

ERL 入門

横谷馨

高エネルギー加速器研究機構

1 はじめに

電子を磁場の中で運動させるとシンクロトロン輻射をまき散らします。電子自体に興味のある人からみると、これには、エネルギーが減ってしまうこと、入射時よりビームの質が（普通は）よくなること、の2つの効果があります。

電子貯蔵リングははじめはコライダーとして作られました。この場合、シンクロトロン輻射は邪魔者ですが、偏向磁石からの光の取り出しラインを作れば、輻射を利用することができます。これを第1世代光源と呼びます。リングはコライダー用に最適化されているので、光の波長領域・パルス構造・運転時間など光の利用者には自由がありません。

これに対して、KEKの photon factory のように、シンクロトロン輻射の利用のために建設されたものを第2世代光源と呼びます。基本的には通常の偏向磁石からの輻射を利用するものですが、直線部にアンジュレーター（ウィグラー）をいれて電子を蛇行させることによりさらに高品質の輻射（単色性・方向性・強度の高い光）を得ることができます。このようなものを第3世代光源と呼びます。

私にはこれより上の世代の定義がよくわかっていないのですが、最近では第3世代光源に満足できない人々がふえています。いわく、もっと輻射強度（平均・ピーク）がほしい、短いパルスがほしい、もっと細い（エミッタンスが小さい）ビームがよい、などなど。このような要求を満たすものとして FEL（自由電子レーザー）、特に SASE (Self-Amplifying Spontaneous Emission) FEL があります。これはピーク強度が高い、パルスが短い、エミッタンスを小さくできる、コヒーレントな光が得られる、などの長所があり、最近世界各地で建設が進んでいます。欠点としては、平均強度（長時間で平均したもの）が高くない、パルスごとに強度が一定しない、などがあげられます。

もう一つの方向が ERL (Energy Recovery Linac) です。これもパルスが短い、エミッタンスを小さくできる、という長所をもちます。ピーク強度は SASE FEL より

低くなりますが、平均強度では上回り、パルスの強度は一定しています。コヒーレンスはありません。SASE FEL と ERL は相補的なものといってよいでしょう。問題は、試験的なものはありますが、実用に供されているものが未だ存在しないことです。いまのところ、エネルギー回収実験を行ったのはアメリカの Jefferson Lab の数 10MeV と、日本原子力研究所 (JAERI) の 17MeV ビームのみです。（図2は JAERI の概念図とその写真です。）

ERL と FEL は排他的なものではありません。原理的には ERL の直線部に SASE-FEL を配置することも可能です。X 線領域ではかなりむずかしいと思われませんが、光学領域であれば十分可能とみられます。実際、日本原子力研究所では ERL・FEL の個々の成功の上に 赤外線 (22 μ m) の ERL+FEL の実験をまもなく始めようとしています。

世界で検討中の ERL プロジェクトを表1にならべてあります。

ERL においては、超伝導線形加速器がもっとも重要な役割をもっています。さいわい日本はこの点で世界の最先端にあります。17年ほど前に KEK において電子陽電子衝突器 TRISTAN 建設されましたが、そのビームエネルギー増強に超伝導加速空洞が用いられて大きな成功をおさめました。これは超伝導加速空洞を大規模に加速器に使用した世界最初の試みでした。この技術はさらに改良されて現在 KEKB の陽電子リングにおいて生かされています。また、KEK において開発された電解研磨法はドイツの TESLA 計画において高加速勾配を得るために不可欠な技術になっています。

私の専門分野はビーム力学であり、ERL のハードウェアについては無知なので以下の話はほとんどビーム力学に限られています。本稿を書くにあたってとくに文献 [1][2] を参考にしました。

表 1: 世界の ERL プロジェクト

	Cornel CHESS	BNL PERL	LBL 2.5-3.1	BINP MARS	Daresbury 4GLS	Erlangen	
エネルギー	5.3	3-7	2.5-3.1	5.4	0.6	3.5	GeV
電流	100	200	0.04	1.0	100	100	mA
最小バンチ長	0.3	0.1-0.4	0.05	<1	0.05	2	ps
エミッタンス	0.15	0.04		0.003	<1	0.3	nm

2 ERL の概念

図 1 は最も簡単な ERL の概念図です。○の中の数字は電子が走る順序を示しています。

- [1] 電子ビームを電子銃①でつくる。
- [2] 入射加速器②で比較的低エネルギー E_0 まで加速する。(入射器を内部に描きましたが他意はありません。紙面節約のみ。)
- [3] 超伝導線形加速器③で高いエネルギー E まで加速する。
- [4] 曲線部④、直線部⑤、曲線部⑥を通過して放射光を出す。
- [5] 超伝導線形加速器にもどって、 E_0 まで減速する。
- [6] さらに減速器⑧で十分減速した後、ビームダンプ⑨で廃棄する。

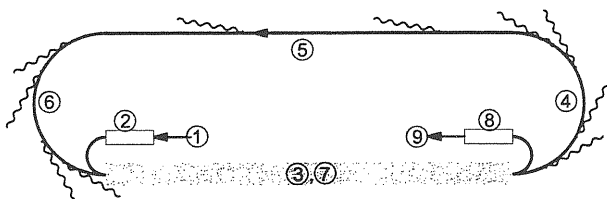


図 1: ERL の概念図。

超伝導線形加速器③での加速のときはビームは sine curve の山の付近におかれ、⑦の減速時には谷の位相に来るように、1 周の長さを調整しておきます。つまり、1 周の長さが加速波長の半奇数倍になっていればよいわけです。これによって、加速の時に消費されたエネルギーは、減速時にほとんど加速管にもどされ、後から来る電子の加速に使われます。線形加速器を単に加速にだけ用いた場合、電子の平均電流を I A とすると、すくなくとも $I \times E$ の消費電力が必要です。たとえば、 $I=100$ mA、

$E=5$ GeV なら、これだけで 500 MW になり、膨大な電力が必要になりますが、そのうち放射光エネルギーに変換されるのはごくわずかです。

エネルギー回収をする ERL の場合は、施設の電力消費は、こまかいものを無視すれば

$$I(E - E_0) - RI(E - E_0) + IE_0 + W_{rad} + W_{cool} \quad (1)$$

となります。第 2 項は回収電力で、 R は超伝導線形加速器のエネルギー回収率、つまり、加速に消費されたマイクロ波電力の内、どれだけが回収されるかを表すパラメータです。第 3 項は入射器の消費電力で、これは回収されません。 W_{rad} は放射光エネルギー、 W_{cool} は、超伝導加速器の冷却に必要な電力です。たとえば、 $E=5$ GeV、 $E_0=10$ MeV、 $I=100$ mA なら、99.9% のエネルギー回収により、最初の 3 項はたったの 1.5 MW になります。JAERI では $E_0=2$ MeV、 $E=17$ MeV に対して $R=$ をすでに実現しています。

ところで、なんでこんなに面倒くさいことをするのか？ 電子貯蔵リングなら、放射光として消費した電力のみ電子に供給すれば電子は回り続けるのですから、 W_{rad} の項しかありません。 W_{cool} に相当する項はありますが、もともと第 1・2 項はないわけです。

これを理解するには、電子貯蔵リングを多少勉強しなければなりません。

電子貯蔵リングでは、シンクロトロン輻射のために、入射された電子は短時間(数ミリ秒から数 100 ミリ秒)で平衡状態になります。入射時のビームの性質(エネルギー幅、バンチ長、エミッタンスなど)に関係なく、リング内のビーム力学によって決る値に落ち着くのです。落ち着き後のビームパラメータはリングの設計で調節できますが、現実的な範囲はエネルギー幅 0.05% 以上、バンチ長 1 cm (30 ps) 以上、規格化エミッタンス¹ 数 $\mu\text{m}\cdot\text{rad}$ 以上です。(鉛直方向の規格化エミッタンスはこれより 2

¹ ビームの位置のひろがりや方向角のひろがりの積をエミッタンスといいます。したがって、単位は長さ \times 角度です。これに、電子のローレンツ因子 $\gamma = E/mc^2$ を乗じたものを規格化エミッタンスといいます。単位は同じです。これに対してもとのエミッタンスを幾何エミッタンスと呼ぶこともあります。

桁小さい値が可能ですが、放射光として用いる場合は両方向に小さいエミッタンスが望まれます。)

現在、高エネルギー加速器研究機構では物質構造研究所を中心にして5GeVクラスのERLの可能性を検討しています。図3に現在のモデルの全体を示します。目標パラメータを表2に示します。ここに挙げた数値は各項目ごとの最良の目標値であって、同時にすべてを満たすビームを得ようというものではありません。たとえば、バンチ電荷77pCで規格化エミッタンス0.1 $\mu\text{m}\cdot\text{rad}$ というのはむずかしいと思われます。

表2: ERLの主要パラメータ

ビーム・エネルギー	2.5~5.0	GeV
加速周波数	1.3	GHz
加速勾配	10~20	MV/m
入射エネルギー	10	MeV
最大電流	100	mA
バンチ電荷	77	pC
規格化エミッタンス	0.1	$\mu\text{m}\cdot\text{rad}$
エネルギー幅 (rms)	5×10^{-5}	
バンチ長 (rms)	1~0.1	ps
周長	1253	m

周期 λ_u のundulatorにエネルギー E の電子を通したときに輻射される電磁波の波長は

$$\lambda = \frac{\lambda_u}{2\gamma^2} \frac{1}{2n+1} \left(1 + \frac{K^2}{2} \right), \quad \gamma = \frac{E}{mc^2} \quad (2)$$

で表せます。 mc^2 は電子の静止エネルギー、 K はundulatorの磁場/ E に比例する量で、1前後の数値が使われます。 $n=0,1,\dots$ はモード番号です。現在の技術で十分可能な周期は $\lambda_u \approx 15\text{mm}$ 程度です。 $E=5\text{GeV}$ の場合、最低次のモード $n=0$ で λ は約 1\AA になります。これが $E=5\text{GeV}$ を選んだ理由です。 $n \geq 1$ のモードは強度が落ちます。

加速周波数1.3GHzは、超伝導線形加速器としてもっとも実績のあるTESLAプロジェクトのものを採用しています。

波長 λ の最良質の(回折限界の)光ビームはエミッタンス

$$\epsilon = \frac{\lambda}{4\pi} \quad (3)$$

をもちますが、実際の放射光は親の電子の幾何エミッタンスより小さくなりません。 1\AA の光の回折限界エミッタンスは $1\text{\AA}/4\pi \sim 10^{-11}\text{m}$ ですから、5GeVの電子で

これに相当する規格化エミッタンスは $10^{-11} \times E/mc^2 = 10^{-7}\text{m}$ 、つまり $0.1\mu\text{m}\cdot\text{rad}$ になります。これが電子の規格化エミッタンスの目標値です。これは蓄積リングでは到底得られない値です。ERLでは入射器の性能しだいで実現できる可能性があります。現在の電子銃の技術で $1\mu\text{m}\cdot\text{rad}$ 程度まで達成できていますが、もう一桁の改善が期待されます。

