

1 はじめに

陽電子・電子衝突型加速器の性能はルミノシティーと呼ばれる量によって比較される。図 1 に世界の陽電子・電子衝突型加速器で、これまでに到達したルミノシティーを示す。次にビームが衝突するときに受けるクーロン相互作用の大きさを表すビーム・ビームパラメータの加速器ごとの到達値を図 2 に示す。ビーム・ビームパラメータはルミノシティーに深く関係する量であり、一般的にその大きさに限界があると言われている。それはビーム・ビームリミットと呼ばれる。図に示されたビーム・ビームパラメータを見ると LEP-II を除いて、その最高値は 0.05~0.06 に集中していることがわかる。

高いルミノシティーを目標とする加速器をファクトリーマシンと呼ぶ。近年、B ファクトリーと呼ばれる加速器が著しく高ルミノシティーを達成している。こうしたファクトリーマシンで如何にして高いルミノシティーを目指してきたかを述べる。その前に B ファクトリーにおける物理の興味、動機について簡単に述べたいと思う。

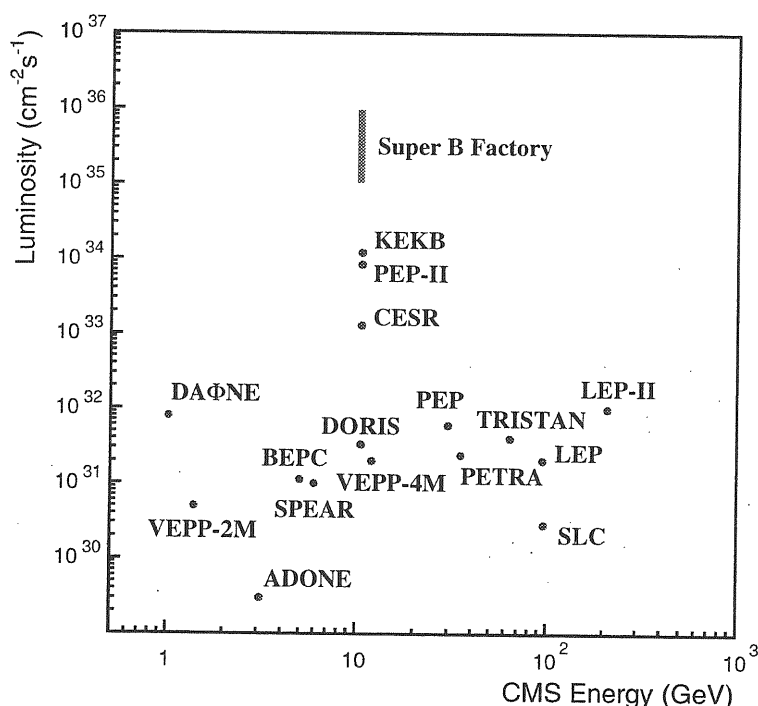


Figure 1: 世界の陽電子・電子衝突型加速器で、これまでに到達したルミノシティー。横軸は重心系エネルギー、縦軸はルミノシティー。将来計画されている Super B Factory の目標ルミノシティーを縦棒で示している。

PEP、PETRA、TRISTAN、SLC、LEP 等の加速器実験において 1990 年代末までに標準理論の根幹をなすゲージ理論は徹底的に検証されてきた。一方、Yukawa 結合を含むカオティックな領域は K 中間子等の実験が細々と続けられてきた。素粒子の世界では粒子と反粒子は同量存在し、同じような形で相互作用をし生成・消滅を繰り返しているように見える。もともとの疑問の発端はここにある。実際、加速器を使って人工的に粒子と反粒子を同量作り出すことが可能であるが、現実の世界は物質で構成されており反物質はほとんど存在しない。巨視的な宇宙レベルで見ても数億年離れた銀河に大量の反物質が存在するという証拠はない。宇宙創性のビッグバン初期は非常に高温な状態、つまりエネルギーの高い状態であり粒子と反粒子が同数存在していたと考えられる。ビッグバンのある時期に、どのような過程で粒子のみの宇宙に転換したのかという謎の答えの一つとして、「反粒子と粒子における物理法則にはわずかな違いがある」ということが考えられている。これは一般に「CP の破れ」とか「CP 非保存」と呼ばれる。ここで C とは粒子と反粒子を入れ換える操作を示し、P は空間座標 (x, y, z) を $(-x, -y, -z)$ に入れ換える操作を示す。C

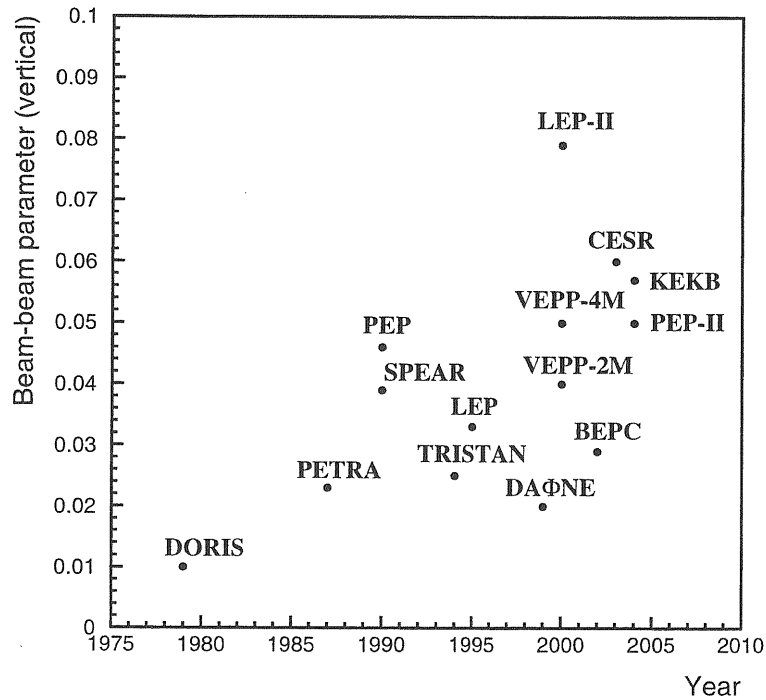


Figure 2: 世界の陽電子・電子衝突型加速器で、これまでに到達したビーム・ビーム パラメータ。

と P は破れていることが次々と発見され、CP は破れていないと思われてきたが 1964 年に Cronin と Fitch らの実験によって「CP の破れ」は中性 K 中間子とその反粒子に自然に転換する反応がその逆の反応に比べて約 1000 分 1 ほど異なっているという形で確認された。それから 35 年後、「B 中間子で CP の破れを精密に検証できる」という予想のもとに B ファクトリー実験がスタートした。実験では中性 B 中間子と反中性 B 中間子が共に同じ CP 固有状態 f に転換する反応の非対称度 A_f をそれぞれの崩壊時刻の差 Δt について測定する。

$$A_f = \frac{R(B^0 \rightarrow f) - R(\bar{B}^0 \rightarrow f)}{R(B^0 \rightarrow f) + R(\bar{B}^0 \rightarrow f)} = \sin \phi_1 \sin(\Delta m \Delta t) \quad (1)$$

Δm は質量固有状態における 2 つの B 中間子の質量差、 ϕ_1 が小林・益川理論より予想される「CP の破れ」を示すパラメータで測定すべきものである。ここで、 f の最も代表的なものとして $K_s^0 J/\Psi$ がある。この測定を可能とするためには、

1. f は $K_s^0 J/\Psi$ であること
2. B^0 、または \bar{B}^0 を $B^0 \rightarrow \ell^+ X$ 、 $\bar{B}^0 \rightarrow \ell^- X$ 等によって同定する
3. 崩壊時間の差を崩壊点の距離の差として測定する

ことが要求される。1 は中性 B 中間子の全崩壊事象の 0.05 % 程度であり、2 と測定器の検出効率等を合わせると結局、全体の 10 万分の 1 の物理事象しか使えない。したがって、非常に多くの物理事象を作り出す性能を持った加速器が必要となる。次に、3 の要求を考えると、エネルギーが対称な加速器では B 中間子はほとんど静止しているから崩壊点を測定することは不可能である。そのため非対称なエネルギーで衝突させ B 中間子を生成し、ビーム軸方向に一定の速度で走らせて崩壊点の位置から時間差を測定することになった。したがって非対称エネルギービームをダブルリングで蓄積して高頻度で衝突させる加速器が必要となる。

以上述べたことは B ファクトリー実験で行われる測定のほんの一例であり、実は他にも予想と異なっているように見えている $B \rightarrow \phi K_s^0$ 、稀崩壊である $B \rightarrow K \ell \ell$ 、新粒子の発見等、様々な測定が行われている。

1.1 記号

- 記号の添字の x, y は、それぞれ x 方向、 y 方向の量であることを表す。
- アスタリスク (*) のついた記号は衝突点における量を表す。

α_p	モーメンタム コンパクション、運動量縮約率
$\alpha, \alpha_x, \alpha_y$	アルファ関数 (Twiss パラメータ)
β, β_x, β_y	ベータ関数 (Twiss パラメータ)
β	光速に対する相対速度、 v/c
c	光速度
C	周長
δ	運動量のずれ $\Delta p/p_0$
$\varepsilon_x, \varepsilon_y$	エミッタンス
ε_0	真空中の誘電率
f_0	周回周波数
f_{RF}	RF 周波数
$\phi_s = \omega_{RF} t_s$	同期位相 (synchronous phase)
$\gamma, \gamma_x, \gamma_y$	$(1 + \alpha^2)/\beta$ (Twiss パラメータ)
γ	ローレンツ因子
η	運動量分散 (dispersion)
L	ルミノシティー
μ, μ_x, μ_y	ベータトロン チューン
μ_0	真空中の透磁率
ν, ν_x, ν_y	ベータトロン チューン $\mu/2\pi$
ν_s	シンクロトロン チューン
Ψ	ベータトロン位相の進み
ρ	曲率半径
$\rho(x, y, z)$	電荷密度
s	基準点より測った軌道に沿った長さ
σ_x, σ_y	ビームサイズ
σ_z	バンチ長
σ_E	エネルギーの広がり
σ	反応断面積
T_0	周回時間
V_c	空洞 1 台あたりの RF 電圧
ξ, ξ_x, ξ_y	ビーム・ビーム パラメータ
ξ, ξ_x, ξ_y	色収差、クロマティシティー (chromaticity)
ω_{RF}	RF 角周波数 ($2\pi f_{RF}$)
x	x 方向の軌道
y	y 方向の軌道
z	同期粒子から測った進行方向の位置

Table 1: 本テキストで用いられる主な記号の意味。

2 ルミノシティー (Luminosity)

2.1 ルミノシティー の概念

ルミノシティーとは衝突型加速器の性能を表す代表的なパラメータである。興味のある物理事象が一秒間に起こる頻度を R 、1 個の粒子対が衝突して物理事象を起こす反応断面積を σ 、ルミノシティーを L とすると

$$R = L\sigma \quad (2)$$

という関係にある。高エネルギー物理学実験では精密測定を目的とする場合、まず統計誤差を少なくするために、できるだけ多くの物理事象を観測する必要がある。ところが反応断面積は自然界によって決っており人間の力ではどうすることもできない量である。従って、物理事象の起こる頻度を上げるためには高いルミノシティーが必要となる。ここで、それぞれの単位について考えてみると反応断面積は通常、[barn] という単位が使われる。1 barn は 10^{-24} cm^2 である。従って、ルミノシティーの単位は $[\text{cm}^{-2}\text{s}^{-1}]$ となり、反応頻度は [個/s] となる。例えば、反応断面積が 1 nbarn (10^{-9} barn) であったとする。一秒間に 1 個の物理事象を観測したいと思えば、必要なルミノシティーは $10^{33} \text{ cm}^{-2}\text{s}^{-1}$ ということになる。このようにルミノシティーという量について言えば、平気で天文学的な数字を口にしたりする。もっとも高エネルギー物理学実験では観測される物理事象の総数が重要であるから、実際には式 (2) を時間で積分した量に関心がある。そういう意味では低いルミノシティーで長い時間実験するという方法も取れるが、やはり実験家もビームと同じくライフ・タイムがあるから現実的には 5 年間くらいを目安にしているようである。高エネルギー物理学実験においてルミノシティーは衝突エネルギーと同じく加速器にとって最も重要なパラメータの一つである。

ビームはバンチを形成しており、あるバンチと別のバンチが反対方向に進んで衝突したとする。両方のバンチの断面積は等しく A とし、それぞれのバンチに含まれる粒子数を N_+ 、 N_- とする。 N_+ 個の粒子を含むバンチの単位面積あたりの反応断面積の総和は

$$\frac{N_+\sigma}{A} \quad (3)$$

である。したがって、 N_- 個の粒子と一回の衝突で反応の起こる確率は

$$\frac{N_+N_-\sigma}{A} \quad (4)$$

である。一秒間に衝突する回数を f 回とすると、反応頻度は

$$R = \frac{N_+N_-f}{A}\sigma \quad (5)$$

となり、ルミノシティーは式 (2) より R/σ だから

$$L = \frac{N_+N_-f}{A} \quad (6)$$

と表現される。

さて、今まではバンチ内の粒子が一様に分布している場合を考えてきたが、 A を現実的に詳しく考えてみる。例えば、陽電子・電子衝突型リングの場合、ビームはガウス分布していると考えられることが多い。そこで衝突するビームが同じガウス分布をしていて、 x と y は独立であると仮定すると微小面積 $dxdy$ 内の粒子数は

$$dN_{\pm} = \frac{N_{\pm}}{2\pi\sigma_x^*\sigma_y^*} \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma_x^{*2}} - \frac{y^2}{2\sigma_y^{*2}}\right) dxdy \quad (7)$$

と書ける。 σ_x^* と σ_y^* は、それぞれ衝突点における x 方向、 y 方向のビーム・サイズである。式(6)を微小面積当たりに変更する。

$$dL = \frac{dN_+ dN_- f}{dx dy} \quad (8)$$

これに式(7)を代入して積分すると

$$\begin{aligned} L &= \int dL = \frac{N_+ N_- f}{(2\pi\sigma_x^* \sigma_y^*)^2} \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left(-\frac{x^2}{\sigma_x^{*2}}\right) dx \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left(-\frac{y^2}{\sigma_y^{*2}}\right) dy \\ &= \frac{N_+ N_- f}{4\pi\sigma_x^* \sigma_y^*} \end{aligned} \quad (9)$$

となる (Appendix A 参照)。これをルミノシティの基本式として出発することにする。この式からわかることとしてルミノシティを高くするためには、

- バンチ当たりの粒子数 (N_+ 、 N_-) を増やす。
- 衝突頻度 (f) を増やす。
- ビーム・サイズ (σ_x^* 、 σ_y^*) を減らす。

ということになるが、実際にはそれほど単純ではない。

2.2 ビーム・ビーム パラメータ

陽電子・電子衝突型リングの場合、電子は反対方向からやってくる陽電子ビームとのクーロン相互作用によって運動に影響を受ける。このようにビームの衝突によって起こる効果のことをビーム・ビーム効果と呼ぶ。この効果は非線形であり、2次元または3次元で考える必要がある。また、ビーム同士が影響しあうという意味で集団の効果、つまり多粒子系を取り扱う必要がある。ここではビーム・ビーム効果の目安となるビーム・ビームパラメータ (ビーム・ビーム チューンシフトとも呼ばれる) を計算する。簡単なモデルとして、一個の電子が N_+ 個の粒子を含む陽電子ビームと衝突する場合を考える。電子と陽電子は光速で走っており、電子が陽電子ビームとすれ違うときに受けるローレンツ力を計算する。光速で移動している陽電子ビームの作る電場は進行方向に対してほぼ垂直になっている。さて、電子の運動方程式は

$$\frac{d\mathbf{p}}{dt} = -e(\mathbf{E} + \mathbf{c} \times \mathbf{B}) \quad (10)$$

である。電荷 q が半径 r に作る電場は、真空の誘電率を ϵ_0 として

$$\text{div}\mathbf{E} = \rho/\epsilon_0 \quad (11)$$

なので

$$E_r = \frac{q}{2\pi r \epsilon_0} \quad (12)$$

となる。また、電場は時間的に変化せず (変位電流なし)、電流密度を qc (c は光速) とすると磁場は

$$\text{rot}\mathbf{B} = \mu_0 qc \quad (13)$$

より方位角成分について

$$B_\theta = \frac{\mu_0 qc}{2\pi r} \quad (14)$$

となる。ところが、 $\mu_0 = 1/\varepsilon_0 c^2$ なので磁場による力は

$$cB_\theta = \frac{q}{2\pi r\varepsilon_0} = E_r \quad (15)$$

となるので電場と同じである。したがって、 x 方向の運動方程式は

$$\begin{aligned} \frac{dp_x}{dt} &= -e(E_r + cB_\theta) \cos\theta \\ &= -2eE_r \cos\theta \end{aligned} \quad (16)$$

となる。 $E_x = E_r \cos\theta$ を計算し運動量の変化から電子が陽電子ビームとの衝突時に受けるキック量を考える。電子と陽電子ビームがすれ違う時間は

$$\Delta t = \frac{\Delta z}{2c} \quad (17)$$

なので運動量の変化量は式 (16) を無限時間積分する。この時、積分変数を t から z へと変更する。

$$\Delta p_x = -2e \int_{-\infty}^{\infty} E_x dt = -\frac{e}{c} \int_{-\infty}^{\infty} E_x dz \quad (18)$$

である。 $p = m_e c \gamma$ (γ はローレンツ因子) なのでビーム・ビーム効果によるキック量は

$$\Delta x' = \frac{\Delta p_x}{p} = -\frac{e}{mc^2 \gamma_-} \int_{-\infty}^{\infty} E_x dz \quad (19)$$

となる。さて、電荷 q の位置を (u, v) として E_x は

$$E_x = E_r \cos\theta = \frac{q(x-u)}{2\pi\varepsilon_0\{(x-u)^2 + (y-v)^2\}} \quad (20)$$

であるが、実際に電荷 q は 3 次元の正規分布関数

$$\rho(u, v, z) = \rho(z) \frac{eN_+}{2\pi\sigma_x^* \sigma_y^*} \exp\left(-\frac{u^2}{2\sigma_x^{*2}} - \frac{v^2}{\sigma_y^{*2}}\right) \quad (21)$$

によって分布している。 $\rho(z)$ も正規分布関数。したがって、 q は $\rho(u, v, z)$ の積分として

$$E_x = \frac{\rho(z)eN_+}{(2\pi)^2\varepsilon_0\sigma_x^* \sigma_y^*} \iint \frac{\exp\left(-\frac{u^2}{2\sigma_x^{*2}} - \frac{v^2}{2\sigma_y^{*2}}\right) (x-u)}{(x-u)^2 + (y-v)^2} dudv \quad (22)$$

