

## 1. はじめに

ここでは、現在考えられているミュオン加速の方法について述べる。ニュートリノファクトリー全体の中でコストが最もかかる部分であって、加速の方法として確実に実現できるものであるとともに、コストにも配慮する必要がある。

## 2. 必要な条件と加速器の候補

### 2.1. 必要な条件

#### 2.1.1. 速い加速

ミュオンを加速するには、 $2.2 \mu\text{s}$  というミュオンの静止系での寿命が第一の制限となる。従来、加速器は安定な粒子を加速するという前提があった。すなわち粒子の寿命を考慮する必要はなかった。それに対し、ミュオン加速の場合には、最終エネルギーに達する時間がこの寿命に対して十分に短い必要がある。

$2.2 \mu\text{s}$  という時間は、従来の円形加速器では数ターンの時間スケールである。例えば、数 GeV から数 10 GeV の陽子加速器で、周長が 300 m、スピードがほぼ光速だと仮定する。このとき周回時間は、 $1 \mu\text{s}$  となる。

実際には、時間がローレンツファクターだけ延びているのでその分は、加速時間に余裕が生まれる。ミュオンの静止質量は約 0.106 GeV であるので、例えば 1 GeV まで加速されたミュオンはローレンツファクターにより約 10 倍の時間が許される。

なお、このことから、特に加速初期のエネルギーが低いときほどなるべく速い加速が必要といえる。全体のコストを下げるためには、低エネルギー側に高周波電力を集中させるのがよい。エネルギー上昇とともに単位長さあたりのエネルギーゲインを落としたとしても最終的なミュオンの収量には大きな差がない。

#### 2.1.2. 大きなアクセプタンス

ミュオンビームは、加速された陽子をターゲットに当て、作られたパイ中間子が崩壊した 3 次粒子として生成されるので、エミッタンスが大きくなる。数から数 10 GeV の運動エネルギーを持つ陽子によって作られたミュオンは、0.1 GeV/c あたりにピークを持つ幅の広い運動量広がりを持つ。また、空間的な広がりも大きい。一方でミュオンの収量を増加させるためには、なるべく広い範囲にわたってビームを取り込み、少しのミュオンも取りこぼすことなく加速したい。ミュオンの加速器は大きなアクセプタンスが要求される。

このように、運動量の広がり、空間的な広がりには制御できないが、ミュオンビームの時間方向の広がりには制御可能である。つまり、縦方向（進行方向）のエミッタンスは、1 次粒子である陽子バンチの時間方向広がりを小さくすれば縦長の楕円となる。後に述べるように、生成の際になるべく細い縦長楕円にしておくと、加速器のアクセプタンスに入れ易くなる。ただし、陽子バンチの幅は、空間電荷効果やビーム不安定性などによって数 ns 以下にはできない。

#### 2.1.3. エネルギー

物理の要求では、最低 20 GeV まで加速する必要がある。将来的には、50 GeV が必要となる可能性もある。加速開始時には、0.3 GeV 程度の中心エネルギーをもっている。

## 2.2. 加速器の候補

### 2.2.1. RCS

粒子を数 GeV まで加速する高エネルギーの加速器といえば、シンクロトロンがまず候補として考えられる。特に、速い加速をおこなうシンクロトロンとして、速い繰り返しのシンクロトロン、Rapid Cycling Synchrotron (RCS) と呼ばれるシンクロトロンが存在する。

現時点で稼働中または建設中の速い繰り返しのシンクロトロンについて、繰り返しの周期をまとめたものを表 1 に示した。

**Table 1 稼働中または建設中の速い繰り返しのシンクロトロン**

	ISIS	J-PARC booster	KEK-PS booster	Fermilab booster	AGS booster	CPS booster
Rep. rate	50 Hz	25 Hz	20 Hz	15 Hz	~7.5 Hz	1 Hz

何れも陽子の加速器であるが、もっとも繰り返しの速い英国ラザフォードアップルトン研究所にある ISIS というシンクロトロンでも、50Hz である。つまり 1 つの周期が 20ms であり、入射から加速終了までその半分の 10ms かかる。ミュオンの寿命に比べればはるかに遅い。

