

# 序

R. ヴィデレーが1928年につくった最初の高周波線型加速器は、その後出現した高エネルギーシンクロトロンやライナックの原型になったと言われている。特に60年代から80年代に加速器ビームエネルギーは急速に上昇し、コライダー（衝突型加速器）が出現して、物質や力の究極構造を探る素粒子や原子核物理学を進展させるとともに、高エネルギー電子ビームからの放射光を強力な光源とする新しい原子・分子科学や材料科学の研究分野を開いた。

しかし物質や宇宙の構造やその起源を調べるには、さらに超高エネルギー現象の創出や微細な構造、超高速度現象の観測が増々重要になっている。これらの現代科学のニーズに答える加速器の開発には、20世紀初めに出現したコンセプトのトポロジカルな工夫と改良だけでは限界があることが早くから認識されており、従来の加速器コンセプトにかわるブレークスルーが必要であると唱えられてきた。図1はコライダーエネルギーの年代発展をプロットしたリビングストンプロットである。これを見ると、コライダーの出現した70年から90年にかけて10年間で10倍になっていたビームエネルギー上昇ペースが90年以降頭打ちになっている。これは従来加速器コンセプトの限界を示すものとして、近年、これに代わる先端加速器コンセプトの研究開発の動きがにわかに高まってきた [1][2]。

従来の加速技術で高エネルギーフロンティアを維持する加速器を開発しようとする装置とコストの肥大化が問題であるが、その解決策として加速電場の高勾配化が80年代初頭に提案された。高周波加速器の加速勾配をリミットする金属表面における放電破壊を避けるため、より高周波すなわちマイクロ波領域からミリ波、さらに光領域の電磁波であるレーザー光を用いる種々の加速コンセプトが今まで提案されている。加速器と呼ばれるには、加速場が粒子と進行方向に作用すること、粒子と加速場の位相速度の整合条件を満足することが必要である。このために高周波加速器をスケールダウンした光波長領域の加速構造や気体媒質を

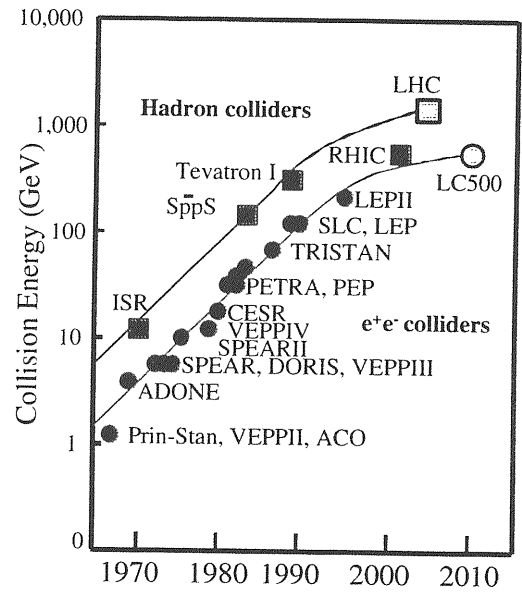


図1: エネルギーフロンティア加速器のリビングストンプロット。

用いて位相整合を行わせる方法が早い時期に考案された。通常材料では光波長領域でも1 GV/mが放電破壊限界で、表面状態に著しく依存することがわかっている [3]。したがって破壊限界の極めて高い新材料や精密表面加工技術の開発が物質構造加速コンセプトの課題である。

放電破壊の問題を克服する画期的な物質は、固体や気体のイオン化（放電破壊）の産物であるプラズマ中に加速場を励起し、閉じ込める媒質として使用することである。プラズマは負電荷の電子と正電荷のイオンが電離して一様に分布した物質であるが、電子とイオンの密度に差が生ずれば静電場が発生する。電荷分離を起こすには電子ビームやレーザービームをプラズマ中で伝播させれば、プラズマ電子が部分的に排除されて電子密度の疎密波が励起される。このプラズマ波は縦波で位相速度は光速に近く、粒子との位相整合もプラズマ密度を制御することで可能である。プラズマ加速コンセプトの加速電場勾配は100 GV/mを超えることがわかっているが、高強度レーザーパルスによる高密度プラズマ中では、非線形効果によりプラズマ波の破壊が起こり制限される。

最も高い電磁場を保持できる『物質』は真空である。自発的な真空破壊が起こって電子・陽電子対が生成される電場は $10^{16}$  V/cmを超え、現在の超高強度レーザーで達成できる最高電場の1万倍以上高い。電子の運動

が相対論的になる高強度場ではレーザー磁場の力が無視できなくなる。この力は、Lorentz の法則から生じる力で、電子の運動方向と磁場の向きの両方に垂直な方向に作用し、レーザーパルスが伝播する方向に加速度を生む。つまり横波の電場でも電子が加速されることを意味している。この加速機構は、ポンデロモータイプ加速と呼ばれているが、単に真空中で高強度レーザーパルスを電子ビームに集光するだけであり、真空加速コンセプトと呼ぶことができる。エネルギーゲインは、レーザー場が1波長の相互作用の間に与えることができる運動エネルギーであるポンデロモータイプ（動重力）エネルギーにほぼ等しい。

本稿では、一般に媒質中のレーザー場による粒子加速について Lorentz 運動量方程式と Maxwell 方程式から粒子加速の基礎式を導き、加速とはどういうことか、エネルギーを増加するにはどうしたら良いか考える。次にレーザー加速のドライバーとして使われる最近の超高強度レーザーの原理と現状について解説し、その限界について触れる。これに基づいて、最も単純で基本的な真空中の単一粒子のレーザー加速を述べ、この加速機構がプラズマ中で集団的に起こり新たな加速機構を生むレーザープラズマ加速について解説する。最後に、最近のレーザー加速実験の進展についてまとめ、粒子ビーム源の開発、高エネルギー加速器、コライダーへの応用など先端加速器開発を展望する。

# 第1章 レーザー場による粒子加速

## 1.1 基礎方程式

一般に、媒質中（真空、プラズマ、ビーム）を伝播するレーザー場と粒子の相互作用を考える。このとき媒質中に誘起される電場  $\mathbf{E}$  および磁場  $\mathbf{B}$  は、ベクトルポテンシャル  $\mathbf{A}$ 、スカラーポテンシャル  $\Phi$  を用いて表わすことができる [4]。

$$\mathbf{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} - \nabla \Phi, \quad (1.1)$$

$$\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A}, \quad (1.2)$$

ここで  $c$  は、真空中の光速である。このとき電荷  $q$  を持つ粒子の運動量方程式 (relativistic Lorentz equation) は

$$\frac{d\mathbf{p}}{dt} = q \left( \mathbf{E} + \frac{\mathbf{v}}{c} \times \mathbf{B} \right) \quad (1.3)$$

で与えられる。ここで  $\mathbf{p}$  は粒子の運動量、 $\mathbf{v}$  は速度である。上式は式 (1.1) と (1.2) を代入して

$$\frac{d\mathbf{p}}{dt} = -q \left( \nabla \Phi + \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} \right) + \frac{q}{c} \mathbf{v} \times (\nabla \times \mathbf{A}) \quad (1.4)$$

と表わせる。ここで  $d/dt \equiv \partial/\partial t + \mathbf{v} \cdot \nabla$  である。式 (1.4) の両辺に  $(\mathbf{v} \cdot)$  を乗ざるとエネルギー方程式

$$\frac{d}{dt} mc^2 \gamma = -q \mathbf{v} \cdot \left( \nabla \Phi + \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} \right) \quad (1.5)$$

が得られる。ここで  $m$  は粒子の静止質量、 $\gamma$  は Lorentz 係数で、 $\beta = v/c$  を用いて

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}} \quad (1.6)$$

と表わされる。エネルギー方程式 (1.5) は粒子加速をし、エネルギーを増加させるには粒子速度  $\mathbf{v}$  と電場  $\mathbf{E}$  が同じ向きになければならないことを意味している。また粒子加速にはベクトル場もスカラー場も加速に寄与する。

問1 エネルギー方程式 (1.5) を導け。

レーザーの伝播を支配する Maxwell 方程式は次式で与えられる。

$$\begin{aligned} \nabla \cdot \mathbf{E} &= 4\pi\rho \\ \nabla \cdot \mathbf{B} &= 0 \\ \nabla \times \mathbf{E} + \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} &= 0 \\ \nabla \times \mathbf{B} - \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} &= \frac{4\pi}{c} \mathbf{j} \end{aligned} \quad (1.7)$$

ここで  $\mathbf{j}$  は電流密度、 $\rho$  は電荷密度である。プラズマまたは粒子ビームの粒子密度を  $n$  とすれば

$$\mathbf{j} = \langle qn\mathbf{v} \rangle \quad (1.8)$$

$$\rho = \langle qn \rangle \quad (1.9)$$

ベクトルポテンシャル  $\mathbf{A}$  およびスカラーポテンシャル  $\Phi$  を用いて Maxwell 方程式を表わせば、

$$\begin{aligned} \nabla^2 \mathbf{A} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{A}}{\partial t^2} \\ - \nabla (\nabla \cdot \mathbf{A} + \frac{1}{c} \frac{\partial \Phi}{\partial t}) &= -\frac{4\pi}{c} \mathbf{j} \end{aligned} \quad (1.10)$$

$$\nabla^2 \Phi + \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} (\nabla \cdot \mathbf{A}) = -4\pi\rho \quad (1.11)$$

となる。ここで Coulomb ゲージを用いれば、つまり

$$\nabla \cdot \mathbf{A} = 0 \quad (1.12)$$

となるように  $\mathbf{A}$  をきめてやれば、ポテンシャル ( $\Phi, \mathbf{A}$ ) に関する方程式は次のように書き換えられる。

$$\nabla^2 \Phi = -4\pi\rho \quad (1.13)$$

$$\nabla^2 \mathbf{A} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{A}}{\partial t^2} = -\frac{4\pi}{c} \mathbf{j} + \frac{1}{c} \nabla \frac{\partial \Phi}{\partial t} \quad (1.14)$$

式 (1.13) は電荷密度  $\rho$  によって定まる Coulomb ポテンシャルに関する Poisson 方程式である。真空中では  $n = 0$  だから  $\rho = 0, \mathbf{j} = 0$  ゆえ  $\Phi = 0$  とすることができる。このとき  $\mathbf{A}$  は波動方程式

$$\nabla^2 \mathbf{A} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{A}}{\partial t^2} = 0 \quad (1.15)$$

を満たし、光速  $c$  で伝播する。

粒子の集合（プラズマまたはビーム）を粒子同士の散乱や熱運動が無視できる流体 (cold fluid) と近似すると、粒子密度  $n$  は次の連続式から求められる。

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \nabla \cdot (n\mathbf{v}) = 0 \quad (1.16)$$

問2 Lorentz 条件

$$\nabla \cdot \mathbf{A} + \frac{1}{c} \frac{\partial \Phi}{\partial t} = 0 \quad (1.17)$$

を満たすゲージは Lorentz ゲージと呼ばれる。この場合、ポテンシャル  $(\Phi, \mathbf{A})$  に関する方程式を導け。

1.2 平面波の伝播

ポテンシャル  $(\Phi, \mathbf{A})$  がレーザー場の伝播する軸の座標  $(z)$  のみの関数で表わされるような解を考える。すなわち、 $\Phi = \Phi(z), \mathbf{A} = \mathbf{A}(z)$  である。この場合、レーザー場のベクトルポテンシャル  $\mathbf{A}$  は、Coulomb ゲージの条件 (1.12) より、

$$A_z = 0 \quad (1.18)$$

となるから円偏光および直線偏光レーザー場に対して、それぞれ次のように表わすことができる。

$$\mathbf{A} = A_x \mathbf{e}_x + A_y \mathbf{e}_y \quad (\text{円偏光}) \quad (1.19)$$

$$\mathbf{A} = A_x \mathbf{e}_x \quad (\text{直線偏光}) \quad (1.20)$$

ここで  $\mathbf{e}_x, \mathbf{e}_y$  は  $x, y$  軸の単位ベクトルである。

プラズマ (またはビーム) のレーザー場による擾乱が小さく、電子密度が初期の平衡状態の密度  $n_0$  から大きくずれないと仮定すれば、ポテンシャル  $(\Phi, \mathbf{A})$  の波動方程式は次のように与えられる。

$$\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{A}}{\partial t^2} - \nabla^2 \mathbf{A} + \frac{4\pi n_0 e^2}{\gamma m_e c^2} \mathbf{A} = 0 \quad (1.21)$$

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} + \frac{4\pi n_0 e^2}{\gamma m_e c^2} \Phi = 0 \quad (1.22)$$

ここで  $m_e$  は電子の静止質量、 $e$  は電子の電荷である。式 (1.21) はプラズマ中を伝播するレーザー場の方程式であり、式 (1.22) はスカラー場 (空間電荷場、Coulomb 場、または電子プラズマ波) の方程式である。

問3 線形化した運動量方程式 (1.4)、Poisson 方程式 (1.13)、波動方程式 (1.14)、連続式 (1.16) を用いて上式 (1.21)(1.22) を導け。

いま平面波の解

$$\mathbf{A} = \mathbf{A}_0 \exp(ikz - i\omega t) \quad (1.23)$$

$$\Phi = \Phi_0 \exp(ikz - i\omega t) \quad (1.24)$$

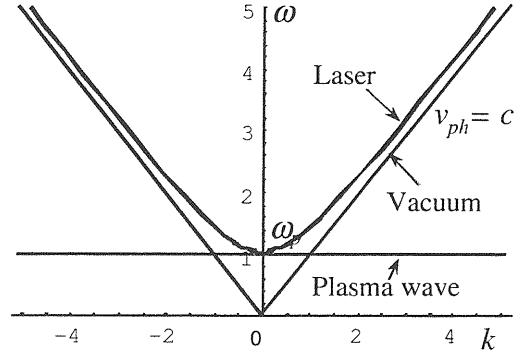


図 1.1: プラズマおよび真空を伝播するレーザー場および電子プラズマ波の分散関係

を波動方程式 (1.21)、(1.22) に代入すれば、分散関係式 (dispersion relation) が得られる。プラズマ周波数を

$$\omega_p = \sqrt{\frac{4\pi e^2 n_0}{m_e}} \quad (1.25)$$

と定義すると、レーザー場の分散式は

$$\omega^2 = c^2 k^2 + \omega_p^2 / \gamma \quad (1.26)$$

で与えられ、電子プラズマ波に対しては

$$\omega^2 = \omega_p^2 / \gamma \quad (1.27)$$

となる。ここで  $1/\gamma$  はプラズマ電子の運動が相対論的になるとプラズマ周波数は低下することを表わしている。非相対論的なプラズマ電子の運動を考えれば ( $\gamma \approx 1$ )、分散式 (1.26) からレーザー場の位相速度および群速度は次のようになる。

$$v_{ph} = \frac{\omega}{k} = \frac{c}{\sqrt{1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}}} \quad (1.28)$$

$$v_g = \frac{\partial \omega}{\partial k} = \frac{c^2}{v_{ph}} = c \sqrt{1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}} \quad (1.29)$$

これから明らかなようにプラズマ中を伝播するレーザー場の位相速度は真空中の光速  $c$  よりも大きく、群速度は  $c$  よりも小さい。またレーザー周波数は、 $\omega > \omega_p$  でなければプラズマ中を伝播できない。このときプラズマ周波数は導波管を伝播する電磁波の遮断周波数 (cutoff frequency) に対応する。 $\omega = \omega_p$  となるプラズマ密度を臨界プラズマ密度 (critical plasma density) と呼び

$$n_c = \frac{m_e \omega^2}{4\pi e^2} = \frac{\pi}{r_e \lambda^2} \quad (1.30)$$

### 1.3. 平面波による加速

で表わされる。ここで  $\lambda$  はレーザーの波長  $\lambda = 2\pi c/\omega$  である。 $r_e$  は古典電子半径で

$$r_e = \frac{e^2}{m_e c^2} \cong 2.818 \times 10^{-13} [\text{cm}] \quad (1.31)$$

で与えられる。

プラズマ中を伝播するレーザー場および電子プラズマ波の分散関係は図 1.1 で表わされる。

**問4** 波長  $\lambda$  [ $\mu\text{m}$ ] に対する臨界プラズマ密度  $n_c$  [ $\text{cm}^{-3}$ ] は

$$n_c = 1.115 \times 10^{21} / \lambda^2 \quad (1.32)$$

で与えられることを求めよ。

### 1.3 平面波による加速

運動量方程式 (1.4) を群速度  $v_g$  でレーザー場とともに進む座標系

$$\zeta = z - v_g t \quad (1.33)$$

に変換すると、 $z$  軸に垂直な成分については

$$\frac{d}{d\zeta} \left( \mathbf{p}_\perp - \frac{e}{c} \mathbf{A}_\perp \right) = 0 \quad (1.34)$$

が成り立つ。これは正準運動量 (canonical momentum) の横成分の保存を表わす。したがって運動量の横成分の初期値が 0 ならば

$$\mathbf{p}_\perp = \frac{e}{c} \mathbf{A}_\perp \quad (1.35)$$

である。これよりレーザー場における電子の振動速度 (quiver velocity) が求まる。

$$\mathbf{v}_\perp = \frac{\mathbf{p}_\perp}{\gamma m_e} = \frac{e}{\gamma m_e c} \mathbf{A}_\perp \quad (1.36)$$

ここで無次元ベクトルポテンシャル (normalized vector potential) を

$$\mathbf{a} \equiv \frac{e\mathbf{A}}{m_e c^2} \quad (1.37)$$

と定義すれば、振動速度の無次元量を

$$\beta_\perp = \frac{\mathbf{a}_\perp}{\gamma} \quad (1.38)$$

と表わすことができる。

直線偏光レーザー場のベクトルポテンシャルが

$$\mathbf{A} = A_0 \cos k\zeta \mathbf{e}_\perp \quad (1.39)$$

で与えられるとき、ベクトルポテンシャルとレーザー強度  $I$  との関係

$$I = \frac{c}{8\pi} |\mathbf{E}|^2 = \frac{ck^2}{8\pi} |\mathbf{A}|^2 \quad (1.40)$$

から  $a_0 = eA_0/(m_e c^2)$  は

$$a_0 = \left( \frac{2e^2 \lambda^2 I}{\pi m_e^2 c^5} \right)^{1/2} \cong 0.855 \times 10^{-9} I^{1/2} \lambda \quad (1.41)$$

となる。ここで強度  $I$  は [ $\text{W}/\text{cm}^2$ ]、波長  $\lambda$  を [ $\mu\text{m}$ ] の単位で表わす。 $a_0$  は無次元ベクトルポテンシャルの最大振幅値を表わし、レーザー強度パラメータ (laser strength parameter) と呼ぶ。この強度パラメータ  $a_0$  を用いればレーザー電場  $E_L$  は

$$\begin{aligned} E_L &= \frac{m_e c^2 k}{e} a_0 \cong 3.21 \frac{a_0}{\lambda} \\ &\cong 2.7 \times 10^{-9} I^{1/2} [\text{TV}/\text{m}] \end{aligned} \quad (1.42)$$

となる。すなわち強度  $I = 1.37 \times 10^{18} \text{ W}/\text{cm}^2$  のレーザー電場は、 $E_L \cong 3.2 \text{ TV}/\text{m}$  ( $10^{12} \text{ V}/\text{m}$ ) である。この強度では波長  $1 \mu\text{m}$  のレーザーの強度パラメータは  $a_0 \cong 1$  である。すなわちこのレーザー電場の中では電子の運動は相対論的になる。

次に運動量方程式の  $z$  成分は、つぎのように書き換えられる。

$$\frac{d}{d\zeta} \left( \mathbf{p}_z - \frac{\gamma m_e c^2}{v_g} + \frac{e}{v_g} \Phi \right) = 0 \quad (1.43)$$

この積分は、1次元の粒子運動の Hamiltonian を与える。すなわち

$$\gamma(1 - \beta_g \beta_z) - \phi = H \quad (1.44)$$

ここで  $\beta_g = v_g/c$ 、 $\beta_z = v_z/c$  および無次元スカラーポテンシャル  $\phi$  を

$$\phi \equiv \frac{e\Phi}{m_e c^2} \quad (1.45)$$

と定義する。初期条件が次のように与えられるとき

$$\mathbf{a} = \phi = 0, \quad \gamma = \gamma_0, \quad \beta = \beta_0 \quad (1.46)$$

$$\gamma(1 - \beta_g \beta_z) - \phi = \gamma_0(1 - \beta_g \beta_0) = H \quad (1.47)$$

が成り立つ。ここで

$$\gamma_\perp = \sqrt{1 + \mathbf{a}^2} \quad (1.48)$$

$$\gamma_z = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta_z^2}} \quad (1.49)$$

このとき電子の静止エネルギーで規格化した粒子の全エネルギーは無次元運動量  $\mathbf{u} = \mathbf{p}/m_e c = \gamma \boldsymbol{\beta}$  を用いれば

$$\gamma = \sqrt{1 + \mathbf{u}_\perp^2 + u_z^2} = \gamma_\perp \gamma_z \quad (1.50)$$

で与えられる。この関係を使って式 (1.47) を  $\gamma$  について解くと

$$\gamma = \gamma_g^2 H_0 \pm \gamma_g \beta_g \sqrt{\gamma_g^2 H_0^2 - \gamma_\perp^2} \quad (1.51)$$

$$= \frac{H_0^2 + \beta_g^2 \gamma_\perp^2}{H_0^2 \mp \beta_g \sqrt{H_0^2 - (1 - \beta_g^2) \gamma_\perp^2}} \quad (1.52)$$

となる。また  $\beta$  は

$$\beta_z = \frac{\beta_g \gamma_\perp^2 \pm H_0 \sqrt{H_0^2 - (1 - \beta_g^2) \gamma_\perp^2}}{H_0^2 + \gamma_\perp^2 \beta_g^2} \quad (1.53)$$

$$\beta_\perp = \frac{\mathbf{a}_\perp}{\gamma} \quad (1.54)$$

ここで  $\gamma_g$  は群速度に対応する Lorentz 係数で

$$\gamma_g = 1/\sqrt{1 - \beta_g^2} \quad (1.55)$$

と定義する。プラズマ中の伝播では

$$\beta_g = \sqrt{1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}} = \sqrt{1 - \frac{n_0}{n_c}} \quad (1.56)$$

$$\gamma_g = \frac{\omega}{\omega_p} = \sqrt{\frac{n_c}{n_0}} \quad (1.57)$$

で与えられる。すなわちレーザーパルスの伝播速度はプラズマ密度で決まる。なお  $H_0$  は、

$$H_0 = H + \phi = \gamma_0(1 - \beta_g \beta_0) + \phi \quad (1.58)$$

である。

**問5** 式 (1.51)、(1.52) および (1.53) を導け。

## 1.4 プラズマ場の励起

スカラーポテンシャル  $\phi$  はレーザーパルスによってプラズマ中に励起される空間電荷ポテンシャル (space-charge potential) を表わし、連続式 (1.13) および Poisson 式 (1.16) から求められる。すなわち

$$\frac{1}{c} \frac{\partial n}{\partial t} + \nabla \cdot (n \boldsymbol{\beta}) = 0 \quad (1.59)$$

$$\nabla^2 \phi = k_p^2 \frac{n}{n_0} - 1 \quad (1.60)$$

ここで  $k_p = \omega_p/c$  である。レーザーパルスが入射される前にプラズマは平衡状態  $n = n_0$  であるとし、初期条件  $\phi(0) = 0$  を仮定する。  $n = n(\zeta)$  とすると式 (1.59) は

$$\frac{d}{d\zeta} [n(\beta_g - \beta_z)] = 0 \quad (1.61)$$

これよりプラズマ電子密度は、

$$n = n_0 \frac{\beta_g - \beta_0}{\beta_g - \beta_z} \quad (1.62)$$

から求められる。  $\beta_g = 1$  とすると  $\beta_z$  は

$$\beta_z = \frac{(1 + \mathbf{a}^2) - H_0^2}{(1 + \mathbf{a}^2) + H_0^2} \quad (1.63)$$

であるから、これらを式 (1.60) に代入するとスカラーポテンシャルの方程式は

$$\frac{d^2 \psi}{d\zeta^2} = \frac{\hat{k}_p^2}{2} \left[ \frac{1 + \mathbf{a}^2}{(1 + \psi)^2} - 1 \right] \quad (1.64)$$

と書ける。ここで電子ビーム ( $\gamma_0 > 1$ ) の場合を含めて次の置き換えを行った。

$$\psi = \frac{\phi}{\gamma_0(1 - \beta_0)} \quad (1.65)$$

$$\hat{k}_p = \frac{k_p}{\gamma_0^{3/2}(1 - \beta_0)} \quad (1.66)$$

一般には、式 (1.64) は  $\psi$  に関する非線形方程式で解は単純ではない。そこでレーザーパルスの時間幅  $\tau_L$  が電子プラズマ波の周期に対して極限的な2つの場合を考える。

### 1.4.1 短パルスによる励起

$\tau_L \ll (c\hat{k}_p)^{-1}$  のとき、レーザーパルスの振幅を

$$a = a_0 \cos k\zeta \quad (1.67)$$

と表わすと  $a_0 < 2/(c\tau_L \hat{k}_p)$  であれば

$$|\psi| \ll 1 \quad (1.68)$$

となって無視できる。

### 1.4.2 長パルスによる励起

$\tau_L \gg (c\hat{k}_p)^{-1}$  のとき、式 (1.64) の左辺が無視できるので

$$\psi \simeq \langle \sqrt{1 + \mathbf{a}^2} \rangle - 1 \simeq \sqrt{1 + a_0^2/2} - 1 \quad (1.69)$$

## 1.6. プラズマ中の加速

ここで  $\langle \rangle$  はレーザーサイクルについて平均化することを表わし、パルス幅  $L_0 = c\tau_L \gg \lambda$  であるので  $\psi$  は定数となる。

## 1.5 真空中の加速

単一粒子の運動方程式は Hamiltonian(1.44) を用いて求められる。

$$\frac{d\gamma}{dz} = -\frac{\partial H}{\partial \zeta} = \frac{\partial \phi}{\partial \zeta} - \frac{1}{2} \frac{\beta_g}{\beta_z} \frac{\partial \gamma_{\perp}^2}{\partial \zeta} \quad (1.70)$$

$$\frac{d\zeta}{dz} = \frac{\partial H}{\partial \gamma} = 1 - \frac{\beta_g}{\beta_z} \quad (1.71)$$

また粒子の軌道は

$$\mathbf{r}(\zeta) = x\mathbf{e}_x + y\mathbf{e}_y + z\mathbf{e}_z \quad (1.72)$$

から  $\zeta$  の関数として求められる。すなわち関係式

$$\frac{1}{c} \frac{d\mathbf{r}}{dt} = \boldsymbol{\beta} = (\beta_z - \beta_g) \frac{d\mathbf{r}}{d\zeta} \quad (1.73)$$

から次の方程式を積分して与えられる。

$$\frac{d\mathbf{r}}{d\zeta} = \frac{\boldsymbol{\beta}}{\beta_z - \beta_g} = \frac{\beta_g \gamma \boldsymbol{\beta}}{\gamma(1 - \beta_g^2) - H_0} \quad (1.74)$$

真空中では、 $\beta_g = 1$  で短パルス極限  $\psi \approx 0$  とすることができる。このとき  $\gamma, \beta_z$  は、次のようになる。

$$\gamma = \gamma_0 \left( 1 + \frac{1 + \beta_0}{2} a^2 \right) \quad (1.75)$$

$$\beta_z = \frac{\beta_0 + \frac{1 + \beta_0}{2} a^2}{1 + \frac{1 + \beta_0}{2} a^2} \quad (1.76)$$

粒子の軌道は

$$\frac{dx}{d\zeta} = -\frac{a_0 \cos k\zeta}{\gamma_0(1 - \beta_0)} \quad (1.77)$$

$$\frac{dy}{d\zeta} = 0 \quad (1.78)$$

$$\frac{dz}{d\zeta} = -\frac{\beta_0}{1 - \beta_0} - \frac{1}{2} \left( \frac{1 + \beta_0}{1 - \beta_0} \right) a_0^2 \cos^2 k\zeta \quad (1.79)$$

について初期値を  $(x_0, y_0, z_0)$  として積分して

$$x = x_0 - \frac{a_0}{k} \left( \frac{1 + \beta_0}{1 - \beta_0} \right)^{1/2} \sin k\zeta \quad (1.80)$$

$$y = y_0 \quad (1.81)$$

$$z = z_0 - \frac{4\beta_0 + (1 + \beta_0)a_0^2}{4(1 - \beta_0)} - \frac{a_0^2}{8k} \left( \frac{1 + \beta_0}{1 - \beta_0} \right) \sin 2k\zeta \quad (1.82)$$

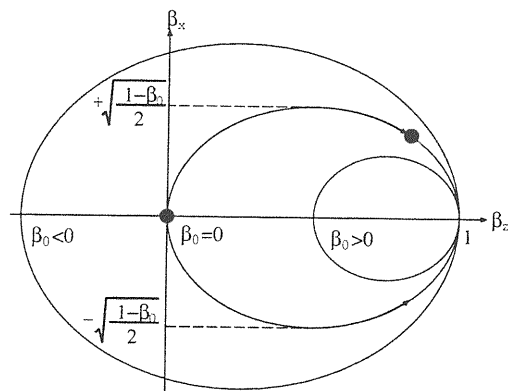


図 1.2: 平面波レーザー場の加速による粒子の  $(\beta_z, \beta_x)$  平面上の軌道。楕円の大きさは入射速度  $\beta_0$  に依存する。

となる。

したがって真空中の平面波レーザー場では、エネルギーは最小値  $\gamma_0$  と最大値

$$\gamma = \gamma_0 \left( 1 + \frac{1 + \beta_0}{2} a_0^2 \right) \quad (1.83)$$

の間で振動する。無限遠方におけるレーザー場が 0 であるとすれば、エネルギーゲインは 0 である。

**問 6** 式 (1.47) において  $\beta_g = 1$  とした真空中での Hamiltonian

$$\gamma(1 - \beta_z) = \gamma_0(1 - \beta_0) \quad (1.84)$$

と平面波による粒子のエネルギー関係式

$$\gamma^{-2} = 1 - \beta_x^2 - \beta_z^2 \quad (1.85)$$

を用いて  $\beta_x, \beta_z$  について次の関係式が成り立つことを示せ。

$$\frac{2}{1 - \beta_0} \beta_x^2 + \frac{4}{(1 - \beta_0)^2} \left( \beta_z - \frac{1 + \beta_0}{2} \right)^2 = 1 \quad (1.86)$$

これは図 1.2 に示すように粒子が  $(\beta_z, \beta_x)$  平面では楕円軌道上を運動することを表わしている。

## 1.6 プラズマ中の加速

### 1.6.1 短パルスによる加速

プラズマ密度が十分低く、パルス幅  $L_0 \ll \lambda_p/2\pi$  のとき短パルス極限の条件が成り立つのでスカラーポテ

ンシャル  $\phi$  の励起を無視することができる。すなわち  $\phi \approx 0$  とすると、式 (1.51) は

$$\gamma = \gamma_g^2 \gamma_0 (1 - \beta_g \beta_0) \pm \gamma_g \beta_g [\gamma_g^2 \gamma_0^2 (\beta_g - \beta_0)^2 - a^2]^{1/2} \quad (1.87)$$

入射エネルギー  $\gamma_0$  に対して、最小および最大エネルギーを求めると、 $\gamma_g \gamma_0 (\beta_g - \beta_0) > a_0$  ならば、

$$\gamma_{\min} = \gamma_0 \quad (1.88)$$

$$\gamma_{\max} = \gamma_g^2 \gamma_0 (1 - \beta_g \beta_0) - \gamma_g \beta_g [\gamma_g^2 \gamma_0^2 (\beta_g - \beta_0)^2 - a_0^2]^{1/2} \quad (1.89)$$

$\gamma_g \gamma_0 (\beta_g - \beta_0) \leq a_0$  ならば

$$\gamma_{\min} = \gamma_0 \quad (1.90)$$

$$\gamma_{\max} = \gamma_g^2 \gamma_0 [(\beta_g - \beta_0)^2 + \gamma_0^{-2}] \quad (1.91)$$

したがって真空中の場合と同様、粒子のエネルギーは  $\gamma_0$  と最大値  $\gamma_{\max}$  の間で振動する。

### 1.6.2 長パルスによる加速

プラズマ密度が高く、パルス幅  $L_0 \gg \lambda_p/2\pi$  の場合は式 (1.69) より

$$\phi \simeq \gamma_0 (1 - \beta_g \beta_0) (\bar{\gamma}_\perp - 1) \quad (1.92)$$

