 cm の距離)。ここまで損傷が進むと、規定の電力の半分程度しか投入できなくなり、陽電子の収率低下につながり、深刻な問題となる。

電場強度を下げれば、RF 電力が入りやすいことはわかっているので、カプラー付近の電場強度を下げる何らかの工夫が必要であるといえる。

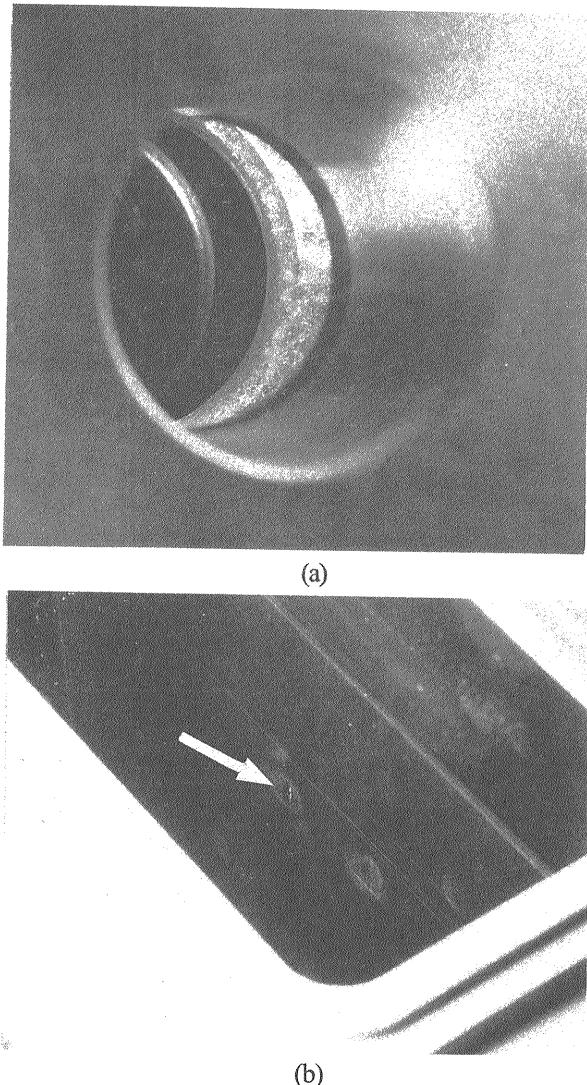


図 3.4.6.1 陽電子標的直後の加速管カプラーの放電痕、(a) 第 1 ディスク、(b) 導波管(矢印の部分は熔融している)。

RF が入りにくい原因については明確な説明は与えられていないが、原因解明のひとつのアプローチとして加速管中の電界放出電子の軌道に対する外部磁場の効果をシミュレーションにより調べた。計算モデルは図 3.4.6.2 に示すような 3 セルの加速空洞である。RF としては、進行波 (TW, 図の左から右へ流れる) と定在波 (SW, カプラーに相当) を考える。電子の放出地点は、ディスク上の最も電界が強い場所とした。電磁場の計算は MAFIA により行ない、進行波は二つの定在波 (偶モード、奇モード) より合成した (3.1.1 参照)。加速管は、 $2a = 24.95$, $2b = 82.988$ (A タイプ最上流部の寸法)。加速電場強度は、6 MV/m (クライストロン出力電力 20 MW に相当), および、1.5 MV/m (同、1.25 MW 相当)。2 次電子は考慮しなかった。また、外部磁場 H (最大 0.4 T) は、軸方向に一様に印加されているとした。6 MV/m に対する計算結果を図 3.4.6.2 に示す。電子放出時の RF 位相は 20° 間隔。図中の数字は、衝突電子の運動エネルギーを表わす。また、図 3.4.6.3 に 2 次電子を考慮した場合の例を示す (定在波, 6 MV/m, 0.1 T)。これらの図から以下のことがわかる。

1. 磁場が強くなるほど電子は隣接ディスクに当たりやすくなり、当たる範囲も狭くなる。
2. ディスク間でマルチパクターが起こる場合がある。

新しい加速管、あるいはしばらく運転を休止していた加速管に電力を投入する際には、電力の値を低いところから始めて徐々に高くしていくということが行なわれる (コンディショニング、またはエージングと呼ばれる)。図 3.4.6.3 から言えることは、コンディショニングをする際に電力を変えるだけではなく、磁場強度も変えながら行なうと広い範囲の “ガス出し” を行なうことができて効果的である (かもしれない) ということである。KEK 電子リニアックでは、以前は図 3.4.6.5 (a) のように、磁場ゼロで電力をゼロから最大値 (使用値より少し高め) まで上げ、つぎに最大電力で磁場をゼロから使用値まで上げ、最後に最大磁場強度で電力をゼロから最大電力まで上げるという手順でコンディショニングを行なってきたが、現在は、同図 (b) のように電場強度を細かく変えながらコンディショニ

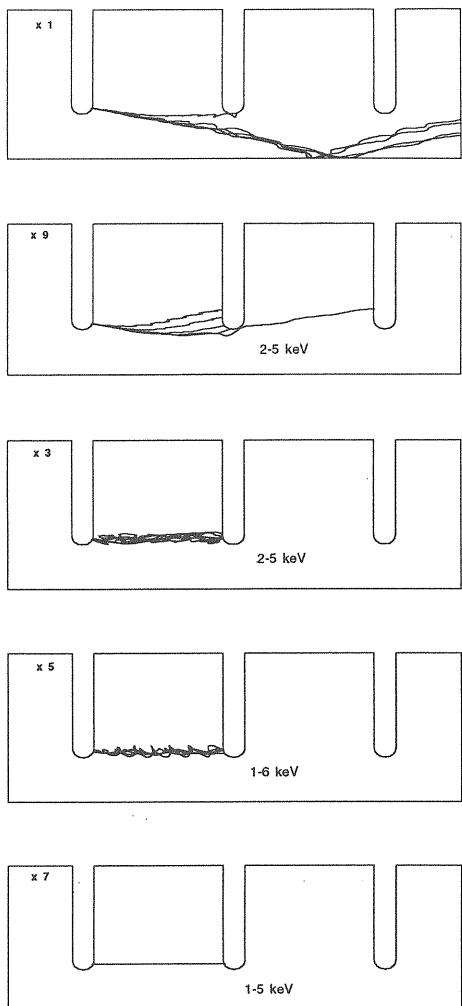


図 3.4.6.2 電界放出電子の軌道. $E=1.5 \text{ MV/m}$.

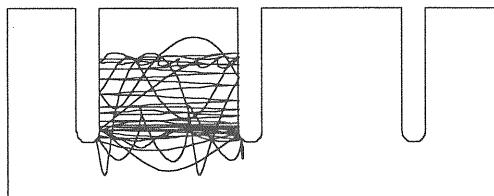


図 3.4.6.3 電界放出電子の軌道. 2 次電子を考慮した場合.

ングを行なっており効果的である(ような気がする).

図 3.4.4.6 は X バンド高周波窓 (“Kazakov” 窓) の大電力試験におけるパルス幅と最大電力の関係を示したものであるが、パルス幅が短いほど最大電力は大きくなっているのがわかる。加速管でも同様な傾向があり、KEK 電子リニアックでは 2000 年 3 月の陽電子ターゲット直後の加速管における放電多

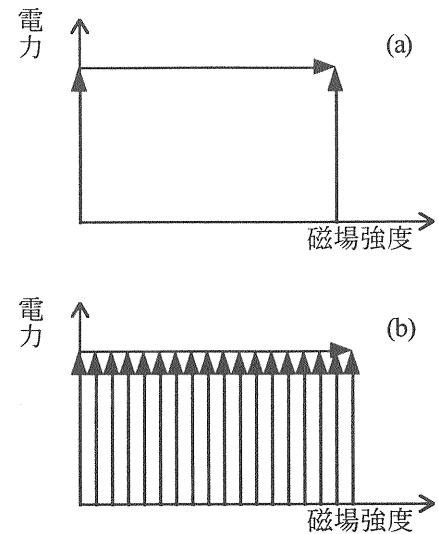


図 3.4.6.4 コンディショニングの手順. (a) 従来の方法, (b) 現在の方法, 磁場強度と電力を変えながら行なう.

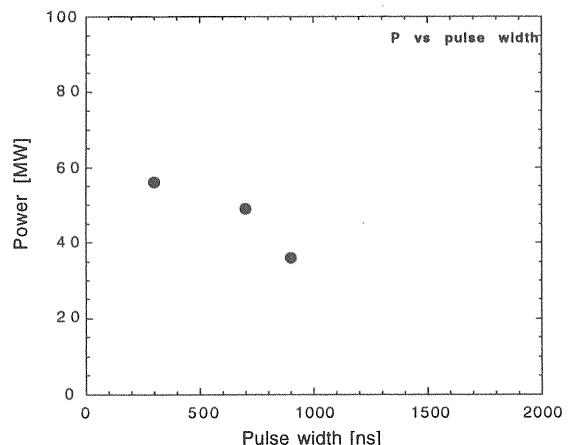


図 3.4.6.5 パルス幅と最大電力の関係. X バンド高周波窓 (“Kazakov” 窓).

発事故の後、立体回路の組換えを行ないパルス幅を短くしてからは、放電によるトリップはほとんどなくなった(少なくともここでの電力レベルでは)。

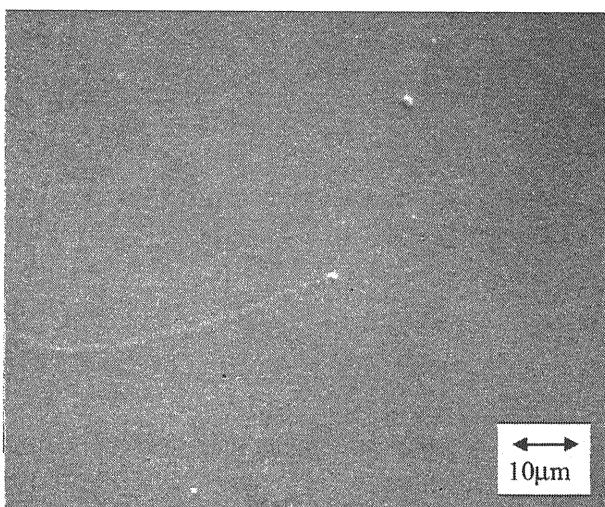
電力がなかなか上がっていないような場合、一旦パルス幅を短くして高い電力までコンディショニングを行なってから、通常のパルス幅で低い電力からコンディショニングを行なうと効果的な場合もある。

3.4.7 加速管の超純水高圧洗浄

加速管の耐圧向上の具体的手段として、超伝導空洞においては超純水による高圧洗浄が効果的であることが明らかにされ、同じ手法は S バンドの高周波電子銃にも適用され、それぞれ、40MV/m, 300MV/m という表面電界強度が得られている。常伝導の加速管そのものに対する超純水高圧洗浄の効果はこれまで調べられていなかったが、最近 KEK の電子リニアックにおいて、洗浄のための検討が始まったのでその結果を紹介しよう。

洗浄から高電界試験までの手順は、

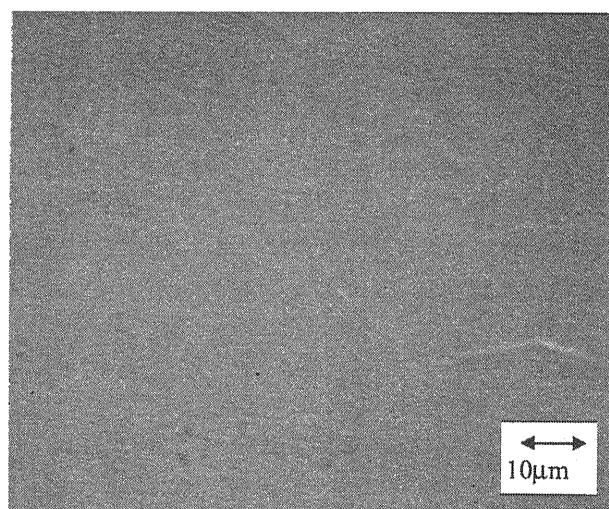
- (1) 洗浄：加速管は縦に吊るし、中心に通したノズルから超純水を噴出させ洗浄する。
- (2) 乾燥、真空引き、輸送



(a)

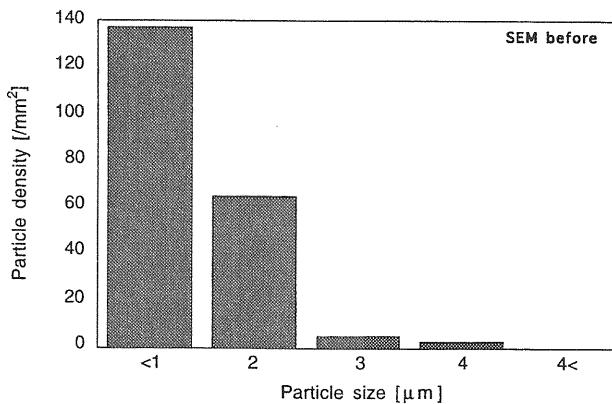
(3) テストスタンドに設置（このとき大気暴露しないようにする）、高電界試験

となるが、加速管を洗浄する前に、試験ディスク（実機用ディスクと同じ物）を用いて洗浄条件について調べた。水圧、洗浄時間を使ってディスク表面上の残留粒子の数を電子顕微鏡を用いで数えると、水圧（3～8MPa）、洗浄時間（10 分～1 時間）に依らず、図 3.4.7.1（ディスク表面の電子顕微鏡写真）、図 3.4.7.2（ディスク表面上の粒子数）のようになり、ディスク表面上の粒子数は洗浄前に比べて 1 枠以上少なくなっていることがわかる。現在、粒子数以外のパラメータの評価や、加速管実機の洗浄方法の検討を進めているところである。

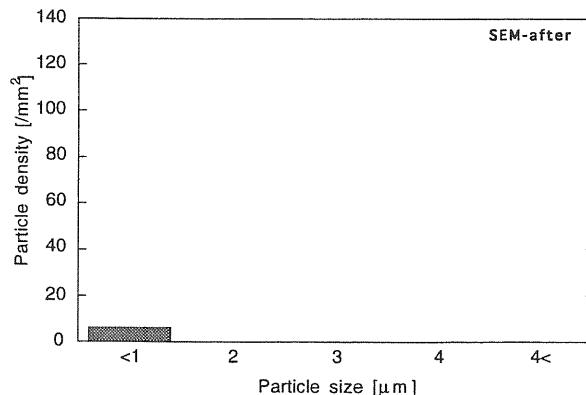


(b)

図 3.4.7.1 ディスク表面の顕微鏡写真。倍率倍。(a) 洗浄前、(b) 洗浄後。水圧=3 MPa、洗浄時間=30 分。



(a)



(b)

図 3.4.7.2 ディスク表面上の粒子数。(a) 洗浄前、(b) 洗浄後。水圧=3 MPa、洗浄時間=30 分。

4. 立体回路

4.1 高周波特性測定法

本節では、基本的な高周波特性、すなわち電場強度、 Q 値、結合係数、透過係数、反射係数、電場分布、シャントインピーダンスの測定方法について解説する。

電場強度の測定

電場強度あるいは電力の測定には良く検波器(ダイオード)が用いられる。ダイオードの検波特性は、入力電力の値によって異なる。すなわち、入力電力が小さいとき(検波電流が $\sim 1\mu\text{A}$ 以下のとき)には二乗検波を示すが、入力レベルが大きいときには直線検波に近くなる。従って、検波出力レベルの大小をそのまま利用する測定においては検波特性が使用レベルの範囲でどのようにになっているのかを測定し、検波電流に対する電場強度の校正を行なっておく必要がある。