ミュオン加速のために、繰り返しをさらに速くした RCS を使う提案がある。この提案では、繰り返しを 4600 Hz にとった。ただし、eddy カレントが作る磁場のビームへの影響および必要なピーク電力が課題となる。

### 2.2.2. LINAC

電磁石を AC 励磁するには繰り返しが速すぎるとなれば、電磁石を使わず加速空洞のみを並べればよい。これはリニアックである。単位長さあたりの加速電圧を上げれば全体のサイズが短くなり、加速に必要な時間が短ければそれだけミュオンの収量が多くなる。リニアコライダーでは、超伝導加速空洞を用いて 40MV/m 程度の加速勾配を仮定しているが、これを応用すれば、500m で 20GeV のエネルギーが得られる。

実際には、ミュオンのエミッタンスがリニアックのパラメータを決めてしまう。エミッタンスが決まればだいたいのビームサイズが決まる。リニアコライダーに比べればはるかに大きなミュオンのエミッタンス、例えば 10,000 $\pi$ mm-mrad (30,000 $\pi$ mm-mrad, normalized) を通すだけのアパーチャを実現するために、周波数は高くとも 200MHz に制限される。最大可能な加速勾配は、

おおざっぱに考えて周波数の平方根に比例するので、200MHz では高々 10MV/m となる。20GeV のエネルギーを得るために 2000 m、実際の加速勾配はそれよりもファクター下がると考えると長さはそれに比例して伸びる。長いリニアックはコストの点から得策ではない。

### 2.2.3. RLA

リニアックはコストが問題となるので、加速空洞を効率よく使う方法がないか考えた結果が、RLA (Recirculating Linear Accelerator) である。1 つの加速空洞を複数回使用するには、ビームを磁石によって曲げ加速空洞の出口から入口に戻せばよい。これを通常のシンクロトロンのように行おうとすると AC 磁場の繰り返しが速すぎることを述べた。AC 磁場の代わりに固定磁場を使うことができれば繰り返しに因る問題は回避できる。

RLA は 2 つのリニアックを平行に置き、その端を 180 度曲げる電磁石によってつなぎループとする形が基本となる。180 度曲げる電磁石は、AC 励磁する代わりに固定磁場とする。もちろん曲げ角は運動量によって変わるので、各運動量に応じた 180 度偏向輸送路を個別に用意する必要がある。例えば 1 つのリニアックによるエネルギーゲインを 1GeV とすると、両側のリニアックを通過した後の運動量は 2GeV だけ増加している。リニアックの両端に 180 度偏向輸送路を 10 ずつ配置する必要がある。

10 ずつの 180 度偏向輸送路を用意することは可能であり、またリニアックの全長が 1/10 になるので輸送路の数が増えたとしても全体のコストは低減される。ただし、一番の問題点はリニアック出口からの運動量に応じて 180 度偏向輸送路に振り分ける部分と、ふたたびリニアック入口に異なる輸送路からのビームをまとめる部分である。この同じ方式は、米国ジェファーソン研究所で電子を加速するために使われているが、これをミュオンの加速に使うには、エミッタンスが大きいことと 180 度偏向輸送路の数が増えることが障害となる。

## 2.2.4. FFAG

ここまで3つのタイプの加速器を見てきたが、これから言えることは、つぎのようにまとめられる。加速空洞はコストがかかる部分なので、できる限り1つのビームに対して同じ空洞を多数回使用したい。そのために軌道をループにする。ビームを偏向するための電磁石は、固定磁場が望ましい。ミュオンの寿命の時間スケールで、電磁石をAC励磁するのは困難である。

こうした要求を満たす加速器として新たに候補に上がったのがFFAG加速器である。FFAGは、Fixed Field Alternating Gradientの略で、固定磁場を使った強集束系を意味する。電磁石は円形に並べられ、加速空洞が集束系の間に挟まれる。磁場の形を工夫すれば、RCSのような機器配置でありながら磁場をAC励磁する必要がなく、また、RLAのような固定磁場でありながら全ての運動量範囲を1組の電磁石を使って輸送することが可能となる。