ここで  $\bar{\gamma}_\perp = \sqrt{1 + a_0^2/2}$  である。 $H_0$  は式 (1.58) から

$$H_0 = \bar{\gamma}_\perp \gamma_0 (1 - \beta_g \beta_0) \quad (1.93)$$

プラズマ振動周期 ( $1/\omega_p$ ) がレーザー周期 ( $1/\omega$ ) に比べ遅い時間スケールでは、最小および最大エネルギーは

$$\gamma_{\min} = \gamma_0 \bar{\gamma}_\perp \quad (1.94)$$

$$\gamma_{\max} = \bar{\gamma}_\perp \gamma_g^2 \gamma_0 [(\beta_g - \beta_0)^2 + \gamma_0^{-2}] \quad (1.95)$$

$\gamma_0 = 1, \beta_0 = 0$  の場合、

$$\gamma = (2\gamma_g^2 - 1) \bar{\gamma}_\perp \quad (1.96)$$

相対論的強度のレーザー場、すなわち  $\bar{\gamma}_\perp \gg 1$  では分散式は式 (1.26) より

$$\omega^2 = c^2 k^2 + \omega_p^2 / \bar{\gamma}_\perp \quad (1.97)$$

で与えられるから、 $\beta_g, \gamma_g$  に関する式 (1.56), (1.57) は次のようになる。

$$\beta_g = \left(1 - \frac{\omega_p^2}{\bar{\gamma}_\perp \omega^2}\right)^{1/2} = \left(1 - \frac{n_0}{\bar{\gamma}_\perp n_c}\right)^{1/2} \quad (1.98)$$

$$\gamma_g = \frac{\omega \sqrt{\bar{\gamma}_\perp}}{\omega_p} = \sqrt{\frac{\bar{\gamma}_\perp n_c}{n_0}} \quad (1.99)$$

これは臨界プラズマ電子密度が実質的に  $\bar{\gamma}_\perp$  倍になったことを表わしている。すなわちレーザーパルスは  $n_0 < \bar{\gamma}_\perp n_c$  ならば伝播し、 $n_0 > n_c$  の超臨界密度プラズマ (overdense plasma) でも伝播可能である。この効果を相対論的透明性 (relativistic transparency) と呼ぶ。この関係を使えば、

$$\gamma = 2\bar{\gamma}_\perp^2 \frac{n_c}{n_0} - \bar{\gamma}_\perp \quad (1.100)$$

となる。このときプラズマ電子が加速され、その速度は

$$\beta_z = \frac{1}{\beta_g} \left(1 - \frac{\bar{\gamma}_\perp}{\gamma}\right) = \frac{2\gamma_g^2}{2\gamma_g^2 - 1} \beta_g \quad (1.101)$$

となるから、その電子密度は、式 (1.62) より、平衡状態の密度  $n_0$  から

$$n = (2\gamma_g^2 - 1)n_0 = 2\bar{\gamma}_\perp n_c - n_0 \quad (1.102)$$

になる。これは、厚さ  $L_p$  のプラズマにレーザーパルスが入射するとエネルギー  $\gamma$ 、バンチ長が

$$L_b = \left(\frac{\beta_z}{\beta_g} - 1\right) L_p \simeq \frac{n_0}{2\bar{\gamma}_\perp n_c} L_p \quad (1.103)$$

の電子ビームが得られることを意味する。

### 1.6.3 プラズマ波による加速

臨界密度以下のプラズマ (underdense plasma) 中をレーザーパルスが伝播すると、パルス幅が  $L_0 \sim \lambda_p/2$  となるプラズマ密度のときプラズマ波が共鳴的に励起される。このプラズマ波の静電場をレーザーウェーク場と呼んでいる。加速がウェーク場でのみ起こるとすれば、 $\mathbf{a} = 0, \phi \neq 0$  として

$$\gamma = \gamma_g^2 (H + \phi) \pm \gamma_g \beta_g \sqrt{\gamma_g^2 (H + \phi)^2 - 1} \quad (1.104)$$

ウェークポテンシャルを

$$\phi = \phi_0 \cos k_p \zeta \quad (1.105)$$

とすると、粒子の運動は図 1.3 で示されるような  $(\gamma, \zeta)$  面上の軌跡となる。プラズマ波にトラップされた粒子は位相平面  $(\gamma, \zeta)$  のセパトリクス (Separatrix) 内の閉軌道を運動する。セパトリクスはその軌道上  $(\gamma_s, \zeta_s)$  で

$$H(\gamma_s, \zeta_s) = H(\gamma_g, \zeta_{\min}) = 1/\gamma_g - \phi_{\min} \quad (1.106)$$



### 1.6. プラズマ中の加速

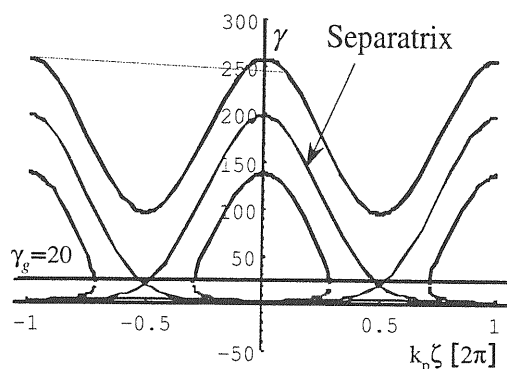


図 1.3: プラズマ波により加速される粒子の運動は、位相平面  $\gamma - \zeta$  上のセパトトリクス内で閉軌道を描く。

であることから求められる。ここで  $\phi(\zeta_{\min}) = \phi_{\min}$  である。いま

$$\begin{aligned} H(\gamma_{\min}, \zeta_{\max}) &= H(\gamma_{\max}, \zeta_{\max}) \\ &= H(\gamma_g, \zeta_{\min}) \quad (1.107) \end{aligned}$$

であることに注意してプラズマ波にトラップされる粒子のエネルギーの最小値  $\gamma_{\min}$ 、および最大値  $\gamma_{\max}$  を  $\gamma_m$  と表わせば

$$\gamma_m = \gamma_g(1 + \gamma_g \Delta\phi) \pm [(1 + \gamma_g \Delta\phi)^2 - 1]^{1/2} \quad (1.108)$$

となる。ここで  $\Delta\phi = \phi_{\max} - \phi_{\min}$  である。 $\gamma_g \Delta\phi \gg 1$  であつて  $\gamma_g^2 \gg 1$  のとき

$$\gamma_{\max} \approx 2\gamma_g^2 \Delta\phi \quad (1.109)$$

$$\gamma_{\min} \approx \Delta\phi/2 + 1/(2\Delta\phi) \quad (1.110)$$

プラズマ波の破壊 (wave-breaking) は背景プラズマ電子の運動速度がプラズマ波の位相速度に等しくなり、プラズマ波にトラップされることにより起こる。すなわちプラズマ波の破壊条件は、 $\gamma_{\min} = \gamma_g$ 、および  $\beta_{\min} = -\beta_g$  である。これからプラズマ波破壊は

$$\Delta\phi_{\text{wb}} = \frac{2(\gamma_g^2 - 1)}{\gamma_g} \quad (1.111)$$

のとき起こる。

**問7** プラズマ波破壊の条件式 (1.111) を求めよ。

## 第2章 高強度レーザー

### 2.1 レーザーの原理

#### 2.1.1 反転分布と光の増幅

絶対温度  $T$  で熱平衡状態にある多数の原子からなる系では、縮退度  $g_1, g_2$  をもつ二つのエネルギー準位  $E_1, E_2$  における原子密度  $N_1, N_2$  の間にはボルツマン分布

$$\frac{N_2}{N_1} = \frac{g_2}{g_1} \exp\left(-\frac{E_2 - E_1}{k_B T}\right) \quad (2.1)$$

が成り立つ。たとえば可視光領域 ( $E_2 - E_1 = h\nu = 10^{-19}$  J) においては、室温 ( $k_B T \approx 4 \times 10^{-21}$  J) ではほとんど上位準位を占める原子はない。熱平衡状態では熱放射を吸収して  $1 \rightarrow 2$  の遷移をしたり、逆に電磁波を放出して  $2 \rightarrow 1$  の遷移をし、式 (2.1) の平衡状態が成立しているが、 $N_2/g_2 < N_1/g_1$  であるから必ず吸収の方が強く起こり、吸収係数は常に正になる。しかし、 $N_2/g_2 > N_1/g_1$  が実現されれば、誘導放出が吸収よりも強く起こり光は強められる。この状態を反転分布 (population inversion) と呼び、ボルツマン分布の式で  $T < 0$  に相当するので負温度の状態ともいう。反転分布をつくることをポンピング (pumping) と呼び、誘導放出が吸収を上回り、光を増幅することのできる装置がレーザー (Laser) である。その名称は「輻射の誘導放出による光の増幅」(Light Amplification by Stimulated Emission of Radiation) の略語に由来する [5]。反転分布を形成するための励起方法には

- 光励起 (YAG レーザーなど)
- 放電励起 ( $\text{CO}_2$  レーザーなど)
- 電子ビーム励起 (KrF エキシマレーザーなど)
- 電流注入 (半導体レーザーなど)

がある。また反転分布の作り方はレーザー媒質の種類や励起法によって異なるが、代表的な固体レーザーの光励起の場合、2 準位媒質では吸収の飽和効果 (saturation effect) が起こり、原理的に反転分布をつくることので

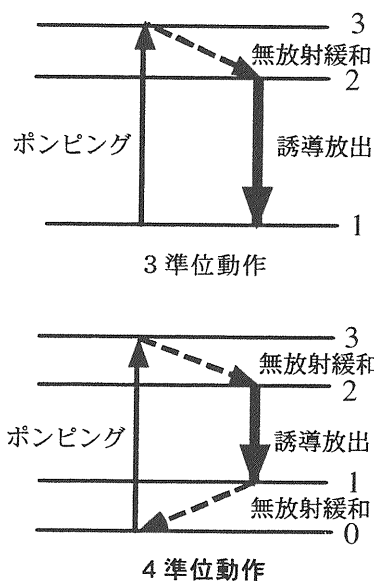


図 2.1: レーザー発振の動作原理: 3 準位動作と 4 準位動作レーザーのエネルギー準位図を表わす。

きない。よって図 2.1 に示すように 3 準位動作と 4 準位動作のレーザー発振が使われる。3 準位動作のレーザーでは、光励起に関係する基底準位 1 と励起準位 3 および光放出に関係する準位 2 の三つの準位がレーザー動作に関わっている。この場合、準位  $3 \rightarrow 1$  へは格子振動などの無放射緩和によって遷移し、準位 2 の寿命が長く、これよりも短い時間に励起が行われれば準位 1 と 2 の間で反転分布が作られる。これに対し 4 準位動作レーザーでは光放出に関係する下の準位 1 が基底状態 0 とは異なり、 $E_1 - E_0 \gg k_B T$  であれば、無励起の状態では準位 1 にほとんど分布がなくなるので、準位 2 へ励起が行われれば準位 1 と 2 の間で反転分布が作られる。

反転分布が形成された長さ  $z$  の媒質中を共鳴する光 ( $E_2 - E_1 = \hbar\omega$ ) が進むと、その強度は指数関数的に強められる。これを

$$I(z) = I(0) \exp(gz) \quad (2.2)$$

と表わしたとき  $g$  を利得係数 (gain coefficient) と呼び、媒質の誘導放出断面積  $\sigma$  と反転分布密度  $\Delta N = N_2 - (g_2/g_1)N_1$  を用いて

$$g(\omega) = \sigma \Delta N \quad (2.3)$$

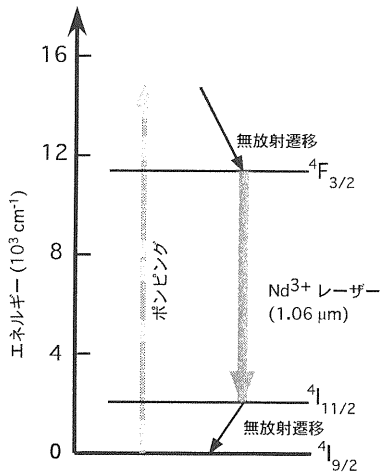


図 2.2: Nd:YAG レーザーの動作エネルギー準位図

と表わせる。このとき入射レーザー強度が弱い小信号増幅領域では、増幅率  $G$  は、

$$G = I(z)/I(0) = \exp(gz) \quad (2.4)$$

で与えられる。

例) YAG レーザー

YAG レーザーは Yttrium - Aluminum - Garnet 結晶 ( $Y_3Al_5O_{12}$ ) に活性物質として  $Nd^{3+}$  を 1% ドープしたロッドがレーザー媒質として使われる代表的な 4 準位レーザーである。図 2.2 に示すように YAG 結晶は Xe ランプ励起光を照射すると 500 ~ 900 nm の波長の光を吸収して励起準位に励起される。この励起準位の寿命は短く  $F_{3/2}^4$  準位に緩和する。 $F_{3/2}^4$  準位の寿命は約 300  $\mu s$  で、 $I_{11/2}^4$  準位の寿命が約 1 ns と短いので、この 2 つの準位間で反転分布が得られ発振波長 1064 nm に対応するレーザー遷移が起こる。遷移の下位準位  $I_{11/2}^4$  は基底準位から十分離れていて熱的影響が少なく無放射遷移で基底準位にもどる。このため下位準位の増加による遷移の低下が起こらないので連続発振が可能である。 $Nd^{3+}$  イオン濃度を  $\sim 1 \times 10^{20} \text{ cm}^{-3}$ 、誘導放出断面積を  $\sim 6 \times 10^{-19} \text{ cm}^2$  とすれば利得係数は、 $g \sim 0.6 \text{ cm}^{-1}$ 、10 cm の YAG ロッドの増幅率は  $G \sim \exp(gz) = 400$  となる。

### 2.1.2 レーザーの発振条件

一般に、増幅作用をもつ系に共振回路をつけ、出力の一部をフィードバックさせると、増幅利得が共振回路

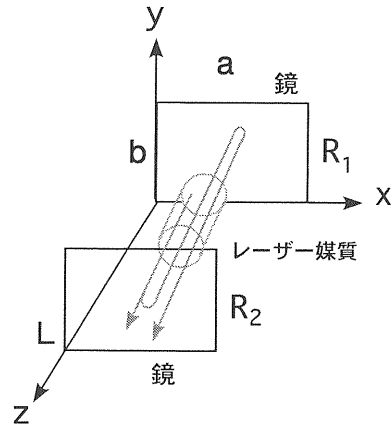


図 2.3: ファブリー・ペロー光共振器

の損失を上回れば自励発振を起こす。したがってレーザーも共振器をつけることにより発振器にすることができる。コヒーレンスのすぐれた発振光を得るために Shawlow と Townes は平面鏡を平行に向い合わせて置いたファブリー・ペロー (Fabry-Perot) 形共振器を提案した。これは図 2.3 に示されるような長方形空洞共振器の側面を開放し  $z$  軸方向の 2 枚の鏡のみを残したものである。

自然放出光は四方八方に放出され、増幅媒質中で誘導放出により増幅されるが、Fabry-Perot 共振器の中では鏡に垂直に進む波以外は損失が大きく、増幅されない。損失の少ないモードは鏡の間を何度も往復し増幅を受けて位相のそろった平面波に近くなる。このモードでは電場、磁場がともに共振器の軸に垂直になる TEM (Transverse Electro-Magnetic) モードである。十分に強い光になると増幅利得は飽和するが、波の結合のために位相がそろわぬ。これを発振と呼び、一方の鏡に少し透過率をもたせれば共振器の外部に取り出すことができる。

レーザーの発振条件は、増幅率  $G \geq 1$  で与えられるが、このためにはレーザー媒質における光エネルギー増加が共振器の損失を上回る必要がある。一般に、共振器の損失を表わす目安として次式で定義される  $Q$  値が使われる。

$$Q = \omega_0 \frac{\rho}{\Delta\rho} \quad (2.5)$$

ここで  $\rho$  は共振器に蓄えられた電磁波のエネルギー、 $\Delta\rho$  は単位時間当り共振器から散逸するエネルギーである。単位時間に一定の損失がある場合、共振器内の光のエネルギー  $\rho(t)$  は時間に関して時定数  $\tau_c$  (共振器

## 2.2. レーザー強度の進歩

寿命 cavity lifetime) で指数関数的に減少し、

$$\rho(t) = \rho(0) \exp(-t/\tau_c) \quad (2.6)$$

と表わせる。このとき Q 値は、

$$Q = \omega_0 \frac{\rho}{-\partial\rho/\partial t} = \omega_0 \tau_c \quad (2.7)$$

で与えられる。このとき減衰定数は  $1/\tau_c = \omega_0/Q$  で、共振曲線の半値幅に等しい。一方レーザー媒質における単位時間当りの光のエネルギーの増加率は  $g(\omega_0)c/\eta$  ( $\eta$  は媒質の屈折率) であるから、発振条件は

$$\frac{g(\omega_0)c}{\eta} \geq \frac{\omega_0}{Q} \quad (2.8)$$

で与えられる。利得係数がこの条件に達すると発振が起り、これを発振の閾値 (threshold) という。

**問 8** エネルギーが失われる原因として光共振器の場合、2枚の鏡の反射率が100%ではないことからくる反射損失が最も大きい。間隔  $L$  で並行に配置された反射率  $R_1, R_2$  の鏡の間を光が往復していき、鏡の外に漏れ出ていく部分 (回折損失) は少ないとする。このとき Q 値は

$$Q = \frac{\omega_0 L}{c(-\ln \sqrt{R_1 R_2})} \quad (2.9)$$

で与えられることを示せ。

例) 共振器長  $L = 1$  m、反射率  $R_1 R_2 = 90\%$  の Fabry-Perot 共振器では、 $\omega_0 = 10^{15} \text{ s}^{-1}$  に対して共振器寿命は、 $\tau_c = 63 \text{ ns}$ 、Q 値は、 $Q = 6.3 \times 10^7$ 、共振曲線の半値幅は  $\Delta\nu = \Delta\omega/2\pi = 2.5 \text{ MHz}$  となる。

レーザー媒質を励起し、発振が起り、共振器内の光エネルギー密度を  $\rho$  とすると、定常状態の利得係数は

$$g(\omega) = \frac{g_0(\omega)}{1 + \rho/\rho_s(\omega)} \quad (2.10)$$

と書ける。これは  $\rho$  が増すとともに利得が減少する増幅利得の飽和効果を表わしている。 $\rho$  が十分小さいときの値  $g_0(\omega)$  を小信号 (small signal) 利得係数と呼び、飽和が問題になる場合の  $g(\omega)$  は大信号 (large signal) 利得係数と呼ばれる。

上位準位の寿命を  $\tau_2$  とすると飽和パラメーター

$$\rho_s(\omega) \approx \frac{h\nu}{\sigma c \tau_2 / \eta} \quad (2.11)$$

は、 $g(\omega)$  が  $g_0(\omega)$  の半分になる  $\rho$  に相当する。

飽和が起る目安として次のように飽和フルーエンスを定義する。パルス光の場合は

$$F_{sat}[\text{J}/\text{cm}^2] = h\nu/\sigma \quad (2.12)$$

連続光の場合は

$$I_{sat}[\text{W}/\text{cm}^2] = h\nu/(\tau_2 \sigma) \quad (2.13)$$

である。これは上位準位の寿命の間に反転分布密度が半分になる光エネルギー密度を表わす。すなわち反転分布密度が

$$N_2 - N_1 = \frac{\Delta N_0}{1 + \rho/\rho_s(\omega)} \quad (2.14)$$

と表わされ、 $\rho$  の時間変化は

$$\frac{d\rho}{dt} = \left[ g(\omega) \frac{c}{\eta} - \frac{\omega}{Q} \right] \rho \quad (2.15)$$

となる。この式は  $g_0(\omega)c/\eta > \omega/Q$  であれば、 $\rho$  は時間的に増大するが、 $g(\omega)$  は飽和効果のために減少し、 $g(\omega)c/\eta = \omega/Q$  のところでバランスして一定振幅の定常発振となることを表わしている。単一モードで定常発振しているレーザーの出力は  $g(\omega) = \eta\omega/Qc$  であるから

$$\rho = \left[ \frac{g_0 Q c}{\omega \eta} - 1 \right] \rho_s \quad (2.16)$$

となる。有効体積  $V$  でのレーザー出力は、

$$P_e = \frac{\omega}{Q_t} V \rho \simeq V g_0 \frac{F_{sat}}{\tau_2} \quad (2.17)$$

で与えられる。 $Q_t$  は出力結合できる共振器の Q 値で、共振器に蓄えられたエネルギーに  $\omega/P_e$  をかけて得られる。

## 2.2 レーザー強度の進歩

1960年に最初のレーザー発振が成功して以来、そのピーク出力の発展の様子を辿ってみると、いくつかの新しい技術の発明によって急激な上昇が見られる [6]。この進化の過程を年代に関して表すと図 2.4 のようになる。この高強度レーザーの進歩は、短パルス化技術の発達と軌を一にしている。kW レンジ、数 10  $\mu\text{s}$  の最初の自由発振レーザーから始まり、Q スwitching 法の発明 (1962年) によってパルス幅はナノ秒 ( $10^{-9}\text{s}$ )、

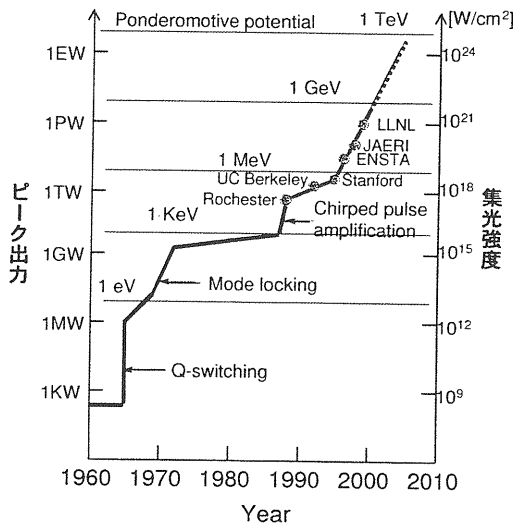


図 2.4: 高強度レーザーピーク出力の発展

ピーク出力は MW レンジになった。さらにモード同期法が発明 (1964 年) され、パルス幅はピコ秒 ( $1 \text{ ps} = 10^{-12} \text{ s}$ )、ピーク出力は GW レンジに達した。このため媒質中での非線形光学効果が発生し、それ以上の短パルス化によるピーク出力の増強は妨げられることとなった。もちろん超短パルス光を発生する技術開発はその後も続けられ、現在では 5 フェムト秒 ( $1 \text{ fs} = 10^{-15} \text{ s}$ ) 以下のパルス幅が得られている。その後の更なるピーク出力の急上昇はチャープパルス増幅法 (Chirped Pulse Amplification CPA) の発明 (1985 年) [7] 後始まっている。この超短パルスレーザーを増幅する CPA 法は最初パルスを引き延ばし増幅した後、再び圧縮する方法で、レーザーパルスの高強度場による媒質中での非線形効果や損傷を防ぐことができる。CPA 法によりエネルギー蓄積密度の高い固体媒質の使用が可能になり、90 年代の TW レンジへの飛躍的なピーク出力の発展とテーブル・トップ・テラワットレーザーに代表される小型高強度レーザーの出現がもたらされた。図 2.4 からもわかるように、過去 10 年間にレーザー出力は 1 万倍を超える上昇をしており、今後 10 年間に半導体レーザーなどの進歩に伴って超小型化、高性能化が進み、ピーク出力は PW (ペタワット =  $10^{15} \text{ W}$ ) から EW (エクサワット =  $10^{18} \text{ W}$ ) レベルに達すると予想されている。

1PW のレーザーパルス空間的に波長程度まで集光すると  $10^{21} \text{ W/cm}^2$  以上の強度となる。この光強度を電磁場で表わすと電場強度は  $1 \text{ TV/cm}$ 、磁場強度は

$0.3 \text{ MT}$  (テスラ)、電磁場が及ぼす光圧は、 $3 \times 10^{16} \text{ Pa}$  ( $300 \text{ Gbar}$ ) となる。このような高強度レーザー場と原子・分子との相互作用は、レーザー場の中の電子の運動エネルギーであるポンドロモーティブ (動重力) ポテンシャル (Ponderomotive Potential) で相互作用の強さを表わすことができる。ベクトルポテンシャル  $\mathbf{A}$  で表わされるレーザー場による電子の運動は振動速度 (quiver velocity)

$$v_{osc} = \frac{e\mathbf{A}}{\gamma m_e c} = \frac{e\mathbf{E}}{\gamma m_e \omega} \quad (2.18)$$

で特徴づけられる。この電子の運動の 1 周期当たりの平均エネルギーは

$$\bar{\gamma} = \left(1 + \frac{e^2 \bar{A}^2}{m_e^2 c^4}\right)^{1/2} = \left(1 + \frac{a_0^2}{2}\right)^{1/2} \quad (2.19)$$

となる。これは電子がレーザー場のエネルギーを吸収して  $m_e$  から  $m_e \bar{\gamma}$  に質量が増えたことに相当する。この質量増加  $m_e c^2 (\bar{\gamma} - 1)$  は、電子の振動運動の運動エネルギーを表わし、ポンドロモーティブポテンシャルと呼ぶ。非相対論的近似では、

$$U_p = \frac{1}{4} m_e c^2 a_0^2 = \frac{e^2 E^2}{4 m_e \omega^2} \approx 9.33 \times 10^{-14} I \lambda^2 [\text{eV}] \quad (2.20)$$

となる。ここでレーザー強度  $I$  は  $\text{W/cm}^2$ 、レーザー波長  $\lambda$  は  $\mu\text{m}$  を用いる。またその勾配力

$$\mathbf{F} = -\nabla U_p \quad (2.21)$$

をポンドロモーティブ力という。

波長  $1 \mu\text{m}$  の光子のエネルギーは約  $1 \text{ eV}$  で、物質の束縛電子を励起する能力程度であり、初期のレーザーはおもに物質の光化学反応や表面の光電子反応を調べるために利用されてきたが、高強度レーザーの進歩によって多光子励起反応や非線形光学効果が明らかになった。ポンドロモーティブポテンシャルが原子のクーロンポテンシャルと同程度かそれ以上になると原子や分子の束縛ポテンシャルが電磁場で直接変形され解離や電離が急激に起こるようになる。すなわちレーザー電磁場が原子のクーロン場約  $5 \text{ GV/cm}$  に近くなり束縛電子はレーザー場で加速されて電離し、プラズマが生成されたり、また再結合を起こすことにより、軟 X 線領域におよぶ高次高調波が発生される。たとえば He 原子のイオン化エネルギーは  $24.6 \text{ eV}$  であるから  $I = 1.5 \times 10^{15}$

## 2.3. 超短パルスレーザー

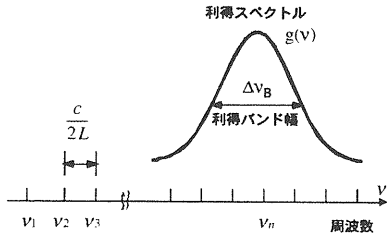


図 2.5: 長さ  $L$  のファブリ・ペロー共振器の縦モードとレーザー媒質の利得スペクトル

$W/cm^2$  の光強度で束縛電子はクーロンポテンシャル障壁を乗り越えイオン化する。さらに高強度場の  $1 \times 10^{19} W/cm^2$  では、ポンドロモーティブポテンシャルは約  $1MeV$  になるから完全電離したプラズマが生成されるとともにプラズマ電子の運動はレーザーの振動電磁場（横波）で加速され、相対論的になる。さらに  $I = 1 \times 10^{22} W/cm^2$  から  $1 \times 10^{24} W/cm^2$  が実現されると  $GeV$  から  $TeV$  のレンジになる。

## 2.3 超短パルスレーザー

高強度レーザーの進歩に重要な役割を果たしたのは高出力化とともに超短パルス化の技術である。ピコ秒～フェムト秒オーダーの超短パルス光の発生に最も有効な手法として、高強度 CPA レーザーのオシレーターに使われるモード同期 (Modelocking) 法について述べる。

### 2.3.1 モード同期の原理

図 2.5 に示すように長さ  $L$  のファブリ・ペロー共振器では  $\Delta\nu = c/2L$  の周波数間隔をもった多数の縦モードが存在する。周波数  $\Delta\nu$  異なる正弦波を合成すると周波数  $\Delta\nu$  のビート（うなり）が生ずるが、多くの縦モードで発振しているレーザーの出力光では、ふつうモード間の位相がゆらいているために顕著なビートは現れない。モード同期とは、発振している多くの縦モードの位相をある時刻に一致させ、固定してしまうことである。そうすると  $T = 1/\Delta\nu$  を周期とした顕著なビートが生じ、その幅はモード数  $N$  に比例して狭くなる。

角周波数間隔  $\Delta\omega = \pi c/L$  で  $N$  本の縦モードが発振しているレーザーの光電場は

$$E(t) = \sum_{n=1}^N E_n \exp i[(\omega_0 + n\Delta\omega)t + \phi_n] \quad (2.22)$$

で与えられるが、各モードは独立に発振しているので振幅  $E_n$ 、位相  $\phi_n$  は種々の原因で揺らいでいる。この  $E_n$  と  $\phi_n$  を何らかの操作で固定することをモード同期という。簡単のために式 (2.22) で  $E_n = 1$ ,  $\phi_0 = 0$  とすると光電場は

$$\begin{aligned} E(t) &= \sum_{n=-(N-1)/2}^{(N-1)/2} e^{i[(\omega_0 + n\Delta\omega)t]} \\ &= e^{i\omega_0 t} \frac{\sin(N\Delta\omega t/2)}{\sin(\Delta\omega t/2)} \end{aligned} \quad (2.23)$$

と書くことができる。このとき平均パワーは

$$I(t) \propto E(t)E^*(t) = \frac{\sin^2(N\Delta\omega t/2)}{\sin^2(\Delta\omega t/2)} \quad (2.24)$$

となる。また  $T_0 = 2\pi/\Delta\omega = 2L/c$  とすれば

$$\begin{aligned} &E(t + T_0) \\ &= \sum_n \exp i[(\omega_0 + n\Delta\omega)(t + \frac{2\pi}{\Delta\omega})] \\ &= \sum_n \exp i[(\omega_0 + n\Delta\omega)t] \exp[2\pi i \frac{\omega_0}{\Delta\omega} + n] \\ &= E(t) \end{aligned} \quad (2.25)$$

である。ここで  $\omega_0/\Delta\omega$  は整数であることを用いた。すなわち波形は周期  $T$  の周期関数となる。周期  $T$  は、光が共振器内を一往復する時間である。実際にいくつかのモード数  $N$  について式 (2.24) 式を計算するとその波形は図 2.6 のようになる。このようにモード同期状態では周期  $T_0$  のパルス列が得られ、パルス幅はほぼ  $N$  に逆比例する。すなわちレーザーの発振スペクトル幅を  $\Delta\omega_B$  とすると  $N \sim \Delta\omega_B/\Delta\omega$  であるのでパルス幅は

$$T_p \sim \frac{T_0}{N} \sim T_0 \frac{\Delta\omega}{\Delta\omega_B} = \frac{2\pi}{\Delta\omega_B} = \frac{1}{\Delta\nu_B} \quad (2.26)$$

となる。パルス幅  $\Delta\tau$  の光をフーリエ変換してそのパワースペクトルを求めたとき、そのスペクトル幅  $\Delta\nu_B$  との間に

$$\Delta\tau\Delta\nu_B \geq K \quad (2.27)$$

の関係が成り立つ。定数  $K$  の値はパルス波形によって異なり、ガウス型では  $K = 0.441$ ,  $\text{sech}^2$  型では  $K = 0.315$  である。パルス幅とスペクトル幅との間に式 (2.27) が成り立っているときフーリエ変換限界 (Fourier transform limit) という。したがって利得バンド幅が数 GHz しかない He-Ne や Ar レーザーでは