検波特性が n 乗検波とすると、検波電流 i と電場強度 E との関係は、次式で与えられる。

$$i = E^n \quad (4.1.1)$$

n について解くと、

$$n = \log(i)/\log E \quad (4.1.2)$$

となる。例えば、矩形空洞共振器の TE_{01n} モードの電場は、軸方向には次式のような分布をしている：

$$E \propto \sin(2\pi z/\lambda_g) \quad (4.1.3)$$

したがって、 $\sin(2\pi z/\lambda_g)$ と i との関係を両対数グラフにプロットすれば直線が得られ、その傾きが n を

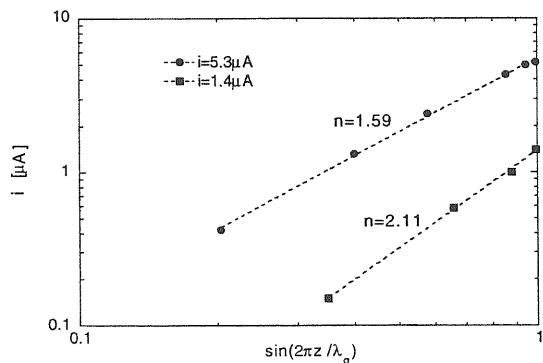


図 4.1.1 検波特性。

与える(図 4.1.1)。この図からわかるように、検波電流 i が $1.4\mu\text{A}$ の場合は $n=2.11$ と二乗検波に近いが、 i が $5.3\mu\text{A}$ になると $n=1.59$ と二乗検波からずれてくる。

Q 値、結合係数、反射係数の測定

空洞共振器を特徴付けるパラメーターとしては、 Q 値と結合係数 β がある。 Q 値は次式で定義される。

$$Q = \omega_0 \frac{U}{P} \quad (4.1.4)$$

ここで、 ω_0 ：共振周波数、

U ：空洞に蓄えられているエネルギー、

P ：損失。

Q 値には無負荷の Q (unloaded Q)、 Q_0 、外部の Q (external Q)、 Q_{ext} 、負荷時の Q (loaded Q)、 Q_L の三つがあり、それぞれに対応する損失を P_0 、 P_{ext} 、 P_L とすると、

$$P_L = P_0 + P_{\text{ext}} \quad (4.1.5)$$

であるから、

$$\frac{1}{Q_L} = \frac{1}{Q_0} + \frac{1}{Q_{\text{ext}}} \quad (4.1.6)$$

となる。結合係数は、空洞と外部回路(普通は導波管)の結合の強さを表し、

$$\beta = \frac{P_{\text{ext}}}{P_0} = \frac{Q_0}{Q_{\text{ext}}} \quad (4.1.7)$$

で表され $\beta > 1$ 、 $\beta = 1$ 、 $\beta < 1$ に対応して、それぞれ、強結合、臨界結合、弱結合という。(4.1.6)、(4.1.7)より、以下の関係が導かれる。

$$Q_L = \frac{1}{1+\beta} Q_0 \quad (4.1.8)$$

これらのパラメータの測定方法としては、以下の三つがよく用いられる。

(a) 減衰測定法

空洞共振器に矩形パルスを入力したときの空洞内電場の波形および反射波形から、 Q_L および結合係数が求められる。 U の減少率が P であるから、

$$P = -\frac{dU}{dt} \quad (4.1.9)$$

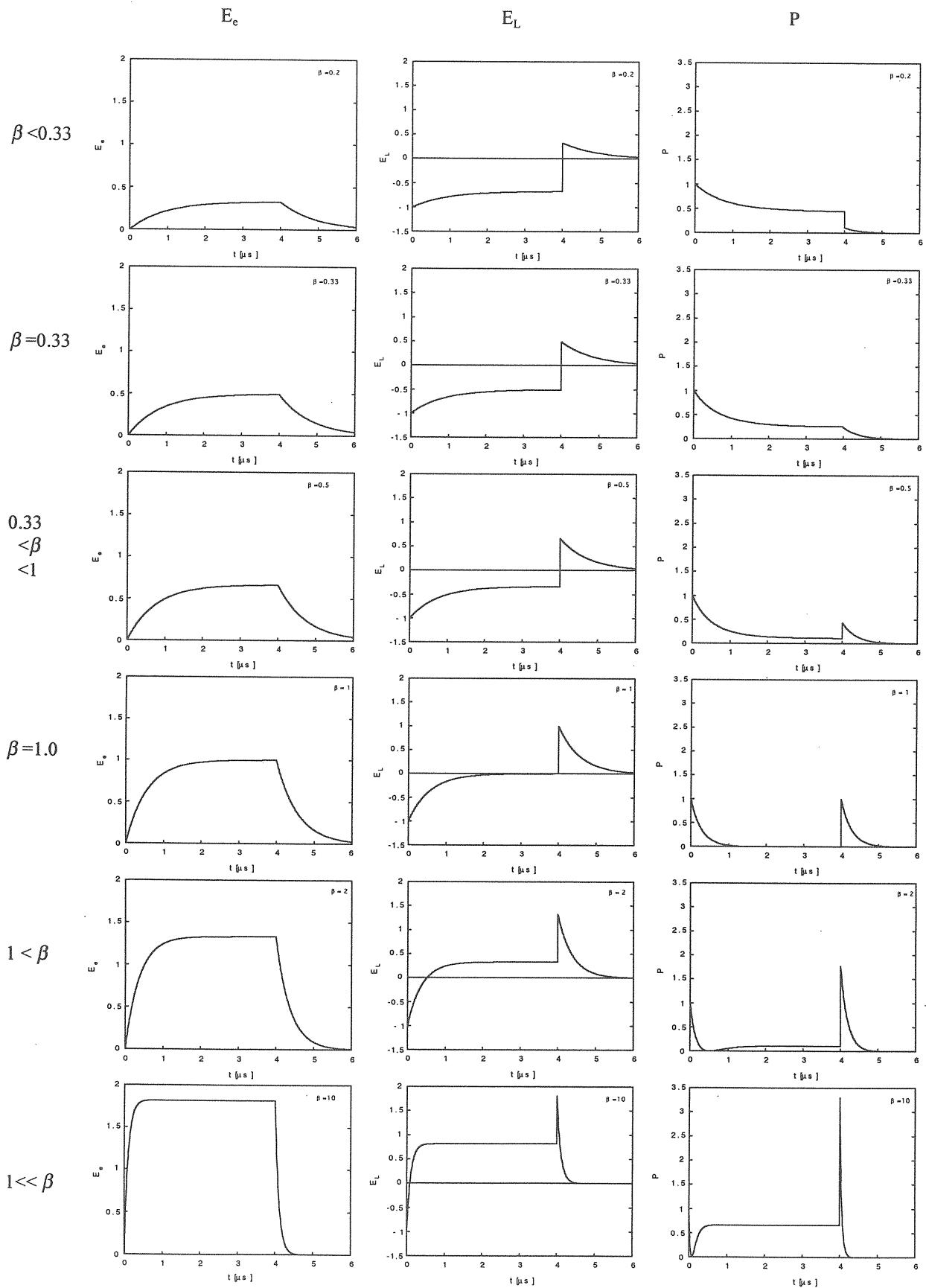


図 4.1.2 いろいろ結合係数, β に対するパルス波形. E_e : 空洞から放出される波, E_L : E_e + 結合孔から反射されてくる波. P : 反射電力. $f=2856\text{MHz}$, $Q_0=10,000$, $t_l=4\mu\text{s}$.

したがって、(4.1.4)を使えば、

$$U = U_0 e^{-\frac{\omega_0 t}{Q}} \quad (4.1.10)$$

となり、ステップパルスを切ったときの空洞内電力の減衰の時定数から Q_L が求められる。 U が U_0 の $1/e$ になる時間を Δt とする

$$\Delta t = \frac{Q}{\omega_0} \quad (4.1.11)$$

となる。

また、 β は、反射波の立上がりと立下がりのピーク値から以下のようにして求められる。空洞への入射波を E_i 、空洞から放出される波を E_e とすると、結合孔での反射波は、 $-E_i$ となり、結合孔から放出される波 E_L は、次式で与えられる。

$$E_L = -E_i + E_e \quad (4.1.12)$$

ここで、 P_i を入射電力、 P_L を反射電力、 P_0 を無負荷の損失とすると、電力は保存されるから、

$$P_i = P_L + P_0 + \frac{dU}{dt} \quad (4.1.13)$$

が成り立つ。電力は電場の二乗に比例することと、(4.1.7)を使うと、

$$E_i^2 = (E_e - E_i)^2 + \frac{E_e^2}{\beta} + \frac{2Q_0}{\omega\beta} E_e \frac{dE_e}{dt} \quad (4.1.14)$$

が得られる。(4.1.14) は以下のように書き換えられる。

$$t_f \frac{dE_e}{dt} + E_e = \alpha E_i \quad (4.1.15)$$

ここで、 t_f ：空洞の充填時間= $2Q_L/\omega=2Q_0/[\omega(1+\beta)]$ 、 $\alpha=2\beta/(1+\beta)$ 。

パルスが ON の時間を $[0, t_1]$ とすると、 E_i は、 $0 < t < t_1$ では 1、 $t_1 < t$ では 0 である。それぞれの区間にに対して(4.1.15)を解くと、

$$E_e = \alpha \left[1 - e^{-\frac{\pi(1+\beta)t}{Q_0}} \right] \quad (0 < t < t_1) \quad (4.1.16a)$$

$$E_e = \alpha \left[e^{-\frac{\pi(1+\beta)t_1}{Q_0}} - 1 \right] e^{-\frac{\pi(1+\beta)t}{Q_0}} \quad (t_1 < t) \quad (4.1.16b)$$

となる。また、 E_L 、 P は、次式で与えられる。

$$E_L = -1 + E_e \quad \cdots \quad 0 < t < t_1 \quad (4.1.17a)$$

$$E_L = E_e \quad \cdots \quad t_1 < t \quad (4.1.17b)$$

$$P = E_L^2 \quad (4.1.18)$$

E_e 、 E_L 、 P を、いろいろな結合係数に対してプロットすると図 4.1.2(次頁) のようになる。 $t=t_1-0$ 、 $t=t_1+0$ での反射電力の値を P_1 、 P_2 とすると、

$$P_1 = \left[\left(\frac{2\beta}{1+\beta} \right) \left\{ 1 - e^{-\frac{\pi t_1}{Q_L}} \right\} - 1 \right]^2 \quad (4.1.19a)$$

$$P_2 = \left(\frac{2\beta}{1+\beta} \right)^2 \left\{ 1 - e^{-\frac{\pi t_1}{Q_L}} \right\}^2 \quad (4.1.19b)$$

指指数の項は、通常 1 に比べて非常に小さいので無視すると、

$$P_1 \approx \left(\frac{1-\beta}{1+\beta} \right)^2 \quad (4.1.20a)$$

$$P_2 \approx \left(\frac{2\beta}{1+\beta} \right)^2 \quad (4.1.20b)$$

となり、これより β が得られる：

$$\beta = \frac{1 - \sqrt{P_1}}{1 + \sqrt{P_1}} \quad (4.1.21a)$$

$$\beta = \frac{\sqrt{P_2}}{2 - \sqrt{P_2}} \quad (4.1.21b)$$

(4.1.20b) より、 β 無限大の極限では、 $P_2=4$ となる。

(b) 透過法(反射法)

空洞共振器の等価回路として、図 4.1.3 のような LRC 並列共振回路を考えると、この回路の Q 値は、

$$Q = \frac{R}{\omega L} \quad (4.1.22)$$

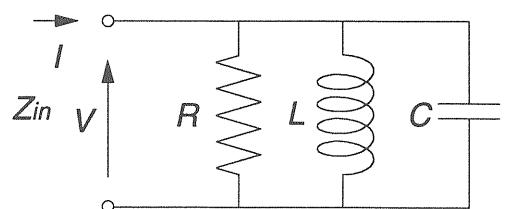


図 4.1.3 空洞共振器の等価回路(LRC 並列共振回路)。

共振点 (ω_0) 付近 ($\omega = \omega_0 + \Delta\omega$) での入力インピーダンス Z_{in} は,

$$\begin{aligned} Z_{in} &= \left(\frac{1}{R} + \frac{1}{j\omega L} + j\omega C \right)^{-1} \\ &= \left\{ \frac{1}{R} + \frac{1}{j\omega_0 L} \left(\frac{\omega_0}{\omega} - \frac{\omega}{\omega_0} \right) \right\}^{-1} \\ &\approx \left\{ \frac{1}{R} - \frac{1}{jL} \frac{2\Delta\omega}{\omega_0^2} \right\}^{-1} \quad (\because \omega \approx \omega_0) \\ &= \left(\frac{\omega_0^2 L + 2jR\Delta\omega}{\omega_0^2 RL} \right)^{-1} \end{aligned}$$

ここで, $\omega_0 = 1/\sqrt{LC}$. (4.1.22) を用いると,

$$Z_{in} = \frac{R}{1 + j2Q \frac{\Delta\omega}{\omega}} \quad (4.1.23)$$

絶対値と位相は,

$$|Z_{in}| = \frac{R}{\sqrt{1 + \left(\frac{2Q\Delta\omega}{\omega} \right)^2}} \quad (4.1.24a)$$

$$\theta = \tan^{-1} \left(\frac{2Q\Delta\omega}{\omega} \right) \quad (4.1.24b)$$

となり, $\Delta\omega/\omega$ の関数として図示すると, 図 4.1.4 のような共振曲線が得られる.

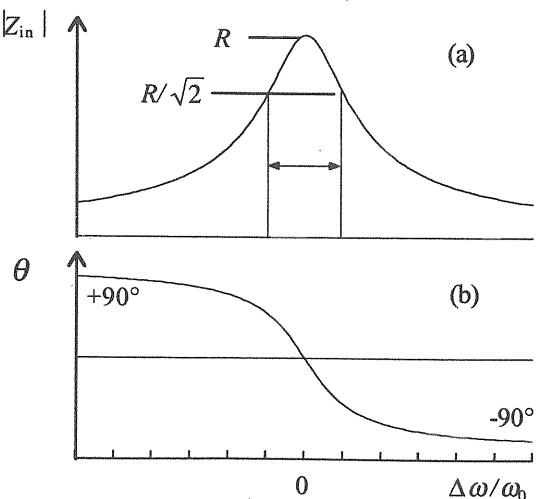


図 4.1.4 共振曲線. (a) 絶対値, $|Z_{in}|$,
(b) 位相, ϕ .

(4.1.24a) より, $|Z_{in}|$ がピーク値の $1/\sqrt{2}$ になる点の

$\Delta\omega$ は,

$$\Delta\omega = \frac{\omega_0}{2Q} \quad (4.1.25)$$

で与えられるから, Q 値は,

$$Q = \frac{\omega_0}{2\Delta\omega} \quad (4.1.26)$$

で与えられる. $2\Delta\omega = \Delta\omega_B$ をバンド幅と言う. 図 4.1.4 の $|Z_{in}|$ を電力で書き換えると二乗することになるからバンド幅を与える点は電力半分の点となるので "half-power point" とも呼ばれる. 通常, この方法で測定されるのは Q_L である.

(4.1.11) と (4.1.26) より, 減衰の時定数とバンド幅の間には,

$$\Delta t \cdot \Delta\omega_B = 1 \quad (4.1.27)$$

の関係がある.

(c) インピーダンス法

この方法は, (ネットワークアナライザで) 測定したスミスチャート (アドミッタンスチャート) から Q_L , Q_{ext} , Q_0 を直接算出する方法である. 外部と結合した空洞の規格化入力インピーダンスは次式で与えられる.

$$Z_{in} = \frac{1/Q_{ext}}{j(\omega/\omega_0 - \omega_0/\omega) + 1/Q_0} \quad (4.1.28)$$

したがって, アドミッタンスは,

$$Y_{in} = \frac{1}{Z_{in}} = jQ_{ext} \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right) + \frac{Q_{ext}}{Q_0} \quad (4.1.29)$$

となるが, $Y = G + jB$ であるから,

(i) $G = B$ のとき,

$$\frac{1}{Q_0} = \frac{2\Delta\omega}{\omega_0} = \frac{2(\omega - \omega_0)}{\omega_0} \quad (4.1.30)$$

となるので, 無負荷の Q は, アドミッタンスチャート (図 4.1.5) 上で共振曲線と $B = G$ の曲線の交点を f_1 , f_2 とすると,

$$Q_0 = \frac{f_0}{f_1 - f_2} \quad (4.1.31)$$

で与えられる. 同様にして,

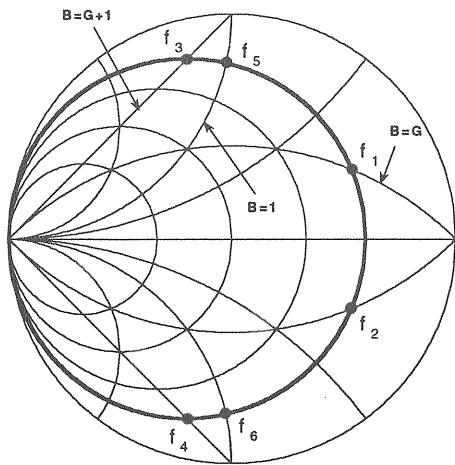


図 4.1.5 インピーダンス法による Q 値の算出方法.