ビーム電流は線形加速器でのビーム不安定性で制限されていて、100mA前後が限界とみられます。この電流の $1/1.3\text{GHz} = 0.77\text{ns}$ 間隔のバンチに配分すると、バンチ電荷は77pCになります。これより大きいバンチ電荷が望まれる場合は、ビーム不安定性がほぼ全電流で決っているので、バンチ間隔をひろげることになります。

バンチ長の下限0.1psは、1psのビームを5GeVまで加速した後で圧縮して達成しようというものですが、バンチ電荷が大きいときは種々の問題があります。

図1はもっとも基本的なERLです。より高度なERLも考えられます。

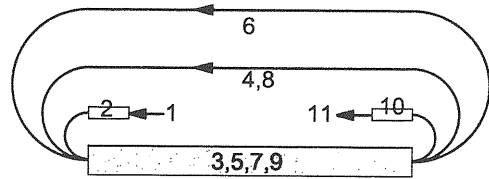


図4: 2-Pass ERL。

図4は2-pass ERL、つまり1つの線形加速器を2回加速に使うものです。線形加速器の建設費を節約できる、2つの異なるエネルギーの電子からの光が得られる、などの長所があります。欠点は4つのビームが線形加速器を通るのでビーム不安定性のため最大電流が低くなることです。

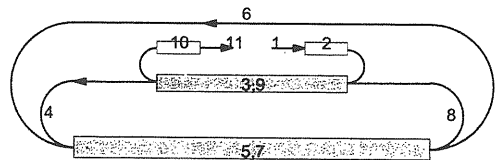


図5: マトリョーシュカ型 ERL。

図5はERLの提案者クリパノフ氏がマトリョーシュカ(ロシアの入れ子型こけし)と名付けたタイプで、低エネルギー用・高エネルギー用の線形加速器を別にしたものです。原理的には何段でもできます。あとに述べる

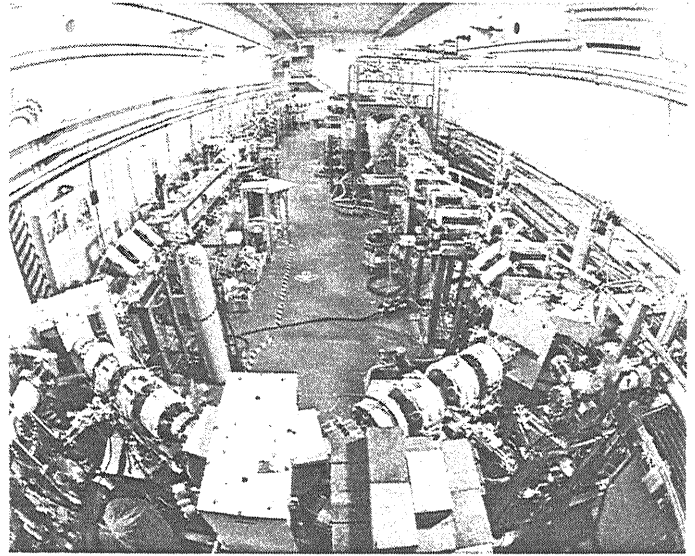
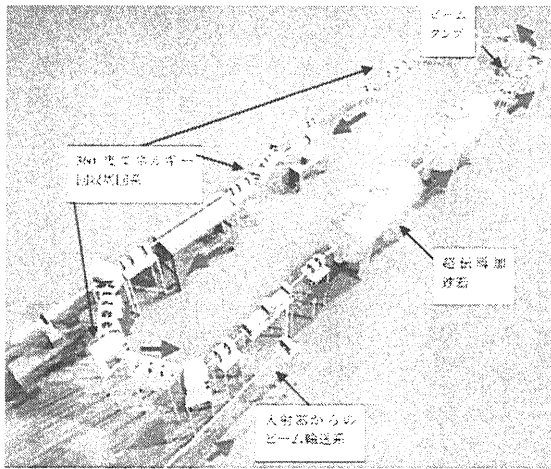


図 2: JAERI-ERL の概念図。JAERI HP より。右はその写真。羽島氏のご好意による。

ように、ERL のビーム力学上のひとつの問題は、同じ線形加速器にエネルギーの全く異なる複数のビームが通ることです。基本形図 1 の場合、最大のエネルギー比は E/E_0 ですが、マトリョーシュカ型にすればこの比を小さくできますから、最大電流を上げられる可能性があるわけです。線形加速器の全長は基本形と変わりませんから、建設費の差はたくさんあるアークの部分だけ見えます。

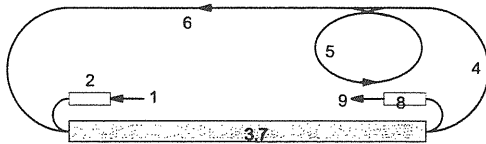


図 6: リング付き ERL。

図 6 はリングを付設した ERL です。この場合、線形加速器では電子バンチは間隔をひろくっておきます。電子はリングに入って数 (n) ターンしてから出て行き、線形加速器にもどって減速されます。リングに入る際にはすでに入っているバンチの間にくるように、リングの周長が調整してあります。リング内ではバンチ間隔が $1/n$ 、したがって電流が n 倍になります。通常、線形加速器よりリングの方が電流を上げやすいので、このタイプでは(リング周回中の電子の放射光を使うなら) 実効電流を上げることができるはずですが、 n の上限はリングでのシンクロトロン放射で決まります。長時間滞在すると平衡状態に近づいて ERL にならなくなるからです。(図にはリ

ングを小さく書きましたがこれではシンクロトロン放射が強く損です。)

以上のように各種の ERL の発展形が考えられますが、とりあえずまず基本形を実現することが先決です。

3 ERL のビーム力学

ERL のために研究しなければならないビーム力学上の問題は山ほどあります。

- 入射器
 - 電子銃直後の加速・バンチングの間、エミッタンスが保存できるか。
 - 入射ビームと周回後ビームの合流部付近でのコヒーレント放射の効果
- 主線形加速器
 - エネルギー回収のための位相制御の要求精度と制御法
 - バンチ長圧縮のためのエネルギー幅・エネルギー勾配の制御
 - 長距離 Transverse wakefield による BBU (Beam Break-Up)
 - 短いバンチによる HOM(Higher Order Mode) の励起
- アーク部
 - 要求を満たすラティスの設計

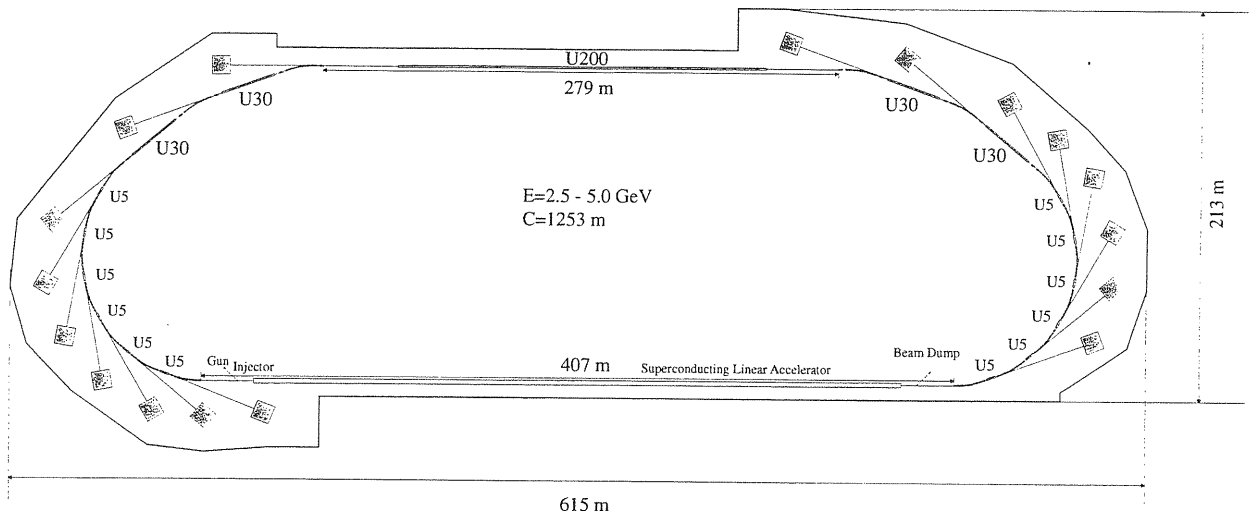


図 3: 現在検討中の ERL の全体図。

- バンチ長圧縮の設計
- コヒーレント輻射の効果、その最小化
- 直線部
 - アンジュレータによるビームへの影響
- 全般
 - ビームハローの生成メカニズムとその最小化
 - イオン・トラッピング

3.1 アーク部の設計

アーク部を設計する上でもっとも基本的な点は1周する間にバンチの進行方向の形状を変えないことです。形状が変わると各粒子の減速位相が変わるので、エネルギー回収条件がくずれます。線形加速器を出た時点でビームにはエネルギーの幅があります。この幅の中の各粒子がリングを1周する時間を、バンチ長 (ps) 以上の精度で同じにすることです。加速器用語では、進行方向のバンチ上の位置 z が第5変数、エネルギーの相対的なずれ $\Delta E/E$ が第6変数なので、エネルギーのずれによる進行方向の位置のずれは

$$\Delta z = R_{56} \frac{\Delta E}{E} + R_{566} \left(\frac{\Delta E}{E} \right)^2 + R_{5666} \left(\frac{\Delta E}{E} \right)^3 \dots (4)$$

のように展開されます。したがって、基本的条件は $R_{56} = 0$ と表現できます。高次の項も十分小さくすることが必要です。 R_{56} は

$$R_{56} = \int_0^L \frac{\eta_x}{\rho} ds \quad (5)$$

の形の積分で表せます。(R_{56} の符号の定義は人によります。) 0 から L は考えている区間です。 ρ は軌道の曲率半径、 η_x は dispersion と呼ばれる関数で、エネルギーのずれによる水平方向の軌道のずれを表します。式 (5) は、軌道が曲がっている場所で水平方向の軌道のずれが進行方向のずれに転化される、という式です。

もうひとつの基本的条件は、シンクロトロン輻射の効果を十分小さくすることです。蓄積リングとは違って電子は1回しか通過しませんが、それでも輻射の効果は完全には無視できません。水平方向規格化エミッタンスの増加は理論式

$$\Delta \epsilon_{nx} = \frac{55}{48\sqrt{3}} r_e \lambda_e \gamma^6 \int_0^L \frac{H_x}{|\rho|^3} ds \quad (6)$$

$$H_x = \gamma_x \eta^2 + 2\alpha_x \eta \eta' + \beta_x \eta'^2$$

ρ : 軌道曲率半径, r_e : 古典電子半径,

λ_e : Compton 波長, $\gamma = E/mc^2$

で評価できます。

$R_{56} = 0$ の条件と、 $\Delta \epsilon_{nx}$ の小さくする条件は幸いにして似たもので、ここでも η_x がでてきます。

図3のアーク部は小林幸則氏による設計で、図7に一部分の詳細が示してあります。これは TBA (Triple Bend Acromat) とよばれるタイプで、1単位が3つの偏向磁石 (横長の長方形) で構成されています。図8はその optics です。3つの関数のうち下段が dispersion η_x です。