ここで $u = x + u$ 、 $v = y + v$ とおくと

$$E_x = \frac{\rho(z)eN_+}{(2\pi)^2\varepsilon_0\sigma_x^* \sigma_y^*} \iint \frac{\exp\left(-\frac{(x+u)^2}{2\sigma_x^{*2}} - \frac{(y+v)^2}{2\sigma_y^{*2}}\right) (-u)}{u^2 + v^2} dudv \quad (23)$$

となるが、 x 、 y は微小であるとしてテイラー展開する。ここで x 、 y について一次の項だけに着目すると y の項は奇関数なのでゼロとなる。

$$\begin{aligned} E_x &= \frac{\rho(z)eN_+}{(2\pi)^2\varepsilon_0\sigma_x^* \sigma_y^*} \left\{ \iint \frac{u^2}{u^2 + v^2} \exp\left(-\frac{u^2}{2\sigma_x^{*2}} - \frac{v^2}{2\sigma_y^{*2}}\right) \frac{x}{\sigma_x^{*2}} dudv \right. \\ &\quad \left. + \iint \frac{uv}{u^2 + v^2} \exp\left(-\frac{u^2}{2\sigma_x^{*2}} - \frac{v^2}{2\sigma_y^{*2}}\right) \frac{y}{\sigma_y^{*2}} dudv + \dots \right\} \\ &\simeq \frac{\rho(z)eN_+}{(2\pi)^2\varepsilon_0\sigma_x^* \sigma_y^*} \frac{x}{\sigma_x^{*2}} \iint \frac{u^2}{u^2 + v^2} \exp\left(-\frac{u^2}{2\sigma_x^{*2}} - \frac{v^2}{2\sigma_y^{*2}}\right) dudv \end{aligned} \quad (24)$$

従って、積分

$$I = \int \int \frac{u^2}{u^2 + v^2} \exp\left(-\frac{u^2}{2\sigma_x^{*2}} - \frac{v^2}{2\sigma_y^{*2}}\right) dudv \quad (25)$$

を計算する。 $u = \sigma_x^* x$ 、 $v = \sigma_y^* y$ とおくと

$$I = \int \int \frac{\sigma_x^{*2} x^2}{\sigma_x^{*2} x^2 + \sigma_y^{*2} y^2} \exp\left(-\frac{x^2 + y^2}{2}\right) \sigma_x^* \sigma_y^* dx dy \quad (26)$$

さらに、極座標表示 $x = r \cos \theta$ 、 $y = r \sin \theta$ に切替えると

$$\begin{aligned} I &= \int_0^\infty \int_0^{2\pi} \frac{\sigma_x^{*2} \cos^2 \theta}{\sigma_x^{*2} \cos^2 \theta + \sigma_y^{*2} \sin^2 \theta} \exp\left(-\frac{r^2}{2}\right) \sigma_x^* \sigma_y^* r d\theta dr \\ &= \sigma_x^{*3} \sigma_y^* \int_0^{2\pi} \frac{\cos^2 \theta}{\sigma_x^{*2} \cos^2 \theta + \sigma_y^{*2} \sin^2 \theta} d\theta \int_0^\infty \left(-e^{-\frac{r^2}{2}}\right)' dr \\ &= \sigma_x^{*3} \sigma_y^* \int_0^{2\pi} \frac{\cos^2 \theta}{\sigma_x^{*2} \cos^2 \theta + \sigma_y^{*2} \sin^2 \theta} d\theta \end{aligned} \quad (27)$$

ここで、

$$\begin{aligned} \cos^2 \theta &= \frac{1 + \cos 2\theta}{2} \\ \sin^2 \theta &= \frac{1 - \cos 2\theta}{2} \end{aligned} \quad (28)$$

を使うが被積分関数の 2θ を θ と変更しても、積分に $1/2$ がかかるが積分領域が 2 倍となるので結局積分は変わらない。

$$\begin{aligned} I &= \sigma_x^{*3} \sigma_y^* \int_0^{2\pi} \frac{1 + \cos \theta}{(\sigma_x^{*2} + \sigma_y^{*2}) + (\sigma_x^{*2} - \sigma_y^{*2}) \cos \theta} d\theta \\ &= \sigma_x^{*3} \sigma_y^* \left\{ \int_0^{2\pi} \frac{d\theta}{\sigma_x^{*2} - \sigma_y^{*2}} + \left(1 - \frac{\sigma_x^{*2} + \sigma_y^{*2}}{\sigma_x^{*2} - \sigma_y^{*2}}\right) J \right\} \end{aligned} \quad (29)$$

但し、 J は

$$\begin{aligned} J &= \int_0^{2\pi} \frac{d\theta}{(\sigma_x^{*2} + \sigma_y^{*2}) + (\sigma_x^{*2} - \sigma_y^{*2}) \cos \theta} \\ &= \frac{\pi}{\sigma_x^* \sigma_y^*} \end{aligned} \quad (30)$$

となる (Appendix C 参照)。従って、

$$I = \frac{2\pi \sigma_x^{*2} \sigma_y^*}{\sigma_x^* + \sigma_y^*} \quad (31)$$

となるので、電場は

$$E_x = \frac{\rho(z) e N_+}{2\pi \epsilon_0 \sigma_x^* (\sigma_x^* + \sigma_y^*)} x \quad (32)$$

である。式 (19) より軌道の傾きの変化、つまり変位の 2 階微分は

$$\begin{aligned}
\Delta x' &= -\frac{e}{mc^2\gamma_-} \int_{-\infty}^{\infty} E_x dz \\
&= -\frac{2e^2 N_+}{4\pi\epsilon_0 mc^2 \gamma_- \sigma_x^* (\sigma_x^* + \sigma_y^*)} x \int_{-\infty}^{\infty} \rho(z) dz \\
&= -\frac{2r_e N_+}{\gamma_- \sigma_x^* (\sigma_x^* + \sigma_y^*)} x \\
&= -kx
\end{aligned} \tag{33}$$

となる。但し、 $\rho(z)$ は確率変数を z とする正規分布の確率密度関数で積分は 1 であり、 r_e は古典電子半径で

$$r_e = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 m_e c^2} \tag{34}$$

と表される。式 (33) からビーム・ビームによる効果は近似的にリングのある一点に焦点距離 $1/k$ の収束レンズを置いたのと同じ効果と見なせる。このことは陽電子と電子の衝突時に現れる力は引力であり、お互いに引き寄せるように運動することを考えればわかりやすい。ビーム・ビームパラメータはビーム・ビーム効果によるチューンシフト量で定義される。チューンシフト量は周回行列に $1/k$ の焦点距離を持つ thin lens 近似した収束四極磁石を加えることによって計算される。その結果、 x 方向のビーム・ビームパラメータは

$$\begin{aligned}
\xi_x &= \frac{\beta_x^*}{4\pi} k \\
&= \frac{r_e N_+ \beta_x^*}{2\pi \gamma_- \sigma_x^* (\sigma_x^* + \sigma_y^*)}
\end{aligned} \tag{35}$$

同様に、 y 方向のビーム・ビームパラメータは

$$\xi_y = \frac{r_e N_+ \beta_y^*}{2\pi \gamma_- \sigma_y^* (\sigma_x^* + \sigma_y^*)} \tag{36}$$

と表される。

ところで、 (x, y) に位置する電子の受けるキック量を正確に調べるには式 (22) を近似なしで計算する必要がある。実際にはビーム・ビーム効果による力は非線形であり、誤差関数を用いた数値計算に委ねることになる。ビーム・ビーム効果によるキックは x 方向、 y 方向でそれぞれ

$$\Delta x' = -\frac{N_+ r_e}{\gamma_-} F_x(x, y, \sigma_x^*, \sigma_y^*) \tag{37}$$

$$\Delta y' = -\frac{N_+ r_e}{\gamma_-} F_y(x, y, \sigma_x^*, \sigma_y^*) \tag{38}$$

となり、関数 F_x 、 F_y は誤差関数

$$w(z) = \exp(-z^2) \{1 - \operatorname{erf}(-iz)\} \tag{39}$$

を使って

$$\begin{aligned}
F_x(x, y, \sigma_x^*, \sigma_y^*) - iF_y(x, y, \sigma_x^*, \sigma_y^*) &= -i\sqrt{\frac{2\pi}{\sigma_x^{*2} - \sigma_y^{*2}}} \left\{ w\left(\frac{x+iy}{\sqrt{2(\sigma_x^{*2} - \sigma_y^{*2})}}\right) \right. \\
&\quad \left. - \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma_x^{*2}} - \frac{y^2}{\sigma_y^{*2}}\right) w\left(\frac{\frac{\sigma_y^*}{\sigma_x^*}x + i\frac{\sigma_x^*}{\sigma_y^*}y}{\sqrt{2(\sigma_x^{*2} - \sigma_y^{*2})}}\right) \right\}
\end{aligned} \tag{40}$$

と表される (Bassetti-Erskine formula[9])。

図 3 に陽電子の個数を 10^{11} 個、電子のエネルギーを 1 GeV、 x 方向のビームサイズ (1σ) を $20\ \mu\text{m}$ 、 y 方向のビームサイズ (1σ) を $3\ \mu\text{m}$ とした場合のビーム・ビームキックの様子を示す。

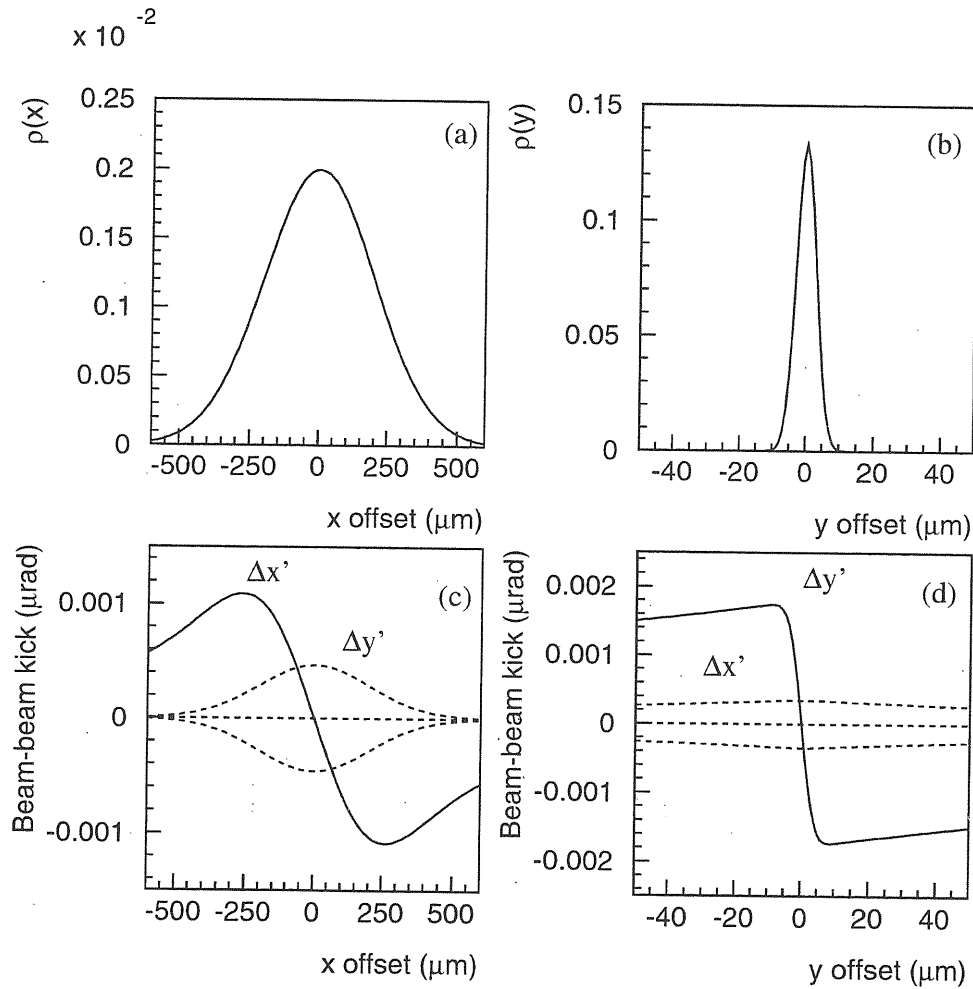


Figure 3: ビーム・ビーム キックの様子。(a) x 方向の密度関数。(b) y 方向の密度関数。(c) x 方向のオフセットを変化させた場合、実線は x 方向のビーム・ビーム キック量。点線は y 方向に 1 μm のオフセットを持つ場合の y 方向のビーム・ビーム キック量。 y 方向のオフセットが負の場合、正の向きにキックされる。 y 方向のオフセットが正の場合、負の向きにキックされる。 y 方向のオフセットがない場合はキックされない。(d) y 方向のオフセットを変化させた場合、実線は y 方向のビーム・ビーム キック量。点線は x 方向に 50 μm のオフセットを持つ場合の x 方向のビーム・ビーム キック量。 x 方向のオフセットが負の場合、正の向きにキックされる。 x 方向のオフセットが正の場合、負の向きにキックされる。 x 方向のオフセットがない場合はキックされない。

2.3 加速器デザインに用いられるルミノシティー表現

陽電子・電子衝突型リングの場合、電子は反対方向からやってくる陽電子ビームとのクーロン相互作用によって運動に影響を受けることはすでに述べたが、その強さを示すビーム・ビームパラメータが大きい程ルミノシティーが高くなることが一般に知られている。しかしながら、ビーム・ビームパラメータを無限に大きくできるかという点、そうではなく、ある限界(ビーム・ビームリミット)があることが経験されている(ようである)。

前節よりビーム・ビームパラメータは、線形近似の範囲では x 方向と y 方向それぞれ

$$\xi_{x\pm} = \frac{r_e N_{\mp} \beta_x^*}{2\pi \gamma_{\pm} \sigma_x^* (\sigma_x^* + \sigma_y^*)} \quad (41)$$

$$\xi_{y\pm} = \frac{r_e N_{\mp} \beta_y^*}{2\pi \gamma_{\pm} \sigma_y^* (\sigma_x^* + \sigma_y^*)} \quad (42)$$

と表現できることがわかった。ここで $+$ は陽電子を $-$ は電子を表す。これによると陽電子のビーム・ビームパラメータは電子の個数に比例し、自身のエネルギーに反比例する。同様に、電子のビーム・ビームパラメータについても相手の粒子の個数に比例し、自身のエネルギーに反比例する。さらに、ビーム・ビームパラメータに限界があるとすれば、ルミノシティーは電子と陽電子の個数の積に比例するので、その最大値は電子と陽電子のビーム・ビームパラメータが等しく ξ_{max} となるような場合である(相加平均と相乗平均の関係)。

$$L \propto N_+ N_- \propto \xi_+ \xi_- \leq \frac{(\xi_+ + \xi_-)^2}{4} = \xi_{max}^2 \quad (43)$$

言い換えれば

$$T \equiv \frac{N_+}{\gamma_-} = \frac{N_-}{\gamma_+} \quad (44)$$

の場合である。この条件をエネルギートランスペアレンシーと呼ぶ。ここで注意すべき点は衝突するビームが蓄積されている2つのリングで衝突点におけるビームサイズが互いに等しく、またベータ関数も等しいという仮定を終始一貫させているということである。その理由としては、2つのリングの対称性を破って、あえて複雑なものにする必要性がないことぐらいである。さて、ルミノシティーが最大になる条件を調べよう。電子と陽電子の対称性を表す式(44)を仮定し、 $r \equiv \sigma_y^*/\sigma_x^*$ とおくと x 方向と y 方向のビーム・ビームパラメータは陽電子と電子とは同じになり、次のように書き変えることができる。

$$\xi_x = \frac{r_e T}{2\pi \sigma_x^* \sigma_y^*} \frac{r \beta_x^*}{1+r} \leq \xi_{x,max} \quad (45)$$

$$\xi_y = \frac{r_e T}{2\pi \sigma_x^* \sigma_y^*} \frac{\beta_y^*}{1+r} \leq \xi_{y,max} \quad (46)$$

一方、ルミノシティーの式(9)より、

$$\sigma_x^* \sigma_y^* = \frac{T^2 \gamma_- \gamma_+ f}{4\pi L} \quad (47)$$

なので、これを式(45)、(46)に代入すると以下の条件

$$L \leq \frac{T \gamma_- \gamma_+ f}{2r_e} (1+r) \frac{\xi_{x,max}}{r \beta_x^*} \quad (48)$$

$$L \leq \frac{T \gamma_- \gamma_+ f}{2r_e} (1+r) \frac{\xi_{y,max}}{\beta_y^*} \quad (49)$$

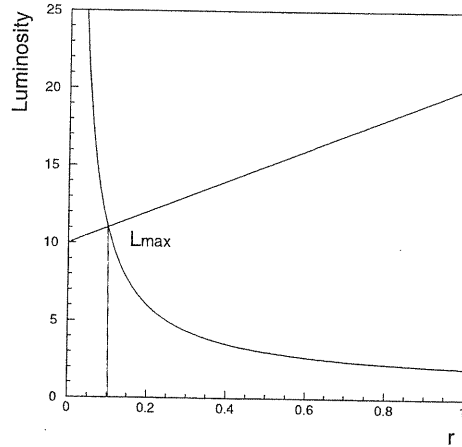


Figure 4: ルミノシティーが最大となる条件。

が得られる。図 4 に 2 つの条件を示す。これらの 2 つの条件を同時に満たす時ルミノシティーは最大となる。それは

$$\frac{\xi_{y,max}}{\xi_{x,max}} r = \frac{\beta_y^*}{\beta_x^*} = \frac{\varepsilon_y}{\varepsilon_x} \quad (50)$$

の時である。但し、通常衝突点に分散を作らないとしてビームサイズとエミッタンスの関係式、 $\sigma_{x,y}^* = \sqrt{\varepsilon_{x,y} \beta_{x,y}^*}$ を用いた。さらに、 x 方向と y 方向のビーム・ビームパラメータの最大値が等しいという仮定をおくと、上の条件式は、

$$r = \frac{\beta_y^*}{\beta_x^*} = \frac{\varepsilon_y}{\varepsilon_x} \quad (51)$$