(ii) $B=1$ のとき,

$$Q_{ext} \frac{2\Delta\omega}{\omega_0} = 1 \quad (4.1.32)$$

より,

$$Q_{ext} = \frac{f_0}{f_5 - f_6} \quad (4.1.33)$$

(iii) $B=G+1$ のとき,

$$Q_{ext} \frac{2\Delta\omega}{\omega_0} = \frac{Q_{ext}}{Q_0} + 1 \quad (4.1.34)$$

より,

$$Q_L = \frac{f_0}{f_3 - f_4} \quad (4.1.35)$$

となる. 以上から Q_L , Q_{ext} , Q_0 が求められ, Q_L , Q_0 または Q_{ext} , Q_0 から β が求められる.

電場分布の測定

Slater の摂動理論

電場分布の測定には, Slater の摂動理論に基づく方法が良く用いられる. 空洞内に摂動体(ビード)を入れた場合, 空洞の共振周波数 ω は次式で与えられる:

$$\omega = \omega_0^2 [1 + k \frac{\int_V (\mu H^2 - \epsilon E^2) dV}{\int_V (\mu H^2 + \epsilon E^2) dV}] \quad (4.1.36)$$

ここで, ΔV は摂動体の体積, V は空洞全体の体積,

k は摂動体の形によって来る定数, そして ω_0 は摂動体を入れないときの共振周波数である. 空洞にたくわえられているエネルギー U は

$$U = \frac{1}{2} \int_V (\mu H^2 + \epsilon E^2) dV \quad (4.1.37)$$

であるから, 上式は,

$$\omega = \omega_0^2 [1 + k \frac{\int_V (\mu H^2 - \epsilon E^2) dV}{2U}] \quad (4.1.38)$$

と書ける. ここで, 摂動が小さければ, $\delta = (\omega - \omega_0)/\omega$ の二次の項を無視することができて,

$$\delta = - \frac{k \int_V (\mu H^2 - \epsilon E^2) dV}{4U} \quad (4.1.39)$$

と書ける. 加速空洞の加速間隙近傍のように電場に比べて磁場が十分小さいとすると, 上式は次のようになる.

$$\delta = - \frac{\epsilon k \Delta V E^2}{4U} \quad (4.1.40)$$

したがって, 摂動体の位置を変えながら共振周波数の変化を測定すれば, 空洞内の電場分布がわかることになる. 摂動体として半径 a の球を用いる場合は,

$$\delta = - \frac{\pi \epsilon k a^4 E^2}{3U} \quad (4.1.41)$$

となる.

摂動体の形状としては, 測定したい空間成分によって, 球, 円盤, 針を使い分けて, あるいは併用して用いる. また, 摂動体の大きさは, 大きすぎると摂動が大きくなり電場分布を乱してしまうし, 小さすぎると S/N 比が悪くなり精度が落ちる. このような場合, 複数の大きさの摂動体で測定し, 体積ゼロに外挿することもある.

摂動体の材質としては, 通常, 金属が用いられるが, 電場と磁場が混在している場合には (4.1.39) 式が成立しない. 例えば, 円筒空洞の TM_{010} モードの中心軸上の電場分布を測る場合には, 磁場はゼロであるので(厳密に言うと, 摂動体の大きさが有限である以上, 磁場は無視できない), 金属を用いても良いが, 径方向の電場分布を測る場合に金属を用いると電場と磁場の両方に感じてしまう. そこで, このような場合には摂動体として誘電率の大きい誘電体を用いると電場のみの測定ができる. 誘電体とし

では、機械加工が可能なセラミック（商品名マコール、誘電率は約 6）がよく用いられる。測定例を図 4.1.6 に示す。金属を用いると、外周付近で磁場の影響を大きく受けているが、セラミックを用いると、理論曲線（ベッセル関数、 J_0 ）を良く再現している。

空洞の励振方法としてはループによる磁場結合とプローブによる電場結合がある。例えば円筒空洞の TM_{010} モードの場合の例を図 4.1.7 に示す。ループは磁場だけではなく、電場とも少し結合するので測定精度が悪くなる。両方の励振方法が選べる場合はプローブを選んだ方が良いし、ループしか選べない場合は図 4.1.8 (b) のように扁平な形のループにすると良い。

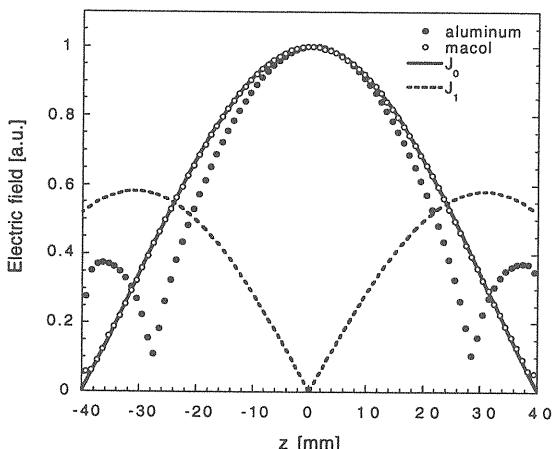


図 4.1.6 ビード法の比較。空洞は直径 80.36mm、長さ 100mm の円筒型。周波数は 2856MHz。摂動体は直径 2mm の金属（アルミニウム）とセラミック（マコール）。電場分布は J_0 、磁場分布は J_1 に比例する。図 3.1.1.5, 3.1.1.6 参照。

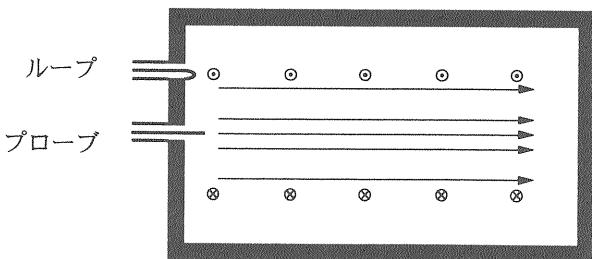


図 4.1.7 空洞の励振方法。円筒空洞の TM_{010} モードの場合。→は電場を、◎は磁場を表す。

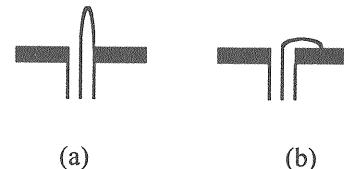


図 4.1.8 ループの形状。

シャントインピーダンスの測定

加速空洞のシャントインピーダンスの測定には Q と R/Q を別々に測定し、それらの値から算出するという間接的な方法が良く用いられる（4.6 節参照）。

周波数の温湿度補正

温度の補正

金属（固体）の線膨張率は次式で与えられる。

$$\alpha = \frac{l}{l_0} \frac{dl}{dT} \quad (4.1.42)$$

よって、

$$\begin{aligned} dl &= (1 + \alpha dT)l - l \\ &= \alpha l dT \end{aligned} \quad (4.1.43)$$

従って、

$$\frac{f}{\Delta f} = -\frac{l}{\Delta l} = -\alpha \Delta T \quad (4.1.44)$$

銅の α は 1.67×10^{-5} だから、例えば、 $f=2856\text{MHz}$ で温度が 5°C 下がると、周波数は 238kHz 下がる。

湿度の補正

湿度が変わると空気の誘電率が変わるので、周波数も変わる。誘電率は半実験式として、次式で与えられる。

$$\epsilon = 1 + 210 \times 10^{-6} \frac{P_a}{T} + 180 \times 10^{-6} \left(1 + \frac{5580}{T}\right) \frac{P_w}{T} \quad (4.1.45)$$

T ：絶対温度、

P_a ：乾燥空気の分圧 [mmHg]、

P_w ：水蒸気の分圧 [mmHg]。

湿度が変化する前後の周波数、誘電率を $f_0, f'_0, \epsilon, \epsilon'$ とすると、

$$\frac{f'_0}{f_0} = \frac{\sqrt{\epsilon}}{\sqrt{\epsilon'}} \quad (4.1.46)$$

ゆえに,

$$\frac{\Delta f}{f} = -\frac{1}{2} \frac{\Delta \epsilon}{\epsilon} \quad (4.1.47)$$

(4.1.43), (4.1.45)より湿度が変化したときの周波数の変化が求められる。1気圧の大気中の測定では、真空中の測定 ((4.1.43)の第3項が零) に比べて 756kHz 周波数が下がる。

Q 値の温度補正

金属は温度が上がると、電気抵抗が増加する（電気伝導率が下がる）。表皮深さを δ とすると、

$$Q \propto \frac{1}{\delta} \quad (4.1.48)$$

$$\delta = \sqrt{\frac{2}{\mu \sigma \omega}} = \sqrt{\frac{2\rho}{\mu \omega}} \quad (4.1.49)$$

の関係があるから、 Q 値は下がる。銅の体積抵抗率、 ρ は 20°C のとき、 1.72×10^{-8} 、温度係数は $\alpha = 4.3 \times 10^{-3}$ である。したがって、温度が 10°C 上がると、体積抵抗率は 3.9% 上がり、 Q 値は 1.9% さがる。古い version の SUPERFISH では α の値として 20°C のときの値が default 値として入っているので、測定値と比較する際には補正が必要である。

最後にネットワークアナライザの使用上の注意をひとつ。ネットワークアナライザの受信部は、スーパー・ヘテロダイン方式を採用しているが、中間周波数 (IF) の値はユーザーが選択できるようになっている。デフォルト値は最大値 ($\sim 3000\text{Hz}$) に設定されており、このまま使うと計測時間は最速だが、精度は最低である。精度を要する場合には時間はかかるが IF の値を小さくする（最小値は $\sim 10\text{Hz}$ ）といい。

4.2 導波管

導波管は文字通り、高周波電力を導くためのものであり、加速器では通常矩形断面のものが用いられる。座標系は図 4.2.1 のように定義することにする。ここでは特に断らない限り、周波数は 2856MHz、導波管の種類は WRJ-3 とする。

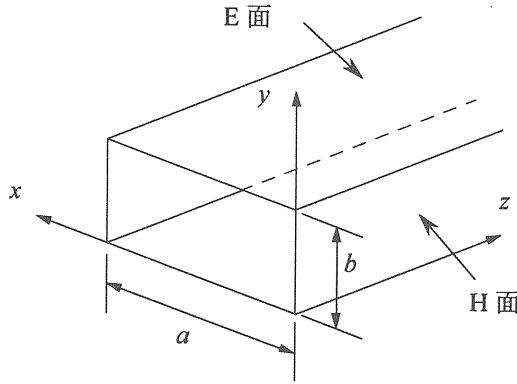


図 4.2.1 導波管の座標系。

モード

導波管内を伝播する電磁場のモードとしては、特別な理由がない限り、最低次のモード（基本モード）、即ち TE_{10} モードが選ばれる。後に述べるように、こうしておけば高次のモードが発生してもすぐに消えてしまい、混じって伝播することがないからである。図 4.2.2 に TE_{10} モードの電場、磁場、表面電流の分布を示す。電場が垂直に立っている面を E 面、他の面を H 面と言う。

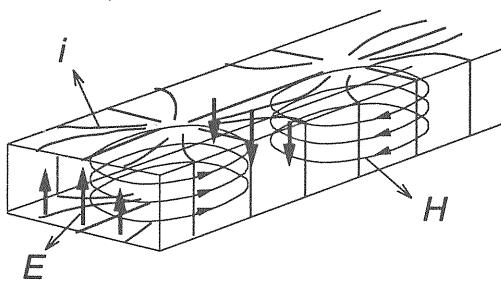


図 4.2.2 矩形導波管中の TE_{10} モードの電場 E 、磁場 H 、表面電流 i の分布。

管内波長、 λ_g

導波管の中で電磁波は、壁（E面）にある角度、 θ で反射しながら伝わっていき、一種の”定在波”を形成している。この”定在波”的波長を管内波長

(λ_g) という。自由空間波長を λ_0 、(10.5cm)遮断波長（後述）を λ_c とすると、管内波長は次式で与えられる：

$$\lambda_g = \frac{\lambda_0}{\sqrt{1 - (\lambda_0 / \lambda_c)^2}} \quad (4.2.1)$$

2856MHz に対しては、 $\lambda_g = 15.3\text{cm}$ となる。

位相速度、 v_p

”定在波”が z 方向へ進む速さ。平面波の速さ v_0 （真空中では c ）よりも速く、反射角 θ 、管内波長 λ_g 、自由空間波長 λ_0 と以下の関係にある。

$$v_p = \frac{v_0}{\sin \theta} = \frac{\lambda_g}{\lambda_0} v_0 \quad (4.2.2)$$

$\theta = 43.4^\circ$ 、 $v_p = 1.46 v_0$ である。

群速度、 v_g

RF のエネルギーの伝送速度。平面波の速さ v_0 よりも遅く、以下の式で与えられる。

$$v_g = v_0 \sin \theta = \frac{\lambda_0}{\lambda_g} v_0 = \frac{v_0^2}{v_p} \quad (4.2.3)$$

$v_p = 0.69 v_0$ 。 $v_p v_g = v_0^2$ である。

遮断周波数、 f_c 、遮断波長、 λ_c

RF の周波数を次第に低くしていく（波長を長くしていく）と、(4.2.1) からわかるように、ある波長で管内波長が無限大となってしまう（このとき角度 θ は零になる）。そうなると RF は x 軸方向に往復するだけで z 軸方向へは進んでいかなくなる。このような周波数を遮断周波数、それに対応する波長を遮断波長という。遮断波長は TE_{10} モードの場合、次式で与えられる：

$$\lambda_c = 2a \quad (4.2.4)$$

例えば、トンネルを導波管として見た時（簡単のため幅 (a) 5m、高さ (h) 3m の長方形とする）、主モードは TE_{10} モードであり、その遮断周波数 f_c は、

$$f_c = v_0 / \lambda_c = v_0 / 2a = 30\text{MHz} \quad (4.2.5)$$

となる。従って、トンネル内では FM 放送 ($\sim 80\text{MHz}$) は聞こえるが、AM 放送 ($\sim 1\text{MHz}$) は聞

こえない（最近の高速道路のトンネルで AM 放送が聞こえるのは、トンネル内にアンテナを張っているため）。

遮断周波数より低い周波数であっても少しは導波管の中に入つていいける。（4.2.1）式を書き換えると、

$$\frac{1}{\lambda_g} = \sqrt{\left(\frac{1}{\lambda_0}\right)^2 - \left(\frac{1}{\lambda_c}\right)^2} \quad (4.2.6)$$

いま、 $\lambda_0 > \lambda_c$ の場合を考えているから、右辺は虚数になる。そこで、

$$K = 2\pi \sqrt{\left(\frac{1}{\lambda_c}\right)^2 - \left(\frac{1}{\lambda_0}\right)^2} \quad (4.2.7)$$

と定義すると、 $K = -j\frac{2\pi}{\lambda_g}$ となるから、改めて

$\bar{K} = jK$ と定義すると、導波管内の RF の電場強度は、以下のようになる。

$$\begin{aligned} E &= E_0 e^{j(\omega t - Kz)} \\ &= E_0 e^{j\omega t} e^{-\bar{K}z} \end{aligned} \quad (4.2.8)$$

この式は、遮断周波数以下の周波数であっても RF は導波管の中へ $e^{-\bar{K}z}$ というかたちで入つていいけることを表している。TE₁₀ モードの次に遮断周波数が低いモードは TE₂₀ モードである。図 4.2.3 はその TE₂₀ モードの RF の透過係数をいくつかの周波数と導波管の組合せに対してプロットしたものである。

TE₁₀, TE₂₀ モードの遮断周波数を各々 f_{10} , f_{20} としたとき、これらの周波数と運転周波数（ここでは 2856MHz）との関係をみてみよう。

