

第1章 導入

1.1 はじめに

リニアコライダーと関連の開発研究では、様々なビーム診断技術が新たに開発され用いられる。その中でもビーム位置及び形状の測定は最も基本的かつ重要なものであるが、先端的で高分解能のモニターが多くの部分で必要とされている [1]。本稿では、ビーム位置モニターとして空洞型 BPM について、ビーム形状モニターとしてレーザーワイヤーモニター等について解説する。

これらのモニターに要求される性能については ILC 設計のウェブサイト ([2]) で議論されており、頻繁に更新されながらより詳細に明記されていくことになっている。この章では、現時点でのレポートをもとにした簡単にまとめを与える。

1.2 ビーム位置モニター

ILC 全体に渡って必要とされるビーム位置モニターについて表 1.1 にまとめた。

電子及び陽電子の入射器では、ビームサイズが大きい為に特に高い位置分解能を必要とはしない。通常のストリップライン型の BPM が使用される。

ダンピングリングには、大雑把にベータトロン振動の周期あたり 4 つの BPM が必要とされる。大部分については通常のストレージリングと同様にリングの平衡軌道の調整に用いられる為、特にバンチ毎の読み出しへは必要としない。 μm 以下の高い分解能が必要とされるが、通常のボタン型等のモニターの信号を積算して処理することで実現可能である。一方、フィードバックやビーム振動の測定に用いられる少数の BPM については 6ns の間隔のバンチを区別した測定が必要とされ、ピックアップは他と同様であるが高速の処理回路が用いられる。

メインリニアックでは、低温モジュールの内部に各四極電磁石毎に BPM が配置される。300 nsec 間隔の各バンチについて 500 nm 以下の分解能で独立な測定を行う必要がある。単一パスの測定で μm 以下の高分解能は、通常のストリップライン型では困難なので空洞型 BPM の類いが必要となる。BPM からの

脱ガスが加速空洞を汚染しないように洗浄可能な構造でなければならないこと、大きなビームパイプ径を持たねばならないこと、という特殊な条件を満足できる変形型の空洞 BPM の開発が行われている。また、超伝導加速空洞にビームが励振する高次モードも一種の空洞 BPM である。これを用いてビームと空洞の相対位置が測定され、低温モジュールの位置調整に用いられる。

ビームデリバリーでは、特にビームの安定化が重要である。ビーム振動をビームサイズに対して十分良い精度で検出し、振動源を同定する必要がある。高分解能と安定性が要求され、空洞 BPM が用いられる。とくに、ビームエネルギーの測定システムでは偏向電磁石で構成したシケイン軌道でのビーム位置の測定を行うが、~ 10 m の規模のシステムで 1 μm の安定度が必要とされる。バンチ列内の時間スケールで行う高速フィードバックにはストリップライン型の BPM がストリップライン型のキッカーと共に使用される。

表 1.1: 位置モニター

入射器		
パラメータ	値	コメント
数量	~ 600	
環境	常温, 低温	
パイプ径	40 ~ 100 mm	
分解能	< 100 μm	
安定性	< 100 μm	
時間分解能	バンチ毎	

ダンピングリング		
パラメータ	値	コメント
数量	~ 900 (9)	(フィードバック用)
環境	常温	
パイプ径	16 ~ 98 mm	
分解能	< 0.5 μm	
安定性	< 100 μm	
時間分解能	< 10 μs (< 6ns)	(フィードバック用)

emainリニアック		
パラメータ	値	コメント
数量	~ 800	
環境	低温	全 4 極電磁石に取付 低温モジュールの中
パイプ径	60 ~ 70 mm	
分解能	< 0.5 μm	
安定性	< 10 μm	
時間分解能	バンチ毎	温度サイクルに渡って

ビームデリバリー		
パラメータ	値	コメント
数量	~ 400	
環境	常温	
パイプ径	必要に応じて	
分解能	< 0.25 μm ($\sigma/4$)	
安定性	< 10 (1) μm	
時間分解能	バンチ毎	(エネルギー測定用)

ATF2 は、ATF の取り出しラインを延長してリニ

アコライダーの最終収束ラインのテストベンチを建設する計画である [3]。要求される BPM は ILC のビームデリバリーと同様である、表 1.2 にまとめる。ビームラインの主要な位置モニターとして空洞 BPM が使用され、各四極及び六極電磁石に固定される。これらの電磁石は精密ムーバーに載っており、BPM も電磁石と共に動く。ビーム軌道が四極磁場の中心を外れると余計な蹴りが生じて収束後のビームサイズに影響してしまう。BPM の読み値を基にビーム軌道をすべての四極の磁場中心の数 μm 以内に合わせるように調整がなされる。ビーム調整を行う時間スケールに於いて、BPM には機械的にも処理回路および解析ソフトウェア的にも数 μm より良い安定度が要求される。

リニアアコライダーにおける収束された 2 つのビームの衝突技術を実証する目的で、ATF2 では 1 つのビームを超高分解能のビーム位置モニターに対して安定化する試験を行う。この為に IP-BPM と呼ばれる特殊な空洞 BPM の開発を行っている。収束点の特殊なビーム光学のもとでも位置測定が可能な空洞の設計と限界まで高感度に設計された処理回路によって数 nm の位置分解能を目指している。

本稿では、ビームデリバリーあるいは ATF2 ビームラインの空洞 BPM を例にとり解説する。

表 1.2: ATF2 のビーム位置モニター

ATF2		
パラメータ	値	コメント
数量	30	
環境	常温	
パイプ径	20 ~ 40 mm	
分解能	100 nm	
レンジ	$\pm 200 \mu\text{m}$	
安定性	< 2 μm	
時間分解能	パンチ毎	150 ns

1.3 ビーム形状モニター

ILC で必要とされているビーム形状モニターについて表 1.3 にまとめた。

ビーム形状モニターの主な役割は、エミッタスを測定し調整するのに使用することである。ビームサイズは $\sqrt{\beta\varepsilon}$ であるから、ビームサイズとベータ関数が分かれればエミッタスを算出できる。適当なベータトロン位相の進みに沿ったビーム形状の測定によって、ビームのエミッタスと同時にトウイスパラメータの測定がなされるので、光学マッチングの調整に使用することも出来る。また、扁平ビームのビーム軸に対する傾きを検出することで X-Y 平面のカッピングが

測定でき、その補正がなされる。エネルギー分散のある位置でのビーム形状測定によって、ビームのエネルギー拡がりの測定が可能である。

ビーム形状の測定方法は、レーザーワイヤーあるいはワイヤースキャナのようなスキャン方式と、OTR スクリーンや X 線 SR モニターのような結像方式の 2 つに大別される。別の観点からは、ビームに対して破壊的な測定であるワイヤースキャナや OTR に対し、非破壊的なレーザーワイヤーや XSR という分類ができる。あるいは、リングでの測定に適した蓄積型レーザーワイヤーや XSR に対して、取り出しラインで使用されるパルス型のレーザーワイヤーという見方も可能である。

ダンピングリングの測定では、レーザーワイヤー(蓄積型)、SR 干渉計、XSR モニター等がそれぞれの特徴を生かして相補的に用いられる。リングではその周回条件によってビーム光学の決定が容易であるので、測定点は各リングに 1 箇所づつで良い。SR 干渉計や XSR モニターは応答が速く、その応答を見ながらのリングの調整は非常に有用である。一方、レーザーワイヤーは、その測定原理が直接的であり絶対値の信頼性が良いことからダンピングリングの調整後のエミッタスの絶対値の確認に用いられると思われる。また、レーザーワイヤーは 6 ns の間隔で周回するパンチ同定が可能なため、パンチトレインに沿ったビームサイズ増大を測定することも可能である。

ダンピングリング以降の低エミッタスビームでは、小さなスポットサイズを測定する必要がある。典型的なビームサイズは、水平方向 50 μm 、垂直方向 5 μm 程度である。特に多パンチ大電流の運転では、ビームと標的の相互作用で発生する局所的な熱のため金属標的を用いるワイヤースキャナや OTR スクリーンは容易に破壊されてしまう。このため、レーザーワイヤーが主要なモニターとして使用される。一般にはスキャン型のモニターは測定に時間がかかるが、ここではパンチトレインの通過中に高速にスキャンを行うことでビームパルス毎にサイズを測定することが期待されている。ベータトロン振動の位相の異なった 4 つの測定点が 1 組として配置される。大雑把に 1 組につき 1 台のレーザー光源と検出器が用意され、1 台のレーザーからそれぞれの衝突点にレーザー光を供給する。

ATF のダンピングリングでは共振器蓄積型のレーザーワイヤーが開発され、低エミッタスビームの実証に用いられてきた。ILC のダンピングリングのシステムはこの経験を基にして構築される。

ATF2 ではビームデリバリーに於けるレーザーワイ

表 1.3: 形状モニター

レーザーワイヤー (DR については蓄積型)			
場所	測定点	レーザー	検出器
電子源	8	1	2
陽電子源	5	1	2
ダンピングリング	3	3	3
RTML	20	4	6
メインリニアック	16	4	10
ビームデリバリー	18	4	6

ワイヤースキヤナ			
場所	測定点		検出器
電子源	12		3
陽電子源	12		3
ダンピングリング	3		3
RTML	2		2

イメージング			
場所	OTR	SR	XSR ([4])
電子源	6		
陽電子源	10		2
ダンピングリング		3	3
RTML	6		4
メインリニアック			
ビームデリバリー	2		4

ヤーシステムの準備の目的で、パルスレーザーによるシステムが開発される。複数の衝突点を設置し、5 μm 程度のビームサイズを測定する。ATF の既存の取り出しラインにおいて既にテストが開始されている。

ATF2 の最終収束の試験では 35 nm の垂直ビームサイズの実証が目標とされている。ビームを絞り込むこと自体もそうであるが、信頼性高く測定することも挑戦的である。光の波長から決まってしまう回折限界を考えると、レーザーワイヤーの手法では波長以下のサイズを測るのは不可能と思われる。そこで、重ね合わせたレーザー光が作る干渉縞を利用したモニターが使用されることになった。この装置は、約 10 年前に SLAC の FFTB で最終収束の試験を行った際に開発されたもので、ATF2 ではさらに改良を加えて使用される。