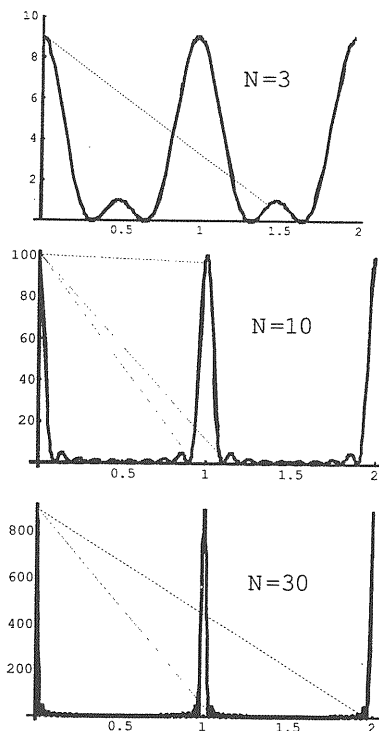


図 2.6: モード同期レーザーのパルス波形。パルス幅はモード数  $N$  に反比例する。

完全にモード同期がかかったとしても  $0.1\text{ns}$  以下のパルス幅は期待できない。また Nd:YAG レーザーでは数  $10\text{ps}$  が限界である。色素レーザーやチタンサファイアレーザーは利得バンド幅が著しく広いので数  $10\text{fs}$  のパルスが発生できる。従来はフェムト秒オーダーの超短パルス発生は CW 色素レーザーを中心に進められてきたが、最近ではより安定に狭いパルスが得られる CW チタンサファイアレーザーがその中心になっている。

### 2.3.2 モード同期の方法

発振している多数の縦モードの振幅と位相を固定してモード同期を実現する方法は、基本的に下記の3種類に大別される。

#### 自己モード同期 (Self-modelocking)

特別の素子で制御しなくてもレーザー媒質自身もつ非線形効果が原因で自動的にモード同期状態になる現象を使う。チタンサファイアレーザーの安定な自己モード同期は、光学的カー効果 (optical Kerr effect) で

説明されている。光学的カー効果は、光電場によって媒質の屈折率が変化する3次の非線形現象である。レーザービームの強度はガウス分布をしているのでカー効果がおこると屈折率が場所的に不均質になり、レーザー媒質は強度によって異なるレンズのような作用をする。共振器のパラメーターを適当に選ぶと光の強度が上がるとともに自動的に損失が少なくなり、選択的にモード同期を起こす。モード同期に引込むには機械的な振動を与えるなどすればよいが、モードドラッカーと呼ばれるトリガー機構を付加することもある。

#### 能動(強制)モード同期 (Active modelocking)

共振器内に変調器を入れ、その変調周波数を正確に共振周波数  $\Delta\omega$  に等しくする。変調方式には周波数変調 (FM) と振幅変調 (AM) とあり、結合調が変調による側帯波によって発生し、引込まれると考えられる。AM の場合モード同期がかかり周期  $T$  のパルス列が発生している状態では、共振器中で短いパルスが一本左右に往復している。このとき変調器の透過損失が周期  $T$  で小さくなるように変調がかけられると、パルスが変調器を通るとき、いつも損失が小さいのでその位相状態で発振する方が、他の位相状態よりしきい値が低い。その結果、変調をかけることによって損失が最も少ない位相状態に固定されると考えることもできる。

#### 受動モード同期 (Passive modelocking)

可飽和吸収体 (Saturable absorber) を共振器内に導入する方法である。色素レーザーではこの方法で最も短いパルスが得られている。ローダミン 6 G 色素に対して可飽和吸収体として DODCI 色素が用いられている。色素溶液はスリット状ノズルから空中に吹き出すジェットノズル方式で共振器中に導入される。可飽和吸収体は、入射光の強度がふえると吸収が減少し、一種の変調器の役割を演ずる。可飽和吸収体がちょうど周期  $T$  で吸収率を変化させたとき最も閾値がさがり自動的にモード同期がかかる。

## 2.4. CPA レーザー

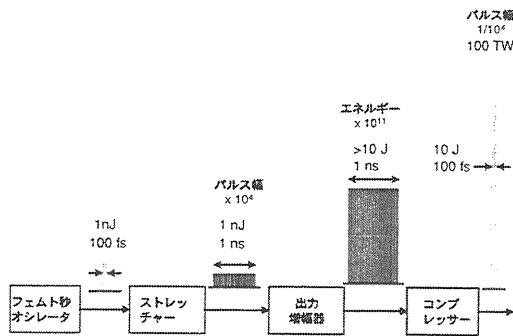


図 2.7: チャープパルス増幅 (Chirped Pulse Amplification) レーザーの原理

## 2.4 CPA レーザー

### 2.4.1 チャープパルス増幅

チャープパルス増幅法とは、図 2.7 に示すようにモード同期発振器で発生した超短パルス光 (10-100 fs) を、ストレッチャーで  $10^3 \sim 10^5$  倍に引き伸ばし、何段かの増幅器を経てパルスエネルギーを 1nJ から数 J レベルまで増幅した後、コンプレッサーでもとのパルス幅程度まで再圧縮して非常に高いピーク出力を発生する方法である。世界最高のピーク出力は米国ローレンスリバモア研究所で、この CPA 法を用いて 1.3 kJ まで増幅したパルスを 430 fs に圧縮して 1.3 PW、集光強度は  $10^{21} \text{ W/cm}^2$  に達している [8]。

図 2.8 に示すように、ストレッチャーは左右対称に配した 2 枚の回折格子とその間に置いた倍率 1 の望遠鏡で構成された光学系で、発振器からのパルスを正にチャープする。つまり長波長成分の光が短波長側よりも速く進みパルスが伸びる。コンプレッサーは平行に配した 2 枚の回折格子からなる光学系で、パルスは負にチャープするので今度は短波長側が速く進みパルスが圧縮される。この光パルスの圧縮技術はエネルギー分散を利用する相対論的電子ビームのバンチ圧縮技術に近いものがあるが、原理的に不確定性原理からくるパルス幅の極限まで圧縮することができる。すなわち式 (2.27) で決まるパルス幅まで圧縮することができる。したがって超短パルス光を得るにはスペクトル幅が広くなければならないが、これはレーザー媒質として広い蛍光スペクトルをもつチタンサファイア結晶が用いられることにより 10 fs レンジへの超短パルス化が進んだ。さらにその大きい誘導放出断面積と優れた熱伝導性により大口径化と 10 ~ 1000 Hz への高繰り返し

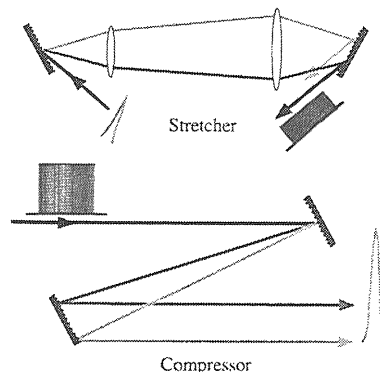


図 2.8: CPA レーザーに使用されているストレッチャーとコンプレッサー。ストレッチャーではパルスの前から後ろに向って周波数が高くなる正のチャープングのパルスが作られ、負の群速度分散をもつ回折格子対を通してチャープングが補償され、パルス圧縮が行われる。

化が可能になり、チタンサファイア CPA レーザーは 90 年代のサブ TW から 100TW 級へのピーク出力の飛躍的発展をもたらし、 $T^3$  (T キューブ、Table-Top-Terawatt の略) レーザーの代名詞と呼ばれるほど普及している。日本原子力研究所光量子科学研究センターでは、1998 年に世界で最初にピーク出力 100 TW、パルス幅 19 fs、繰り返し 10 Hz で動作するチタンサファイア CPA レーザーシステムが開発され [9]、レーザー加速研究への応用が始まっている。

### 2.4.2 レーザー強度リミット

ピーク出力の高強度化をさらに進めるには、パルス幅をさらに短くし、かつ高エネルギーまで増幅しなければならない。しかし数 10 fs 以下のパルスの CPA システムでは、増幅器内でスペクトル幅が狭くなり、パルス幅が広がる効果 (利得狭帯域化) が起こる。また高強度レーザーでは、単パルスの品質を低下させるプリパルスや増幅自然放出光 (ASE) が問題になる。これらの問題を解決し、超高ピークパワーを実現する方法として光パラメトリック増幅器 (Optical Parametric Amplifier) [10] を用いる CPA システム (OPCPA) が提案されている。これは、10 fs のパルスを約 1 ns に伸ばしたシード光 (Signal;  $\omega_s$ ) とポンプ光 (Pump;  $\omega_p$ ) を 2 次の非線形光学媒質 (BBO, KDP, LBO 等) に入射し広帯域増幅する。このとき差周波数のアイドラー光 (Idler;  $\omega_i = \omega_p - \omega_s$ ) が発生する。この増



幅過程は反転分布を伴わない増幅なので瞬時的に起こり、反転分布スペクトル帯域による制約がない。実際にピークパワー 10 PW、パルス幅 20 fs、集光強度  $> 10^{23}$  W/cm<sup>2</sup> のテーブルトップ OPCPA システムの研究も始まっている [11]。

高強度固体 CPA レーザーの強度がどのくらいまで上昇しうるか見積もってみる。CPA レーザーパルスの最大エネルギーは、レーザー光学系および固体媒質のダメージ閾値  $F_D$  と増幅媒質の飽和フルーエンス  $F_{sat}$  によって制限される。ダメージ閾値は伸ばした数ナノ秒パルスの場合、十分大きく  $F_D \sim 20$  J/cm<sup>2</sup> である。一方、飽和フルーエンスは、Ti:sapphire レーザーでは  $F_{sat} \simeq 1$  J/cm<sup>2</sup>、Yb:glass レーザーでは  $F_{sat} \simeq 40$  J/cm<sup>2</sup> である。パルス圧縮によって達成できる最小パルス幅は  $\Delta\nu_B = 1/\pi$ 、単位面積あたりの最大出力は [12]

$$P_{\max} = \frac{h\nu}{\sigma\tau} = \frac{\pi h\nu\Delta\nu_B}{\sigma} \quad (2.28)$$

となる。これは Ti:sapphire レーザーに対して  $P_{\max} \simeq 3 \times 10^{15}$  W/cm<sup>2</sup> となる。よって断面積  $A$  のレーザー媒質で発生した出力をレーザー波長程度まで集光できるとすれば、最大集光強度は、

$$I_{\max} = \frac{P_{\max}A}{\lambda^2} = \frac{\pi h\nu^3\Delta\nu_B}{\sigma c^2} A \quad (2.29)$$

となる。 $A = 100$  cm<sup>2</sup> の Ti:sapphire レーザーでは  $I_{\max} \approx 3 \times 10^{25}$  W/cm<sup>2</sup> になる。

# 第3章 真空中のレーザー加速

## 3.1 レーザービームの伝播

真空中を伝播するレーザー場は波動方程式

$$\nabla^2 \mathbf{E} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} = 0 \quad (3.1)$$

によって与えられる。この解はビームスポットサイズ  $w_0$  が波長  $\lambda$  よりも十分大きく、伝播軸  $z$  軸の近傍ではほぼ平面波になるとした近軸近似 (paraxial approximation) を行うことによって求められる。このとき電場は Hermite-Gaussian (TEM $_{l,m}$ ) モードの級数展開で表わされる [13]。

$$E_{l,m}(x,y,z) = E_0 \frac{w_0}{w(z)} H_l \left( \frac{\sqrt{2}x}{w(z)} \right) H_m \left( \frac{\sqrt{2}y}{w(z)} \right) \times \exp \left[ -\frac{r^2}{w^2(z)} \right] \exp(i\psi) \quad (3.2)$$

ここで  $E_0$  は振幅の最大値、 $r = \sqrt{x^2 + y^2}$ 、 $H_l$  は  $l$  次のエルミート多項式で

$$H_0(\xi) = 1, H_1(\xi) = 2\xi, H_2(\xi) = 4\xi^2 - 2, \dots \quad (3.3)$$

電場  $E_{l,m}$  の位相  $\psi$  は  $\phi_0$  を位相定数として

$$\psi = kz - \omega t + zr^2/(Z_R w^2(z)) - (l+m+1) \tan^{-1}(z/Z_R) + \phi_0 \quad (3.4)$$

である。

Hermite-Gaussian モードの電場強度分布を TEM $_{00}$ , TEM $_{10}$ , TEM $_{11}$  について図 3.1, 3.2, 3.3 に示す。  $l, m$  で定まるレーザーの共振モードは横モード (Transverse mode) と呼ばれ、多モード化すると空間的コヒーレンスが劣化してビームの指向性、収束性が悪くなる。これはそれぞれの横モードの空間広がり角が異なるためである。

スポット半径は  $z$  の関数として

$$w(z) = w_0 \sqrt{1 + \frac{z^2}{Z_R^2}} \quad (3.5)$$

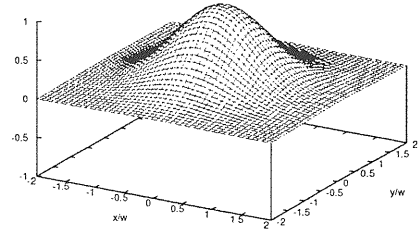


図 3.1: TEM $_{00}$  モードの電場強度分布

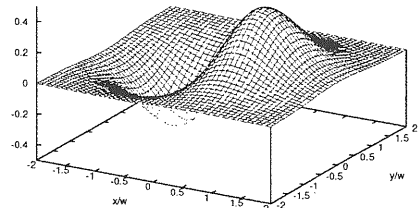


図 3.2: TEM $_{10}$  モードの電場強度分布

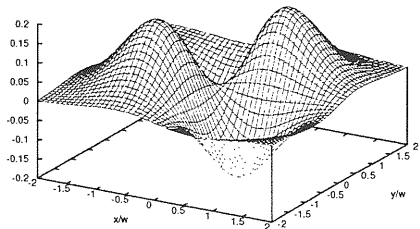


図 3.3: TEM $_{11}$  モードの電場強度分布

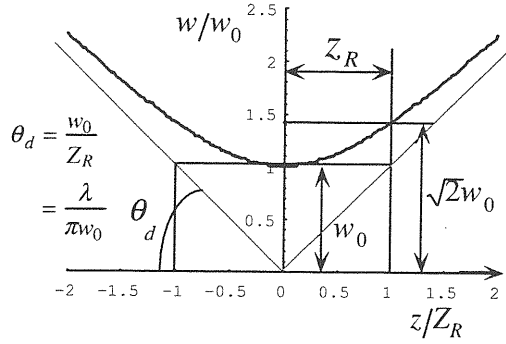


図 3.4: 真空中を伝播するガウスビームの包絡曲線

と表わせる。これを図示すると図 3.4 のようになる。ビーム半径は焦点  $z = 0$  で最小値  $w_0$  となりビームウェストという。  $Z_R$  はレーリー長 (Rayleigh length) で

$$Z_R = \frac{kw_0^2}{2} = \frac{\pi w_0^2}{\lambda} \quad (3.6)$$

と与えられ、  $z = Z_R$  の位置でビーム半径が  $\sqrt{2}w_0$  となる。とくに  $l = m = 0$  のモードは、ビーム断面の電場分布がガウス形となるのでガウスビーム (Gaussian beam) という。この場合、スポット半径はビーム断面で強度が軸上  $r = 0$  の振幅の  $1/e$  になる半径である。

## 3.2 Lawson-Woodward の定理

一般に、レーザービームが真空中を有限の広がり度で  $z$  軸上を伝播する場合、

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = 0 \quad (3.7)$$

を満たさなければならないので電場の  $z$  成分は  $E_z \neq 0$  である。これから

$$E_z = -(1/ik)\nabla_{\perp} \cdot \mathbf{E}_{\perp} \quad (3.8)$$

が求められる。これは  $z$  軸方向にで粒子が加速されることを意味している。しかしエネルギー式 (1.5) からわかるようにエネルギーが時間に関して増え続けるには電場  $E_z$  と粒子の速度の  $z$  成分  $v_z$  が常に同じ向きでなければならない。

Hermite-Gaussian モードの位相速度は  $d\psi/dt = 0$  から求まり

$$\frac{v_{ph}}{c} = \left[ 1 - \frac{(l+m+1)(1+\hat{z}^2) - (1-\hat{z}^2)\frac{r^2}{w_0^2}}{kZ_R(1+z^2/Z_R^2)} \right]^{-1} \quad (3.9)$$

となる。ここで  $\hat{z} = z/Z_R$  である。伝播軸上 ( $r = 0$ ) の位相速度は

$$v_{ph} = c \left[ 1 - \frac{l+m+1}{kZ_R(1+\hat{z}^2)} \right]^{-1} > c \quad (3.10)$$

であるから光速  $c$  よりも速い。したがって  $v_z \simeq c$  で進む相対論的粒子でも初めは電場  $E_z$  の加速位相にあっても、位相遅れが生じ、ついには減速位相に移り、減速されることになる。すなわち加速を受けるのは最長でも半波長の間であるから位相スリップ距離  $Z_s$  は位相遅れが  $\pi$  になる距離として

$$kZ_s|v_{ph} - v_z|/c \simeq \pi \quad (3.11)$$

から

$$Z_s \simeq \frac{\pi Z_R}{l+m+1} \quad (3.12)$$

となる。TEM<sub>00</sub> モードのガウスビームでは  $Z_s \simeq \pi Z_R$  である。したがって無限区間 ( $z = -\infty$  to  $\infty$ ) でレーザー場と粒子が相互作用するならば、積分すると正味のエネルギーゲインは 0 となる。

$$\Delta W = e \int_{-\infty}^{\infty} E_z dz = 0 \quad (3.13)$$

これは Lawson-Woodward の定理 [14] が意味するところである。しかし、この定理は

- (i) 真空中で境界がないこと、
- (ii) 粒子は  $v_z \simeq c$  で運動すること、
- (iii) 無限区間で相互作用すること、
- (iv) 静電場や静磁場がないこと、
- (v) 非線形力たとえば  $\mathbf{v} \times \mathbf{B}$  力やポンデロモーティブ力が無視できること

を仮定している。したがってこの仮定のどれか一つでも満たされなければ加速が起こり、0 でないエネルギーゲインが得られる。

## 3.3 真空ビート波加速器

### 3.3.1 加速エネルギーゲイン

真空ビート波加速器 (Vacuum Beat Wave Accelerator, VBWA) と名づけられているこの加速機構は、ビー

### 3.3. 真空ビート波加速器

ト波の非線形力  $\mathbf{v} \times \mathbf{B}$  力の軸方向成分で粒子を加速する方法である [15]。Lawson-Woodward の定理の仮定 (v) を破るので無限区間においてもエネルギーゲインが得られる。

いま異なる波長  $\lambda_1, \lambda_2$  をもつ 2 レーザービームが入射粒子ビームと同軸上を伝播するとき、レーザー 1 と 2 のベクトルポテンシャル  $\mathbf{A}_1, \mathbf{A}_2$  の合成ベクトルポテンシャルは

$$\mathbf{A}(z, r, t) = \mathbf{A}_1(z, r, t) + \mathbf{A}_2(z, r, t) \quad (3.14)$$

で与えられる。円偏光ガウスビームとすると、 $\mathbf{A}_1, \mathbf{A}_2$  はそれぞれ式 (3.2) において  $l = m = 0$  とおいて

$$\begin{aligned} \mathbf{A}_i(z, r, t) &= A_{0i} \frac{w_{0i}}{w_i(z)} \exp\left[-\frac{r^2}{w_i^2(z)}\right] \\ &\times [\cos(\psi_i)\mathbf{e}_x + \sin(\psi_i)\mathbf{e}_y] \end{aligned} \quad (3.15)$$

で表わされる。ここで  $i = 1, 2$ 、レーリ-長を  $Z_{Ri} = \pi w_{0i}/\lambda_i$  とすると

$$w_i(z) = w_{0i} \left(1 + \frac{z^2}{Z_{Ri}^2}\right)^{1/2} \quad (3.16)$$

および

$$\psi_i = k_i z - \omega_i t + r^2 \frac{z}{Z_{Ri} w_i^2(z)} - \tan^{-1} \frac{z}{Z_{Ri}} + \phi_{0i} \quad (3.17)$$

である。運動量方程式は無次元運動量  $\mathbf{u} = \mathbf{p}/m_e c$ 、Lorentz 係数  $\gamma = (1 + u^2)^{1/2}$ 、無次元ベクトルポテンシャル  $\mathbf{a} = \mathbf{a}_1 + \mathbf{a}_2$ 、 $\mathbf{a}_{1,2} = |e|\mathbf{A}_{1,2}/m_e c^2$  を用いて

$$\frac{d\mathbf{u}}{dt} = \frac{\partial \mathbf{a}}{\partial t} - \left(\frac{c\mathbf{u}}{\gamma}\right) \times (\nabla \times \mathbf{a}) \quad (3.18)$$

と書ける。またエネルギー方程式は

$$\frac{d\gamma}{dt} = \left(\frac{\mathbf{u}}{\gamma}\right) \cdot \frac{\partial \mathbf{a}}{\partial t} \quad (3.19)$$

である。平面波近似すなわち  $\lambda_i/w_{0i} \ll 1$  では、横方向の正準運動量が保存することから得られる関係

$$\mathbf{u}_\perp = \mathbf{a}_\perp \quad (3.20)$$

を用いて

$$\frac{d\gamma}{dt} = \frac{1}{2\gamma} \frac{\partial a_\perp^2}{\partial t} + \frac{u_z}{\gamma} \frac{\partial a_z}{\partial t} \quad (3.21)$$

と書き換えることができる。ただし  $a_\perp^2 = \mathbf{a}_\perp \cdot \mathbf{a}_\perp$  は

$$a_\perp^2 = \hat{a}_1^2 + \hat{a}_2^2 + 2\hat{a}_1\hat{a}_2 \cos(\psi_2 - \psi_1) \quad (3.22)$$

である。ここで

$$\hat{a}_i = \frac{a_{0i} w_{0i}}{w_i} \exp\left(-\frac{r^2}{w_i^2}\right) \quad (3.23)$$

と置く。 $w_{0i} \gg \lambda_i$  とすると、ベクトルポテンシャルの  $z$  成分  $a_z$  は  $\nabla \cdot \mathbf{a} = 0$  より求められる。

$$a_z = \sum_{i=1,2} \frac{2\hat{a}_i}{k_i w_i^2} [(x - \hat{z}_i y) \sin \psi_i - (\hat{z}_i x + y) \cos \psi_i] \quad (3.24)$$

ここで  $\hat{z}_i = z/Z_{Ri}$  である。粒子のエネルギー方程式は次式のようにになる。

$$\begin{aligned} \frac{d\gamma}{dz} &= \frac{\hat{a}_1 \hat{a}_2}{\gamma \beta_z} \Delta k \sin(\psi_2 - \psi_1) \\ &- \sum_{i=1,2} \frac{2\hat{a}_i}{w_i^2} [(x - \hat{z}_i y) \cos \psi_i + (\hat{z}_i x + y) \sin \psi_i] \end{aligned} \quad (3.25)$$

ここで  $\omega_2 - \omega_1 = \Delta\omega = c\Delta k > 0$  とし、 $a_{0i}^2$  の時間的に遅い非共鳴項を無視する。この式から実効的な加速勾配は粒子のエネルギーに反比例することがわかる。横方向の軌道方程式は

$$\frac{dx}{dz} \simeq \frac{1}{\gamma \beta_z} \sum_{i=1,2} \hat{a}_i \cos \psi_i, \quad \frac{dy}{dz} \simeq \frac{1}{\gamma \beta_z} \sum_{i=1,2} \hat{a}_i \sin \psi_i \quad (3.26)$$

である。ここで次の関係を使う。

$$\begin{aligned} \gamma &= \gamma_z \gamma_\perp, \quad \gamma_z = (1 - \beta_z^2)^{-1/2}, \\ \beta_z &= v_z/c, \quad \gamma_\perp = (1 + a_\perp^2)^{1/2} \\ t &= \int dz/v_z \end{aligned}$$

軸上 ( $r = 0$ ) の焦点近傍 ( $|z| < Z_{Ri}$ ) では加速場の位相速度は次式で与えられる。

$$\begin{aligned} \frac{v_{ph}}{c} &= \left(1 + \frac{1}{\Delta k Z_{R1}} - \frac{1}{\Delta k Z_{R2}}\right)^{-1} \\ &\simeq 1 - \frac{1 - Z_{R1}/Z_{R2}}{\Delta k Z_{R1}} \end{aligned} \quad (3.27)$$

この式は  $Z_{R2} > Z_{R1}$  ならば光速  $c$  よりも遅く、位相速度はレーザースポットサイズを適当に選ぶことによって制御できることを表わしている。よって加速長はスリップ距離ではなくて回折距離 (ほぼレーリ-長に等しい) によって制限される。

$x = y = 0$  とおけば、 $t = z/c$  および  $Z_R = Z_{R1} = Z_{R2}$  とするとエネルギー方程式 (3.25) は初期

値を  $\gamma_I = \gamma(z = z_I)$  のとき、加速後の最終エネルギー  $\gamma_F = \gamma(z = z_F)$  は次式のように積分される。

$$\gamma_F^2 - \gamma_I^2 = 2a_{01}a_{02}\Delta k Z_R \sin(\phi_{02} - \phi_{01}) \times (\tan^{-1} \hat{z}_F - \tan^{-1} \hat{z}_I) \quad (3.28)$$

無限区間  $z_I = -\infty$  and  $z_F = \infty$  においては  $\sin(\phi_{02} - \phi_{01}) = 1$  とすると最大エネルギーゲインは

$$\gamma_F^2 - \gamma_I^2 = 2\pi a_{01}a_{02}\Delta k Z_R \quad (3.29)$$

となる。 $a_{01} = a_{02}$  のとき

$$P_1 [TW] = 0.043 a_{01}^2 \left( \frac{w_{01}}{\lambda_1} \right)^2 \quad (3.30)$$

を用いれば、初期エネルギー  $W_I [\text{MeV}] \gg m_e c^2$  がのとき加速後のエネルギー  $W_F [\text{MeV}]$  は

$$W_F = [W_I^2 + 750(\lambda_1/\lambda_2 - 1)P_1]^{1/2} \quad (3.31)$$

となる。

例) 入射エネルギー  $W_I = 20 \text{ MeV}$ 、ビート波をつくる2波長が  $\lambda_1 = 2\lambda_2 = 1 \mu\text{m}$  であれば、 $P_1 = 10 \text{ TW}$  のレーザーで  $W_F = 89 \text{ MeV}$  まで加速される。

### 3.3.2 放射損失

電子加速の場合、到達可能な最大エネルギーは電子がレーザー場と相互作用するとき横振動によって引き起こされる放射損失のために制限される。単一電子の放射パワーは相対論的なラーマー放射の式 (Larmor formula) で与えられる。

$$P_R \simeq \frac{2}{3} r_e m_e c^3 \gamma^2 a_0^2 k^2 \left[ \frac{1}{2\gamma_z^2} + \frac{1}{kZ_R} \right]^2 \quad (3.32)$$

この放射損失項を考慮すれば電子のエネルギー方程式は、

$$\frac{d\gamma}{dz} \simeq \frac{a_{01}a_{02}\Delta k}{\gamma} - \frac{2}{3} r_e \gamma^2 \left( \frac{a_{01}^2}{Z_{R1}^2} + \frac{a_{02}^2}{Z_{R2}^2} \right) \quad (3.33)$$

ここで  $\gamma_z^2 \gg k_i Z_{Ri}/2$  と仮定する。電子エネルギー  $\gamma$  の最大値は  $d\gamma/dz = 0$  とおいて得られる。ここで  $\Delta k = k_1$ ,  $a_{01} = a_{02}$ , および  $Z_{R1} = Z_{R2}$  とすれば到達し得る最大エネルギーは

$$W_{\text{max}} \simeq m_e c^2 \frac{\pi w_{01}}{\lambda_1} \left( \frac{3w_{01}}{2r_e} \right)^{1/3} \quad (3.34)$$

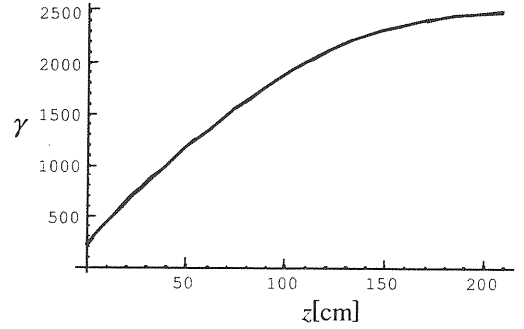


図 3.5: 入射エネルギー  $W_I = 100 \text{ MeV}$ ,  $a_0 = 1$  および  $w_{01} \approx \lambda_1 = 1 \mu\text{m}$ ,  $\lambda_2 = 0.5 \mu\text{m}$ ,  $P_1 = P_2 = 43 \text{ GW}$  の VBWA による放射損失を考慮した場合の距離  $z$  に対する電子の加速エネルギー  $m_e c^2 \gamma$  を示す。

で与えられる。レーザースポット半径  $w_{01}$  および波長  $\lambda_1$  を  $[\mu\text{m}]$  の単位で表わすと最大エネルギー  $W_{\text{max}} [\text{GeV}]$  は

$$W_{\text{max}} \simeq \frac{1.3 w_{01}^{4/3}}{\lambda_1} \quad (3.35)$$

例)  $w_{01} \approx \lambda_1 = 1 \mu\text{m}$  とすれば到達エネルギーは  $W_{\text{max}} \simeq 1.3 \text{ GeV}$  である。

問9  $a_0 = a_{01} = a_{02}$  および  $Z_R = Z_{R1} = Z_{R2}$  のとき放射損失を含むエネルギー方程式 (3.33) の解は次式となることを示せ。

$$\begin{aligned} & \ln \left| \frac{\gamma_F^3 - \kappa^3}{(\gamma_F - \kappa)^3} \right| \left| \frac{(\gamma_I - \kappa)^3}{\gamma_I^3 - \kappa^3} \right| \\ & + 2\sqrt{3} \tan^{-1} \left( \frac{2\gamma_F - \kappa}{\sqrt{3}\kappa} \right) \\ & - 2\sqrt{3} \tan^{-1} \left( \frac{2\gamma_I - \kappa}{\sqrt{3}\kappa} \right) \\ & = 6 \left( \frac{4}{3} \right)^{2/3} \frac{a_0^2}{Z_R} \left( \frac{\Delta k r_e^2}{Z_R} \right)^{1/3} z \quad (3.36) \end{aligned}$$

ここで定数  $\kappa$  は

$$\kappa = \left( \frac{3\Delta k Z_R^2}{4r_e} \right)^{1/3} = \frac{\pi w_{01}}{\lambda_1} \left( \frac{3w_{01}}{2r_e} \right)^{1/3} \quad (3.37)$$

例) 入射エネルギー  $W_I = 100 \text{ MeV}$ ,  $a_0 = 1$  および  $w_{01} \approx \lambda_1 = 1 \mu\text{m}$  とすれば電子のエネルギー  $\gamma$  は距離  $z$  に関して図 3.5 のようになる。

### 3.4. 相対論的ポンデロモーティブ加速

## 3.4 相対論的ポンデロモーティブ加速

真空中を伝播する単一波長  $\lambda$  のレーザーパルスによる粒子の加速を考える。平面波近似では、初め静止している電子の運動方程式の解は

$$p_x = m_e c a \quad (3.38)$$

$$p_y = 0 \quad (3.39)$$

$$p_z = \frac{m_e c}{a^2} \quad (3.40)$$

$$\gamma = 1 + \frac{1}{2} a^2 \quad (3.41)$$

で与えられる。 $a \gg 1$  のときレーザー場の中の  $z$  方向の速度は  $\beta_z \approx 1 - 2/a^2$  であるからレーザーパルスと粒子が相互作用する距離は、長さ  $L_0 = c\tau_L$  のパルスが粒子を追い越す時間  $T_{int} = L_0/(c - v_z)$  より

$$Z_{int} = cT_{int} = \frac{c\tau_L}{1 - \beta_z} \sim c\tau_L \frac{a^2}{2} \quad (3.42)$$

である [16]。しかし 1 次元レーザー場中で運動する粒子は無限区間ではエネルギーゲインが 0 である。偏光面で粒子は振動し、その振幅は

$$\Delta x \approx \frac{a}{k} = \frac{a\lambda}{2\pi} \quad (3.43)$$

である。したがって  $a \gg 1$  の相対論的な強度では伝播軸に垂直方向にもレーザー場が有限の広がりをもつ場合、軸方向のポンデロモーティブ力でも加速されるとともに、横方向のポンデロモーティブ力でも加速を受け振幅が増大し、適当な位相で場がない方向に走り去る。このとき完全にエネルギーが 0 に減速されなければ正味のエネルギーゲインが得られる。この加速機構では  $a \gg 1$  で加速エネルギーゲインが得られるので相対論的ポンデロモーティブ加速 (Relativistic Ponderomotive Acceleration) と呼ぶ。