両端の偏向磁石のつくった dispersion がその内側の4極磁石3つ組により符号が変られ、中央部の偏向磁石では負になっています。このため、 R_{56} の積分が両端の偏

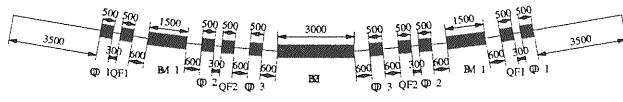


図 7: アーク部磁石配置詳細。

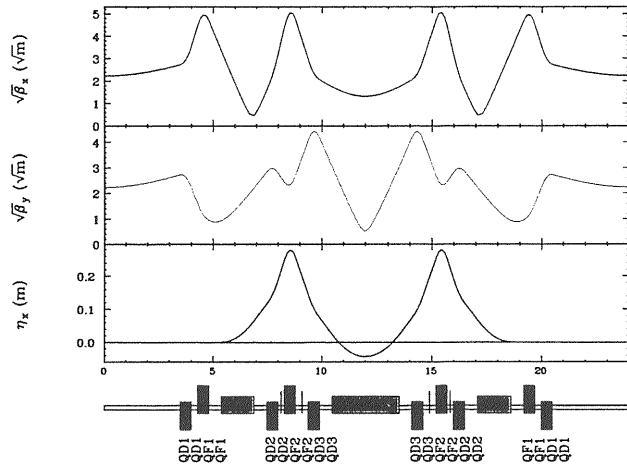


図 8: アーク部ラティス詳細。

向磁石と中央部の偏向磁石とで、相殺するようになっています。 $\Delta\epsilon_{nx}$ の積分も小さくなります。これによるエミッタンス増加はアーク半周で

$$\Delta\epsilon_{nx} \approx 0.060 \mu\text{m} \cdot \text{rad} \times \left(\frac{E}{5\text{GeV}} \right)^6 \quad (7)$$

5GeV においては、目標エミッタンス $0.1 \mu\text{m} \cdot \text{rad}$ に比べて無視できません。できれば曲率半径 ρ をもう少し大きくしたいのですが、敷地の問題があります。

アーク部設計のもうひとつのポイントはバンチ長圧縮です。最短バンチ長の目標は $30 \mu\text{m}$ 、時間にして 100fs ですが、この短いバンチを加速するには加速空洞内の高次高調波の問題があるので好ましくありません（実際はそれ以前に、数 10MeV でこんなに短いバンチをつくるのは難しい、という問題があります）。そこで、加速の際は 1ps 程度にして、加速後に圧縮します。原理はよく知られたもので、

- 加速時に \sin 波の頂上からずらしてバンチ前後部にエネルギー差をつける（前方ほど高エネルギーになるようにする）図 9(a)
- 軌道を曲げると、高エネルギーの電子ほど大回りするので遅れがでて、後方の低エネルギー電子が追いつく。これでバンチが短くなる。図 9(b)

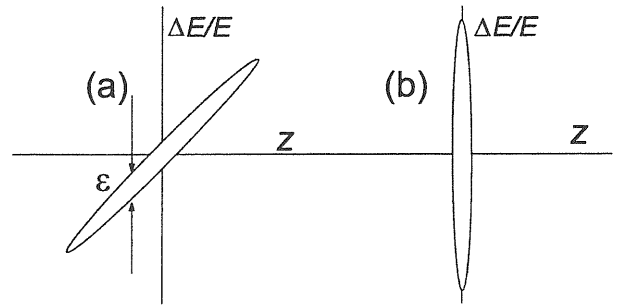


図 9: バンチ長圧縮。横軸はバンチ上の位置（右が前方）、縦軸はエネルギーのずれ。(a) は加速直後、(b) はアークでの圧縮後。

このシナリオの後半はとりもなおさず、 R_{56} をノンゼロにするということです。したがって、アーク部は R_{56} がある範囲でコントロールできるように設計する必要があります。（図 8 のラティスでは中央部の偏向磁石での η_x を負にして $R_{56} = 0$ にしています。その両側の 4 極磁石の収束力を弱めれば $R_{56} > 0$ にできます。） R_{56} が大きくできるほど、加速の時の位相ずらし角 ϕ_{RF} を小さくできます。バンチ圧縮条件は

$$k_{RF} \sin \phi_{RF} = \frac{1}{R_{56}} \quad (8)$$

です。 k_{RF} は加速波の波数 ($2\pi/\text{波長}$) です。1.3GHz で $\phi_{RF} = 5^\circ$ とすると $R_{56} \approx 0.2\text{m}$ が（リング半周で）必要です。圧縮後のバンチ長は

$$\sigma_z = R_{56} \times (\text{圧縮前のエネルギー幅}) \quad (9)$$

このエネルギー幅は図 9 中の ϵ のことです。エネルギー勾配による部分を含みません。 $R_{56} = 0.2\text{m}$ なら、 $\sigma_z < 30 \mu\text{m}$ にするためには、圧縮前のエネルギー幅を 1.5×10^{-4} 以下にしなければなりません。

このとき圧縮後のエネルギー幅は理想的には

$$\frac{\sigma_E}{E} = \frac{1}{R_{56}} \times (\text{圧縮前の}\sigma_z) \approx 1.5 \times 10^{-3} \quad (10)$$

になるはずですが。

このように圧縮したバンチは線形加速器に返すまでもとの長さにもどさねばなりません。これはアーク後半部を前半部と同じ optics（つまり同じ R_{56} ）にしておけば自然にできるはずですが。しかし、減速位相はどうでしょうか。バンチ先頭ほど高エネルギーになるように図 10 の A の位置で加速したとします。リングの周長が正確に加速波長の半整数倍なら、減速時には B の位置になります。A ではバンチ前方部（図の左）がより多く加速

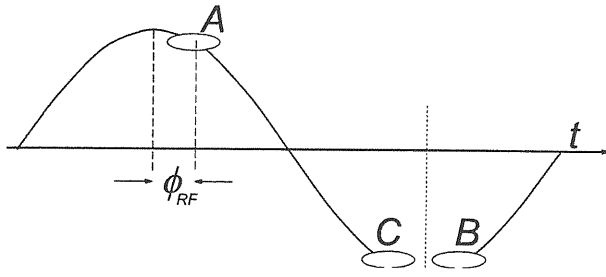
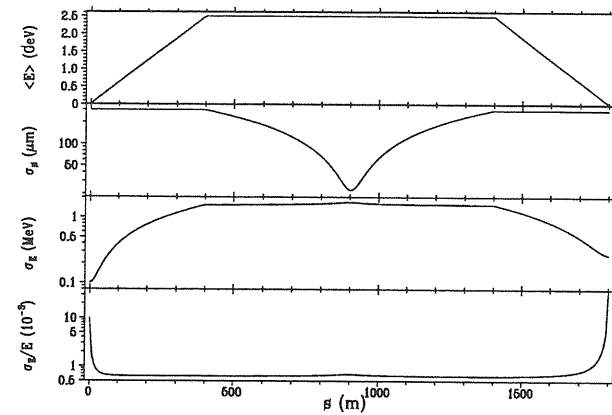


図 10: 加速・減速位相。横軸は時間で、バンチ後方は遅れて来るので t が大きい、したがって図の左がバンチ先頭。

されていますから、減速時にはより多く減速されることになり、うまく行きそうです。バンチ圧縮をしないときはその通りなのですが、圧縮するときは実はリング1周の間に前後が逆転します。したがって、減速時はCの位置に持ってくる必要があります。ということは、周の長さを $2\phi_{RF}$ に相当する長さだけ短くする、ということになります。 $\phi_{RF} = 10^\circ$ まで対応するとすれば、これは、2.6cm に相当します。



PREG=1.5E+09, V0=2.49E+09, PHO=4, PHO=178, GUNAD=400, ACTLEN=250, NDVUNAD=50, PHO=172, RES=0.5E+06, GUN=1000, NUNARD=200, KINJ=1E+07, NRO=10, SROZ=1E+08, SROZ=3E+04, DROZ=0, DROZ=3, WARD=1.7E+11, NP=2000, IR=0, LWAKE=1, LOORAD=1, LPTRAD=1, LPLEV=1, LPLEZ=1, LPLPH=0, LPLFNG=0, LPLWAD=0.

図 11: 1周の間の(上段から)エネルギー、バンチ長、エネルギー幅、相対エネルギー幅の変化。バンチ長圧縮をする場合。

図 11 はバンチ長圧縮をする場合のバンチ長などの変化を線形加速器-アーク-線形加速器と追ったものです。いくつかの点での $(z, \Delta E)$ 分布を図 12 にプロットしました。アーク中央(図の中央)で前後が逆転しているのがわかります。減速終了時点(右下)でエネルギー分布はほぼ平らになっています。なお、このシミュレーシ

ンには、

- 線形加速器での短距離進行方向 wakefield
- アーク部でのシンクロトロン輻射
- アーク部でのコヒーレント輻射 (あとで述べます)

が含まれています。コヒーレント輻射はバンチ先頭を加速、後方を減速しますが、バンチ前後を逆転することによりこの効果(の一部)をアーク前半と後半で相殺することができます。

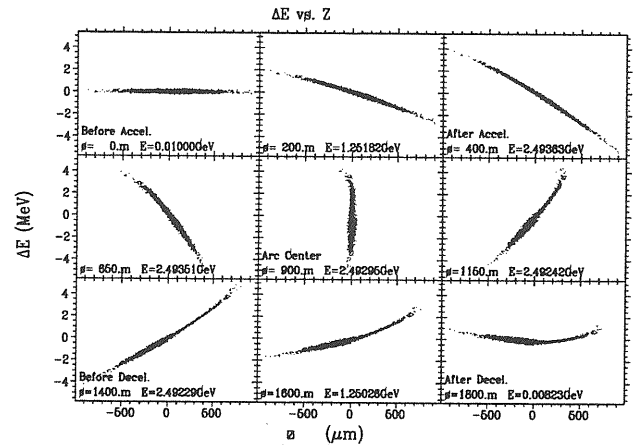


図 12: 1周の間の $(z, \Delta E)$ の分布の変化。シミュレーションの一例。バンチ圧縮あり。左上から右に進む。右上が線形加速器出口、中央が線形加速器向いの直線部、左下が線形加速器への再入射。バンチ電荷 77pC。5GeV。

図 13 はバンチ圧縮をしない場合の例です。縦軸のスケールが前の図とは大きく異っています。縦軸方向の拡がりにはシンクロトロン輻射のため、分布の波立ちは主にコヒーレント輻射のためです。この場合コヒーレント輻射の効果はアーク前半と後半で相殺されていません。