## 3. FFAG 加速器

FFAG加速器の前に、まずAG(Alternating Gradient)シンクロトロンについて述べる。AG集束の加速器では、集束と発散のそれぞれの四極電磁石を交互に配置し、全体として強い集束作用を得る。そのため、強集束シンクロトロンとも呼ばれる。シンクロトロンでは、高周波加速空洞によって加速され運動量が増加したビームの軌道と集束力を一定に保つために、偏向電磁石と四極電磁石の磁場を運動量に比例して増加させる。その後の発展が示すように、強集束シンクロトロンは、高エネルギー加速器の主流となった。

磁場を固定とすれば、電磁石、特に電源は簡単になる。また、すぐに光速に達する電子加速器の場合を除けば、粒子の速度は運動量によって決まり、軌道半径が一定であっても周回時間は運動量の関数となる。従って、シンクロトロンでは、磁場の強さと高周波加速周波数を同期させる必要がある。さらに、加速に要する時間は磁場を変動させるスピードによって決まるが、固定磁場を使えば、加速空洞の周波数変化のスピードのみに依

存する。磁場を変化させるのに比べれば、周波数変化のスピードは速くできる。こうした点を考慮して、固定磁場でありながら、強集束シンクロトロンを実現するために考えられたのがFFAG加速器である。

FFAG加速器は、強集束(AG集束)加速器の原理が発明された数年後に提案された。興味深い事実として、日本、米国、ソ連においてほぼ同時期に独立に提案が出されている。日本ではOhkawa(大河千弘)、米国ではSymonら、ソ連ではKolomenskiらとその提案者である[1]。

FFAG加速器は、磁場の半径方向の形状によって特徴付けられる。図1に示すように、磁場の強さは、半径 $r$ の $k$ 乗に比例した形を持つ。

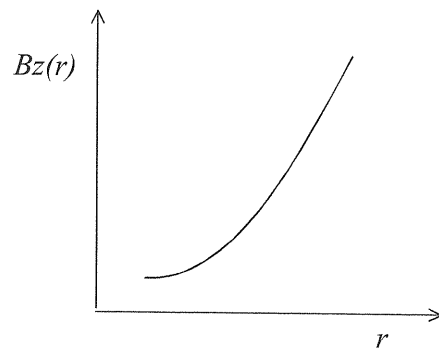


Fig. 1 磁場の半径方向依存性

$k$  は大きな正値とする。そのため半径とともに急激に磁場が強くなる。

$$\frac{B(r)}{B_0} = \left( \frac{r}{r_0} \right)^k \quad (3-1)$$

ビームから見れば運動量の増加に対して、軌道半径が $1/(1+k)$ 乗でしか増えないことを意味する。

$$\frac{r}{r_0} = \left( \frac{p}{p_0} \right)^{\frac{1}{k+1}} \quad (3-2)$$

一方、集束力を評価するために、(3-1)式を $r$ について微分し焦点距離を求めると、

$$\frac{1}{f} = \frac{L}{B\rho} \frac{dB}{dr} = \frac{kL}{r^2} \quad (3-3)$$

ここで  $L$  は電磁石の長さである。この式から  $L$  を半径  $r$  に比例させると、焦点距離  $f$  は半径  $r$  に比例する。例えば、電磁石の両端面がマシンの中心から引いた線上にある場合、1つの電磁石の持つ焦点距離が半径  $r$  に比例し、マシンの中心から見た見込み角あたりの集束作用が同一となる。

ここまでの説明では、磁場勾配の符号が一方方向の電磁石しかできないように見える。逆符号の磁場勾配を実現するためには、図2のように磁場の向きを逆転した電磁石を組み合わせる。これにより、集束と発散の符号をもった2種類の電磁石ができ、AG集束が実現する。