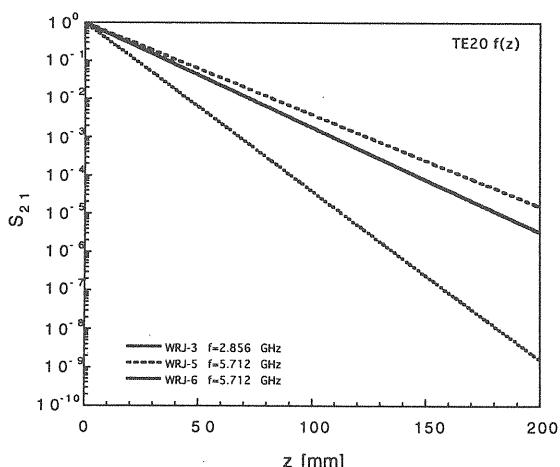


図 4.2.3 いろいろな導波管 (WRJ-3, 5, 6) に対する TE₂₀ モードの透過係数。

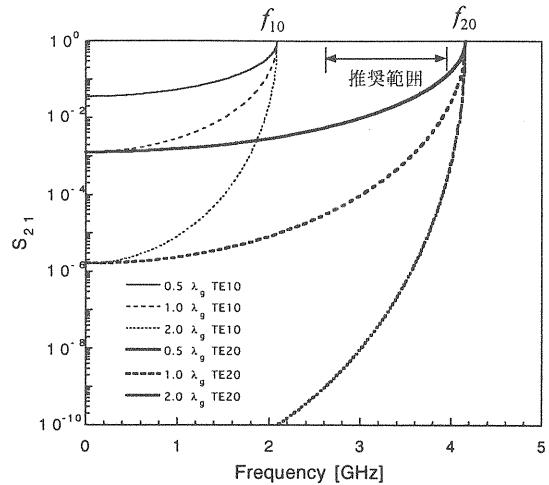


図 4.2.4 WRJ-3 の TE₁₀, TE₂₀ モードの減衰の様子。
長さは管内波長 (15.3cm) の 0.5, 1.0, 2.0 倍。

図 4.2.4 はある長さの導波管に対する TE₁₀, TE₂₀ モードの減衰の様子を示したものである。高次モードの混入を避けようとすると使用可能な周波数範囲は限定される。JIS 規格の導波管では、おおよそ

$$1.25f_{10} \sim 0.95f_{20} \quad (4.2.9)$$

の範囲をを推奨範囲としている。推奨範囲の上限ぎりぎりの周波数でも半波長進めば TE₂₀ モードの大きさは約 1 衝減衰する。

円筒導波管 (半径 r) の遮断周波数, f_c は、TM₀₁₀ モードに対しては、以下の式で与えられる。

$$f_c = \frac{2.405c}{2\pi r} \quad (4.2.10)$$

加速管のディスクの場合、 $r=20$ mm とすると、 $f_c=5.7$ GHz となるから、2856 MHz は遮断周波数以下であるが、ディスクが薄いので、隣のセルへ通り抜けることができる。

最大電場強度

矩形導波管の伝送電力と電界の最大振幅の関係を求めよう。導波管のある断面 (x-y 平面) 上の y 軸方向の電界強度 E_y は次式で与えられる：

$$E_y = E_0 \sin\left(\frac{\pi x}{a}\right)^{-j\beta z} \quad (4.2.11)$$

ただし、 E_0 は E_y の最大値。 E_y を用いて伝送電力 P は以下のように書ける。

$$P = \frac{1}{2} \frac{1}{Z} \int_S |E_y|^2 dS$$

$$= \frac{ab}{4} \frac{1}{Z_0} \sqrt{1 - \left(\frac{2a}{\lambda}\right)^2} E_0^2 \quad (4.2.12)$$

ただし, Z_0 : 真空の特性インピーダンス

$$= 376.73 [\Omega],$$

λ : 高周波の自由空間波長=104.969 [mm],

a : 導波管の幅=72.1 [mm],

b : 導波管の高さ=34.0 [mm].

この式から, P が与えられれば E_0 が求められる.

例えば, P を 30MW とすると E_0 は 5.2MV/m となる.

伝送損失

矩形導波管の管壁抵抗による減衰定数 α は, TE_{10} モードに対して次式で与えられる :

$$\alpha = \frac{R_s}{Z_0 b} \frac{1 + \left(\frac{2b}{a}\right) \left(\frac{\lambda}{2a}\right)^2}{\sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{2a}\right)^2}} [\text{Np/m}] \quad (4.2.13)$$

ここで, R_s : 管壁の表皮抵抗=0.01394 [Ω].

(4.2.12) に数値を代入すると, $\alpha = 2.3806 \times 10^{-3}$ [Np/m] = 0.0207 [dB/m] となる (1 neper=8.686 dB). 例えば, 導波管の長さを 30m とすると, 伝送損失は, 0.62dB, 即ち 13% の損失となる.

冷却

導波管の内壁はジュール熱により加熱されるため RF 信号の位相安定化のためには高精度の温度制御が必要である. 導波管の長さを L , 伝播定数を $\beta_g (=2\pi/\lambda_g)$ とすると, 電気長, ϕ は

$$\phi = \beta_g L \quad (4.2.14)$$

で与えられる. (4.2.14) 式を温度, T で微分すると,

$$\frac{d\phi}{dT} = \beta_g \frac{dL}{dT} + L \frac{d\beta_g}{dT} \quad (4.2.15)$$

TE_{10} モードでは,

$$\beta_g = \beta_0^2 - \beta_C^2 = \beta_0^2 - (\pi/a)^2 \quad (4.2.16)$$

したがって,

$$\frac{d\phi}{dT} = \beta_g \frac{dL}{dT} + \frac{L\pi^2}{\beta_g a^3} \frac{da}{dT} \quad (4.2.17)$$

銅の線膨張係数を α とすると,

$$\alpha = \frac{1}{a} \frac{da}{dT} = \frac{1}{L} \frac{dL}{dT} \quad (4.2.18)$$

(4.2.17) と (4.2.18) より, 次式が得られる.

$$\frac{d\phi}{dT} = \frac{\alpha L}{\beta_g} \left[\left(\frac{\pi}{a} \right)^2 + \beta_g^2 \right] \quad (4.2.19)$$

この式で, 第 1 項は軸方向の寸法変化に, 第 2 項は a 寸法が変化したことによる管内波長の変化にそれぞれ起因するが. 各項の寄与はほぼ同程度である. (4.2.16) と (4.2.19) より

$$\frac{d\phi}{dT} = \frac{\alpha L \beta_0^2}{\beta_g} = \frac{2\pi\alpha L \lambda_g}{\lambda_0^2} \quad (4.2.20)$$

が得られる. $f=2856\text{MHz}$ のときは $d\phi/dT = 0.09\text{deg}/\text{m}/\text{°C}$ となる. KEK 電子リニアックのクライストロンから加速管までの導波管長は 14m なので, 位相変動を 1.5° 以下に押さえようすると, 温度変動は 1°C 以下に押さえなければならない.

具体的な冷却方法としては, 導波管の表面に冷却水管を溶接等により接合すればよい. 接合面としては, E 面, H 面どちらも同程度の発熱なので, どちらにつけても良いが, 普通, E 面が選ばれているようである.

真空

陽子リニアック (RF 周波数, 数百 MHz) では最大電界強度 ($\sim 0.1 \text{ MV/m}$) が大気中での放電限界を下回っているので導波管内は大気であるが, 電子リニアック (1~10 GHz) のそれ ($5\sim 8 \text{ MV/m}$) は放電限界を越えているので導波管内は真空にする. パルス圧縮器付近や特別に長く導波管を引き回す場合などには導波管に真空引口を設け, イオンポンプで排気する. 真空引口は, 導波管の E 面に蜂の巣状に小さな孔をあけ, RF が漏れないようにし, かつコンダクタンスをかせいでいる.

E, H ベンド, E, H コーナー

導波管を曲げる必要があるところでは, ベンドまたはコーナーが用いられる (図 4.2.5). ベンドは帯域が広いが高価であるのに対し, コーナーは安価であるが帯域が狭い. ベンドでは曲がりの部

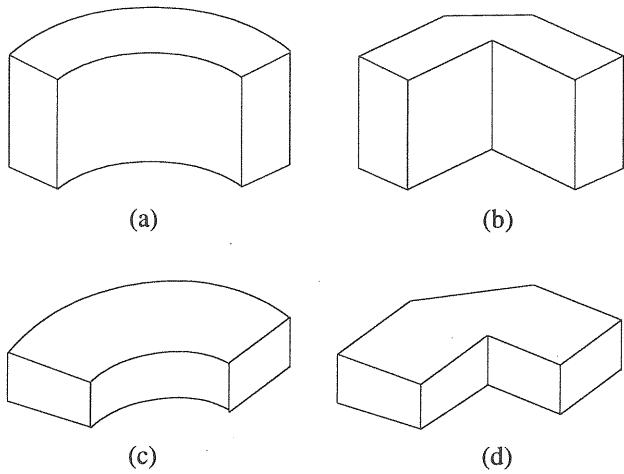


図 4.2.5 ベンド, コーナー. (a) E ベンド, (b) E コーナー, (c) H ベンド, (d) H コーナー.

分の長さを半波長の整数倍に選べばインピーダンス整合がとれるが、実際には 1 波長の長さにとることが多い。電圧定在波比 1.05 以下で十分に広帯域のものが得られている。

その他の変わった導波管としては、テーパー導波管やねじり導波管などがある。リニアックでの使用例としては、前者は KEKB 入射器のバンチャ一出口カプラーとダミーロードの間に使われておる(狭いソレノイド磁石の間を通す必要があるため), 後者はオルセー LAL のリニアックでクライストロンギャラリーとトンネルの間の導波管で使われている(ねじり角が 90° ではなく、何故使ったのかは不明)。

RF フランジ

導波管(立体回路)どうしの接続には大電力用の RF フランジが用いられる。RF フランジにはいろいろな種類があるが、KEK 電子リニアックでは以下の 2 種類が用いられている。

メルディニアンフランジ

SLAC で開発されたもので、銅ガスケットで電気的接触および真空シールを行なっている。クライストロン出口と加速管入口で使用されている。雌雄があるため、配置の方向に制限がある。

MKH フランジ

導波管用フランジとして開発されたもの。電気

的接触はアルミニウムガスケットでとり、真空シールはヘリコフレックスでとる。大掛かりな専用治具を必要とするが、雌雄がないため配置方向の制限がない。

4.3 ダミーロード

ダミーロード(無反射終端器)は、加速管で余った電力を吸収するための大電力用のものと、電力分配器で反射波を吸収するための小電力用のものがある。いずれも、RF 電力を熱エネルギーに変換するような物質から構成されている。まず、電力の減衰の様子を見てみよう。ダミーロードの長さを L とすると、RF 電力は、次式のように、入口($z = 0$) から終端($z = L$)までの間で一様に減衰するのが望ましい。

$$P = P_0(1 - z/L) \quad (4.3.1)$$

(4.3.1) を z で微分すると、

$$\frac{dP}{dz} = -\frac{P_0}{L} \quad (4.3.2)$$

RF の減衰定数、 α は次式で定義される:

$$\alpha = -\frac{1}{2P} \frac{dP}{dz} \quad (4.3.3)$$

(4.3.2) と (4.3.3) より、次式が得られる。

$$2\alpha P = \frac{P_0}{L} \quad (4.3.4)$$

(4.3.1) を (4.3.4) へ代入すると、

$$\alpha = \frac{1}{2(L-z)} \quad (4.3.5)$$

となる(図 4.3.1)。従って、奥へ行くに従って、電力の減衰が大きくなるようにすれば良い。

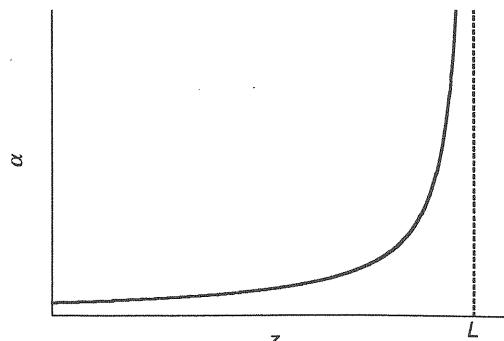


図 4.3.1 ダミーロードの減衰定数。

電力の吸収方法は大きく分けると、誘電体（セラミック、水など）による誘電損を利用するものと、抵抗体によるジュール損を利用するものがある。前者の内、セラミックを用いる方法としては、炭化硅素（SiC）を用いたもの（KEK）、水を用いる方法としては、SLAC の X バンドリニアック用の水負荷があり、後者の例としてはステンレス鋼にカントル（表皮抵抗が銅の数十倍）を溶射したもの（SLAC）がある。ここでは、SiC を用いた大電力用ダミーロードの設計、製作、大電力試験について紹介する。

SiC は、シリコンと炭素からなる共有結合性結晶であり、結晶構造の違いにより α 型と β 型とが存在する。ともに、大電力用ダミーロードに使われており、高強度、高硬度、高耐熱性、高腐食性、高熱伝導性という特徴を持つ。

誘電損による単位体積当たりの損失電力は、

$$P = \frac{1}{2} \omega \epsilon \tan \delta E_0^2 \quad (4.3.6)$$

で与えられる。主な物質の ϵ （比誘電率）と $\tan \delta$ の値を表 4.3.2.1 に示す。

KEK の電子リニアックにおいてエネルギー増強以前に作られたダミーロードは、砲弾型をした SiC の内側に冷却水を循環させる直接水冷型であったため、SiC が破損した場合、加速管が水没する心配があった。そこで、JLC 用に開発された間接冷

表 4.3.2.1 主な物質の ϵ , $\tan \delta$

	ϵ	$\tan \delta$
真空	1	0
水	77	0.06
SiC	25-55	0.2-0.5
Al_2O_3	8.5	0.0013

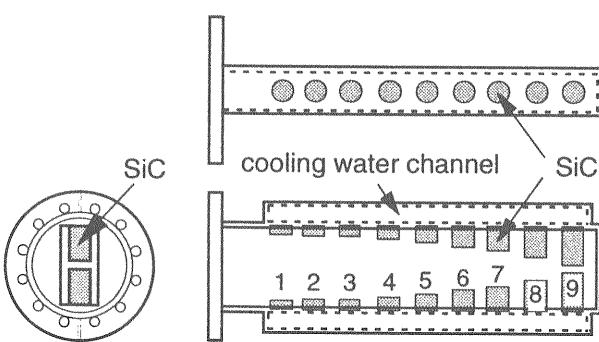


図 4.3.2 KEK 電子リニアック用ダミーロードの断面図。

却型のものを電子リニアックの仕様に合わせて再設計した。図 4.3.2 に断面図を示す。設計の要点は、一様に電力が減衰すること、局所的高電界が発生しないこと、反射特性が良いこと、SiC と構造体（銅）の接合が十分強固であること、等である。

SiC ボタンは直径 20mm、高さ 7~33mm の円柱型をしており、図のように奥へ行くに従って高さを高くして吸収が大きくなるようにしてある。ボタンの間隔は管内波長（約 153mm、[付録 B 参照]）の約 1/8 にしてあるが、最終的な寸法は、低電力モデルを使って反射特性と減衰の様子（電場分布）を測定しながら決定した（電場分布の測定は非共振摂動理論に基づくビード摂動法によった）。JLC 用のものは軸方向に十分長く、ボタンの個数も多い（28 個）ので、最後のボタンにいくまでに減衰しきってしまうが、ここで開発したものはボタンの数が十分多くはない（18 個）反射波も含めて減衰と反射特性を両立させているので、これらの特性は、ボタンの間隔および端板の位置に敏感である。このとき SiC の特性（誘電率 $= \epsilon = \epsilon' - j\epsilon''$ 、誘電正接 $\tan \delta = \epsilon''/\epsilon'$ ）は図 4.3.3~4.3.5 に示す（測定は反射波法によった）ように大きくばらつく（ ϵ , $\tan \delta$ それぞれ $\pm 40\%$, $\pm 50\%$ もある）。SiC の特性がこれだけばらつくと、ダミーロードとして組み立てたときの特性（反射特性、電場分布）の再現性が非常に悪くなる。SiC の密度、電気抵抗と誘電率との相関関係を調べたが、電気抵抗とは相関が無く、密度とも弱い相関しか無かった。結局この問題は、SiC を同一ロットから作ることで解決した。図 4.3.6 は、同一ロットから作られた量産用の 4,400 個の SiC ボタンの内、440 個をサンプリングして複素誘電率を測定した結果である。ばらつきは、 ϵ , $\tan \delta$ それぞれ $\pm 15\%$, $\pm 30\%$ 以下におさまっており、量産した 240 本のダミーロードの反射係数も平均値

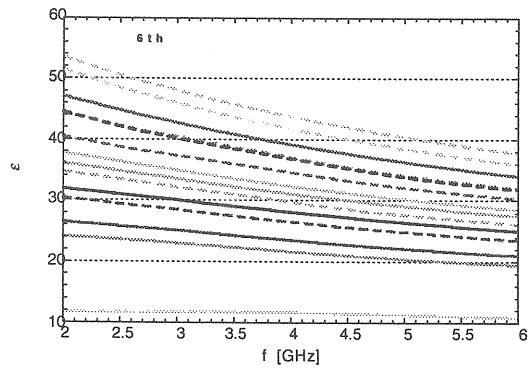


図 4.3.3 誘電率の周波数依存性。

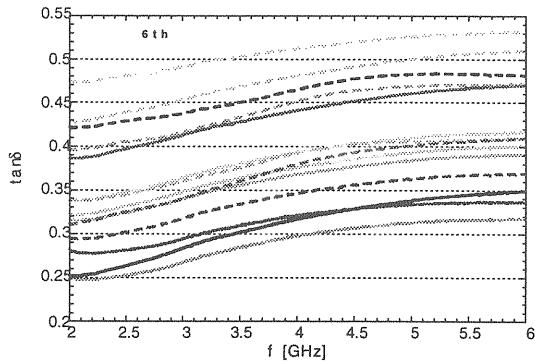


図 4.3.4 誘電正接の周波数依存性.