3.2 BBU (Beam Break-Up)

1つのバンチが加速空洞の中心からズレて通過した場合、加速空洞の中にビームを横に蹴るような高調波が発生します。後続のバンチはこの波で蹴られ、下流の加速空洞を偏心して通り、さらに高調波を増幅します。この結果ビームが失われたり、エミッタンスが増加したりする現象を BBU と呼びます。一般に、ビームがつくる電磁場を、ビーム自身への影響という点からみたとき、wakefield とよびます。

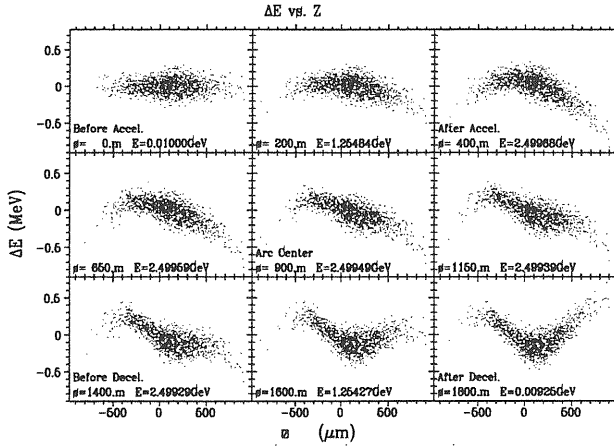


図 13: 1 周間の $(z, \Delta E)$ の分布の変化。バンチ圧縮なし。

この効果は一般に、周波数の高い、長い線形加速器で問題になります。リニア・コライダーでは ERL にくらべて周波数が高く、かつ長さが 1 0 倍以上なのでこの効果は深刻で、特殊な加速管の設計が必要になります。しかし、ERL にも問題があります。ビームがもどってくるという点です。単純な線形加速器では、各バンチは後続のバンチにしか影響を与えませんが、ERL の場合は 1 周とはいえもどってくるので、後のバンチが前に影響するのです。

また、減速の際には振動振幅が増大し、かつエネルギー幅の相対値も増加するので、最後まで無事に減速してビームダンブに送れるか否かがポイントです。

j -番目のバンチ (電荷 Ne) が加速空洞の中心から x_j だけずれて通過したとき、同じ空洞を時間 t の後に通過する電子は x 方向に

$$eNW(t)x_j \quad (11)$$

の力積を受けます。 $W(t)$ は加速空洞固有の関数で

$$W(t) = \sum_{\alpha} W_0 f_{\alpha}(t) \quad (12)$$

$$W_0 \equiv \frac{\omega_{\alpha} R_{\alpha}}{Q_{\alpha}}, \quad f_{\alpha}(t) = e^{-i\omega_{\alpha} t - \omega_{\alpha} t / 2Q_{\alpha}} \quad (13)$$

のような関数形です。 ω は高調波の角周波数、 R はシャントインピーダンスと呼ばれる量、 Q は振動の継続時間を表す無次元量、 α はモード番号です。 (R の定義は人によって異なります。ここではこれが定義だと思ってください。この場合単位は Ω/m です。) 多くの高調波が同時に発生しますが、ここではもっとも R の大きい 1 つの高調波だけ考えることにして α の足を省略します。

もっとも簡単な場合を考えます。加速空洞は一つだけで、加速量は小さいとします。 n 番目のバンチの入射時の位置、角度を $x_n^{(0)}, x_n^{\prime(0)}$ 、加速管で蹴られた後の角度を $x_n' = x_n^{\prime(0)} + \Delta x_n'$ 、とします。1 周して再度加速管にはいるときの位置は $x_n = R_{11}x_n^{(0)} + R_{12}x_n^{\prime(0)}$ です (R_{ij} はアーク部のパラメータ)。したがって、 n 番目のバンチが蹴られる角度は、

$$\Delta x_n' = \frac{eN}{E} \sum_{j=1}^{n-1} W_0 f((n-j)t_b) x_j^{(0)} + \frac{eN}{E} \sum_{j=1}^{(n-j)t_b - T > 0} W_0 f((n-j)t_b - T) x_j$$

1 行目は先に通過したバンチから受ける蹴り角、2 行目は再度加速管に入ったときに後続のバンチから受ける蹴り角です。 T は 1 周の時間で、バンチ間隔 t_b の半奇数倍、 $T = (m + 1/2)t_b$ のはずですが。(エネルギー回収条件) この式は

$$\Delta x_n' = \frac{eNR R_{12}}{EQ} \sum_{j=1}^{(n-j)t_b - T > 0} f((n-j)t_b - T) \Delta x_j' + A_n$$

$$A_n = \frac{eNW_0}{E} \sum_{j=1}^{n-1} f((n-j)t_b) x_j^{(0)} + \frac{eNW_0}{E} \sum_{j=1}^{(n-j)t_b - T > 0} f((n-j)t_b - T) (R_{11}x_j^{(0)} + R_{12}x_j^{\prime(0)})$$

と書けます。 A_n は不安定性に関係しないので無視します。

$\Delta x_n' \propto e^{-i\lambda n}$ の形の解を考えると

$$e^{-i\lambda n} = C \sum_{j=1}^{(n-j)t_b - T > 0} f((n-j)t_b - T) e^{-i\lambda j}, \\ = C \sum_{j=1}^{n-m-1} f((n-j-m-1/2)t_b) e^{-i\lambda j}$$

$$C \equiv \frac{eNW_0 R_{12}}{E}$$

バンチ番号が大きいとき j の和の下限は $-\infty$ にしてもよいので、

$$1 = \sum_{\pm} \frac{\pm C}{2i} e^{-i(m+1)\lambda} \frac{\exp\left[-\frac{\omega t_b}{4Q} \pm \frac{i\omega t_b}{2}\right]}{1 - \exp\left[-\frac{\omega t_b}{2Q} \pm i\omega t_b - i\lambda\right]} \quad (14)$$

という固有値方程式が得られます。

$\lambda \approx \pm \omega t_b + \epsilon$ ($|\epsilon| \ll 1$) の共鳴を考えると

$$\epsilon = -i \frac{\omega t_b}{2Q} \mp \frac{C}{2i} e^{\mp i\omega T}$$

$$\Im \lambda = \Im \epsilon = -\frac{\omega t_b}{2Q} - \frac{C}{2} \sin \omega T$$

λ の虚数部、つまり ϵ の虚数部が正のとき、振幅が $e^{\Im \omega t}$ のようにバンチ番号とともに増加して不安定になります。安定条件は $\Im \lambda < 0$ すなわち

- $R_{12} \sin \omega T > 0$ なら常に安定 ($\sin \omega T > 0$ ならこれは1周のベータトロン振動の位相の進みが 0° 以上 180° 以下であればよいことを意味します)
- $R_{12} \sin \omega T < 0$ の時は、

$$I \equiv \frac{eN}{t_b} < \frac{E}{R |R_{12} \sin \omega T|} \quad (15)$$

なら安定。

この非常に単純化したモデルから次のようなことがわかります。

- 高調波の波長と1周の長さの整数関係 (つまり $\sin \omega T$) が重要。
- R_{12} の符号 (つまり1周のベータトロン振動の端数の位相) が重要。安定な位相の範囲がある。ただし、モード周波数 Ω_α による。
- $W(t)$ の係数の R/Q でなく、 R の大きいモードが重要
- $|R_{12}|$ は小さいほどよい (小さいベータ関数)

実際には加速空洞全体は長く (数100m) かつ加速があるためはるかに複雑です。問題は加速ビームと減速ビームとでエネルギーが異なり、したがって線形加速器上に配置された各4極磁石での収束力が異なることです。図14の2つの加速空洞 A・B で発生した振動の1周の間の位相の進みを考えると、A B間を通過する際のエネルギー差による位相差だけ異なることがわかります。このため、上記第2項の安定位相が空洞ごとに異なり、どの空洞についても安定という解がなくなってしまいます。

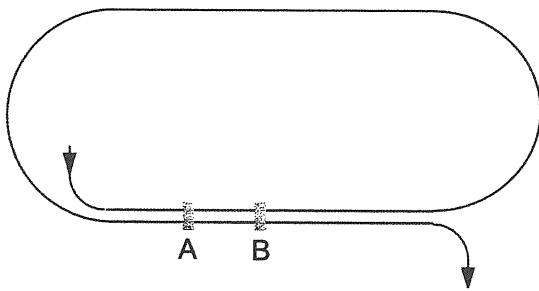


図14: 空洞位置による1周のベータトロン位相差。

この問題を根本的に解決する方法が2つあります。1つは2-in-1空洞です。図15の模式図のような空洞に加

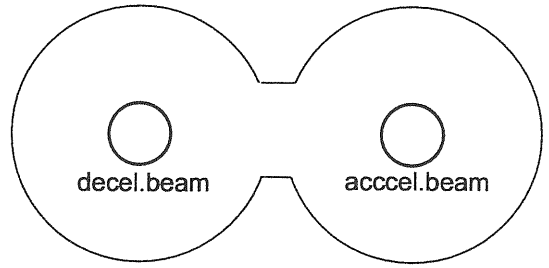


図15: 2-in-1 空洞。

速ビームと減速ビームの軌道をずらせばそれぞれ専用の4極磁石を置くことができます。空洞の設計はむずかしくなりますができないことはないでしょう。しかし、不可避の欠点はマイクロ波の損失が2倍になること、したがって2倍の冷凍能力が必要なことです。もちろん、空洞自身も高価になります。

もうひとつの方法は4極磁石のかわりに4極RF空洞を使うことです。図16のような電磁場パターンをもつ空洞は電子を収束・発散させることができます。4極磁石と違ってマイクロ波位相により収束場が異なりますから、加速ビームと減速ビームに異なる収束場を与えることができます。周波数は加速周波数の整数倍でなければなりません。任意の収束力を得るには周波数の異なる2つの

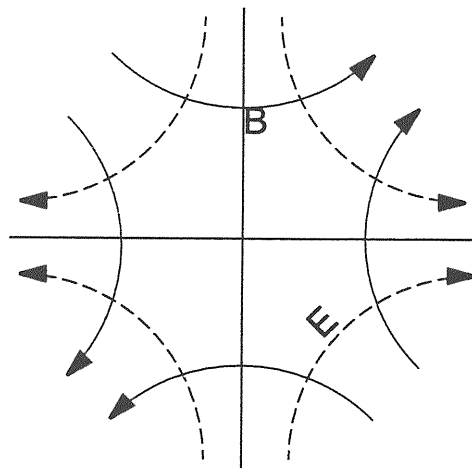


図16: 4極RF空洞の電場 (点線) と磁場 (実線)。半周期後には符号が変わる。

4極モードが必要になります。これは、2種類の空洞でも、(可能なら) 1種類の空洞の2つのモードでもかまいません。2つのうちの1つを4極磁石 (加速周波数の0倍の周波数) で代用することも原理的にはできます。2

