

1. はじめに

将来より高統計かつ超精密測定が求められるであろう素粒子実験にとって、大強度陽子ビームにより生成される2次ビームを効率よく収集、さらに加工し、実験の目的に適した質と量のビームを得るための技術確立することは重要な開発要素の一つである。イオン化冷却、位相空間回転は、ニュートリノ・ファクトリやミュオン・コライダーに向けて、世界的にR&Dが進められているその例である。本稿では、これらの技術をミュオン物理学の分野に応用し、レプトン・フレーバー非保存過程の探索実験を目標とする PRISM 計画について紹介する。PRISM では、ニュートリノ・ファクトリ・フロントエンドの技術のうち、特に、パイオン捕獲、位相空間回転によるエネルギーの単色化を応用し、大強度・高輝度・高純度のミュオンビームを生成する。今回は、このミュオンビーム生成方法を概説するとともに、特に現在建設が進んでいるFFAGを用いた位相空間回転器について詳しく紹介する。

第1章では、その背景となる素粒子物理について概説し、続く第2章において物理実験とそこで要求されるビームの性質について議論する。第3章では、PRISM 計画の概説、最後の第4章において位相空間回転器について、少し詳しく議論する。

2. ミュオンのレプトン・フレーバー非保存過程探索実験

素粒子物理学におけるミュオン物理の研究アプローチは大きく2つのグループに大別できる。1つは、ミュオンに関する物理量の精密測定であり、ミュオン異常磁気能率 ($g-2$) や寿命の精密測定、電子双極子 (EDM) 探索などがこれに相当する。もう一つは、ミュオン崩壊過程の中で現在の素粒子物理学の標準理論 (以下、単に標準理論と呼ぶ) において禁止されている過程 (ミュオン稀崩壊過程) を探索するアプローチである。この禁止過程が標準理論の予想値よりも高い崩壊率で発見されれば、それは、すなわち、標準

理論を超える新しい物理の存在を示唆することとなる。PRISM 計画は、この後者のアプローチにより、新物理の発見を目指している。

本章では、ミュオン稀崩壊過程のうち、特に、PRISM が実験で探索しようとするレプトン・フレーバー保存則を破る (LFV : Lepton Flavor Violating) 過程について、その物理的意義と実験方法の概要について簡単に紹介する。

2.1. 標準理論でのミュオン LFV 過程

標準理論は、現在までの素粒子実験の結果のほとんど全てを説明することに成功している。ニュートリノの質量をゼロと想定した標準理論では、レプトンのフレーバーは反応過程の前後で保存されなければならない。したがって、レプトン・フレーバーを保存しない、次のようなミュオンの崩壊過程は、標準理論により禁止される。

- 1) $\mu^+ \rightarrow e^+ \gamma$,
- 2) $\mu^- N \rightarrow e^- N$ (原子核中)、
- 3) $\mu^+ \rightarrow e^+ e^+ e^-$ 。

現在では、ニュートリノ振動実験などの結果から

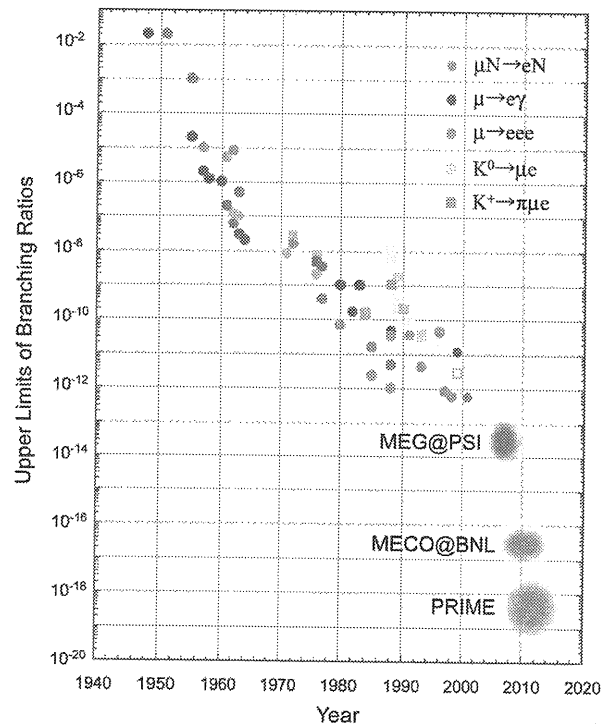


図1 : ミュオン及びK中間子におけるLFV過程探索の歴史と計画実験の目標到達精度

ニュートリノが有限の質量を持つことを知っている、そのように標準理論を拡張した場合は、極僅かながらこのような崩壊過程が起こることが予言される。しかし、そのオーダーは 10^{-50} 程度と非常に小さいので、実験的に観測することはできない。実際、このような稀崩壊過程の探索実験が 1940 年代以来行われてきた (図 1)。崩壊比の上限値は年々更新され、 10^{-12} 程度までの精度で実験が行われているが、未だ、このような崩壊過程が起こった実験的証拠はない。

2.2. ミューオン LFV 過程と新物理

標準理論は非常に高い精度でその正しさが実験的に検証されているが、標準理論だけではまだ完全に説明できない基本的な問題点がいくつか存在する。したがって、多くの物理学者は現在の標準理論が自然の究極の理論ではなく、より高いレベルで自然を記述する素粒子理論が存在すると考えおり、標準理論を超える新しい理論の探求を進めている。

そのような理論候補の一つに、超対称性理論 (SUSY) がある。超対称性とは、標準理論における全ての粒子 (クォーク、レプトン、ゲージ・ボゾン、ヒッグス粒子) に対して、スピンの異なるパートナー粒子 (超対称性粒子) が存在すると仮定することで、これらの粒子群により導入される新たな対称性を意味する。この超対称性の導入による力の大統一の可能性が示唆されている。これを超対称性大統一理論 (SUSY-GUT) と言う。最近の実験データを反映した理論によると、力の結合定数の大きさはエネルギーと共に変化する。標準理論では、電磁相互作用、弱い相互作用、強