### 3.4.1 Hermite-Gaussian モードの電磁場

真空中を伝播するガウス型パルスの電場は近軸場近似 (paraxial approximation) では、式 (3.2) で与えられるように Hermite-Gaussian TEM<sub>lm</sub> モードの重ね合わせで求められる。波長  $\lambda_L$  の  $x$  方向に直線偏光したレーザー場 (図 3.6) は

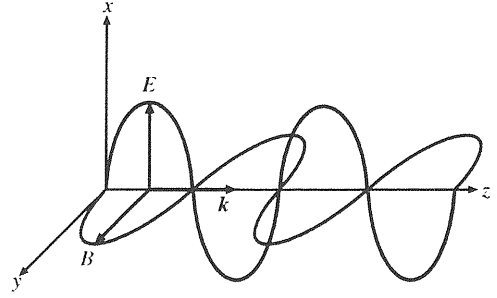


図 3.6: 直線偏光レーザーの電磁場

$$E_x^{lm} = E_0^{lm} \frac{w_0}{w} H_l \left( \frac{\sqrt{2}x}{w} \right) H_m \left( \frac{\sqrt{2}y}{w} \right) \times \exp \left[ -\frac{x^2 + y^2}{w^2} \right] \exp \left[ -\frac{(t - z/c)^2}{4\tau_L^2} \right] \times \exp(i\Psi) \quad (3.44)$$

$$\Psi = \omega t - kz - \frac{k(x^2 + y^2)}{2R} + (l + m + 1) \tan^{-1} \left( \frac{z}{R} \right) \quad (3.45)$$

$$E_y^{lm} = 0 \quad (3.46)$$

と表わせる。ここで

$$Z_R = \frac{\pi w_0^2}{\lambda_L} = \frac{k w_0^2}{2} \quad (3.47)$$

$$w = w_0 \sqrt{1 + \frac{z^2}{Z_R^2}} \quad (3.48)$$

$$R = z \left( 1 + \frac{Z_R^2}{z^2} \right) \quad (3.49)$$

である。

電場の  $z$  成分  $E_z$  は、 $\nabla \cdot \mathbf{E} = 0$  より

$$E_z^{lm} = -\frac{i}{k} \frac{\partial E_x^{lm}}{\partial x} = E_0^{lm} \frac{w_0}{w} \times \left( -i \frac{\sqrt{2}}{kw} H_l' H_m + i \frac{2x}{kw^2} H_l H_m - \frac{x}{R} H_m H_l \right) \times \exp \left[ -\frac{x^2 + y^2}{w^2} - \frac{(t - z/c)^2}{4\tau_L^2} \right] \exp(i\Psi) \quad (3.50)$$

また Maxwell 方程式 (1.7) より

$$\mathbf{B}^{lm} = \frac{c}{\omega} \mathbf{k} \times \mathbf{E}^{lm} = E_x^{lm} \mathbf{e}_y \quad (3.51)$$

であるから  $B_x^{lm} = 0$  である。

したがって  $\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$  から

$$\begin{aligned}
 B_z^{lm} &= -\frac{i}{k} \frac{\partial B_y^{lm}}{\partial y} = -\frac{i}{k} \frac{\partial E_x^{lm}}{\partial y} \\
 &= E_0^{lm} \frac{w_0}{w} \\
 &\times \left( -i \frac{\sqrt{2}}{kw} H_l H_m' + i \frac{2y}{kw^2} H_l H_m - \frac{y}{R} H_m H_l \right) \\
 &\times \exp \left[ -\frac{x^2 + y^2}{w^2} - \frac{(t - z/c)^2}{4\tau_L^2} \right] \exp(i\Psi)
 \end{aligned} \tag{3.52}$$

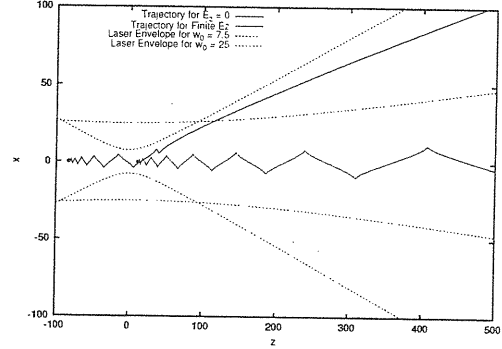


図 3.7: 直線偏光ガウス型レーザーパルス  $a_0 = 10$ 、パルス幅  $\sigma_z = 20/k$  の相対論的ポンデロモーティブ加速による初め静止していた ( $\gamma_0 = 1$ ) 電子の軌跡。  $x, z$  軸とも  $1/k = \lambda/(2\pi)$  を単位として長さを示す。

### 3.4.2 Gaussian TEM<sub>00</sub> モードの電磁場

$l = m = 0$  の TEM<sub>00</sub> モードの電磁場成分は次式で与えられる。

$$E_x = \frac{E_0 w_0}{w} \exp \left[ -\frac{x^2 + y^2}{w^2} - \frac{(t - z/c)^2}{4\tau_L^2} \right] \cos \Psi \tag{3.53}$$

$$E_y^{lm} = 0 \tag{3.54}$$

$$\begin{aligned}
 E_z &= -\frac{E_0 w_0}{w} \exp \left[ -\frac{x^2 + y^2}{w^2} - \frac{(t - z/c)^2}{4\tau_L^2} \right] \\
 &\times x \left( \frac{2}{kw^2} \sin \Psi + \frac{1}{R} \cos \Psi \right)
 \end{aligned} \tag{3.55}$$

$$B_x = 0 \tag{3.56}$$

$$B_y = E_x \tag{3.57}$$

$$\begin{aligned}
 B_z &= -\frac{E_0 w_0}{w} \exp \left[ -\frac{x^2 + y^2}{w^2} - \frac{(t - z/c)^2}{4\tau_L^2} \right] \\
 &\times y \left( \frac{2}{kw^2} \sin \Psi + \frac{1}{R} \cos \Psi \right)
 \end{aligned} \tag{3.58}$$

$$\Psi = \omega t - kz - \frac{k(x^2 + y^2)}{2R} + \tan^{-1} \frac{z}{Z_R} \tag{3.59}$$

### 3.4.3 運動方程式

質量  $m$ 、電荷  $q$  の粒子の運動方程式は、粒子の速度を  $\beta = \mathbf{v}/c$ 、エネルギーを  $\gamma = 1/\sqrt{1-\beta^2}$  で表わせば

$$\frac{d\gamma}{dt} \beta = \frac{q}{mc} (\mathbf{E} + \beta \times \mathbf{B}) \tag{3.60}$$

$$\frac{d\gamma}{dt} = \frac{q}{mc} \beta \cdot \mathbf{E} \tag{3.61}$$

$$\frac{d\mathbf{r}}{dt} = c \beta \tag{3.62}$$

TEM<sub>00</sub> モードの電磁場における電子の運動方程式

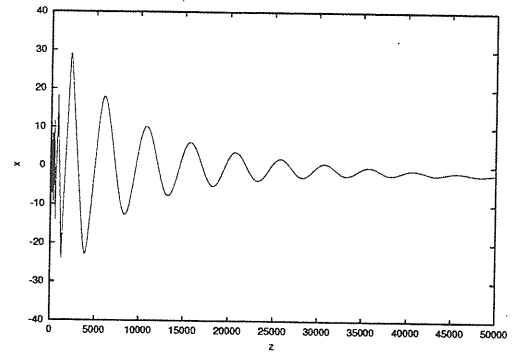


図 3.8: 前図 3.7 で軸電場  $E_z \neq 0$  の場合の  $z \gg 0$  の加速電子の軌道。

は次のように書ける。

$$\frac{d\gamma\beta_x}{dt} = -\frac{e}{m_e c} [(1 - \beta_z)E_x + \beta_y B_z] \tag{3.63}$$

$$\frac{d\gamma\beta_y}{dt} = \frac{e}{m_e c} \beta_x B_z \tag{3.64}$$

$$\frac{d\gamma\beta_z}{dt} = -\frac{e}{m_e c} [\beta_x E_x + E_z] \tag{3.65}$$

$$\frac{d\gamma}{dt} = -\frac{e}{m_e c} [\beta_x E_x + \beta_z E_z] \tag{3.66}$$

$$\tag{3.67}$$

および軌道方程式は

$$\frac{dx}{dt} = c\beta_x, \quad \frac{dy}{dt} = c\beta_y, \quad \frac{dz}{dt} = c\beta_z \tag{3.68}$$

である。

この運動方程式は数値的に積分することによって解くことができる。図 3.7 は TEM<sub>00</sub> モードガウス型パ

### 3.4. 相対論的ポンドロモーティブ加速

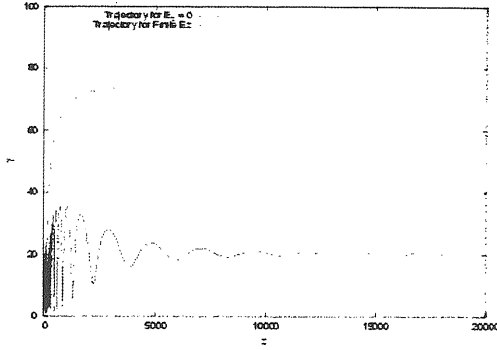


図 3.9: 距離  $z$  に関する電子エネルギー  $\gamma$  の加速過程。

ルスによって加速される電子の軌道を軸電場  $E_z = 0$  と  $E_z \neq 0$  について示す。 $E_z = 0$  の場合、電子の振幅  $x$  は次第に大きくなり軸中心から離れて発散軌道を描くのにに対し、軸電磁場  $E_z, B_z$  図 3.8 に示されるように  $E_z \neq 0$  の場合、軸中心に電子がトラップされ振幅  $x$  が収束する。図 3.9 は伝播距離  $z$  に関するエネルギー  $\gamma$  の加速過程を示す。

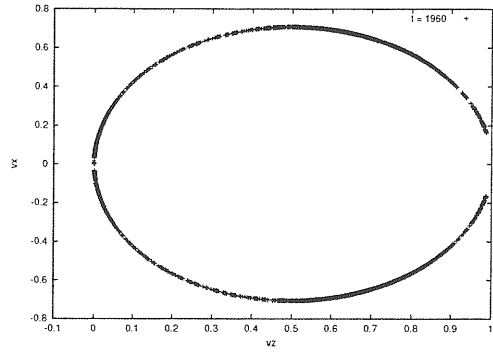


図 3.10:  $a_0 = 10$ 、軸電場  $E_z = 0$  の場合の  $(\beta_x, \beta_z)$  平面の電子の軌跡。 $\beta_z = 1$  の近傍には粒子がない。

#### 3.4.4 軸近傍粒子の運動

TEM<sub>00</sub> モードの軸近傍  $r \ll Z_R$  では、軸方向の電磁場  $E_z, B_z$  を無視できるので初期値  $\gamma_0, \beta_0$  で軸上を運動する電子は、 $\gamma\beta_y = p_y/(m_e c) = 0$  である。したがって

$$\gamma(1 - \beta_z) = \gamma_0(1 - \beta_0) = \text{const.} \quad (3.69)$$

が成り立つ。これは式 (1.84) の平面波レーザー場における粒子の運動の Hamiltonian である。これから  $(\beta_x, \beta_z)$  は式 (1.86) で与えられる関係を満たし、プロットすると図 3.10 に示すように楕円上に分布する。

図 3.7 で示されるように  $x$  座標は軸上を進むとともに振動しながら大きくなって、ついに軸に対してある角度  $\theta$  でパルスから飛び出す (散乱する)。このときガウスビームでは軸中心の強い場で加速された粒子は、パルスの外側で減速位相に入っても場が中心よりも弱いので正味のエネルギーゲインが 0 になることはない。加速後のエネルギーは図 3.11 に示されるように軸上の初期位置  $z_0$  により、焦点の手前でのみ大きなエネルギーゲインが得られる。

粒子がレーザービームから飛び出すレーザー強度  $a_{0th}$  は振幅  $x$  がビームウェスト  $w_0$  に達する条件から見積

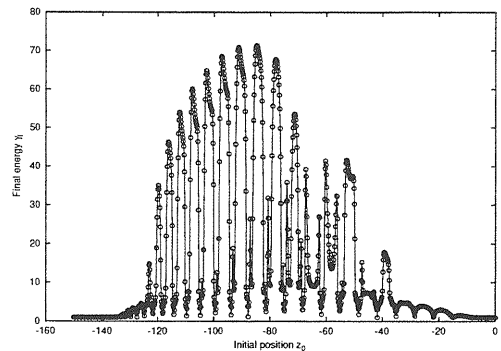


図 3.11:  $a_0 = 10$ 、軸電場  $E_z = 0$  の場合の  $z$  軸上の初期位置  $z_0$  に関する加速エネルギー  $\gamma_f$  の分布。



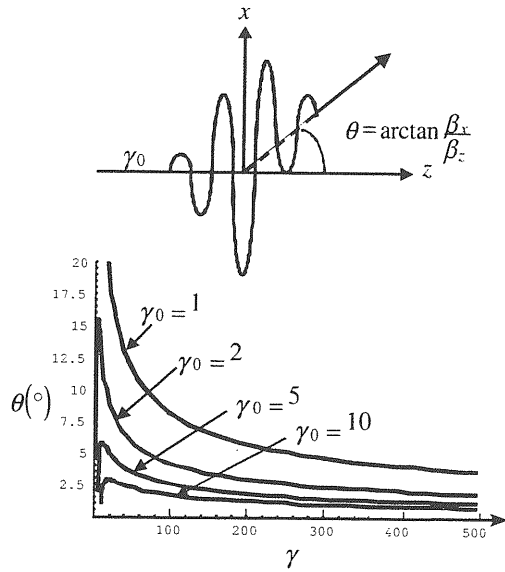


図 3.12: ガウス型パルスによるポンデロモーティブ散乱と電子の散乱角。

もることができる [17]。すなわち

$$|x| \approx \frac{\lambda}{\pi} \gamma_0 a_{0th} = w_0 \quad (3.70)$$

これから

$$a_{0th} \approx \frac{\pi w_0}{\gamma_0 \lambda} = \frac{1}{\gamma_0 \theta_d} \quad (3.71)$$

となる。ここで  $\theta_d = \lambda/(\pi w_0)$  は Gauss ビームの発散角 (divergence angle) である。この強度閾値に対応するパワーは  $P_{th} = \pi w_0^2 I_{th}/2$  より

$$P_{th} \approx \frac{\pi^5}{\gamma_0^2} \left( \frac{\epsilon_0 m_e^2 c^5}{e^2} \right) \left( \frac{w_0}{\lambda} \right)^4 = \frac{0.21}{\gamma_0^2} \left( \frac{w_0}{\lambda} \right)^4 \text{ [TW]} \quad (3.72)$$

である。

散乱角  $\theta$  は  $\gamma$  の関数として

$$\theta(\gamma) = \arctan \left[ \frac{\left[ \left( \frac{2}{1+\beta_0} \right) \left( \frac{\gamma}{\gamma_0} - 1 \right) \right]^{1/2}}{\gamma - \gamma_0(1 - \beta_0)} \right] \quad (3.73)$$

となる。この関係は図 3.12 に表わされて、高いエネルギーの粒子ほど前方の小角度に散乱されることがわかる。しかし最前方  $\theta = 0$  では  $\gamma = \gamma_0$  となって粒子は加速されない。また散乱角の最大値は  $\gamma = \gamma_0(1 + \beta_0)$  のとき

$$\theta_{\max} = \tan^{-1} \left[ \frac{1}{\gamma_0} \left( \frac{1}{2\beta_0(1 + \beta_0)} \right)^{1/2} \right] \quad (3.74)$$

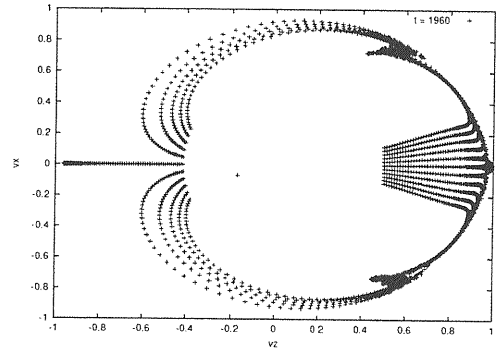


図 3.13:  $a_0 = 10$ 、軸電場  $E_z \neq 0$  の場合の  $(\beta_x, \beta_z)$  平面の電子の軌跡。  $\beta_z = 1$  の近傍に粒子が収束する。

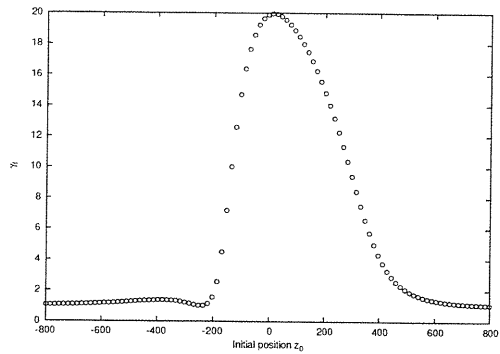


図 3.14:  $a_0 = 10$ 、軸電場  $E_z \neq 0$  の場合の  $z$  軸上の初期位置  $z_0$  に関する加速エネルギー  $\gamma_f$  の分布。

である。最初静止している粒子 ( $\gamma_0 = 1, \beta_0 = 0$ ) の散乱角は

$$\theta = \arctan \sqrt{\frac{2}{\gamma - 1}} \quad (3.75)$$

となる。

問 10 散乱角  $\theta(\gamma)$  を式 (3.69) から求めよ。

### 3.4.5 軸電磁場がある場合の粒子の運動

軸方向の電磁場  $E_z, B_z$  を考慮すると  $(\beta_x, \beta_z)$  面上の粒子の軌跡は、図 3.13 のようになり、 $\beta_x = 0$  で  $z$  軸上を運動する粒子が存在する。粒子の初期位置  $z_0$  に関する加速後のエネルギー分布は図 3.14 のように焦点  $z = 0$  のとき最大となり、初めレーザー長の範囲に分布する粒子はほぼすべて加速される。すなわち初め焦点近傍に分布する電子は真空中を伝播するガウス型レーザパルスの TEM<sub>00</sub> の場で加速され、軸前方に

### 3.4. 相対論的ポンデロモーティブ加速

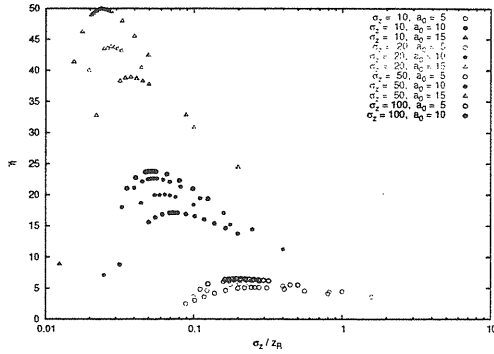


図 3.15: パルス形状係数  $\sigma_z/Z_R$  に関する加速エネルギープロット。

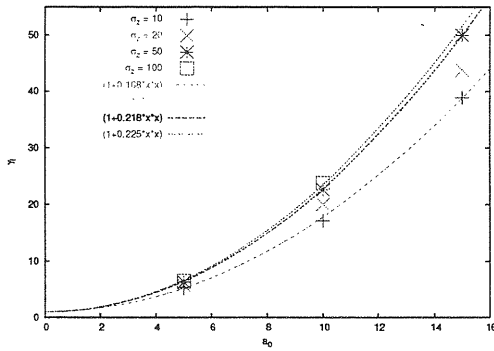


図 3.16: ガウス型パルスのポンデロモーティブ加速による初め静止した電子の加速エネルギー。

角度広がり小さく、エネルギー広がりも小さいビームが得られることがわかる。

ガウス型パルスの  $TEM_{00}$  モードによるポンデロモーティブ加速では、エネルギーゲインは rms パルス長  $\sigma_z$  とスポットサイズ  $w_0$  に対して最適化できる。図 3.15 は加速後のエネルギー  $\gamma_f$  をレーザー強度パラメータ  $a_0$  について  $\sigma_z/Z_R$  に関しプロットしたもので、最大エネルギーゲインを得る最適なレーザーパルスの幾何形状が存在することがわかる。このエネルギーの最大値を  $a_0$  についてプロットすると図 3.16 のように  $a_0^2$  に比例することが示される。これは、 $\sigma_z \rightarrow \infty$  で初期値  $\gamma_0 = 1, \beta_0 = 0$  のとき式 (1.75) で与えられる平面波レーザー場での平均エネルギー

$$\gamma_f = \left(1 + \frac{1}{4}a_0^2\right) \quad (3.76)$$

に一致する。また加速後の最終エネルギーは入射エネルギー  $\gamma_0$  に比例することもシミュレーションで示されるから、結局、入射エネルギーが  $\gamma_0 \gg 1$  に対して

も式 (1.75) が直線偏光レーザー場について  $a^2 \rightarrow a_0^2/2$  とおいて成り立ち、エネルギーゲインは

$$\Delta W = m_e c^2 (\gamma_f - \gamma_0) \simeq m_e c^2 \frac{\gamma_0 a_0^2}{4} \quad (3.77)$$

で求められる。すなわち加速エネルギーゲインは入射エネルギーに比例して増加する。これは一般に、ポテンシャルにトラップされて加速を受ける機構にはない相対論的ポンデロモーティブ加速に特徴的なメカニズムである。

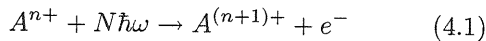
# 第4章 レーザープラズマ加速

## 4.1 レーザー場によるプラズマ生成

レーザー場による原子のイオン化のメカニズムは、電子を束縛する原子の Coulomb 電場（原子場 atomic field） $E_{a.u.}$  に対する大きさによって異なる。この Coulomb 場は水素原子では  $E_{a.u.} \approx 5.1 \times 10^9$  V/cm である。波長  $1\mu\text{m}$  のレーザー場の角周波数  $\omega \approx 2 \times 10^{15}$   $\text{s}^{-1}$  で水素原子の電子の角周波数  $\omega_{a.u.} \approx 4.1 \times 10^{16}$   $\text{s}^{-1}$  の  $1/20$  以下であり、その軌道半径は、Bohr 半径  $a_B \approx 0.53 \times 10^{-8}$  cm 程度でレーザーの波長よりもはるかに小さいので、レーザー場は原子の空間にわたって一様で束縛電子の回転周期の間一定であると考えることができる。

### 4.1.1 多光子イオン化 Multi-photon Ionization

レーザー場が原子場よりも小さい場合 ( $E_L \ll E_{a.u.}$ ) レーザー場の原子の Coulomb ポテンシャルに及ぼす影響を無視することができ、イオン化は原子またはイオンが多数のレーザー光子を吸収して電子を放出するために起こる (図 4.1)。イオン化ポテンシャル  $U_i$  の原子またはイオンは  $N = \langle U_i / \hbar\omega \rangle + 1$  個の光子を吸収し



の過程でイオン化する。このときレーザー強度  $I$  の照射によるイオン化率  $W \text{ s}^{-1}$  はイオン化断面積を  $\sigma_i$  とすると

$$W_i = \sigma_i I^N \quad (4.2)$$

となる。

例) He をイオン化して  $\text{He}^+$  を生成するイオン化ポテンシャルは、 $U_i = 24.6$  eV である。波長  $\lambda = 0.8\mu\text{m}$  のレーザーでイオン化するには  $N = 22$  の多光子吸収が必要である。このイオン化断面積は  $\sigma_i = 4.7 \times 10^{-312}$

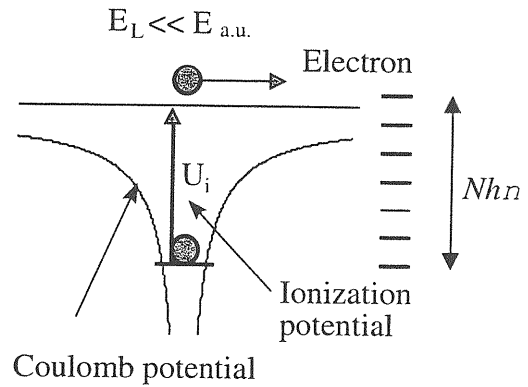


図 4.1: 多光子イオン化過程

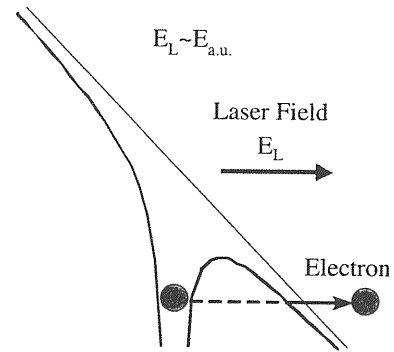


図 4.2: トンネルイオン化過程

$W^{-22} \text{ cm}^{44} \text{ s}^{-1}$  である。したがってレーザー強度  $I = 1 \times 10^{14}$   $\text{W/cm}^2$  に対してイオン化率は  $W_i = 4.7 \times 10^{-4}$   $\text{s}^{-1}$  となる。

### 4.1.2 トンネルイオン化 Tunneling Ionization

レーザー場が原子の Coulomb 場程度 ( $E_L \sim E_a$ ) になると Coulomb ポテンシャルを変形し、原子内の束縛電子は量子トンネル効果によってポテンシャル障壁を通り抜けイオン化が起こる (図 4.2)。トンネルイオン化が起こる目安として Keldysh tunneling parameter [18]

$$\kappa = \omega_L \frac{\sqrt{2m_e U_i}}{eE_L} = \left( \frac{U_i}{2U_p} \right)^{1/2} \quad (4.3)$$

が使われ、 $\kappa > 1$  のとき多光子イオン化、 $\kappa < 1$  でトンネルイオン化の領域になる。ここで  $U_p$  はレーザー場のポンデロモーティブポテンシャルで式 (2.20) で与えられる。この Keldysh parameter の物理的意味は、原子内の電子がレーザー場の 1 サイクル内で加速され

て得る運動エネルギーがイオン化ポテンシャルを越える条件

$$2U_p = \frac{m_e v^2}{2} = \frac{e^2 E_L^2}{2m_e \omega_0^2} > U_i \quad (4.4)$$

である。原子番号  $Z$  の原子のイオン化率は ADK 理論 (Ammosov-Delone-Krainov Theory) によれば [19]

$$W_i = 1.61 \omega_{a.u.} \frac{Z^2}{n_{ef}^4 \cdot 5} \left[ 10.87 \frac{Z^3 E_{a.u.}}{n_{ef}^4 E_L} \right]^{2n_{ef}-1.5} \times \exp \left[ -\frac{2 Z^3 E_{a.u.}}{3 n_{ef}^3 E_L} \right] \quad (4.5)$$

で与えられる。ここで水素のイオン化ポテンシャル  $U_H = 13.6 \text{ eV}$  とするとき  $n_{ef} = Z/(U_i/U_H)^{1/2}$  である。

例]) 水素イオン  $H^+$  は強度  $I = 1 \times 10^{15} \text{ W/cm}^2$  のレーザー場では、イオン化率  $W_i \approx 1 \times 10^{16} \text{ s}^{-1}$  である。すなわちこの強度のレーザー場では  $1 \text{ fs}$  以内に完全電離した水素プラズマが生成される。

#### 4.1.3 障壁越えイオン化 Over-The-Barrier Ionization

レーザー場が強く、ポテンシャル障壁が束縛エネルギー準位以下になるほど変形すると電子は束縛状態から自由電子状態に直接遷移する (図 4.3)。この過程のイオン化を障壁越えイオン化 (Over-The-Barrier ionization) または障壁抑制イオン化 (Barrier Suppression Ionization) と呼ぶ。このイオン化が起こる閾値強度は Coulomb-Barrier モデルで見積もることができる。レーザー場  $E_L$  がある場合 Coulomb 障壁ポテンシャルは

$$V(x) = -\frac{Ze^2}{x} - eE_L x \quad (4.6)$$

で与えられる。この関数は極大値  $V_{\max}$  をもち、 $V_{\max} = U_i$  の条件よりイオン化の起こる閾値電場が

$$E_{OTB} = \frac{U_i^2}{4e^3 Z} \quad (4.7)$$

と求まる。これに対するレーザー強度  $I_{OTB}$  は [20]

$$I_{OTB} = \frac{cU_i^4}{128\pi e^6 Z^2} \approx \frac{2.2 \times 10^{15}}{Z^2} \left( \frac{U_i}{27.21} \right)^4 [\text{W/cm}^2] \quad (4.8)$$

で与えられる。

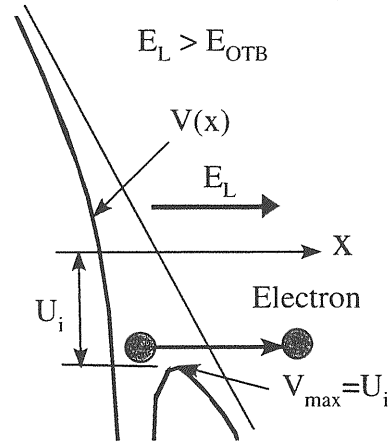


図 4.3: 障壁越えイオン化過程

表 4.1: 障壁越えイオン化の閾値強度

Ion	$U_i$ [eV]	$I_{OTB}$ [ $\text{W/cm}^2$ ]
$H^+$	13.6	$1.4 \times 10^{14}$
$He^+$	24.6	$1.5 \times 10^{15}$
$He^{2+}$	78.9	$3.9 \times 10^{16}$

## 4.2 レーザーパルスによるプラズマ波の励起

He 原子は  $1.5 \times 10^{15} \text{ W/cm}^2$  以上の光強度では、束縛電子はクーロンポテンシャル障壁を乗り越えてイオン化する。さらに高い強度では、原子核の束縛を離れた電子は再びもとに戻ることはなく、完全に電離したプラズマになる。つまり、高強度レーザーパルスで中性 He ガス中に通すと、そのパルスフロントでプラズマを生成しながらガス中を進むことになる。プラズマ電子はレーザー電磁場 (横波) によってイオンより容易に加速されるので、図 4.4 に示したような機構でレーザーパルスはプラズマ電子流体の波動を引き起こす。プラズマ電子の加速機構は真空の電子の加速と同じように  $-e(\mathbf{v} \times \mathbf{B})/c$  の項から生ずるポンデロモータイブ力による加速である。プラズマ波は、プラズマ電子の振動速度が波の位相速度に等しくなる波の破壊 (wave-breaking) 電場  $E_0$  まで振幅が増大する。この振幅最大の特徴は非相対論的近似では、

$$v_{osc} = \frac{eE_0}{m_e \omega_p} \approx c \quad (4.9)$$

すなわち波の破壊電場は密度  $n_0 \text{ cm}^{-3}$  のプラズマでは

$$eE_0 = m_e c \omega_p \approx 0.96 n_0^{1/2} [\text{eV/cm}] \quad (4.10)$$

#### 4.2. レーザーパルスによるプラズマ波の励起

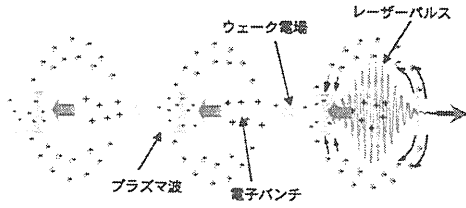


図 4.4: プラズマ波の励起と電子の加速機構。レーザーの高強度場で瞬時に生成したプラズマ電子は後方に吹き飛ばされ、パルスの進路に電子密度の空洞ができる。この空洞内には正電荷のイオンが詰まっているので、周囲の負電荷の電子との間に、パルスの進む方向に電場が生ずる。レーザーパルスで造られる空洞はパルスとともに光速でプラズマ中を伝播するので加速位相に乗った電子は高エネルギーまで加速される。

となる。すなわち 電子密度  $n_0 = 1 \times 10^{18} \text{ cm}^{-3}$  のプラズマでは、ほぼ 100 GV/m の電場を発生できることになる。

プラズマの熱的効果が無視できる場合、すなわちプラズマ電子の熱速度  $v_T = k_B T / m_e$  で定義される Debye 波数  $k_D = \omega_p / v_T$  に対し、プラズマ波の波数  $k_p \ll k_D$  であればプラズマ電子流体の運動方程式は

$$\frac{\partial \mathbf{p}}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla \mathbf{p} = -e(\mathbf{E} + \frac{1}{c} \mathbf{v} \times \mathbf{B}) \quad (4.11)$$

と表わすことができる。いまベクトルポテンシャル  $\mathbf{A}$  を用いてレーザー電場  $\mathbf{E}$  と磁場  $\mathbf{B}$  を表わせば

$$\mathbf{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t}, \quad \mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A}, \quad (4.12)$$