という簡単な形となる。これは最適なカップリング (optimum coupling) と呼ばれる。加速器デザイナーの多くは、はっきりとした根拠があるわけではないが、デザインルミノシティーを設定する場合に x 方向と y 方向のビーム・ビームパラメータの最大値が等しいという仮定をおき、パラメータの数を減らすように努力するようである。ちなみに、ビーム・ビームパラメータの最大値というものは一番理解されていない部分である。ところで、こうした仮定をおくことによって 2 つあったルミノシティーの条件式は一つとなり、デザインルミノシティーを設定する実用的な式として用いられる。この式の良い点は、(怪しげな) ビーム・ビームパラメータを導入することによってビームサイズをなるべく陽に用いず (絶対値ではなく比として用いるが)、ビーム光学系のパラメータを積極的に用いていることである。ビーム光学系のパラメータの一つである衝突点のベータ関数の定義は明白であるように思えるかも知れないが、実は衝突による効果、つまり後に述べるダイナミックな効果を考えると定数とは言えず、ビーム・ビームパラメータに依存しているので注意が必要である。しかしながら、この式に使うベータ関数は、そうしたビーム・ビーム効果を受けた後の平衡状態における値よりもビーム光学系のデザイン値を用いる場合が多い。さて、加速器デザインにおけるルミノシティーは、

$$L = \frac{\gamma_{\pm}}{2e r_e} (1+r) \frac{I_{\pm} \xi_y}{\beta_y^*} \quad (52)$$

と表現される。ここで $I_{\pm} = e N_{\pm} f$ はビーム電流である。式 (52) よりルミノシティーを高くするには、

1. ビーム電流 (I) を大きく
2. 衝突点における y 方向のベータ関数 (β_y^*) をできるだけ小さく

3. ビーム・ビーム パラメータ (ξ) の限界を高く
4. ビームのエネルギー (γ) を大きく
5. カップリング (r) を大きく

する。ところが、一般的にビームのエネルギーは目標とする物理事象によって決ってくるのでフリーパラメータというわけにはいかない。また、水平面上に電子蓄積リングを作ると自然にフラットビームとなるので、 $r \sim 1$ というふうにかップリングを大きくするためには x 方向と y 方向のベータatron チューンを difference resonance という特別な関係に選ぶ、運動量分散を意図的に作る、局所的にかップリングを作る等の必要がある。しかも、ただカップリングを大きくするだけでは駄目で、 x 方向と y 方向のベータ関数を同時に絞り込むことが必要である。これにはビーム光学系を設計する上で非常に困難であることが予想され、リングの設計上得策でない場合が多い。従って、通常

$$\beta_y^* \ll \beta_x^* \quad (53)$$

となるように設計されるので r は非常に小さく、 y 方向のビームサイズの x 方向に対する比も小さくなる。このようなビームをフラットビームと呼ぶ。結局、1 から 3 までが標準的にルミノシティーを高くしようとする場合の努力目標となる。

まず、ビーム電流を増やすことを考える。それには、大電流を蓄積できるだけのビームパワーを補償する強力な RF システムが必要である。また、大電流を蓄積しつつ十分な真空度を保つための真空システムも必要である。強力なシンクロトロン放射光を受け止め、高次モードの電磁波ロス (HOM) による熱的な問題についても対処できるように設計しなければならないので真空チェンバー類は重要な構成要素の一つである。さらに、大電流蓄積におけるビーム不安定性についても議論する必要がある。ビーム不安定性には様々な要因があるが、バンチが振動 (2 極振動) してもそれを押え込むバンチフィードバックシステムを装備することは、もはや常識となっている。しかしながら、さらに複雑なビーム不安定性もある。放射光が真空チェンバーの壁に当たって光電子が叩き出され、光電子雲となって陽電子ビームに引き付けられる現象がある。これは光電子雲効果と呼ばれる。この現象が起きると、例えば大電流が蓄積できても陽電子ビームのビームサイズが太ってしまいルミノシティーを高くできない。この現象を軽減する工夫が必要になってくる。以上のようにビーム電流を増やすと言っても簡単ではない。こうした事柄を追求していくと実は際限がない。

次に、衝突点における y 方向のベータ関数 (β_y^*) をできるだけ小さくすることを考える。 β_y^* を小さくするにともなって、エミッタンスが決っているとすれば式 (51) より β_x^* も小さくする必要がある。このようなビーム光学系を実現するために考案されたのが low β insertion と呼ばれるものである。ここで、運動量分散はすでにゼロとなっているものとする。一つの例として衝突点をはさんだ両側で y 方向に収束力を持つ四極磁石 (発散磁石) と x 方向に収束力を持つ四極磁石 (収束磁石) を並べた doublets と呼ばれるものがある。この doublets におけるベータ関数を図 5 に示す。この方法は主に陽電子・電子衝突型加速器においてフラットビームで用いられる。通常、衝突点まわりの発散磁石と収束磁石の磁場の強さは衝突点における 4 つの Twiss パラメータ (α_x^* , β_x^* , α_y^* , β_y^*)、場合によっては位相の進み (x 方向と y 方向) を加えてマッチングをとることによって決定される。少なくとも、waist (くびれ) を衝突点に作るために $\alpha_x^* = \alpha_y^* = 0$ となるようにする。このビーム光学系の特徴として衝突点のベータ関数は小さく、衝突点から離れるにつれて急激に大きくなることである。ベータ関数は衝突点の waist のまわりで、

$$\beta = \beta^* + \frac{\ell^2}{\beta^*} \approx \frac{\ell^2}{\beta^*} \quad (54)$$

と書ける。ここで ℓ は衝突点からの距離である。例えば、衝突点のベータ関数が 1 cm として衝突点から 2 m 離れるとベータ関数は 400 m となりビームサイズが急激に大きくなる。従って、四極磁石で x 方向または y 方向のベータ関数が最大値となるため、doublets をなるべく衝突点近くに

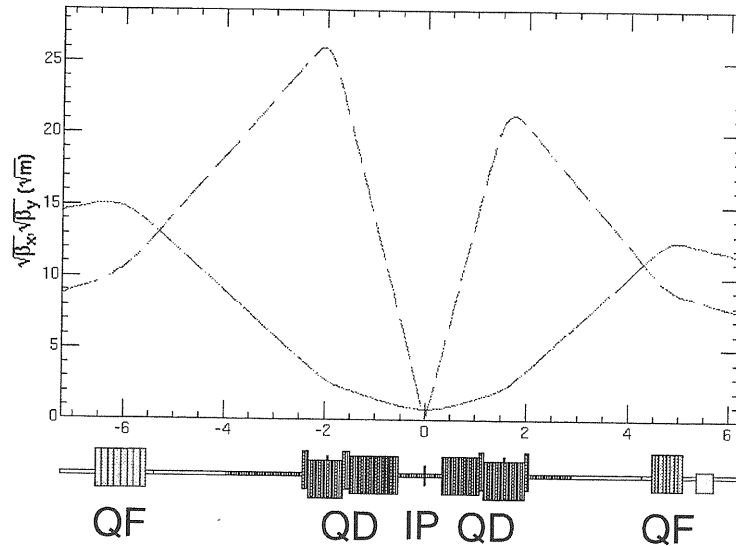


Figure 5: 衝突点周辺のビーム光学系。

配置したいが、測定器を置くためのスペースを確保するために限界がある。これにより β^* を小さくするには限界が生じる。以上のようにビームサイズが衝突点まわりで急激に大きくなることを考えて、リングの物理的なアパーチャー (aperture) を考慮する必要がある。十分なアパーチャーを確保していないとビーム ライフが短くなったり、または入射エラー (ベータatron 振動) があるためにビームの入射効率が悪くなったりする。それに加えて、ベータ関数がリングの中であまり大きくなると大きな COD (閉軌道) や運動量分散が発生しやすくなったりするので加速器の運転上いろいろと問題がでてくる。

また、 β_y^* とバンチ長の関係についても注意を要する。バンチ長が β_y^* よりも長くなると式 (54) からわかるように衝突中に β_y が大きくなる場所が生じてくる。これによりルミノシティが大きくならない場所が生じる、つまりルミノシティをロスすることになる。この幾何学的な効果のことを hourglass effect と呼ぶ。この hourglass effect によるルミノシティロスを起こさないためには

$$\sigma_z \leq \beta_y^* \quad (55)$$

である必要がある。したがって、 β_y^* を絞るだけでなく momentum compaction を小さくしたり高周波加速空洞の電圧を高くする等によって、バンチ長も短くする努力がなされる。

今度はビーム光学的な側面から β_y^* を小さくする場合の問題点を考えてみる。 β_y^* を小さくするために強力なレンズの働きをする四極磁石を導入するわけだが、これによって色収差 (chromaticity) が生じる。色収差とは粒子の運動量の違いによって収束力 (焦点距離 = $1/k$) に差が生じることを意味する。したがって、リングのある場所に

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ k\delta & 1 \end{pmatrix} \quad (56)$$

という色収差による摂動が加わったものと一般的に考えることができる。また、別の見方をすれば運動量の違いによって見かけ上、ドリフト空間の長さが異なって見えると解釈することができる。その場合

$$\begin{pmatrix} 1 & -\ell\delta \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (57)$$

を色収差と見なすことができる。 ℓ はドリフト空間の長さ、 δ は運動量のずれを表す。この色収差が加わったリング1周の周回行列 \tilde{M} は

$$\tilde{M} = \begin{pmatrix} \cos \mu + \alpha \sin \mu & \beta \sin \mu \\ -\gamma \sin \mu & \cos \mu - \alpha \sin \mu \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -\ell \delta \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (58)$$

である($\gamma \equiv (1 + \alpha)/\beta$)。摂動が加わったことによるチューンの変化を $\Delta\mu$ とし、行列のトレースを取ると

$$\text{tr} \tilde{M} = 2 \cos \mu + \ell \gamma \delta \sin \mu = 2 \cos(\mu + \Delta\mu) \quad (59)$$

となる。したがって、 $\Delta\mu$ は十分小さいという近似のもとでは

$$\Delta\mu = -\frac{\ell \gamma \delta}{2} \quad (60)$$

である。色収差を運動量に対するチューンの変化量と定義すると

$$\xi \equiv \frac{\Delta\nu}{\delta} = -\frac{\ell}{4\pi} \left(\frac{1 + \alpha^2}{\beta} \right) = -\frac{\ell}{4\pi\beta^*} \quad (61)$$

と表されるので β が小さいところがあると大きな色収差が発生し、その補正が難しくなる。大きな色収差を補正するためには強い六極磁石を必要とするが、この六極磁石の非線形性のためにダイナミック・アパーチャー (dynamic aperture) が一般的に制限される。そのため非常に小さな β_y^* を実現できるかどうかは色収差補正後のダイナミック・アパーチャーが十分確保できるかどうかにかかっている。色収差を補正するために、衝突点近くに六極磁石を配置する局所色収差補正 (local chromaticity correction) を導入したり、六極磁石のペアを入れ子にせず $-I$ 変換で結ぶ (non-interleaved chromaticity correction) ようにアーク部のビーム光学系に工夫を凝らしたりと様々なアイデアを採り入れたりすることが考えられている。

2.4 ダイナミックな効果 (Dynamical effects)

線形近似のもとで運動を1次元として取り扱うことにする。さらに、weak-strong的な描像、つまり衝突する片方のビームは単粒子でもう片方のビームには影響を及ぼさないという立場を取ることにする。ここで、前節の結果で得られたビーム・ビームパラメータを使って

$$K = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -4\pi\xi/\beta & 1 \end{pmatrix} \quad (62)$$

という摂動 (薄い四極収束レンズ) を周回行列 M に加える。ここで β と ξ は摂動が加わる前の値であり、nominalな値と呼ぶことにする。摂動が加わった後の周回行列を \tilde{M} とすると

$$\tilde{M} = MK = (I \cos \mu + J \sin \mu)K = K \cos \mu + JK \sin \mu \quad (63)$$

である。但し、

$$I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad J = \begin{pmatrix} \alpha & \beta \\ -\gamma & -\alpha \end{pmatrix} \quad (64)$$

次に \tilde{M} のトレースを計算する。

$$\text{tr} \tilde{M} = 2 \cos \mu - 4\pi\xi \sin \mu = 2 \cos \tilde{\mu} \quad (65)$$

安定な条件は $|\text{tr} \tilde{M}| \leq 2$ なので

$$|\cos \mu - 2\pi\xi \sin \mu| \leq 1 \quad (66)$$

より

$$\xi \leq \frac{1}{2\pi} \cot \frac{\mu}{2} \quad (67)$$

を得る。図 6 (a) に安定領域を示す。また、図 6 (b) に nominal なチューンと摂動が加わった後のチューンの相関を示す。

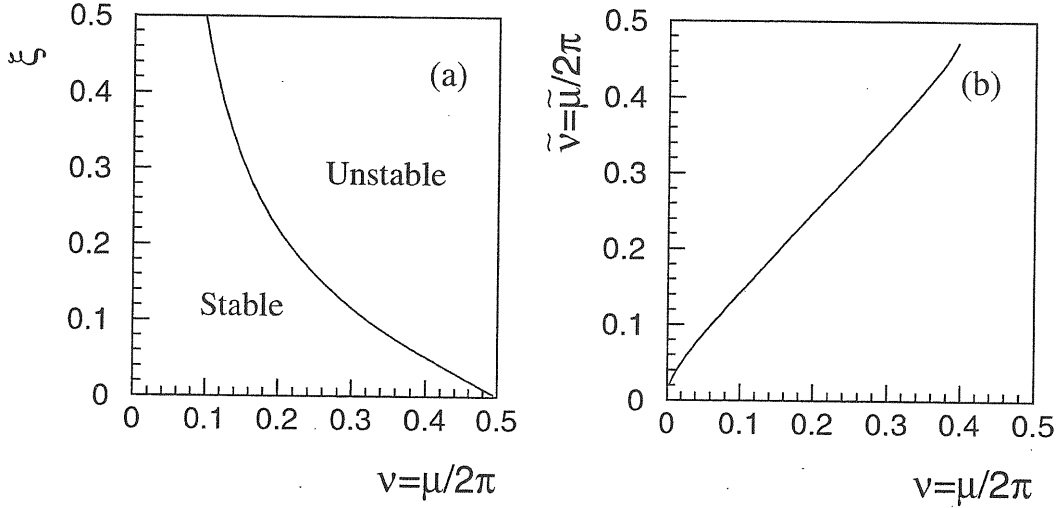


Figure 6: (a) 安定領域と不安定領域。横軸は nominal なチューン、縦軸はビーム・ビーム パラメータ。(b) 横軸は摂動が加わる前 (nominal なチューン)。縦軸は加わった後のチューン。

2.4.1 ダイナミック ベータとダイナミック エミッタンス

式 (63) における行列 \tilde{M} と MK の 21 成分を比較すると、ビーム・ビーム効果によってベータ関数は以下のように変更を受ける。

$$\tilde{\beta} = \beta \frac{\sin \mu}{\sin \tilde{\mu}} = \frac{\beta}{\sqrt{1 + 4\pi\xi \cot \mu - 4\pi^2\xi^2}} \quad (68)$$

これが、いわゆるダイナミック ベータ (dynamic beta) と呼ばれるものである。次に、エミッタンスについて考えてみる。エミッタンスはエンベロープ行列 Σ の行列式の平方根として定義することにする

$$\Sigma = \begin{pmatrix} \langle x^2 \rangle & \langle xx' \rangle \\ \langle xx' \rangle & \langle x'^2 \rangle \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \varepsilon\beta & -\varepsilon\alpha \\ -\varepsilon\alpha & \varepsilon\gamma \end{pmatrix} \quad (69)$$

$$\sqrt{\det \Sigma} = \sqrt{\langle x^2 \rangle \langle x'^2 \rangle - \langle xx' \rangle^2} = \varepsilon \sqrt{\gamma\beta - \alpha^2} = \varepsilon \quad (70)$$

である。ここで、簡単のために実座標 (x, x') から基準座標 (X, X') へ移ることにする。実座標から基準座標への変換は

$$\begin{pmatrix} X \\ X' \end{pmatrix} = T \begin{pmatrix} x \\ x' \end{pmatrix} \quad (71)$$

$$T = \begin{pmatrix} 1/\sqrt{\beta} & 0 \\ \alpha/\sqrt{\beta} & \sqrt{\beta} \end{pmatrix} \quad (72)$$

と表現される。従って、基準座標における周回行列を U 、摂動を V とすると

$$U = TMT^{-1} = \begin{pmatrix} \cos \mu & \sin \mu \\ -\sin \mu & \cos \mu \end{pmatrix} \quad (73)$$

$$V = TKT^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -4\pi\xi & 1 \end{pmatrix} \quad (74)$$

となる。また、摂動が加わった後の周回行列 \tilde{U} は

$$\tilde{U} = UV = \begin{pmatrix} \cos \tilde{\mu} + A \sin \tilde{\mu} & B \sin \tilde{\mu} \\ -G \sin \tilde{\mu} & \cos \tilde{\mu} - A \sin \tilde{\mu} \end{pmatrix} \quad (75)$$

である。ここで $2 \cos \tilde{\mu} = \text{tr} \tilde{U}$ より式 (65) と同等の結果が得られることがわかる。さらにシンプレクティック条件より $G = (1 + A^2)/B$ であり、

$$B = \frac{\sin \mu}{\sin \tilde{\mu}} \quad (76)$$

$$A = -2\pi\xi \frac{\sin \mu}{\sin \tilde{\mu}} \quad (77)$$

である。

さて、エンベロープ行列は周回するとシンクロトロン放射の効果を含めて次のような変換を受ける。

$$\tilde{\Sigma}' = (\Lambda \tilde{U}) \tilde{\Sigma} (\Lambda \tilde{U})^t + D \quad (78)$$

ここで

$$\Lambda = \begin{pmatrix} e^{-d} & 0 \\ 0 & e^{-d} \end{pmatrix} \quad D = 2d \begin{pmatrix} \varepsilon & 0 \\ 0 & \varepsilon \end{pmatrix} \quad (79)$$

である。これらの行列 Λ と D はベータトロン振動の減衰と diffusion(拡散) 効果の積分を表し、基本的にビーム・ビーム効果によって変更を受けない。平衡状態に達した時は $\tilde{\Sigma}' = \tilde{\Sigma}$ となる。従って、

$$\begin{aligned} \tilde{\Sigma} &= e^{-2d} \tilde{U} \tilde{\Sigma} \tilde{U}^y + 2d\varepsilon I \\ &\simeq (1 - 2d + 2d^2) \tilde{\Sigma} + 2d\varepsilon I \end{aligned} \quad (80)$$

但し、

$$\tilde{\Sigma} = \tilde{\varepsilon} \begin{pmatrix} B & -A \\ -A & G \end{pmatrix} + O(d) \quad (81)$$

より

$$\tilde{\varepsilon} I = \varepsilon \begin{pmatrix} G & A \\ A & B \end{pmatrix} + O(d) \quad (82)$$

を得る。これからトレースを比較し、式 (68)、(76)、(77) を用いるとエミッタンスは

$$\begin{aligned} \tilde{\varepsilon} &= \frac{\varepsilon}{2} (B + G) \\ &\simeq \frac{(1 + 2\pi\xi \cot \mu)\varepsilon}{\sqrt{1 + 4\pi\xi \cot \mu - 4\pi^2\xi^2}} \end{aligned} \quad (83)$$