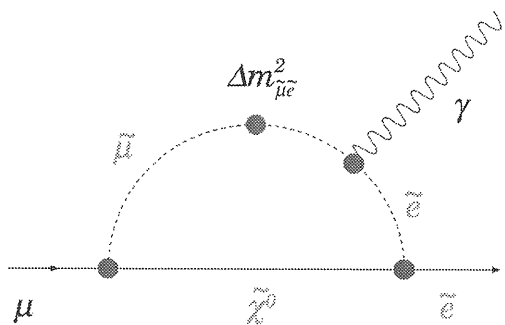


図 2 : SUSY GUT における典型的な $\mu \rightarrow e \gamma$ 過程のファインマン図

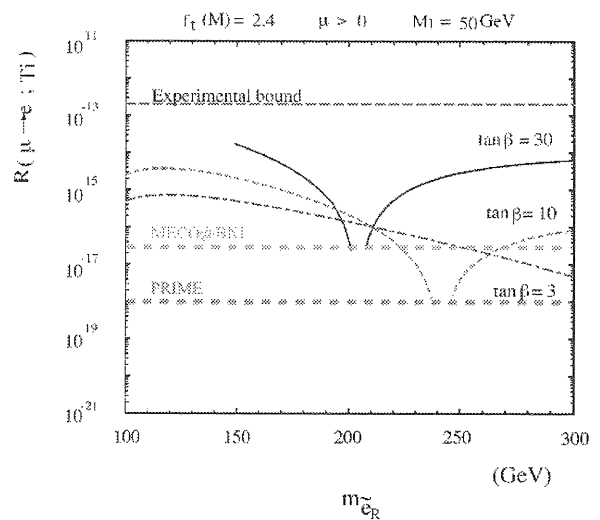


図 3 : SUSY-GUT SU(5) による、 $\mu^- N \rightarrow e^- N$ 過程 (チタン原子核中) の崩壊比。横軸は、電子の超対称性粒子の質量。

い相互作用の各結合定数は高いエネルギー領域においても 3 つが等しくなることはない。しかし、超対称性理論の予言では、3 つの結合定数が 10^{16} GeV という超高エネルギー領域で等しくなり、力の大統一が期待される。力を一つの理論で統一的に記述することは、素粒子物理学の大命題の一つであり、超対称性が発見されればこれに向けて大きな一歩を踏み出すこととなる。

SUSY-GUT では、レプトン族の超対称性粒子

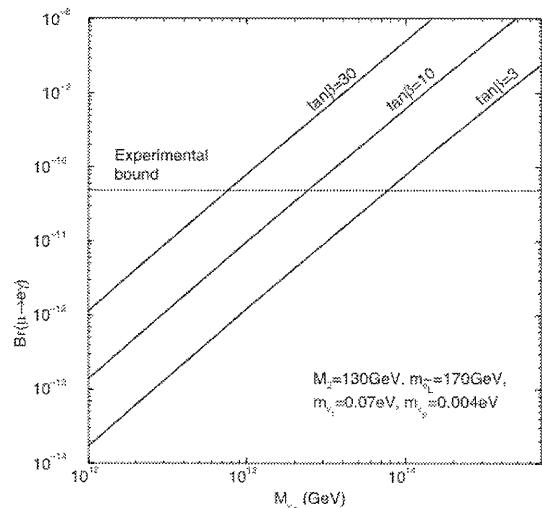


図 4 : 右巻きニュートリノを導入した SUSY 理論による $\mu^+ \rightarrow e^+ \gamma$ 過程の崩壊比計算。実験の上限値は MEGA 実験のデータである。

(slepton) が世代間で混合することで、ミューオンの LFV 過程の確率が増大すると考えられる (図 2)。SUSY GUT SU(5) による、 $\mu^- N \rightarrow e^- N$ 過程 (チタン原子核中) 崩壊比の理論予想値を図 3 に示した。崩壊比 10^{-14} - 10^{-18} と実験的に十分観測可能なレベルまで確率が上がることが予想されており、現在の実験到達精度をあと数桁上げることによって超対称性の証拠が発見される可能性が高い。

また、重い右巻きマヨナラニュートリノの存在を仮定した SUSY 理論では、ニュートリノの混合により、slepton の混合が引き起こされるとされている。したがって、ミューオン LFV 過程の崩壊比の測定により、ニュートリノ質量の情報が得られることが指摘されている (図 4)。

2.3. ミューオン・電子転換過程探索実験

このようにミューオンの LFV 過程は、標準理論を超える新しい物理現象に高い感度を持ち、近年理論及び実験物理学者から強い関心が注がれている。ミューオンの LFV 過程には前節で述べたようにいくつかの反応が挙げられるが、ここでは、PRISM でその探索が計画されている原子核中でのミューオン・電子転換過程及びその実験方法について解説する。

2.3.1. ミューオン・電子転換過程とは

負の電荷を持つミューオンが物質中で静止すると、物質を構成する原子核に捕獲され、ミューオン原子となる。このとき原子核中でのミューオンは、X線を放出しながら短時間 ($\sim 10^{-13}$ 秒) のうちに、ミューオン原子の基底状態の軌道まで遷移する。その後、ミューオンはこの軌道上で

$$\mu^- \rightarrow e^- \nu_\mu \bar{\nu}_e$$

のように崩壊するか、または、原子核に吸収される過程、

$$\mu^- + (A, Z) \rightarrow \nu_\mu + (A, Z-1)$$

かのどちらかの運命をたどる。しかし、標準理論を超えた新しい物理が存在すると、ニュートリノの放出を伴わない原子核吸収過程、

$$\mu^- + (A, Z) \rightarrow e^- + (A, Z)$$

が起こることと期待される。この反応過程をミューオン原子核中のミューオン・電子転換過程と呼ぶ。この過程では、反応前の電子のフレーバー数 L_e とミューオンのフレーバー数 L_μ がそれぞれ $(L_e, L_\mu) = (0, +1)$ であるのに対して、反応後は $(+1, 0)$ となり、反応の前後で L_e 、 L_μ とともにレプトン・フレーバー数が保存していない。

このミューオン・電子転換過程の崩壊比は次のように定義される。

$$B(\mu^- + (A, Z) \rightarrow e^- + (A, Z)) \\ \equiv \frac{\Gamma(\mu^- + (A, Z) \rightarrow e^- + (A, Z))}{\Gamma(\mu^- + (A, Z) \rightarrow \text{capture})}$$

ここで、 Γ は崩壊幅を意味する。

ミューオン・電子転換過程により放出される電子のエネルギー $E_{\mu e}$ は、

$$E_{\mu e} = m_\mu - B_\mu - E_{rec}^0$$

である。ここで、 m_μ はミューオンの静止質量、 B_μ 及び E_{rec}^0 はそれぞれ、ミューオン原子基底状態の束縛エネルギー及び反跳原子のエネルギーを表す。反跳原子のエネルギーは、反跳原子の質量を M_A とすると、

$$E_{rec}^0 \approx \frac{(m_\mu - B_\mu)^2}{2M_A}$$

と近似されるが、その値は非常に小さいので、結局、ミューオン・電子転換過程で放出される電子は、

$$E_{\mu e} \approx m_\mu - B_\mu$$

と単色エネルギーを持つ。 B_μ は原子核に依存し、例えばチタン原子の場合は、

$$E_{\mu e} = 104.3 \text{ MeV}$$

である。従って、ミューオン・電子転換過程を見つけるためには、ミューオンを物質中に静止させ、放出される粒子を識別し、そのエネルギーを精度よく測定することで、 $E_{\mu e}$ のエネルギーを持つ電子が一つだけ放出される事象を観測すればよい。