ここで Coulomb ゲージ条件  $\nabla \cdot \mathbf{A} = 0$  を満たし、直線偏光レーザーに対し

$$\mathbf{A} = A_0 \cos(kz - \omega t) \mathbf{e}_x \quad (4.13)$$

と書けるものとする。  $|a|^2 = eA_0 / (m_e c^2) \ll 1$  のとき線形近似ができて

$$\mathbf{v} = \mathbf{v}_0 + \mathbf{v}_1 \quad (4.14)$$

とおくとき、第 1 次近似の運動方程式

$$m_e \frac{\partial \mathbf{v}_0}{\partial t} = -e\mathbf{E} \quad (4.15)$$

は振動速度 (quiver velocity)

$$\mathbf{v}_0 = \frac{e\mathbf{A}}{m_e c} = c\mathbf{a} \quad (4.16)$$

を与える。第 2 次近似の運動方程式は

$$\begin{aligned} m_e \frac{\partial \mathbf{v}_1}{\partial t} &= -m_e [(\mathbf{v}_0 \cdot \nabla) \mathbf{v}_0 + c\mathbf{v}_0 \times (\nabla \times \mathbf{a})] \\ &= -m_e c^2 [(\mathbf{a} \cdot \nabla) \mathbf{a} + \mathbf{a} \times (\nabla \times \mathbf{a})] \\ &= -m_e c^2 \nabla (a^2 / 2) \end{aligned} \quad (4.17)$$

である。ここでドライブ力は非線形力をレーザーの周期  $2\pi/\omega$  について平均したポンドロモーティブ力である。

$$\mathbf{F}_p = -m_e c^2 \nabla \frac{\langle a^2 \rangle}{2} \quad (4.18)$$

この力は勾配力として表わされるのでポンドロモーティブポテンシャル

$$\phi_p = m_e c^2 \frac{\langle a^2 \rangle}{2} \quad (4.19)$$

が定義できる。ここで円偏光レーザー場では  $\langle a^2 \rangle = a_0^2$ 、直線偏光レーザー場に対しては  $\langle a^2 \rangle = a_0^2 / 2$  である。

線形化した Poisson 式と連続式

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = -4\pi e n \quad (4.20)$$

$$\frac{\partial n_1}{\partial t} + n_0 \nabla \cdot \mathbf{v} = 0 \quad (4.21)$$

からプラズマ密度振動  $n_1/n_0 \ll 1$  に関する方程式が得られる。

$$\left( \frac{\partial^2}{\partial t^2} + \omega_p^2 \right) \frac{n_1}{n_0} = \frac{c^2}{2} \nabla^2 a^2, \quad (4.22)$$

ここで  $\langle a^2 \rangle$  を単に  $a^2$  とした。この解は

$$n_1/n_0 = \omega_p^{-1} \int_0^t dt' \sin \omega_p(t-t') F(t'), \quad (4.23)$$

で与えられる。ただし  $F(t) = c^2 / 2 \nabla^2 a^2$  である。またプラズマ波によって励起される電場は  $\phi$  を静電ポテンシャルとすれば  $\mathbf{E} = -\nabla \phi$  であるから式 (4.22) は

$$\left( \frac{\partial^2}{\partial t^2} + \omega_p^2 \right) \phi = \omega_p^2 \frac{m_e c^2}{2e} a^2. \quad (4.24)$$

と書ける。この式を解くと電場は

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = -\frac{m_e c^2 \omega_p}{2e} \int_0^t dt' \sin \omega_p(t-t') \nabla a^2(\mathbf{r}, t'). \quad (4.25)$$

から得られる。

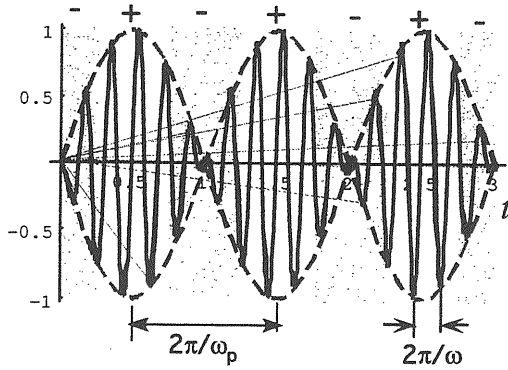


図 4.5: 周波数  $\omega_p$  のプラズマ波に共鳴するレーザービート波。

### 4.3 プラズマビート波加速器

2 周波数  $\omega_1, \omega_2$  のレーザービームを合成するとビートが生じ、その伝播軸方向にポンデロモーティブ力が働く。プラズマ中でビート波の周波数をプラズマ振動数に等しくとる。すなわち  $\Delta\omega \equiv \omega_1 - \omega_2 \simeq \omega_p$  となるようにするとプラズマ振動は共鳴的に増大し、大振幅のプラズマ波が励起される。このプラズマ波による粒子加速をプラズマビート波加速器 (Plasma Beat-Wave Accelerator PBWA) と呼んでいる。2 周波数のレーザービームを合成すると図 4.5 のようなビート波が励起される。ビートレーザー場のベクトルポテンシャルは

$$\mathbf{a} = \mathbf{a}_1 \cos(k_1 z - \omega_1 t) + \mathbf{a}_2 \cos(k_2 z - \omega_2 t) \quad (4.26)$$

と表わされる。ここで  $k_1, k_2$  は 2 レーザービームの波数である。

プラズマ波はポンデロモーティブポテンシャルのビートの共鳴項

$$(\phi_p)_{res} = \frac{m_e c^2}{2} a_1 a_2 \cos(\Delta k z - \Delta \omega t), \quad (4.27)$$

で励起される。ここで  $\Delta k = k_1 - k_2$  である。線形領域 ( $a_1 a_2 \ll 1$ ) の場合、プラズマ波の軸方向電場  $E_z$  は次の方程式から得られる。

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 E_z}{\partial t^2} + \omega_p^2 E_z \\ = -\frac{m_e c^2 \omega_p^2 \Delta k}{2e} a_1 a_2 \sin(\Delta k z - \Delta \omega t) \end{aligned} \quad (4.28)$$

共鳴条件  $\Delta\omega = \omega_p$  と  $\Delta k = k_p$  を満足するとき、この方程式の解は

$$eE_z(z, t) = \frac{m_e c^2 k_p}{4} a_1 a_2$$

$$\times [\cos k_p z \sin \omega_p t - \omega_p t \cos(k_p z - \omega_p t)] \quad (4.29)$$

となる。この第 2 項はプラズマ波の振幅は時間とともに増大し、 $\omega_1 > \omega_2 \gg \omega_p$  と仮定するとその位相は速度

$$\begin{aligned} v_{ph} &= \frac{\omega_p}{k_p} = \frac{\Delta\omega}{\Delta k} = c^2 \frac{k_1 + k_2}{\omega_1 + \omega_2} \\ &\simeq \frac{c^2 k_1}{\omega_1} = v_g = c \sqrt{1 - \frac{\omega_p^2}{\omega_1^2}} \end{aligned} \quad (4.30)$$

で伝播する。すなわちプラズマ波の位相速度は、ほぼビートの群速度に等しいことを表わしている。

問 1 1 式 (4.30) を導け。

非線形領域に入ってプラズマ波の振幅が大きくなるとプラズマ電子の運動は相対論的になるので運動質量が増え、プラズマ波の周期が伸びる。レーザービート波の周期は一定のままなのでビート波はプラズマ波に共鳴できなくなる。このデチューニングによってプラズマ波の振幅は制限される。これは相対論的な運動方程式から得られる無次元軸方向電場  $\varepsilon = eE_z / (m_e c \omega_p)$  に関する非線形方程式

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial t^2} + \omega_p^2 \left[ 1 - \frac{3}{2} \left( \frac{\dot{\varepsilon}}{\omega_p} \right)^2 \right] \varepsilon \\ = \left[ 1 - \frac{3}{2} \left( \frac{\dot{\varepsilon}}{\omega_p} \right)^2 \right] \frac{\omega_p}{m_e c} F_{NL} \end{aligned} \quad (4.31)$$

を解いて得られる。ここで

$$F_{NL} = (m_e c^2 / 2) k_p a_1 a_2 \sin \omega_p t \quad (4.32)$$

である。この解は図 4.6 で示されるようにプラズマ波の電場は飽和時間

$$\tau_{sat} \simeq 16 \omega_p^{-1} (12 a_1^2 a_2^2)^{-1/3} \quad (4.33)$$

で最大振幅

$$\left( \frac{eE_z}{m_e c \omega_p} \right)_{\max} = \left( \frac{16 a_1 a_2}{3} \right)^{1/3} \quad (4.34)$$

になる。

例) 2 波長  $\lambda_1 = 9.55 \mu\text{m}$  と  $\lambda_2 = 10.55 \mu\text{m}$  の  $\text{CO}_2$  レーザーでビート波をつくりプラズマ波を励起する。このビート波に共鳴するプラズマ周波数は  $\omega_p = 1.8 \times 10^{13} \text{ s}^{-1}$  でプラズマ電子密度は  $n_0 = 1 \times 10^{17} \text{ cm}^{-3}$  である。2 レーザービームの強度を  $a_1 = a_2 = 0.1$  とすると振幅の飽和時間は  $\tau_{sat} \approx 8.4 \text{ ps}$ 、最大振幅は  $\varepsilon \approx 0.38$  である。すなわち最大加速電場は  $(eE_z)_{\max} \approx 11 \text{ GeV/m}$  となる。

#### 4.4. レーザーウェーク場加速器

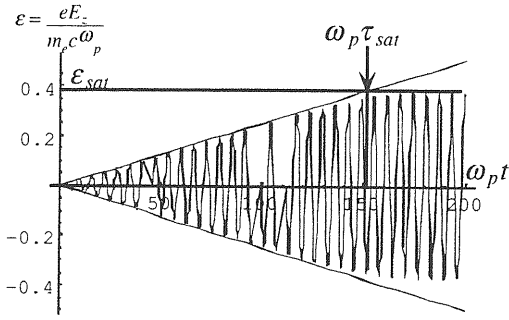


図 4.6: ビート波によるプラズマ波の共鳴励起

### 4.4 レーザーウェーク場加速器

プラズマ振動の波長にほぼ等しいパルス長の超短パルスレーザーが臨界密度未満のプラズマ ( $\omega_p^2/\omega^2 \ll 1$ ) 中を伝播するとき、レーザーパルスはポンデロモータイブ力でプラズマ電子を排除しながら進み、パルスの後方にプラズマ波が励起される。これをレーザーウェーク場 (laser wakefield) と呼んでいる。このプラズマ波の相速度  $v_p$  はレーザーパルスの群速度にほぼ等しい。すなわち

$$v_p \approx v_g = c \sqrt{1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}} \quad (4.35)$$

であるので、電子密度の粗密によって生ずる電場に光速に近い速度で進む粒子を捕捉し加速することができる。このレーザーウェーク場による加速をレーザーウェーク場加速器 (Laser Wake-Field Accelerator LWFA) と呼んでいる。

いますべての量を変数  $\zeta = z - v_p t$  の関数で表わせるとすると静電ポテンシャル  $\phi$  に関する方程式 (4.24) は

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial \zeta^2} + k_p^2 \phi = k_p^2 \frac{m_e c^2}{2e} a^2(r, \zeta) \quad (4.36)$$

と書ける。ここで  $k_p = \omega_p/v_p$  である。この方程式の解は

$$\phi(r, \zeta) = -\frac{m_e c^2 k_p}{2e} \int_{\zeta}^{\infty} d\zeta' \sin k_p(\zeta - \zeta') a^2(r, \zeta'). \quad (4.37)$$

で与えられる。電場の軸成分と動径成分はそれぞれ  $E_z = -\partial\phi/\partial\zeta$  および  $E_r = -\partial\phi/\partial r$  から求めることができる。

いま円偏光レーザーパルスの強度プロファイルが

$$|a(r, \zeta)| = a_0 \exp\left(-\frac{r^2}{r_0^2} - \frac{\zeta^2}{2\sigma_z^2}\right) \quad (4.38)$$

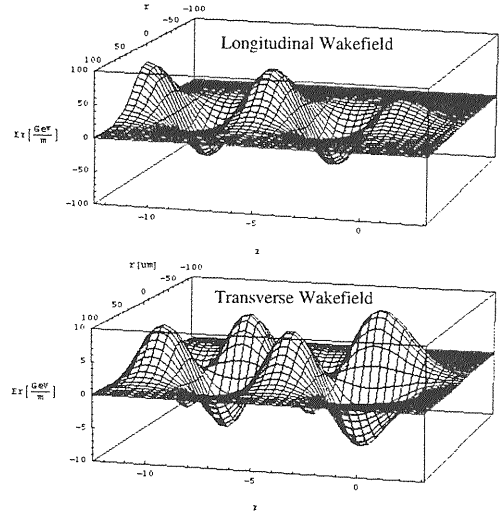


図 4.7:  $a_0 = 1$  のガウス型パルスで励起されるウェーク電場の軸方向成分  $E_z$  と動径成分  $E_r$ 。

で与えられるとする。ここで  $\sigma_z$  は  $1/e$  におけるパルス半値幅および  $r_0$  はスポット半径である。

このときウェーク電場は

$$eE_z(r, \zeta) = \frac{\sqrt{\pi}}{4} m_e c^2 k_p^2 \sigma_z a_0^2 \times \exp\left(-\frac{2r^2}{r_0^2} - \frac{k_p^2 \sigma_z^2}{4}\right) \times [C(\zeta) \cos k_p \zeta + S(\zeta) \sin k_p \zeta] \quad (4.39)$$

$$eE_r(r, \zeta) = -\sqrt{\pi} m_e c^2 k_p \sigma_z a_0^2 \frac{r}{r_0^2} \times \exp\left(-\frac{2r^2}{r_0^2} - \frac{k_p^2 \sigma_z^2}{4}\right) \times [C(\zeta) \sin k_p \zeta - S(\zeta) \cos k_p \zeta] \quad (4.40)$$

で与えられる [21]。ここで

$$\begin{aligned} C(\zeta) &= 1 - \text{Re} \left[ \text{erf} \left( \frac{\zeta}{\sigma_z} - i \frac{k_p \sigma_z}{2} \right) \right] \\ &\rightarrow 2 \text{ for } \zeta \ll \sigma_z, \\ S(\zeta) &= -\text{Im} \left[ \text{erf} \left( \frac{\zeta}{\sigma_z} - i \frac{k_p \sigma_z}{2} \right) \right] \\ &\rightarrow 0 \text{ for } \zeta \ll \sigma_z \end{aligned}$$

である。ピーク強度  $a_0 = 1$  のガウス型パルスで励起されるウェーク場の軸方向成分  $E_z$  と動径成分  $E_r$  を図 4.7 に示す。

電場の動径成分  $E_r$  は軸上 ( $r = 0$ ) で、軸成分と  $\pi/2$  位相がずれている。したがって軸上にない粒子は位相が  $k_p \Delta \zeta = \pi/4$  の領域で加速と収束力を同時に受ける。

最大加速電場は  $\lambda_p = \pi\sigma_z$  のとき

$$(eE_z)_{\max} = 2\sqrt{\pi}e^{-1}m_e c^2 a_0^2 / \sigma_z \quad (4.41)$$

で与えられる。

直線偏光レーザーパルスに対する解は、上式で  $a_0^2$  を  $a_0^2/2$  に置き換えればよい。以下、直線偏光レーザーパルスのレーザーウエーク場について考えると FWHM パルス時間幅  $\tau_0$  [fs] でウエークを励起したとき、 $c\tau_0 = 2\sqrt{\ln 2}\sigma_z$  の関係があるから、プラズマ波長が

$$\lambda_{p0}[\mu\text{m}] \simeq 0.57\tau_0 \quad (4.42)$$

のとき最大加速電場が得られる。これに対応するプラズマ電子密度は

$$n_0[\text{cm}^{-3}] = \frac{1}{\pi r_e \sigma_z^2} \simeq \frac{3.5 \times 10^{21}}{\tau_0^2} \quad (4.43)$$

である。ピークパワー  $P$  [TW] のガウス型レーザーパルスがスポット半径  $r_0$  [ $\mu\text{m}$ ] に集光したとき、レーザー強度は

$$a_0 = 6.8P^{1/2}\lambda_0/r_0 \quad (4.44)$$

であるから、得られる最大加速電場は

$$(eE_z)_{\max}[\text{GeV/m}] \simeq 8.6 \times 10^4 \frac{P\lambda^2}{\tau_0 r_0^2 \gamma_{\perp}} \quad (4.45)$$

となる。ここで  $\gamma_{\perp} = (1 + a_0^2/2)^{1/2}$  は相対論的な効果で振幅が減少することを考慮している。

例) 波長  $\lambda_0 = 0.8\mu\text{m}$ 、ピークパワー  $P = 2$  TW、パルス時間幅  $\tau_0 = 100$  fs のチタンサファイアレーザーパルスを密度  $n_0 = 3.5 \times 10^{17} \text{ cm}^{-3}$  のプラズマ中でスポット半径  $r_0 = 10\mu\text{m}$  に集光すると励起されるウエーク場の最大加速電場は  $eE_{z\max} \simeq 10 \text{ GeV/m}$  である。

## 4.5 加速エネルギーゲイン

単一ステージのレーザープラズマ加速器では、いくつかの効果で加速距離に限界があり、エネルギーゲインが制限される。その原因はレーザーパルスの回折損失、プラズマ波と粒子の位相ずれ、パルスエネルギーの消耗、レーザープラズマ不安定性などである。ここでは、レーザービームの回折長、プラズマ波の位相遅れ、ポンプパルス消費距離の限界を見積もることによりレーザーウエーク場加速器の単一段加速における最大エネルギーゲインを求める [22] [23]。

### 4.5.1 回折長限界 Diffraction limitation

ピークパワー  $P$  のレーザーパルスが臨界密度以下のプラズマ中 ( $\omega_0 \gg \omega_p$ ) をガウスビーム伝播する場合、レーザー強度は

$$I(r, z) = \frac{2P}{\pi w^2(z)} \exp\left[-\frac{2r^2}{w^2(z)}\right] \quad (4.46)$$

ここでスポットサイズ  $w(z)$  は  $Z_R = \pi r_0^2/\lambda_0$  をレイリー長とすると

$$w(z) = r_0[1 + (z/Z_R)^2]^{1/2} \quad (4.47)$$

である。したがって直線偏光レーザーパルスによって励起されるウエーク場の軸成分は

$$eE_z(r, z, t) = \frac{eE_0}{Z_R[1 + (z/Z_R)^2]} \times \exp\left(-\frac{r^2}{r_0^2[1 + (z/Z_R)^2]}\right) \cos\psi \quad (4.48)$$

ここで加速電場の振幅  $E_0$  は

$$eE_0 = \frac{\Omega_0 P}{2\sqrt{\pi}mc^2} \left(\frac{\lambda_0}{\lambda_p}\right) \left(\frac{k_p\sigma_z}{Z_R}\right) \exp\left(-\frac{k_p^2\sigma_z^2}{4}\right) \quad (4.49)$$

ここで  $\Omega_0 = 377\Omega$ 、 $\psi = k_p z - \omega_p t$  である。このときプラズマ波の位相速度に等しい速度を持つ ( $v_z = v_{ph}$ ) 同期粒子のエネルギーゲインは  $z$  軸上 ( $r = 0$ ) でウエーク場を積分し

$$(\Delta W)_{\max} = \int_{-\infty}^{\infty} eE_z(z) dz = \pi Z_R (eE_0) \cos\psi_s \quad (4.50)$$

ここで  $\psi_s$  はプラズマ波の同期位相で、実効的な加速距離 (回折長) は

$$L_{df} = \pi Z_R \quad (4.51)$$

である。  $\cos\psi_s = 1$  のときエネルギーゲインの最大値は

$$\Delta W_{df}[\text{GeV}] \simeq 0.85P[\text{TW}]\lambda_0[\mu\text{m}]/(\gamma_{\perp}\tau[\text{fs}]) \quad (4.52)$$

この式から  $a_0^2 \ll 1$  の極限では最大エネルギーはスポットサイズあるいはレイリー長に無関係にきまることがわかる。

例) 上述の 2TW、100 fs レーザーパルスの LWFA では回折長  $L_{df} = 1.2 \text{ mm}$  できまる最大エネルギーゲインは  $\Delta W_{df} = 12 \text{ MeV}$  である。



#### 4.5. 加速エネルギーゲイン

##### 4.5.2 位相ずれ限界 Dephasing limitation

粒子がプラズマ波の静電場

$$E_z = E_{\max} \sin \omega_p(z/v_{ph} - t) \quad (4.53)$$

で加速される時その速度  $v_z$  が増加し光速に近づく ( $v_z \rightarrow c$ )。プラズマ波の位相速度が一定で  $v_{ph} < c$  のままであれば、粒子は加速位相を追い越し減速位相に入る。このプラズマ波の位相ずれがエネルギーゲインを制限する。位相ずれを起こす距離は相対論的な粒子 ( $v_z \simeq c$ ) がプラズマ波に対し半周期分位相スリップを起こすのに進む距離として求められる

$$L_d = \frac{\lambda_p/2}{1 - v_{ph}/c} \simeq \lambda_p \gamma_p^2 \quad (4.54)$$

ここで  $\gamma_p = (1 - v_{ph}^2/c^2)^{-1/2}$  でプラズマ波の位相速度に対する Lorentz 係数である。この加速長  $L$  におけるエネルギーゲインは

$$\begin{aligned} \Delta W_d &= \int_0^L e E_{\max} \sin[(1 - \beta_p)k_p z + \psi_0] dz \\ &= 2e E_{\max} \frac{\sin[(1 - \beta_p)k_p L/2]}{(1 - \beta_p)k_p L} \\ &\quad \times \sin[(1 - \beta_p)k_p L/2 + \psi_0] \end{aligned} \quad (4.55)$$

ここで  $\beta_p = v_{ph}/c$  および  $\psi_0$  はプラズマ波の初期位相である。最大値は

$$(1 - \beta_p)k_p L = \pi \quad (4.56)$$

すなわち  $L = L_d$  のとき得られ、最大エネルギーゲインは

$$\Delta W_d = \frac{2}{\pi} e E_{\max} L_d \simeq \frac{2}{\pi} e E_{\max} \lambda_p \gamma_p^2 \quad (4.57)$$

となる。最適なプラズマ条件  $\lambda_p = \pi \sigma_z$  では、位相スリップ長は

$$L_d[\text{cm}] = 0.18 \times 10^{-4} \tau^3 [\text{fs}] \gamma_{\perp}^{-2} [\mu\text{m}] \quad (4.58)$$

で与えられ、最大エネルギーゲインは

$$\Delta W_d[\text{GeV}] = 0.01 P[\text{TW}] \tau^2 [\text{fs}] r_0^{-2} [\mu\text{m}] \quad (4.59)$$

で与えられる。

例) 上述の 2 TW, 100 fs レーザーパルスによる LWFA の位相スリップ距離は  $L_d = 32$  cm、最大エネルギーゲインは  $\Delta W_d = 2$  GeV である。

##### 4.5.3 ポンプ消耗限界 Pump depletion limitation

レーザープラズマ加速器ではレーザーパルスがプラズマ波を励起するためにエネルギーを失う。このレーザーパルスがエネルギーを消耗する距離  $L_{pd}$  は、パルスの全エネルギーの半分がプラズマ波を励起するために消耗する距離と定義すると

$$E_z^2 L_{pd} = (1/2) E_L^2 L_0 \quad (4.60)$$

である。この式で  $E_z$  はウェーク場、 $E_L$  はレーザー電場、 $L_0$  はパルス長である。Gaussian パルスによる LWFA ではウェーク場のエネルギーとレーザーパルスのエネルギーはそれぞれ

$$\begin{aligned} (eE_z)^2 L_{pd} &= \frac{\pi}{16} L_{pd} m_e^2 c^4 a_0^4 k_p^4 \sigma_z^2 \exp\left(-\frac{k_p^2 \sigma_z^2}{2}\right) \\ (eE_L)^2 L_L &= \sqrt{\pi} m^2 c^4 a_0^2 k_0^2 \sigma_z \end{aligned}$$

であるからポンプ消耗距離は

$$L_{pd} = \frac{8\sigma_z}{\sqrt{\pi}} \frac{\gamma_p^2}{a_0^2 k_p^2 \sigma_z^2} \exp\left(\frac{k_p^2 \sigma_z^2}{2}\right) \quad (4.61)$$

である。ポンプ消耗によるエネルギーゲイン限界は

$$\Delta W_{pd} = e E_z L_{pd} = 2m_e c^2 \gamma_p^2 \exp\left(\frac{k_p^2 \sigma_z^2}{4}\right) \quad (4.62)$$

となる。最適プラズマ条件、 $\lambda_p = \pi \sigma_z$  では、ポンプ消耗距離 (pump depletion length) は

$$L_{pd} \simeq 2.65 \lambda_p \gamma_p^2 a_0^{-2} \quad (4.63)$$

これより  $a_0 < 1.6$  ならば  $L_d < L_{pd}$  である。このとき

$$L_{pd}[\text{m}] = 1.06 \times 10^{-8} \frac{\tau^3 [\text{fs}] r_0^2 [\mu\text{m}] \gamma_{\perp}^3}{\lambda_0^4 [\mu\text{m}] P[\text{TW}]} \quad (4.64)$$

と表わされ、最大エネルギーゲインは

$$\Delta W_{pd}[\text{GeV}] = 0.91 \times 10^{-3} \tau^2 [\text{fs}] \gamma_{\perp}^2 \lambda_0^{-2} [\mu\text{m}]. \quad (4.65)$$

である。

例) 上述の 2 TW, 100 fs レーザーパルスによる LWFA のポンプ消耗距離は  $L_d = 1.9$  m、最大エネルギーゲインは  $\Delta W_{pd} = 18.5$  GeV である。

## 4.6 非線形プラズマ波の励起

### 4.6.1 基礎方程式

1次元の非熱流体モデルでは電子の運動量方程式は

$$\frac{\partial \mathbf{p}}{\partial t} + v_z \frac{\partial \mathbf{p}}{\partial z} = -e \left( \mathbf{E} + \frac{1}{c} \mathbf{v} \times \mathbf{B} \right) \quad (4.66)$$

で与えられる。ここで  $\mathbf{p} = m_e \gamma \mathbf{v}$ 、 $\gamma = (1 + p^2/m_e^2 c^2)$  である。円偏光レーザーパルスに対して

$$\mathbf{A}_\perp = \hat{x} A_x + \hat{y} A_y \quad (4.67)$$

と表わされるベクトルポテンシャル  $\mathbf{A}_\perp$  とプラズマ波の静電ポテンシャル  $\phi$  を用いて電場  $\mathbf{E}$  と磁場  $\mathbf{B}$  を

$$\mathbf{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{A}_\perp}{\partial t} - \hat{z} \frac{\partial \phi}{\partial z} \quad (4.68)$$

$$\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A}_\perp \quad (4.69)$$

と表わす。正準運動量の保存則より

$$\frac{\mathbf{p}_\perp}{m_e c} = \frac{e \mathbf{A}_\perp}{m_e c^2} \equiv \mathbf{a}(z, t) \quad (4.70)$$

$$\gamma = \left[ 1 + \left( \frac{\mathbf{p}_\perp}{m_e c} \right)^2 + \left( \frac{p_z}{m_e c} \right)^2 \right]^{1/2} = \gamma_\perp \gamma_z \quad (4.71)$$

が成り立つ。ここで  $\gamma_\perp = (1 + a^2)^{1/2}$ 、 $\gamma_z = (1 - \beta_z)^{-1/2}$  および  $\beta_z = v_z/c$  である。このとき運動量方程式は  $\varphi \equiv e\phi/(m_e c^2)$  とおくと

$$\frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} \left( \gamma_\perp \sqrt{\gamma_z^2 - 1} \right) + \frac{\partial}{\partial z} (\gamma_\perp \gamma_z) = \frac{\partial \varphi}{\partial t} \quad (4.72)$$

連続方程式は

$$\frac{1}{c} \frac{\partial n}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial z} \left( n \frac{\sqrt{\gamma_z^2 - 1}}{\gamma_z} \right) = 0 \quad (4.73)$$

Poisson 方程式は

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} = \frac{\omega_p^2}{c^2} \left( \frac{n}{n_0} - 1 \right) \quad (4.74)$$

波動方程式は

$$\frac{\partial^2 \mathbf{a}}{\partial z^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{a}}{\partial t^2} = \frac{\omega_p^2}{c^2} \frac{n}{n_0} \frac{\mathbf{a}}{\gamma_\perp \gamma_z} \quad (4.75)$$

となる。

レーザーパルス形状を次式のように仮定する。

$$\mathbf{a}(z, t) = \frac{1}{2} \mathbf{a}_0(\xi, \tau) \exp(-i\theta) + c.c. \quad (4.76)$$

このとき各変数を

$$\theta = \omega_0 t - k_0 z \quad (4.77)$$

$$\xi = z - v_g t \quad (4.78)$$

のようにとる。ここで  $v_g = \partial \omega_0 / \partial k_0$  はレーザーパルスの群速度であり、 $\tau$  は遅い時間スケールを表わす時間変数で

$$\frac{1}{a_0} \frac{\partial^2 a_0}{\partial \tau^2} \ll \omega_0^2 \quad (4.79)$$

と仮定する。このとき円偏光レーザーパルスと直線偏光レーザーパルスはそれぞれ

$$\mathbf{a}^2 = |a_0^2| \quad (4.80)$$

$$\mathbf{a}^2 = \frac{1}{2} |a_0^2| + \frac{1}{4} |a_0^2| e^{-2i\theta} + c.c. \quad (4.81)$$

と表わせる。

### 4.6.2 非線形プラズマ波方程式

運動量方程式 (4.72) および連続方程式 (4.73) から2つの積分が得られる。

$$\gamma_\perp (\gamma_z - \beta_g \sqrt{\gamma_z^2 - 1}) - \varphi = 1 \quad (4.82)$$

$$n (\beta_g \gamma_z - \sqrt{\gamma_z^2 - 1}) = n_0 \beta_0 \gamma_z \quad (4.83)$$

ここで  $\beta_g = v_g/c$ 、また  $\gamma_\perp = 1 (|\mathbf{a}_0|^2 = 0)$  のとき  $n = n_0$ 、 $\gamma_z = 1$ 、 $\varphi = 0$  と仮定する。これを Poisson 方程式 (4.74) と波動方程式 (4.75) に代入して、 $\mathbf{a}_0$ 、 $\varphi$  を決定する連立方程式 [24]

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial \xi^2} = \frac{\omega_p^2}{c^2} \frac{\sqrt{\gamma_z^2 - 1}}{\beta_g \gamma_z - \sqrt{\gamma_z^2 - 1}} \quad (4.84)$$

$$\begin{aligned} & 2i\omega_0 \frac{\partial \mathbf{a}_0}{\partial \tau} + 2c\beta_g \frac{\partial^2 \mathbf{a}_0}{\partial \tau \partial \xi} + c^2 \frac{\omega_p^2}{\omega_0^2} \frac{\partial^2 \mathbf{a}_0}{\partial \xi^2} \\ & = -\omega_p^2 \left[ 1 - \frac{\beta_g}{\gamma_\perp (\beta_g \gamma_z - \sqrt{\gamma_z^2 - 1})} \right] \mathbf{a}_0 \end{aligned} \quad (4.85)$$

を得る。式 (4.82) から  $\gamma_z$  を求めると

$$\gamma_z = \frac{\gamma_g^2 (1 + \varphi)}{\gamma_\perp} \left[ 1 \pm \beta_g \left( 1 - \frac{\gamma_\perp^2}{\gamma_g^2 (1 + \varphi)^2} \right)^{1/2} \right] \quad (4.86)$$

であるから式 (4.84)、(4.85) は

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial \xi^2} = k_p^2 \gamma_g^2 \left[ \beta_g \left( 1 - \frac{1 + a^2}{\gamma_g^2 (1 + \varphi)^2} \right)^{-1/2} - 1 \right]$$

#### 4.6. 非線形プラズマ波の励起

(4.87)

$$\begin{aligned} & \frac{2}{c} \frac{\partial}{\partial \tau} \left( ik_0 a_0 + \beta_g \frac{\partial a_0}{\partial \xi} \right) + \frac{1}{\gamma_g^2} \frac{\partial^2 a_0}{\partial \xi^2} \\ &= -k_p^2 \left[ 1 - \frac{\beta_g}{1+\varphi} \left( 1 - \frac{1+a^2}{\gamma_g^2(1+\varphi)^2} \right)^{-1/2} \right] a_0 \end{aligned} \quad (4.88)$$