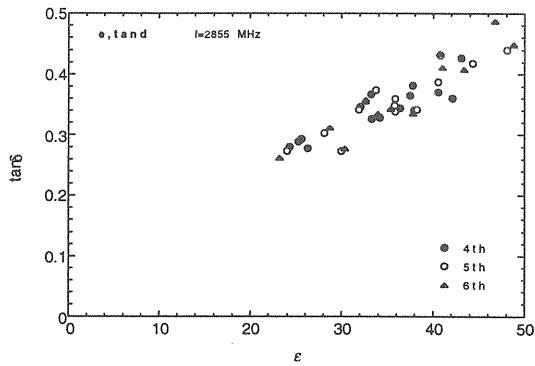


図 4.3.5 誘電率と誘電正接の測定結果. 複数のバッチ.

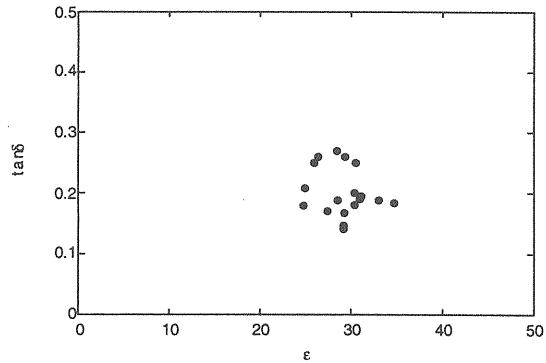


図 4.3.6 誘電率と誘電正接の測定結果. 同一バッチ.

で 1.08, 標準偏差 0.02 であった. 低電力試験で最終的に決定した寸法, 配置に対する反射特性を図 4.3.7 に示す. また, 電力の減衰の様子は, 図 4.3.8 に示すように, ほぼ一様に減衰している. SiC と銅の接合はろう付けによった. また, 冷却水接栓のシールテープとしては, 耐放射線性の観点から, テフロンテープではなく, グラファイトテープを用いた.

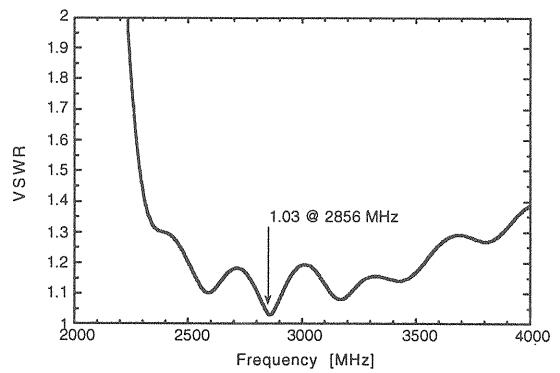


図 4.3.7 反射特性.

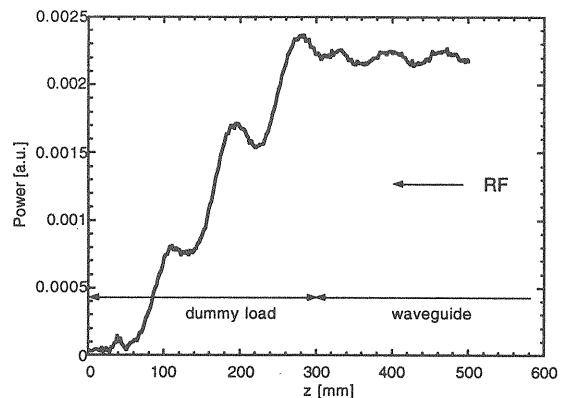


図 4.3.8 軸方向の電力分布.

大電力モデル (図 4.3.9) に対する大電力試験は, SLED 出口に直接接続して行なわれ (途中に覗き窓付き H ベンドが挿入されている), ピーク電力 9MW, パルス幅 4μs, 繰返し 50Hz (平均電力=1.8 kW, 仕様は 1.2 kW) まで安定に動作することが確認された. これ以上ピーク電力を上げると真中あたりの SiC ボタンで発光が観測され同時に真空が悪化した.

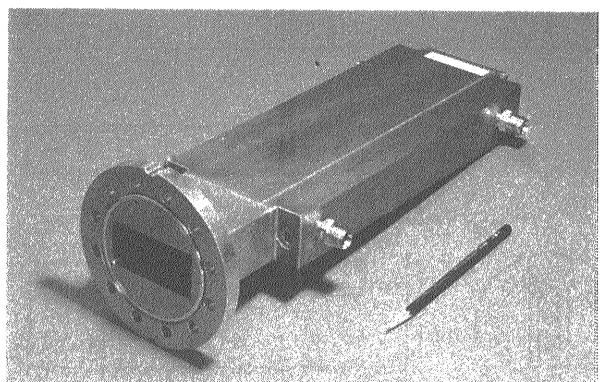


図 4.3.9 大電力ダミーロード.

4.4 電力分割器 (3dB ハイブリッド)

電力分割器は、方向性結合器の特殊な場合と考えることができるので、ここではまず、方向性結合器の一般的な特性について考える。

一般に、高周波回路を特徴づける測定可能な物理量は、反射係数と透過係数であり、これらのパラメータの関係を表すものが散乱行列 (S マトリックス) である。方向性結合器を図 4.4.1 のような四端子回路で表したときの散乱行列 [S] は、回路が対称かつ無損失 (ユニタリー) であるとすると、次式で与えられる：

$$[S] = \begin{pmatrix} 0 & S_{12} & S_{13} & 0 \\ S_{12} & 0 & 0 & S_{24} \\ S_{13} & 0 & S_{33} & S_{34} \\ 0 & S_{24} & S_{34} & S_{44} \end{pmatrix} \quad (4.4.1)$$

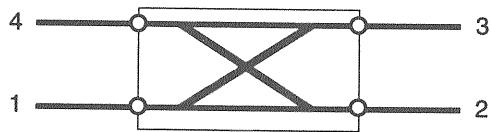


図 4.4.1 方向性結合器の 4 端子回路モデル。

第 1 列と第 3 列の複素共役の積、第 2 列と第 4 列の複素共役の積をとると、ユニタリー性より、

$$S_{13}S_{33}^* = S_{24}S_{44}^* = 0 \quad (4.4.2)$$

いま、 S_{13} と S_{24} は零ではないとしているので、

$$S_{33} = S_{44} = 0 \quad (4.4.3)$$

となる。よって、[S] は次のように書ける。

$$[S] = \begin{pmatrix} 0 & S_{12} & S_{13} & 0 \\ S_{12} & 0 & 0 & S_{24} \\ S_{13} & 0 & 0 & S_{34} \\ 0 & S_{24} & S_{34} & 0 \end{pmatrix} \quad (4.4.4)$$

つぎに、第 1 列と第 4 列の複素共役、第 2 列と第 3 列の複素共役をとると、ユニタリー性より、

$$S_{12}S_{24}^* + S_{13}S_{34}^* = 0. \quad (4.4.5a)$$

$$S_{12}S_{13}^* + S_{24}S_{34}^* = 0. \quad (4.4.5b)$$

ここで、 $|S_{12}S_{24}|^2 = |S_{12}| |S_{24}|$ であるので、

$$|S_{12}| |S_{24}| = |S_{13}| |S_{34}| \quad (4.4.6a)$$

$$|S_{12}| |S_{13}| = |S_{24}| |S_{34}| \quad (4.4.6b)$$

(4.4.6a) を(4.4.6b) で割ると、

$$\frac{|S_{24}|}{|S_{13}|} = \frac{|S_{13}|}{|S_{24}|} \quad (4.4.7)$$

が得られる。つまり、

$$|S_{13}| = |S_{24}| \quad (4.4.8)$$

となる。ポート 1, 3 間の結合度はポート 2, 4 間の結合度と同じである。また、(4.4.6a), (4.4.6b)より、

$$|S_{12}| = |S_{34}| \quad (4.4.9)$$

つまり、ポート 1, 2 間の結合はポート 3, 4 間の結合に等しい。一方、第 1 列と第 1 列の複素共役の積は、

$$|S_{12}|^2 + |S_{13}|^2 = 1 \quad (4.4.10)$$

同様にして、

$$|S_{12}|^2 + |S_{24}|^2 = 1, \quad (4.4.11)$$

散乱行列の各要素 S_{ij} は、一般に複素数であるが、基準面を適当に選ぶことにより S_{12} の位相を調整すれば、 S_{12} を正の実数 (C_1 と書くことにする) にすることができる。同様にして、 S_{13} を純虚数 (jC_2 と書くこととする、 $[C_2 > 0]$) にすることができる。したがって、

$$C_1^2 + C_2^2 = 1, \quad (4.4.12)$$

(4.4.8) よりポート 4 の基準面を適当に選べば、 S_{34} は実数 C_1 にすることができる。(4.4.5a) より S_{24} は jC_2 に等しい。以上より、散乱行列 [S] は、

$$[S] = \begin{pmatrix} 0 & C_1 & jC_2 & 0 \\ C_1 & 0 & 0 & jC_2 \\ jC_2 & 0 & 0 & C_1 \\ 0 & jC_2 & C_1 & 0 \end{pmatrix} \quad (4.4.13)$$

となる。(4.4.13) で $C_1 = C_2 = 1/\sqrt{2}$ とすれば電力分割器に対する散乱行列、(4.4.14) が得られる。この式から、ポート 1 から入った電力はポート 2 とポート 3 に半分ずつ出力されること、ポート 3 の位相はポート 2 の位相に比べて 90° 遅れていることがわかる。電力が半分に分割されるので 3dB ハイブリッドと呼ばれる(厳密には、3dB では "半分" ではなく $50.12 : 49.88$ になる。50 : 50 にするには、3.0103dB にすればよい)。

$$[S] = \begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{j}{\sqrt{2}} & 0 \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 & 0 & \frac{j}{\sqrt{2}} \\ \frac{j}{\sqrt{2}} & 0 & 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ 0 & \frac{j}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 \end{pmatrix} \quad (4.4.14)$$

方向性結合器の特性は、以下で定義される結合度と方向性で表される。ここで、 P_1 はポート 1 から入ってくる波、 P_2 、 P_3 、 P_4 はポート 2、3、4 から出て行く波である（図 4.4.1 参照）。

結合度 (coupling), C

$$C = 10 \log \frac{P_1}{P_3} \quad (4.1.15)$$

方向性 (directivity), D

$$D = 10 \log \frac{P_3}{P_4} \quad (4.1.16)$$

さて、方向性結合器にはいろいろなタイプがあるが、加速器で用いられる電力分割器は、図 4.4.2 のように、E 面を共有する 2 本の平行した導波管の途中にある長さのスロットを設けたもので、スロットの上下に整合調整用のボタンがついている。この電

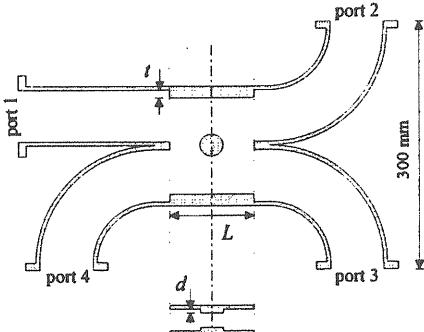


図 4.4.2 電力分割器。

力分割器の動作原理を定性的に見てみよう。図 4.4.3 でポート 1 から入った波は、スロットのところ (A) まできると導波管の幅が 2 倍になるので TE_{10} モードと TE_{20} モード（標準導波管での TE_{10} モード）が発生する。ポート 4 ではこの二つのモードの電界が逆位相のため打消し合って出力が出ていかない。スロット部分を伝播する際に TE_{20} は TE_{10} よりも位相速度が速いのでスロットの長さ L を適当に選ぶことにより、スロットの終わりの位置で両者の位相差を 90° にすることができる。そうすると、ポート 2,

3 に別れるところ (B) では TE_{10} モードと TE_{20} モードをベクトル合成したものは、大きさが等しく、位相はポート 3 の方が 90° 遅れることになる。

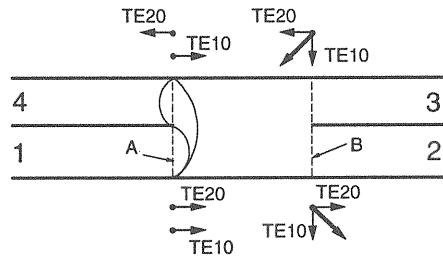


図 4.4.3 電力分配器の動作原理。

実際に加速器で用いる分割器の特性としては、

- (1) 電力分割の割合の差が 0.1dB 以下であること、
- (2) 位相差が 1° 以下であること、
- (3) VSWR が 1.05 以下であること。

が要求される。この三つの条件は、三つの寸法（スロットの長さ (L)、スロットの幅 (W)、ボタンの高さ (D)）を調整することにより満たされる。ここでは HFSS を用いたパラメータサーチにより最適寸法を求め（図 4.4.4(a)），低電力モデルにより確認をした後、大電力モデルを製作した。調整用にボタンの高さは可変にしてある。図 4.4.4(b) は調整後の特性であるが、上記 3 条件はほぼ満足されている。

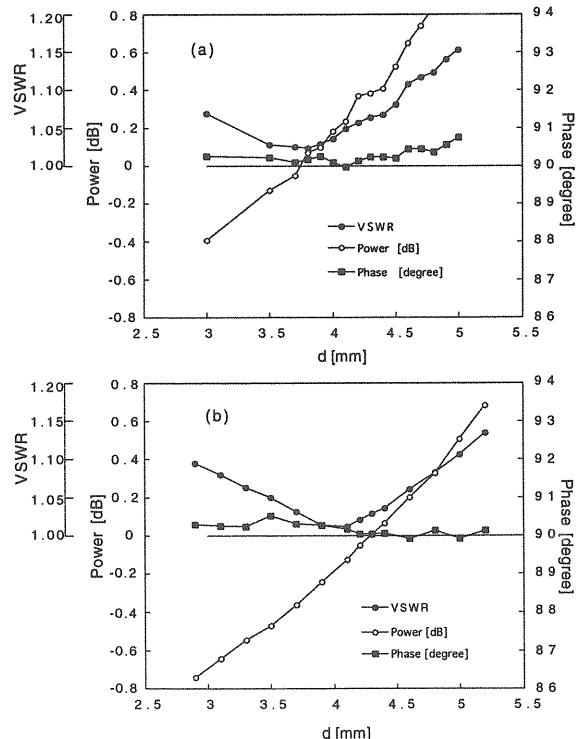


図 4.4.4 電力分配器の高周波特性。 (a) HFSS 計算結果、(b) 測定値。

4.5 パルス圧縮器

入手可能な高周波源のピーク電力には上限があるから、これより高いピーク電力を得ようとするとき、何らかのパルス圧縮が必要となる。空洞共振器を使ったパルス圧縮器には、空洞の共振状態が定在波のものと、進行波のものとがあり、前者は空洞を2個、後者は空洞を1個用いる(図3.1.1.11参照、進行波“1個”をつくるのに、定在波は“2個”必要)。これまでに開発されたものとしては以下のようないわゆるものがある。[] 内はRFの共振モード。