表 1 : ミューオン・電子転換過程実験の歴史

反応	崩壊比上限値 (90% C.L.)	場所	年
$\mu^- + Cu \rightarrow e^- + Cu$	1.6×10^{-8}	SREL	1972
$\mu^- + {}^{32}S \rightarrow e^- + {}^{32}S$	7×10^{-11}	SIN	1982
$\mu^- + Ti \rightarrow e^- + Ti$	1.6×10^{-11}	TRIUMF	1985
$\mu^- + Ti \rightarrow e^- + Ti$	4.6×10^{-12}	TRIUMF	1988
$\mu^- + Pb \rightarrow e^- + Pb$	4.9×10^{-10}	TRIUMF	1988
$\mu^- + Ti \rightarrow e^- + Ti$	4.3×10^{-12}	PSI	1993
$\mu^- + Pb \rightarrow e^- + Pb$	4.6×10^{-11}	PSI	1996
$\mu^- + Ti \rightarrow e^- + Ti$	6.1×10^{-13}	PSI	1998

2.3.2. ミューオン・電子転換過程実験の現状

表 1 に、様々な原子核中におけるミューオン・電子転換過程実験の結果をまとめて示した。もっとも最近の 3 つのデータは、PSI で行われた SINDRUM-II 実験の値である。チタン原子中における崩壊比の上限値は、

$$B(\mu^- + (A,Z) \rightarrow e^- + (A,Z)) \leq 6.1 \times 10^{-13}$$

である。予想される電子のエネルギー領域には、1 事象も発見されなかったため、このような崩壊比の上限値が定められた。また、金原子核による実験データは現在解析が進められている。

2.3.3. 次世代ミューオン・電子転換過程実験における必要事項

ミューオン・電子転換過程実験の到達感度をさらに数桁向上させるためには、ミューオンビームの強度だけでなくその性質も向上させることが重要な鍵となる。以下に、次世代ミューオン・電子転換過程実験で要求されるミューオンビームへの要求項目を挙げる。

(ア) 大強度ミューオンビーム

稀崩壊探索実験であるから、基本的にミューオンの数によりその到達感度が制限される。 10^{20}

μ^- /年のミューオンを使用するには 10^{11} - 10^{12} μ^- /秒のミューオン強度が要求される。

(イ) パルスミューオンビーム

陽子ビーム起因のバックグラウンドを取り除くために必要である。

(ウ) 高輝度ミューオンビーム

ミューオンのエネルギーが揃うことで、ミューオン停止標的の厚さを薄くすることが可能となる。転換過程で放出される電子が停止標的から抜けるまでの距離が短縮され、停止標的中の電子のエネルギー損失のばらつきが低減する。その結果、電子のエネルギー測定精度が向上する。

(エ) 高純度ミューオンビーム

ミューオンビーム中への他の粒子の混入を防ぐことは、バックグラウンドの低減の意味から非常に重要である。特に、SINDRUM-II 実験に見たように、 π 中間子の混入は致命的なバックグラウンド起源となりうるので、極力低減させる必要がある。

現在、2 つの新しいミューオン・電子転換過程実験が提案されている。1 つは、米国のブルックヘブン国立研究所(BNL)で提案されている MECO 実験であり、上記の (ア) 及び (イ) を実現することにより、 $B(\mu^- + Al \rightarrow e^- + Al) \sim 2 \times 10^{-17}$ を目指す実験計画である。

もう一つは、日本で進められている PRIME 実験である。これは、(ア) (イ) に加えさらに、(ウ) (エ) の特徴を合わせ持つ、大強度・高輝度高純度ミューオン源 PRISM によるミューオンビームを用いて、 $B(\mu^- + Ti \rightarrow e^- + Ti) \sim 10^{-18}$ の実験感度を目標とする実験計画である。

3. 次世代大強度・高輝度・高純度ミューオン源 PRISM と PRIME 実験

本章では、次世代のミューオン源 PRISM とそのミューオンビームを利用した次世代ミューオン・電子転換過程実験 PRIME の概要を紹介する。

3.1. PRISM とは

PRISM は、1) 大強度、2) ビームエネルギー幅が小さい、3) ビーム中のミュオン以外の粒子の混入量が少ないことを大きな特徴とする次世代ミュオン源計画である。次章で詳しく述べるように位相空間回転法により、ビームエネルギーを揃えることから、”Phase Rotated Intense Slow Muon source”の頭文字をとって、”PRISM”と名付けられた。PRISM の目標とするミュオンビームの性能を表 2 にまとめた。

表 2 : PRISM ミュオンビームの目標値

Beam Intensity	$10^{11}-10^{12} \mu^\pm/\text{sec}$
Repetition	100-1000Hz
Energy	20MeV(=68MeV/c)
Energy Spread	$\pm 0.5-1.0\text{MeV}$
π Contamination	$< 10^{-18}$

目標とするミュオンビームの強度は、 $10^{11}-10^{12} \mu^\pm/\text{sec}$ であり、これは現在 PSI で利用可能なミュオンビームの強度の約 1 万倍に相当する。PRISM は、ミュオン停止実験、特に、ミュオン・電子転換過程実験用に最適化されているので、ミュオンのエネルギーは 20MeV に設定されている。また、円形リング中で高周波電場を用いて速い粒子を減速しつつ、かつ遅い粒子を加速する位相空間回転により、ミュオンのエネルギーを揃える。これにより、最初のエネルギー広がり $20 \text{ MeV} \pm 40\%$ が、位相空間回転終了後には $20 \text{ MeV} \pm 4\%$ にまで低減する。また、円形リング中での周回により、ビーム中の混入粒子、特に π 中間子が崩壊するので、混入粒子のない高純度のミュオンビームが生成される。

この PRISM によって供給される、大強度・高輝度・高純度ミュオンビームを用いて、ミュオン・電子転換過程を $B(\mu^+ + \text{Ti} \rightarrow e^+ + \text{Ti}) \sim 10^{-18}$ の実験感度で測定しようとする実験計画を PRIME (PRISM Muon to Electron conversion) 実験と言う。

3.2. PRISM の構成

図 6 は PRISM 検出器まで含めた PRISM 及び PRIME 全体の構成図である。

PRISM は大きく分けて次の 4 つの部分により構成されている。

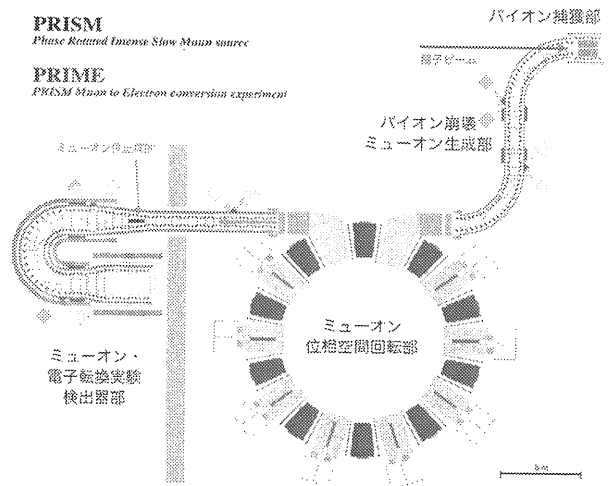


図 6 : PRISM 及び PRIME 全体の構成図

3.2.1. 大強度陽子加速器

PRISM では π 中間子により生成するミュオンを利用する。そのため、いかに多くの π 中間子を生成し、位相空間回転部へ入射するかが一つの鍵となる。陽子ビームをバイオン生成標的に当てることで生成される π 中間子の生成量は、陽子ビームのパワー (=ビームエネルギーとビーム電流の積) にほぼ比例する。PRISM の目標とするミュオンビーム強度を達成するためには、1MW クラスのビームパワーを持つ陽子加速器が必要である。