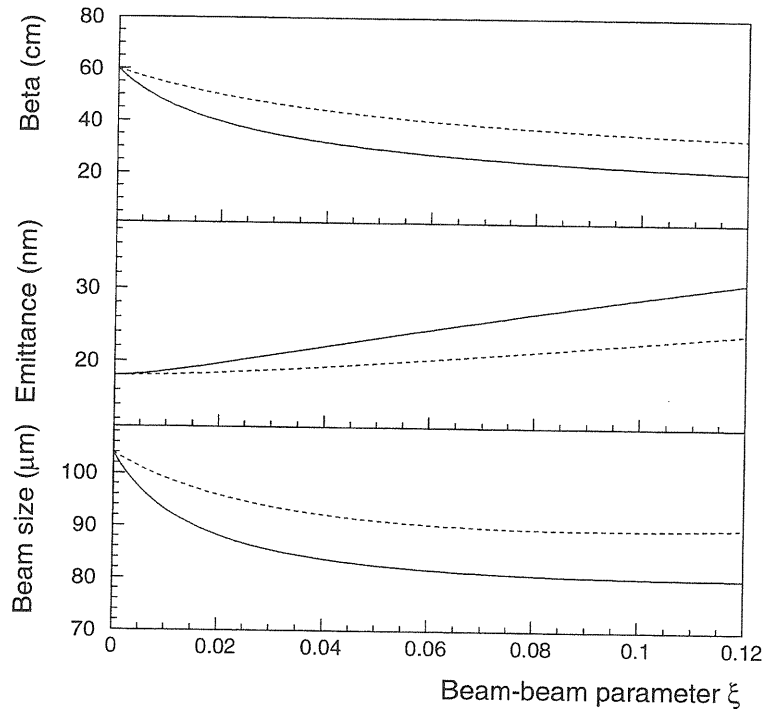


Figure 7: ダイナミック ベータ、ダイナミック エミッタンス、ダイナミック ビームサイズの計算例。nominal なベータ関数を 60 cm、エミッタンスを 18 nm とした場合。点線は nominal なチューンを 0.56、実線は 0.52 とした場合を示す。

となる (ξ^2 の項は近似で落した)。これがダイナミック エミッタンス (dynamic emittance) と呼ばれるものである。図 7 にダイナミック ベータとダイナミック エミッタンス、ダイナミック ビームサイズの計算例を示す。図からわかるようにビーム・ビーム パラメータが増大するに伴ってベータ関数は nominal な値より減少し、逆にエミッタンスは nominal な値より増大していく。さらに、ダイナミックな効果はチューンに対する依存性があり、チューンが半整数共鳴線に近づくとダイナミックな効果は大きくなるのがわかる。特にビーム サイズはあまり変化しないがベータ関数はかなり小さくなる。ダイナミックな効果があると、同じビーム・ビーム キックを受けてもビーム・ビーム チューンシフトは小さくなる方向へいくのでチューンシフト当たりのルミノシティー効率が良くなると言える。

3 有限交差角衝突 (Finite-crossing collision)

ルミノシティーを高くするためにビーム電流を大きくすることが1つの方法として考えられるが、それにはバンチ電流とバンチ数を増やすことの2つの方法がある。まずバンチ電流はさておき、バンチ数を増やすことを考える。しかし、衝突する2つのビームを一つのリングに蓄積するシングルリングの加速器の場合、バンチ数を衝突点の数より増やすことはできない。例えばトリスタン加速器の場合、衝突点は4つで陽電子2バンチ、電子2バンチの合計4バンチを蓄積していた。無理矢理バンチ数を衝突点の数より増やすとどういう事が起きるかと言うと、あるバンチが衝突点以外の場所で予定外のバンチと衝突することになる。このような衝突をパラシティック衝突 (parasitic collision) と呼ぶ。こうした状態になると余分なビーム・ビーム効果のために悪影響が生じてルミノシティーが低下する。従って、多数のバンチを蓄積する場合は必然的に衝突する2つのビームを別々のリングで蓄積するダブルリングと言う事になる。但し、コーネル大学にある CESR (1979年~2003年) については衝突点1カ所のシングルリングでありながら90バンチ (陽電子45バンチ、電子45バンチ) を蓄積している。この場合、pretzel 軌道という特別な工夫をしてパラシティック衝突を軽減している。

バンチ数を増やすといっても、一つのリングに蓄積できる最大バンチ数は

$$f_{RF} = hf_0 \quad (84)$$

で表されるハーモニック数 h (整数) が限度である。ここで f_{RF} 、 f_0 はそれぞれ高周波加速空洞の周波数と周回周波数である。例えば周長 3 km、空洞周波数を 509 MHz とした場合、最大バンチ数は 5120 となる。したがって最大数のバンチをリングに蓄積した場合バンチとバンチの間隔は約 60 cm となり、ずいぶん接近しているように思われる。実際、ダブルリングにしても衝突点付近に着目してみるとバンチが予定された衝突点の前後で予定外のバンチと衝突するパラサイティック衝突の可能性が出て来る。これを回避するために衝突点前後で 2 つのビーム軌道を分離する必要がある。2 つのビーム軌道を分離する方法として衝突点の前後に偏向磁石を置く方法とビーム軌道に交差角をつける方法がある。前者の方法では基本的に静磁場である限り、同じビーム エネルギーを持ち電荷の符号が異なるビーム (陽電子と電子、反陽子と陽子など) の分離には使えない。但し、ビーム エネルギーが適度に異なれば分離可能である。従って、一般的には衝突点前後で横方向に静電場をかける、または時間に依存する磁場を作るパルス磁石にするしかない。このような特別な分離装置を置く場合、なるべく衝突点近くに置きたいが空間的な制限がどうしても生じる。このタイプの衝突は正面衝突 (head-on collision) となる。後者の方法では衝突点に特別な磁石等を配置する必要がなく、衝突点のデザインをシンプルにできると言われている。このタイプの衝突は有限交差角衝突 (finite-crossing collision) と呼ばれる。

一般に有限交差角衝突の方が正面衝突よりもパラサイティック衝突については有利である。また、衝突点近くでビーム軌道を曲げないためシンクロトロン放射光が原因となるバックグラウンドを測定器に与えないという利点もある。しかしながら、衝突点で軌道に交差角を付けるとシンクロトロン振動とベータトロン振動が結合するシンクロ・ベータ レゾナンスが励起されビーム ブローアップが生じる可能性がある。したがって、交差角を導入するにあたって交差角の選び方、交差角をつける方向 (フラットビームの場合は x 方向と y 方向のビームサイズが異なるため) 等の注意が必要である。有限交差角衝突を導入した加速器としては、CERN ISR[10] と DORIS[11]、KEKB[12] がある。

CERN ISR (Intersecting Storage Rings) は 1971 年から 1983 年に稼働していたダブルリングの加速器である。基本的に陽子・陽子衝突型加速器 (反陽子、重陽子、 α 粒子を加速したこともある) でビーム エネルギーは 31 GeV、ビームは (バンチしていない) coasting beam で通常 30~40 A (最大 57 A) の電流を蓄積していた。到達した最高ルミノシティーは $2.2 \times 10^{32} \text{ cm}^{-2}\text{s}^{-1}$ であった。ISR は初めて反陽子と陽子を衝突させた加速器でもあり、バンチしたビームで得られたビーム・ビーム パラメータは 0.0035 であった。ISR ではビーム・ビーム効果の影響は非常に小さく、有限交差角衝突の影響は全く観測されなかった。

DORIS (DOuble RIng Storage) は DESY 研究所で 1970 年代に稼働していた陽電子・電子衝突型加速器である。ビーム エネルギーは 1 GeV から 3.5 GeV で高ルミノシティーを狙ったダブルリングの加速器であった。図 8 にダブルリングの概念図を示す。バンチ数はそれぞれのリングで 480、衝突点は 2 カ所で 24 mrad の交差角が垂直方向に付けられていた。DORIS では、この交差角がルミノシティーを低下させる原因であると結論付けていた。そのためビーム エネルギーを 5 GeV へと高める時に有限交差角衝突を廃止して正面衝突にするとともにシングルリングへと改造している。それに伴って多数バンチの蓄積をあきらめてシングルバンチの蓄積へと移行した。DORIS で到達したビーム・ビーム パラメータは 0.01 であった。後に、DORIS ではチューン・スプレッド (tune spread) が大きく適切なチューンにできなかったということもあって、有限交差角そのものに原因があったかどうかははっきりと断定できていない。

このように歴史的にみても有限交差角衝突の利点はよく理解されていたが有限交差角衝突のビーム・ビーム効果に与える影響は理解されていたとは言えなかった。そのため DORIS 以降、KEKB で有限交差角衝突を導入するまでは積極的に導入する加速器は無かった。前述した CESR は Phase-II (1999 年くらい) にアップグレードする時に 4 mrad~4.6 mrad というわずかな有限交差角を水平方向につけてビームの分離を行っていたが。それに対して、KEKB では本格的に有限交差角衝突を採用している。図 9¹ に示すように水平方向に 22 mrad の有限交差角を作りビームを

¹図は M. Sullivan 氏の好意による。

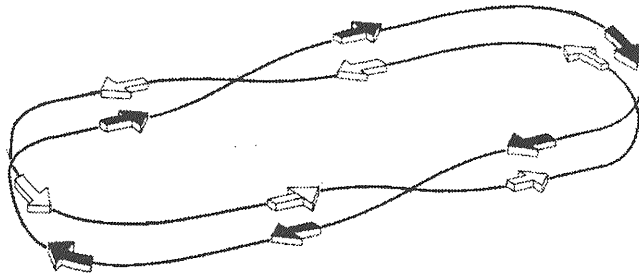


Figure 8: DORIS におけるダブルリングの概念図。衝突点は垂直方向にビーム軌道を曲げる偏向磁石に挟まれた区間にある。

分離している。電子ビームと陽電子ビームは衝突点へ進入する時は軌道が最終四極磁石 (y 方向に収束力を持つ) の中心を通るようになっており、衝突後、衝突点から遠ざかる時には軌道が四極磁石の磁場中心からオフセットを持つためにキックされ、さらに2つのビームが遠ざかる方向 (外側) へと進んでいく。KEKB の場合マルチバンチを蓄積するためだけでなく、ビームエネルギーが陽電子では 3.5 GeV、電子では 8 GeV というふうに異なるために必然的にダブルリングにならざるを得ないわけだが、このような非対称エネルギーのために衝突点のデザインは少し複雑なものとなる。ビーム光学系について考えてみると陽電子ビームと電子ビームについて最終四極磁石 (QCS) は共通である。従って、最終四極磁石をどちらのビームに最適化すべきかという問題がある。KEKB では最終四極磁石をエネルギーの低い陽電子リングに最適化している。エネルギーの高い電子リングには当然磁場が足りないため、最終四極磁石のすぐ外側に同じく y 方向に収束力を持つ電子リング専用の四極磁石 (QC1) を特別に置いている。この特別な四極磁石もベータ関数が大きくなる領域を軽減するためなるべく衝突点の近くに配置するようにしている。こうした理由からもビームの分離は衝突点近くで速やかに行われる必要がある。

以上述べたことを総合的に考えてもシンクロ・ベータレゾナンスに関するリスクはあるが有限交差角衝突に挑戦するだけの価値があると思われる。もっともシンクロ・ベータレゾナンスは有限交差角衝突に特有なものというわけではなく、場合によっては正面衝突でも起きるわけだが。もちろん導入に踏み切る前には、シュミレーション等を用いた数値計算で有限交差角衝突が致命的なルミノシティー低下を招かないように加速器をオペレーションできるという結論に達していた。また、KEKB では到達可能なビーム・ビームパラメータとして 0.05 という高い値を設定していた。事実、この値は現在既に達成されている。とは言っても、DORIS での失敗が不安として付きまとっていたため KEKB では後の章で述べるクラブ衝突の可能性を追求していた。クラブ衝突ではクラブ空洞によって衝突するバンチをチルトさせ、交差角をキャンセルするので見掛け上正面衝突となる。実際のところ、今では有限交差角衝突において何ら致命的な問題は起きていない。しかしながら、本セミナー「ビーム・ビーム相互作用」で説明されるはずであるが、さらなるルミノシティー向上を目指してクラブ衝突の検討を続けている。

この章の終わりに有限交差角衝突におけるルミノシティーへの幾何学的な影響について考えてみる。ルミノシティーの幾何学的な補正係数はルミノシティーリダクション (luminosity reduction) と呼ばれ、

$$R_L(\theta_x, \varepsilon_x, \varepsilon_y, \beta_x^*, \beta_y^*, \sigma_z) = \frac{a}{\sqrt{\pi}} e^b K_0(b) \quad (85)$$

で表される。ここで K_0 は変形ベッセル関数、 θ_x は交差角、 σ_z はバンチ長で、 a 、 b はそれぞれ

$$\begin{aligned} a &= \frac{\beta_y^*}{\sigma_z} \\ b &= \frac{a^2}{2} \left[1 + \left(\frac{\sigma_z}{\sigma_x^*} \tan \frac{\theta_x}{2} \right)^2 \right] \end{aligned} \quad (86)$$

KEKB Interaction Region

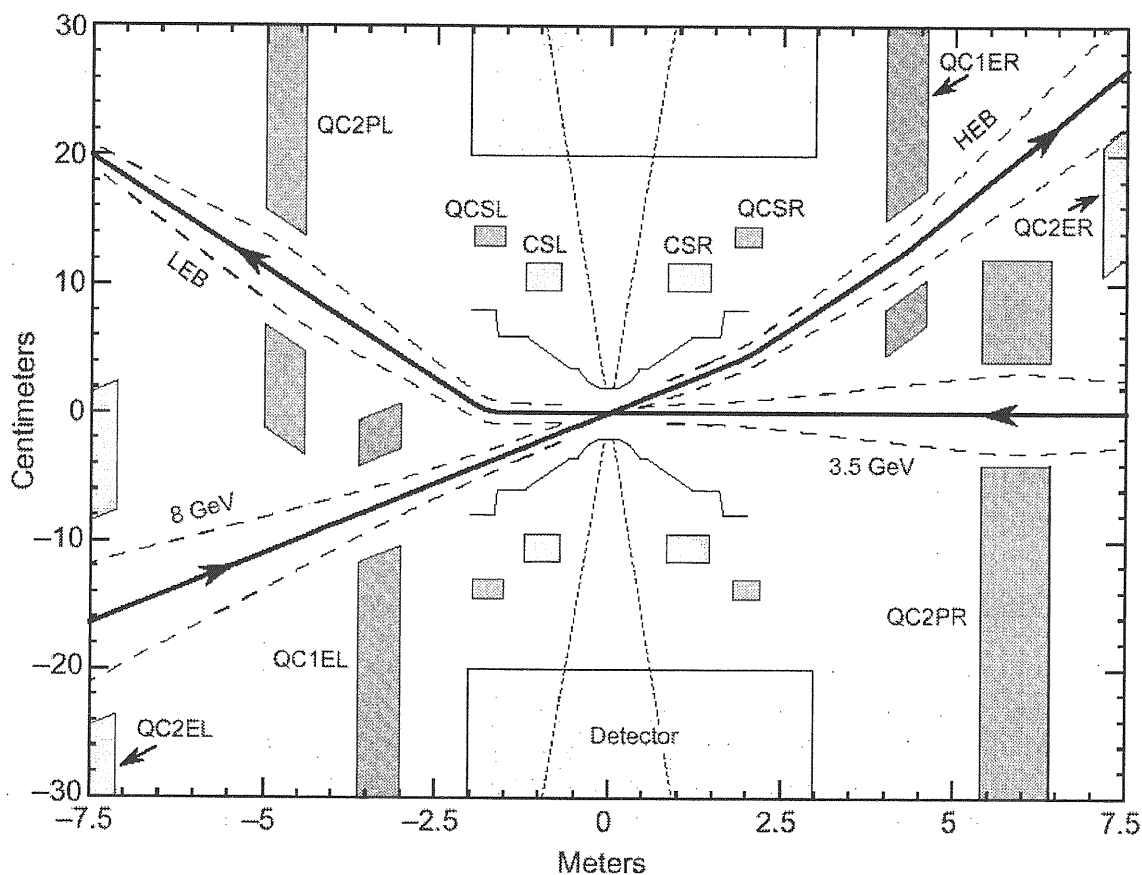


Figure 9: KEKB の衝突点付近のデザイン。QCS は最終四極磁石 (y 方向に収束力を持つ)、CS は測定器に組み込まれたソレノイド磁石からの磁場を保証するための磁石。それらは超伝導磁石でできている。

である。この補正係数により式 (9) で表されるルミノシティーを L_0 として、ルミノシティーは

$$L = L_0 \cdot R_L = \frac{N_+ N_- f}{4\pi \sigma_x^* \sigma_y^*} R_L \quad (87)$$

のように補正される。

同じようにビーム・ビーム パラメータについても幾何学的な補正が加わる。それはビーム・ビーム リダクションと呼ばれ、

$$R_{\xi_y}(\theta_x, \varepsilon_x, \varepsilon_y, \beta_x^*, \beta_y^*, \sigma_z) = \int dz' \rho(z') \sqrt{1 + \left(\frac{S}{\beta_y^*}\right)^2} f_y\left(z' \tan \frac{\theta_x}{2}, \sigma_x^*(S), \sigma_y^*(S)\right) \quad (88)$$

で表される。ここで $S = (z^* - z')/2$ 、 z^* は正面衝突へのローレンツ変換後の z 座標である。 $\rho(z')$ は進行方向の電荷密度関数、 f_y はモンダギュー関数と呼ばれ

$$f_y\left(z \tan \frac{\theta_x}{2}, \sigma_x^*(S), \sigma_y^*(S)\right) = \frac{k}{1-k} \left[1 - \frac{e^{-\frac{h^2}{2}}}{k} - \frac{h}{g} \sqrt{\pi} \left\{ w\left(\frac{h}{g}\right) - e^{-\frac{h^2}{2}} w\left(\frac{f h}{g}\right) \right\} \right] \quad (89)$$

である。但し、

$$k = \frac{\sigma_y^*}{\sigma_x^*} \sqrt{1 + \left(\frac{S}{\beta_y^*}\right)^2}$$

$$g = i\sqrt{2(1-k^2)}$$

$$h = z \frac{\tan \frac{\theta_x}{2}}{\sigma_x^*}$$

である。この補正係数により式 (36) で表されるビーム・ビーム パラメータを $\xi_{y,0}$ として、

$$\xi_y = \xi_{y,0} \cdot R_{\xi_y} = \frac{r_e N_+ \beta_y^*}{2\pi \gamma_- \sigma_y^* (\sigma_x^* + \sigma_y^*)} R_{\xi_y} \quad (90)$$