本稿では、レーザーと電子ビームのコンプトン散乱を利用したビーム形状モニターについて、ATF 及び ATF2 での開発例を基にして解説する。はじめにレーザー光およびコンプトン散乱についての一般的なまとめをした後、レーザーワイヤー、共振器蓄積型レーザーワイヤー、そしてレーザー干渉縞モニターについて述べる。

第2章 空洞型 BPM

2.1 はじめに

2.1.1 電極型 BPM の分解能の限界

空洞 BPM について考える前に、通常のストリップラインなどの電極型の BPM の分解能の限界について考察する。この種の BPM では、向かい合ったストリップラインに誘起される電圧 (V_1, V_3 とする) の非対称性を算出し、それにスケール因子 S を掛けて、

$$S \times \frac{V_1 - V_3}{V_1 + V_3} \quad (2.1)$$

によって位置が求められる。スケール因子 S は電極の形状で決まり、大雑把にはビームパイプの半径の半分程度である。

分解能がプリアンプの S/N で決まっているうちはより強い信号が得られるように電極を長くするかビーム電荷を上げることで分解能が向上する。しかし、各電極を個別に読み出す方式では ADC のビット数によって精度の制限がある。 $S=10\text{mm}$ で 14 ビットとした場合、 $1\text{ }\mu\text{m}$ 弱が分解能の限界と考えられる。

この場合、問題の根源は 2 つの大きな数を個別に精度良く測定し引き算を行わなければならない点にある。これを改善するには信号をデジタル化する前にアナログ的に 2 つの電極の電圧を引き算すれば良いと考えることが出来る。この考え方を更に進め、BPM 自体に自動的にこの処理をさせたのが空洞 BPM である。空洞のダイポールモードとして励振されるのは差分の信号に対応し、ビームが空洞中心を通った場合はゼロである。これならば、出来るだけ高ゲインの検出回路を用いることで ADC のビット数に制限されることなく原理的には熱ノイズ限界まで到達可能である。

2.1.2 空洞 BPM の特長

ストリップライン型 BPM と比較して空洞 BPM の特長を挙げると、

- 電気的な中心の位置とその安定性は空洞の機械的な精度で決まり処理回路には依存しない為、高い安定性が期待出来る。

- 特に空洞中心付近では信号は小さい為、レンジを犠牲にすれば高ゲインの検出回路を使用できる。また、信号が狭帯域である為、低ノイズ化が可能である。熱ノイズ限界まで感度を上げると原理的には nm の分解能が期待出来る。

高分解能の空洞 BPM がテストされた事例は、[5] [6] [7] などに見られる。

この章では、はじめに空洞 BPM の原理についてまとめた後、ATF2 のビームライン用の空洞 BPM を開発してきた経験を基に、その設計とテストをどのように行ってきたか、そして、信号の処理についてまとめしていく。

2.2 空洞 BPM の原理

空洞型 BPM は、ビームラインに設置された空洞をビームが通過することによって発生したマイクロ波を検出することでビーム位置を測定する。図 2.1 は ATF で開発された空洞 BPM の構造である。大きく分けて、空洞部と導波管部からなる。直接ビームパイプから見えるのは空洞部で、ここでビーム位置に依存した電磁場が発生する。空洞は細長いスロットを通じて 4 つの導波管部と結合しており、信号が読み出される。導波管の反対端付近で同軸ケーブルへと変換され、信号は外部の回路系へ運ばれる。

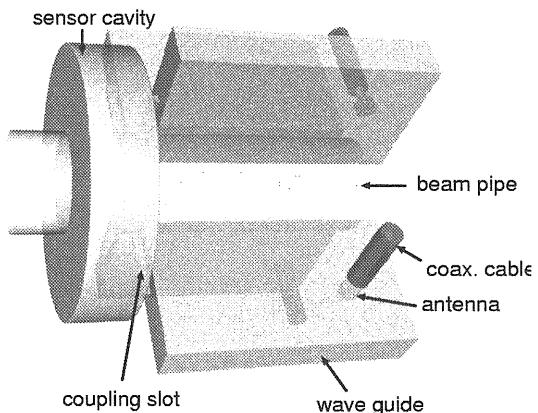


図 2.1: 空洞の構造

2.2.1 空洞 BPM の原理

この節では、空洞 BPM の動作原理を簡単に説明する。

空洞の固有モード

空洞内に発生する電磁場は空洞の固有モードで展開して記述できる。通常、円筒型もしくは直方体型を基本形状として空洞 BPM は設計される。BPM の場合、ビーム軸方向に電場を持つモードが重要である。図 2.2,2.3 に円筒型と直方体型の空洞の TM モードの電場と磁場の様子を模式的に表した。これらの固

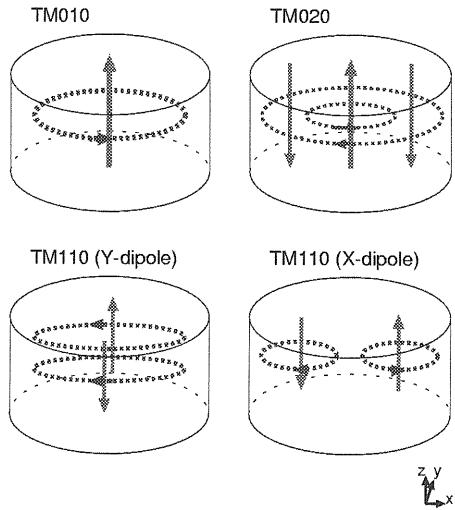


図 2.2: 円筒空洞の TM モード (電場を実線、磁場を破線で描いた)

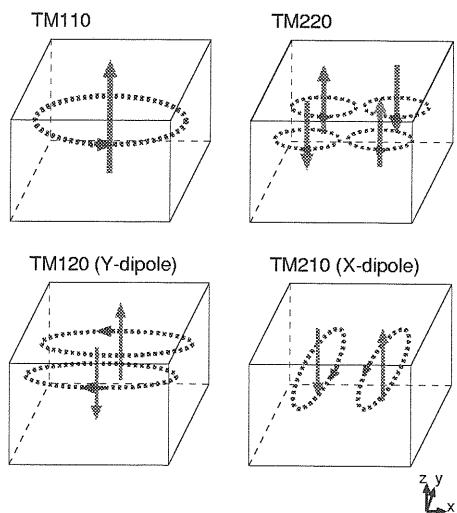


図 2.3: 直方体空洞の TM モード (電場を実線、磁場を破線で描いた)

有モードのうち、ダイポールモードがビーム位置検出に使用される。このモードの電場は空洞中心に節を持ち、中心付近をビームが通過した時にビーム位置に比例した振幅で励振される。この様子を図 2.4 に模式的に表す。

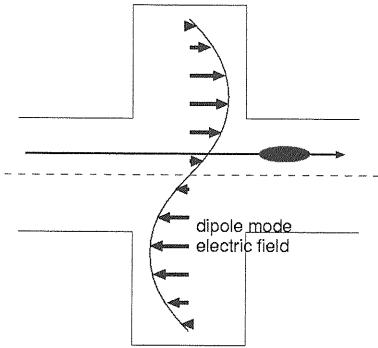


図 2.4: 空洞 BPM の原理

信号の読み出し

ビームの通過によって空洞内に発生する多数のモードの中でダイポールモードのみを X 方向、Y 方向を区別しながら読み出す必要がある。スロット方式のカップラーを用いることで、磁場の空間的形状を捉えて見たいモードだけを選択的に読み出すことが可能である。図 2.5 にスロットカップラーでの選択的読み出しの原理を説明する。端面に細長い穴を設けた導波管を通してマイクロ波を読み出す。信号源の磁場方向がスリットの方向と一致する場合は磁場がスリット内に染み込み、磁気双極子として導波管の TE モードにうまく結合して読み出される。一方、磁場方向がスリット方向と直交する場合は磁場がスリット内に入り込めない為に感度が無くなる。

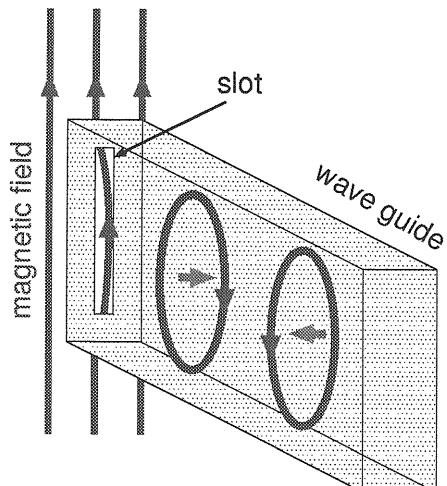


図 2.5: スロットによる磁場結合カップラー

この原理を応用して空洞の端面に図 2.6 のようにスロットを設置すると、ダイポールモードのみを読み出すことが出来る。図中の上下のスロットは X 方向モード用、左右のスロットは Y 方向モード用のポートになる。モノポールモードの磁場方向はスロットに直交するので読み出されない。[8]

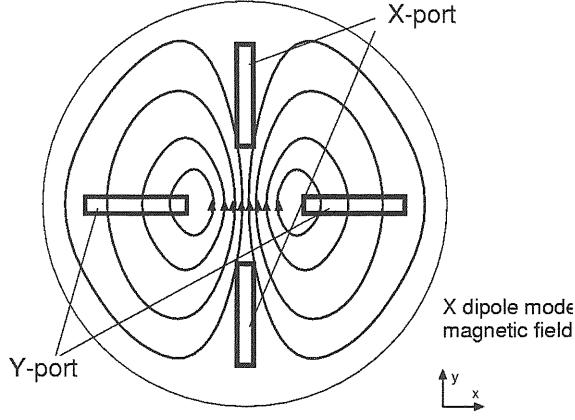


図 2.6: ダイポールモードの選択的カップラー

各方向用にそれぞれ 2 つづつポートがあるが、それぞれのポートの導波管に流れていく信号を図 2.7 に描いた。導波管から同軸ケーブルに信号を取り出す構造がビーム軸に対して回転対称になるように設計されていると、アンテナに対する電場の位相が 2 つのポートで反転する為、2 ポートから逆位相の信号が取り出されることになる。