となる。ここで  $k_p = \omega_p/c$  である。これはレーザーパルス  $a_0$  によって励起されるプラズマ波とプラズマ波によるレーザーパルスとの相互作用を記述する非線形方程式である。

とくに  $\beta_g \approx 1$  のとき

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial \xi^2} = \frac{k_p^2}{2} \left[ \frac{1+a_0^2}{(1+\varphi)^2} - 1 \right] \quad (4.89)$$

$$\frac{2}{c} \frac{\partial}{\partial \tau} \left( ik_0 a_0 + \frac{\partial a_0}{\partial \xi} \right) = -k_p^2 \frac{\varphi}{1+\varphi} a_0 \quad (4.90)$$

**問 1 2** 2つの保存式(4.82)(4.83)が成り立つとして導かれる相対論的非線形プラズマ波方程式を準定常近似 (quasistatic approximation) と呼ぶ。上で述べた非線形プラズマ波方程式を導け。

#### 4.6.3 非線形プラズマ波方程式の解

非線形プラズマ波方程式はプラズマ波の励起により  $a_0$  が変化しないとすれば、非線形 Poisson 方程式(4.89)のみを独立に解くことができる。ガウス型レーザーパルスによって励起される非線形プラズマ波の数値解を図 4.8 に示す。ここでプラズマ密度は

$$\frac{n(\xi)}{n_0} = \frac{d^2 \varphi}{d\xi^2} \quad (4.91)$$

で与えられ、ウェーク場の軸成分は

$$\varepsilon \equiv \frac{eE_z(\xi)}{m_e c \omega_p} = \frac{d\varphi}{d\xi} \quad (4.92)$$

である。レーザー強度パラメータ  $a_0 \leq 1$  ではプラズマ波は単調な調和振動であるが、 $a_0 > 1$  になると波長が伸び密度振動は鋭いピークを示すようになり、電場のプロファイルは『のこぎり波』状になる。

とくにパルス形状が長さ  $l$  の矩形であるとき厳密解が存在し [25]、 $-k_p l \leq \xi \leq 0$  の領域では

$$\xi = 2(1+a_0^2)^{1/2} E(\Psi(\varphi), K) - 2 \left[ \frac{(a_0^2 - \varphi)\varphi}{1+\varphi} \right]^{1/2} \quad (4.93)$$

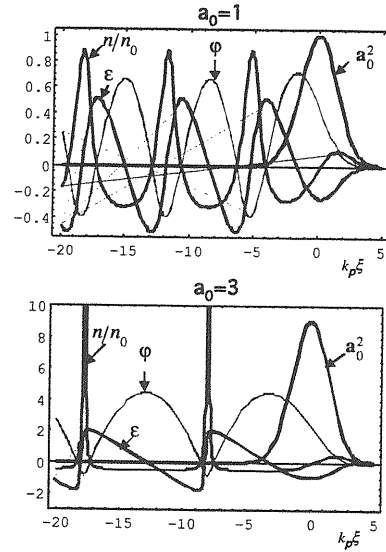


図 4.8:  $a_0 = 1$  および  $a_0 = 3$  のガウス型パルスで励起される非線形プラズマ波。プラズマ密度、パルス幅は  $k_p \sigma_z = 2$  を満たす。

ここで  $E(\Psi(\varphi), K)$  は第 2 種の不完全楕円積分で

$$\Psi(\varphi) = \sin^{-1} \left[ \frac{(1+a_0^2)\varphi}{a_0^2(1+\varphi)} \right]^{1/2} \quad (4.94)$$

$$K = \left( \frac{a_0^2}{1+a_0^2} \right)^{1/2} \quad (4.95)$$

である。 $\xi \leq -k_p L_0$  では

$$\xi = 2(b+1)^{1/2} E(\Psi(\varphi), K) \quad (4.96)$$

$$\Psi(\varphi) = \sin^{-1} \left[ \frac{(b-\varphi)(b+1)}{b(b+2)} \right]^{1/2} \quad (4.97)$$

$$K = \frac{[b(b+2)]^{1/2}}{b+1} \quad (4.98)$$

$$b = \varepsilon[\varepsilon + (\varepsilon^2 + 4)^{1/2}]/2 \quad (4.99)$$

$$\varepsilon = \left[ \frac{a_0^2 \varphi_l}{1+\varphi_l} \right]^{1/2} \quad (4.100)$$

ここで  $\varphi_l = \varphi(-k_p l)$  はパルス後端におけるポテンシャルである。この領域で非線形プラズマ波の波長  $\lambda_N$  は

$$k_p \lambda_N = 4(b+1)^{1/2} E(K) \simeq 2\pi(1+a_0^2)^{1/2} \quad (4.101)$$

となる。ここで  $E(K)$  は第 2 種の完全楕円積分である。すなわち波長は線形振動のプラズマ波長に比べ  $\gamma_{\perp} = \sqrt{1+a_0^2}$  だけ伸びる。

#### 4.6.4 非線形プラズマ波による加速エネルギーゲイン [26]

非線形プラズマ方程式 (4.87) は  $X = 1 + \varphi$ 、 $\psi = k_p \xi$  とすれば

$$\frac{d^2 X}{d\psi^2} = \gamma_g^2 \left[ \frac{\beta_g X}{\sqrt{X^2 - \gamma_\perp^2 / \gamma_g^2}} - 1 \right] \quad (4.102)$$

と書き換えられる。これは両辺に  $dX/d\psi$  を掛けて積分すると

$$X'^2 = 2\gamma_g^2 \{ (X_0 - X) + \beta_g [(X^2 - \gamma_\perp^2 / \gamma_g^2)^{1/2} - (X_0^2 - \gamma_\perp^2 / \gamma_g^2)^{1/2}] \} \quad (4.103)$$

が得られる。 $X_0$  は初期条件で、 $X' = 0$  のとき  $X = X_0$  である。

$$X' = \frac{d\phi}{d\psi} = \frac{e}{m_e c^2 k_p} \frac{d\phi}{d\xi} \equiv \varepsilon = \frac{eE_z}{m_e c \omega_p} = \frac{E_z}{E_0} \quad (4.104)$$

は非相対論的なプラズマ波破壊電場  $E_0 = m_e c^2 k_p / e$  で無次元化した軸電場  $E_z$  である。

レーザーパルスの後流 ( $a^2 = 0$ ) の非線形プラズマ波の最大振幅  $X_{\max} = 1 + \varphi_{\max}$  は式 (4.103) で  $\gamma_\perp = 1$  および  $X_0 = X_{\max}$  とおいて得られる。電場の最大値  $X'_{\max} = \varepsilon_{\max}$  は式 (4.102) から  $X = 1$  のとき起こることがわかる。またポテンシャルの最小値  $X_{\min}$  は  $\gamma_\perp = 1$ 、 $X = X_0 = X_{\max}$  で式 (4.103) が 0 になることからポテンシャルの最大値と最小値は  $X_{\max}$ 、 $X_{\min}$  を  $X_m$  と書くと

$$X_m = 1 + \frac{\varepsilon_{\max}^2}{2} \pm \beta_g \left[ \left( 1 + \frac{\varepsilon_{\max}^2}{2} \right)^2 - 1 \right]^{1/2} \quad (4.105)$$

となる。このとき

$$\begin{aligned} \Delta\varphi &= \varphi_{\max} - \varphi_{\min} \\ &= 2\beta_g \left[ \left( 1 + \frac{\varepsilon_{\max}^2}{2} \right)^2 - 1 \right]^{1/2} \end{aligned} \quad (4.106)$$

である。したがって

$$\Delta\varphi \simeq \begin{cases} \beta_g \varepsilon_{\max}^2 & \text{for } \varepsilon_{\max} \gg 2 \\ 2\beta_g \varepsilon_{\max} & \text{for } \varepsilon_{\max} \ll 2 \end{cases} \quad (4.107)$$

プラズマ波の破壊はプラズマ波の電子流体の速度が位相速度  $v_g$  に等しくなったときに起こる。この点でプラ

ズマ密度が特異点をもつことから、すなわち式 (4.102) から  $X_{\min} \rightarrow 1/\gamma_g$  のときプラズマ波の破壊が起こる。これは式 (4.105) で  $\varepsilon_{\max}^2 \rightarrow 2(\gamma_g - 1)$  および  $X_{\max} \rightarrow (2\gamma_g^2 - 1)/\gamma_g$  に対応する。式 (1.111) のプラズマ波の破壊条件から非線形プラズマ波の破壊電場

$$\varepsilon_{nwb} = \sqrt{2(\gamma_g - 1)} \quad (4.108)$$

を得る。このとき最大エネルギーは式 (1.108) より

$$\gamma_{\max} \rightarrow 4\gamma_g^3 - 3\gamma_g \quad (4.109)$$

が得られる。

このプラズマ波の破壊以下の電場に対しては式 (4.106) を用いて  $\gamma_g^2 \gg 1$  の極限で

$$\gamma_{\max} \simeq 2\gamma_g^2 \begin{cases} \varepsilon_{\max}^2 & \text{for } \varepsilon_{\max}^2 \gg 2 \\ 2\varepsilon_{\max} & \text{for } 2 \gg \varepsilon_{\max}^2 \gg 1/4\gamma_g^2 \end{cases} \quad (4.110)$$

最大エネルギー限界は線形正弦プラズマ波の領域では  $\Delta\varphi = 2\varepsilon_{\max}$  であるので、式 (1.109) で見たように  $2\gamma_g \varepsilon_{\max} \gg 1$ 、 $\gamma_g^2 \gg 1$  のとき

$$\gamma_{\max} \simeq 4\gamma_g^2 \varepsilon_{\max} \quad (4.111)$$

であった。これは非線形プラズマ波では線形領域よりも高いエネルギーまで粒子の加速ができることを意味している。

例) プラズマ密度  $n_0 = 2.8 \times 10^{18} \text{ cm}^{-3}$  ならば  $\gamma_g \simeq 20$  で  $E_0 \simeq 160 \text{ GV/m}$  である。 $\varepsilon_{\max} \gg 2$  ならば最大エネルギーゲインは  $W_{\max} \simeq 410\varepsilon_{\max}^2 \text{ MeV}$  となる。プラズマ波の破壊電場は  $E_{nwb} \simeq 6.2E_0$  であるから  $W_{\max} \simeq 16 \text{ GeV}$  である。

矩形パルスの場合、 $\gamma_\perp^2 = 1 + a^2$  は定数であるから式 (4.103) は  $X_0 = 1$  とおいて積分できる。このときウェーク場の最大値は、パルス長がパルスの終端で  $X' = 0$  となるとき得られて、その条件は

$$X_{\max} = 2\gamma_g^2 - 1 - 2\gamma_g \beta_g (\gamma_g \beta_g - a^2)^{1/2} \quad (4.112)$$

である。レーザーパルスの後流のウェーク場の最大値は  $\gamma_\perp = 1$ 、 $X_0 = X_{\max}$  とおいて

$$\varepsilon_{\max}^2 = 2\gamma_g^2 X_{\max} - 2 - 2\gamma_g \beta_g (\gamma_g^2 X_{\max}^2 - 1)^{1/2} \quad (4.113)$$

で与えられる。とくに  $a^2 / (\gamma_g \beta_g)^2 \ll 1$  ならば

$$X_{\max} \simeq 1 + a^2 + a^4 / (2\gamma_g \beta_g)^2 \quad (4.114)$$

#### 4.7. 光ガイディング

と近似できるので式 (4.113) より

$$\varepsilon_{\max}^2 \simeq \begin{cases} 2a^2/(1 + \beta_g) & a^2 \gg 1 \\ a^4/\beta_g^2 & a^2 \ll 1 \end{cases} \quad (4.115)$$

となる。

**問13** プラズマ波の破壊を防止するためには

$$\gamma_{\perp}^2 < \frac{8\gamma_g^4 + (4\gamma_g^2 - 1)(\gamma_g - 1)}{4\gamma_g^2(\gamma_g + 1)} \quad (4.116)$$

でなければならないことを導け。

#### 4.6.5 パルス列共鳴 LWFA

レーザーパルスを最適な間隔とパルス幅を調節してパルス列 (パルストレイン) をつくることにより共鳴的に大振幅のウェーク場を励起することができる [21][25]。これをパルストレイン LWFA あるいは共鳴 LWFA と呼ぶ。矩形パルスの場合、このウェーク場の共鳴はウェークポテンシャルの最小値  $\varphi_{\min}$  がパルスの先端にあり、最大値  $\varphi_{\max}$  がパルスの後端になるようにパルス間隔とパルス幅をきめるとウェークポテンシャルの励起は最大化できる。  $N$  パルスの場合

$$\varphi_{N\max} = \gamma_{\perp}^{2N} - 1 \quad (4.117)$$

$$\varphi_{N\min} = \gamma_{\perp}^{-2N} - 1 \quad (4.118)$$

ここでウェーク場の最大値は

$$\varepsilon_{\max} = \left| \frac{d\varphi_N}{d\xi} \right| = \gamma_{\perp}^N - \gamma_{\perp}^{-N} \quad (4.119)$$

で与えられる。  $N$  番目の最適パルス幅  $L_N$  は

$$k_p L_N = 2\gamma_{\perp}^N E(p_N) \quad (4.120)$$

ここで  $E(p_N)$  は第2種の完全楕円積分で

$$p_N = \left[ 1 - \gamma_{\perp}^{-2(2N-1)} \right]^{1/2} \quad (4.121)$$

このとき  $N$  番目のパルスの後のウェーク場の波長は

$$k_p \lambda_N = 4\gamma_{\perp}^N E(q_N) \quad (4.122)$$

ここで  $q_N = (1 - \gamma_{\perp}^{-4N})^{1/2}$  である。  $\gamma_{\perp}^{2N} \gg 1$  ならば

$$k_p L_N \simeq \pi \gamma_{\perp}^N \quad (4.123)$$

$$k_p \lambda_N \simeq 2\pi \gamma_{\perp}^N \quad (4.124)$$

$$\varepsilon_{\max} \simeq \gamma_{\perp}^N \quad (4.125)$$

となる。

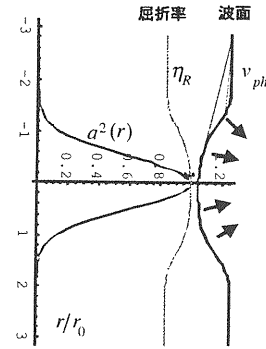


図 4.9: 相対論的光ガイディングの原理

## 4.7 光ガイディング

線形領域 ( $a_0 < 1$ ) のレーザープラズマ加速器では一般に、  $L_{df} < L_d < L_{pd}$  の関係がある。つまり単一段で 1 GeV 以上の高エネルギーゲインを得るには、レーザー長を越えてレーザーパルスを伝播する必要がある。一般にプラズマ中を伝播する高強度電磁波に対する屈折率は

$$\eta_R = \frac{ck}{\omega} = \left( 1 - \frac{\omega_p^2(r)}{\omega^2} \right) \simeq 1 - \frac{\omega_p^2}{2\omega^2} \frac{n(r)}{n_0\gamma(r)} \quad (4.126)$$

と表わせる。ここで  $n(r)$  は電子密度分布、  $\gamma(r)$  はプラズマ電子の運動エネルギーきまる Lorentz 係数の分布で

$$\gamma(r) \simeq \gamma_0 = (1 + a^2(r))^{1/2} \quad (4.127)$$

である。レーザービームを伝播させるには屈折率の動径分布を  $\partial\eta_R/\partial r < 0$  とすればよい。このとき伝播軸中心の位相速度が周囲よりも遅くなるために波面が湾曲し、ビームが軸中心に向かってフォーカスする。この集光効果を起こす屈折率の制御は式 (4.126) で示されるようにレーザー強度の分布  $a(r)$  あるいはプラズマ密度分布  $n(r)$  で行うことができる。

### 4.7.1 相対論的光ガイディング

レーザー場の中でプラズマ電子が横振動 (quiver motion) の相対論的效果により動径方向の屈折率分布ができ光ガイディングが起こる。図 4.9 に示すようにガウスビームのレーザー強度分布は  $\partial a^2/\partial r < 0$  となるので  $\partial\eta_R/\partial r < 0$  となる。相対論的強度のレーザービー

ム伝播に対する屈折率は

$$\eta_R \simeq 1 - \frac{\omega_p^2}{2\omega_0^2} (1 + a(r))^{1/2} \quad (4.128)$$

と表わせる。ガウスビームの伝播ではピークパワーが臨界パワー (critical power)  $P_c$  以上では相対論的効果が回折効果を補償し、ビームが自己収束を起こすことが知られている。この現象を相対論的的自己収束 (relativistic self-focusing) と呼んでおり、その臨界パワーは

$$P_c = 17 \frac{\omega_0^2}{\omega_p^2} [\text{GW}] \quad (4.129)$$

で与えられる。相対論的的自己収束効果がある場合のビームスポットサイズ  $r_s(z)$  に関するエンベロップ方程式は、 $(1 + a^2/2)^{-1/2} \simeq 1 - a^2/2$  と近似して

$$\frac{d^2 R}{dz^2} = \frac{1}{Z_R^2 R^3} \left( 1 - \frac{P}{P_c} \right) \quad (4.130)$$

と書ける [30]。ここで  $R = r_s/r_0$  はビームウェスト  $r_0$  で無次元化したスポットサイズである。この方程式の解は

$$\frac{r_s^2}{r_0^2} = 1 + \left( 1 - \frac{P}{P_c} \right) \frac{z^2}{Z_R^2} \quad (4.131)$$

となってレーザービームは  $P > P_c$  のとき収束することが示される。レーザーパルスの相対論的光ガイディングはプラズマ振動の時間スケールで起こる現象であるのでパルス長は  $L_0 \leq \lambda_p/\gamma_0$  のような超短パルスでは効果的ではない。

### 4.7.2 相対論的非線形相互作用による粒子加速

レーザーパルスのピークパワー  $P$  が自己収束の臨界パワー  $P_c$  を超えるような超高強度場領域では、相対論的的自己収束効果がトリガーとなって複雑なレーザープラズマ非線形相互作用を誘起し、もはや単純な線形領域のプラズマ波はできない。この相対論的非線形領域ではプラズマ場とレーザー場が強い非線形結合した相互作用を示すので、式 (4.87) と式 (4.88) に、動径方向の2次元効果を入れてプラズマ波とレーザーパルスの相互作用とそれぞれのダイナミクスを解析する必要がある。これらの解析によると  $P > P_c$  では、まず相対論的的自己収束により強度が著しく増加し、 $a_0 \gg 1$  になり非線形プラズマ波が励起される。非線形プラズマ波はプラズマ電子の運動自身が相対論的になるため、電子

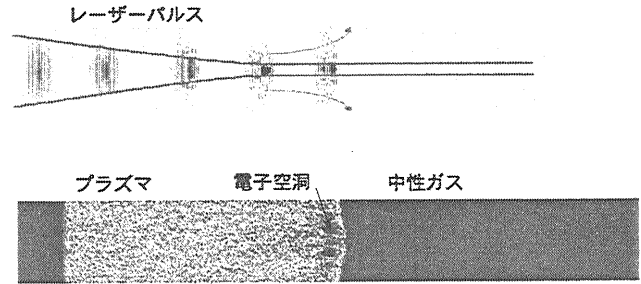


図 4.10: ピーク出力 100TW、パルス幅 20fs レーザーパルスのプラズマ中での相対論的的自己収束の PIC シミュレーション結果。

密度の振幅はほぼプラズマ波長の間隔で鋭いピークをもつ。その結果、ピークの電子密度は平衡状態の電子密度  $n_0$  よりもはるかに高くなるため屈折率が変わり、パルス幅が  $L_0 > \lambda_p$  のとき軸方向にもパルスの変調を受け、プラズマ波長の間隔のパルス列に自動的に分裂する。さらにこのパルス列がそれぞれウェーク発生し共鳴的に強め合う結果、波の破壊に達する大振幅プラズマ波が励起される。このウェーク場による粒子加速機構を自己変調レーザーウェーク場加速 (Self-Modulated LWFA) と呼んでいる。

さらに高強度場、高密度プラズマ領域におけるレーザープラズマ相互作用は、数値計算シミュレーションによってその複雑な超高速現象が調べられるようになった。図 4.10 はピーク出力  $P=100$  TW、パルス幅 20 fs のレーザーパルスがほぼ大気圧の He ガス中でのスポットサイズに集光され ( $I \approx 2.5 \times 10^{20}$  W/cm<sup>2</sup>)、レーザー場によるイオン化で電子密度 ( $n_0 \approx 5 \times 10^{19}$  cm<sup>-3</sup>) のプラズマを生成し、ほぼ 1mm の長さ伝播する過程をレーザー電場、プラズマ電子密度について PIC (Particle-In-Cell) コードでシミュレーションした結果である。このプラズマ密度では  $P = 160P_c$  であるから顕著な相対論的的自己集束効果が起こり、レーザーパルスは集光したまま 1mm 以上伝播して行く。シミュレーションでは、自己収束のほかにそれに伴う複雑な非線形効果が再現できる。パルスはプラズマ中を伝播するとともに空間的に何本かのフィラメントに分裂し、一部は回折によりエネルギーを失う (フィラメンテーション効果と呼ぶ)。最終的にレーザーパルスはエネルギーを失

#### 4.7. 光ガイディング

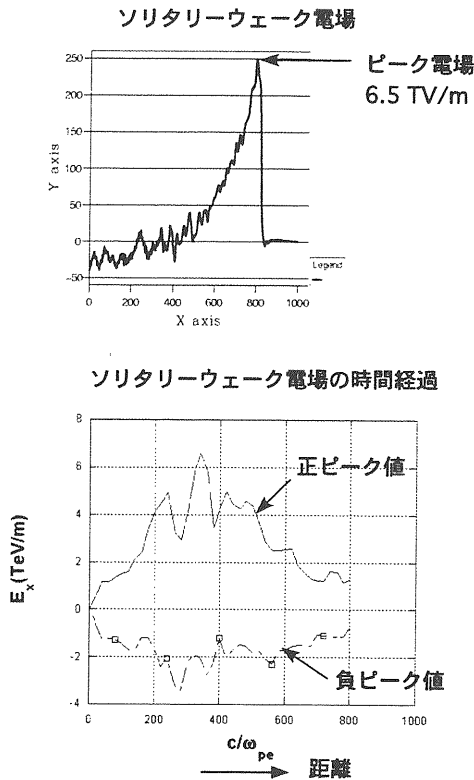


図 4.11: ピーク出力 100 TW、パルス幅 20 fs レーザーパルスのプラズマ中での相対論的自己収束現象で、パルス先端に形成されるソリタリーウェーク電場の波形とピーク電場の時間経過。

いながら曲がった光跡を描いて消滅する様子が示される（ホース不安定性効果）。レーザーパルスのポンデロモーティブ力はプラズマ電子に対し反発力であるため、電子を排除して進みレーザーパルスの前面に鋭いピークの電子バンチ（シース）とレーザーパルス部分に電子密度のキャビティ（キャビトン）ができ、レーザー光はこのキャビティに閉じ込められる。この電子キャビティには正電荷をもつイオンが取り残されているためレーザーパルスの前面には急峻な勾配をもつ静電ポテンシャルが形成される。これは、図 4.11 に示されるように最大 6.5TV/m の正の静電場を生ずる。この場合、パルス幅とプラズマ波長の間には相対論的な非線形効果のために共鳴条件が成り立っていないのでコヒーレントなウェーク場の励起は抑制され、この静電ポテンシャルは一種のソリトンのようにレーザーパルスとともに相対論的速度で伝播する。すなわちプラズマ密度を制御することにより粒子速度との整合をと

れば、陽子やイオンなど正電荷粒子を 1 TeV/m 以上の加速電場で 1GeV 以上の高エネルギーまで約 1mm の伝播距離で加速することができる。もちろん電子も密度キャビティにトラップされ、レーザーパルスが消滅するまでに 1GeV 以上に加速される。

#### 4.7.3 プラズマチャネルによる光ガイディング

プラズマの屈折率の式 (4.126) においてプラズマの密度分布を制御して光導波路をつくる方法である。スポット半径  $r_0$  のガウスビームはプラズマ電子密度が動径  $r$  方向に放物形分布

$$n(r) = n(0) + \Delta n \frac{r^2}{r_0^2} \quad (4.132)$$

のプラズマ密度チャネルでガイディングできることを示す。ここで  $n(0)$  はチャネル中心の電子密度、 $\Delta n \geq 0$  である。いまピークパワーおよびその強度は  $P \ll P_c$ 、 $a^2 \ll 1$  とすると屈折率は

$$\eta_R \simeq 1 - \frac{\omega_p^2}{2\omega_0^2} \left( 1 + \frac{\Delta n}{n(0)} \frac{r^2}{r_0^2} \right) \quad (4.133)$$

となる。すなわちこの屈折率分布は  $\partial \eta_R / \partial r < 0$  となりビームが収束することを表わしている。ガウスビーム  $a^2 = a_0^2 \exp(-2r^2/r_s^2)$  のスポットサイズ方程式は

$$\frac{d^2 R}{dz^2} = \frac{1}{Z_R^2 R^3} \left( 1 - \frac{\Delta n}{\Delta n_c} R^4 \right) \quad (4.134)$$

と書ける。ここで

$$\Delta n_c = \frac{1}{\pi r_e r_0^2} \quad (4.135)$$

は臨界チャネル深さである。式 (4.134) は密度チャネルの深さが臨界深さ  $\Delta n = \Delta n_c$  であればガウスビームは  $r_s = r_0$  で伝播することを表わしている。この臨界深さは

$$\Delta n_c [\text{cm}^{-3}] \simeq 1.1 \times 10^{20} r_0^{-2} [\mu\text{m}] \quad (4.136)$$

で求められる。このときスポットサイズ方程式は

$$\frac{d^2 R^2}{dz^2} + \kappa^2 R^2 = C \quad (4.137)$$

に書き直すことができる。ここで

$$\kappa = \frac{2}{Z_R} \left( \frac{\Delta n}{\Delta n_c} \right)^{1/2} \quad (4.138)$$

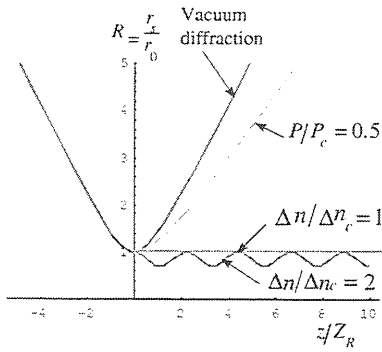


図 4.12: ガウスビームの真空伝播、 $P/P_c = 0.5$  の相対論的光ガイディング、および放物型電子密度分布をもつプラズマチャンネルガイディングのレーザービーム半径の包絡曲線。

定数  $C$  は初期条件から

$$C = 2R'(0) + \frac{2}{Z_R^2 R(0)^2} \left[ 1 + \frac{\Delta n}{\Delta n_c} R(0)^4 \right] \quad (4.139)$$

である。この解は

$$R^2 = \frac{C}{\kappa^2} + \frac{1}{\kappa} \sqrt{\frac{C^2}{\kappa^2} - \frac{4}{Z_R^2}} \sin(\kappa z + \phi_0) \quad (4.140)$$

$$\tan \phi_0 = \frac{R(0)^2 - C/\kappa^2}{2R(0)R'(0)/\kappa} \quad (4.141)$$

$\Delta n \neq \Delta n_c$  の場合、スポットサイズは半径  $r_s = r_0 \sqrt{C}/\kappa$  のまわりで振動する。図 4.12 はガウスビームのプラズマ密度チャンネルによる伝播の様子を示す。

#### プラズマチャンネル光ガイディングの実験的手法

実験的にはプラズマ密度チャンネルを生成する方法には、レーザープリパルスによるプラズマの膨張過程で生成される密度チャンネルを用いる方法 [27] とキャピラリー放電によって壁面のアブレーションで生成するプラズマを用いる方法 [28]、ガスを封入したキャピラリー内の高速 Z ピンチ放電によって圧縮モードで密度チャンネルを生成する方法 [29] が研究されている。レーザープリパルスによるプラズマチャンネルの生成はアクシコンレンズまたは円筒レンズを用いて線集光して数 cm のプラズマチャンネルをつくる方法である。われわれは、キャピラリー高速 Z ピンチ放電によるプラズマチャンネルを開発し、図 4.13 のような装置で実験を行い、2.2 TW, 90 fs のレーザーパルスを集光径

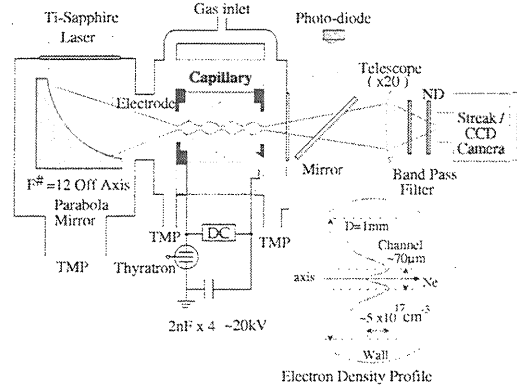


図 4.13: キャピラリー高速 Z ピンチ放電によるプラズマチャンネル光ガイディングの実験セットアップ

$40\mu\text{m}$  に集光強度  $1 \times 10^{17} \text{ W/cm}^2$  以上で 2 cm にわたり伝播させることができた [29]。

#### 4.8 プラズマによる粒子ビーム収束

真空中では外部収束力がないと粒子ビームは空間電荷効果、熱的運動により発散するが、プラズマ中では粒子ビームは自分自身が励起したウェーク場による自己収束力 (self-focusing force) を受ける。いまガウス分布をしたバンチした電子ビームのプラズマ中での自己収束について考える。

$$n_b(r, z) = n_{b0} \exp\left(-\frac{r^2}{2\sigma_{rb}^2} - \frac{z^2}{2\sigma_{zb}^2}\right) \quad (4.142)$$

ここで  $N$  をバンチ内の電子数とするとピークビーム電子密度は

$$n_{b0} = \frac{N}{(2\pi)^{3/2} \sigma_{rb}^2 \sigma_{zb}} \quad (4.143)$$

$\sigma_{rb}$  は rms ビーム半径および  $\sigma_{zb}$  は rms バンチ長である。このときビームプラズマ周波数を

$$\omega_b = c\sqrt{4\pi r_e n_b} = \frac{c}{\sigma_{rb}} \frac{\sqrt{2\pi r_e N}}{\sigma_{zb}} \quad (4.144)$$

と定義する。プラズマ中の自己ピンチ効果による自己収束力は  $n_0$  をプラズマ電子密度とすると  $n_0 > n_b$  (overdense plasma) ならば

$$F_t = -2\pi r_e m c^2 n_b r \quad (4.145)$$

$n_0 < n_b$  (underdense plasma) ならば

$$F_t = -2\pi r_e m c^2 n_0 r \quad (4.146)$$



#### 4.9. プラズマ波加速におけるビーム負荷と効率

で与えられる [45]。したがって  $n_0 > n_b$  のときの収束強度は

$$K_F = \frac{F_t/r}{\gamma mc^2} = \frac{r_e N}{\sqrt{2\pi}\gamma\sigma_{rb}^2\sigma_{zb}} \quad (4.147)$$

rms ビーム半径  $\sigma_{rb}$  に関するビームエンベロープ方程式は

$$\frac{d^2\sigma_{rb}}{dz^2} + K_F\sigma_{rb} - \frac{2\nu}{\beta^2\gamma^3\sigma_{rb}} - \frac{\epsilon_n^2}{\beta^2\gamma^2\sigma_{rb}^3} = 0 \quad (4.148)$$

ここで

$$\nu = \left(\frac{\omega_b\sigma_{rb}}{2c}\right)^2 = \frac{r_e N}{2\sqrt{2\pi}\sigma_{zb}} \quad (4.149)$$

は Budker 係数である。また  $\epsilon_n = \beta\gamma\epsilon$  は規格化ビームエミッタンスである。この方程式の第2項は自己収束を表わし、第3項は空間電荷力、第4項はエミッタンスを表わす。式 (4.147) を用いれば方程式 (4.148) は次のようになる [31]。

$$\frac{d^2\sigma_{rb}}{dz^2} + \left(\frac{r_e N}{\sqrt{2\pi}\sigma_{zb}}\right) \frac{\beta^2}{\gamma\sigma_{rb}} - \frac{\epsilon_n^2}{\beta^2\gamma^2\sigma_{rb}^3} = 0 \quad (4.150)$$

これから収束力と熱的効果、空間電荷発散力の間バランスによってきまる平衡ビーム半径が求まる。

$$\sigma_{rb} = \left(\frac{\sqrt{2\pi}\sigma_{zb}}{r_e N}\right)^{1/2} \frac{\epsilon_n}{\beta^2\sqrt{\gamma}} \quad (4.151)$$