つのエネルギー $E_1 \cdot E_2$ ($E_1 \gg E_2$) の電子を考えると、同じ収束力を得るには、電磁場の強さの比が E_1/E_2 になっていなければなりません。加速周波数の整数倍の条件があるので、一方のビームに対する収束場が (なんらかの単位で) F なら他方のビームに対しては $\pm F$ です。したがって、2つのビームに差をつけるには2つのモードが、高エネルギービームには加算、低エネルギービームには減算で働くように周波数を決めます。したがって、 $(F_1 + F_2)/(F_1 - F_2) = E_1/E_2$ のようにすればよいわけです。

問題のひとつはマイクロ波強度の精度です。たとえば、収束力の安定性に 10^{-3} の精度が要求されるなら、 $F_1 - F_2$ の精度は 10^{-3} 、したがって、 $E_1/E_2 = 100$ であれば、 $F_1 \cdot F_2$ 各々については 10^{-5} が要求されることになります。²

というわけで、4極磁石問題の根本的解決はしばらく見送って、従来の磁石を用いるものをベースラインとしています。現在研究中の4極磁石配置は次のようなものです。

- 加速モジュールいくつかごとに QF-QD-QF あるいは QD-QF-QD の3台の4極磁石 (triplet) を置く。
- Optics は、その場所を通過する2つのビームのうち、エネルギーの低いものに対してベータ関数が一樣になるようにとる。

前記のように、加速ビームと減速ビームで optics が異なるので、完全に安定化する R_{12} はありません。したがって、パラメータを変える度にすべての位相進みに対してシミュレーションを行って最適な点を求めるという方針です。

かなり効果的な対策として、加速空洞ごとに高次モードの周波数を変えるということがあげられます。実際は加速空洞の製作精度のため周波数にバラツキがあり、チューナーで加速周波数は正確にあわせませんが、高次モードの周波数にはバラツキが残ります。バラツキがあったほうがビーム安定性のためにはよいのです。このバラツキを製作精度 (のわるさ) にたよらずに積極的に設計に入れれば BBU がより緩和されます。原理は第0近似ではつぎのようなものです。ある高次モードの周波

²入射エネルギー 10MeV、最高エネルギー 5GeV の場合でも、4極磁石におけるエネルギー比の最大は 25 程度ですむかもしれませんが。あとに出てくる図 24 は入射点付近の図ですが、偏向磁石 B_2 から線形加速器入口の間に4極磁石をおかなければ、加速減速共用の4極磁石の最初は、最初の線形加速器モジュールの終端 (入口から約 16m) の位置になります。そこでのエネルギーはすでに 0.2GeV になっていますから、エネルギー比は $(5-0.2)/0.2=24$ です。ただし、低エネルギービームにとって 20m 以上4極磁石をおかないことが問題であれば最初の線形加速器モジュールを短くする必要があるかもしれません。

数が ω を中心に標準偏差 σ_ω でガウス分布していたとすれば、式 (13) の中の関数 $e^{-i\omega t}$ は実質的には

$$\int e^{-i(\omega+u)t} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_\omega} e^{-u^2/2\sigma_\omega^2} du = e^{-i\omega t} e^{-\sigma_\omega^2 t^2/2}$$

のようになり t について急速に減衰するので、 Q が下がったような効果を与えます。この手法はリニア・コライダーのように長大な線形加速器を用いるマシンの設計に取り入れられています。要求される周波数の幅 σ_ω は 10MHz 程度です。これによって不安定性の閾値電流を 100mA にできそうだというのが現在までのシミュレーション研究の結果です。この幅 10MHz は高次モードの周波数の 0.4%程度あり、チューナーで対応できる範囲ではないので、わずかに異なるいく種類かの加速空洞を設計する必要があります。

製作精度のバラツキにたよらず意図的に周波数幅をつくるとすれば、その配置順序も計画的にできます。シミュレーションではこの順序もビーム安定性に関与するという結論がでてきます。

本節で述べた式 (12) で表される wakefield を横方向長距離ウェイクとよびます。ウェイクにはこのほかに、縦方向長距離・縦方向短距離・横方向短距離があります。「横方向」というのはビーム進行方向に直角のもの、「縦方向」とは平行なもの、つまり加速減速としてはたらくものです。「長距離」「短距離」の区別はあいまいなようですが、実際の加速器の世界では容易に区別できます。「短距離」とは1つのバンチ内部に働くもの、つまりバンチ内の粒子が同じバンチ内の他の粒子に影響を与えるもの、「長距離」とはバンチ間の影響です。

ERLの場合、バンチ電荷が小さいので、短距離ウェイクはあまり重要ではありませんが、77pCよりバンチ電荷をあげる場合にはバンチ内部のエネルギー差をつくる縦方向短距離ウェイクなどを考慮する必要があります。

3.3 コヒーレント輻射

シンクロトロン輻射は個々の電子が独立に放射するものです。したがってその強度は電子数に比例します。しかし、そのスペクトルのうち、バンチ長より長い波長成分はバンチ全体で同じ位相で輻射されます。したがって、電磁波の振幅が電子数に比例、つまり輻射エネルギー全体は電子数の2乗に比例します。これをコヒーレントシンクロトロン輻射 (Coherent Synchrotron Radiation) と呼びます。以下では CSR と書きます。バンチが短いほど、シンクロトロン輻射スペクトルのうち CSR になる領域が大きくなります。最近種々の加速器で短いバン

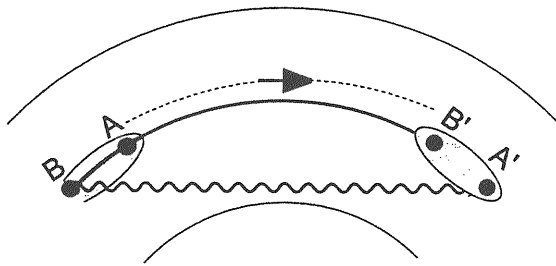


図 17: CSR の幾何学。電子の速さはほとんど光速なので、破線の長さと円弧 B→B'、A→A' の長さは同じ。

チが使われるようになったため、CSR はホットなトピックスになっています。

CSR はより強い輻射光源になるはずですが、いまのところ弊害ばかりが話題になっています。つまりこの点からいえば、CSR は、図 17 のように、曲がった軌道を走るときに、バンチ後方の出した電磁波がバンチ前方に追いついて軌道にわるさをする現象です。

線密度 $\lambda(z)$ ($\int \lambda dz = 1$ に規格化) のバンチが曲率半径 ρ の軌道上を走ると、バンチ上 z の位置にある電子が単位軌道長あたりに放出するエネルギーは

$$\frac{dE(z)}{ds} = \frac{2Nr_e mc^2}{3^{1/3} \rho^{2/3}} \int_z^\infty dz' \frac{\lambda'(z')}{(z' - z)^{1/3}}, \quad \lambda'(z) = \frac{d\lambda}{dz} \quad (16)$$

(z はバンチ後方を正とします。) ガウス分布のバンチ

$$\lambda(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_z} e^{-z^2/2\sigma_z^2} \quad (17)$$

の場合は

$$\frac{dE(z)}{ds} = \frac{Nr_e mc^2}{\rho^{2/3} \sigma_z^{4/3}} F\left(\frac{z}{\sigma_z}\right) \quad (18)$$

$$F(x) = -\frac{2}{3^{1/3}} \int_x^\infty \frac{x' dx'}{(x' - x)^{1/3}} \frac{e^{-x'^2/2}}{\sqrt{2\pi}} \quad (19)$$

関数 $F(x)$ は図 18 にプロットしてあります。点線は電荷分布で、実線が $F(z)$ 、左がバンチ先頭です。CSR により、バンチ先端が加速され、中央・後方が減速されるのがわかります。バンチ全体では

$$\frac{d\langle E \rangle}{ds} = -C_G \frac{Nr_e mc^2}{\rho^{2/3} \sigma_z^{4/3}}, \quad (20)$$

$$C_G = \frac{3^{1/6}}{2\pi} [\Gamma(2/3)]^2 = \frac{\Gamma(5/6)}{6^{1/3} \sqrt{\pi}} = 0.35047$$

の減速になります。

CSR の効果は加速管での wakefield などと同様、インピーダンスという形で表現できます。先行粒子から時間差 τ だけ遅れて走る粒子が、先行粒子 (電荷 q) のつくつ

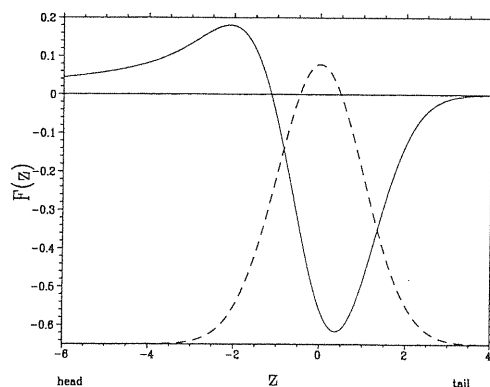


図 18: ガウス分布の CSR 関数 $F(x)$ 。

た電磁場から受ける減速 (単位長さあたり) は $eqW(\tau)$ (e は自分の電荷) とかけます。 $W(\tau)$ は wake function とよばれますが、そのフーリエ変換

$$Z(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{i\omega\tau} W(\tau) d\tau \quad (21)$$

をインピーダンスとよびます。CSR のインピーダンスは

$$Z(\omega) = \frac{Z_0}{4\pi} \frac{2\Gamma(2/3)}{3^{1/3}} \frac{(i\omega/c + 0)^{1/3}}{\rho^{2/3}} \quad (22)$$

と書けます。³ ($Z_0 = 120\pi\Omega$ は真空のインピーダンス)

図 17 で、電磁波の径路 (波線) と電子の径路 (実線円弧 B→A') の長さの差は簡単な幾何学で

$$2\rho \left(\frac{\theta}{2} - \sin \frac{\theta}{2} \right) \approx \frac{\rho\theta^3}{24} = \frac{L^3}{24\rho^2} \quad (23)$$

であることがわかります。 θ は偏向角、 L は磁石の長さです。もし、磁石が短かくて、またはバンチが長くて $\sigma_z \gg L^3/24\rho^2$ であれば CSR はバンチ内の極く近距離しか影響しないことになります。その場合前記の公式はつかえません。(次の磁石に入ってから追いつくかもしれません。) ERL への応用ではギリギリですが磁石は十分長くてとりあえず前記の式が使えるとしてよいと思われます。ただし、いずれは transient な効果を入れる必要があります。

もうひとつ、CSR を複雑にする原因はビームパイプの存在です。輻射された電磁波は図 19 のようにパイプ内面で反射されてビームに帰ってきます。反射波と直接波の径路長の差は

$$2\sqrt{(L/2)^2 - (h/2)^2} - L \approx \frac{h^2}{2L}$$

³+0 は 3 乗根の枝のとりかたを定義したものの。あまり気にしないでください。複素関数論を使うと、これから (普通の wake とは逆に) $\tau > 0$ で $W(\tau) = 0$ であることがわかります。