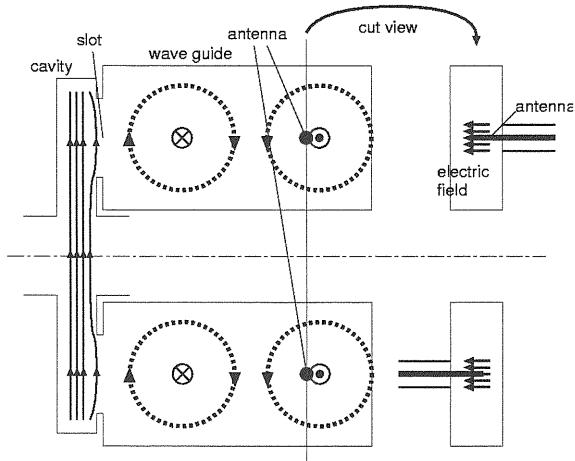


図 2.7: 2 ポートから取り出される信号の位相関係

2.2.2 空洞の特性を表す量の定義

Q 値、結合の強さ (β)

これから RF 空洞について議論するうえで必要になる用語の定義をする。図 2.8 は信号取り出しポートのついた空洞を模式的に表したものである。空洞のある固有モードについて空洞内にエネルギー U が蓄えられており、固有モードの単位角振動あたり電力 P が消費されるとする。このとき、 Q 値 (loaded Q

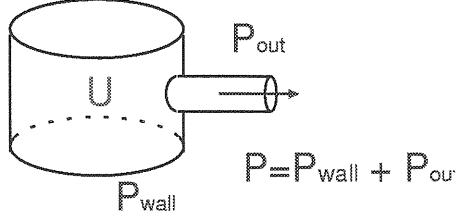


図 2.8: 空洞内のエネルギーと消費電力

(Q_L) は

$$Q_L \equiv \frac{\omega U}{P} \quad (2.2)$$

で定義される。 ω は考えているモードの角周波数である。消費される電力 P については、空洞の内壁で熱エネルギーに変換されるもの (P_{wall})、取り出しポートから出力されるもの (P_{out}) に分けて考えることができる。これらを別々に考えて、無負荷の Q 値 (unloaded Q (Q_0))、外部結合の Q 値 (external Q (Q_{ext})) を以下のように定義する。

$$Q_0 \equiv \frac{\omega U}{P_{wall}} \quad (2.3)$$

$$Q_{ext} \equiv \frac{\omega U}{P_{out}} \quad (2.4)$$

このとき

$$\frac{1}{Q_L} = \frac{1}{Q_0} + \frac{1}{Q_{ext}} \quad (2.5)$$

の関係がある。空洞内のエネルギーをポートから取り出す効率を表す量、結合の強さ β を

$$\beta \equiv \frac{P_{out}}{P_{wall}} = \frac{Q_0}{Q_{ext}} \quad (2.6)$$

で定義する。

空洞の時定数

単位時間あたりのエネルギー消費 P は

$$P = -\frac{dU}{dt} \quad (2.7)$$

と表せる。これを Q 値の定義 (式 2.3) とあわせて、 U に対する微分方程式を解くと、

$$U = U_0 e^{-\frac{\omega}{Q_L} t} \quad (2.8)$$

となる。 U_0 は空洞内に蓄積されているエネルギーの初期値である。空洞内のエネルギーが $1/e$ になるのに要する時間を時定数 τ と定義すると、

$$\tau = \frac{Q_L}{\omega} = \frac{Q_L}{2\pi f} \quad (2.9)$$

である。ちなみに振幅が $1/e$ になるのに要する時間は 2τ である。

R/Q, 走行時間

ビームと空洞の相互作用を計算する際に重要である量、 R/Q を定義する。シャントインピーダンス (R) は空洞での単位電力を消費しているときにビーム軌道上にどれだけの電場 (\vec{E}) が存在するかを示す量である。

$$R \equiv \frac{|\int \vec{E} d\vec{s}|^2}{P} \quad (2.10)$$

一方、Q 値は既に定義されているように

$$Q \equiv \frac{\omega U}{P} \quad (2.11)$$

であるので、これらを用いて

$$R/Q = \frac{|\int \vec{E} d\vec{s}|^2}{\omega U} \quad (2.12)$$

と表され、これは空洞の電磁場の形状を示す量である。

ここで、 $V = \int \vec{E} d\vec{s}$ がビームが空洞を通過する間に起こる相互作用の大きさを表す。空洞モードの電場のビーム方向成分 E_z は、

$$E_z = E_0 \cos(\omega t + \phi) \quad (2.13)$$

と時間変化するので有限な長さの空洞をビームが通過する間に位相がすこしづつ進む。この効果を考慮すると、空洞の長さを L 、ビームは光速としたとき

$$V = \int_{-L/2}^{L/2} E_0 \cos(\omega t + \phi) = TE_0 d \cos \phi \quad (2.14)$$

である。ここで、

$$T \equiv \frac{\sin(\omega L/2c)}{\omega L/2c} \quad (2.15)$$

の部分がビーム通過の間の位相の進行の影響をあらわし、走行時間係数 (transit-time factor) と呼ぶ。

2.2.3 ビームと空洞の相互作用

ビームによる励振

ビームの通過によって空洞のあるモードに誘起される電圧 V_{exc} は次の式で表される。

$$V_{exc} = \frac{\omega}{2}(R/Q)q \quad (2.16)$$

ω はモードの角周波数、 q はビームの電荷である。

以下はこの定理の証明である。[9]

空洞に誘起される電圧 (V_{exc}) とビームが実効的に感じる電圧 (V_{eff}) の間の相対的な関係はそれらの位相差および振幅比を ϵ, γ とおくと、以下のように記述することが出来る。

$$\vec{V}_{exc} = -V_0 e^{i\epsilon} \quad (2.17)$$

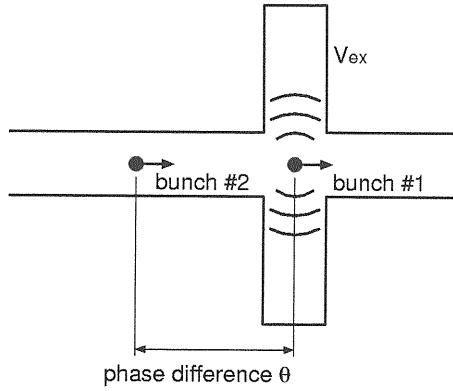


図 2.9: 空洞に誘起される電圧

$$\vec{V}_{eff} = -\gamma V_0 \quad (2.18)$$

便宜上ここで図 2.9 のような状況を考える。2つのバンチが今考えているモードに対して位相差 θ だけ間隔をおいて続けて通過するとする。各バンチが感じる電圧を考えると、1番目のバンチについては定義どおり、

$$\vec{V}_{b1} = \vec{V}_{eff} \quad (2.19)$$

であるが、2番目のバンチが通過するときには1番目のバンチが空洞に誘起した電圧の影響も加わるので、

$$\vec{V}_{b2} = \vec{V}_{eff} + \vec{V}_{exc} e^{i\theta} \quad (2.20)$$

となる。

ここで、2つのバンチが通過後のビームと空洞の間のエネルギーの収支を考察する。2つのバンチが得るエネルギーの合計は

$$\Delta U_{beam} = qRe[\vec{V}_{b1}] + qRe[\vec{V}_{b2}] \quad (2.21)$$

$$= -2q\gamma V_{exc} - qV_{exc} \cos(\theta + \epsilon) \quad (2.22)$$

である。一方、空洞に残される電圧は、

$$\vec{V}_{cavity} = \vec{V}_{exc} + \vec{V}_{exc} e^{i\theta} \quad (2.23)$$

である。このときに空洞内のエネルギーは、R/Q の定義から逆に計算できる。

$$\Delta U_{cavity} = \frac{|V_{cavity}|^2}{\omega(R/Q)} \quad (2.24)$$

$$= \frac{2|V_{exc}|^2(1 + \cos \theta)}{\omega(R/Q)} \quad (2.25)$$

エネルギーの保存を考えると、

$$\Delta U_{cavity} = -\Delta U_{beam} \quad (2.26)$$

が常に成り立つ必要があるが、この恒等式が θ によらず成立するには、簡単な計算の後、以下の条件が必

要であることがわかる。

$$\epsilon = 0 \quad (2.27)$$

$$\gamma = 1/2 \quad (2.28)$$

$$V_{exc} = \frac{\omega}{2}(R/Q)q \quad (2.29)$$

有限のバンチ長の影響

これまでにはバンチが時間方向に長さを持たないとして計算してきた。バンチ長がモードの周波数に対して無視できない場合、少し修正が必要になる。バンチを構成する個々の粒子については式 2.16 が成り立つが、個々の粒子が空洞を通過するタイミングがすこしづつずれているため、個々の粒子が発生させる電場は位相がずれて重ね合わされることになり、実効的な信号は小さくなる。

バンチの長手方向の RMS サイズを σ_z とし、個々の粒子は z 方向にガウス分布、

$$\rho = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_z} \exp\left(-\frac{z^2}{2\sigma_z^2}\right) \quad (2.30)$$

をしているとする。z に応じて位相のずれは $\frac{\omega z}{c}$ であるから、バンチ全体の信号電圧はそれらを積分して

$$V_{total\ exc} = V_0 \int_{-\infty}^{\infty} \rho \cos\left(\frac{\omega z}{c}\right) dz = V_0 \exp\left(-\frac{\omega^2 \sigma_z^2}{2c^2}\right) \quad (2.31)$$

であり、バンチ長が無限小の場合 (V_0) と比較して $\exp(-\frac{\omega^2 \sigma_z^2}{2c^2})$ 倍となる。エネルギーは電圧の自乗なので、エネルギーで言うと $\exp(-\frac{\omega^2 \sigma_z^2}{c^2})$ 倍である。

2.2.4 ポートから取り出される信号

信号の強度

ビームライン上に誘起される電圧を $V_{total\ exc}$ としたとき、バンチ長の効果も含めて空洞内に発生するエネルギーは、

$$U = \frac{V_{total\ exc}^2}{\omega(R/Q)} \quad (2.32)$$

$$= \frac{\omega}{4}(R/Q)q^2 \exp\left(-\frac{\omega^2 \sigma_z^2}{c^2}\right) \quad (2.33)$$