のように補正される。これらの補正を施すと同時に加速器デザインで用いられるルミノシティ表現式 (52) も

$$L = \frac{\gamma_{\pm}}{2e r_e} (1+r) \frac{I_{\pm} \xi_y}{\beta_y^*} \left(\frac{R_L}{R_{\xi_y}} \right) \quad (91)$$

のように補正を受ける。図 10 に KEKB のデザイン パラメータについての補正係数を示す。KEKB では補正係数 R_L/R_{ξ_y} がほぼ 1 に近い値となっている。

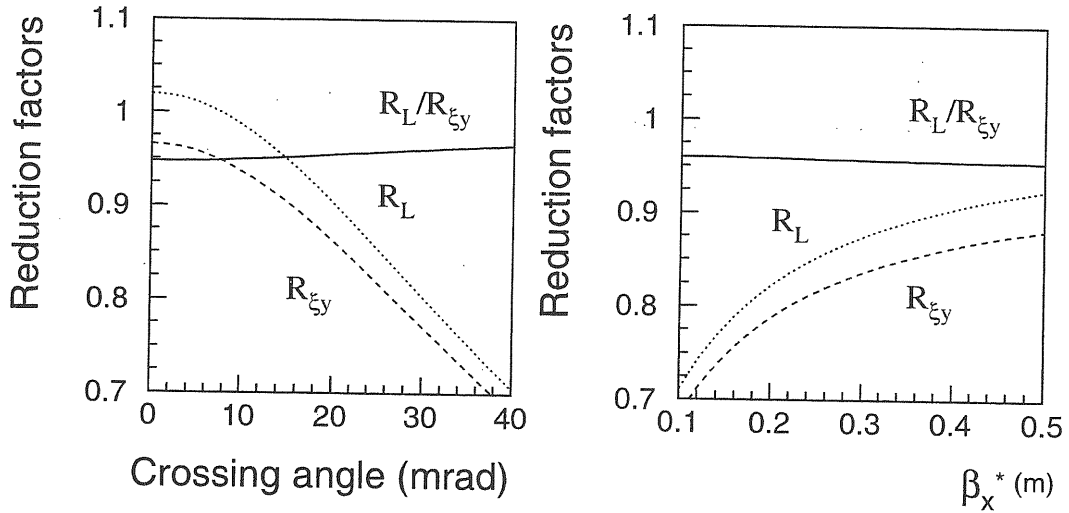


Figure 10: リダクション係数。左は $\beta_x^* = 33$ cm、 $\beta_y^* = 1$ cm、 $\varepsilon_x = 18$ nm、 $r=2\%$ 。右は $\beta_y^* = 1$ cm、 $\theta_x = 22$ mrad、 $\varepsilon_x = 18$ nm、 $r=2\%$ 。バンチ長 σ_z は 4 mm。

4 クラブ衝突 (Crab-crossing collision)

有限交差角衝突において、クラブ衝突では衝突する前にバンチの前後で横方向逆向きにキックしてビームの進行方向に対して交差角の半分だけ傾け正面衝突させる。これはビームの重心軌道は有限交差角を持って交わるがバンチについてみると正面衝突である。図 11 にクラブ衝突の概念図を示す。ルミノシティへの幾何学的な影響は式 (85) でルミノシティ リダクションとして表されることを述べたが、ここで交差角のみの影響を知るために、バンチ長が短い、つまり $\beta_y^* \gg \sigma_z$ という条件を与える。すると変形ベッセル関数は

$$K_0(b) \simeq \sqrt{\frac{\pi}{2b}} \left(1 - \frac{1}{8b} + \dots \right) \quad (92)$$

のように展開できるので

$$R_L \simeq \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{\sigma_z}{\sigma_x} \tan \frac{\theta_x}{2}\right)^2}} \quad (93)$$

となる。これより交差角があるとルミノシティーがそのぶんロスすることがわかる。このようにクラブ衝突は幾何学的なルミノシティー ロスを回復できると言える。

最近の研究では幾何学的な影響だけでなくビーム・ビーム効果に対する影響も大きいことがわかってきている。交差角を持つということは力学系でいうハミルトニアンについて高次項が増えることを意味する。それは共鳴線の数が増えることを示すので、例えば進行方向の運動が横方向の運動へと回り込んだりして拡散 (diffusion) を起こすことが考えられる。これはルミノシティー低下につながる現象となる。このような観点からも正面衝突は好ましいと言える。従って、有限交差角衝突の数多くの利点をそのままに、見かけ上正面衝突させるクラブ衝突はルミノシティー向上の1つのキーポイントとなる。

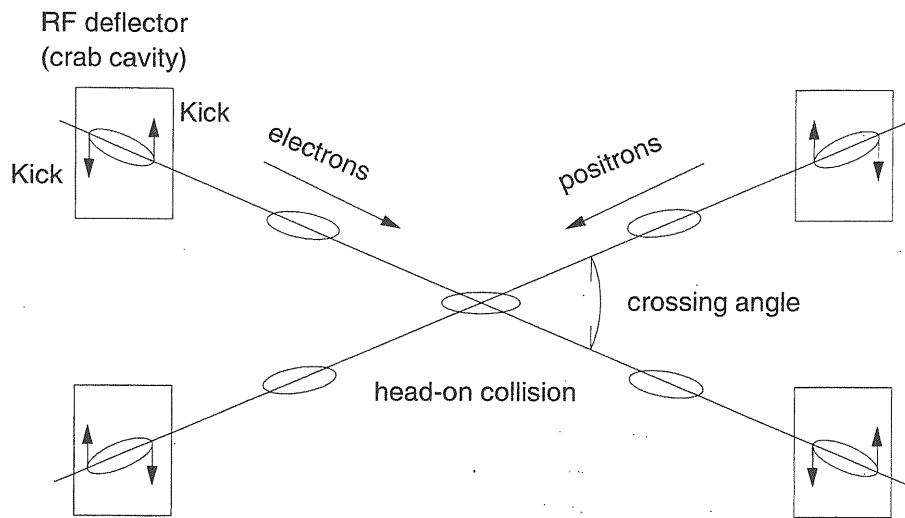


Figure 11: クラブ衝突の概念図。

5 ビーム ライフタイム (ビーム寿命)

ビーム ライフタイムは積分ルミノシティーに大きく影響を及ぼす。ビーム ライフタイムが長ければピーク ルミノシティーと平均ルミノシティーの差が小さく積分ルミノシティーを高めることに寄与する。もっとも後に述べるビーム電流を一定に保つ連続入射モードでは、ビーム ライフタイムを気にする必要はないと言われているが。

ビーム ライフタイムはビームの全粒子数が $1/e$ に減少するまでの時間として定義される。粒子が失われる原因として色々考えられるが、粒子はある過程によって安定な運動領域から逸脱し最終的には真空チェンバーに当たって失われる。当然、真空チェンバーで決まる物理的なアパーチャーを十分大きく取っておくことは必要であるが高い真空度を保つためには限度がある。しかしながら、ビームが周回するのに十分な広さをビーム ステイ クリアー (Beam Stay Clear) と呼ぶが、これを

$$\text{BSC} = 10\sqrt{\varepsilon\beta + (\eta\delta)^2} + \text{COD} \quad (94)$$

のように設定する。 ε はエミッタンス、 β はベータ関数、 η は運動量分散、 δ は運動量のずれ。したがって、通常の周回ビームを考えるだけなら横方向のアパーチャーについて問題は起こらない。

進行方向のアーチャーについてはシンクロトロン振動の大振幅振動について考えれば良いわけだが、そこには粒子を閉じ込めるポテンシャルの深さというか壁の高さが有限であることに起因するアーチャーがある。これはRFバケットの高さ(RF bucket height)と呼ばれる。これも通常問題ないように設計することが可能である。これらのアーチャーに加えて、磁場の非線形性によって制限されるダイナミック アパーチャーと呼ばれるものがある。ところで、KEKBのような low beta insertion ではダイナミック アパーチャーが大きな問題となる。

ビーム内の粒子を失う過程の一つに Touschek 効果がある。Touschek 効果とはバンチ内の粒子同士のクーロン相互作用の一つである Møller 散乱によって片方の粒子の進行方向のエネルギーは高くなり、他方は低くなるといった変化をすることでエネルギー安定領域から外へ出ることを言う。この効果によって決まる寿命を Touschek ライフタイムと呼ぶ。Touschek ライフタイムは基本的に低エネルギーリングや粒子密度を高める低エミッタンスのビーム光学系で問題となる。Touschek ライフタイムを長くするために、進行方向のアーチャー、つまりダイナミック アパーチャーを広くする努力が行われる。

次に、ビームが衝突する時に起きる制動輻射の過程がある。これは2つの衝突するビームに含まれる粒子と粒子がすれ違う時に制動輻射により光子を放出する。いわゆる radiative Bhabha 散乱である。この過程によって決まるライフタイムをルミノシティー ライフタイムと呼ぶ。これは基本的に陽電子・電子衝突型加速器に特有なライフタイムである。ルミノシティー ライフタイムは粒子の損失率として定義される。

$$\frac{dN}{dt} = -L\sigma \quad (95)$$

ここで σ は radiative Bhabha 散乱の反応断面積で

$$\sigma = \frac{16\alpha r_e^2}{3} \left[\left(\log \frac{1}{\epsilon} - \frac{5}{8} \right) \left(\log \sqrt{2} m_e \frac{\sqrt{\epsilon_y \beta_y^*}}{\hbar c} + \frac{\gamma_E}{2} \right) + \frac{1}{4} \left(\frac{13}{3} \log \frac{1}{\epsilon} - \frac{17}{6} \right) \right] \quad (96)$$

と表される。 α は微細構造定数 (fine-structure constant)、 γ_E はオイラー定数、 ϵ はカットオフパラメータ (cut-off parameter) である。これによりルミノシティーに比例して粒子の損失率が増大する。つまり高いルミノシティーを目指すほどルミノシティー ライフタイムは短くなるということである。例えばエミッタンスを 18 nm、衝突点ベータ関数を 1 cm として $\epsilon = 0.01$ とすると反応断面積は $2.35 \times 10^{-25} \text{ cm}^2$ となる。そしてルミノシティーを $10^{34} \text{ cm}^{-2}\text{s}^{-1}$ とすればビーム電流の損失率は 0.038 mA/s となる。これは KEKB LER 2.6 A のビーム電流を蓄積した場合、約7時間、HER 1.1 A の場合、3時間のビーム ライフタイムに相当する。

そして、ビーム・ビーム効果の影響が与えるライフタイムがある。一見、ルミノシティーが増える要因にビームサイズの減少があるのでビーム ライフは Touschek 効果で短くなると考えられやすいが単純にそうではない。実はダイナミックな効果として起きるダイナミック エミッタンスの効果を考える必要がある。この効果のためエミッタンスは増加する方向へいくので Touschek 効果はむしろ緩和されると考えられる。また、ビーム・ビーム キックによる振動の振幅は小さい、つまり衝突ビームが遠ざかると急激に弱くなると考えられるので、横方向のアーチャーについても問題は起きないと予想される。実際にビーム・ビーム効果によってビーム ライフタイムが長くなることが経験されている。

最後はビームと真空チェンバー内の残留ガスとの散乱で、やはり制動輻射でエネルギーを失いアーチャーの外へ出て失われる過程である。これは真空システムに依存するで、高い真空度を達成する努力が行われる。基本的に上で述べた過程で決まるライフタイムよりも長くなるように真空システムを設計する。

6 現在のBファクトリー

現在、ルミノシティー フロンティアを開拓し続けている加速器に KEKB と PEP-II がある。これらの加速器では B 中間子における「CP の破れ」を実験的に検証することを目的としている。そ

のためには、B 中間子の時間に依存した崩壊現象を測定する必要がある。つまり B 中間子と反 B 中間子の崩壊点を距離の差として精度よく測定する。したがって、崩壊点をより良く区別して測定しやすくするためには B 中間子と反 B 中間子をローレンツ・ブーストする。このために加速器の衝突エネルギーは非対称であることが要求される。さらに、これらを精密に測定するためには膨大な数の物理事象を必要とする。これは高いルミノシティーを目指して挑戦していかなければならないことを意味する。

6.1 KEKB

KEKB は陽電子のビーム エネルギーを 3.5 GeV、電子のビームエネルギーを 8 GeV に設定した非対称エネルギー、ダブルリング・コライダーである。エネルギー非対称度は物理的側面を総合的に判断して決められている。トリスタンのトンネルを再利用し高いエネルギーのリング (HER) と低いエネルギーのリング (LER) が設置され、周長はともに約 3 km である。電子リングを 3.5 GeV ではなく 8 GeV に設定した理由は電子ビームに特有なイオン・トラッピングの影響をなるべく軽減するためである。イオン・トラッピングは電子が真空チェンバー中のガスをイオン化し、イオン化されたガスが電子ビームの軌道の周辺にトラップされる現象である。この現象が起きると電子ビームは不安定になる。このようなビーム不安定性はバンチ フィードバック システムである程度抑えられるとしても、イオンの量を減らすためにリングの真空度を 10^{-8} Pa 程度にする必要があると考えられている。

KEKB のデザイン ルミノシティーは $10^{34} \text{ cm}^{-2}\text{s}^{-1}$ である。このような高いルミノシティーを実現するために陽電子のビーム電流は 2.6 A、電子のビーム電流は 1.1 A をデザイン値としている。それと同時に有限交差角衝突で述べたように 22 mrad の交差角を持たせて、衝突点の y 方向のベータ関数を 1 cm まで絞りこむ。このとき、ビーム・ビーム パラメータは 0.05 を想定している。衝突点は 1 箇所、データ収集を行う BELLE 測定器が置かれる。これにはベータ関数を極度に小さくする場所をできるだけ減らすという理由によるところが大きい。前述したように、小さなベータ関数を実現することは同時に大きな色収差が発生することになり、それを補正するための六極磁石の強さも強くなる。それに伴って広いダイナミック アパーチャーを確保することが困難になるからである。必要とされるダイナミック アパーチャーの大きさは、入射器からリングへの入射条件とビームのライフタイムで決まる。KEKB の場合、ブースターリングと異なり入射器から供給されるビーム エネルギーがリングのエネルギーと同じため基本的に衝突用のビーム光学系のまま入射が可能である。これは後に述べる連続入射モードの場合に絶大な威力を発揮する。ビームのライフタイムに関しては、特に 3.5 GeV リングでは低エネルギーに加えて大電流を蓄積するので Toushek 効果によるライフの減少が問題となる。そのため広いダイナミック アパーチャーを確保するために色収差補正用六極磁石の配置に工夫を施している。それは両リングのアーク部に導入したノン・インターリーブド 2.5π 色収差補正 (noninterleaved 2.5π chromaticity correction) と LER に導入された局所的色収差補正 (local chromaticity correction) である。

まず、ノン・インターリーブド色収差補正では 2 台 1 組 (ペア) の同じ強さの六極磁石をその間の転送行列が x 方向と y 方ともに

$$M_{SS} = -I' = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ m_{21} & -1 \end{pmatrix} \quad (97)$$

となるように配置する。この区間のベータatron振動の位相の進みは π となる。このとき 1 つの六極磁石のペアの間に別のペアに属する六極磁石が割り込まないようにする。 $m_{21} = 0$ となるようにすれば転送行列は完全な $-I$ となる。これによってペアの片方の六極磁石が (運動量のずれのない) ビームに与える非線形なキックは

$$\Delta x' = -\frac{1}{2}k_2(x^2 - y^2) \quad (98)$$

$$\Delta y' = k_2xy \quad (99)$$

と表現されるが転送行列が $-I$ となっているために、もう一方の六極磁石でキャンセルされる。しかし、ペアの六極磁石で作られる色収差補正はキャンセルされない。ここで、運動量のずれを考

慮して $x = x_\beta + \eta_x \delta$ 、 $y = y_\beta$ と置く。これを式 (98)、(99) に代入して、 x_β 、 y_β 、 δ の 2 次 の 項 を 無視すれば四極磁場補正の場合と同じ形

$$\Delta x'_\beta \simeq -(k_2 \eta_x \delta) x_\beta \quad (100)$$

$$\Delta y'_\beta \simeq (k_2 \eta_x \delta) y_\beta \quad (101)$$

となる。結局、 $-I$ 変換で変位の符号が逆になっても、それぞれの六極磁石で作られる色収差補正は

$$\xi_{x,\text{sext}} = \frac{\beta_x}{4\pi} k_2 \eta_x \quad (102)$$

$$\xi_{y,\text{sext}} = -\frac{\beta_y}{4\pi} k_2 \eta_x \quad (103)$$

である。従って、横方向に大きなダイナミック アパーチャーを確保できることが期待される。ちなみに、 $m_{21} \neq 0$ の場合でも、遜色無くダイナミック アパーチャーを確保できることがわかっている。このように色収差を補正するために導入した六極磁石の配置はその非線形磁場の影響をキャンセルするばかりでなく実際の加速器の持つエラーによるビーム光学系のデザインからのずれを補正することにも有効的に用いられる。特に、ペアになる六極磁石にローカルバンパ軌道を作ることによってベータ関数、xy カップリング、運動量分散を効率良く補正できる。このようなオブティクス補正の手法については本セミナーの「初等ビーム力学からのオブティクス補正入門」で詳説されている。

1 つのユニットセルは 2.5π の位相の進みを持ち、1 つの六極磁石のペアを完全に含むわけだが、7 ファミリーの四極磁石が含まれる。これらの四極磁石の 4 ファミリーは $-I'$ 条件をつけるために使われ、残りの 2 ファミリーでエミッタンスとモーメンタム コンパクションを決めている。このユニットセルのおかげで、エミッタンスとモーメンタム コンパクションについては

$$\begin{aligned} 10 \text{ nm} &\leq \varepsilon_x \leq 36 \text{ nm} \\ -4 \times 10^{-4} &\leq \alpha_p \leq -4 \times 10^{-4} \end{aligned}$$

という幅広いチューニング レンジが確保されている。図 12 に KEKB アーク部のノーマルセルの様子を示す。

次に、局所の色収差補正であるが、これは衝突点領域で発生した色収差を発生源の近くで局所的に補正することを目的としている。衝突点近くの直線部に偏向磁石を配置して分散を作り、上で述べた $-I'$ 変換を挟んだ六極磁石のペアを配置する。図 13 に KEKB LER の衝突点領域のビーム光学系を示す。この局所の色収差はダイナミック アパーチャーのより厳しい低エネルギーリング (陽電子リング) に導入されている。ここでは場所的な制約があるため水平方向と垂直方向の両方を補正するだけの領域を確保することは難しい。ところが、水平方向の色収差は垂直方向ほど強く局所的に発生していないので、垂直方向の色収差を補正する六極磁石の 2 ペアを衝突点を挟んで置いている。結局、KEKB では電子リングに 52 ファミリー、陽電子リングに 52 ファミリーと局所の色収差補正のための 2 ファミリーの合計 54 ファミリーの六極磁石が配置されている。