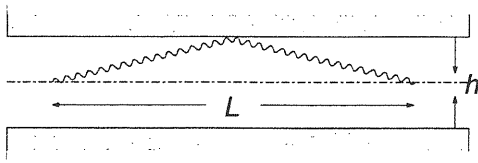


図 19: ビームパイプによる遮蔽。

L として、式(23)の追いつき距離がバンチ長 σ_z になるような距離 $L = (24\rho^2\sigma_z)^{1/3}$ を使うと、上の式による遅れが σ_z になるようなパイプの高さ h は

$$h = 2.4(\rho\sigma_z^2)^{1/3} \quad (24)$$

となります。これより h が十分大きいときは反射波はバンチ通過後に到着します。たとえば、 $\rho = 20\text{m}$ 、 $\sigma_z = 0.3\text{mm}$ の場合、 $h \approx 3\text{mm}$ になります。 h がこれと同程度、あるいは小さいときはパイプの影響を考慮する必要があります。

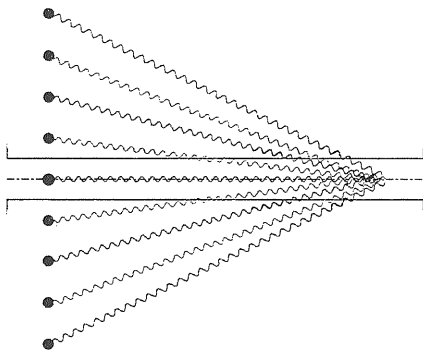


図 20: イメージ電荷による遮蔽。イメージ電荷の符号は交互に逆であるため、お互いに相殺する方向に働く。

パイプにより CSR の影響は強くなるか弱くなるか? それは図 20 をみればわかります。 h が非常に小さい場合、多数回の反射は起こりますが、これは図のようにイメージ電荷の影響と考えることもできます。イメージ電荷の符号は交互に逆ですから、多くのイメージ電荷が寄与すれば合計はゼロに近付きます。これをパイプによる「遮蔽」と呼びます。式(24)で与えられる h よりパイプの高さが小さい場合遮蔽が起こります。あるいは逆にパイプの高さが与えられている場合、式(24)を σ_z について解いた

$$\sqrt{\frac{h^3}{\rho}}$$

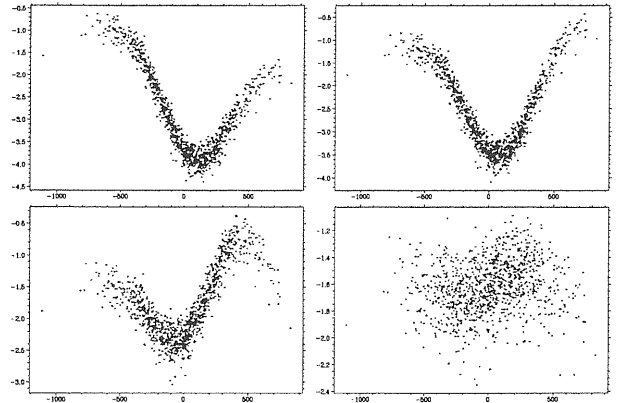


図 21: CSR による $(z, \Delta E)$ 分布の例。バンチ長 $\sigma_z = 0.3\text{mm}$ 、エネルギー 5GeV 、バンチ電荷 1nC 。パイプの高さ $h = \infty$ (パイプなし、左上)、 4cm (右上)、 2cm (左下)、 1cm (右下)。横軸は z (μm)、縦軸は ΔE (MeV)。

(数値係数の詳細はあまり厳密な意味がないので省略。)より、長波長の波は遮蔽されます。この遮蔽は waveguide にでてくる cut-off 波長とは異なるものです。

遮蔽が強い場合の CSR のインピーダンスは

$$Z(\omega) = \frac{Z_0}{\sqrt{\rho h}} \left[\sqrt{\frac{3}{2\pi}} \frac{\omega_{th}}{\omega} e^{-(\omega_{th}/\omega)^2} - iC \left(\frac{\omega}{\omega_{th}} \right)^3 \right] \quad (25)$$

$$\omega_{th} = c \sqrt{\frac{2\rho}{3}} \left(\frac{\pi}{h} \right)^3 \quad (26)$$

$$C \equiv \sqrt{\frac{2}{3\pi}} \sum_{p=0}^{\infty} \frac{1}{(2p+1)^5} = 0.46274 \quad (27)$$

実部は指数関数的に遮蔽されますが、虚部はベキでしか遮蔽されません。これは、直接の CSR 効果が、バンチ前方に及ぶのに対して、遮蔽の反射波は遅れがあるため直接波の効果を打ち消しにくいからです。したがって、遮蔽が強い場合は CSR はバンチ前後のエネルギー差をつくりませんが、全体としてのエネルギー損失はもたらしません。

図 21 はパイプの高さを変えてシミュレーションを行い、 $(z, \Delta E)$ の分布をプロットしたもので、 $h \leq 1\text{cm}$ にしないと遮蔽効果が顕著でないことがわかります。

アークを半周する間の CSR による peak-to-peak のエネルギー幅および平均損失は

$$\left(\frac{\Delta E_{p-p}}{\langle \Delta E \rangle} \right) = \begin{pmatrix} 2.27 \\ -0.99 \end{pmatrix} \times \frac{Q}{1\text{nC}} \left(\frac{\rho}{1\text{m}} \right)^{1/3} \left(\frac{100\mu\text{m}}{\sigma_z} \right)^{4/3} \quad (28)$$

いま検討中のラティスでは $\sigma_z = 300\mu\text{m}$ に対して

$$\Delta E_{p-p} = 1.3\text{MeV} \times \frac{Q}{1\text{nC}} \quad (29)$$

です。

CSR によってエネルギー幅が発生することはほとんど避けられません。より重要な問題は、これによってエミッタンスが悪化しないかということです。

CSR によって粒子ごとにエネルギーが変化すると、シンクロトロン輻射でエミッタンスが増加するのとはほとんど同じメカニズムが起ります。⁴これによるエミッタンス増加は

$$\Delta\epsilon_n = \frac{1}{2} \left\langle \left| \int_0^L \left[\frac{\eta + i(\alpha\eta + \beta\eta')}{\sqrt{\beta}} \right] \frac{e^{i\psi}}{mc^2} \frac{dE}{ds} ds \right|^2 \right\rangle \quad (30)$$

で表せます。ここで、 $\beta \cdot \alpha \cdot \psi$ はベータトロン関数（水平方向のみ考えればよい）、 dE/ds は CSR によるエネルギー変化、 $\langle \rangle$ は全粒子に対する平均（ dE/ds にかかると）です。

dE/ds としては遮蔽がない場合は式 (16) または式 (18) が使えます。その場合、 dE/ds は $\rho^{-2/3} \times$ (s によらない関数) ですから、バンチの形が一定なら

$$\Delta\epsilon_n = \frac{1}{2} \left\langle \left(\rho^{2/3} \frac{dE}{ds} \right)^2 \right\rangle \left| \int_0^L \frac{\eta + i(\alpha\eta + \beta\eta')}{\rho^{2/3}\sqrt{\beta}} \frac{e^{i\psi}}{mc^2} ds \right|^2 \quad (31)$$

となって、積分はラティス関数だけになります。なお、いずれの場合も CSR による平均のエネルギー損失（式 (20)）を考慮してラティス関数をつくっておけば dE/ds を $dE/ds - d\langle E \rangle/ds$ で置き換えることができます。

式 (30) はシンクロトロン輻射によるエミッタンス増加の式 (6) によく似ています（式 (6) の H_x は式 (30) の [] 内の絶対値 2 乗です）。シンクロトロン輻射と根本的に違う点は、シンクロトロン輻射が各粒子ごとにランダムに発生するのに対し、CSR はバンチ上に位置・曲率半径が決れば常に同じエネルギー変化をもたらすことです。したがって、アーク上の異なる場所での輻射が関連をもちます。このため、式 (6) では絶対値 2 乗が s の積分の内側に、式 (30) では外側にあるわけです。ということは、うまくやれば異なる場所での輻射の間でエミッタンス増加の相殺を起す可能性があるということです。たとえば、アークが同じ構造をもつ単位（セルとよぶ）のくりかえしの場合（つまり $\beta \cdot \alpha \cdot \eta \cdot dE/ds$ が周期関数）、1 つのセルでの位相 ψ の進みを $2\pi \times$ 半奇数にしておけば隣り合うセルごとに相殺が起ります（エミッタンス増加の相殺であって、エネルギー変化自身は相殺

⁴シンクロトロン輻射によるエミッタンス増加は本稿の目的ではないので詳細は略します。要は、粒子ごとのエネルギーに応じて本来あるべき (η_x で記述される) 軌道があるわけですが、突然エネルギーが変わると、新しいエネルギーに対応する軌道のまわりに振動を始める、ということです。

されない)。ただし、アークでバンチ圧縮を行う場合は dE/ds が周期関数にならないのでこの方法では完全には相殺できません。

なお、CSR によるエミッタンスの増加には、以上のべたエネルギー変化を通じた増加のほかに、CSR が直接横方向に寄与するメカニズムもあります。CSR はバンチ前方で発散、後方で収束（水平・鉛直いずれの平面でも）の効果があります。この力はバンチ上の位置によって異なるのでエミッタンス増加をもたらします。しかし、ERL の場合はこの効果は小さいようです。

図 22 は、KEK で検討中のラティスを使った場合の、CSR によるエミッタンス増加 $\Delta\epsilon_{nx}$ （実線・破線）および peak-to-peak energy spread（点線）をバンチ長の関数としてプロットしたものです。上はバンチ電荷 1nC の場合、下は 77pC の場合。破線は unperturbed Twiss parameter で表したエミッタンス、実線は、シミュレーション結果の粒子データから (η, η') を求めなおし、これを差し引いて (x_β, x'_β) をもとめてから、 $[\langle x_\beta^2 \rangle \langle x'^2_\beta \rangle - \langle x_\beta x'_\beta \rangle^2]^{1/2}$ によって計算したエミッタンス。（この操作は optics のマッチングやり直しで原理的にはできるはず）1 点鎖線は設計エミッタンス (10^{-7} m-rad) を表す。

注意すべきことは

- これは半周の全ラティスを通過した後のものであり、途中では emittance 増加はおおきく、最終的に相殺が起っている。
- バンチ長は一定であるとしている。（ただし、エネルギー変化によるわずかなバンチ長変化は含まれている。）
- はじめにバンチ内エネルギー勾配があるときは、 R_{56} のためにバンチ長が変化し、したがって相殺が十分に起こらなくなる。

という点です。一例として、バンチ長 $40\mu\text{m}$ の場合のアーク半周でのエミッタンスの変化を図 23 に示します。（はじめのエミッタンス 10^{-7} m-rad、 $Q=1\text{nC}$ ）図の最上が ϵ_{nx} の変化であり、2 本の線のうち上は dispersion の項を無視したもの、下は dispersion を考慮したものの、バンチ長が一定である限り、

- バンチ長 $30\mu\text{m}$ の場合でも、 $Q=77\text{pC}$ ならばエミッタンス増加は小さい。（図 22 の実線で設計エミッタンスの 1/10、破線では設計エミッタンスの 1/4 程度）
- エネルギー幅の効果の方は長いアンジュレータを使うためには無視できない。