である。 Q_{ext} の定義によると、このときポートから取り出されるパワー (P_{out}) は以下のようになる。

$$P_{out} = \frac{\omega U}{Q_{ext}} \quad (2.34)$$

$$= \frac{\omega^2 q^2}{4Q_{ext}}(R/Q) \exp\left(-\frac{\omega^2 \sigma_z^2}{c^2}\right) \quad (2.35)$$

このパワーをインピーダンス Z で検出するときの電圧 $V_{out\ 0}$ は、

$$V_{out\ 0} = \sqrt{ZP} \quad (2.36)$$

$$= \frac{\omega q}{2} \sqrt{\frac{Z}{Q_{ext}}(R/Q)} \exp\left(-\frac{\omega^2 \sigma_z^2}{2c^2}\right) \quad (2.37)$$

である。即ち、検出される信号の振幅はビームの電荷 (q) と空洞の $\sqrt{R/Q}$ に比例し、 $\sqrt{Q_{ext}}$ に反比例する。

信号の波形

式 2.37 と式 2.9 の結果をまとめて、読み出しポートから出力される電圧信号は式 2.38 のように表される。

$$V = V_{out\ 0} e^{-\frac{t}{2\tau}} \sin(\omega t + \phi) \quad (2.38)$$

仮に RF の電圧を直接観測したとすると、図 2.10 のようになる。

実際にはダイポールモード以外のモードも多少混入して読み出されるので、周波数選択無しでは混入した全てのモードの重ね合わせが観測される。あるいは空洞内でのモードの混ざり合いがあるとモード間で励振エネルギーのやり取りを起こして波形にうなりが生じることもある。

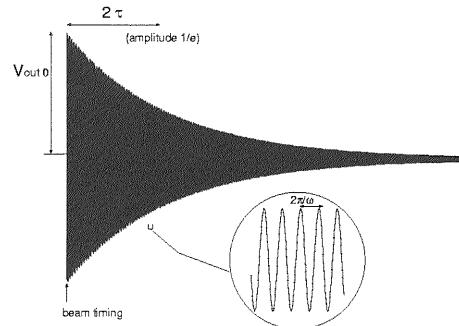


図 2.10: 信号の生波形

2.2.5 マルチバンチの場合

ビームが多バンチの場合でも考え方は同じで、個々のバンチ (あるいは粒子) の空洞との相互作用は変わらない。単バンチの信号を重ね合わせたものが空洞に励振し、観測される。

バンチ間隔が時定数より十分短い場合

バンチ間隔が空洞の時定数 τ より十分短い場合は、バンチを弁別してビーム位置を知ることは出来ない。

個々のパンチが発生する信号の位相が揃っていれば、各パンチの信号は足し合わせて重ね合うので、パンチ列の平均的な位置信号を得ることが出来る。

パンチ間隔が時定数程度の場合

次のパンチが来るまでに信号が完全に減衰しない場合、図 2.11 に説明するように、前のパンチの信号と重なってしまう。重なりの方は、位相関係に依存しパンチ間隔 t_b と空洞の角周波数 ω とで決まる。N を整数として、 $\omega t_b = 2\pi N$ ならば信号は足し合わさっていくし、 $\omega t_b = 2\pi N + \pi$ ならば信号は一つ前のパンチの信号を打ち消すようになる。

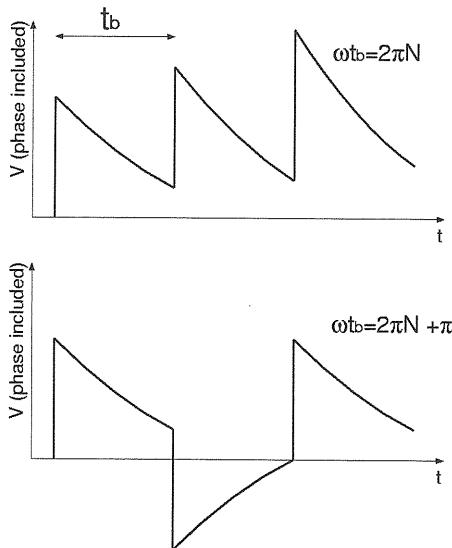


図 2.11: 多パンチの信号

問題となるのは、分解能の悪化と測定レンジの制限である。個々のパンチの情報を取り出すには、各パンチに相当する時間の信号を測定し、そこから、それより以前の信号の寄与を差し引く必要がある。この引き算に起因して、前のパンチの信号からの寄与が同程度ならば、分解能は $\sqrt{2}$ 倍程度の悪化になると考えられる。信号が完全に減衰しなくても著しく分解能が失われることはない。

信号が足し合わさっていく場合、処理回路の飽和によってレンジが制限される可能性がある。十分多数のパンチが通過した時の信号は、

$$V_\infty = V_0 + V_0 e^{-\frac{t_b}{2\tau}} + V_0 e^{-2\frac{t_b}{2\tau}} + \dots \quad (2.39)$$

$$= \frac{V_0}{1 - e^{-\frac{t_b}{2\tau}}} = \frac{V_0}{1 - e^{-\frac{\omega t_b}{2Q_L}}} \quad (2.40)$$

となる。レンジを大きく制限されない為には、例えば $V_\infty < 2V_0$ の条件が必要である。

2.2.6 信号強度の計算例

式 2.33, 2.35 から分かるように、感度(信号強度)を計算するには空洞の R/Q を計算すれば良い。ここでは、解析的に計算できる単純な円筒型と直方体型の場合の計算例を示し、ダイポールモードを使用するとビーム位置に比例した信号が得られることを示す。

円筒空洞のモノポールモード

モノポールモードの R/Q を図 2.12 に示すような円筒型空洞の場合に計算してみる。ビームは z 軸方向に通過する。

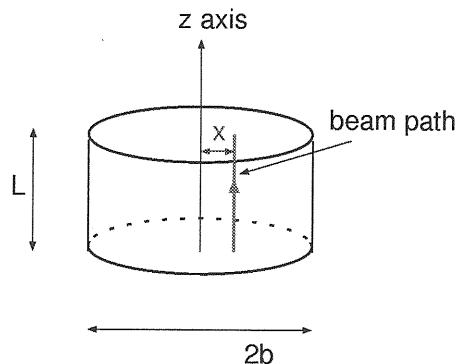


図 2.12: 円筒空洞

式 2.12 に従って計算を進める。モノポールモードの電場は、

$$E_z = E_0 J_0(rk)e^{i\omega t} \quad (2.41)$$

で与えられる。ここで最初の 2 つのモノポールモード、 TM_{010} と TM_{020} について

$$k_{010} = \omega_{010}/c = \frac{2.41}{b} \quad (2.42)$$

$$k_{020} = \omega_{020}/c = \frac{5.52}{b} \quad (2.43)$$

である。 E_z をビーム軌道に沿って線積分することで電圧 $V(x)$ を計算すると、

$$V(x) = \int_0^L E_z dz \quad (2.44)$$

$$= E_0 J_0(xk) LT e^{i\frac{\omega L}{2c}} \quad (2.45)$$

$$T = \frac{\sin \frac{\omega L}{2c}}{\frac{\omega L}{2c}} \quad (2.46)$$

となる。空洞内のエネルギー(U)は電場の自乗を全体積で積分して求めることが出来る。

$$U = \frac{1}{2} \int \epsilon_0 |E_z|^2 dV \quad (2.47)$$

$$= E_0^2 \epsilon_0 L \pi \int_0^b J_0(rk) r dr \quad (2.48)$$

$$= E_0^2 \epsilon_0 L \pi \frac{b^2}{2} J_1^2(bk) \quad (2.49)$$

V と U を用いて R/Q を計算すると、

$$R/Q(x) = \frac{|V|^2}{\omega U} \quad (2.50)$$

$$= \frac{2J_0^2(xk)LT^2}{\omega \epsilon_0 \pi b^2 J_1^2(bk)} \quad (2.51)$$

となる。

モノポールモードでは空洞中心付近では x 依存性は小さい。 $x = 0$ の場合は、

$$R/Q(x = 0) = \frac{2LT^2}{\omega \epsilon_0 \pi b^2 J_1^2(bk)} \quad (2.52)$$

である。

円筒空洞のダイポールモード

同様にダイポールモードの場合についても計算できる。ダイポールモード (TM_{110}) の電場、

$$E_z = E_0 \cos \phi J_1(rk) e^{i\omega t} \quad (2.53)$$

$$k_{110} = \omega_{110}/c = \frac{3.83}{b} \quad (2.54)$$

より電圧 $V(x)$ を計算する。

$$V(x) = \int_0^L E_z dz \quad (2.55)$$

$$= E_0 J_1(xk) LT e^{i\frac{\omega L}{2c}} \quad (2.56)$$

空洞内のエネルギー (U) は、

$$U = \frac{1}{2} \int \epsilon_0 |E_z|^2 dV \quad (2.57)$$

$$= \frac{E_0^2 \epsilon_0 L \pi}{2} \int_0^b J_1^2(rk) r dr \quad (2.58)$$

$$= \frac{E_0^2 \epsilon_0 L \pi}{2} \frac{b^2}{2} J_0^2(bk) \quad (2.59)$$

となり、 R/Q を計算すると、

$$R/Q(x) = \frac{|V|^2}{\omega U} \quad (2.60)$$

$$= \frac{2J_1^2(xk)LT^2}{\omega \epsilon_0 \pi \frac{b^2}{2} J_0^2(bk)} \quad (2.61)$$

となる。

$$J_1(xk) \approx \frac{xk}{2} \quad (xk \ll 1) \quad (2.62)$$

の近似を用いて以下のように整理出来る。

$$R/Q = 50.5 \times \left(\frac{\omega}{c}\right)^3 LT^2 x^2 \quad (2.63)$$

R/Q がビーム位置 (x) の自乗に比例することが分かる。ポートで測定される電圧は $\sqrt{R/Q}$ に比例するので、 x に比例した電圧が測定できることになる。