スポット半径  $r_0$  のガウス型レーザーパルスによって励起される LWFA では電子ビームは  $\sigma_{rb} \leq r_0/2$  の領域のみ加速と収束ウエーク場の力を受け、ガイドイングされる。自己収束により平衡ビーム半径がこの条件を満たすために必要なバンチに含まれる最小電子数は次式で与えられる。

$$N_{min} \geq \frac{4\sqrt{2\pi}\sigma_{zb}\epsilon_n^2}{r_e\beta^4\gamma_i r_0^2} \simeq 3.6 \times 10^9 \frac{\sigma_{zb}\epsilon_n^2}{\beta_i^4\gamma_i r_0^2} \quad (4.152)$$

ここで  $\gamma_i = (1 - \beta_i^2)^{-1/2}$  は入射電子ビームの Lorentz 係数。 $\sigma_{zb}$ ,  $\epsilon_n$  および  $r_0$  の単位は  $\mu\text{m}$  である。

例  $\lambda = 0.8\mu\text{m}$ ,  $P = 2 \text{ TW}$ ,  $\tau_0 = 100 \text{ fs}$  のレーザーパルスを  $r_0 = 10\mu\text{m}$  に集光して励起する LWFA で入射エネルギー  $15\text{MeV}$  の電子ビームを加速するとき、rms ビーム半径  $\sigma_{rb} = 5\mu\text{m}$  にするために必要な最小電子数は、 $N_{min} \sim 4 \times 10^6$  である。

## 4.9 プラズマ波加速におけるビーム負荷と効率

粒子ビームと加速プラズマ波の断面分布はほぼ一様で  $c/\omega_p$  (プラズマ表皮厚さ) よりもはるかに大きく一次元近似が成り立つとする。熱的効果のないプラズマ流体中では、電荷密度  $\rho_b(z)$  を持つ加速されるビームはまたウエーク場を発生する。

$$E_z^{beam} = -4\pi \int_{-\infty}^{\zeta} d\zeta' \rho_b(\zeta') \cos k_p(\zeta - \zeta') \quad (4.153)$$

ここで  $\zeta = z - ct$  である。いまビームを単位面積当たり電荷が  $q/A$  の無限小の薄い電荷シートとすると発生するウエーク場は

$$E_z^{beam} = -\frac{4\pi q}{A} \theta\left(t - \frac{z}{c}\right) \cos \omega_p\left(t - \frac{z}{c}\right) \quad (4.154)$$

ここで  $\theta$  はステップ関数で、 $t - z/c > 0$  に対して1、 $t - z/c < 0$  に対して0である。

一方、プラズマ波の加速電場は

$$E_z^{wave} = E_0 \cos(\omega_p t - k_p z + \phi_0) \quad (4.155)$$

とする。 $\phi_0$  は位相定数である。短バンチの電子を加速場の最小値 ( $\phi_0 = 0$ ) に置き、ビームが誘起するウエーク場とプラズマ波の加速場が正確に打ち消し合えば、すなわち

$$E_z^{wave} + E_z^{beam} = 0 \quad (4.156)$$

のとき最大数の電子が加速される。 $q = -Ne$  とすると最大加速電子数は [32]

$$\begin{aligned} N_{max} &= \frac{E_0}{4\pi e} A = \left(\frac{n_0}{4\pi r_e}\right)^{1/2} \frac{eE_0}{m c \omega_p} A \\ &\simeq 5.3 \times 10^5 \epsilon_0 \sqrt{n_0} A \end{aligned} \quad (4.157)$$

ここで  $n_0$  [ $\text{cm}^{-3}$ ] はプラズマ密度、 $A$  [ $\text{cm}^2$ ] はビーム断面積、 $\epsilon_0 = eE_0/(m_e c \omega_p)$  は無次元電場強度である。この場合、プラズマ波のエネルギーがすべて吸収されるのでビーム負荷効率は100%である。100%のビーム負荷では、エネルギーゲインは100%のエネルギー広がり幅をもつ。これはバンチの先頭の電子は、最大加速電場  $E_z^{wave}$  を感ずるのに対し、最後尾の電子は2つのウエーク場の重ね合わせの電場  $E_z^{wave} + E_z^{beam} = 0$  を感ずるからである。この最後尾粒子の加速場の減少は加速される粒子数  $N$  に比例するから最大エネルギーゲインに対する相対的エネルギー広がり率は

$$\frac{\Delta\gamma_{max} - \Delta\gamma_{min}}{\Delta\gamma_{max}} = \frac{E_i - E_f}{E_i} = \frac{N}{N_{max}} \quad (4.158)$$

である。 $E_{i,f}$  は加速されるバンチの前後の電場強度で、 $\Delta\gamma_{max}, \Delta\gamma_{min}$  はバンチの中の最大および最小エネルギーゲインである。粒子によって吸収されるプラズマ波のエネルギーの割合は  $1 - E_f^2/E_i^2$  であり、

$$E_f = E_i \left( 1 - \frac{N}{N_{max}} \right) \quad (4.159)$$

であるから、ビーム負荷効率 (beam-loading efficiency) は

$$\eta_b = \frac{N}{N_{max}} \left( 2 - \frac{N}{N_{max}} \right) \quad (4.160)$$

で与えられる。これはエネルギー広がり と 効率 とはトレードオフの関係にあることを意味している。

波長  $\lambda_0 \mu\text{m}$ 、ピークパワー  $P \text{ TW}$ 、パルス時間幅  $\tau_0 \text{ fs}$  のガウス型レーザーパルスによって励起される LWFA では、ビーム半径  $r_b \leq r_0/2$  内で加速可能な最大電子数は [23]

$$N_{max} \simeq 3.55 \times 10^9 \frac{P \lambda_0^2}{\tau_0 \gamma_{\perp}} \quad (4.161)$$

で与えられる。

例)  $\lambda_0 = 0.8 \mu\text{m}$ ,  $P = 2 \text{ TW}$ ,  $\tau_0 = 100 \text{ fs}$  のレーザーパルスを  $r_0 = 10 \mu\text{m}$  に集光して励起する LWFA では、最大加速電子数は  $N_{max} = 4 \times 10^7$  である。

# 第5章 レーザー加速実験と応用

## 5.1 粒子加速実験の進展

レーザー加速器コンセプトが議論されるようになってから 20 年になるが、レーザー加速機構の実験的研究が本格的に始まったのは 90 年代にはいって TW クラスの小型高強度 CPA レーザーが出現してからである。図 5.1 に過去 10 年間に世界で行なわれたおもなレーザープラズマ加速機構による電子加速実験の結果を加速エネルギーゲインと加速勾配に関してプロットした。レーザープラズマ電子加速実験はいわゆる  $T^3$  レーザーの出現とともに世界中で競って行われ、エネルギーゲイン 200 MeV、加速勾配 100 GeV/m を超える電子加速が報告されている。われわれは、1993 年にピーク出力 10 TW、パルス幅 1 ps の CPA レーザーを用いて世界最初に 30 GeV/m という自己変調レーザーウェーク場による電子加速実証実験を行っている [33]。さらに 1996 年には  $T^3$  レーザーを用いピーク出力 2 TW、パルス幅 90 fs のレーザーパルスへリウムガスを満たしたチェンバー中に集光してプラズマウェークを励起し、電子ライナックから 17 MeV 電子ビームを入射し加速する実験を行ない、20 Torr のガス中では最高加速エネルギーゲイン 250 MeV に達する電子が観測された [34]。またウェーク場のプラズマ診断から最大加速電場は 10 GeV/m を超えることがわかった。このようにプラズマ中では高周波加速電場の 100 倍から 1000 倍の高い加速電場を発生できることが実証されているが、図 5.1 の実験データの傾きからもわかるように加速長は高々数 cm 程度に制限されているためにエネルギーゲインは 1 GeV 以下に抑えられている。実験データは 2 つのグループに分かれ、プラズマビート波加速 (PBWA) とレーザーウェーク場加速 (LWFA) はライナックから相対論的な電子ビームを入射し加速を検証しているのに対し、自己変調 LWFA (SM-LWFA) では、プラズマ波の破壊限界の非線形プラズマ波により高強度場を励起し、背景プラズマ電子を直接加速し

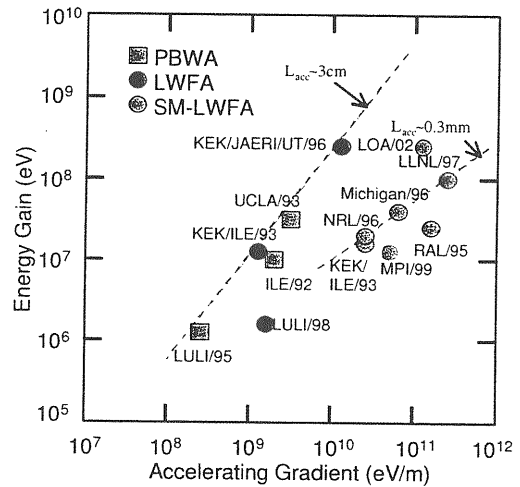


図 5.1: 過去 10 年間のおもなレーザープラズマ電子加速実験でのエネルギーゲインと加速勾配。

ている。また SM-LWFA では前方にコリメートした非常に小さなエミッタンスのビームが得られることが実験的に示されているが、ほとんど 100% のエネルギー広がりを持っている。これは外部入射の実験ではプラズマ波の加速位相と入射電子バンチとの整合がとれていないことによる。このためには数 fs の電子バンチを生成し、同期をとって入射する必要があるが、従来の高周波加速技術では、非常に困難である。内部入射の実験はプラズマ不安定性に依拠する方法であり、もともと入射位相が制御できないため、プラズマ波は初期速度 0 の電子からトラップし、100% のエネルギーアクセプタンスをもっているからである。

いまレーザー加速研究は加速機構の原理研究から応用開発研究段階に進み、おもに 2 つの課題が研究の焦点となっている。それは

- ビーム高品質化、すなわちエネルギー分散、エミッタンス、ビームサイズの極小化、超短パルス化のための技術開発。
- 高エネルギーゲイン化のためのレーザー開発を含む要素技術開発または新加速機構の開発。

である。この 2 つについては最近、多くの構想が提案されるようになり、実験的にも成果が出始めてきた。またこの 2 つの課題は別個の問題でなく、同時に解決されなければならない。さらに実用化段階では、ビームの高輝度化が課題となるが、上の 2 つの課題が解決できれば実用化研究は、それほど困難を伴わないと

考えられる。以下、実際の応用を考えた開発研究、研究構想について述べる。

## 5.2 高品質ビーム源

単に新加速機構の実証や小型化の側面だけでなく従来の加速器がもつビーム性能を凌駕する高品質ビーム加速がレーザー加速研究の目的である。すなわち原理検証実験から一歩進んでプラズマ波の位相や伝播制御などの機能を開発し、先端加速器技術としての確立をめざす第2世代の研究が活発に行われ始めている。プラズマ波の加速可能な安定位相空間は非常に狭く光速に近い位相速度をもっているため、これに整合するビームを入射し高品質ビームの加速を行なうには時間的に数fs、空間的にも $\sim$ 数 $\mu$ mの電子バンチを生成し、加速位相空間のセパトリクスにトラップ可能なエネルギーまで予め加速して入射しなければならない。つまりレーザー加速には超短パルス超低エミッタンス電子ビーム入射器の開発が必要であることが認識されている。ここでは現在われわれが開発中あるいは構想中のいくつかを解説する。

### 5.2.1 フォトインジェクター・マイクロトロン

この高品質ビーム入射器の従来技術としては、レーザーとの高速同期が可能なフォトカソードRF電子銃がある。われわれは、短パルス紫外レーザー照射による光電子ビームを約100MV/mの高電界高周波で加速するフォトカソードRF電子銃で約10ピコ秒、3.5MeVの電子バンチを生成し小型レーストラックマイクロトロンで150MeVまで加速する入射器を開発した(図5.2)。このフォトカソードRF電子銃とマイクロトロンの主要なパラメーターとビーム特性を、それぞれ表5.1および表5.2に示す[35]。

フォトカソードRF電子銃を電子ビーム源とするマイクロトロンは世界でも最初の試みであり、従来の熱電子銃を用いたマイクロトロンが電子源ビームのうち10%程度しか加速できなかったのに対し、フォトカソードRF電子銃を用いることにより、マイクロトロン内部でのビームロスが減らし90%を越す加速ができるようになってきている。

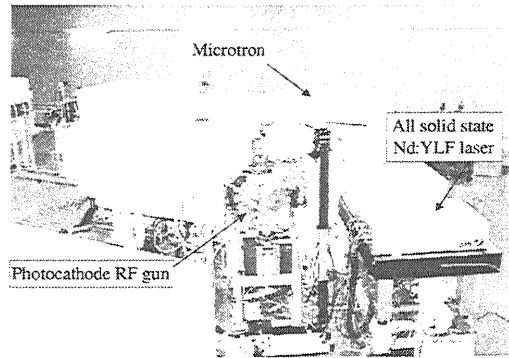


図 5.2: レーザー加速実験用の高品質電子ビーム入射器として開発された150MeVフォトインジェクター・マイクロトロン加速器(日本原子力研究所光量子科学研究センター)

表 5.1: フォトカソードRF電子銃の特性

Cathode	Cu
Number of cell	1.6
RF frequency	2856 MHz
RF power	6MW (10 MW max)
Shunt impedance	57 M $\Omega$
Accelerating field	100 MV/m
Repetition rate	60 Hz (Max)
Output energy	3.7 MeV
Energy spread	4.7 % (FWHM)
Pulse width	7.6 ps (FWHM)
Normalized emittance	10 $\pi$ mm-mrad
Beam stability	1.1 % (RMS)
Charge	2.7 nC (Max)
Quantum Efficiency	$1.4 \times 10^{-4}$

表 5.2: レーストラックマイクロトロンの特性

Energy	150 MeV
Energy spread	0.1 %
Magnetic field	1.23 T
RF frequency	2856 MHz
RF power	3 MW (5 MW MAX)
RF pulse width	6 $\mu$ s
RF stability	0.3 %
Repetition rate	60 Hz
Beam pulse width	10 ps (FWHM)
Normalized emittance	5 $\pi$ mm-mrad
Transmission efficiency	80 ~ 90 %

## 5.2. 高品質ビーム源

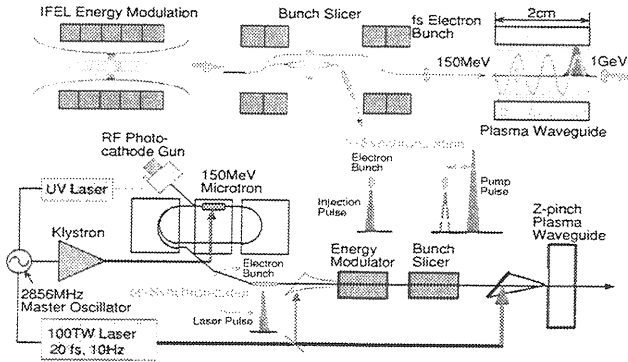


図 5.3: 150MeV フォトインジェクター・マイクロトロン入射器を用いたバンチスライシングによるフェムト秒バンチ生成、ビーム同期システム構想。

### 5.2.2 バンチスライス法

マイクロトロンからのバンチ長約 10 ps の電子ビームをレーザーウェーク場に入射するためにフェムト秒電子バンチを生成し、数 10 フェムト秒のレーザーパルスとの同期を行なうには、もとのバンチから切り出す方法が考えられる。図 5.3 は、レーザーウェーク場加速実験のためのフェムト秒電子バンチ生成バンチスライスシステムの構想である。

このバンチスライス技術は電子バンチをアンジュレタ磁場中でレーザー場によりエネルギー変調をし、さらに偏向磁場で電子バンチの高エネルギーあるいは低エネルギー部分を分離する方法である。この方法によりレーザーのパルス幅程度の電子バンチを切り出すことができる。この技術は LBNL ALS の 1.5GeV 電子リングでフェムト秒 X 線を発生させる方法として開発され成功している [36]。レーザーとアンジュレタによるエネルギー変調の機構はレーザーの波長  $\lambda_L$  とアンジュレタの波長  $\lambda_u$  がエネルギー  $m_e c^2 \gamma$  の電子ビームに対して自由電子レーザーの共鳴条件

$$\lambda_L = \lambda_u \frac{1 + K^2/2}{2\gamma^2} \quad (5.1)$$

を満たすとき、レーザー場とアンジュレタ磁場とでビート波が形成され、そのポンデロモータイブ力 ( $\mathbf{v} \times \mathbf{B}$  力) で加速 (または減速) される。この式で  $K$  はアンジュレタの  $K$  パラメータ (または deflection parameter) で、そのピーク磁場を  $B_0$  とすると

$$K = \frac{eB_0\lambda_u}{2\pi m_e c} = 0.934\lambda_u[\text{cm}]B_0[\text{T}] \quad (5.2)$$

で与えられる。このエネルギー変調機構を積極的に粒子加速に使ったのが逆自由電子レーザー加速器 (Inverse Free Electron Laser; IFEL) で BNL ATF で  $\text{CO}_2$  レーザーを用いて実験に成功している [37]。IFEL で電子加速を行うには加速とともにエネルギーが増すので共鳴条件を持続するためにアンジュレタをテーパ状にして  $K$  パラメータを制御する。エネルギー変調の場合、レーザーパルスのエネルギーを  $A_L$  とするとビームのエネルギー変調量は

$$\Delta E = 2 \left( 4.1\alpha A_L \hbar\omega_L \frac{K^2}{2 + K^2} \frac{M_u}{\sqrt{2}M_L} \right)^{1/2} \quad (5.3)$$

で与えられる [38]。ここで  $\hbar\omega_L$  はレーザー光子のエネルギー、 $\alpha$  は微細構造定数 ( $=1/137$ )、 $M_u$  はアンジュレタ周期の数、 $M_L$  はレーザーパルス長に含まれるサイクル数である。いまビームエネルギー 150 MeV の電子バンチのエネルギー変調を行うには、レーザー波長  $\lambda_L = 800 \text{ nm}$ 、パルス長 50 fs、アンジュレタ波長  $\lambda_u = 4 \text{ cm}$ 、周期数  $M_u = M_L = 19$  を用いる場合、共鳴条件を満たすためには  $K = 2.2$ 、ピーク磁場  $B_0 = 0.6 \text{ T}$  にする必要がある。エネルギー変調量  $\Delta E \text{ MeV}$  発生するために必要なパルスエネルギーは、 $A_L [\mu\text{J}] \sim 1.73\Delta E^2$  となる。したがって  $\Delta E = 15 \text{ MeV}$  の変調を行う場合のレーザーパルスのエネルギーは  $A_L = 390 \mu\text{J}$  となる。

**問 14** 真空ビート波加速 (VBWA) 機構は逆自由電子レーザー加速 (IFEL) のアンジュレタをレーザー場に置き換えたもので加速機構は同じである。よって VBWA でも電子バンチのエネルギー変調を行うことができる。波長  $\lambda_1$  と  $\lambda_2$ 、ピークパワー  $P_1 = P_2 [\text{TW}]$  の 2 波長レーザーパルスの混合によってビート波を励起した場合、VBWA のエネルギーゲイン  $\Delta E \text{ MeV}$  は

$$\Delta E \approx 375P(\lambda_1/\lambda_2 - 1) \quad (5.4)$$

で与えられる。この VBWA エネルギー変調システムを設計せよ。

### 5.2.3 オプティカル入射/プラズマカソード

領域の臨界密度  $n_c$  以下の LWFA が動作するプラズマ密度  $n_0$  のプラズマ波は位相速度が  $v_{ph} \sim c$  であるから振幅が破壊電場以下ならば背景プラズマ電子はプ

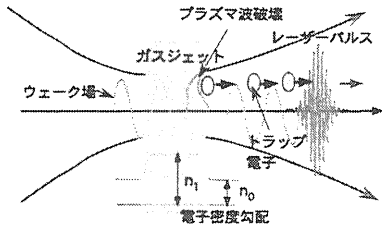


図 5.4: 波破壊型プラズマカソード。1 パルスによるプラズマ密度勾配での波破壊入射。

ラズマ波にトラップされることはない。プラズマ波にトラップされる電子の最小エネルギーは式 (1.108) で与えられるが、効率よい加速を受けるには位相整合の条件  $v_i = v_{ph}$  を満足すべきである。すなわち入射エネルギー  $\gamma_i$  は位相速度に対応する Lorentz 係数  $\gamma_g$  にほぼ等しく  $\gamma_i \approx \gamma_g$  となるようにする。この値は臨界密度以下のプラズマでは  $\gamma_g \gg 1$  であるので相対論的エネルギーまで予め加速する入射電子ビーム源が必要である。またプラズマ波の加速可能空間は長さ  $< \lambda_p/4$ 、直径はレーザースポットサイズ以下である。この空間に加速位相に同期して入射しなければならない。このサイズは、ほぼ数  $10 \mu\text{m}$  であり、従来の波長の長い高周波加速器によるビームと整合させるには、何らかのバンチャー、バンチコンプレッサー、ビーム収束系などの位相空間整合あるいは変換のためのビームラインが必要となる。これらの複雑なシステムは本来のレーザー加速器の特徴であるシンプル性、コンパクト性を損なうものとなる。このためもともと抑制されるべきプラズマ波の破壊 (wave-breaking) を内部の適当な位相で積極的に起こす方法または背景プラズマ電子を強制的に加速のセパトリクスにポンプする方法が考案された。これはフォトカソード RF 電子銃が RF 空洞内壁のカソードからの光電子を空洞内の RF 電場で加速するのに対し、プラズマ波によってできる電子密度空洞をつくる背景電子をプラズマ電場にトラップし加速するのでオプティカル入射 (Optical Injection) または単にプラズマカソード (Plasma Cathode) と呼んでいる。

プラズマカソードには、レーザーパルスによって励起されるプラズマ波の加速電場に背景電子を加速し入射する方法がいくつか提案されている。図 5.4 はポンプパルスに励起されるウェークが密度勾配のある場所で、2次元効果により波の破壊を引き起こすことによりウェーク場に背景プラズマ電子をトラップさせる波

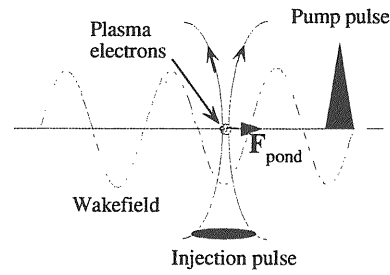


図 5.5: 横入射型プラズマカソード。2パルス横ポンデロモーティブ入射方式。

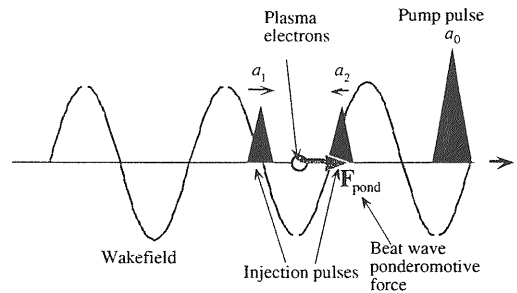


図 5.6: 衝突パルス型プラズマカソード。2 波長ビート波加速 3 パルス入射方式。

破壊型の入射方式である [39]。図 5.5 はポンプパルスで励起したプラズマ波の適当な位相に直角方向から入射パルスを集光し、その横方向のポンデロモーティブ力で背景プラズマ電子を加速位相に入射する方式である [40]。図 5.6 はポンプパルスと同一軸上で周波数の異なる 2 パルスを衝突させビート波を作り、そのポンデロモーティブ力で背景電子を加速しウェーク場の加速位相に入射する方式である [41]。ポンプパルスの周波数、波数を  $(\omega_0, k_0)$ 、2 入射パルスの周波数と波数を  $(\omega_1, k_1), (\omega_2, k_2)$ 、差周波数を  $\Delta\omega = \omega_1 - \omega_2$ 、波数差を  $\Delta k = k_1 - k_2$  で  $k_1 \approx |k_2| \approx k_0$  とするとビート波の位相速度  $v_{pb}$  は

$$v_{pb} = \frac{\Delta\omega}{\Delta k} \approx \frac{\Delta\omega}{2k_0} \ll c \quad (5.5)$$

とすることができる。よって非相対論的な速度  $v_z \ll c$  のプラズマ電子をトラップし加速することができる。

衝突パルス方式はパルス同士のディレイを調節することにより入射位相を高精度で制御できるので、数値シミュレーションではもっとも高品質のビームが得られている。しかし入射パルスとして周波数の異なる 2 レーザーが必要であるので実際の光学系は複雑となる。これに対し図 5.7 に示すようにポンプパルスと同一周

## 5.2. 高品質ビーム源

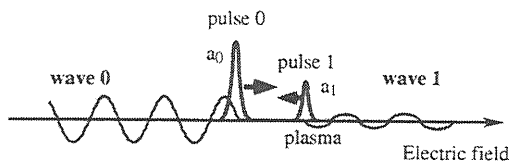


図 5.7: 衝突パルス型プラズマカソード。1 波長定在波加速 2 パルス入射方式。

波数の 1 入射パルスを衝突させてオーバーラップさせるだけでもプラズマ電子をウェーク場に入射することができるがわかっている。この場合、入射パルスの周波数を  $\omega_1 = \omega_0$ 、波数を  $k_1 = -k_0$  にとると 2 つのパルスがオーバーラップするとき定在波 (standing wave) がつくられる。ポンプ、入射パルスともパルス幅  $\sigma_z$  (rms) のガウス型パルスとし、無次元ベクトルポテンシャルがそれぞれ

$$\mathbf{a}_0 = a_0 \exp\left(-\frac{(z - \beta_g ct)^2}{4\sigma_z^2}\right) \cos(k_0 z - \omega_0 t) \mathbf{e}_x \quad (5.6)$$

および

$$\mathbf{a}_1 = a_1 \exp\left(-\frac{(z + \beta_g ct)^2}{4\sigma_z^2}\right) \cos k_0(z + \omega_0 t) \mathbf{e}_x \quad (5.7)$$

と表わされる。ここで  $\beta_g = \sqrt{1 - \omega_p^2/\omega_0^2}$  はパルスの群速度である。2 パルスを合成した場を  $\mathbf{a} = \mathbf{a}_0 + \mathbf{a}_1$ 、電子の無次元運動量を  $\mathbf{u} = \mathbf{p}/m_e c$ 、エネルギーを Lorentz 係数  $\gamma = (1 + \mathbf{u}^2)^{1/2}$  で表わすと、エネルギー方程式は

$$\frac{d\gamma}{dt} = \left(\frac{\mathbf{u}}{\gamma}\right) \cdot \frac{\partial \mathbf{a}}{\partial t} \quad (5.8)$$

で表わされる。これは真空ビート波加速 (VBWA) で見たように式 (3.21) のように書き換えられるが、軸上  $r = 0$  のプラズマ電子の加速のみを考えれば、 $a_z = 0$  であるので

$$\frac{d\gamma}{dt} = \frac{1}{2\gamma} \frac{\partial a_{\perp}^2}{\partial t} \quad (5.9)$$

となる。 $a_{\perp}^2 = \mathbf{a}_{\perp} \cdot \mathbf{a}_{\perp}$  は

$$\begin{aligned} a_{\perp}^2 &= a_0^2 \exp\left[-\frac{(z - \beta_g ct)^2}{2\sigma_z^2}\right] \cos^2(k_0 z - \omega_0 t) \\ &+ a_1^2 \exp\left[-\frac{(z + \beta_g ct)^2}{2\sigma_z^2}\right] \cos^2(k_0 z + \omega_0 t) \\ &+ a_0 a_1 \exp\left[-\frac{z^2 + \beta_g^2 c^2 t^2}{2\sigma_z^2}\right] \\ &\times (\cos 2k_0 z + \cos 2\omega_0 t) \end{aligned} \quad (5.10)$$

$\sigma_z \gg 1/k_0$  であるので遅い時間スケールでは第 1 項と第 2 項はレーザーサイクルで平均化するとウェーク場を励起するポンデロモティブポテンシャルとなる。いま  $|z| \ll \sigma_z$  のプラズマ電子の運動を考え、遅い時間スケールのパルス振幅の変化を無視する。また  $a_1 \ll a_0$  を仮定し、 $z = (\omega_0/k_0)t$  とおくと式 (5.9) は

$$\frac{d\gamma}{dz} \simeq -\frac{2k_0 a_0 a_1}{\gamma} \sin 2k_0 z \quad (5.11)$$

となる。したがってプラズマ電子のエネルギー最大値は、プラズマ電子は初め静止しているとする

$$\gamma_{st,max} = (1 + 2a_0 a_1)^{1/2} \quad (5.12)$$

となる。電子がポンプパルス  $\mathbf{a}_0$  によって励起されるウェークポテンシャル  $\phi_0$  にトラップされる最小エネルギーは  $\gamma_g \gg 1$  のとき式 (1.110) で与えられるから、プラズマ電子の入射条件は

$$\gamma_{st,max} \geq (\Delta\phi_0/2) + (1/2\Delta\phi_0) \quad (5.13)$$

で与えられる。ここで  $\Delta\phi_0 = \phi_{0max} - \phi_{0min}$  はガウス型パルスの最適励起条件  $k_p \sigma_z = 2$  では

$$\Delta\phi_0 = \sqrt{\pi} e^{-1} a_0^2 \quad (5.14)$$

であるから、入射パルスの条件はウェークポテンシャルが最大となる位相において

$$a_1 \geq \frac{\pi e^{-2}}{8} a_0^3 \left(1 - \frac{1}{\pi e^{-2} a_0^4}\right)^2 \quad (5.15)$$

となる。 $a_0 = 1$  とすると  $a_1 \geq 0.1$  となる。

実験的にはプラズマカソードはパルスガスジェットにレーザーパルスを集光するだけという簡便なプラズマ源と光学系で構成できる。図 5.8 は直径約 1mm のパルスガスジェットに 2TW, 50fs レーザーパルスを集光してウェーク場を励起し、その振幅と位相を周波数領域干渉法を用いて測定した実験結果を示す [42]。  $7 \times 10^{17} \text{ cm}^{-3}$  のプラズマ密度中で 20 GeV/m に達するウェーク電場が観測され、理論的予測とも一致していた。図 5.9 は強度  $a_0 = 1, a_1 = 0.4$ 、パルス幅がともに 50 fs のレーザーパルスを用いた衝突パルス入射の PIC コードシミュレーションによる結果で、加速されたプラズマ電子の位相空間における分布を示す。これから電子密度  $7 \times 10^{17} \text{ cm}^{-3}$  のプラズマ中で、0.5 mm の加速長で 9MeV まで電子が加速され、バンチ幅 7 fs、エネルギー分散 1% のビームが得られることが示

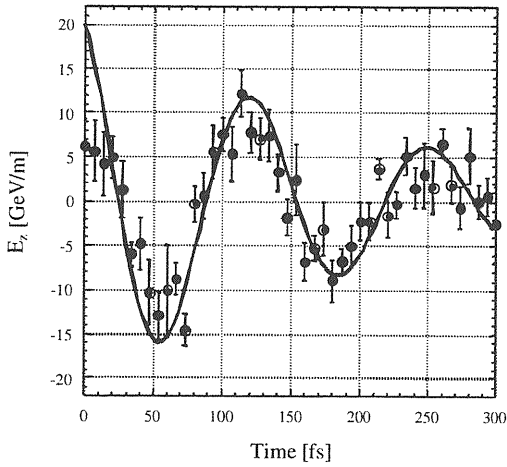


図 5.8: ポンププローブ周波数領域干渉計によるウェーク場直接測定。ポンププローブ周波数領域干渉計では、He ガスジェットに 2TW, 50 fs ポンプパルス (波長 800 nm) を集光してウェーク場を励起し、遅延時間を持たせた 2つの 50 fs プローブパルス (波長 400 nm) の位相シフト量からプラズマ電子密度振動を計測する。

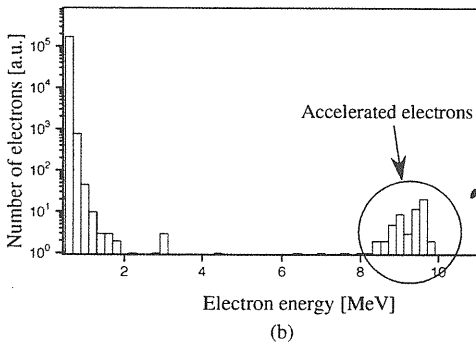
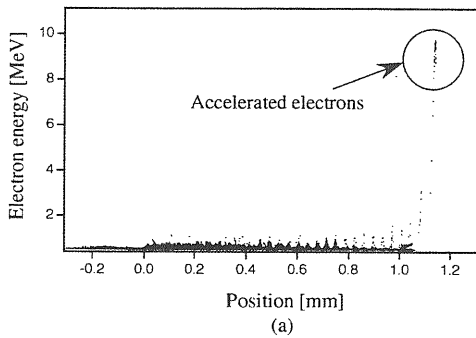