定在波型

- SLED (SLAC Energy Doubler), [TE015]
- LIPS (LEP Injector Power Saver), [TE038]

進行波型

- VPM (VLEPP RF Power Multiplier), [TM25,1,1] (Xバンド)
- RRCS, [TE620]

この他の種類のパルス圧縮器として、SLED-II, BPM (Binary Power Multiplier), DLDS (Delay Line Distribution System) 等があるがここでは扱わない。なお、高周波器機の大電力試験に使われているレゾナントリングは、動作原理は進行波型パルス圧縮器と同じである(ただし、共振器の中の電場を使う)。以下では各タイプの代表例として、SLEDとRRCSについて見てみよう。

SLED

4.1節の図4.1.2を見てわかるように、空洞の入力パルスをOFFにしたとき、空洞の結合度が1よりも大きい場合には入力よりも大きな電力が得られる。その値は、結合度が大きければ大きいほど高い。このとき以下で見るように、パルスの途中で位相を反転するとさらに大きなピーク電力が得られる。

このとき、空洞の数が1個では、電力は全て高周波源側に戻ってきててしまうので、図4.5.1のように2個の空洞と電力分配器(4.4節参照)を組み合わせると電力を全て負荷側に送ることができる。電力分配器の副線路に行く波は主線路に行く波よりも位相が90°遅れるので、二つの空洞から出てきた波の内、高周波源側に戻るものは逆位相で相殺し、加速管側へ行くものは同位相で重ねあわされる。

SLEDにおいても4.1節の(4.1.14)はそのまま。

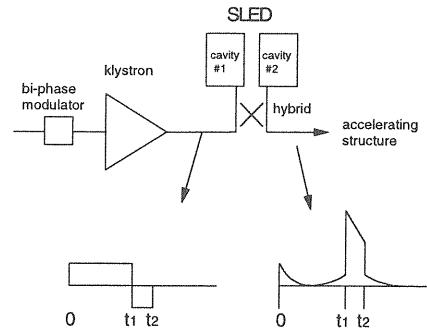


図4.5.1 SLEDシステム。

成り立つ。SLEDの場合、パルスの途中($t=t_1$)で位相反転するので、入射波 E_i は、 $0 < t < t_1$ では1, $t_1 < t < t_2$ では-1, $t_2 < t$ では0である(t_2 はパルス全体の長さ)。それぞれの区間にに対して(4.1.14)を解くと、

$$E_e = \alpha(1 - e^{-\tau}) \quad 0 < t < t_1 \quad (4.5.1a)$$

$$E_e = \gamma e^{-(\tau - \tau_1)} - \alpha \quad t_1 < t < t_2 \quad (4.5.1b)$$

$$E_e = (\gamma e^{-(\tau_2 - \tau_1)} - \alpha)e^{-(\tau - \tau_2)} \quad t_2 < t \quad (4.5.1c)$$

となる。ここで、 $\tau=t/T_c$, $T_c=2Q_0/[\omega(1+\beta)]$, $\gamma=\alpha[2-\exp(-\tau_1)]$ 。また、(4.1.11), (4.1.17)を用いると、加速管へ供給される電力 P は、以下のようになる。

$$P = \left\{ \alpha(1 - e^{-\tau}) - 1 \right\}^2 \quad 0 < t < t_1 \quad (4.5.2a)$$

$$P = \left\{ \gamma e^{-(\tau - \tau_1)} - \alpha + 1 \right\}^2 \quad t_1 < t < t_2 \quad (4.5.2b)$$

$$P = \left\{ (\gamma e^{-(\tau_2 - \tau_1)} - \alpha)e^{-(\tau - \tau_2)} \right\}^2 \quad t_2 < t \quad (4.5.2c)$$

(4.5.2)を図示すると、図4.5.2のようになる。また、

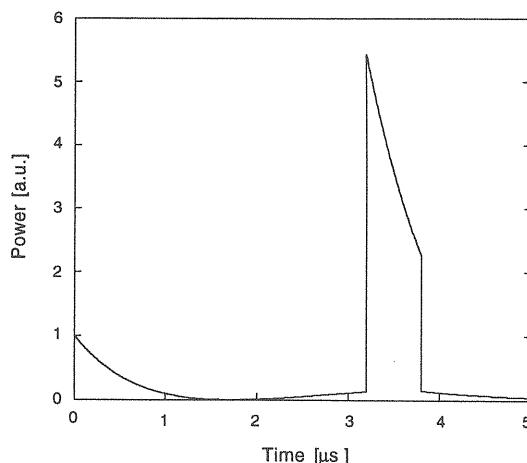


図4.5.2 SLED波形。 $f=2856\text{MHz}$, $Q_0=100,000$, $\beta=5$, $t_1=3.2\mu\text{s}$, $t_2=3.8\mu\text{s}$ の場合。

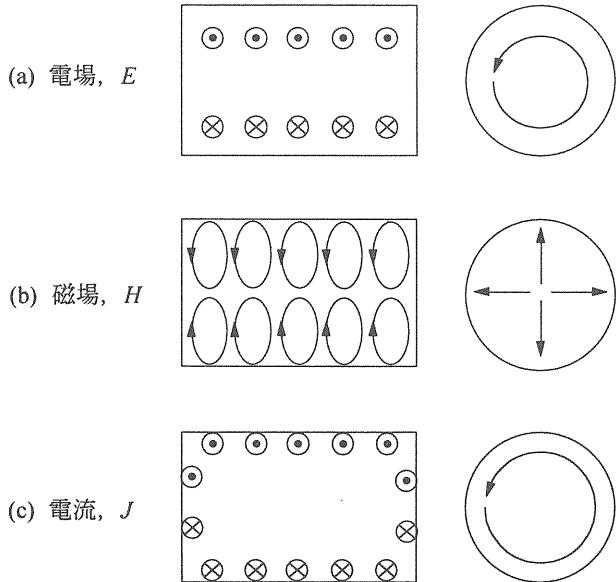


図 4.5.3 円筒空洞の TE_{015} モードの電場、磁場、および電流分布。

(4.5.2) で、結合係数無限大の極限では $t=t_2$ のとき $E_e=3$, $P=9$ となる。

SLED 空洞の共振モードは TE_{0nm} である。 TE_{0nm} モードというのは、図 4.5.3 のような電磁場、電流分布をしているが、他のモードに比べて特異的に Q 値が高く、昔は周波数計に使われたりしていた。SLED の場合、壁面電流の向きと旋盤による切削加工による溝の向きが同じであり、かつ、端板と円筒の接合部が電流を切らないので Q 値の低下が殆どなく、ほぼ理論値に近い Q 値が得られる。しかし、 TM_{1mn} モードと縮退しているのでその共振周波数をずらす工夫が必要である。SLED では、 TE_{015} と TM_{115} が縮退しているが、片方の端板の最外周部に溝を設けることにより TM_{115} の周波数をずらしている。空洞の直径を R 、長さを L とすると、 TE_{0nm} , TM_{115} モードの共振周波数は、次式で与えられる。

$$f = \frac{2\pi}{c} \sqrt{\left(\frac{3.832}{R}\right)^2 + \left(\frac{5\pi}{L}\right)^2} \quad (4.5.3)$$

R と L の寸法は、競合モードが十分離れ、かつ Q 値が高くなるように選ぶ。

SLED のエネルギー増倍率は、結合係数のゆるやかな関数となっているが、KEK 電子リニアックで使用されている SLED の場合 $\beta=6$ 付近で最大値を与える。

コンディショニングの段階や運転モードによっては SLED 空洞を離調したいときがでてくる。電界

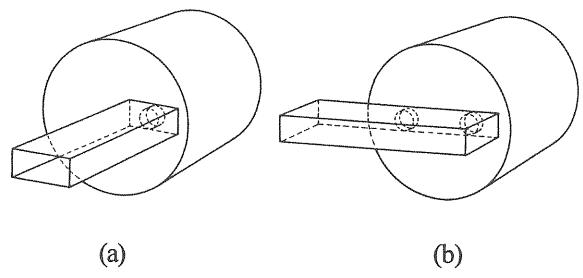


図 4.5.4 SLED 空洞。 (a) 1 結合孔、(b) 2 結合孔、二つの結合孔の間隔は半波長、方位角方向のモードの次数が偶数のもののみ励振される。

最大の位置（径方向には半径の約半分のところ、軸方向には 5 箇所ある）に金属製の棒（離調棒）を挿入すれば離調することができる。

LIPS は共振モードとして TE_{015} より高いモード (TE_{038}) を採用することにより、 Q 値を高くして ($Q_0=2.0 \times 10^5$)、エネルギー増倍率を高く(2.0)しようとしたものである。モードが高いため競合モードが接近してくるので、結合孔を 2 個にすることにより励振される競合モードが少なくなるようしている（図 4.5.4）。 Q 値が高いので高精度の温度制御が要求される。また、KEK で使用されている SLED では結合孔付近の電界を下げる目的で、2 結合孔を採用している。

RRCS

この方法は、クライストロンからの RF 出力を空洞に蓄え、パルスの途中で位相を反転させることにより高いピーク電力を得るという点においては SLED と同じであるが、電磁場の共振状態が定在波ではなく、進行波という点で SLED と異なっている。図 4.5.5 に RRCS の概念図を示す。

入力波、リング内 RF、出力波の振幅をそれぞれ、 a_1 , b_3 , b_2 とすると、 b_2 は以下のように書ける（付録 C 参照）

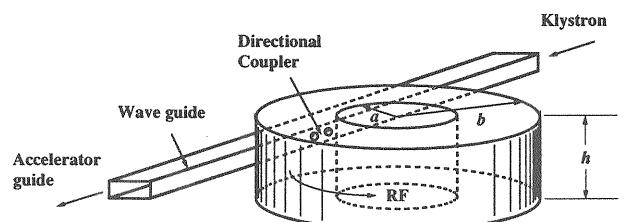


図 4.5.5 環流型高周波パルス圧縮器(RRCS)概念図。

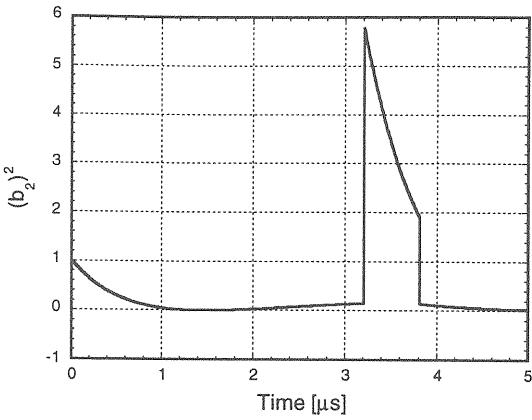


図 4.5.6 出力波, $(b_2)^2$ のパルス波形. ただし, $C=0.07$, $T=0.999277$ ($\alpha_R=0.0007877$ m $^{-1}$), $L=6\lambda g$ ($\lambda g=0.1531$ m), $v_g=0.6856c$, $t_1=3.2$ μs, $t_2=3.8$ μs.

$$b_2 = \begin{cases} -A + B(1 - e^{-\alpha t}) & 0 < t < t_1 \\ A - B\{1 - 2e^{-\alpha(t-t_1)} + e^{-\alpha t}\} & t_1 < t < t_2 \\ -B\{e^{-\alpha(t-t_2)} - 2e^{-\alpha(t-t_1)} + e^{-\alpha t}\} & t_2 < t \end{cases} \quad (4.5.4)$$

ただし,

$$A = \sqrt{1 - C^2}, \quad B = \frac{C^2 T}{1 - T \sqrt{1 - C^2}}$$

(4.5.11) から出力電力, $(b_2)^2$ の波形は, 図 4.5.6 のようになる.

空洞の寸法およびモードの決定

同軸型空洞の波動方程式は, 円柱座標系を用いて次のように書ける.

$$\nabla^2 \psi + k^2 \psi = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \psi}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} + k^2 \psi = 0 \quad (4.5.5)$$

ただし, $k=\omega/c$, ω : 角周波数, c : 光速度.

電磁場 ψ が周方向 (θ 方向) に周回している場合 ($\psi \propto \exp(-j\beta\theta)$), (4.5.5) は,

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \psi}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} + (k^2 - \frac{\beta^2}{r^2}) \psi = 0 \quad (4.5.6)$$

となる. この式を内筒 ($r=a$), 外筒 ($r=b$), 底板 ($z=0$), 天板 ($z=h$), での境界条件および, 周期境界条件

$$\psi(\theta + 2\pi) = \psi(\theta) \quad (4.5.7)$$

のもとに解くと, 共振周波数として次式が得られる.

$$f_0 = \frac{c}{2\pi} \sqrt{K_{nl}^2 + \left(\frac{p\pi}{h} \right)^2} \quad (\text{TE モード}) \quad (4.5.8a)$$

$$f_0 = \frac{c}{2\pi} \sqrt{K'_{nl}^2 + \left(\frac{p\pi}{h} \right)^2} \quad (\text{TM モード}) \quad (4.5.8b)$$

ここで, n , l , p は, それぞれ,

n : θ 方向の腹の数の半分,

l : r 方向の腹の数,

p : z 方向の腹の数,

であり, K_{nl} , K'_{nl} , は,

$$J_{nl}(K_{nl}a)N_{nl}(K_{nl}b) - J_{nl}(K_{nl}b)N_{nl}(K_{nl}a) = 0 \quad (4.5.9a)$$

$$J'_{nl}(K'_{nl}a)N'_{nl}(K'_{nl}b) - J'_{nl}(K'_{nl}b)N'_{nl}(K'_{nl}a) = 0 \quad (4.5.9b)$$

の解である. ここで, J_n , N_n は n 次の第 1 種円柱関数 (ベッセル関数), 第 2 種円柱関数 (ノイマン関数) である. (4.5.9) は超越方程式であるから数値計算によって解かれる. SLED と同様に, Q 値が高く, 競合モードが十分離れているという条件のもとに寸法が決定される. 図 4.5.7 に最終的に決定した寸法に対するモードチャートを示す.

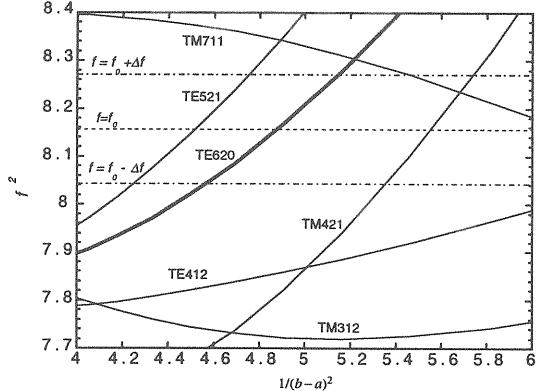


図 4.5.7 RRCS のモード・チャート.

エネルギー増倍率は 1.87 で, SLED よりも 5% 低い. 導波管と空洞の結合は, 図 4.5.5 に示すように 2 結合孔の方向性結合器を用いる. 周波数の調整は, 外面に設けたダイヤフラムにより行なう. 大電力試験の結果, 予想されていたことではあるが, 放射線が多量に出ることがわかり, 実機への適用は断念した. VPM は, やはり進行波共振空洞を用いたパルス圧縮器である. LIPS 同様, 高いモード (TM25,1,1) を採用することにより高い Q 値 (1.9×10^5) を得ているが, 競合モード抑制のため空洞の天底板を無くし (それ故 “Open cavity” と呼ばれる), 全体を別の真空容器に格納している.