また、位相空間回転を行うには、位相空間回転前のミュオンの時間幅が十分小さくなくてはならないので、陽子ビームは速い取り出しによるパルス状の時間構造を持たなければならない。後述のように、位相空間回転により達成されるビームのエネルギー幅は、位相空間前のビーム時間幅に比例する。PRISM では、10ns 以下の時間幅を持つパルス状陽子ビームが要求される。

3.2.2. パイオン生成・捕獲系

パイオン生成標的は、超伝導電磁石による高ソレノイド磁場下に配置され、生成したパイオンが効率よく捕獲される。PRISM では低エネルギーのミューオンを生成するため、必要となるパイオンの運動量も 100MeV/c 以下と小さい。逆に、必要ない高エネルギーの粒子は、バックグラウンドの原因となり得るので、混入することは望ましくない。そこで、PRISM では、後方に生成されたパイオンだけを大立体角でソレノイド磁場により捕獲する。低エネルギーのパイオンの生成量は、前方と後方で大差はない。

ボア半径 $R(\text{m})$ 、磁場 $B(\text{T})$ のソレノイド電磁石により捕獲される荷電粒子の垂直方向運動量成分の最大値 $p_T^{\text{max}}(\text{GeV}/c)$ は、

$$p_T^{\text{max}} = 0.3B \frac{R}{2}$$

である。例えば、 $p_T^{\text{max}}=90\text{MeV}/c$ とした場合は、ボア半径 10cm、磁場 6T のソレノイド電磁石が必要となる。

捕獲されるパイオン数は、生成標的物質・長さ、ソレノイド磁場強度・ボア半径などの設定に大きく依存する。これらを最適化するために、シミュレーション計算による検討が進められている。

3.2.3. パイオン崩壊・ミューオン輸送系

捕獲されたパイオンはカーブド・ソレノイド・チャンネルにより、次の位相空間回転部まで輸送される。チャンネルの約全長 10m であり、輸送中にほとんどパイオンが崩壊しミューオンが生成される。

チャンネル内のソレノイド磁場強度 B は、粒子の進行とともに断熱的に減衰させる。このとき、

$$p_T R \propto \frac{p_T^2}{B} = \text{constant}$$

の関係が成り立つ。リウビルの定理により磁場内での運動量の大きさは保存されるので、磁場 B が減少すると、運動量の垂直成分 p_T も減少し、軸成分 p_L が増大する。すなわち、断熱輸送により垂直方向に広がったパイオンの運動量ベクトルが、軸

方向に平行にそろえられる。一方、ビーム径は増大するので、磁場の減少とともに、

$$p_T R \propto B R^2 = \text{constant}$$

の関係を満たすように、ソレノイドボア半径 R を大きく取る必要がある。

ソレノイド・チャンネルがカーブを描くことは、陽子ビームライン上の生成標的から実験ホールへビームを引き出すために必要であるが、これにはもう一つの役割がある。カーブド・ソレノイド中の荷電粒子の螺旋軌道は、その弧の法線方向にドリフトすることが知られている。ドリフト距離 $D(\text{m})$ は、

$$D = \frac{1}{0.3B} \times \frac{s}{R} \times \frac{p_L^2 + 0.5 p_T^2}{p_L}$$

により与えられる。ここで $B(\text{T})$ はソレノイド軸上の磁場強度、 $s(\text{m})$ は軸に沿った移動距離、 $R(\text{m})$ はカーブの半径、そして、 p_T 、 p_L はそれぞれ運動量の垂直成分と軸成分を表している。ドリフト方向は荷電粒子の電荷の正負に依るので、ソレノイド内に適当なコリメーターを設置することで、電荷及び運動量の選択が可能となる。その場合、逆の弧を描いたカーブド・ソレノイドを対で使用するか、目的の電荷・運動量の粒子のドリフトを打ち消す外部偏向磁場をかける必要がある。

3.2.4. 位相空間回転部

最後に、ミューオンはキッカーにより位相空間回転器に入射される。PRISM では、FFAG (Fixed Field Alternating Gradient) リングを位相空間回転器として用いる。FFAG 周回中に高周波電場を適用し、 $\pi/2$ だけシンクロトロン振動させることで、ミューオンのエネルギー的広がりを時間的広がりに変換、エネルギーの揃った高輝度ミューオンビームを実現する。この位相空間回転器については、既に建設が開始されており、その内容を含め、次章において詳しく説明する。

3.3. PRISM の開発状況

前述の PRISM 構成要素の内、位相空間回転器の開発・建設が平成 15 年度より学術創成科研費により 5 カ年計画で開始されている。

既に、FFAG ラティス設計、電磁石設計を完了し、電磁石の製作が始まっている。また、超高電場勾配高周波加速空洞システムの設計・製作に成功している。

4. PRISM 位相空間回転器

4.1. 位相空間回転の原理

位相空間回転とは、高周波電場により、速い粒子を減速し、遅い粒子を加速することで、ミュオンビームのエネルギー幅を小さくする方法である。これは、図7のようなエネルギーと時間（位相）の2次元位相空間で見ると、ビームの分布を90度回転させることに対応する。ビームの時間的な広がりエネルギーの広がり変換されるので、位相空間回転により達成される、エネルギー幅は、最初のビームの時間的な広がりによって決定される。したがって、位相空間回転法によるビームの高輝度化には、パルス幅の狭い陽子ビームを使用することが重要となる。

PRISM では、運動量幅 $68\text{MeV}/c \pm 20\%$ を持つミュオンビームが位相空間回転により、 $\pm 2\%$ の運動量幅まで高輝度化できることが、シミュレーションにより示されている。