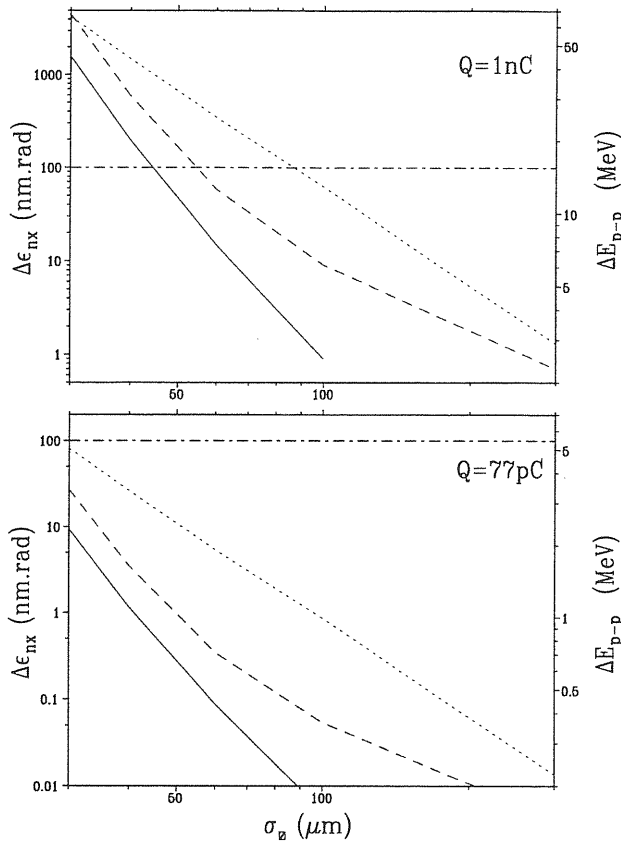


図 22: バンチ長の関数としてプロットしたエミッタンス増加 $\Delta\epsilon_{nx}$ (実線・破線) と peak-to-peak エネルギー幅 ΔE_{p-p} (点線、右目盛り) バンチ電荷は $Q=1\text{nC}$ (上) and 77pC (下)。実線と破線の違いについては本文参照。いずれの場合もバンチ長は一定でアークを半周するとする。

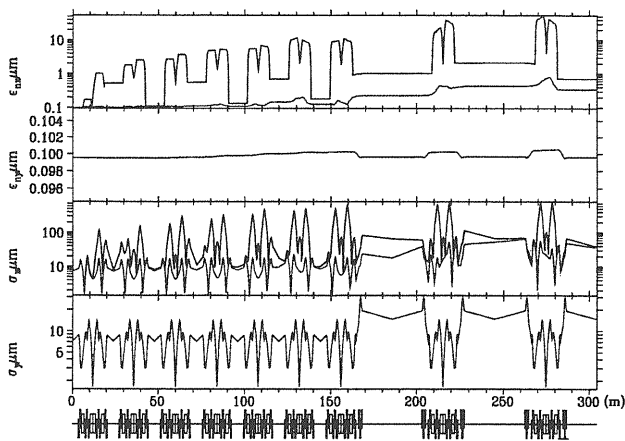


図 23: アーク半周の間のエミッタンスの変化 (最上段)。 $Q=1\text{nC}$, $\sigma_z=40\mu\text{m}$.

というのが現在の結論です。

なお、5GeVの実機をつくる前にもっと小さなものを試作すべきであると思われ、現在 100MeV 程度のものの設計研究をすすめています。CSRによるエネルギー変化は MeV/m でいえばビームエネルギーによらないので、相対的变化 $(dE/ds)/E$ は低エネルギーの方が大きくなります。 (ρ) が小さくなる分 CSR が減りますが、3乗根でしか効きません。式 (28) 参照。) したがって、同じバンチ長・バンチ電荷なら CSR によるエミッタンス増加は低エネルギーほど厳しくなります。さらに、100MeV 程度の場合アークは単一セルなのでセル間の相殺もありません。

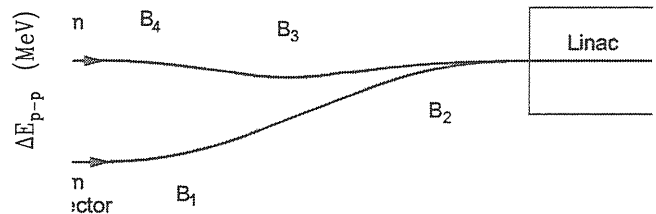


図 24: 入射点付近のレイアウトの模式図。

CSR の問題は線形加速器への入射点付近にもあります。図 24 は磁石配置の模式図ですが、加速ビーム (図の下の方) と減速ビーム (上) を合流させるための偏向磁石 B_2 はかならず必要です。 $B_3 \cdot B_4$ は減速ビーム側で B_2 の影響を消して、エネルギー比に関係なく同じ軌道にもどすための偏向磁石です。(加速ビーム側の B_1 は必ずしも必要ではありません。) 問題は、 B_2 における CSR です。ここではエネルギーが低いので長さが短いとはいえ CSR の影響が顕著なはずですが、 B_1 をおいてその間の位相を調整することによって、 B_2 のエミッタンス増加効果を相殺することができるかもしれません。

3.4 その他のビーム力学問題

最初に述べたように、ERL のビーム力学問題は山ほどあります。以上のほかはまだ検討も進んでいないので簡単に述べます。

電子ビームは、ビームパイプ内の残留ガスをイオン化し、そのイオンが電子に引き付けられて軌道周辺に集まります。この現象をイオントラッピングといいます。電子がイオンのつくる電場に影響されて、ビーム不安定性・エミッタンス増加などがもたらされます。大電流の

貯蔵リングでは、従来から問題になっていました。状況は ERL でも似ていますが、各粒子は 1 周ごとに捨てられるので、貯蔵リングよりはマシと見られます。文献 [2] では次のように評価しています。イオン化が始まってから電子ビームと中和して飽和するまでに約 50 秒かかる、飽和状態ではイオンによるチューンシフトが問題になる、これを避けるには 1 秒に 1 回、数 μsec のビーム間隙をつくれればよい、これによるビームローディングの変化はフィードバックで対応できる。ただしそこでは、エミッタンスが KEK の目標値より 1 桁大きいのでより詳細に研究する必要があると思います。

ビーム損失の制御は非常に重要な問題です。1 周する間に 10^{-4} の電子が失われた場合、エネルギー回収率はたとえば 0.999 から 0.9989 に下がります。これ自体は大きな問題ではありません。問題は失われたエネルギーが放射線の形でアーク周辺に撒かれることです。ビームエネルギー 5GeV、ビーム電流 100mA ならば、 10^{-4} は 50kW に相当します。このための放射線遮蔽は非現実的なものなので、許されるビーム損失は、周辺に撒かれる部分は 10^{-7} 以下、局所的に集中する部分はそこだけ遮蔽を嚴重にすればよいので 10^{-6} 以下、というのが現在考えている基準です。この数値は電子蓄積リングでの 1 周あたりの損失としては問題になるほどではありませんが、1 回しか通過しないビームラインとしては非常に厳しいものです。したがって、ビーム損失のメカニズムの解明が不可欠です。(なお、この数値は 5GeV ビームの損失の上限です。加速前の 10MeV 程度のビームについては 2 桁以上ゆるくなります。)

ビーム損失のメカニズムとしては種々考えられます。そのうち、入射時点でバンチの前後方向の裾に分布していた粒子が、線形加速器内でバンチ中心部とは数%以上異なる加速を受け、アークでエネルギー差のために失われるものが重要ではないかと思っています。これをなくすには、入射前に z のずれた粒子を除去するコリメータを設計しなければなりません。

加速勾配 20MeV/m 程度までなら、加速空洞での暗電流は十分無視できるのではないかと思います。BBU は当然制御されていなければなりません、エミッタンス増加が十分抑えられている限り、BBU が大振幅の裾をつくることは考えにくいと思います。

4 超伝導線形加速器

超伝導技術は ERL の実現のためには必須です。⁵超伝導は KEK-TRISTAN ではじめて大規模に使われて以来加速器における需要が次第に高まっています。10 年あまり前には加速勾配は 5MeV/m 程度でしたが、その後の進歩は目を見はるばかりで、現在、ドイツの DESY につくられた TESLA-TTF (リニア・コライダー TESLA のための test facility で、現在 SASE-FEL が動いている) では 17-23MeV/m が実用レベルで実現されています。リニア・コライダーのためにさらに高い加速勾配を研究中で、35MeV/m も可能とみられています。

超伝導技術の加速器への応用ではわが国は世界の指導的役割をはたしてきました。1995 年ごろから単一セルでは 40MV/m 前後の加速勾配が可能になりました。これは KEK で開発された電解研磨法によるもので、TESLA の 35MeV/m もこの技術を用いなければ不可能とみられます。

40MeV/m という電界は、高周波のもとでニオブの超伝導状態をやぶらない上限に近いと理論的に考えられています。空洞内の磁場の最大値は軸上の加速電界より構造上少し高くなっていますが、この比を縮めてもほとんどかせげません。ニオブを上回る超伝導材が得られない限り 40MeV/m を大きくこえることはできないでしょう。

ERL への応用に関しては、かならずしも高い加速勾配を必要としません。加速勾配を上げれば加速器の全長が短くなり、したがって加速空洞の製作費は加速勾配に反比例して下がりますが、電子を与えられたエネルギーまで加速するのに必要な電力・冷却施設は加速勾配に比例してあがります。このため高い加速勾配が技術的に可能であっても、やや低い値におさえたほうが有利になります。KEK で検討中の ERL では、はじめに 10MeV/m で 2.5GeV ERL を達成し、後に同じ加速器で 20MeV/m 5GeV に到達することを考えています。

実際に加速器として用いられる空洞は単一セルではなく、いくつかのセルを結合して 1 つの input coupler (マイクロ波を入れる部分) から入力します。KEK の計画では TESLA とおなじ 9 セル空洞を使う予定です。1 セルの長さは 1.3GHz の半波長 11.5cm、したがって 9 セル空洞の全長は約 1m です。20MeV/m で 5GeV に到達するには 9 セル空洞 250 台が必要です。

空洞台数が大きいと、低コスト化が重要な目標に

⁵ここを執筆中にロシアのノボシビルスクでは 200MHz の常伝導で ERL をやっているという話がありました。数 MeV なら電力のことを考える必要もないかもしれません。