ビーム光学系において幅広いチューニング レンジが確保されていることは次に述べるような利点がある。まず、RF 加速空洞を並べる直線部 (RF セクション) におけるベータ関数の運動量依存性を小さくした方が良いことがわかっている。これは何を意味するのかというと粒子が RF セクションを通過して運動量が増えるたびにベータ関数のミスマッチが起こりシンクロ・ベータ レゾナンスが励起される可能性がある。この共鳴線は

$$2\nu_{x,y} \pm m\nu_s = N \quad (104)$$

で表される。 m 、 N は整数。しかしながら、シンクロトロン チューンを十分に小さくできれば共鳴条件を満たす次数が上がってダイナミック アパーチャーに影響を及ぼさない安全領域が増えることになる。バンチ長とエネルギー幅の関係は

$$\sigma_z = \frac{C\alpha_p}{2\pi\nu_s} \left(\frac{\sigma_E}{E_0} \right) \quad (105)$$

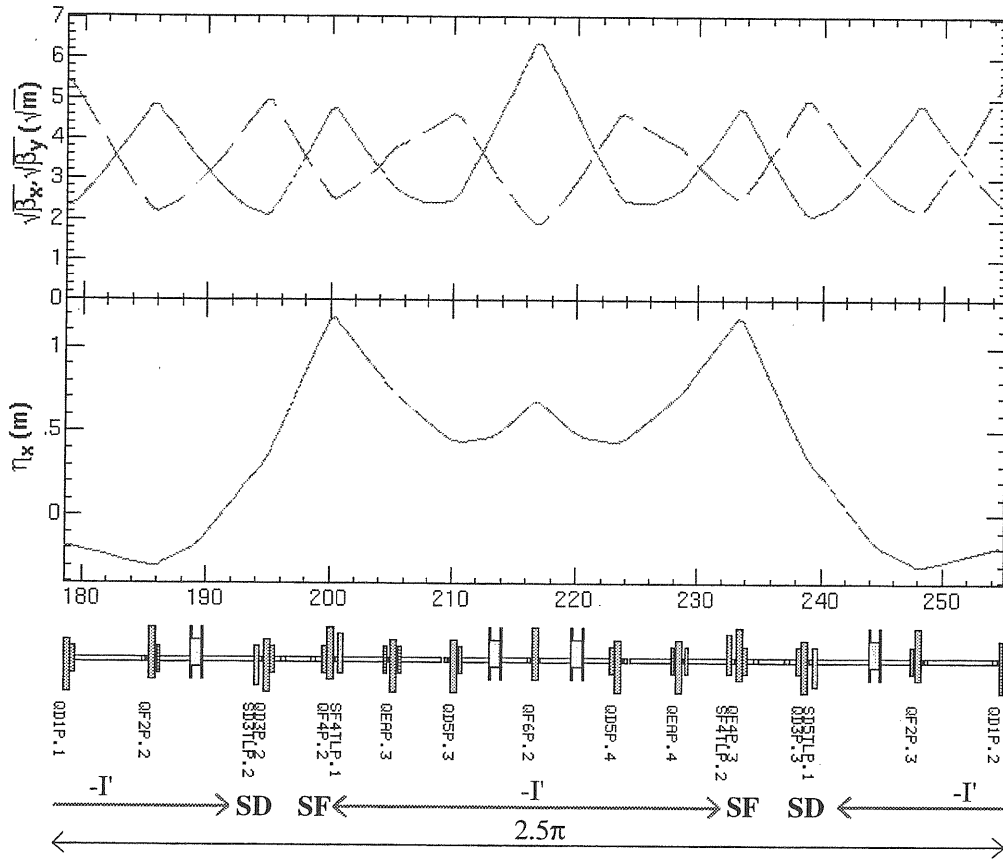


Figure 12: KEKB のノーマルセル。

なので、これらを一定に保ったままシンクロトロン チューンを小さくするにはモーメント コンパクションを小さくすれば良いことがわかる。KEKBではモーメント コンパクションを 3×10^{-4} にしてシンクロトロン チューンを ~ 0.02 まで下げている。

ビーム電流を大きくするには蓄積できるバンチ数を増やす必要があることを述べたが、この時に問題になるのが前述したイオン・トラッピングやカップルド・バンチ インスタビリティーと呼ばれるビーム不安性である。カップルド・バンチ インスタビリティーの主な原因になるのは加速空洞にあると考えられるので、この現象を軽減するには必要とする全 RF 電圧を低くすること、つまり加速空洞数を減らすことである。シンクロトロン周波数は、

$$\omega_s^2 = \left(\frac{2\pi\nu_s}{T_0} \right)^2 = \frac{\alpha_p e V_{RF} \omega_{RF} |\cos \phi_s|}{E_0 T_0} \quad (106)$$

と表され、これと式 (105) より RF 電圧は

$$V_{RF} = \frac{c C \alpha_p E_0}{e \omega_{RF} |\cos \phi_s| \sigma_z^2} \left(\frac{\sigma_E}{E_0} \right)^2 \quad (107)$$

と表される。従って、エネルギー幅とバンチ長が一定の場合、モーメント コンパクションを下げることで RF 電圧を下げる事が可能となる。いずれの場合も前述したビーム光学パラメータの幅広いチューニングレンジが威力を発揮することになる。

カップルド・バンチ インスタビリティーを押えるためには空洞台数を減らすだけでは十分ではなく、空洞そのものを工夫しないと解決しない。バンチが高周波空洞を通過するとき空洞中に電磁波を励起する。励起された電磁波が次のバンチの通過時に減衰せずに残っていたとしたらバンチはゆすられ、電磁波を空洞中に励起する。この連鎖がビーム振動を次第に成長させ、ついに

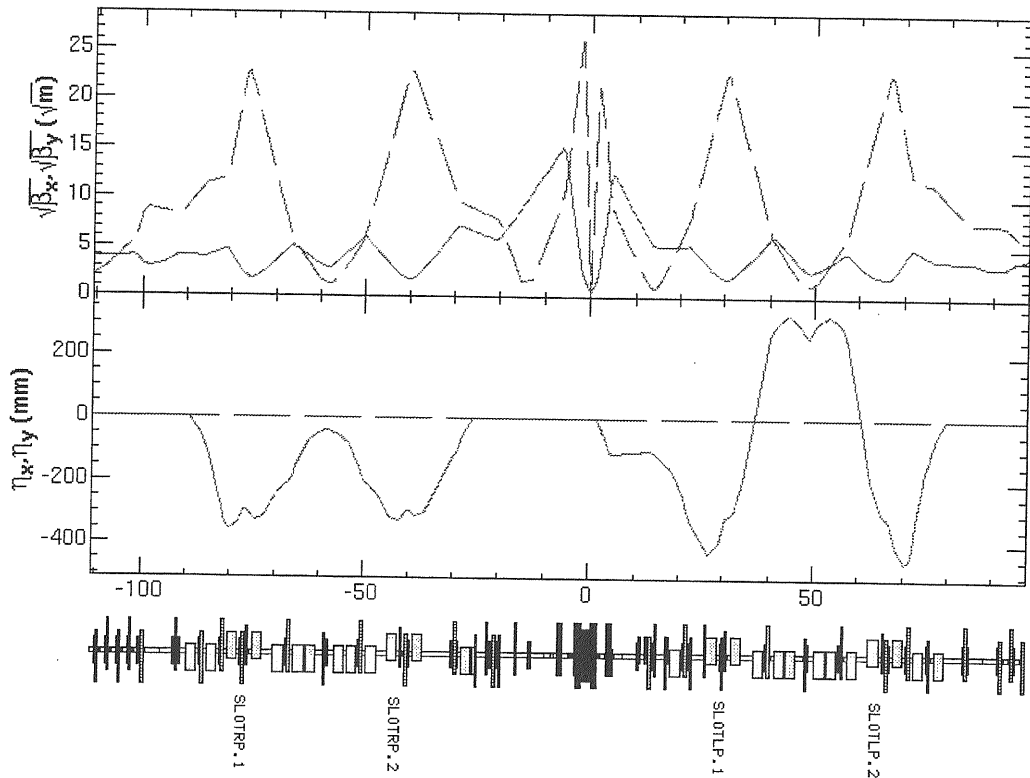


Figure 13: KEKB LER の局所的色収差補正。SLOTRP、SLOTLP は局所的色補正用の六極磁石を示す。

はビームが失われてしまう。この現象がカップルド・バンチ インスタビリティーということになるが、励起される電磁波は高周波加速空洞の加速モードと高次モード (HOM) に大別される。

まず、励起された加速モード電磁波はクライストロンから供給される電磁波とは位相が異なるためインピーダンス整合がくずれ反射が生じる。一般に空洞の共振周波数を下げることによってインピーダンスの整合性を回復することができる。これを optimum tuning と呼ぶが蓄積電流が大きくなるほど周波数のデチューン量も増加する。デチューン量が周回周波数よりも大きくなるとデチューニングにより空洞の共鳴曲線のピークは周回周波数ごとに存在する各モードで強いカップルド・バンチ インスタビリティーが起こる。例えば、KEKB の放射減衰時間は約 20 msec であるのに対して振動が 100 μs 以下の成長時間でビルドアップしてしまう。従って、空洞のデチューン量を減らすことが必要不可欠である。ビームローディングのリアクティブ成分を打ち消し、必要なパワーを最小にするデチューン周波数は

$$\Delta f = \frac{I \sin \phi_s}{2V_c} \left(\frac{R}{Q} \right) f = \frac{P_b \tan \phi_s}{4\pi U} \quad (108)$$

と表現される。 P_b はビームに与えるパワー、 U は貯蔵エネルギーである。この式からデチューン量を減らすには、空洞 1 台当たりの RF 電圧 V_c を高くするか、ビームパワーに対して空洞の貯蔵エネルギーを大きくすることが考えられる。超伝導空洞は一般に R/Q を高める工夫が不必要であり 1 台当たりにつき常伝導空洞よりも高い RF 電圧で運転することから、このような条件に適している。一方、常伝導空洞では、むやみに R/Q を小さくするとシャント インピーダンスまで下がり空洞ロスが増大してしまう。これを解決するためにエネルギー貯蔵空洞を加速空洞に結合させて全体の貯蔵エネルギーを増大させる。エネルギー貯蔵空洞は小さいエネルギーロスで大きなエネルギーを蓄えるように Q 値の高いモードで励振する。このように加速空洞とエネルギー貯蔵空洞を結合する結合空洞からなる常伝導 3 空洞連成系である ARES 空洞 (Accelerator Resonantly coupled with Energy Storage) と超伝導空洞である SCC 空洞 (single-cell Superconducting Cavity) を採

用する。これによって高周波加速空洞の加速モードに起因するカップルド・バンチ インスタビリティーの問題を解決している。

次に高次モードに起因するカップルド・バンチ インスタビリティーであるが、超伝導空洞である SCC 空洞の場合、接続するビームパイプの cut off 周波数を低くしてビームパイプを伝搬させ HOM 吸収体で吸収させる。これは構造が簡単なため超伝導空洞に適していると言える。常伝導空洞である ARES 空洞の加速空洞は、HOM 吸収体を装備した4つの導波管と Grooved Beam Pipe(GBP) からなる HOM 減衰構造となっている。

KEKB における RF システムの構成として、陽電子リングでは ARES 空洞を使い、電子リングでは ARES 空洞と SCC 空洞を併用して使っている。これらの組合せは、それぞれの利点を最大限引き出していると言える。RF システムの詳細は本セミナー「高周波加速入門」の説明を参照して欲しい。

以上デザイン コンセプトの概要について述べてきたが今度は KECB の現状について述べる。表 2 に KECB のデザイン パラメータと現在 (2004 年 6 月) におけるマシン パラメータを示す。こ

		KEKB (デザイン)		KEKB (2004)		単位
		LER	HER	LER	HER	
ピーク ルミノシティー	L	1×10^{34}		1.392×10^{34}		$\text{cm}^{-2}\text{s}^{-1}$
エネルギー	E	3.5	8	3.5	8	GeV
ビーム電流	I	2.6	1.1	1.58	1.2	A
バンチ数	n_b	5000		1289		
エミッタンス	ϵ_x	18		18	24	nm
衝突点ベータ関数	β_x^*	330		590	560	mm
	β_y^*	10		5.2	6.5	mm
バンチ長	σ_z	4		5~7		mm
モーメントム コンパクション	α_p	$1 \sim 2 \times 10^{-4}$		3×10^{-4}		
RF 電圧 (総和)	V_{RF}	10	17.9	8	14	MV
ベータトロン チューン	ν_x	45.52	47.52	45.505	44.513	
	ν_y	46.08	43.08	43.535	41.582	
シンクロトロン チューン	ν_s	0.01~0.02		0.0249	0.0216	
ビーム・ビーム パラメータ	ξ_x	0.039		0.113	0.072	
	ξ_y	0.052		0.074	0.057	
有限交差角	θ_x	22		22		mrad

Table 2: KECB のデザイン パラメータと現在のパラメータの比較。

の表を見ての通り、現在達成されているルミノシティーはデザインの約 1.4 倍に到達している。しかしながら、当初予定していたパラメータとは異なるパラメータで最高ルミノシティーを達成していることがわかる。まず、ベータトロン チューンであるが垂直方向のチューンは整数共鳴線に近いところであったが軌道変動の影響を受け安いため衝突軌道を維持するのが難しいという理由と半整数共鳴線付近にルミノシティーが高い領域が見つかったため現在のチューンへと引っ越している。これを可能としているのが KECB の持つ幅広いチューニング レンジとそれを行うだけの磁石を配置できる長い周長にある。一般にビーム電流だけに着目すると長い周長は不利であるが、総合的に見るとある程度周長を持っていることは重要な要素である。また、陽電子リングの水平方向のチューンは .505 という極度に半整数共鳴線に近づけることが可能となっている。これは加速器のマシン エラーがかなり良く補正されていることを意味する。

次に全電流についてみると電子リングではデザイン値を上回り、これは超伝導空洞の運転としては世界最高の蓄積電流となる。一方、陽電子リングについては約 1.6 A とデザイン値と比べるとかなり低い値である。つまりエネルギー トランスペアレンシーとはなっていない。さらに、バンチ数に着目するとデザインに比べて4分の1ほどしか蓄積していない。つまりバンチ電流はデザインに比べると2倍から4倍高い値となっている。ここでリングへのバンチの詰め方をフィル

パターンと呼ぶことにする。デザインではフルにバンチを詰めているが、実際の運転上何らかの理由でビームをリングから外へ逃す時、ビームをけり出すためのアポルトキッカーの磁場の立上りを避けるため5%ほどのアポルトギャップと呼ばれるすき間を作る必要がある。これはビームが不意に測定器を直撃しないためのものである。ところで、現在のフィルパターンは4バンチ間隔と3バンチ間隔のすき間を混ぜている。これはバンチ数をむやみに増やしてもルミノシティが増えないという事情による。その原因として光電子雲効果に関係していると考えられている。光電子雲効果はシンクロトロン放射光がビームパイプの壁に当たり光電子が叩き出され、集団として雲を形成し陽電子に引き付けられるため、ビームに悪影響を及ぼす。光電子はさらに壁に当たって2次電子を放出することも考えられるため電子雲の量が増える可能性がある。このような効果はマルチ・バンチ・インスタビリティーとして1980年代後半からKEK PF(フォトンファクトリー)[13]で観測された。この不安定性はロング・レンジのウエイク場によるカップルド・バンチ・インスタビリティーの一種である。その2極振動はモード・ナンバー等に依存するが、現状ではバンチフィードバックシステムによって抑えられている。1999年以降、KEKBが稼働してから光電子雲効果はショート・レンジのウエイク場によるシングル・バンチ・インスタビリティーも起こすことがわかった。これによるとビームはコヒーレントなヘッド・テイル振動をする。そのためビームサイズが大きくなったのと同じ効果になりルミノシティが低下する。実際にKEKBでは垂直方向のビームサイズブローアップが観測されている[14]。この光電子雲によるインスタビリティーを軽減するためにビームパイプの周りにソレノイドを巻いてソレノイド磁場(~30 G)を作り、出て来た光電子を陽電子ビームからなるべく遮蔽することを行っている。図14にソレノイドの巻いた長さ、それによるビームサイズブローアップの軽減を示す。ドリフト空間の90%以上をソレノイドで覆っているわけだが、実際のところどこに光電子雲が多く存在するのか定量的にはわかっていない。しかも四極磁石や偏向磁石の中はスペースの制限が厳しくソレノイドを巻くことは困難な状況である。現在のKEKBでは採用されていないが、光電子雲効果を軽減するのにアンテナ・チェンバーが有効であることがわかっている。

また、光電子雲効果とビーム・ビーム効果との相関についてはまだ良くわかっていない。光電子雲効果は完全に理解されているわけではなく、新しい観測手法の導入とそれによる観測結果が待たれている。

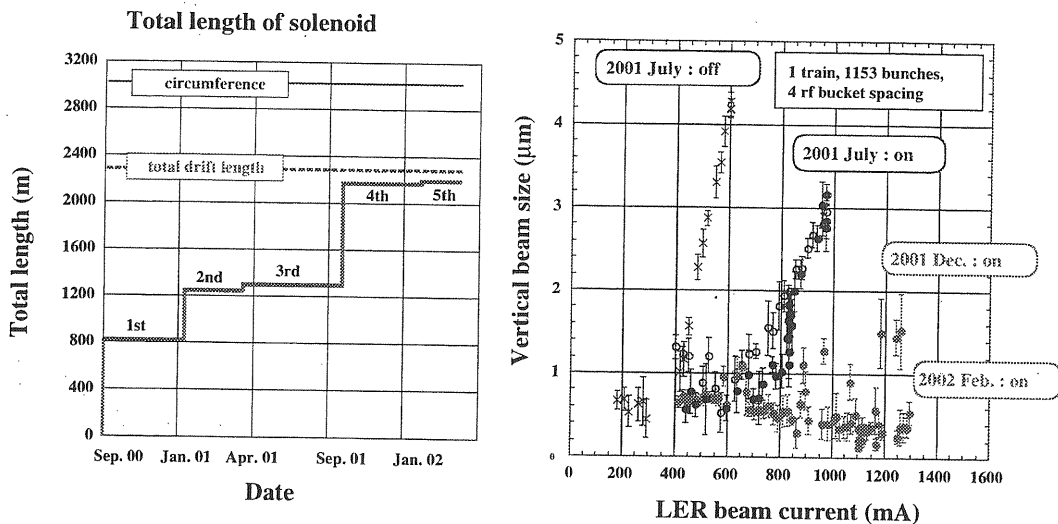


Figure 14: 左はソレノイド巻きの歴史。右はソレノイドの効果と垂直方向のビームサイズのビーム電流依存。

ルミノシティマシンでは大電流蓄積を目指すわけであるが、それによるシンクロトロン放射光も巨大なパワー放出となり、熱的問題が生じる。したがって、放射光マスクや熱変形等も考慮に入れて真空システム全体の設計を行う必要がある。また、放射光による熱的問題のほか高次モード(HOM)による熱的問題も深刻である。一般に空洞構造のある真空容器をビームが通過する