図 5.9: ポンプパルス強度  $a_0 = 1$ , 入射パルス強度  $a_1 = 0.4$ , パルス幅 50 fs レーザーを用いた衝突パルス入射で加速された電子の (a) 位相空間分布と、(b) エネルギースペクトラム。プラズマ電子密度は  $7 \times 10^{17} \text{ cm}^{-3}$  である。

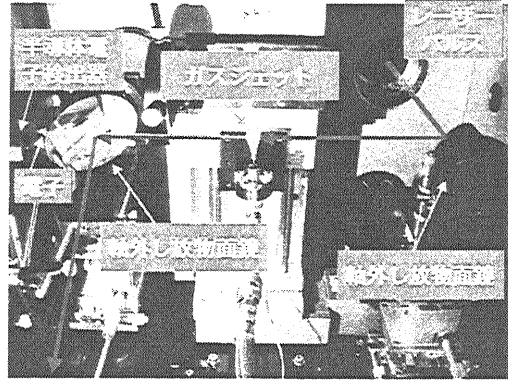


図 5.10: レーザー励起プラズマカソード実験セットアップ。中央の直径 0.8 mm のパルスガスジェットのノズルから超音速でヘリウムガスを噴出し、高強度レーザーパルスを直径 10 ミクロンのスポットサイズに集光し、真空チェンバー外部に置かれた電子スペクトロメーターで発生電子ビームのエネルギー計測を行う。

されている。またレーザースポット半径  $15 \mu\text{m}$  とすると規格化されたエミッタンスは  $0.3 \pi \text{ mm} \cdot \text{mrad}$ 、電荷量 26 pC、ピーク電流 1.5kA のビームが得られることが示された。

プラズマカソードは入射器を必要としない all-laser linac としていろいろな方式が提案され開発研究が盛んである。図 5.10 に原研光量子科学研究センターが進めているプラズマカソード実験のセットアップを示す。

### 5.3 高エネルギーゲイン LWFA の設計

高品質の数 10MeV の相対論的電子ビーム源は、数 mm スケールのガスジェットで作れることがわかった。現在レーザープラズマ加速器の開発はこれをビーム源とし単一段で 1 GeV を超えるエネルギーゲインを実現する研究に重心がシフトしてきた。この GeV LWFA の開発には真空レーリー長を超える cm スケールの加速器長が必要である。このためには高強度レーザーパルスの回折長以上の光ガイディングを行うことが必要であり、光導波路型 LWFA(Channel-Guided LWFA) と呼ばれている。表 5.3 はエネルギーゲインが 0.5, 1, 5 GeV の場合の LWFA の最適な設計パラメータを示す。0.5 GeV までは回折長の範囲で達成できるが、1 GeV 以上はプラズマ光導波路が必要になる。ここで式



#### 5.4. レーザープラズマ陽電子ビーム源

表 5.3: GeV-LWFA の設計パラメーター

Energy gain [GeV]	0.5	1	5
Pulse duration [fs]	20	50	100
Peak power [TW]	100	40	20
Spot radius [ $\mu\text{m}$ ]	30	20	10
Plasma density [ $10^{18} \text{ cm}^{-3}$ ]	8.8	1.4	0.35
Accelerating gradient [GeV/cm]	1.9	0.7	0.55
Diffraction length [cm]	1.1	0.5	0.12
Dephasing length [cm]	0.4	5.5	56
Capillary length [cm]	No	1.5	10
$N_{\text{max}}[10^9]$	7	1.1	0.2

(4.161) に従って加速可能な電子数を 100 % のエネルギー広がりで見積もった [23]。

**問 15** レーザープラズマ加速器ではプラズマ波の破壊により最大加速勾配が制限される。非線形プラズマ波ではこの加速電場は式 (4.108) で与えられる。このときの最大加速エネルギーゲインは

$$\gamma_{\text{max}} \simeq 4\gamma_g^3 \quad (5.16)$$

である。ここで  $\gamma_g = (n_c/n_0)^{1/2}$  である。このプラズマ波破壊の極限でエネルギーゲイン 1 TeV の LWFA 電子加速器を設計せよ。

非線形 LWFA でエネルギーゲイン  $\gamma$  の電子加速器設計するには式 (5.16) より

$$\gamma_g \simeq (\gamma/4)^{1/3} \quad (5.17)$$

プラズマ密度は次式で定まる。

$$n_0 \simeq n_c \gamma_g^{-2} = n_c (\gamma/4)^{-2/3} \quad (5.18)$$

このときエネルギーゲインは式 (4.110) で与えられるから

$$\varepsilon_{\text{max}}^2 \simeq \frac{\gamma}{2\gamma_g^2} = 2 \left( \frac{\gamma}{4} \right)^{1/3} \quad (5.19)$$

式 (4.115) より

$$a^2 \simeq (1 + \beta_g)(\gamma/4)^{1/3} < 2\gamma_g \quad (5.20)$$

直線偏光レーザーでは

$$a_0^2 \simeq 2(1 + \beta_g)(\gamma/4)^{1/3} < 4\gamma_g \quad (5.21)$$

非線形ウェーク場の波長は  $\lambda_N \simeq \gamma_{\perp} \lambda_p$  となるから、加速長は位相スリップ距離

$$L_d \simeq \gamma_g^2 \gamma_{\perp} \lambda_p \simeq a \gamma_g^{5/2} \lambda_0 \simeq \frac{\sqrt{2}}{4} \gamma \lambda_0 \quad (5.22)$$

で与えられる。したがって波長  $0.8 \mu\text{m}$  のレーザーを用いれば、1 TeV 電子加速の加速長は  $L_d \sim 60 \text{ cm}$  である。

#### 5.4 レーザープラズマ陽電子ビーム源

##### レーザー場による電子・陽電子対発生

電荷  $Z$  を持つ原子核の近傍におけるレーザー場による電子・陽電子対発生

$$n\omega_L + Z \rightarrow e^+e^- \quad (5.23)$$

は Coulomb 場のもとで  $n \sim 2m_e c^2 / \hbar\omega_L$  という非常に多数の光子の吸収を伴う過程である。その生成レートは

$$W \sim \exp \left[ -\frac{m_e c^2}{\hbar\omega_L} \right] \sim \exp[-10^6] \text{ sec}^{-1}. \quad (5.24)$$

で与えられ [43]、レーザープラズマ相互作用では無視できない。物質中に集光されたレーザーはプラズマを生成しプラズマ電子はレーザー場によって直接加速 (quiver motion) を受け、あるいは集団的な空間電荷力 (ウェーク場) を受けて相対論的なエネルギーまで加速される。このとき電子の運動エネルギーが対発生の閾値  $2m_e c^2$  を超えると原子核の Coulomb ポテンシャルにおける散乱で電子・陽電子対発生を起こす。この過程

$$e + Z \rightarrow e'e^+e^- \quad (5.25)$$

はトライデント過程 (trident process) と呼ばれる反応で全断面積はこの過程の閾値近傍で近似的に

$$\sigma_T \approx 9.6 \times 10^{-4} \frac{(\alpha r_e Z)^2}{(\gamma - 3)^{3.6}} \quad (5.26)$$

で与えられる [44]。ここで  $\alpha$  は微細構造定数、 $r_e = e^2/m_e c^2$  は古典電子半径。電子の運動エネルギーを  $E_v$  とすれば電子の Lorentz 係数は  $\gamma = 1 + E_v/(m_e c^2)$  である。

一般的に、一辺が $\lambda$ のプラズマ体積中のトライデント過程の対発生レートは

$$\frac{dN_p}{dt} = (l\lambda_0)^3 n_i n_e \sigma_T v_e \quad (5.27)$$

となる。ここで $n_i$ はプラズマイオン（原子核）密度、 $n_e$ はプラズマ電子密度である。電子の速度は

$$v_e = \beta c = (c/\gamma)(\gamma^2 - 1)^{1/2} \quad (5.28)$$

である。プラズマの実質的な電荷を $Z_i \equiv n_e/n_i$ とすれば、対発生レートは

$$\begin{aligned} \frac{dN_p}{dt} &= \frac{9.6\pi^2 l^3 \alpha^2}{10^4} \left(\frac{c}{\lambda_0}\right) \frac{Z^2}{Z_i} \left(\frac{n_e}{n_c}\right)^2 \\ &\times (\gamma - 3)^{3.6} (\gamma^2 - 1)^{1/2} \gamma^{-1} \end{aligned} \quad (5.29)$$

となる。相対論的な強度のレーザー場( $a_0 \gg 1$ )ではプラズマ電子のエネルギーは式(1.100)で表わせるから

$$\gamma \approx a_0^2 n_c / n_e. \quad (5.30)$$

は $\gamma \gg 3$ とすると、対生成レートは

$$\begin{aligned} N_{pair} &\approx \frac{0.48\pi^3 \alpha^2}{10^3} a_0^8 Z^3 \left(\frac{n_c}{n_e}\right)^2 \left(\frac{r_0}{\lambda_0}\right)^2 \left(\frac{\Delta}{\lambda_0}\right)^2 \\ &\approx 2.8 \times 10^{-45} Z^3 I^4 n_e^{-2} r_0^2 \Delta^2 \end{aligned} \quad (5.31)$$

となる。ここでレーザー強度 $I$  [W/cm<sup>2</sup>]、電子密度 $n_e$  [cm<sup>-3</sup>]、レーザースポット半径 $r_0$  [μm]、プラズマ厚さ $\Delta$  [μm]である。

例) レーザー強度 $I = 1 \times 10^{22}$  W/cm<sup>2</sup>、スポットサイズ $r_0 = 10$  μm、プラズマ厚さ $\Delta = 100$  μm、電子密度 $n_e = 1 \times 10^{20}$  W/cm<sup>-3</sup>のXe ( $Z = 54$ )プラズマとの相互作用で起こる対発生数は $N_{pair} \approx 4.4 \times 10^{14}$ となる。

## 5.5 相対論的ポンデロモーティブ力による収束

電子ビームの収束は高次の Hermite-Gaussian モードを用いて行うことができる。収束力はポンデロモーティブポテンシャルを $U$ とすると

$$\frac{F_r}{m_e c^2} = \frac{\partial U}{\partial r} \quad (5.32)$$

である。真空中を伝播する TEM<sub>00</sub> モードのポンデロモーティブポテンシャルは

$$U_0(r, z, t) = a_0^2 \frac{\sigma_{\perp 0}^2}{\sigma_{\perp 1}^2} \exp \left[ -\frac{r^2}{2\sigma_{\perp 1}^2} - \frac{(z - ct)^2}{2\sigma_z^2} \right] \quad (5.33)$$

と書ける。ここで $\sigma_{\perp 0}$ は $z = 0$ における rms スポットサイズ、 $Z_R$ を Rayleigh 長とすると軸上の位置 $z$ における rms スポットサイズは

$$\sigma_{\perp} = \sigma_{\perp 0} \sqrt{1 + z^2/Z_R^2} \quad (5.34)$$

である。 $\partial U_0/\partial r < 0$ であるので TEM<sub>00</sub> モードでは軸外の粒子( $r \neq 0$ )はレーザーパルスによって弾き飛ばされる。収束力は TEM<sub>01</sub> モードと TEM<sub>10</sub> モードの重ね合わせでつくられるポンデロモーティブポテンシャル

$$U_1(r, z, t) = a_1^2 \frac{r^2 \sigma_{\perp 0}^2}{\sigma_{\perp 1}^4} \exp \left[ -\frac{r^2}{2\sigma_{\perp 1}^2} - \frac{(z - ct)^2}{2\sigma_z^2} \right] \quad (5.35)$$

によって作ることができる[16]。 $r = 0$ および $z - ct = 0$ における収束強度は0次と1次モードの重ね合わせポテンシャルを $U = U_0 + U_1$ とすると

$$K_F = \frac{F_r}{\gamma m_e c^2 r} = \frac{\partial U}{\gamma r \partial r} = \frac{2a_1^2 - a_0^2}{\gamma \sigma_{\perp 0}^2} \quad (5.36)$$

である。rms ビーム半径 $\sigma_{rb}$ に関するビームエンベロープ方程式は

$$\frac{d^2 \sigma_{rb}}{dz^2} + K_F \sigma_{rb} - \frac{r_e N_b}{\sqrt{2\pi} \beta^2 \gamma^3 \sigma_{rb} \sigma_{zb}} - \frac{\varepsilon_b^2}{\sigma_{rb}^3} = 0 \quad (5.37)$$

で与えられる。ここで $N_b$ はバンチに含まれる電子数、 $\sigma_{zb}$ は rms バンチ長、 $\varepsilon_b = \varepsilon_n/(\gamma\beta)$ は幾何学的ビームエミッタンス、 $\varepsilon_n$ は規格化エミッタンスである。この式の第3項と第4項は、それぞれ空間電荷力と熱エミッタンスを表わし、これらのバランスで定まる平衡ビームサイズは $d^2 \sigma_{rb}/dz^2 = 0$ で求まる。

### 5.5.1 空間電荷力によるビームサイズ

ポンデロモーティブ収束力と空間電荷力とのバランスで定まるビームサイズは $r = 0, z - ct = 0$ において

$$\begin{aligned} \sigma_{rb} &\approx \frac{\sqrt{r_e N}}{(2\pi)^{1/4} K_F^{1/2} \beta \gamma^{3/2} \sigma_{zb}^{1/2}} \\ &= \frac{\sqrt{r_e N}}{(2\pi)^{1/4} (2a_1^2 - a_0^2)^{1/4} \sigma_{zb}^{1/2} \gamma} \end{aligned} \quad (5.38)$$

## 5.6. 電子・陽電子マイクロコライダー

となる。  $a_1 = a_0$ 、  $\sigma_{\perp 0} = r_0/2$ 、 および  $\sigma_{zb} \approx \lambda_0/2\pi$  を仮定すれば平衡ビームサイズは

$$\sigma_{rb} \approx \frac{(2\pi r_0)^{1/4}}{2a_0^{5/2}} \sqrt{\frac{r_e N}{\lambda_0}} \quad (5.39)$$

で与えられる。この式はレーザー強度  $I$  の関数として

$$\sigma_{rb}[\text{pm}] \approx 2 \times 10^{24} \frac{\sqrt{N}}{I^{5/4}[\text{W/cm}^2]} \frac{r_0[\mu\text{m}]}{\lambda_0^3[\mu\text{m}]} \quad (5.40)$$

と書くことができる。

例)  $N = 1 \times 10^{10}$ 、  $\lambda_0 = 0.8\mu\text{m}$ 、 ピーク強度  $I = 1.0 \times 10^{22} \text{W/cm}^2$  ならば  $\sigma_{rb} \approx 1.2 \text{ nm}$  となる。

### 5.5.2 熱エミッタンスによるビームサイズ

空間電荷力が無視できる場合、平衡ビームサイズは熱エミッタンスの発散力とレーザーパルスの収束力できまり

$$\sigma_{rb} \approx \frac{\sqrt{\varepsilon_b}}{K_F^{1/4}} = \frac{\gamma^{1/4} \sqrt{\varepsilon_b \sigma_{\perp 0}}}{(2a_1^2 - a_0^2)^{1/4}} \quad (5.41)$$

となる。  $a_1 = a_0$ 、  $\sigma_{\perp 0} = r_0/2$ 、 および  $\varepsilon_b \approx \varepsilon_n/\gamma \approx \lambda_0/(2\pi a_0^4)$  とすれば

$$\sigma_{rb} \approx \frac{\sqrt{\varepsilon_n \sigma_{\perp 0}}}{a_0} = \frac{1}{2a_0^2} \sqrt{\frac{\lambda_0 r_0}{\pi}} \quad (5.42)$$

である。これをレーザー強度  $I$  を用いて表わすと

$$\sigma_{rb}[\text{pm}] \approx \frac{4 \times 10^{23}}{I[\text{W/cm}^2]} \sqrt{\frac{r_0}{\lambda_0}} \quad (5.43)$$

と書くことができる。

例)  $\lambda_0 = 0.8\mu\text{m}$ 、  $r_0 = 10\mu\text{m}$ 、 ピーク強度  $I = 1.0 \times 10^{22} \text{W/cm}^2$  ならば  $\sigma_{rb} \approx 0.14 \text{ nm}$  となる。

## 5.6 電子・陽電子マイクロコライダー

### 5.6.1 レーザーマイクロコライダー

レーザープラズマ相互作用によって発生する電子・陽電子ビームは、真空ポンデロモータイプ加速および収束機構によってコライダーをつくるのが可能であろう。このレーザー加速機構にもとづくコライダーはビーム源からフォーカスまで対向するレーザーパルス

によって構成するだけである。ポンデロモータイプ加速による最終エネルギーは、ビームの初期（入射）エネルギーを  $\gamma_0 \gg 1$  とすればガウス型パルスの場合

$$\gamma \approx \gamma_0(1 + a_0^2/2) \quad (5.44)$$

である。したがって加速後のビームエネルギー  $E_f$  GeV は入射エネルギー  $E_i$  GeV、レーザー強度  $I$  W/cm<sup>2</sup>、波長  $\lambda_0 \mu\text{m}$  をもちいて

$$E_f = E_i(1 + 0.37 \times 10^{-18} I \lambda_0^2) \quad (5.45)$$

と表わされる。いま空間電荷力でビームサイズがきまる場合、コライダーのルミノシティーは

$$L_s = \frac{N^2 f_{rep}}{4\pi\sigma_{rb}^2} \approx \frac{a_0^5 \lambda_0 N f_{rep}}{\sqrt{2}\pi^{3/2} r_e r_0^2} \quad (5.46)$$

で与えられる。ここで  $f_{rep}$  は衝突繰り返し周波数、 $N$  はバンチ内の粒子数である。これをレーザー強度  $I$  W/cm<sup>2</sup>、波長  $\lambda_0 \mu\text{m}$ 、レーザースポットサイズ  $r_0 \mu\text{m}$ 、繰り返しを  $f_{rep}$  Hz とすると

$$L_s[\text{cm}^{-2}\text{s}^{-1}] = 2 \times 10^{-30} I^{5/2} \lambda_0^6 r_0^{-2} N f_{rep} \quad (5.47)$$

で表わされる。

エミッタンスでビームサイズがきまる場合、コライダーのルミノシティーは

$$L_e = \frac{N^2 f_{rep}}{4\pi\sigma_{rb}^2} \approx \frac{a_0^4 N^2 f_{rep}}{r_0 \lambda_0} \quad (5.48)$$

で与えられ、レーザーパラメータを用いて

$$L_e[\text{cm}^{-2}\text{s}^{-1}] = 5.3 \times 10^{-27} I^2 \lambda_0^3 r_0^{-1} N^2 f_{rep} \quad (5.49)$$

と表わされる。

例) 入射電子陽電子ビームのエネルギーを  $E_i = 50 \text{ MeV}$ 、バンチ粒子数  $10^{10}$ 、重心系のエネルギー  $E_{C.M.} = 2E_f$ 、レーザー波長  $\lambda_0 = 0.8\mu\text{m}$ 、スポットサイズ  $r_0 = 10\mu\text{m}$ 、繰り返し  $f_{rep} = 10 \text{ Hz}$  のときの空間電荷ルミノシティー  $L_s$  およびエミッタンスルミノシティー  $L_e$  と必要なピークパワー  $P$ 、パルスエネルギー  $E_L$  を 10% 加速効率で表 5.4 に見積もる。

### 5.6.2 プラズママイクロコライダー

非線形 LWFA またはパルストレイン LWFA によれば単一で高エネルギーゲインの加速が可能である。た

表 5.4: レーザーマイクロクライダールミノシティー

$E_{C.M.}$ [GeV]	10	100	1000
$I$ [ $10^{20}$ W/cm $^2$ ]	4.2	42	420
$P$ [PW]	0.66	66	660
$E_L$ [J]	80	800	8000
$L_s$ [ $10^{32}$ cm $^2$ s $^{-1}$ ]	0.02	6	2000
$L_e$ [ $10^{35}$ cm $^2$ s $^{-1}$ ]	0.5	50	5000

例えば 1 TeV ( $\gamma = 2 \times 10^6$ ) の電子 LWFA では、必要なパルス強度は、単一パルスでは  $a_0 \simeq 18$  であり、2パルストレインでは  $\varphi_{\max} = \gamma_{\perp}^2$  となるから  $a_0 \gg 1$  として、それぞれのパルス強度パラメータは

$$a_0 \simeq 2^{3/4}(\gamma/4)^{1/12} \approx 5 \quad (5.50)$$

であればよい。この強度は

$$I[\text{W/cm}^2] = 1.37 \times 10^{18} \lambda_0^{-2} [\mu\text{m}] a_0^2 \quad (5.51)$$

より  $\lambda_0 = 0.8 \mu\text{m}$  のレーザーパルスでは  $I = 5.3 \times 10^{19}$  W/cm $^2$  である。

対向する 2 つの LWFA を考え、衝突点でのビームのプラズマ中での自己ピンチによる収束を起こす電子陽電子ビームのルミノシティーを見積もる。ビームの自己ピンチによる自己収束力はビーム電子密度を  $n_b$  とすると  $n_0 > n_b$  の場合、式 (4.145) で与えられる。したがって収束強度係数 (focusing strength) は

$$K_F = \frac{F_t}{\gamma m_e c^2 r} = \frac{r_e N}{\sqrt{2\pi} \gamma \sigma_{br}^2 \sigma_{bz}} = \frac{r_e N}{\sqrt{2\pi} \varepsilon_n \beta_0 \sigma_{bz}}, \quad (5.52)$$

ここで  $\varepsilon_n$  は規格化エミッタンス、 $\beta_0 = \gamma \sigma_{br}^2 / \varepsilon_n$  はビームのベータパラメータ (エンベローブ関数) である。プラズマレンズ効果により衝突点でのビームサイズは [45]

$$\sigma^{*2} = \varepsilon \beta^* \approx \frac{\varepsilon_n f^2}{\gamma \beta_0} = 2\pi \left( \frac{\varepsilon_n \sigma_{br} \sigma_{bz}}{r_e N l} \right)^2 \quad (5.53)$$

となる。ここで  $f = 1/K_F l$  は長さ  $l$  のプラズマレンズの焦点距離である。このとき電子・陽電子 (電子) コライダールの衝突周波数を  $f_{rep}$  とするとルミノシティーは

$$\begin{aligned} L &= \frac{N^2 f_{rep}}{4\pi \sigma^{*2}} = \frac{f_{rep}}{8\pi^2} \left( \frac{r_e N^2 l}{\varepsilon_n \sigma_{br} \sigma_{bz}} \right)^2 \\ &= \frac{\gamma f_{rep}}{8\pi^2 \varepsilon_n \beta_0} \left( \frac{r_e N^2 l}{\varepsilon_n \sigma_{bz}} \right)^2 \end{aligned} \quad (5.54)$$

で与えられる。

$\varepsilon_n \approx \lambda_0 / \pi$  および  $\beta_0 \approx \pi r_0^2 / \lambda_0$ 、 $\sigma_{bz} \approx \lambda_0$  を仮定すれば

$$L = \frac{\gamma f_{rep}}{8r_0^2} \left( \frac{r_e N^2 l}{\lambda_0 \sigma_{bz}} \right)^2. \quad (5.55)$$

となる。

例)  $\sigma_{br0} = r_0/2$ 、 $\sigma_{bz0} = 1/k_p$ 、負荷効率  $\eta_b$  とするとき 1 TeV の LWFA で加速可能な電子数は

$$\begin{aligned} N &\simeq (2\pi)^{3/2} \sigma_{br0}^2 \sigma_{bz0} n_0 \varepsilon_{\max} \eta_b \\ &\simeq \frac{\pi^{3/2} \eta_b}{\sqrt{2}} \frac{r_0^2}{r_e \lambda_0} \end{aligned} \quad (5.56)$$

となる。 $\lambda_0 = 0.8 \mu\text{m}$ 、 $r_0 = 10 \mu\text{m}$ 、 $\eta_b = 0.1$  とすると 1 TeV LWFA はの加速電子数は  $N \simeq 1.4 \times 10^{10}$  である。よってプラズマレンズ長を  $l \simeq 5$  mm、 $f_{rep} = 10$  Hz とすると、重心系のエネルギー 2 TeV のコライダールのルミノシティーは  $L \simeq 5 \times 10^{35}$  cm $^{-2}$  s $^{-1}$  となる。

## おわりに

レーザー粒子加速研究はレーザーの出現とともに始まり、多くの物理学者の興味を惹き付けてきた課題である。いやレーザーの発明以前にコヒーレントな光の場による粒子の加速作用は研究されている。たとえば Kapitza と Dirac は光の定在波の場で電子がキックされ回折像をつくることを 1933 年に予言している [46]。これは Kapitza-Dirac 効果と呼ばれ、今まで実験的には検証されていなかったが、つい最近レーザーを用いてこの効果が確かめられた。また日本の霜田は 1962 年に誕生したばかりのレーザーによる電子リニアックのコンセプトを発表している [47]。これはガス媒質の場で粒子と光の位相整合を行わせるチェレンコフ放射の逆過程を使うもので、今では「逆チェレンコフ加速器」(Inverse Cherenkov Accelerator) と呼ばれており、実験的にも最も早くから研究が行われた。1978 年には田島・Dawson によるレーザープラズマ加速器が提案され [48]、高強度レーザーの進歩と相俟って 90 年代後半から実験的な研究が急激に進歩した。これ以外にレーザー加速のコンセプトは非常に多数提案されており、そのすべてについてここで解説することは不可能に近い。それゆえ、ここでは最も単純な基本的なコンセプトをとりあげ、加速の本質は何かがわかるように書いたつもりである。これから他の多くのコンセプトが見えてくるはずであり、また新しいコンセプトを自ら考え出すのに役にたてれば幸いである。

このように「レーザー加速」を最も基本的な加速のメカニズムに立ち返って「加速器」というものを考えてみると、レーザー加速には『うつわ (器)』はいらないことに気づく。この『器』にあたるのがガスであったり、プラズマであったり、『真空』であったりする。つまり何も場を外部から制御するものがないわけであるが、レーザーパルス自身を制御、あるいはレーザー自身が自己制御してビームを加速、制御できることがわかってきた。この方面の研究がいま進んでいる。もちろん固体物質を用いて光の波長領域の加速構造をつくって高周波加速器と同様の加速原理で加速を行うと

いう研究も盛んである。ただ従来と異なりフォトニック結晶などの新物質を用いたり、微細加工技術によるナノテク加速器コンセプトが現れてきた。またレーザー加速は電子ビーム発生や加速以外に高エネルギーイオン発生や中性子発生も実験的に確かめられており、陽子ビームを含むパルスイオン源や中性子源としての期待が高まっている。このようなレーザー加速器コンセプトの新しい動向も述べるができなかった。今後、レーザー加速研究は高エネルギー科学に限らず広い分野で関心が高まり重要性が増すであろう。本稿がこの研究の一助になれば幸いである。

## 関連図書

- [1] M. Tigner, *Physics Today*, **54**, 36 (2001).
- [2] C. Joshi and T. Katsouleas, *Physics Today* **56**, 47 (2003).
- [3] R. B. Palmer, *AIP Conf. Proc.* **91**, 179 (1982).
- [4] J. D. Jackson, *Classical Electrodynamics*, New York: John Wiley & Sons, p. 219.
- [5] 「量子光学」 梶田孝司著 朝倉現代物理学講座、「レーザーの科学」 レーザー技術総合研究所編など。
- [6] G.A. Mourou, C.P.J. Barty, and M. D. Perry: *Physics Today* **51**, 23(1998).
- [7] D. Strickland, G. Mourou: *Opt. Commun.* **56**, 219(1985).
- [8] M. Perry et al.: *Opt. Lett.* **24**, 160(1998).
- [9] K. Yamakawa et al.: *Opt. Lett.*, **23**, 1468 (1998).
- [10] 小林孝嘉: *日本物理学会誌*, **55** 332 (2000).
- [11] I.N. Ross et al.: *Opt. Commun.* **144** 125 (1997).
- [12] G. Mourou, *Appl. Phys. B* **65**, 205 (1997).
- [13] A. Yariv, *Quantum Electronics*, New York: John Wiley & Sons, 1975, p. 118.
- [14] J. D. Lawson, *IEEE Trans. Nucl. Sci.* **NS-26**, 4217 (1979).
- [15] E. Esarey, P. Sprangle, and J. Krall, *Phys. Rev. E*, **52**, 5443 (1995).
- [16] G. V. Stupakov and M. S. Zolotarev, *Phys. Rev. Lett.* **86**, 5274(2001).
- [17] F. V. Hartemann, S. N. Fochs, G. P. LeSage, N. C. Luhmann, Jr., J. G. Woodworth, M. D. Perry, Y. J. Chen, A. K. Kerman, *Phys. Rev. E*, **51**, 4833 (1995).
- [18] LV Keldysh, *Zh. Eksp. Teor. Fiz.*, **47**, 1945 (1964)
- [19] M. V. Ammosov, N. B. Delone and V. P. Kražnov, *Zh. Eksp. Teor. Fiz.* **91**, 2008 (1986); *Sov. Phys. JETP* **64**, 1191 (1986).
- [20] S. Augst et al., *Phys. Rev. Lett.* **63**, 2212 (1989).
- [21] K. Nakajima, *Phys. Plasmas* **3**, 2169 (1996).
- [22] K. Nakajima, *Nucl. Instr. and Meth.* **A410**, 514 (1998).
- [23] K. Nakajima, *Nucl. Instr. and Meth.* **A455**, 140-147 (2000).
- [24] U. de Angelis, *Physica Scripta*, **T30**, 210 (1990).
- [25] K. Nakajima, *Phys. Rev. A* **45**, 1149 (1992).
- [26] E. Esarey and M. Pilloff, *Phys. Plasmas* **2**, 1432 (1995).
- [27] C. G. Durfee III and H. M. Milchberg, *Phys. Rev. Lett.* **71** 2409 (1993).
- [28] A. Zigler, et al., *J. Opt. Soc. Amer. B.*, 1996.
- [29] T. Hosokai et al., *Optics Letters*, **25**,10-12 (2000).
- [30] E. Esarey, P. Sprangle, J. J Krall, and A. Ting, *IEEE Trans. Plasma Science*, **24**, 252 (1996).
- [31] K. Nakajima et al., *Nucl. Inst. and Meth. A* **375**, 593 (1996).
- [32] T. Katsouleas, et al., *Particle Accel.* **22**, 81 (1987).
- [33] K. Nakajima et al., *Phys. Rev. Lett.* **74** , 4428 (1995).
- [34] H. Dewa et al., *Nucl. Inst. and Meth.* **A410** 357 (1998); M. Kando et al., *Jpn. J. Appl. Phys.* **38** L967 (1999).
- [35] M. Kando et al., *Proc. of the 1999 Part. Accel. Conf.* **5**, 3704 (1999).
- [36] R. W. Schoenlein et al., *Science*, **287**, 2237-2240 (2000).

- [37] W. D Kimura et al., Phys. Rev. Lett. **86**, 4041 (2001)
- [38] A. A. Zholents and M. S. Zolotarev, Phys. Rev. Lett. **76**, 912-915 (1996).
- [39] S. Bulanov et al., Phys. Rev. E **58** (1998) R5257.
- [40] D. Umstadter et al., Phys. Rev. Lett. **76** (1996) 2073.
- [41] E. Esarey et al., Phys. Rev. Lett. **79** (1997) 2682.
- [42] H. Kotaki et al.: Physics of Plasmas, **9**, 1392 (2002).
- [43] M. H. Mittelman, *Phys. Rev.* **A35**, 4624 (1987).
- [44] J. W. Shearer, J. Garrison, J. Wong, and J. E. Swain, *Phys. Rev.* **A8**, 1582 (1973).
- [45] J. B. Rosenzweig and Pisin Chen, Phys. Rev. D, **39**, 2039-2045 (1989).
- [46] P. L. Kapitza and P. A. M. Dirac, Proc. Cambridge Philos. Soc. **29**, 297 (1933).
- [47] K. Shimoda, Applied Optics, **1**, 33 (1962).
- [48] T. Tajima, J. M. Dawson, Phys. Rev. Lett., **43**, 267 (1979).