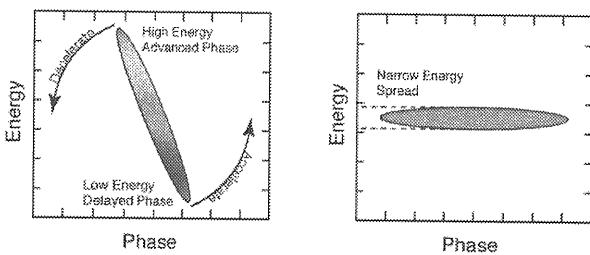


図7：位相空間回転の原理

4.2. 位相空間回転器の選択

PRISM の位相空間回転器が備えるべき特徴として、

- (1) 大強度を達成するに十分大きな横方向アクセプタンスを持つこと、
- (2) エネルギーアクセプタンスも十分に大きいこと、

- (3) ミューオンの寿命より十分短時間の内に位相空間回転により高輝度化が達成されること、

の3点が重要である。PRISM では、位相空間回転器として、円形加速器、しかも、近年その開発が著しいFFAG リングを採用した。

リング加速器では、周回ターン毎に高周波系により位相回転するので、線形システムに比べ高周波系は簡略化されるというメリットがある。また、数kHzの繰り返し運転でも、位相回転に必要な時間は数マイクロ秒であるので、全体のデューティは数%と少ない。よって、高周波空洞の冷却、高周波電源消費電力の点からも運転が容易となる。

リング加速器としては、サイクロトロンやシンクロトロンなどもあるが、上記の3つの要求を同時に満たすのはFFAG だけである。サイクロトロンのエネルギーアクセプタンスは大きい、等時性が成り立つので、シンクロトロン振動がない。また、シンクロトロンについては、エネルギーが変わっても閉軌道は一定であるので、分散できる水平方向のエネルギーに対するアクセプタンスは $dE/E=1\%$ 程度と非常に小さい。一方、FFAG は、

- ア) 強収束なので、横方向アクセプタンスも大きい
 - イ) 軌道がエネルギーとともに変わるので、エネルギーアクセプタンスが大きく、
 - ウ) シンクロトロン振動することが可能で、
- など、ミュオンの位相空間回転器として非常に適した特徴を兼ね備えている。

4.3. PRISM-FFAG ビーム光学設計

我々は、Radial Sector 型の Scaling FFAG を位相空間回転器として用いることにした。大強度ミュオンを達成するために、非常に口径の大きなFFAG を設計した。ここでは、PRISM-FFAG のビーム光学設計がどのように行われたかについて簡単に紹介する。

4.3.1. 設計の指針

ビーム光学の設計に当たって、以下のような指針を立てた。

- 1) 横方向アクセプタンスが大きいこと。目標は水平・垂直アクセプタンスそれぞれ、 $20000\pi\text{ mm}\cdot\text{mrad}$ 、 $3000\pi\text{ mm}\cdot\text{mrad}$ とした。
- 2) 運動量アクセプタンスが $68\text{MeV}/c\pm 20\%$ であること、
- 3) トランジションエネルギーが上記のエネルギーから十分に離れていること、
- 4) できるだけ多くの高周波加速空洞を配置できるように、長いストレートセクションを持つこと、
- 5) 空洞コアへの漏れ磁場が十分小さい ($<200\text{gauss}$) こと、
- 6) リングの直径は 10 m 程度とする。

これらの要求を満たすためには、大口径でかつ開き角の小さい（円周方向に薄い）電磁石が必要である。また、doublet や triplet 電磁石を使用することが、長いストレートセクションを確保する上で有利である。

4.3.2. 現実的な磁場マップの作成

このような大口径で薄型の電磁石を使用する場合、磁場の非線形成分や周辺磁場がビームダイナミクスに大きく影響する。したがって、磁場の高次成分や周辺磁場を正しくモデル化することが、より正確にビームダイナミクスを評価する上で重要となる。従来の FFAG 設計では、SAD などによる線形モデルで基本パラメータを設計した後、TOSCA 3次元磁場を用いた単粒子トラッキングを行っていた。我々は、より厳密に高次成分を扱いつつパラメータサーチを行うために、従来とは異なる方法を取った。

初期の段階から、現実的な磁場マップによる単粒子トラッキングを行い、FFAG のダイナミクスを評価、パラメータの決定を行った。一つの電磁石を円周方向に平行な面でスライスしたモデルによる2次元磁場をいくつかの平面について POISSON により計算し、それらについて2次元スプライン補完することで、電磁石の3次元磁場マップを作成した。この方法では、TOSCA のように周辺磁場まで現実的な磁場が得られる上に、磁場作成に要する計算時間はわずかに数分である（TOSCA の場合、数時間を要する）。したがって、短時間に多くのパラメータについて、現実に近い精度でビームダイナミクスを評価することが

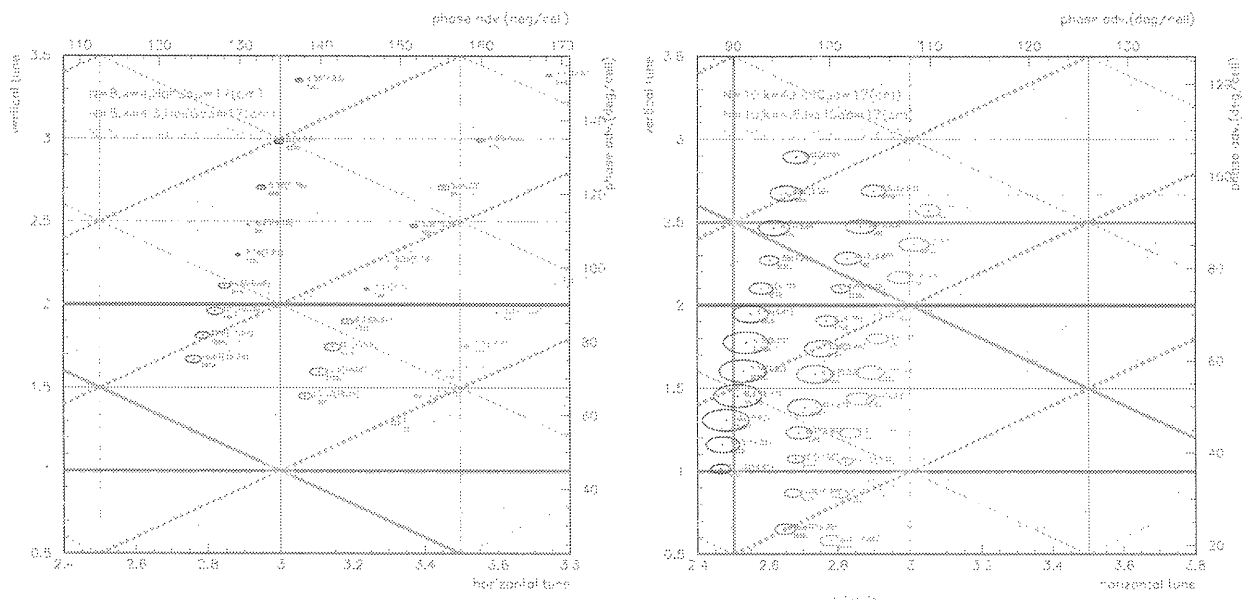


図 8 : k 値及び F/D 比を変えた場合のアクセプタンスとチューンの変化。右図が 8セルの場合、左図が 10セルの場合。アクセプタンスは楕円の面積に比例する。縦に並ぶデータは右から $k=4.0, 4.6, 5.0$ の場合である。