と電磁波を空洞内に励起する。励起された電磁波は減衰せずに次のバンチの通過でさらなる電磁波を励起し、この繰り返しによって共鳴を起こす。このような電磁波のパワーロスは熱となり真空容器を破壊する。この高次モード (HOM) のパワーロスは

$$P_{HOM} = T_0 k(\sigma_z) \frac{I^2}{n_b} \quad (109)$$

と表される。 T_0 は周回時間、 $k(\sigma_z)$ はロス・ファクター、 I はビーム電流、 n_b はバンチ数である。したがって、HOMによるパワーロスを軽減するためには、バンチ数を増やすかロス・ファクターを小さくすることが考えられる。ところが現在のところ、前述した光電子雲効果によりバンチ数を増やすことはルミノシティ低下を招くのでロス・ファクターを小さくするしかない。ロス・ファクターは基本的に形状によって決まる。またバンチ長に依存しているため、バンチ長が短くなると急激に増大する。そのため、実は極めて小さいベータ関数を衝突点で実現できたとしても hourglass effect が効かないように極度に短いバンチを実現できるという保証はない。ロス・ファクターを小さくするために、なるべく複雑な構造は避け、空洞構造を排除するようにしている。このロス・ファクターと関係する構造物としてマスクがある。特にKEKBでは測定器に対するバックグラウンド軽減のために測定器の上流に可動マスクを設置している。初期の設計では銅製のマスクヘッドの付いた棒を出し入れする構造であったが、HOMによるダメージが激しかったため真空チェンバーにマスクヘッドをテーパ状に付けてベローズで両側を接続し真空チェンバー自身が可動する構造に変更している。これによりHOMによる問題は軽減された。しかしHOM以外にKEKBではビームがマスクヘッドを直撃した場合に削れて筐くれ状になることを経験している。こうなるとビームが筐くれに当たってビームライフが激減したり、入射不可に陥る。これを回避するためにマスクヘッドの材質もチタン等の物質の小さいものを選ぶなどの解決策が取られている。真空システムについては本セミナー「加速器における超高真空」で説明されている。

ピークルミノシティは加速器の性能を示す最も良いパラメータであるが、実は物理実験にとって積分ルミノシティに意味がある。それには加速器を安定に運転することが重要になってくる。これについては本セミナーの「加速器制御入門」で解説されている。しかも、ビーム調整に高精度が要求されるのが一般的で、様々なビームモニター類、フィードバック制御等が必要になってくる。ビーム軌道に関してはビーム位置モニターの情報をもとに約30秒に一度の割合で連続的なCOD補正 (Continuous Cod Correction) を行っている。また、光干渉計を用いたビームサイズ測定をもとに陽電子ビームの垂直方向サイズを衝突軌道を制御することでフィードバックしルミノシティの最適化を行っている。そしてベータトロンチューンもある最適値に向かって常にフィードバックを行っている。これにはパイロットバンチと呼ばれる衝突しないバンチをそれぞれのリングのアポートギャップの直前に入れて、パイロットバンチのチューンを測定している。実際の加速器の運転で使用しているチューンフィードバックのパネルを図15に示す。一般的なビームの測定については本セミナーの「放射光とビーム計測」で解説されるはずである。

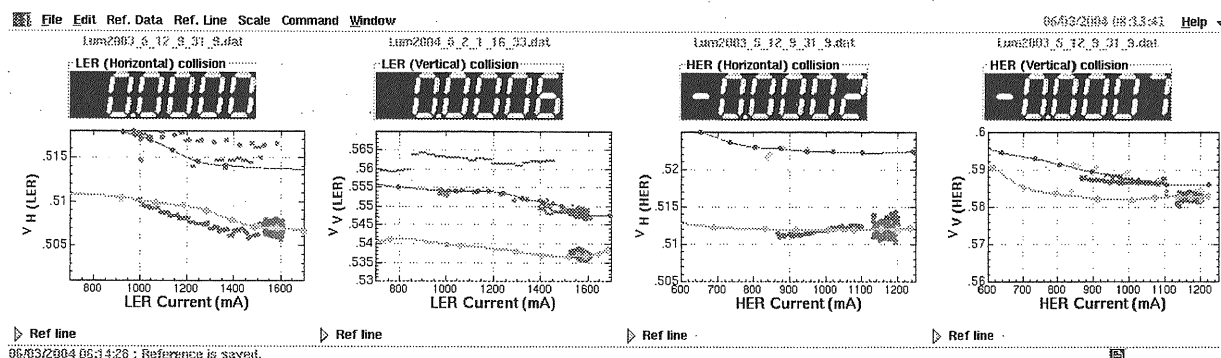


Figure 15: パイロットバンチのチューンプロット。横軸はビーム電流、縦軸はチューン。線はそれぞれリファレンスラインを示しフィードバックの目標値となっている。4つの大きな数字はチューンの目標値からのずれを表している。

また、大電流をリングに蓄積するためには強力な入射器が必要となる。KEKBの入射器では1パルスで2バンチの陽電子ビームを加速し、ビーム強度を高め入射率の向上を計っている。たとえビームをうまく蓄積できたとしても、ビーム電流はビーム ライフに従って減少していくためルミノシティーも伴って減少する。しかし、ビーム電流を最大値で一定に保つことができれば原理的にはルミノシティーも一定に保つことができ積分ルミノシティーも向上することが期待できる。これを可能にするのが連続入射モード (Continuous Injection Mode) と呼ばれるものである。これにはビームをリングへ供給する入射器の役割が重要となる。入射器については本セミナーの「線形加速器入門」で解説されている。連続入射モードでは 10 Hz という低い繰り返しでビーム入射を行い、ビーム電流を少しずつ積んでいく。KEKB では今のところ電子リングと陽電子リングの両方への同時入射はできないので一つのリングについて入射する。規定のビーム電流に達したら入射を止め、ビームモードを切替えて他方のリングへの入射を行うか、ある程度ビーム電流が減少したら再び入射を開始する。これを休みなく繰り返すわけであるが、これにはセプタムやキッカー等の入射システムと入射器の耐久性が必要である。連続入射モードにより1日当たりの積分ルミノシティーが飛躍的に高くなった。図 16 に連続入射モードの1日の様子を示す。

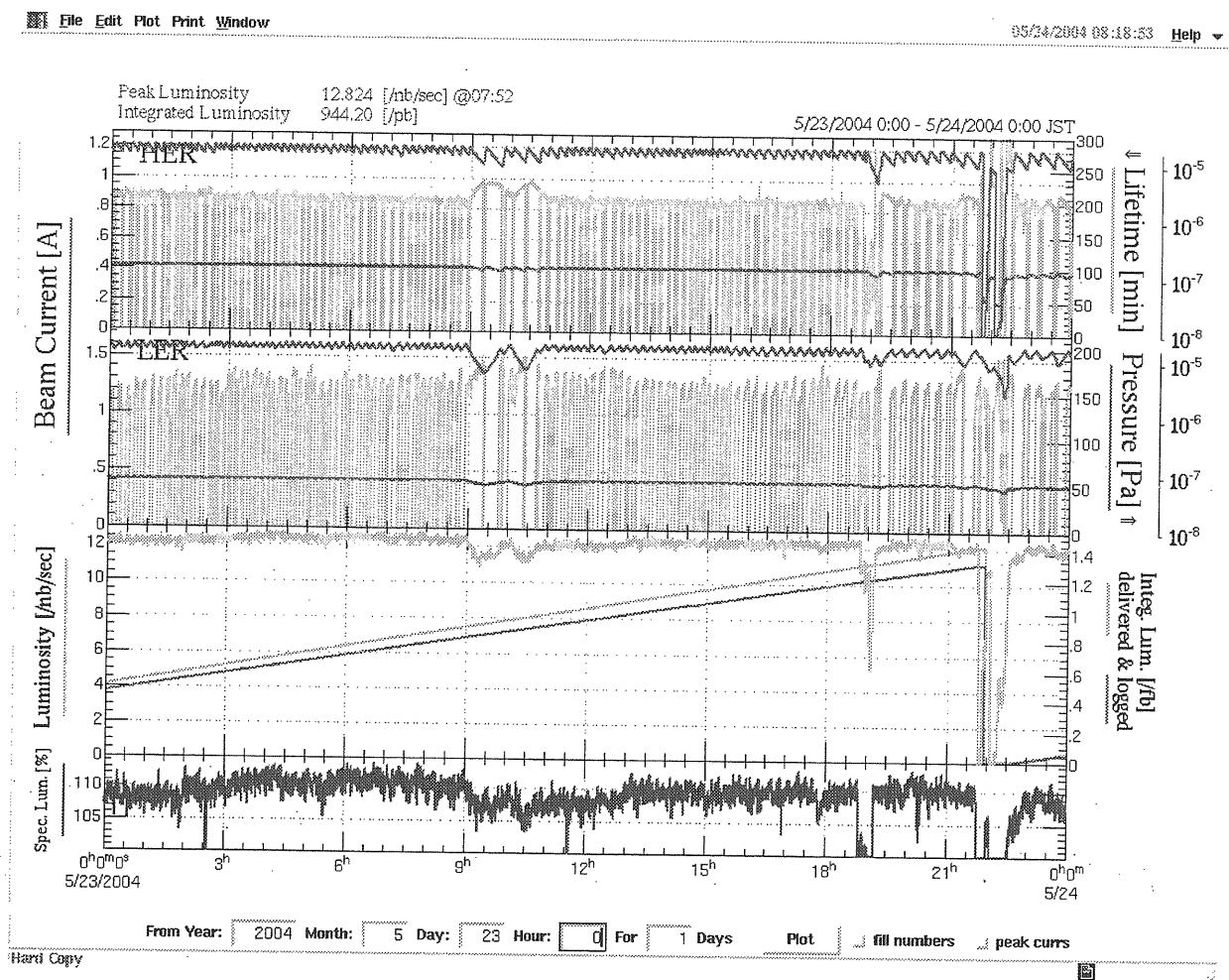


Figure 16: 1日のルミノシティーの様子。上から電子リング (HER)、陽電子リング (LER)、ルミノシティー、ブルー比 (ある時のスペシフィック ルミノシティーからの比)。赤はビーム電流、シアンはライフ、紫は真空度を表す。

最後に KEKB における積分ルミノシティーの記録を表 3 に、KEKB の歴史を図 17 に紹介する。そして、<http://kekb.jp> に KEKB の詳しい情報が公開されている。

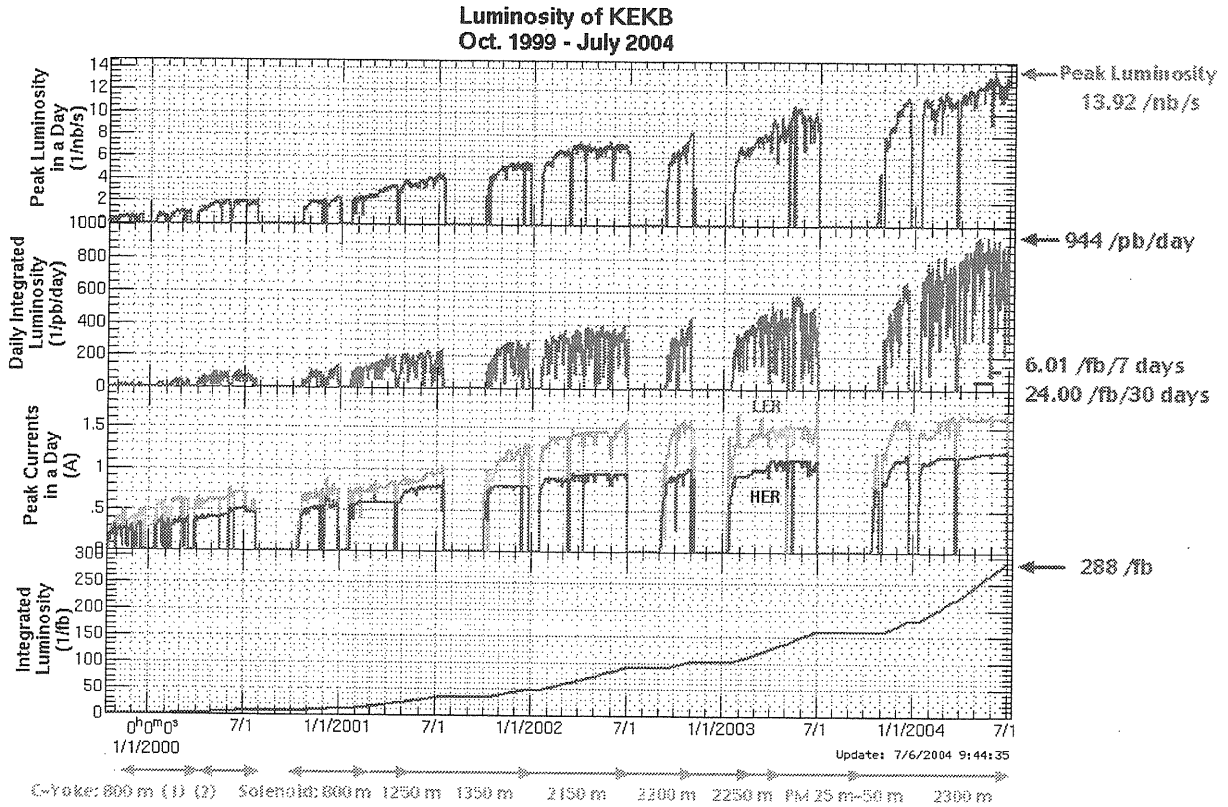


Figure 17: KEKB の歴史。

カテゴリー	積分ルミノシティ	単位
shift	330.6	pb ⁻¹
day	944.2	pb ⁻¹
24 hours	969.4	pb ⁻¹
week	5.939	fb ⁻¹
7 days	6.009	fb ⁻¹
month	22.108	fb ⁻¹
30 days	23.995	fb ⁻¹

Table 3: KEKB における積分ルミノシティの記録 (2004 年 6 月)。

6.2 PEP-II

米国のスタンフォード線形加速器センター (Stanford Linear Accelerator Center, SLAC) においても日本の KEKB 同様の B ファクトリー実験が行われている。そこで稼働している加速器は PEP-II と呼ばれている。PEP-II もダブルリングで陽電子のエネルギーが 3.1 GeV、電子のエネルギーが 9 GeV という非対称エネルギー衝突加速器である。KEKB に比べると PEP-II の方がエネルギー非対称度が大きい。PEP-II でも、陽電子を蓄積する低エネルギーリングを LER、電子を蓄積する高エネルギーリングを HER と呼んでいる。PEP-II の周長は LER と HER とともに約 2.2 km で KEKB より短い。

		PEP-II (デザイン)		PEP-II (2004)		単位
		LER	HER	LER	HER	
ピーク ルミノシティー	L	3×10^{33}		8.6×10^{33}		$\text{cm}^{-2}\text{s}^{-1}$
エネルギー	E	3.1	9	3.1	9	GeV
ビーム電流	I	2.14	0.75	2.43	1.38	A
バンチ数	n_b	1658		1561		
エミッタンス	ε_x	49		24	48	nm
衝突点ベータ関数	β_x^*	500		500		mm
	β_y^*	15		12.5		mm
バンチ長	σ_z	10		12	11	mm
モーメントム コンパクション	α_p	0.0012	0.0024	0.0013	0.0024	
RF 電圧 (総和)	V_{RF}	3.4	14	3.2	15	MV
ベータトロン チューン	ν_x	32.28	25.28	38.52	24.52	
	ν_y	35.18	24.18	36.56	23.62	
シンクロトロン チューン	ν_s	0.027	0.045	0.027	0.047	
ビーム・ビーム パラメータ	ξ_x	0.03		0.086	0.032	
	ξ_y	0.03		0.067	0.046	
有限交差角	θ_x	0		0	0	mrad

Table 4: PEP-II のデザイン パラメータと現在のパラメータの比較。現在、最高ルミノシティーは $9.2 \times 10^{33} \text{ cm}^{-2}\text{s}^{-1}$ が達成されている。

PEP-II のデザイン ルミノシティーは $3 \times 10^{33} \text{ cm}^{-2}\text{s}^{-1}$ である。この値は KEKB のデザイン値と比べると約 1/3 であるが現在達成されているルミノシティーは約 3 倍となっている。ビーム電流についてみると LER についてはデザイン値を少し上回り、HER については約 2 倍の電流を蓄積している。また、バンチ数については、ほぼデザイン通りの数に達している。光電子効果は PEP-II でも起きているが KEKB で観測されている現象とは異なっているようである。PEP-II では真空チェンバーの内壁を TiN コートして電子放出を抑えるとともに真空チェンバーの構造は最初からアンテ・チェンバーを採用している。もともとアンテ・チェンバーは放射光マシンでは多用されていて新しいアイデアというわけではない。アンテ・チェンバーはビームが通るビームチャンネルと放射光が通る放射光チャンネルというようにビームと放射光が別々に別れたパイプを通る。これによって放射光が壁に当たって放出された電子雲はビームから基本的に遮蔽されることが期待できる。それに加えてソレノイドを巻いているが、光電子効果を軽減するのに効果を発揮しているようである。

衝突点領域のデザインは KEKB と異なり正面衝突である。図 18²に PEP-II の衝突点まわりのデザインを示す。衝突したビームを分離するための偏向磁石 (B1) が衝突点近くに置かれている。その外側に最終四極磁石が設置されている。

ビーム電流を蓄積するための RF システムは一般的に良く用いられている常伝導空洞を採用している。したがって、カップルド・バンチ インスタビリティーが厳しいため、横方向と進行方向