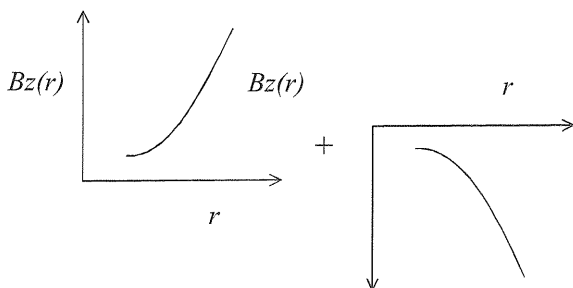


Fig. 2 磁場の符号を反転させ、AG集束を実現

なお、磁場を反転させた電磁石の部分では、ビームが外向きに曲げられる。ただし、外向きに曲げられる強さが半径  $r$  の  $k$  乗に比例しているので、全周にわたって求めた平均軌道半径は、(3-2)式と同じ依存性を持つ。つまり、異なる運動量に相当する軌道は互いに相似形となる。

#### 4. ニュートリノファクトリーの例

ミュオンを加速するために FFAG を用いニュートリノファクトリーを実現する提案は、2001年に、森、久野らによってなされた [2]。図3に示すように、現在、原研東海に建設中の J-PARC 50 GeV シンクロトロンの内側に4つの FFAG 加速器をカスケードにつなぐ。

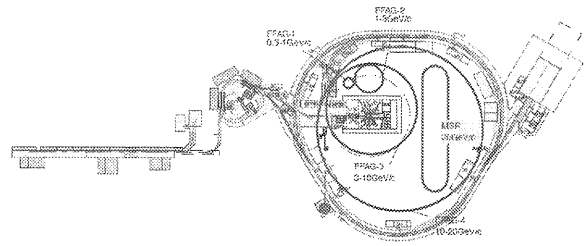


Fig. 3 J-PARC 50 GeV シンクロトロンの内側にミュオン加速 FFAG を配置しニュートリノファクトリーを実現する案。逆三角形の大きなリングが J-PARC 50 GeV であり、その中の4つの円が FFAG を表す。

それぞれのリングは次のエネルギー範囲を加速する。

Table 2 ミュオンを 0.3 から 20 GeV まで加速する4つの FFAG

FFAG1	0.3 – 1.0 GeV
FFAG2	1.0 – 3.0 GeV
FFAG3	3.0 – 10. GeV
FFAG4	10. – 20. GeV

物理の要求があれば、さらに 50 GeV まで加速する FFAG5 を加えることも可能である。なお、細長いレーストラック型のリングはミュオンの蓄積リングであり 20 GeV のミュオンが崩壊しニュートリノが主に上下方向に放射される。

加速のためには、高周波加速空洞を用い縦方向位相空間にバケツを作り、その中にビームを入射する。ただし、ミュオンの寿命という非常に短い時間スケールのなかでは、加速周波数を周回周波数に同期させることができない。そこで、通常のシンクロトロンでの加速のように周波数を振って運動量方向にバケツを動かす代わりに、入射エネルギーから取り出しエネルギーまでを含む大きな固定バケツを作る。中間のエネルギーに同期するように周波数を選べば、バケツの底付近に入射されたビームは、シンクロトロン振動の 1/2 周

期後にバケツの上に達する。この大きなバケツを作るために、周波数は 5-20 MHz あたりが選ばれる。図 4 に、FFAG4 の場合についてシミュレーション結果を示す。この例では 10 から 20 GeV まで、12 ターンで加速している。加速勾配は、約 1 MV/m を仮定している。

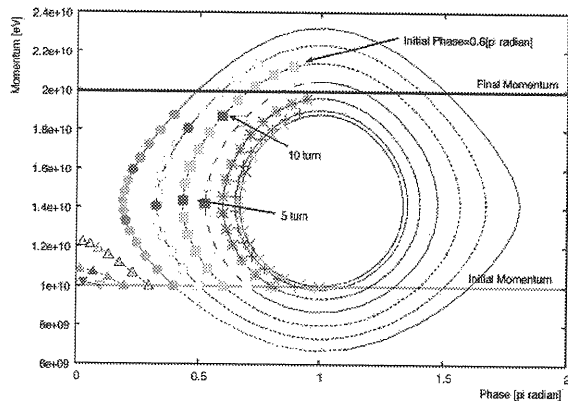


Fig. 4 数 MHz の大きな高周波バケツを使い、10 から 20 GeV まで加速する。周波数は固定され、1/2 シンクロトロン振動の後に最大エネルギーに達する。