できる。

4.3.3. 単粒子トラッキング

トラッキングコードには素粒子原子核実験分野で一般的に使われているシミュレーションコード GEANT3.21 を用いた。

4.3.4. アクセプタンス・スタディ

このような方法により、FFAG の以下のパラメータについて、スタディーした。

- セル数
- 電磁石のタイプ (DFD,DFE,FD)
- k 値
- F/D 比
- 電磁石のギャップサイズ

図 8 に k 値及び F/D 比を変えた場合のアクセプタンスとチューンの変化についての結果を示した。

4.3.5. PRISM-FFAG のパラメータ

表 3 に決定された PRISM-FFAG のパラメータをまとめた。また、図 9 にその外観の模式図を示した。リングは 10 個の DFD triplet 電磁石から成り、その外径は約 15m、平均軌道半径は 6.4m である。1 セルのストレートセクションの長さは約 1.7m であり、その 8 カ所に高周波加速空洞が配置され、残りの 2 カ所には入射取り出し用のキッカー電磁

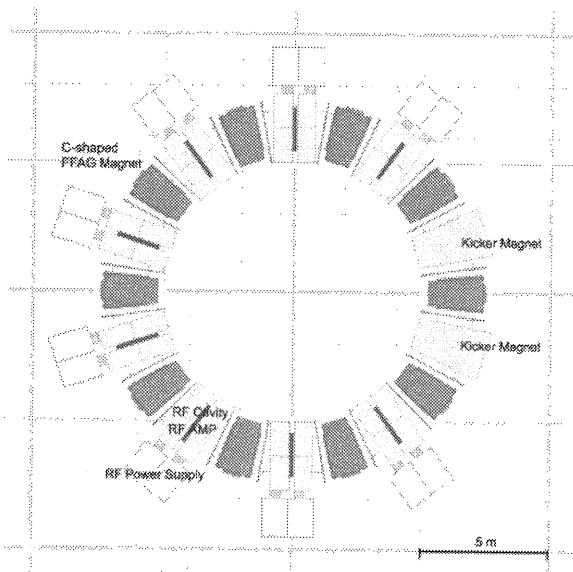


図 9 : PRISM-FFAG の模式図

石が配置される。

表 3 : PRISM-FFAG のパラメータ

Number of sectors	10
Magnet type	Radial sector, DFD
Field index (k)	4.6
F/D ratio	6.2
Opening angle of magnet	F/2-2.2deg., D-1.1deg.
Half gap of magnet	17cm
Average orbit radial	6.4m
Maximum field	F:0.4T, D:0.065T
Tune	H:2.73, V:1.58

4.4. PRISM-FFAG 電磁石

設定された光学パラメータを元に、電磁石の設計が行われた。図 10 に示すような大口径の FFAG 電磁石が設計された。その口径は中心で水平 100cm x 垂直 30cm である。電磁石は DFD の triplet 構成で、電磁石の外側からの入射取り出しができるように C 型電磁石を採用している。また、高周波空洞コアへの漏れ磁場を抑える目的で、両端にはフィールドクランプを有する。FFAG に特有の磁場勾配はポール形状によって形成されるが、ポール面に配置されたトリムコイルにより、k 値を調節可能な設計となっている。

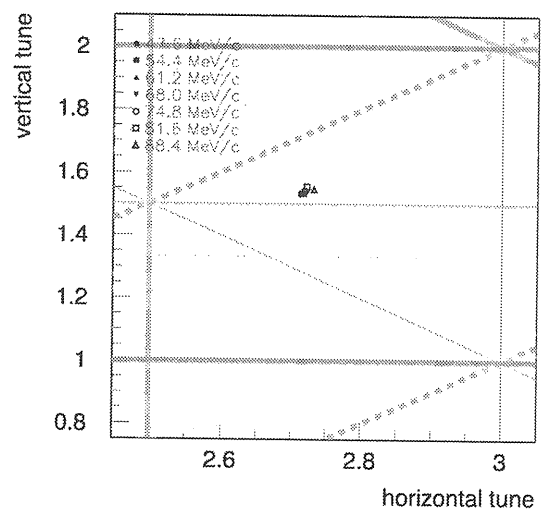


図 12 : チューンのエネルギー依存

TOSCA により計算された 3次元磁場によるトラッキングの結果を図 1 1 及び図 1 2 に示す。図 1 1 は 4次元アクセプタンスを水平位相空間及び垂直位相空間に射影したものであり、その面積はそれぞれ、 $40000\pi\text{mm}\cdot\text{mrad}$ 、 $6500\pi\text{mm}\cdot\text{mrad}$ と目標としたアクセプタンスは十分に達成されている。図 1 2 は、各エネルギーについてチューンをダイアグラム上にプロットしたものである。チューンのエネルギー依存がなく、scaling-FFAG の特徴であるゼロクロマティシティーが成立していることが分かる。

4.5. 高周波加速システム

大口径 FFAG と並んで、PRISM 位相空間回転器成功の鍵となるのが、超高電場勾配を要する高周波システムである。本節では、PRISM 高周波加速システムへの要求と仕様、そして、性能試験結果について述べる。

4.5.1. 要求される高周波電場勾配

位相空間回転による高輝度化とは、時間とエネルギーの位相平面内で、エネルギー的に広がったパンチを $\pi/2$ だけ回転させ、エネルギーを揃えることである。この位相を $\pi/2$ 回転するのに要する時間は、ミューオンの寿命(静止寿命 $\tau=2.2\mu\text{s}$)に対して十分短い必要がある。そこで、まず、シンクロトロン振動の基本的な式から、PRISM で要求される高周波電圧、電場勾配を求めてみる。

シンクロトロン振動数 Ω_s は、

$$\Omega_s = \omega_0 \sqrt{\frac{heV\eta\cos\phi_s}{2\pi E_s}} \quad (4-1)$$

である。ここで、変数の意味は以下の通りである。

- β_s : 光速に対する同期粒子速度、
- E_s : 同期粒子の全エネルギー、
- ϕ_s : 同期位相、
- ω_s : 同期粒子の角周波数、
- ω_0 : 光速の粒子に対する角周波数、
- h : ハーモニック数、
- e : 粒子の電荷、
- V : 高周波電圧、