直方体空洞のモノポールモード

図 2.13 のような直方体空洞の場合についても計算例を示す。

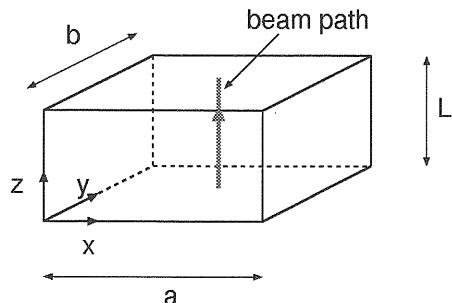


図 2.13: 円筒空洞

モノポールモード (TM_{110}) の電場は、

$$E_z(x, y) = E_0 \sin\left(\frac{\pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{\pi y}{b}\right) e^{i\omega t} \quad (2.64)$$

$$\omega_{110} = c\pi \sqrt{\left(\frac{1}{a}\right)^2 + \left(\frac{1}{b}\right)^2} \quad (2.65)$$

と与えられるので、

$$V(x, y) = \int_0^L E_z dz \quad (2.66)$$

$$= E_0 \sin\left(\frac{\pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{\pi y}{b}\right) LT e^{i\frac{\omega L}{2c}} \quad (2.67)$$

となる。空洞の中心 ($x = a/2, y = b/2$) では、

$$V(a/2, b/2) = E_0 LT \quad (2.68)$$

である。空洞全体のエネルギー U は、

$$U = \frac{1}{2} \int \epsilon_0 |E_z|^2 dV \quad (2.69)$$

$$= \frac{1}{8} E_0^2 \epsilon_0 L a b \quad (2.70)$$

と計算され、

$$R/Q(x) = \frac{|V|^2}{\omega U} \quad (2.71)$$

$$= \frac{8LT^2}{\omega \epsilon_0 ab} \quad (2.72)$$

を得る。

直方体空洞のダイポールモード

Y 方向のダイポールモードの電場は、

$$E_z(x, y) = E_0 \sin\left(\frac{\pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{2\pi y}{b}\right) e^{i\omega t} \quad (2.73)$$

と与えられるので、

$$V(a/2, y) = E_0 \sin\left(\frac{2\pi y}{b}\right) LT e^{i\frac{\omega L}{2c}} \quad (2.74)$$

となる。空洞全体のエネルギー U は、

$$U = \frac{1}{8} E_0^2 \epsilon_0 L a b \quad (2.75)$$

より、

$$R/Q(y) = \frac{8LT^2 \sin^2(\frac{2\pi}{b}y)}{\omega \epsilon_0 ab} \quad (2.76)$$

と計算される。やはり、 R/Q は x の自乗に比例する形が得られる。

2.2.7 ビーム角度の影響

実はビーム軌道に角度が付いていると、ビーム位置が空洞中心であってもダイポールモードが発生する。

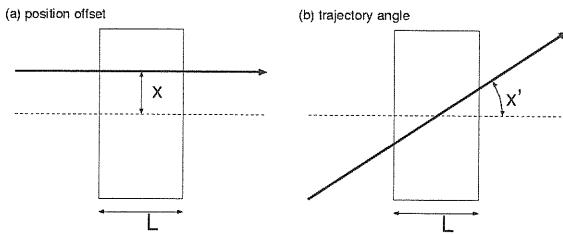


図 2.14: 軌道角度

空洞の長さを L 、ダイポールモードの角周波数を ω とする。まず、図 2.14(a) のようにビームが空洞中心から平行に x だけオフセットを持って通過する場合を考える。ビームによって空洞に発生するエネルギーは空洞長 L に比例すると考えられるので、信号の振幅としては \sqrt{L} に比例する。また、振幅は当然 x に比例する。そのほかの係数はひっくりめ A とすると、発生する信号の振幅は、

$$\text{position signal} = Ax\sqrt{L} \sin(\omega t) \quad (2.77)$$

と書ける。次に、図 2.14(b) のように空洞の中心を通過するが軌道が角度 x' を持っている場合を考える。この状況を図 2.15(c) のようにモデル化できる。つまり、ビームが空洞の前半、後半を平行軌道でジグザグに進むと考え、 $\pm x'L/4$ のオフセットを持った軌道 2つに分解する。ただし、2つに分解した信号の間にはビームが通過する時間に対応した位相差を考慮する必要がある。さらにモデル化を進めて図 2.15(d) のように考える。 $L/2$ の長さを持った独立な 2つの空洞に $\pm L/(4c)$ のタイミングでビームが通過した信号を後段で合成したのが全体の信号である。すると、この信号は

$$\begin{aligned} \text{angle signal} &= Ax'\frac{L}{4}\sqrt{\frac{L}{2}} \sin(\omega(t + L/4c)) \\ &\quad - Ax'\frac{L}{4}\sqrt{\frac{L}{2}} \sin(\omega(t - L/4c)) \end{aligned}$$

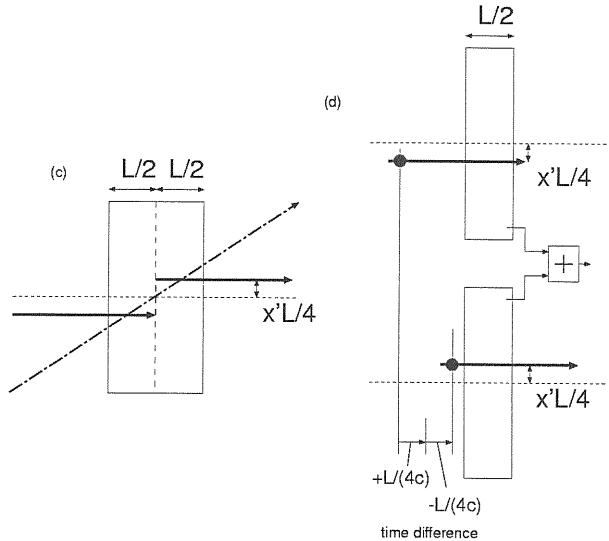


図 2.15: 軌道角度信号のモデル化

$$= Ax'\frac{L}{2}\sqrt{\frac{L}{2}} \sin\left(\frac{\omega L}{4c}\right) \cos(\omega t) \quad (2.78)$$

$$= \quad (2.79)$$

と計算できる。

位置信号と角度信号の振幅比は、

$$\frac{\text{angle signal}}{\text{position signal}} = \frac{L}{2\sqrt{2}} \sin\left(\frac{\omega L}{4c}\right) \frac{x'}{x} \sim \frac{\omega L^2}{8\sqrt{2}c} \frac{x'}{x} \quad (2.80)$$

角度感度は L の自乗に比例する。また、位置信号と角度信号は位相が 90 度異なることが分かる。

2.2.8 バンチ傾きの信号

バンチが長さを持っているとき、仮に軌道がまっすぐでもバンチ自身が長手方向に傾いている場合信号を発生する [10]。図 2.16 にこの様子を説明する。

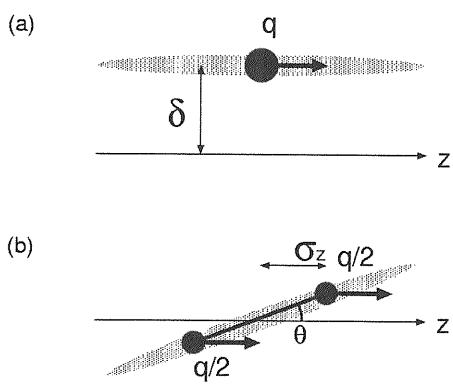


図 2.16: バンチの傾き

通常のビーム位置信号を

$$V_{offset} = Aq\delta \sin(\omega t) \quad (2.81)$$

と表すとする。進行方向に傾いたバンチを電荷半分 ($q/2$) の点電荷 2 個にモデル化して考える。点電荷の間隔はバンチ長さの 2 倍 $2\sigma_z$ である。各点電荷が作る信号をそれぞれ V_+, V_- とすると、

$$V_+ = A \frac{q}{2} \frac{\theta\sigma_z}{2} \sin(\omega(t + \sigma_z/c)) \quad (2.82)$$

$$V_- = -A \frac{q}{2} \frac{\theta\sigma_z}{2} \sin(\omega(t - \sigma_z/c)) \quad (2.83)$$

である。これらの合計した信号、

$$V_{tilt} = V_+ + V_- \quad (2.84)$$

$$= \frac{Aq\theta\sigma_z}{2} \sin\left(\frac{\omega\sigma_z}{c}\right) \cos\omega t \quad (2.85)$$

$$\approx \frac{Aq\theta\omega\sigma_z^2}{2c} \cos\omega t \quad (2.86)$$

が発生すると考えられる。

V_{tilt} はバンチ傾き θ に比例し、バンチ長 σ_z の自乗に比例する。また、 V_{offset} に対して 90 度位相がずれている。

2.2.9 モノポールモードの裾野

ダイポールモードのみを検出できればビーム位置の信号が取り出せる。通常、周波数を選択して読み出すことによってモードの選択を行うが、それだけでは十分でない。モノポールモードの励振の方がはるかに大きく、 Q 値が有限であるためにダイポールモードの周波数までその裾野が広がっている。

周波数領域で表すと、周波数 f_0 の共鳴の振幅 α は一般に

$$\alpha = \frac{f_0/(2Q_L)}{\sqrt{(f_0/(2Q_L))^2 + (f - f_0)^2}} \quad (2.87)$$

のような形になる。

ここで、例として半径 $b = 28.5$ mm、長さ $L = 12$ mm の単純な円筒空洞の場合に各モードについて R/Q を計算してみた。表 2.1 に 2 つのモノポールモードとダイポールモードについての結果をまとめてある。ダイポールモードについては空洞中心から 1nm オフセットの軌道での R/Q を計算した。 Q_L として表の値を用いた場合に各モードのビームによる励振の振幅を周波数領域で表したもののが図 2.17 である。ダイポールモードの周波数においても、1nm の位置信号と比較して 4 術程度も大きな信号がモノポールモードから発生することが分かる。

表 2.1: 各モードについての計算

Mode	f_0	$R/Q [\Omega]$	Q_L
010	4.03 GHz	14300	8000
020	9.25 GHz	9880	8000
110	6.43 GHz	1.17×10^{-12} (1nm)	6000