大きなアクセプタンスを持つという FFAG 加速器の特徴を生かし、ターゲットのあと、なるべく短いドリフト部分を経て、FFAG1 に入射される。図 5 に縦方向位相空間におけるターゲットおよびドリフト部分後の分布と、FFAG のアクセプタンスを楕円で示す。

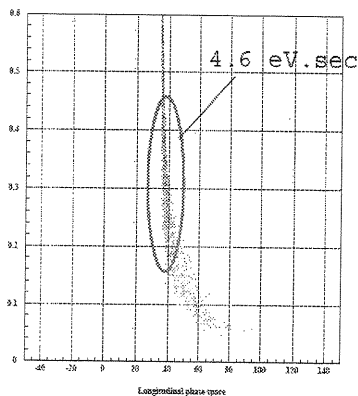


Fig. 5 縦方向位相空間におけるターゲットおよびドリフト後の分布と、FFAG のアクセプタンス

## 5. 別のタイプの FFAG

### 5.1. スケーリング則

FFAG 加速器は、強集束 (AG 集束) シンクロトロンを固定磁場で実現した。強集束シンクロトロンでは、偏向磁石、四極磁石の強さがビームの運動量に比例して増加し、その結果として軌道半径と集束力が一定に保たれる。固定磁場を使った FFAG 加速器では、軌道半径が運動量に伴って増加するのは避けられない。しかし、その増加量を最小限に抑えることと、集束力を一定に保つことを磁場の形状により実現したことを述べた。

異なる運動量に対する軌道の形が相似形になることと、焦点距離が軌道半径に比例するという 2つの条件をスケーリング則と呼び、これらを満たす FFAG をスケーリング FFAG と呼ぶ。スケーリング FFAG では、横方向 (水平、垂直) のチューンが運動量によらない。加速器の言葉で言えば、入射から取り出しまでの広い運動量範囲にわたって、クロマチシティーがゼロに保たれる。

チューンを一定に保つ理由は、円形加速器において共鳴を避けるためである。図 6 のチューンダイアグラムに示すように、原理的にはチューンが有理数になるときに共鳴条件をみだす。実際には、5 次または 6 次以上の共鳴条件はビームに対して寄与が少ない。それより低次の共鳴を避けるようにチューンが選ばれる。

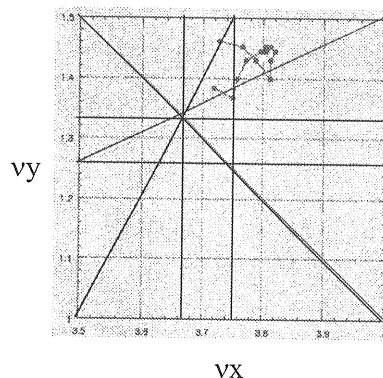


Fig. 6 チューン図と共鳴線。

しかしながら、現実のスケーリング FFAG はチューンが必ずしも一定に保たれるわけではない。

電磁石の工作精度によって、磁場の形状が理想形からずれる効果、またラティスを構成する主なる電磁石の間に挿入する様々な機器が磁場に及ぼす影響などにより、チューンは多少の運動量依存性を持つ。例えば、KEK で製作された 150 MeV FFAG では、図 6 のジグザグで表される赤の線がチューンの動きを表している。

## 5.2. ノンスケーリング FFAG

ミュオンを加速する FFAG では、速い加速が必要であり、通常の円形加速器のように数千ターン以上にわたりビームが回り続ける必要はない。円形加速器における共鳴は、こうした多数の周回数の場合に起きる現象である。ミュオンを加速する場合のように 10 ターン前後の周回数で共鳴がビームに与える影響は、実は明らかではなく、今後の研究テーマである。