η : slippage factor。

位相空間回転では同期粒子に関しては加速も減速も行わないので同期位相 ϕ_s は0である。位相空間回転によりビームのエネルギーを揃えるには $\pi/2$ 回転のシンクロトロン振動を行うので、位相空間回転に要する時間 T_{pr} は、

$$T_{pr} = \frac{\pi}{2\Omega} \quad (4-2)$$

である。また、ミューオンが生存率 S となる時間 T_{life} は、

$$T_{life} = -\gamma\tau \ln S \quad (4-3)$$

である。ここで、 τ はミューオンの静止寿命、 γ はミューオンのエネルギーに対するローレンツ係数である。従って、ミューオンの生存率 S 以上を達成するためには、

$$\frac{\pi}{2\Omega} < -\gamma\tau \ln S \quad (4-4)$$

が成立しなければならない。(4-1),(4-4)式より、必要な高周波電圧が求まる。

いま、平均軌道半径 6.5m、 k 値 4.6 のリングにおいて、中心運動量 68MeV/c のミューオンを位相空間回転させる場合を考え、ミューオンの生存率 S が 70%以上となるのに必要な高周波電圧及び電場勾配を求める。ハーモニック数は1とすると、必要な高周波電圧はリング1周あたり 2.0MV 以上となる。また、1ストレートセクションあたり約 1.7m を高周波加速空洞に使用できるとし、8セル分に加速空洞を設置すると想定すると、必要な電場勾配は -150kV/m となる。7セルに置く場合は、 -170kV/m である。

従って、PRISM-FFAG では、周波数 4-5MHz において電場勾配 170kV/m を達成する高周波加速空洞が要求される。この電場勾配は通常の陽子シンクロトロンに比べて1桁程度大きい(図 1 3)。これまで陽子シンクロトロンに使われてきた高周波加速空洞ではコア材質としてフェライトを使っており、得られる電場勾配がせいぜい 10-20kV/m と小さい。したがって、フェライトコアではこのような高電場勾配の高周波空洞を作ることは不可能である。

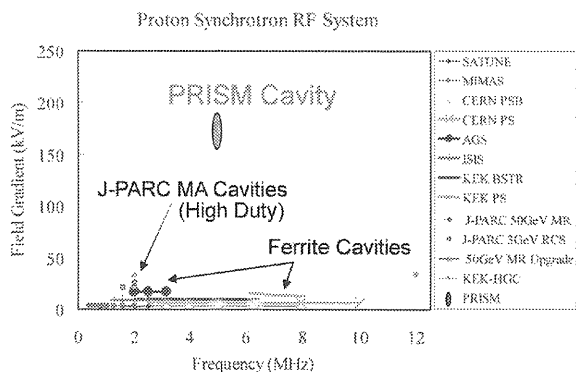


図 1 3 : 従来のシンクロトロンと PRISM の電場勾配

4.5.2. PRISM 高周波加速システムの特徴

このような高電場勾配を実現するために、我々はコア素材として Magnetic Alloy を用いた極薄の加速ギャップと 30kV 以上で動作する四極真空管を用いた高出力アンプを組み合わせた高周波加速システムを開発した。

4.5.3. Magnetic Alloy コア

Magnetic Alloy (軟磁性合金 : MA) コアは近年、FFAG や J-PARC-PS など KEK を中心に使用されている。MA は $\mu_p Q_f$ 積が高く、しかも、図 1 4 に示すように、2kGauss 程度までの高周波磁場環境下でもその特性に変化がない。PRISM でも高い高周波電圧によりおよそ 250Gauss 高周波磁場が発生する。MA コアでは、このような条件において

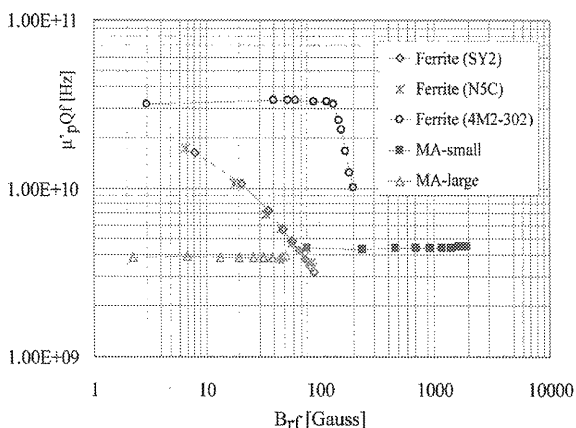


図 1 4 : Ferrite と Magnetic Alloy の高周波特性の高周波磁場依存

も高電場勾配の空洞の製作が可能である。また、

シリコンで絶縁コートされた薄いテープ (厚さ 18 μ m、幅 35mm) を巻いてコアを作るので、より大きなコアの製作が可能である。さらに、素材自体の Q 値は 0.6 程度と小さいため、1 倍波に加えて、2 倍などの高調波入れた高周波波形の形成が可能である。共振周波数及び Q 値は、カットコアの技術により調整が可能である。

PRISM の MA コア形状を図 1 5 に示す。コアはレーストラック形状をしており、その外形は、1.7m x 1.0m x 35mm である。コア 1 枚あたりのシャントインピーダンスは、5MHz において 159 Ω であった。6 枚の MA コアにより 1 つの空洞が構成される。その全長は空洞 (1 ギャップ) あたり 33cm である。PRISM 空洞のパラメータを表 4 にまとめた。

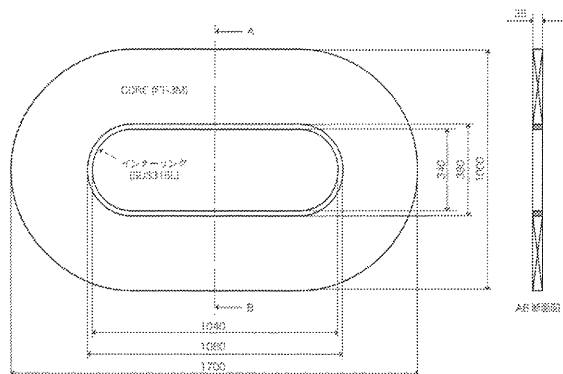


図 1 5 : PRISM の MA コア形状

表 4 : PRISM 高周波空洞のパラメータ

Number of cavities	16 (or14) / ring
Number of gap	5 / cavity
Length of cavity	1.65 m
Core material	Magnetic Alloy (FM-3M)
Core size	1.7m x 1.0m x 35mm
Core shape	Racetrack
Number of cores	6 / gap
RF frequency	4-5 MHz
Expected field gradient	~ 200 kV/m
Flux density	~ 300 Gauss
Duty	< 0.1% (15 μ s x 100/3.4s)
Cooling	Air cooling