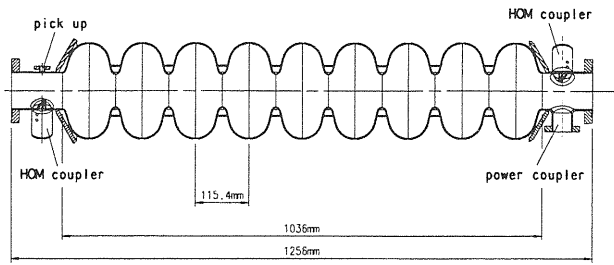


図 25: TESLA 9セル空洞断面図。

なります。また、この多数の空洞を短期間に製作しなければならないので製作手順の簡略化を重要な項目です。KEKでは劣化を起さずに表面処理を効率的に行う方法を確立し製作費・製作時間を大幅に下げることになっています。また、高価なニオブ材の使用量を減らすために、銅の内側に薄いニオブを貼り付けた空洞を開発し、単一セルですでに成功しています。

加速周波数としては、高周波にするほど空洞直径が小さくなって必要なニオブ材の量を減らすことができ、また空洞を収めるクライオスタットのコストも下がります。しかし、3.2節に述べた横モードのシャントインピーダンス⁶があがるためBBUが深刻になります。また、表面の抵抗も周波数の2乗に比例して増加します。KEK計画ではTESLAで技術的に確立され世界でも多く採用されている1.3GHzを使うことにしています。

運転温度としてはヘリウムの液化温度4.2K、あるいは超流動ヘリウム(HeII)になる温度2.2Kが考えられます。超伝導材の表面抵抗(BCS抵抗)は絶対0度付近では指数関数的に減少するので、2.2度の方が1桁小さくなります。発熱を冷却器で取り去る効率は低温ほど悪くなりますが、それでも2.2度の方が電力として有利です。

表3に現在検討中の加速空洞のパラメータをまとめてあります。

約1mの空洞ごとに冷却用ヘリウムを供給するパイプを断熱を考慮して取付るとむだな長さをくうので、数台の空洞をまとめて1つのクライオスタットに入れます。この1単位をクライオモジュールといいます。図26は検討中のクライオモジュールで、1モジュールに10台の空洞を取めますから全体で25モジュールが必要です。1モジュールの長さは両端のバルブも含めて約16m、したがって、5GeV ERLの加速器全長は(4極磁石などの部分を除いて)約400mになります。

⁶単位長さあたりのシャントインピーダンスは周波数の3.5乗に比例します。

表 3: ERL用超伝導空洞のパラメータ案

文献 [1] より。

加速モード	TM ₀₁₀ , πモード定在波
周波数	1.3 GHz
加速勾配	10-20 MV/m
無負荷 Q 値 (Q_0)	1.5×10^{10}
長さ	1.036 m
ビーム孔直径	70 mm
加速モードの R/Q	1036 Ω
最大電界/加速電界	2.0
入力カップラーの Q_{ext}	1×10^7
周波数バンド幅	130 Hz (FWHM)
20MV/mでの発熱	29.6 W/空洞 (2K)

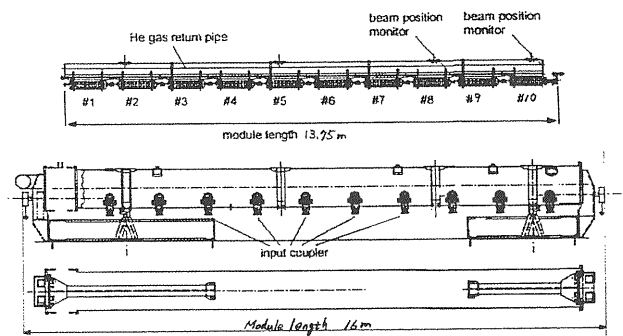


図 26: ERL用クライオモジュール案。文献 [1] より。

エネルギー回収を考える上で加速空洞にとってもっとも重要なことはマイクロ波位相の制御です。超伝導空洞自体のQ値(Q_0)は約 10^{10} です。つまり、自由振動させておけば減衰までに 10^{10} 回ほど振動するというので、このエネルギーをビームが完全に持ち去るには、周波数が $1.3\text{GHz}/10^{10} \approx 0.1\text{Hz}$ の精度で安定でなければなりません。実際にはマイクロ波入射結合部を含めたQ値(Q_L)⁷はこれよりずっと低くなります。 Q_L を高くすると周波数が完全に合ったときの必要電力が下がりますが、周波数の許容幅は小さくなります。表3にあるように $Q_L \sim 10^7$ 前後にしますが、この場合の周波数の許容幅は130Hzです。ずれは常にモニターしてチューナーにより周波数調整がおこなわれます。

空洞に強いマイクロ波をためると、壁を流れる電流間のローレンツ力のため空洞が変型し周波数ずれを起します。これをLorentz detuningといいます。TESLAのよ

⁷表3の Q_{ext} とは $Q_L = 1/[1/Q_0 + 1/Q_{ext}]$ の関係があるが、 $Q_0 \gg Q_{ext}$ なので $Q_L \approx Q_{ext}$ です。

うなパルス運転の場合これは重大なものでピエゾ素子をつかって常に調整していなければなりません、ERLでは連続運転、つまりローレンツ力が一定なので、この問題は深刻ではありません。

ビームがある場合は周波数調整はもっと複雑です。加速ビームと減速ビームが完全に逆位相であればビームによる効果は打ち消されますが、位相のずれが生じた場合は、空洞の共振周波数をずらして対応しなければなりません。およその評価としてはビームの位相のずれの許容範囲は約1度(2ps)です。これはほぼバンチ長(rms)程度です。

加速空洞についての開発事項はこのほかにもたくさんあります。ビーム力学に関することとしてはBBUの原因になる高次モード(HOM - Higher Order Mode)があります。そのQ値は 10^4 程度以下に下げることがあり、HOMを有効に取り出す結合器(HOM coupler)が要ります。空洞の冷却という点からみればさらにこれをいかに吸収するかが重要です。バンチが短い場合非常に高次の(高周波の)HOMまで発生します。その発生電力は $1/\sqrt{\sigma_z}$ にしか比例しませんが、超伝導体の表面抵抗が周波数の2乗に比例するので、発熱は $\sigma_z^{-2.5}$ に比例し、短バンチでは大きな問題になります。

5 電子銃

はじめに述べたように、電子蓄積リングにくらべたERLの長所は、短バンチ・狭いエネルギー幅・低エミッタンスにあります。このうち、短バンチについてはpsecの桁ならすでに普通であり蓄積リングの領域を超えています。狭いエネルギー幅はやはりpsecのバンチ長ならむずかしくありません。しかし、低エミッタンスはひとえに電子銃の開発にかかっています。したがって電子銃の開発はERL研究の重要な部分です。さらに、大電流の連続運転も電子銃開発のポイントです。大電流(100mA)と低エミッタンス(10^{-7} m-rad)は両立しないかもしれませんが、連続運転は絶対条件です。

電子を取り出す原理としては、陰極の熱して熱エネルギーでとりだすもの(熱陰極)、レーザー光の光電効果で取り出すもの(光電陰極)、強い電界のもとでトンネル効果で取り出すもの(電界放出)などがあります。最後のものは最近うりだしのカーボン・ナノチューブによる可能性ですが、まだ実用にはほど遠い状態です。熱陰極は高熱のもとで乱雑な方向の速度をもって取り出されるのでエミッタンスの小さいビームを得ることができません。温度 T で半径 R の陰極からとりだされた電子は

すでに

$$\epsilon_n = \frac{R}{2} \sqrt{\frac{kT}{mc^2}} \quad (32)$$

の規格化エミッタンスをもっています。(kはボルツマン定数)1000K程度の温度でもすでに 3×10^{-7} m-radになり目標エミッタンスを上回ってしまいます。 $\epsilon_n = 10^{-7}$ m-radに対応する温度で電子を取り出すのは不可能です。したがって、ERLには光電陰極を用います。

取り出し直後は電子間の電磁力(クーロン力)のためエミッタンスが悪化します。この力は $1/\gamma^2$ ($\gamma = E/mc^2$)に比例するので、⁸すみやかに加速する必要があります。さいきん、この加速に高周波による高電界を用いるRF電子銃の開発が盛んですが、連続運転のためには熱的問題があるようです。そこで、KEKでは直流(DC)を使う、光電陰極DC銃をERLのために開発中です。

低エミッタンス銃の最有力候補としてNEA GaAs陰極があります。NEAとはNegative Electron Affinity(負の電子親和度)と略です。図27にその原理が示してあ

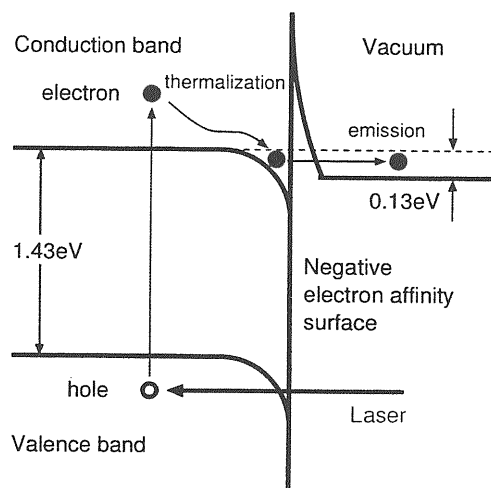


図 27: NEA GaAs 陰極の原理。文献 [1] より。

ります。ポイントはこの結晶の場合、伝導帯の底のエネルギーレベルが外部の真空でのゼロエネルギーレベルより低いということです。レーザー光をあてると価電子帯の電子が光子エネルギーだけ上がって、伝導帯に入ります。ここで電子は熱平衡までエネルギーを失って(つまり、光子から得たエネルギーの値を忘れて)伝導帯の底に集まり、真空とのエネルギー差のため外へ出てゆきます。このため、放出される電子はほとんど横方向の運動量をもちませんから、低エミッタンスビームがつけ

⁸磁場によるローレンツ力 $\mathbf{v} \times \mathbf{B}$ は電場による力を打ち消すように働き、その差が $1/\gamma^2$ に比例する。

わけです。NEA GaAs は偏極電子銃として、名古屋大学と SLAC で長年研究・実用されています。これを低エミッタンスのために再開発しようと考えています。

取り出し直後のエミッタンス増加を抑えるには加速の高圧化は必要ですが、これによって暗電流（レーザーをあてなくても電圧だけで放出されてしまう電流）が増加し真空を悪化させて陰極の寿命に影響することが問題です。実際問題としては長期間にわたって同じ陰極をつかい続けるのは不可能で、いくつか電子銃を用意して交互に使うこととなります。

謝辞

なお、本稿を書くにあたって、文献 [1] を大いに参照いたしました。筆者に無断で採用させていただいたものも多々あります。とくに、菖蒲田義博・小林幸則・斉藤健治・古屋貴章・栗木雅夫・大沢哲の各氏の部分から多く採らせていただきました。また、原子力研究所の羽島氏からは種々の情報をいただきました。ここにまとめて謝意を表します。

参考文献

- [1] 「放射光将来計画検討報告」2003年3月。高エネルギー加速器研究機構。諏訪田・飯田編集。ホームページ <http://pfwww.kek.jp>
- [2] *Study for a proposed Phase I Energy Recovery Linac (ERL) Synchrotron Light Source at Cornell University*, 4 July 2001. CHESS Technical Memo 01-003, JLAB-ACT-01-04.