スケーリング則を満たす必要がないとすれば、全く別の観点から FFAG を設計することが可能である。その一つの例として、通常の強集束 (AG 集束) シンクロトロン磁場を固定したままビームを加速することが考えられる。陽子蓄積リングと呼ばれるマシンでは電磁石は固定磁場で運転されるが、この場合ビームの運動量はビームが持つ数パーセント以下の広がりを除けば一定である。ここでは、いわば蓄積リングでビームを加速することを考える。

ビームを加速し、運動量が設定した磁場と合わなくなればビームの軌道半径がシフトする。シフト量と運動量の関係は、加速器の言葉で言えばディスパージョン関数によって表される。また、運動量の増加に伴い、集束力が変化し、チューンが移動する。これは先に述べたように有限なクロマチシティーがあるためと言える。ちなみに、六極磁石を使いクロマチシティーをゼロにすることをクロマチシティー補正と呼ぶが、補正できる運動量範囲は限られていて、数パーセントがせいぜいである。運動量範囲が+33% (このとき取り出しでの運動量が入射時の 2 倍となる) にわたってクロマチシティーをゼロに補正することはできない。

スケーリング則を満たす代わりに、ディスパージョン関数をできる限り小さくすることを優先すれば入射から取り出しまでに至る軌道のシフト量が小さくなり、結果として電磁石の口径を小さくできる。このとき、単位セルあたりの位相の進みが 0 度から 180 度になるように四極磁石の磁場勾配を決める。こうした観点から設計された FFAG をノンスケーリング FFAG と呼ぶ。

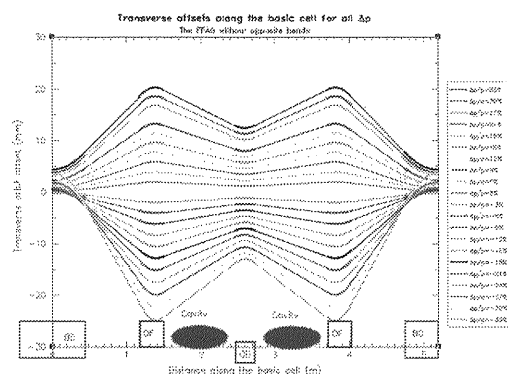


Fig. 7 トリプレット集束系を用いたノンスケーリング FFAG。+33%、およびその途中の運動量に対応した軌道を示す。(D. Trbojevic による)

ノンスケーリング FFAG の例として、図 7 に示すようなトリプレット集束系のラティスを考える。各運動量に対応する軌道のシフト量を図 7 に示した。この例では中心運動量付近の軌道は四極電磁石のほぼ中心を通過するのに対し、低い運動量の粒子は内側、高い運動量の粒子は外側を通る。異なる運動量の粒子が描く軌道はもはや相似形の関係にない。運動量の関数として軌道長をプロットすると図 8 に示すように、中央付近の運動量で軌道長は最短になり、そこから運動量が離れるにつれ軌道長が延びる。

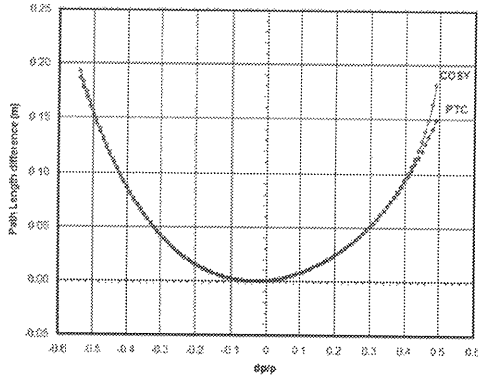


Fig. 8 運動量の関数としての軌道長。(D. Trbojevic による)

図9は運動量の違いによるチューンの変化を示したものである。この例では加速につれ、チューンが数ユニット変化する。

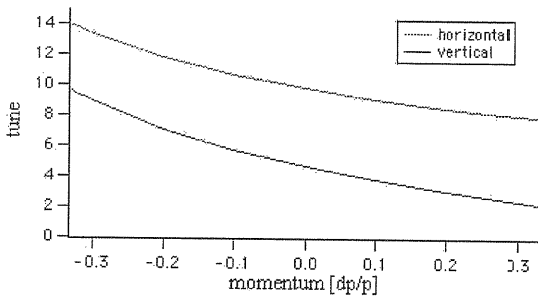


Fig. 9 運動量の関数としてのチューン

### 5.3. 加速

運動量による軌道長の変化が、図8のように、中心付近で最小となる放物曲線となるように軌道を選ぶと、2つの利点がある。1つは運動量の違いによる軌道シフトを最小に抑える。もう一つは、加速にとって好都合となる。すでに述べたように、ミュオンを加速するリングでは、加速空洞の周波数をビームの周回周波数に同期することができない。加速周波数は固定される。