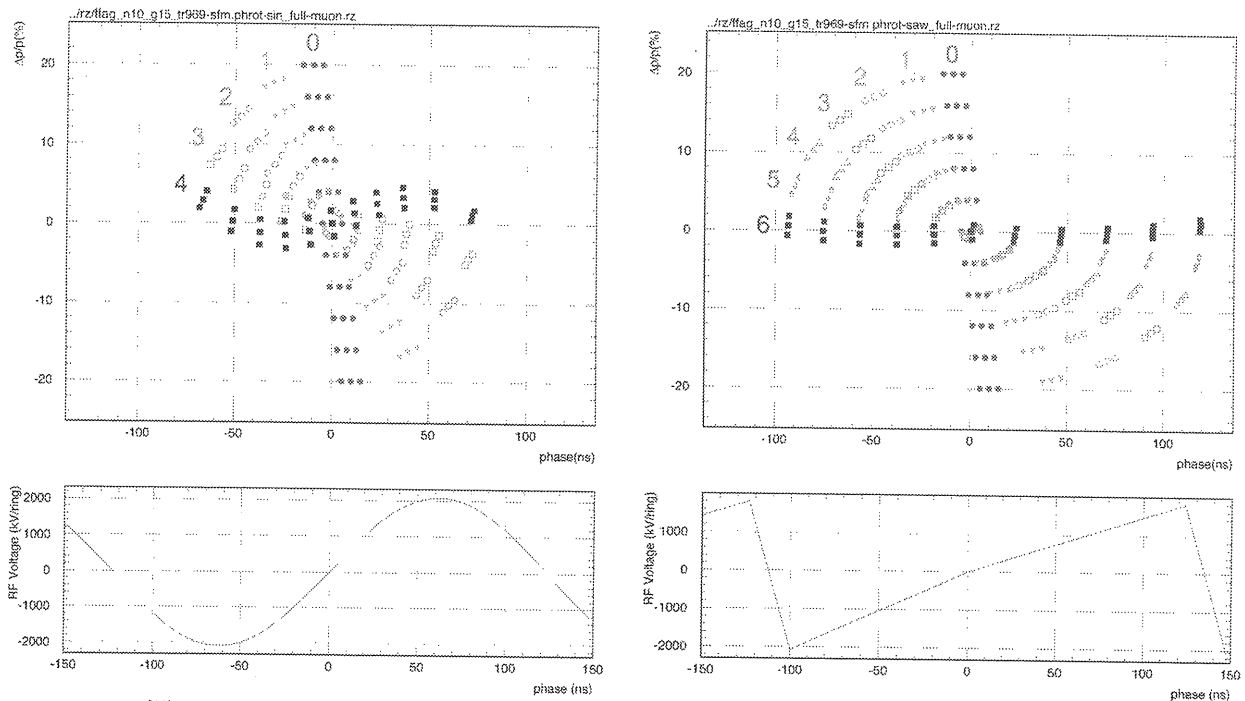


図 16 : PRISM-FFAG における位相空間回転のシミュレーション結果。

右 : sin 波形の場合。左 : 鋸歯状波形の場合。

4.5.4. 高出力アンプ

それぞれの空洞は、四極真空管(4CW100,000E)を用いたプッシュ・プル・アンプに繋がれる。デューティーが低いので最大 1.5MW のパワーが生成可能である。また、本システムでは、真空管の最大プレート電圧 40kV、最大RF電流として 60A を生成することが可能である。したがって、インピーダンス 1k Ω の空洞をドライブすることで、60kV のギャップ間電圧を生成することができる設計である。

このアンプシステムを、インピーダンス 735 Ω (5MHz)の試験空洞に繋ぎ、高出力試験を行った結果、43kV のギャップ間電圧が達成された。この結果から、PRISM 空洞(159x6=954 Ω @5MHz)を用いた場合を推測すると、ギャップ電圧として 56kV、電場勾配に換算して約 170kV/m が達成される見込みである。

4.5.5. RF 波形と位相空間回転後のエネルギー幅
アンプ試験の結果から予想される PRISM の電場勾配を用いて、位相空間回転のシミュレーションを行った結果を示す。

図 16 右は sin 波形の高周波を適用した場合の結果である。図中の数字はリング内での粒子の周回数を意味する。初期状態のビームの時間分布はソレノイド輸送のモンテカルロシミュレーションの結果に基づいている。ビーム入射時では位相空間上でほぼ垂直にあるものが、リングを回転するにつれて位相回転している。しかし、中心から離れた粒子ほど位相回転速度、すなわち、シンクロトロン振動の速度が遅くなり、中心部で 90 度回転した場合でも端の方の粒子はまだ 90 度回っていないことがわかる。また、高エネルギー側の粒子に比べて、低エネルギー側の粒子の方が位相空間回転の速度が速いことも見て取れる。シンクロトロン振動数はスリッページ係数に依存する。このスリッページ係数はビームのエネルギーに対して $1/\gamma^2$ の依存性を持つので、エネルギー

の低い粒子ほど位相回転の回転速度は速くなるのである。

これら位相空間回転における非線形性の問題を解決するには、縦方向ポテンシャルを線形化すればよい。すなわち、線形なバケツを作るために、sin 波の代わりに鋸歯状の高周波波形を用いる。さらに、スリッページ係数のエネルギー依存を補正するために、減速側の電場勾配を強くするのである。図 1 6 左は、鋸歯状の高周波波形を用いた場合の、シミュレーション結果である。この場合、振動速度のエネルギー依存がほぼ解消され、リング 6 周後の位相空間回転終了時には、運動量幅が $68\text{MeV}/c \pm 2\%$ と初期状態の 10 分の 1 まで低減できる。

しかし、実際は、このような理想的な鋸歯波形の高周波電圧を発生させることはできない。したがって、鋸歯波形を n 次までのフーリエ級数に展開し、その合成波を各ギャップにかけるか、高調波毎に異なる空洞を用いるなどの方法の検討を進めている。図 1 7 に鋸歯波形を 4 次までのフーリエ級数に展開した場合の結果を示した。

以上、PRISM 計画について、駆け足で紹介しましたが、PRISM 計画及び PRIME 実験について、より詳しく知りたい方は、以下の文献を参考にしてください。

参考文献

- [1] Y. Mori, K. Yoshimura, N.Sasao, Y. Kuno, et al., "The PRISM Project - A Muon Source of the World-Highest Brightness by Phase Rotation", LOI for Nuclear and Particle Physics Experiments at the J-PARC (2003).
- [2] Y. Mori, K. Yoshimura, N.Sasao, Y. Kuno, et al., "An Experimental Search for the m-e Conversion Process Towards an Ultimate Sensitivity of the Order of 10^{-18} ", LOI for Nuclear and Particle Physics Experiments at the J-PARC (2003).

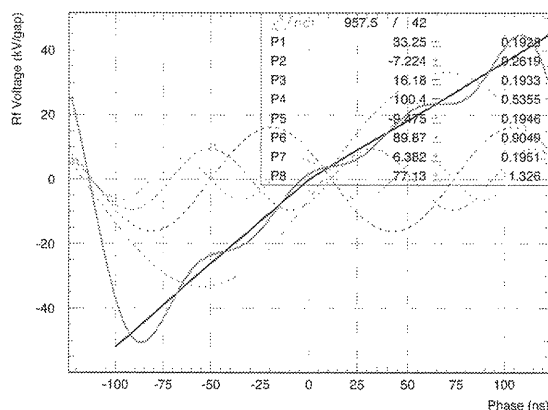


図 1 7 : 鋸歯状波形の 4 次までのフーリエ展開の結果