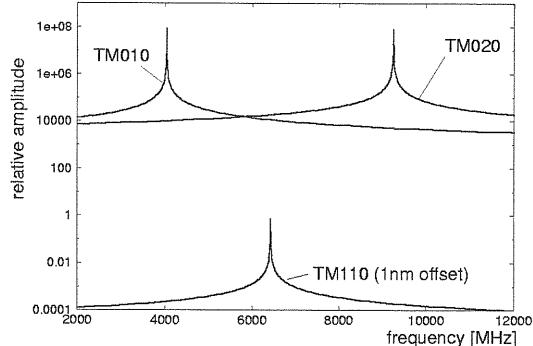


図 2.17: モノポールモードの裾野

モノポールモードの読み出しを抑制するために図 2.6 に示したような空間的フィルターが必須である。また、ダイポールモード付近の周波数成分については、モノポールモードはオフピークであるため 90 度位相がずれて励振される。位相検出して測定することで更に抑制が可能である。

これらの工夫によって全体で 60dB 程度の抑制が期待できると思われるが、少なくともモノポールモードによって処理回路系が飽和してしまうことは無い。僅かな混入があったとしてもそれが一定である限りは BPM の電気的中心をシフトさせる効果になるだけなので分解能を悪化させることは無い。

2.2.10 信号の位相関係のまとめ

以上をまとめると、ダイポールモードの周波数でバンドパスフィルターを通した後の信号は以下のように表現できる。[11]

$$V = V_{position} + iV_{angle} + iV_{tilt} + iV_{tail} \quad (2.88)$$

$V_{position}$ が目的とするビーム位置信号である。それに対して、ビーム軌道角度の信号 V_{angle} 、バンチ傾きの信号 V_{tilt} 、モノポールモード信号の裾野 V_{tail} は 90 度位相がずれている。このため、位相を検出する測定を行うことでこれらの望ましくない成分をかなり抑制することが期待出来る。

2.3 空洞の設計と製作

この節では、ATF の空洞 BPM を例にとり、具体的にどのようにして設計を行ってきたかについて説明する。

2.3.1 周波数と空洞長

最適な周波数と空洞長

式 2.33 及び 2.63 より、ビーム通過によって空洞内に発生するダイポールモードのエネルギーは、

$$U \propto \omega^4 L \left(\frac{\sin \frac{\omega L}{2c}}{\frac{\omega L}{2c}} \right)^2 q^2 x^2 e^{-\frac{\omega^2 \sigma_z^2}{c^2}} \quad (2.89)$$

の関係がある。ATF の取り出しラインでのバンチ長は典型的に $\sigma_z = 8 \text{ mm}$ である。この条件のもとで、 U が周波数 $f (= \omega/2\pi)$ と空洞長 L にどのように依存するかを計算した結果を図 2.18 に示す。周波数 7GHz

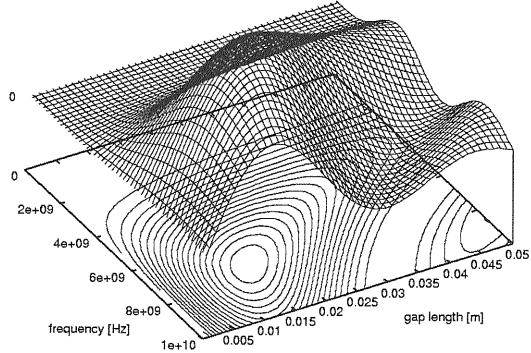


図 2.18: バンチ長 $\sigma_z = 8 \text{ mm}$ の時の周波数、空洞長さに対する信号のエネルギー

近辺、空洞長 15mm 近辺で最大の信号が得られることが分かる。ビームパイプ方向への電場の漏れによって実効的な空洞長は多少伸びることを考慮して空洞長は 12mm と決定された。

なお、バンチ長が変わると最適な周波数や空洞長は当然変わる。バンチ長がそれぞれ 8 mm, 4 mm, 1 mm の場合の最適な条件の下での信号エネルギーの周波数依存性を図 2.19 に示す。バンチが短い程、より高い周波数を使用することで感度が上がる可能性があることが分かる。

周波数の精度の決定

ATF では運転モードによってビームのバンチ構造が異なり、主に図 2.20 に示すような 3 つの場合が想定される。(a) 単バンチ運転、(b) 2.8nsec 間隔 (357

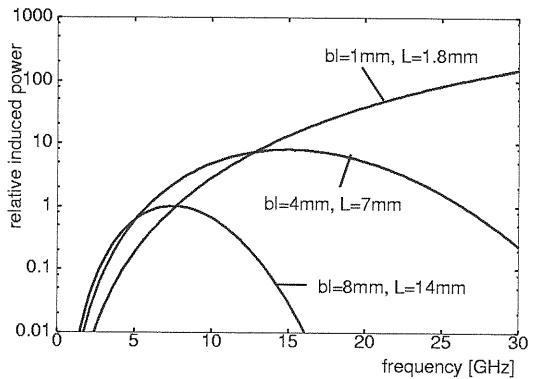


図 2.19: バンチ長の違いによる信号エネルギーの周波数依存性

MHz) の多バンチ運転、(c) 150~300nsec 間隔の多バンチ運転 である。(a)(c) の運転モードの場合は個々のバンチについて測定する必要がある。(b) の場合は個別のバンチの測定は出来ないが、バンチ列全体での平均の位置を測定する必要がある。各バンチの信号が位相が揃って足し合わせになる為には空洞 BPM の周波数は 357 MHz の整数倍である必要がある。そこで 6.426 GHz(357 MHz × 18) を使用することにした。バンチ列の長さ ($2.8 \text{ nsec} \times 20 = 56 \text{ nsec}$) の間、位相がずれてはならないという条件から周波数の精度は 2MHz が要求される。

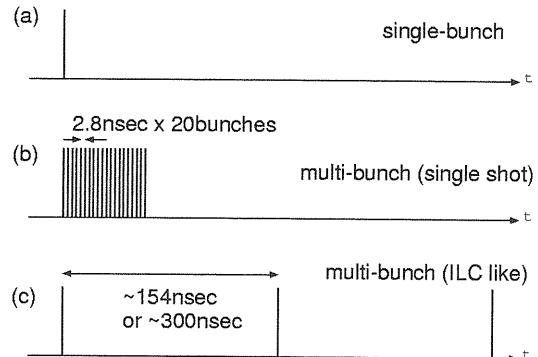


図 2.20: ATF の各運転モードでのバンチ構造

2.3.2 β 、 Q_{ext} の決定

目標値の決定

信号取り出しポートの結合の強さ (β) について、以下のようにして目標値を定めた。

発生した信号が無駄に壁で消費されて欲しくないので空洞の材質はロスの少ないほうが望ましい。銅で製作すると決め、周波数と空洞長が決まると大体 Q_0 の値は決まる。 β を変えることによって、信号の感度

(ピーク強度)と時定数を調整できる。

式 2.37 より、感度は $1/\sqrt{Q_{ext}}$ に比例する。一方、信号のバンド幅 f_{BW} は $1/\tau$ に比例し、ノイズの振幅は $\sqrt{f_{BW}}$ に比例すると考えられるので、S/N は $\tau/\sqrt{Q_{ext}}$ に比例する。この様子を図 2.21 に示した。

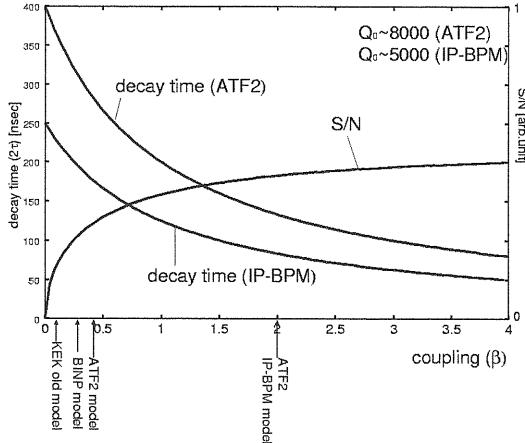


図 2.21: β の影響

β を上げていくと S/N が得する方向に変化するが、無理して上げる程ではない。また、結合が強すぎると空洞内のモードが導波管部の影響を受けやすくなり、製作精度の要求が厳しくなると思われる所以、望ましくない。その他、信号処理のスキームによって適当な時定数が与えられる。我々の場合、デジタル波形処理を行う ATF2 の場合は $\beta = 0.4$ ($Q_{ext} = 20000$) を目標とし、アナログ位相検出を行う IP-BPM の場合は $\beta = 2$ を目標とした。

スロットの設計

Q_{ext} はスロット部の形状(幅、長さ、深さ、位置)で調整される。導波管から同軸ケーブルへのマッチングが完全であると仮定して、図 2.22 のように空洞に 2 ポートの導波管をつけた形状を Mafia を用いて S パラメータを計算した。図 2.23 にスロット部の形状を変えながら Q_{ext} の計算を行った結果を示す。ビームパイプの大きさや製作の容易さ等を考慮しながら最終的な設計が決定される。

2.3.3 導波管部の設計

導波管部から取り出された信号はアンテナ状の形状をしたフィードスルーから同軸ケーブルに伝えられる。用いる周波数で反射なく信号が取り出されるようにアンテナの位置、形状を設計した。最終的に図 2.24 のような先端を太くした形状で電気的に取り出