ノンスケーリング FFAG 加速器で、軌道長が最小となる周回周波数に加速空洞の周波数を合わせたとする。入射運動量付近では周回時間がより多くかかるので位相が遅れる。運動量が増すにつ

れて軌道長が短くなり中心付近で位相遅れがなくなる。さらに加速されると、再び位相の遅れが生じる。

固定周波数を運動量の中心付近に合わせるるとともに、粒子の位相も図10に示すように運動量の中心付近で最大電圧に乗るように選ぶと高周波加速空洞を最も効率よく使うことができる。

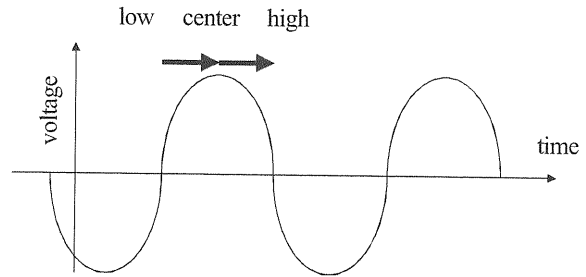


Fig. 10 高周波の位相とビームの動き

これは、従来のバケツによる加速とは異なる。縦方向の位相空間を見ると図11のようになっている。粒子は図の中央を通過する帯の上を加速される。この形から、ガーダー加速という名称が付けられている。

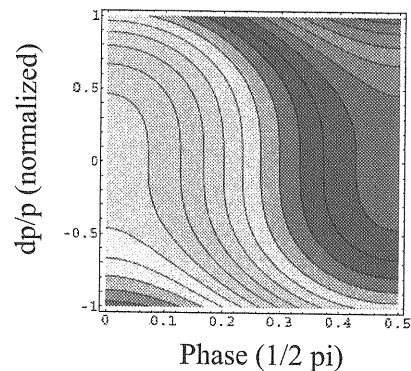


Fig. 11 縦方向の位相空間。ビームは中央付近を通過するS字形に沿って加速される。(E. Keil による)

## 6. ノンスケーリング FFAG を用いたニュートリノファクトリー

日本がスケールリング FFAG を用いたニュートリノファクトリーを提案したのに対して、欧米ではノンスケーリング FFAG を用いた方法でニュートリノファクトリーを提案している。例として米国で考えられているミュオンの加速器を図 12 に示す [3]。

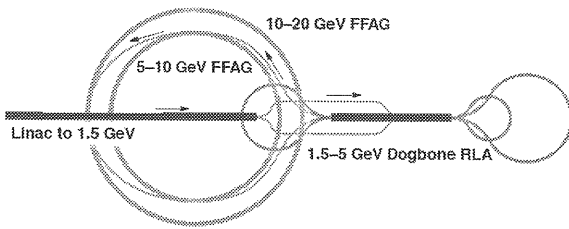


Fig. 12 米国で考えられているミュオン加速器コンプレックス

ここでは、後段の2つのリングにノンスケーリング FFAG を使う。初段の加速はリニアック、次の段は RLA を使うことにしている。最もコストがかかる部分は後段リングであり、初期の加速の段階で、リニアックや RLA を使うという選択もあり得る。RLA は 180 度偏向輸送系の段数が少なければ実現できるかもしれない。一方で、ノンスケーリング FFAG は、低エネルギー領域を得意としないのも事実である。高エネルギー側では、高周波の位相に対して遅れを起こす原因は、軌道長のちがいのみによる。ミュオンはすでに光速に達しているからである。低エネルギー側では周回時間は、軌道長とミュオンの速さの2つの関数であり位相の遅れがさらに大きくなる。