²図は M. Sullivan 氏の好意による。

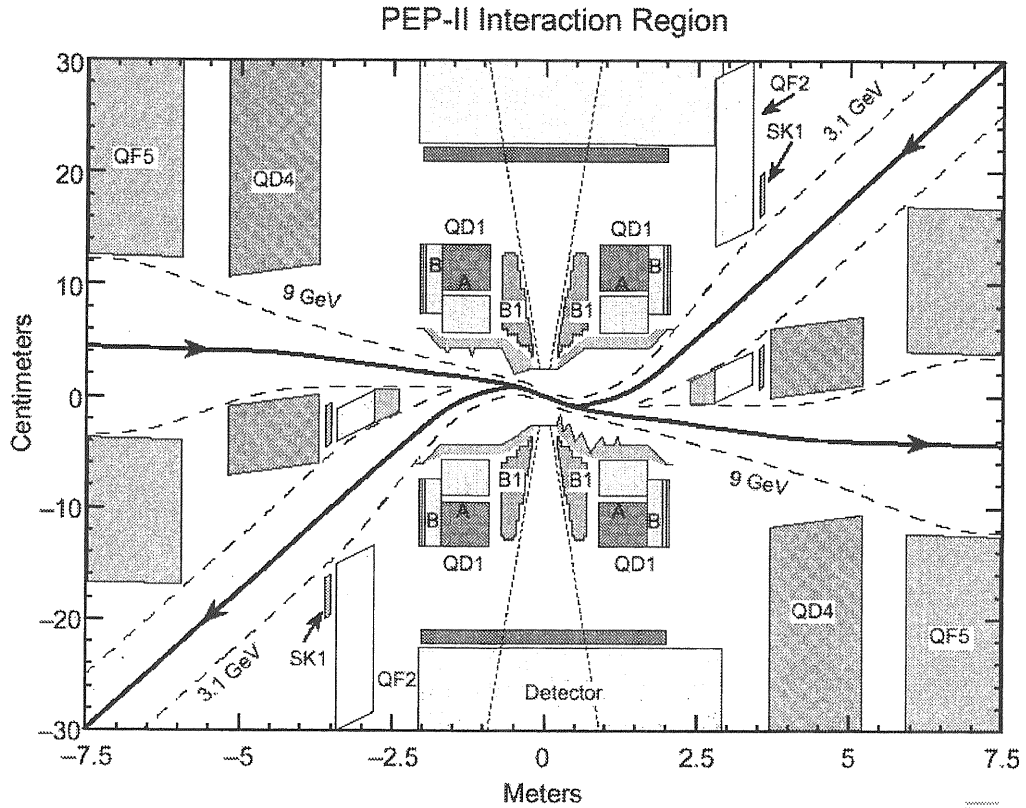


Figure 18: PEP-II の衝突点付近のデザイン。QD1 は最終四極磁石 (y 方向に収束力を持つ)、B1 は衝突する 2 つのビーム軌道を分離するための偏向磁石。

のフィードバック システムを装備している。ビーム光学系についても一般的な FODO ラティスである。

入射に関して、PEP-II でも積分ミノシティを向上させるために連続入射モードを採用している。PEP-II で用いられている入射器は SLC を流用しているためビーム強度は高く、ダンピングリングを使って入射ビームのエミッタンスを小さくしている。これは連続入射モードによって入射効率を高め、測定器へのバックグラウンドを軽減するのに役だっている。

ビーム・ビーム パラメータも 0.03 と小さく仮定している。以上のように PEP-II はどちらかと言えば保守的な設計思想に基づいていると言える。

7 未来の B ファクトリー - Super B Factory -

KEKB はピーク ルミノシティー $10^{34} \text{ cm}^{-2}\text{s}^{-1}$ を越え、PEP-II も $10^{34} \text{ cm}^{-2}\text{s}^{-1}$ を目指している。積分ルミノシティーは当初の B ファクトリーの目標である 300 fb^{-1} に到達するまでに、もはや 1 ヶ月とかならない段階に入っている。今や「CP の破れ」を検証するための実験から CKM 行列のユニタリティー性の精密測定や SUSY のような標準理論を越える「新しい物理」へと興味に移っていくのは自然の流れである。このような物理目標に向かっていくためにはルミノシティーを $10^{35} \sim 10^{36} \text{ cm}^{-2}\text{s}^{-1}$ へとアップグレードする必要があると考えられている。このような計画は一般に Super B Factory と呼ばれる。但し、欧州の LHCb や米国の BTeV というハドロン コライダーが 2008 年以降、新たな競争相手として現れると思われる。そのため、今こそ Super B Factory の実現時期や戦略を慎重に議論する必要がある。

現在、SLAC と KEK で Super B Factory の検討が進められている。SLAC におけるプロジェクトの情報は

http://www.slac.stanford.edu/BFROOT/www/Organization/1036_Study_Group/

に載っている。このプロジェクトの加速器は SuperPEP-II と呼ばれる。今回、紙面の都合上 (本当は時間の制約のため) SLAC で検討されている計画の概要は省略する。

KEK における Super B Factory の情報は

<http://belle.kek.jp/superb/>

または

<http://www-kekb.kek.jp/SuperKEKB/home.html>

にて公開されている。次に KEK における Super B Factory 計画の概要を述べる。

7.1 SuperKEKB

KEK では Super B Factory のために KEBK をアップグレードする計画が検討されている。そして、アップグレードされた加速器は SuperKEKB (仮称) と呼ばれている。また同時に測定器も Belle から SuperBelle へとアップグレードする。SuperKEKB の目標とするルミノシティーは

		SuperKEKB (デザイン)		単位
		LER	HER	
ピーク ルミノシティー	L	2.5×10^{35}		$\text{cm}^{-2}\text{s}^{-1}$
エネルギー	E	3.5	8	GeV
ビーム電流	I	9.4	4.1	A
バンチ数	n_b	5018		
エミッタンス	ε_x	24		nm
衝突点ベータ関数	β_x^*	200		mm
	β_y^*	3		mm
バンチ長	σ_z	3		mm
モーメンタム コンパクション	α_p	3×10^{-4}		
RF 電圧 (総和)	V_{RF}	14	23	MV
ベータトロン チューン	ν_x	45.506	44.515	
	ν_y	43.545	41.580	
シンクロトロン チューン	ν_s	0.031	0.019	
ビーム・ビーム パラメータ	ξ_x	0.137		
	ξ_y	0.140		
有限交差角	θ_x	30 \rightarrow 0(crab)		mrad

Table 5: SuperKEKB のデザイン パラメータ。

$2.5 \times 10^{35} \text{ cm}^{-2}\text{s}^{-1}$ である。これは現在達成されている KEBK の約 20 倍のルミノシティーになる。

SuperKEKB のデザイン パラメータを表 5 に示す。まず、このような高いルミノシティを達成するためには LER に約 10 A のビーム電流を蓄積する。このような大電流を蓄積するには真空システムと RF システムのデザインにおいて非常な困難を予想させる。それは高次モード (HOM) と放射光による巨大なパワーロスとの闘いとなる。真空チェンバーはアンテ・チェンバーを採用する。アンテ・チェンバーはビームの通るチャンネルと放射光の通るチャンネルを別々に持った構造をしている。ビームからの放射光は放射光チャンネルの壁に沿って当たり、パワー密度が軽減されると同時に冷却チャンネルを効率良く配置できるという利点がある。またポンプを装着するためのスロットも配置しやすい。ビームチャンネルと放射光チャンネルとが別れているためかなりの光電子雲を遮蔽する能力を持つ。従って、放射光という観点から真空チェンバーは基本的に両リングともアンテ・チェンバーを採用し、陽電子リングには光電子雲対策のソレノイドを巻くことになる。高次モード (HOM) によるパワーロスもバンチ長が短い上にビーム電流も大きくなるので非常に大きなものとなる。少しでもロス・ファクターを減らすために真空チェンバーの接続のベローズも従来の RF フィンガータイプではなくロス・ファクターが小さく熱伝導の良い楕形状の頑丈なタイプの開発と検討を行っている。

RF システムについては基本的に既存の ARES 空洞と SCC 空洞を採用する。但し、大電流に耐え得るように細かな改造を加える。特に HOM ダンパーのアップグレードは重要な開発要素である。

大電流になればビーム ライフは短くなり、大電流を蓄積するのに必要な入射ビームの強度も大きくすることが求められる。このためには入射器のアップグレードは必要不可欠である。また、光電子雲効果の対策のために陽電子のエネルギーを 3.5 GeV から 8 GeV へと高くすることも考えられている。但し、電子のエネルギーは 8 GeV から 3.5 GeV へと下がるのでイオン・トラッピングの効果の予想する必要がある。しかしながら、これがどの程度危険なものであるかということは、はっきりとはわかっていない。陽電子のエネルギーを 3.5 GeV から 8 GeV へと高くする場合、線形加速器の長さを変えることはせずに加速ゲインを増大することを考えている。そのためには既存の 20 MV/m の加速ゲインを持つ S バンド加速管から 40 MV/m の加速ゲインを持つ C バンド加速管へと必要に応じて変更する。C バンド加速管の開発については試作機が既に入射器のビームラインに組み込まれており C バンド加速管の性能を実際に発揮できることが実験的に証明されている。

また、大電流蓄積にはバンチ フィードバック システムもマルチ・バンチ インスタビリティーを抑えるために強力なものへと進化する必要がある。KEKB では横方向のバンチ フィードバック システムは採用しているが、優れた加速空洞のおかげで進行方向のフィードバック システムは不要であった。しかし、SuperKEKB の場合は横方向ばかりでなく進行方向のフィードバック システムも装備しなければならない。

次に衝突点の垂直方向のベータ関数を 3 mm まで絞る。このために衝突点領域の最終四極磁石等の特殊磁石は大幅な改造を受ける。ベータ関数をデザイン値にするために最終四極磁石をなるべく衝突点に近づける。それには最終収束磁石の構造をよりコンパクトなものにする。最終収束磁石には測定器のソレノイド磁場を打ち消すためのソレノイド (CS) が組み込まれているが KEKB では前方衝突点側に置かれていたものを 2 つに分割し、一方を最終四極磁石の上から巻き付け、残りを前方衝突点側に置く。こうして新しい最終四極磁石は衝突点へ近づくため、衝突する 2 つのビームを分離するための交差角を KEKB の 22 mrad から 30 mrad へと増大している。

衝突点での垂直方向のベータ関数を 3 mm まで絞ると同時にバンチ長も同じ程度に短くする。これによる HOM ロスの影響は前述したが、それとは別の問題としてコヒーレント・シンクロトロン放射がある。コヒーレント・シンクロトロン放射については 2003 年度の OHO セミナーを参照して欲しい。

そして、ビーム・ビーム パラメータであるが、クラブ空洞を導入し見かけ上の正面衝突を実現することによって垂直方向で 0.14 が期待される。この非常に高いビーム・ビーム パラメータは Strong-Strong シュミレーションの結果から得られたものである。但し、KEKB におけるクラブ空洞のデザインはビーム電流が 1 A から 2 A と限られるため、10 A という大電流に耐え得る新しいアイデアを採用したクラブ空洞を検討中である。

ビーム光学系については KEKB のものを踏襲する。但し、衝突点を改造するために、それに

適したものと変更する。また、クラブ空洞を採用するために、クラブ空洞での水平方向のベータ関数を大きくし、衝突点との間の位相の進みが $(2n + 1)\pi/2$ となる特別なビーム光学系を採り入れる。

以上述べたことから、SuperKEKBはスクラップ・アンド・ビルドのコンセプトのもとにトンネル、電磁石、クライストロン等、KEKBから流用できるものは全て流用するが、それでも新たに開発しなければならない要素が数多くあり、非常に挑戦的な加速器であると言える。SuperKEKBにおける最新の検討と研究成果はKEK Report 2004-4、「Letter of Intent for KEK Super B Factory」に収められている。

8 あとがき

最初に、「ルミノシティー フロンティア」という題名でOHOセミナー2004の機会を与えて下さった鎌田進氏に感謝します。

この題名で最初に感じたことは「ルミノシティー フロンティア」っていったい何なんだろうということで、結局のところ何を書いても良いものであると解釈していた。まあ、アンチ・クライマックスだからと気楽に構えていたわけであるが後になって、とんでもないことがわかった。それはルミノシティーというたった一つのキーワードをもとに述べて来たわけであるが、実に膨大なトピックスにつながっていて多種多様に裾野が広がっていることである。当然、本テキストでは完全に網羅することはできていない。例えば、ルミノシティーを高くするアイデアとしてはビーム・ビーム コンペンセーション (beam-beam compensation) とかニュートラリゼーション (neutralization) といった革新的 (下手物的?) なスキーム等がある。これは電子と陽電子をペアにして衝突させる。つまり4つのビームのビーム・ビーム効果を考えることになる。これは1960年後半から1970年代にフランスのオルセー研究所 (Laboratoire de l'Accélérateur Linéaire) のDCI (Dispositif de Collisions dans l'Igloo) で試みられた。それからロシアの好きなラウンド・ビームのまじめな議論やスピン ポーラリゼーションの話も触れなかった。やはり、自分の携わっているKEKBを中心に話題を集めたことになった。

最後に、本テキストを執筆するにあたってアドバイスを頂いた生出勝宣氏、小磯晴代氏と数多くの議論につき合って下さった大見和史氏に深く感謝します。

References

- [1] 神谷幸秀、OHO '84。
- [2] 船越義裕、OHO '94。
- [3] 小磯晴代、OHO '94。
- [4] 赤井和憲、OHO '94。
- [5] 末次祐介、OHO '94。
- [6] 福島正己、OHO '94。
- [7] 生出勝宣、「ビーム力学入門」、1992年12月。
- [8] K. Hirata and F. Ruggiero, CERN/LEP-TH/89-43, August 1989.
K. Hirata, "Don't Be Afraid of Beam-Beam Interactions With a Large Crossing Angle", SLAC-PUB-6375, July 1994.
- [9] M. Bassetti and G.A. Erskine, CERN-ISR-TH/80-06, March 1980.
- [10] M. Jacob and K. Johnsen, A REVIEW OF ACCELERATOR AND PARTICLE PHYSICS AT THE CERN INTERSECTING STORAGE RINGS, January 1984.

- [11] DORIS Storage Ring Group (W. Bothe et al.), DESY 79/08, February 1979.
- [12] “KEKB B-Factory Design Report”, KEK Report 95-7, June 1995.
- [13] M. Izawa et al., Phys. rev. Lett. 74, 5044 (1995)
- [14] H. Fukuma et al., Proc. of the 7th EPAC, 2000, Vienna.
- [15] “Letter of Intent for KEK Super B Factory”, KEK Report 2004-4, April 2004.
- [16] A. W. Chao and M. Tigner, “Handbook of Accelerator Physics and Engineering”, World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd.

補遺

A 正規分布 (ガウス分布)

連続確率変数の代表的な確率分布に正規分布がある。一次元における正規分布の確率密度関数は

$$w(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left(-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right) \quad (110)$$

で表される。 μ は確率変数 x の平均、 σ は標準偏差である。正規分布に関する積分を I とする。

$$I = \int_{-\infty}^{\infty} e^{-ax^2} dx \quad (111)$$

ここで極座標を使って、 $r^2 = x^2 + y^2$ 、 $dx dy = 2\pi r dr$ とおき I^2 を計算する。

$$I^2 = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-ax^2-ay^2} dx dy = 2\pi \int_0^{\infty} e^{-ar^2} r dr = \pi \int_0^{\infty} e^{-ar^2} dr^2 = \frac{\pi}{a} \quad (112)$$

($dr^2 = 2r dr$ を使った)
従って、積分 I は

$$I = \sqrt{\frac{\pi}{a}} \quad (113)$$

となる。規格化すると

$$g(x) = \sqrt{\frac{a}{\pi}} e^{-ax^2} \quad (114)$$

となる。

2次元正規分布の確率密度関数は、一般に

$$w(x, y) = \frac{1}{2\pi\sigma_x\sigma_y\sqrt{1-\rho^2}} \exp\left(-\frac{Q}{2}\right) \quad (115)$$

但し、

$$Q = \frac{1}{1-\rho^2} \left\{ \left(\frac{x-\mu_x}{\sigma_x}\right)^2 - 2\rho \left(\frac{x-\mu_x}{\sigma_x}\right) \left(\frac{y-\mu_y}{\sigma_y}\right) + \left(\frac{y-\mu_y}{\sigma_y}\right)^2 \right\} \quad (116)$$

μ_x 、 μ_y は確率変数 x と y の平均、 σ_x と σ_y は x と y の標準偏差、 ρ は x と y の相関係数である。式 (115) において x と y が独立の場合、相関係数 ρ を 0 として

$$w(x, y) = \frac{1}{2\pi\sigma_x\sigma_y} \exp\left\{-\frac{1}{2} \left(\frac{x-\mu_x}{\sigma_x}\right)^2 - \frac{1}{2} \left(\frac{y-\mu_y}{\sigma_y}\right)^2\right\} \quad (117)$$

となる。

B Maxwell 方程式

電場を \mathbf{E} 、電束を \mathbf{D} 、磁場を \mathbf{H} 、磁束密度を \mathbf{B} 、電流密度を \mathbf{i} 、電荷密度を ρ として次の4つの関係式がある。

$$\operatorname{rot}\mathbf{E} + \frac{\partial\mathbf{B}}{\partial t} = 0 \quad (118)$$

$$\operatorname{rot}\mathbf{H} - \frac{\partial\mathbf{D}}{\partial t} = \mathbf{i} \quad (119)$$

$$\operatorname{div}\mathbf{D} = \rho \quad (120)$$

$$\operatorname{div}\mathbf{B} = 0 \quad (121)$$

ただし、真空中の誘電率を ϵ_0 、透磁率を μ_0 とすると電束と電場、磁場と磁束密度は

$$\mathbf{D} = \epsilon_0\mathbf{E} \quad (122)$$

$$\mathbf{H} = \frac{\mathbf{B}}{\mu_0} \quad (123)$$

の関係にある。

C 複素積分

積分

$$I = \int_0^{2\pi} \frac{d\theta}{a + b \cos \theta} \quad (124)$$

を考える。ただし、 $a > b$ 。ここで $z = e^{i\theta}$ と置くと

$$I = \frac{1}{i} \oint \frac{dz}{z \left\{ a + b \left(\frac{z+z^{-1}}{2} \right) \right\}} \quad (125)$$

$$= \frac{2}{i} \oint \frac{dz}{b(z-z_1)(z-z_2)} \quad (126)$$

である。ただし、

$$z_{1,2} = \frac{-a \pm \sqrt{a^2 - b^2}}{b} \quad (127)$$

で z_1, z_2 はともに実数であり z_1 は複素平面上半径1の円内にある。したがって、積分 I は留数定理より

$$I = \frac{2}{i} 2\pi i \lim_{z \rightarrow z_1} (z - z_1) \frac{1}{b(z - z_1)(z - z_2)} \quad (128)$$

$$= \frac{2}{i} 2\pi i \frac{1}{2\sqrt{a^2 - b^2}} = \frac{2\pi}{\sqrt{a^2 - b^2}} \quad (129)$$