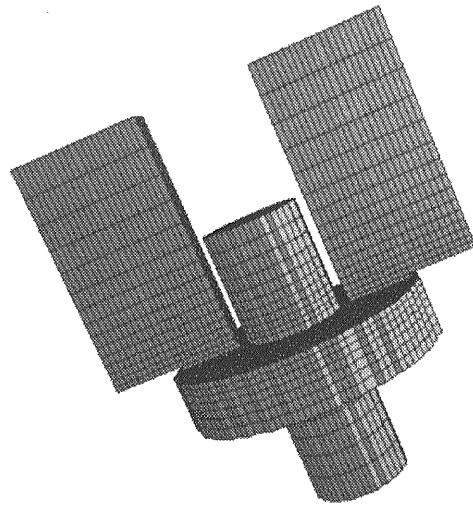


図 2.22: Q_{ext} の計算に用いた形状

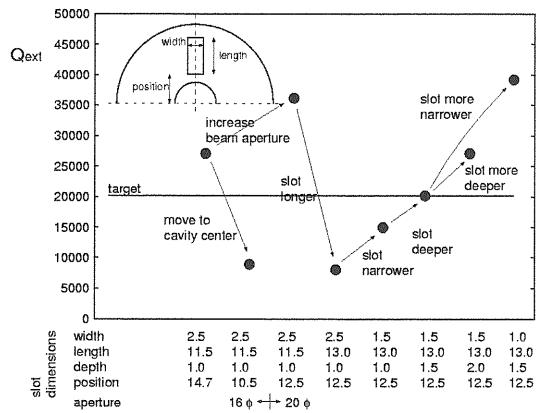


図 2.23: スロットの形状と Q_{ext} の変化

す方式に決定した。図 2.25 に設計した形状での反射の計算結果を示す。設計上は使用する周波数で無反射になっている。

また、導波管の幅は最初のモノポールモードがカットオフ周波数以下になるように決めた。同軸変換部が理想的で導波管から見て無反射であれば導波管の長さは任意であるが、フィードスルーの特性などの為実際は反射が生じる。これが導波管内で定在波を発生すると空洞の Q_{ext} に影響を与えてしまう可能性がある。これを避けるため、導波管の定在波モードの周波数が使用する周波数と十分離れるように導波管の長さを決めた。

2.3.4 空洞の製作

BPM 空洞本体は図 2.26 に簡単に示すように 4 つの部品で構成した。最も精度が要求されるのは空洞部なので、空洞とスロットを同一の部品上に配置し

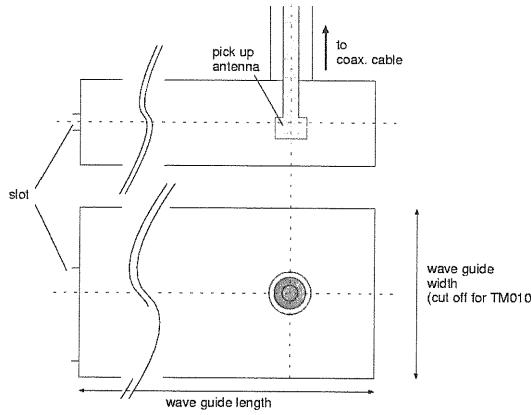


図 2.24: 導波管部の設計

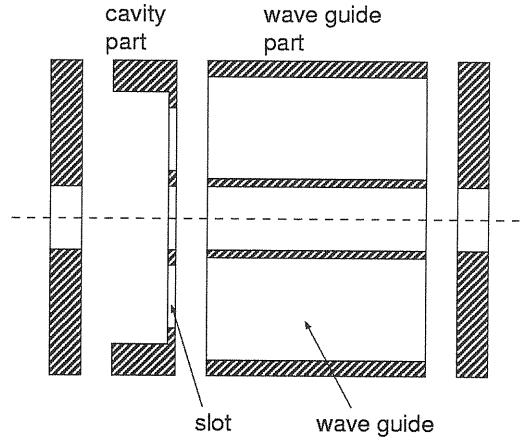


図 2.26: 空洞の構造

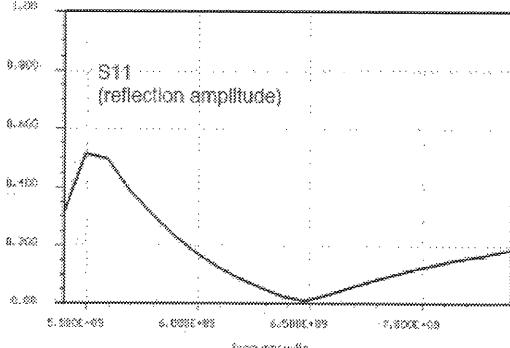


図 2.25: 導波管と同軸のマッチングの計算

た。 β が小さい為、導波管部の精度は空洞に大きな影響を与えない。導波管とスロットはワイヤ放電加工によって製作された。図 2.27 は真空モデル製作前に製作されたテスト用のモデルである。4 つの部品と 4 本の SMA のフィードスルーフランジがロウ付けされる。完成した BPM をビームラインにインストールした写真が図 2.28 である。

2.4 基本特性のテスト

この節では製作された空洞 BPM の基本的なテストをどのように行ってきたかまとめる。

2.4.1 テストベンチでの測定

完成した BPM をビームラインに設置する前にネットワークアナライザを用いたポート間の測定により基本的な量を測定した。一度設計が終了し、同じ物を量産する段階ではこの種のポート間測定でチェックは十分であろう。

周波数と Q_L の測定

1 ポートを使用して反射、あるいは対面の 2 ポートを使用して透過を周波数の関数として図 2.29 のように測定する。共鳴のピークの位置と幅から周波数 (f) と Q_L が測定出来る。このとき、使用しないポートは全て 50Ω で終端しておく。周波数は真空中に引いた際に大気の屈折率の効果が無くなるため多少上がる方向にずれる。周波数が共鳴のピークに一致したときに對して空洞内に蓄積されるエネルギーが半分になる周波数の全幅を Δf とすると、

$$Q_L = \frac{f}{\Delta f} \quad (2.90)$$

によって、 Q_L が求められる。

β の測定

Q_{ext} を測定することで計算機で行った設計を確認することができる。直接的には β を測定することになるが、 Q_L の測定値と合わせて Q_{ext} が得られる。 Q_{ext} は材質や表面粗さに依存せず、形状のみで決まる量であるので設計値と直接比較できる。

はじめに、ネットワークアナライザを用いた β 測定について簡単な計算式を導出する。

1 ポート空洞の測定 はじめに図 2.30 のような 1 つのポートを持つ空洞の場合を考える。ポートから振幅 1 の RF を入力し、その反射を測定する状況を考える。共鳴のピークに一致した周波数を入力した定常状態を考える。反射をポートの端で直接に反射してきた成分 (振幅 1) と空洞から漏れだしてきた成分 (振幅 a) に分けて考えると、共鳴のピークではこれらの位相は反転するので振幅反射率 (S_{11}) は、

$$S_{11} = 1 - a \quad (\text{under coupling}) \quad (2.91)$$

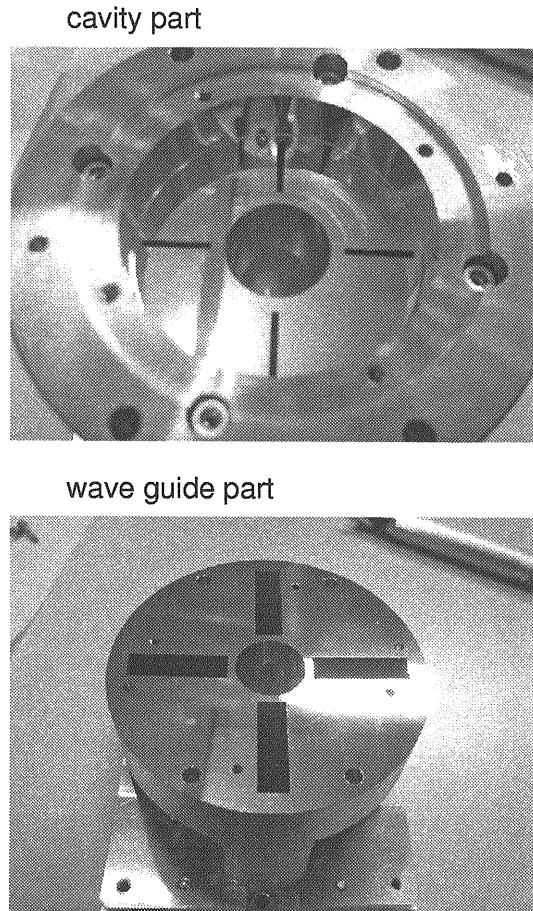


図 2.27: テスト空洞の写真

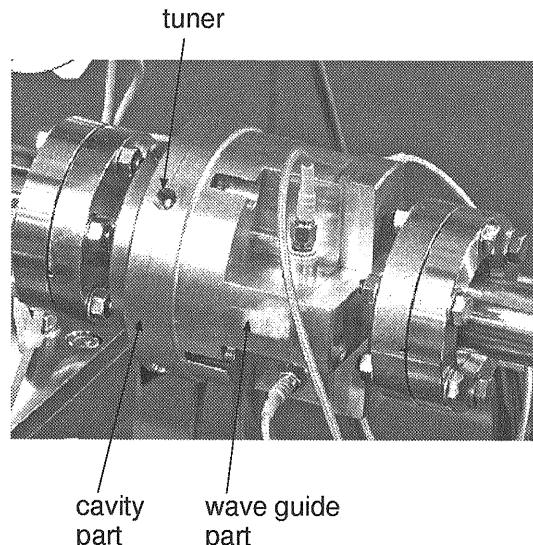


図 2.28: ビームラインに設置された空洞 BPM

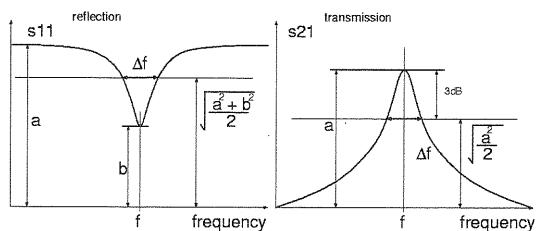


図 2.29: バンチ長 $\sigma_z = 8$ mm の時の周波数、空洞長さに対する信号のエネルギー

あるいは

$$S_{11} = a - 1 \quad (\text{over coupling}) \quad (2.92)$$

である。エネルギー保存を考えると、空洞内壁で熱になつて消費されたパワー (P_{wall}) は、

$$P_{wall} = 1 - S_{11}^2 = a(2 - a) \quad (2.93)$$

ポートから外に出て行くパワー (P_{out}) は

$$P_{out} = a^2 \quad (2.94)$$

である。結合の強さ β は、

$$\beta = \frac{P_{out}}{P_{wall}} = \frac{a}{2 - a} \quad (2.95)$$

$$= \frac{1 - S_{11}}{1 + S_{11}} \quad (\text{under coupling}) \quad (2.96)$$

$$\text{or } \frac{1 + S_{11}}{1 - S_{11}} \quad (\text{over coupling}) \quad (2.97)$$