ただし、リニアックや RLA を混在させるとなると、加速空洞の周波数は最低 200 MHz 付近になる。マシンのアクセプタンスは、数 MHz の場合に比べ制限される。ターゲットから得られたミュオンビームを限られたアクセプタンスに入れるために、200 MHz のバンチ構造を作る部分と、冷却の部分の2つが新たに必要となる。図 13 には、ターゲットから加速に入るまでの部分を模式的

に並べた。ちなみに、スケールリング FFAG を用いた方式では、ターゲットの後、12 m の直後に初段の加速器がおかれる。

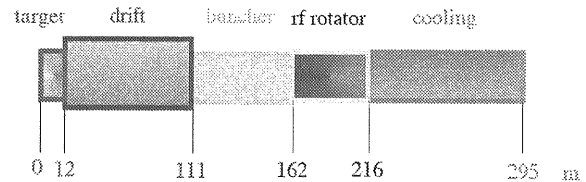


Fig. 13 ターゲットから加速に入るまでの部分

ドリフト空間から高周波回転までの部分で、バンチ構造の変化を図 14 に模式的に示す。細かいバンチは 200 MHz に相当する。

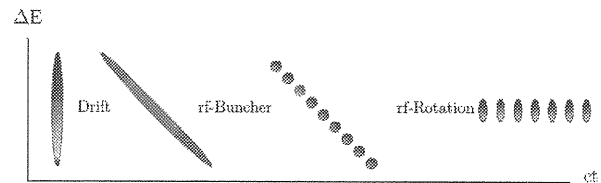


Fig. 14 ドリフト空間から高周波回転までの部分

## 7. スケールリングとノンスケールリング

最後に、2つの方法の比較をしておく。まず第一に、スケールリング FFAG は、その原理がすでに実証された加速器である。逆にノンスケールリング FFAG は、加速の過程でチューンが大幅に変わり、共鳴を越える際にビームにどんな影響があるかは今後の研究課題である。提案されているガード加速も含め、これから実証する必要がある。

第二に、スケールリング FFAG と数 MHz の高周波空洞を組み合わせる方法では、ビーム冷却が要らない。これに対し、ノンスケールリング FFAG を用いた方式では、200 MHz 付近の加速周波数を用いるため、アクセプタンスが限られビーム冷却が必要となる。

一方で、ノンスケールリング FFAG は、スケールリングに比べればより小型にできる可能性がある。



こうした比較の研究が今後も進められる予定である。また、ノンスケリング FFAG の実証を、電子を使った小型モデルで行う提案がされている。

## 8. おわりに

ニュートリノファクトリーのワークショップがフランスのリヨンで最初に開かれたのが 1999 年である。それ以来、欧州、米国、日本の順に毎年開かれ、今年の 6 月にイタリアのフラスカッティで、世界を回る 3 周目に入った。最初は夢物語に聞こえた計画ではあるが、何回も聞いていると慣れてくるせいか、現実味が感じられてくる。もっとも慣れだけではなく、実際に様々なアイデアが出され、また具体的な R&D によって実現に向け確実に進歩しているのも確かである。

例えば、ミュオン加速のために FFAG を使うというアイデアは、6 年前には存在しなかった。リニアックと RLA、またそれにビームを入れるためにミュオン冷却が必須と考えられていた。コストを抑える努力をしなければ計画が先に進まないと皆が模索する中、FFAG が現れ、すぐに詳細な検討が進んだ。その結果、ノンスケリング FFAG という新たな展開もあった。ここには、加速器の研究と開発が、非常に健全な形で進んでいる好例が見られる。

なお本文中に、文献[2]と[3]から多くの図を借用した。

## 参考文献

- [1] T. Ohkawa, Symposium on Nuclear Physics of the Physical Society of Japan, 1953.  
K.R. Symon, et. al., Physical Review, Vol. 103, No. 6, 1956, p.1837.
- [2] NuFactJ Design Study Report
- [3] USBNL-72369-2004, FNAL-TM-2259,  
LBNL-55478