4.6 サブハーモニックバンチャ (SHB)

サブハーモニックバンチャ (SHB) に使われる空洞は、半同軸空洞、あるいは軸方向の長さが四分の一波長なので $\lambda/4$ の同軸空洞と呼ばれている。空洞共振器の軸方向の節の数は最低でも 1 個(半波長)のはずであった(図 4.6.1 (a))。そのまた半分の波長の共振器はどうやればできるのだろうか。答えは簡単で、空洞の真で折り返せば良いのである(図 4.6.1 (b))。ただし、そのままでは加速ギャップの電界強度が弱いので、同図 (c) のようにして電界が強くなるようにしている。

SHB 空洞の電気的設計の要点は、シャントインピーダンスをできるだけ高くし、かつ局所的電界強度が十分低くなるようにすることである。これらのパラメータは計算コードで求めるのであるが、まず等価回路によっておおまかな傾向を調べておこう。 $\lambda/4$ の線路は、片端は開放、もう片端は端絡されているわけだから(図 4.6.2 (a))、等価回路としては、同図 (b) のようなものを考えれば良い。

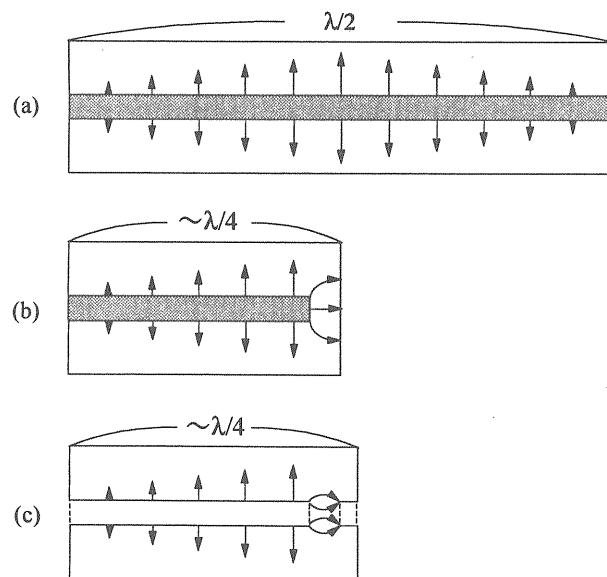


図 4.6.1 (a) 同軸空洞、(b) 半同軸空洞 ($\lambda/4$ 同軸空洞)、(c) サブハーモニックバンチャの構造と電場分布。

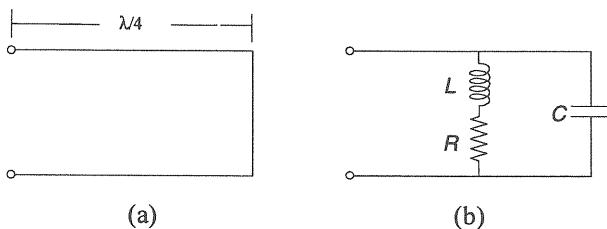


図 4.6.2 SHB の等価回路。

この等価回路の Q 値は、次式で与えられる。

$$Q = \frac{\omega_0 L}{R} \quad (4.6.1)$$

また、同軸線のインダクタンス、 L と抵抗、 R は以下の式で与えられる。

$$L = \frac{Z_c}{c} \quad (4.6.2)$$

$$R = \frac{R_m}{2\pi} \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right) \quad (4.6.3)$$

ここで、

$$Z_c = \frac{Z_0}{2\pi} \ln \left(\frac{b}{a} \right) \quad (4.6.4)$$

$$R_m = \sqrt{\frac{\omega \mu_0}{2\sigma}} \quad (4.6.5)$$

a 、 b は同軸の内径、外径、 Z_0 は真空の特性インピーダンス。以上の関係から、

$$Q = \frac{2\pi f_0 Z_0}{c} \ln \left(\frac{b}{a} \frac{1}{R_m \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right)} \right) \quad (4.6.6)$$

また、シャントインピーダンスは、 Q を用いて、

$$R_{sh} = \frac{4Z_c}{\pi} Q \quad (4.6.7)$$

と書ける。

KEK 電子リニアックでは単バンチ生成用 SHB として、114.24 (=2856/25) MHz のものと 571.2 (=2856/5) MHz のものを用いている。図 4.6.3 に 114.24 MHz の SHB の断面形状を示す。この SHB は半径に比べて軸方向の長さが長いので、等価回路モデルが良く成り立つが、571.2MHz の方は、短いのであまり ”等価” ではない。以下では 114.24 MHz のものを例にとって説明する。

従来の SHB を使った場合、サテライトバンチが 20% 以上もあった。バンチの純度は空洞のシャントインピーダンスが大きいほどあがるわけである。

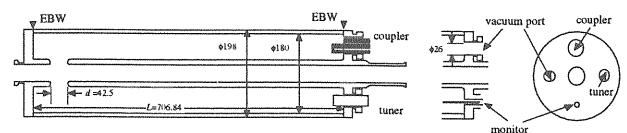


図 4.6.3 114.24MHz サブハーモニックバンチャの断面図。

が、シミュレーションにより、旧空洞のシャントインピーダンス（測定値約 $0.55\text{M}\Omega$ ）を約 1.7 倍大きくすればサテライトバンチを 1%以下にすることが可能であることが示されているので、それを目標に空洞の寸法を決定することにした。ただし、収束コイルの内径が 200mm であるため空洞の外径はそれよりも少し小さくしている。

(4.6.6), (4.6.7) の等価回路の式と SUPERFISH を用いて計算したシャントインピーダンス (R) の内導体半径 (a) および外導体半径 (b) 依存性を図 4.6.4 に示す。等価回路による計算結果とシミュレーションの結果が良く一致しているのがわかる。これより、 a の値は旧空洞の値 (32.5mm) を 30mm にし、 b の値は旧空洞の値 (75.5mm) を 90mm にすればシャントインピーダンスを約 1.7 倍にすることができる事がわかる。

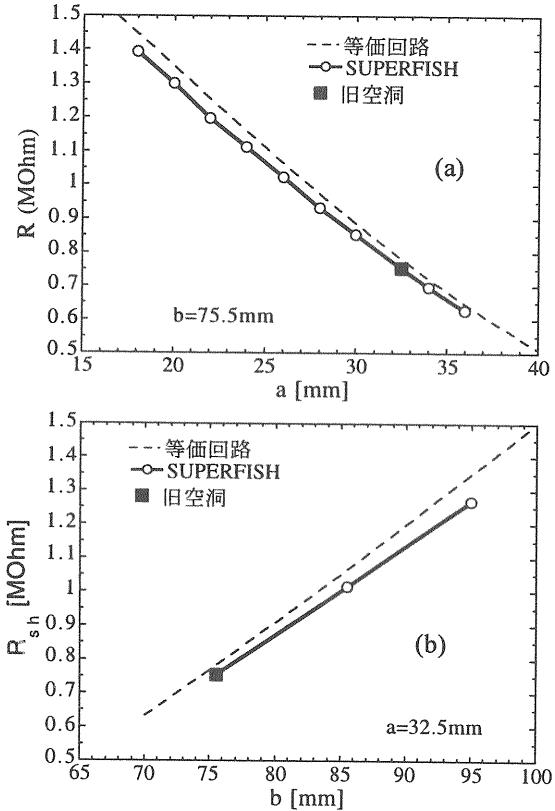


図 4.6.4 シャントインピーダンスの寸法依存性。
(a) 内導体半径, a , (b) 外導体半径, b .

図 4.6.5 はエネルギー利得と内導体半径, a の関係を表したものであるが、図から明らかのように、入力電力一定の条件のもとでは a が小さいほどシャントインピーダンスは増加するが、最大電界強度一定という条件のもとでは、 $a=40\text{mm}$

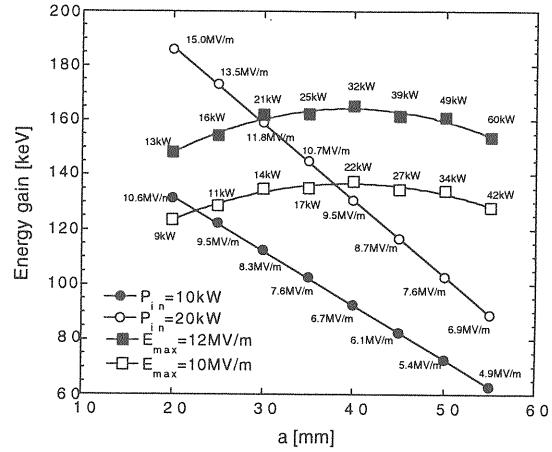


図 4.6.5 エネルギー利得と内導体半径の関係。入力電力一定の場合と最大電界強度一定の場合。

付近でエネルギー利得は最大となる。ここでは当面入手可能な電源電力が 10kW であることと、ビームパイプを細くしすぎるとビーム調整が困難になることを考慮し、 a の値は 30mm とした。

ギャップ間隔は、広いほど最大電界強度（ギャップの長ノーズ側で発生）は下がる。新空洞のギャップは 40mm とすることにした（旧空洞は 18mm）。ギャップを広げるとシャントインピーダンスも下がるが、数%にすぎない（図 4.6.6）。

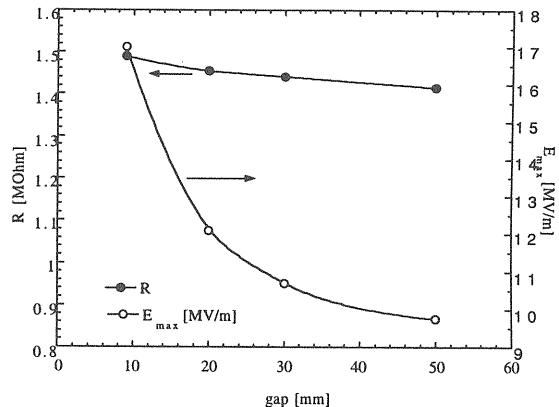


図 4.6.6 ギャップ間隔と最大電場強度、シャントインピーダンスの関係。

ギャップの形状は、従来のものは図 4.6.7 (a) のような半円であったが、新空洞では外側の R を大きくすることにより（同図 (b)）、シャントインピーダンスを落とすことなく最大表面電界強度（図の矢印のところ）を下げている。

最終的に決定された空洞寸法に対し、シャントインピーダンスの計算値は $1.28\text{ M}\Omega$ と旧空洞の計

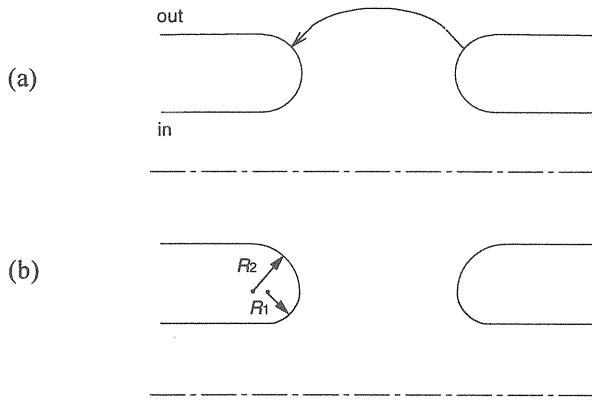


図 4.6.7 ギャップの形状. (a) 旧空洞, (b) 新空洞.

算値 $0.77 \text{ M}\Omega$ の 1.7 倍の値が得られている.

空洞内の真空を良くするため、カプラー等の設置されている側の端板に真空ポートを設け、出口付近に 10l/s のイオンポンプを設置した。また、空洞内面全体に電界研磨（約 $20\mu\text{m}$ ）を施した。これらの処置は、耐圧を高めるのに効果があると思われる。

シャントインピーダンスは 摂動法により軸上電場分布を測定し R/Q を求め、それに Q をかけて求めた。図 4.6.8 に摂動法により測定した軸上電場分布を示す。ビードは直径 4, 6, 8 mm の金属球を用いた。図 4.6.9 に球の体積とシャントインピーダンスの関係を示す。この図の直線を体積ゼロへ外挿した値 ($1.15 \text{ M}\Omega$) をシャントインピーダンスの測定値とした。

完成した SHB 空洞をビームラインに設置し、ビーム加速試験を行なった。図 4.6.10 にパルス波形を示す。ビームの電荷量は電子銃出口で 12nC である。旧空洞と、新空洞のバンチの様子をストリーカカメラで観測した結果を図 4.6.11 に示す。バンチの純度は 80 %から 99 %以上に改善されている。

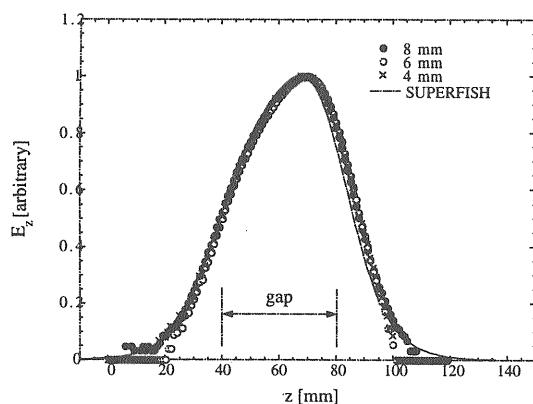


図 4.6.8 摂動法により測定した電場分布.

旧空洞は構造材料として銅メッキしたステンレス鋼 (SUS304) を用いており (内導体の短ノーズのみ無酸素銅), また、外導体のみ冷却しているので、特に内導体の冷却性能が悪く、入力電力を変えると共振周波数が変わってしまうという問題があった。新空洞では構造材料として無酸素銅を探用し、内導体および両側端板を冷却することにより、この問題はなくなった。

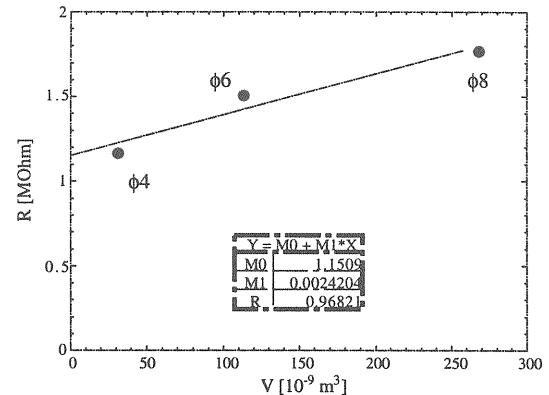


図 4.6.9 ビードの体積とシャントインピーダンスの関係.

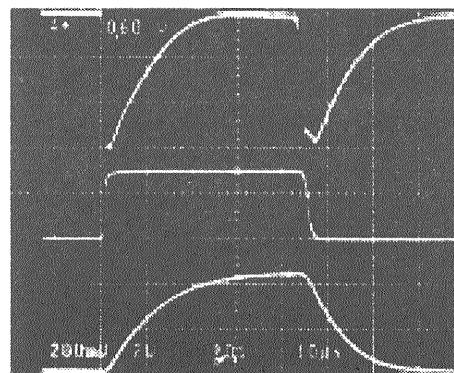


図 4.6.10 パルス波形. 上：反射波，中：入力波，下：透過波.

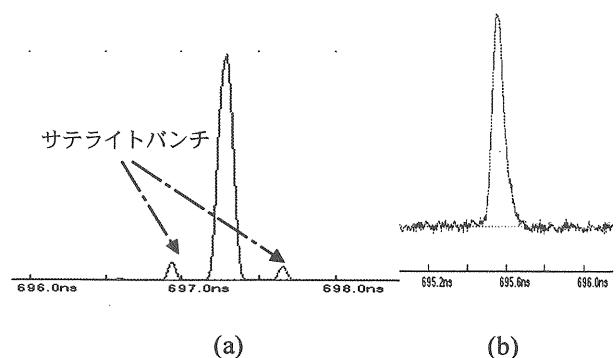


図 4.6.11 単バンチビームの強度分布. (a) 旧 SHB, (b) 現 SHB.

5. おわりに

以上、電子リニアックの加速ユニットを構成する各コンポーネントについて簡単に紹介したが、これらのコンポーネントの設計、製作、運転、改良、修理をするにあたっては、電磁気学、電気回路、機械、数値計算法、材料、真空、計測、精密加工、溶接、放射線、等々に関する幅広い知識、理解が必要とされることがわかる。しかし、例えば、表面粗度とガス放出率の関係など、わかっていないこともたくさんあり、今後の研究が期待される。

さて、電子リニアックの将来を考えたとき、加速管の耐圧の達成値は、要求されている値に対して全く不十分である。自然科学では why ではなくまず how を追求せよとよく言われているが、加速管の場合も、何故耐圧があがらないのか、どうすれば耐圧があがるのかがよくわからっていないのはもちろんのこと、加速管の中でどういう現象が起きているのかすらよくわかっておらず、現象の把握へ向けての作業がようやく始まったところである。やはり、今後の研究が待たれる。

本講議録を執筆するにあたり、高エネルギー加速器研究機構の榎本收志教授には精読の上貴重な御意見を頂いた。心から謝意を表する次第である。

参考文献

A. (電子)リニアック全般に関する参考書

- [1] M. Chodorow, E. L. Ginzton, W. W. Hansen, R. L. Kyhl, R. B. Neal, W. K. H. Panofsky, "Stanford High-Energy Linear Accelerator (Mark III)", Rev. Sci. Inst. 26 [2], 1955.
- [2] R. B. Neal (ed), "The Stanford Two-Mile Accelerator", W. A. Benjamin, New York, 1968.
- [3] P. M. Lapostolle and A. L. Septier (ed), "Linear Accelerators", North-Holland, Amsterdam, 1970.
- [4] J. C. Slater, "Design of Linear Accelerator", Rev. Modern Physics, 20 [3], 1948.
- [5] 佐藤 勇, 他, "放射光入射器増強計画"

KEK Report 95-18, 1996.

- [6] OHO のテキスト, 1984~.
- [7] CERN Accelerator School のテキスト,
(<http://schools.web.cern.ch/Schools/CAS/>).
- B. 高周波(測定技術)に関する参考書
 - [8] E. L. Ginzton, "Microwave Measurements", McGraw-Hill, New York, 1957.
 - [9] J. C. Slater, "Microwave Electronics", D. Van Nostrand Company, Inc. New Jersey, 1950,
 - [10] C. G. Montgomery (Edt), "Technique of Microwave Measurements", New York Dover Publications, Inc., New York, 1966.
 - [11] E. Collin, "Foundations for the Microwave Engineering, 2nd ed., McGraw-Hill, Inc. New York, 1992.
- C. 世界各研究機関のリニアック(電子、陽子、イオン)の緒元をまとめたものが、以下のレポートとして出版されている。ただし、1996年現在。
 - [12] J. Clendenin, L. Rinolfi, K. Takata, D. J. Warner, "Compendium of Scientific Linacs", CERN/PS 96-32, このレポートは以下の URL からダウンロードできる (7.6MB).
<http://doc.cern.ch/cgi-bin/tiff2pdf?archive/electronic/cern/preprints/ps/ps-96-032.tif>

付録 A Kyhl 法^{*}

加速管とカプラーが結合した系を、図 A.1 のような等価回路で表わし、以下の仮定をする：

1. この系は無損失ある。
2. X_{ser} は、周波数の一次関数である。
3. C は、周波数によらず一定である。
4. 分散曲線は、正弦関数で近似できる。

カプラー空洞を離調したときに $f_{ave} = (f_{2\pi/3} + f_{\pi/2})/2$ に対する離調時短絡面がアドミッタンス・チャート上で 図A.2 の A にくるようにする（ネットワークアナライザを使う場合は、ポートエクステンションとフェーズオフセットを調整する）。

隣接空洞（第 1 空洞）を離調したとき、位相の変化量が正しければ f_{ave} は同図の B にくる。また、 $f_{2\pi/3}, f_{\pi/2}$ の位置を C, D とし、 θ を図のように定義すると、

- $\theta < 120^\circ$ ならば $\beta < 1$ (弱結合),
- $\theta = 120^\circ$ ならば $\beta = 1$ (臨界結合),
- $\theta > 120^\circ$ ならば $\beta > 1$ (強結合),

である。

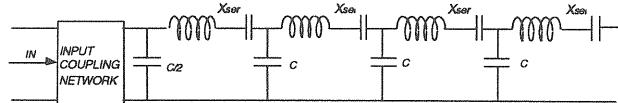


図 A.1 Kyhl 法の等価回路。

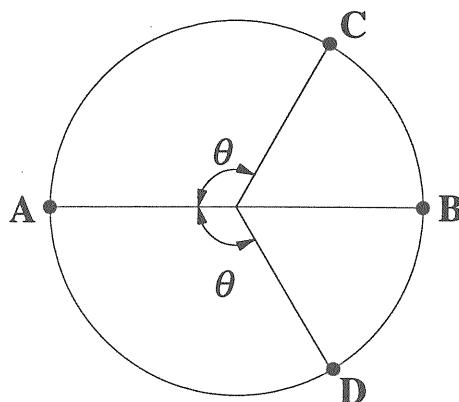


図 A.2 アドミッタンス・チャート。

^{*}) E. Westbrook, "Microwave Impedance Matching of Feed Waveguides to the Disk-Loaded Accelerator Structure Operating in the $2\pi/3$ Mode", SLAC-TN-63-103, 1963.

付録 B SiC 付導波管の管内波長

先頭の SiC ボタン ($h=4.5$ mm) について考える。ボタンが体積を保ったまま H 面全体に広がっているとし、その高さを h' とすると、

$$h' = \frac{\pi r^2 h}{34 \times 38.27} = 1.086 \text{ mm}. \quad (\text{B.1})$$

この場合の管内波長を “Transverse-resonancemethod (横共振法)” により求める。

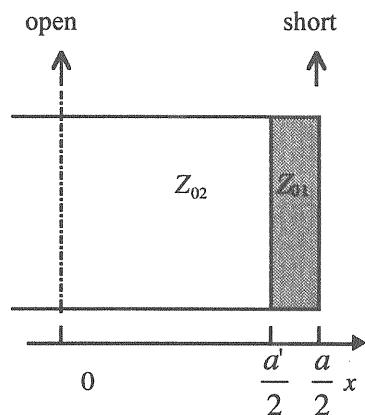


図 B.1 横共振法による管内波長の計算。

図 B.1において、 $x=a/2$ から左を見たインピーダンスは、

$$-jZ_{02} \cot\left(\frac{2\pi}{\lambda_{c2}} \frac{a'}{2}\right), \quad (\text{B.2})$$

右を見たインピーダンスは、

$$jZ_{01} \tan\left(\frac{2\pi}{\lambda_{c1}} \frac{a-a'}{2}\right), \quad (\text{B.3})$$

である。 x 軸方向の共振条件より、

$$-jZ_{02} \cot\frac{2\pi}{\lambda_{c2}} \frac{a'}{2} + jZ_{01} \tan\frac{2\pi}{\lambda_{c1}} \frac{a-a'}{2} = 0. \quad (\text{B.4})$$

ここで、 Z_{01}, Z_{02} は平行板線路の TEM 波に対する特性インピーダンスであり、これらの線路は、遮断波長がそれぞれ $\lambda_{c1}, \lambda_{c2}$ となるような実効誘電率 $\epsilon_{eff1}, \epsilon_{eff2}$ を持つ線路と考えられる。したがって、

$$\frac{Z_{01}}{Z_{02}} = \sqrt{\frac{\epsilon_{eff1}}{\epsilon_{eff2}}} = \frac{\lambda_{c1}}{\lambda_{c2}} \quad (B.5)$$

一方,

$$\frac{\epsilon}{\lambda^2} = \frac{1}{\lambda_g^2} + \frac{1}{\lambda_{c1}^2}, \quad (B.6)$$

$$\frac{1}{\lambda^2} = \frac{1}{\lambda_g^2} + \frac{1}{\lambda_{c2}^2}. \quad (B.7)$$

(B.4), (B.5), (B.6), (B.7) より,

$$\frac{\sqrt{1 - (\lambda/\lambda_g)^2}}{\sqrt{\epsilon - (\lambda/\lambda_g)^2}} = \frac{\cot(\pi a' \sqrt{1 - (\lambda/\lambda_g)^2}/\lambda)}{\tan(\pi(a - a')\sqrt{\epsilon - (\lambda/\lambda_g)^2}/\lambda)} \quad (B.8)$$

(B.8) 式に, $\lambda = 104.97\text{mm}$, $a = 72.1\text{mm}$, $a' = 72.1 - 1.086 \times 2 = 69.93\text{mm}$, $\epsilon = 30$ を代入し, λ_g について数値的に解くと,

$$\lambda_g = 152.88\text{mm}$$

となる。この値は、SiCがない場合の管内波長, 153.097mm に比べて 0.22mm 短い。1/4 波長では 0.055mm 短いにすぎず、よってこの差は無視してさしつかえない。2番目以降の SiC についても同様にして、その効果は小さく、無視してよいと考えられる。

付録 C 進行波空洞共振器の出力波形

進行波型空洞共振器は、小さい入力電力で大きな周回電力を得る手段として、実用に供されてきている。ここで、進行波型空洞共振器による大電力発生の原理について復習し、パルスの途中で位相を反転した場合の出力パルス波形を表わす式を導出しよう。進行波型空洞共振器(リング)と導波管が方向性結合器を介して結合した系は、図 C.1 に示すような四端子回路で表わすことができる。入力波、出力波の振幅を a_i , b_i ($i = 1, 2, 3, 4$)、散乱行列を $[S]$ とし、方向性結合器の方向性が無限大であると仮定すると、以下の関係が成り立つ。

$$(b_i) = [S](a_i) \quad (C.1)$$

ただし、 $[S]$ は (4.4.13) で与えられる。(4.4.13) で

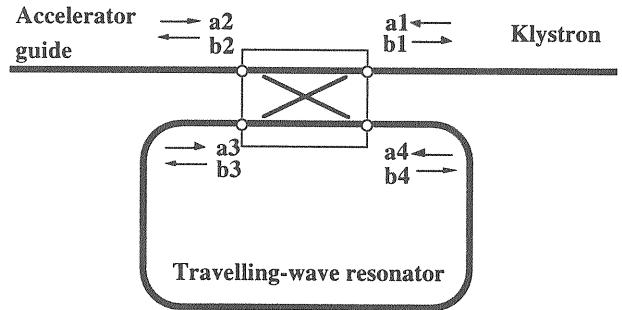


図 C.1 四端子回路網。

$C_2 = C$ とおくと、 $C_1 = \sqrt{1 - C_2^2} = \sqrt{1 - C^2}$ よって、

$$[S] = \begin{pmatrix} 0 & \sqrt{1-C^2} & jC & 0 \\ \sqrt{1-C^2} & 0 & 0 & jC \\ jC & 0 & 0 & \sqrt{1-C^2} \\ 0 & jC & \sqrt{1-C^2} & 0 \end{pmatrix} \quad (C.2)$$

と書き直せる。(C.1), (C.2) より、

$$b_2 = \sqrt{1 - C^2} a_1 + jCa_4 \quad (C.3)$$

$$b_3 = jCa_1 + \sqrt{1 - C^2} a_4 \quad (C.4)$$

また、リングの減衰定数を τ 、透過率を $T (= 1 - \tau)$ とすると、

$$a_4 = b_3 e^{-\tau} \approx b_3 (1 - \tau) = b_3 T \quad (C.5)$$

となる。ここで、リングの減衰定数を α_R 、リングの周長を L とすれば、

$$\tau = \alpha_R L \quad (C.6)$$

の関係があり、 α_R は、

$$\alpha_R = \frac{\omega}{2Qv_g} \quad (C.7)$$

である。ただし、 ω : マイクロ波の角周波数、 Q : 空洞(リング)の Q 値、 v_g : マイクロ波の群速度。また、RF 電力がリングを 1 周するのに要する時間、 t_f は、(C.6), (C.7) より、

$$t_f = L/v_g = 2Q\tau/\omega \quad (C.8)$$

となる。

定常状態については、(C.4), (C.5) より、

$$b_3 = \frac{jC}{1 - T\sqrt{1 - C^2}} a_1 \quad (C.9)$$

b_3/a_1 は、リング内電圧の増倍率を与える。

次に、過渡状態について考える。リングを n 回周

回している波の振幅 $b_3^{(n)}$ は、以下のようになる。

$$\begin{aligned} b_3^{(1)} &= jCa_1 \\ b_3^{(2)} &= jCa_1 \left(1 + T\sqrt{1-C^2} \right) \\ b_3^{(3)} &= jCa_1 \left\{ 1 + T\sqrt{1-C^2} + \left(T\sqrt{1-C^2} \right)^2 \right\} \\ &\vdots \\ b_3^{(n)} &= jCa_1 \left\{ 1 + T\sqrt{1-C^2} + \cdots + \left(T\sqrt{1-C^2} \right)^{n-1} \right\} \\ &= jCa_1 \frac{1 - (T\sqrt{1-C^2})^n}{1 - T\sqrt{1-C^2}} \end{aligned} \quad (\text{C.10})$$

これより、 Δn 回周回する間の b_3 の増加、 $\Delta b_3/\Delta n$ は、

$$\begin{aligned} \frac{\Delta b_3}{\Delta n} &= \frac{b_3^{(n+\Delta n)} - b_3^{(n)}}{\Delta n} \\ &= \left\{ \frac{jCa_1}{\left(1 - T\sqrt{1-C^2} \right)} - b_3^{(n)} \right\} \left\{ \frac{1 - \left(1 - T\sqrt{1-C^2} \right)^{\Delta n}}{\Delta n} \right\} \end{aligned} \quad (\text{C.11})$$

となる。したがって、 $1 - T\sqrt{1-C^2} \ll 1$ とすると、

$$\begin{aligned} \frac{db_3}{dn} &= \lim_{\Delta n \rightarrow 0} \frac{\Delta b_3}{\Delta n} \\ &= jCa_1 - b_3^{(n)}(1 - T\sqrt{1-C^2}) \end{aligned} \quad (\text{C.12})$$

ここで、 $b_3^{(n)}$ を b_3 と書くことにして、

$$\frac{db_3}{dn} = jCa_1 - b_3(1 - T\sqrt{1-C^2}) \quad (\text{C.13})$$

一方、

$$\frac{dn}{dt} = \frac{1}{t_f} = \left(\frac{L}{v_g} \right)^{-1} \quad (\text{C.14})$$

であるから、

$$\begin{aligned} \frac{db_3}{dt} &= \frac{db_3}{dn} \frac{dn}{dt} \\ &= \frac{jCv_g a_1}{L} - \frac{v_g(1 - T\sqrt{1-C^2})}{L} b_3 \end{aligned} \quad (\text{C.15})$$

が得られる。 (C.15) は b_3 に関する微分方程式であり、これをとくと、

$$b_3 = \frac{jCa_1}{1 - T\sqrt{1-C^2}}$$

$$-k \frac{L}{v_g(1 - T\sqrt{1-C^2})} \exp \left\{ -\frac{v_g(1 - T\sqrt{1-C^2})}{L} t \right\} \quad (\text{C.16})$$

が得られる。ここで、 k は積分定数である。

パルスのスタート、位相反転、ストップの時刻をそれぞれ、 0 , t_1 , t_2 とするとき、 a_1 は、 -1 ($0 < t < t_1$), $+1$ ($t_1 < t < t_2$), 0 ($t_2 < t$) であるから、 (C.16) は、初期条件を $b_3(t=0)=0$ とすると、以下のようなになる。

$$b_3 = \begin{cases} -\beta(1 - e^{-\alpha t}) & 0 < t < t_1 \\ \beta[1 - 2e^{-\alpha(t-t_1)} + e^{-\alpha t}] & t_1 < t < t_2 \\ \beta[e^{-\alpha(t-t_2)} - 2e^{-\alpha(t-t_1)} + e^{-\alpha t}] & t_2 < t \end{cases} \quad (\text{C.17})$$

ここで、

$$\alpha = \frac{1 - T\sqrt{1-C^2}}{L/v_g} \quad (\text{C.18a})$$

$$\beta = \frac{jC}{1 - T\sqrt{1-C^2}} \quad (\text{C.18b})$$

(C.3) , (C.5) および (C.17) より、

$$b_2 = \begin{cases} -A + B(1 - e^{-\alpha t}) & 0 < t < t_1 \\ A - B[1 - 2e^{-\alpha(t-t_1)} + e^{-\alpha t}] & t_1 < t < t_2 \\ -B[e^{-\alpha(t-t_2)} - 2e^{-\alpha(t-t_1)} + e^{-\alpha t}] & t_2 < t \end{cases} \quad (\text{C.19})$$

ただし、

$$A = \sqrt{1-C^2} \quad (\text{C.20a})$$

$$B = \frac{C^2 T}{1 - T\sqrt{1-C^2}} \quad (\text{C.20b})$$