対称な 2 ポート空洞の測定 次に対称な 2 ポートを持つ空洞についての公式を導出する。我々が用いている空洞 BPM は対称性を良くするため、一つのダイポールモードにつき 2 つのポートを対称につけてい

るのでこの場合に対応する。2 つのポートからの信号は外部で合成されるのでここで定義する β は 2 ポート合計での結合である。

図 2.31 のように片方のポートから振幅 1 の RF を入力し、その反射あるいは透過を測定する。共鳴のピークに一致した周波数を入力した定常状態を考える。反射をポートの端で直接に反射してきた成分 (振幅 1) と空洞から漏れだしてきた成分 (振幅 a) に分けて考えると、共鳴のピークではこれらの位相は反転するので振幅反射率 (S_{11}) は、

$$S_{11} = 1 - a \quad (2.98)$$

である。また、振幅透過率 (S_{21}) は、

$$S_{21} = a \quad (2.99)$$

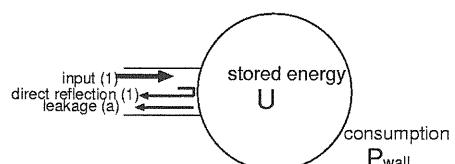


図 2.30: 1 ポート空洞の測定

エネルギー保存を考えると、空洞内壁で熱になって消費されたパワー (P_{wall}) は、

$$P_{wall} = 1 - S_{11}^2 - S_{21}^2 = 2a(1-a) \quad (2.100)$$

ポートから外に行くパワー (P_{out}) は 2 ポート合計で

$$P_{out} = 2a^2 \quad (2.101)$$

である。 β は、

$$\beta = \frac{P_{out}}{P_{wall}} = \frac{a}{1-a} \quad (2.102)$$

$$= \frac{1-S_{11}}{S_{11}} = \frac{S_{21}}{1-S_{21}} \quad (2.103)$$

である。

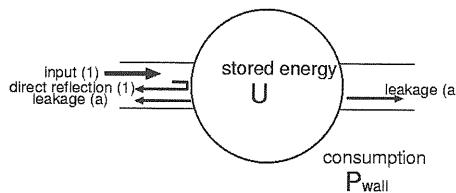


図 2.31: 対称な 2 ポート空洞の測定

いづれの場合も、共鳴周波数での振幅反射率 (S_{11}) あるいは振幅透過率 (S_{21}) から β を得ることができる。

XY アイソレーションの測定と調整

円筒空洞では、X 方向と Y 方向のダイポールモードは周波数が縮退している。完全に対称に製作されていればスロット構造が決める 2 つの方向は直交していて独立なはずであるが、製作のエラーによって 2 成分が混ざり合う可能性がある。

XY の混ざり合いを図 2.32 に示す方法で測定する。ネットワークアナライザを用いてあるポートから信号を入力し、それぞれのポートへの振幅透過率を測定する。理想的には対面ポートには透過し、直交ポートには透過しないはずである。ここで、

$$\frac{S_{BA}(\text{transverse})}{S_{CA}(\text{opposite})} \quad (2.104)$$

で XY アイソレーションを定義することにする。

製作直後の BPM での測定値は典型的には-20dB 程度であった。これでは 2 方向のビーム位置信号が 10% 程度混ざり合うことを意味する。製作後にこれを改善するように調整できるように図 2.33 に示すチューナーが空洞側面部に 4箇所用意されている。側面を僅かに押し引きすることにより、製作エラーで生じた凹凸を補正することでモードの固有軸をまっすぐ向け

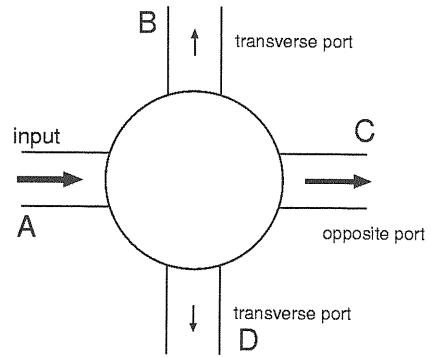


図 2.32: XY アイソレーションの測定

ることで XY アイソレーションを改善出来る。直交ポートの透過率を測定しながら、それが出来るだけ小さくなるように調整を行い-40dB より良く調整した。

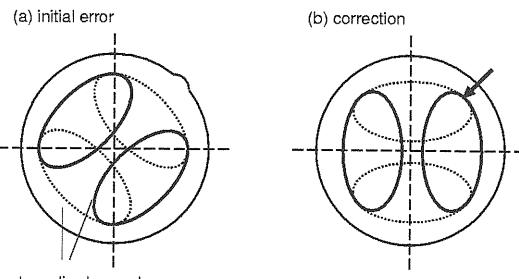
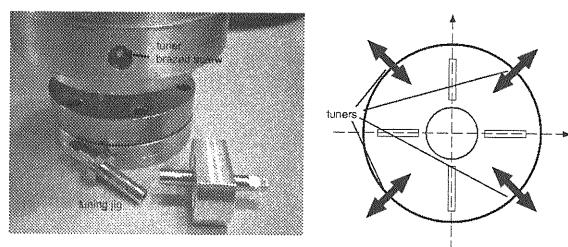


図 2.33: XY アイソレーション調整の仕組み

アンテナを用いた電気中心測定

空洞 BPM で測定されるのはダイポールモードの節をゼロとした信号である。それに対して、ビームラインに設置するときは BPM ブロックの外径が位置の基準とされる。空洞の電気的な中心が外径を基準とした機械的な中心とどの程度の精度で一致しているかを知っておく必要がある。

図 2.34 のような装置を用いてモードの電場形状の測定を行った。これは、空洞に差し込んだアンテナから RF を入力してダイポールモードを励振し、各ポートから読み出しながらアンテナの位置をスキャンしてダイポールモードの電場形状を得るものである。図

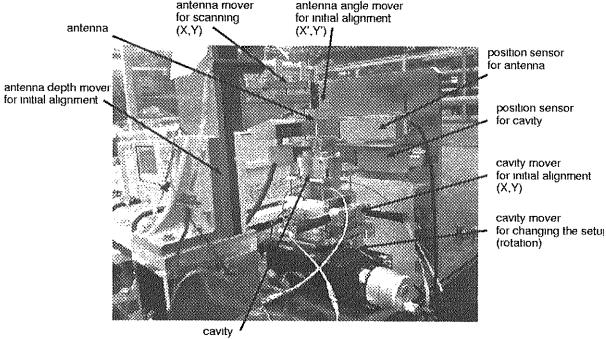


図 2.34: 電気的中心測定装置

2.35 に説明されるように、アンテナをスキャンする際に、その基準点を空洞の外径にとる。空洞を 180 度回転させて（スキャンの原点を反対側にとることを意味する）スキャンした結果とのデータのずれが機械的中心と電気的中心のずれの 2 倍に対応する。図 2.35

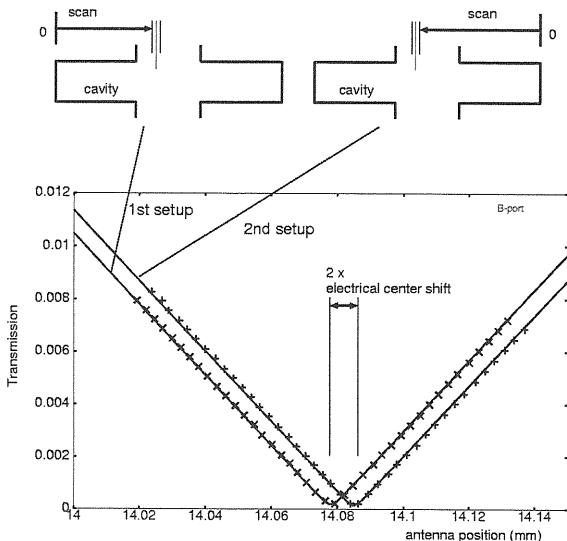


図 2.35: アンテナスキャン結果の例

の結果によると電気的中心のずれは $10\mu\text{m}$ 以下と測定され、実用上は外径を基準と考えて十分であることが保証された。空洞本体が旋盤によって高精度で加工が可能であるので外径と電気的中心の一一致が良いことは、空洞 BPM の特長の一つである。

2.4.2 ビームを用いての測定

実際に空洞にビームを通していくつかの試験を行った。空洞は ATF の取り出しラインでテストされたので実際の ATF2 のビームラインとほぼ同じと考えて良い。この段階では後に解説する検出回路と問題を切り分けておきたいので、ダイオードを用いた単純な振幅検出方式を使用した。

位置感度の測定

ビーム位置に応じてどれだけの強度の信号が読み出されるかを調べた。ノイズ限界と比較することで、どれだけの分解能が期待出来るかを評価する材料になる重要な測定である。図 2.36 にこの測定に用いた回路の構成と測定の結果を示す。ポートから読み出した信号をダイポールモード近辺で周波数選択して低ノイズのアンプを通した後に検波し、そのピーク電圧を測定した。補正電磁石を用いてビーム位置を動かしながら測定したデータである。

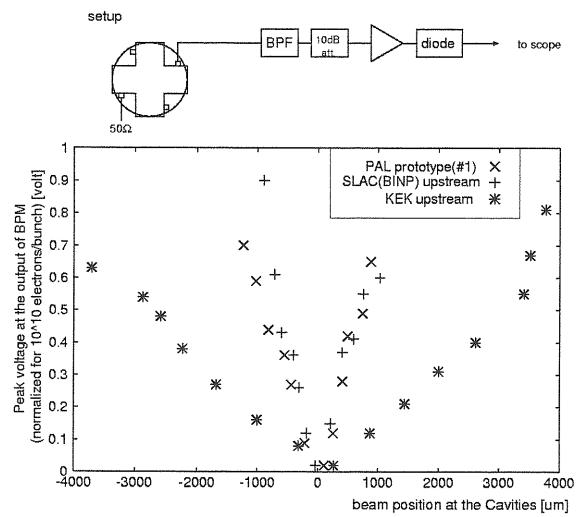


図 2.36: 位置感度測定の結果

我々の空洞 BPM は 1 方向につき 2 つのポートがある。2 つのポートは逆位相の信号を出力するが、これらを逆位相で合成すれば信号量が 2 倍になり感度が上がるはずである。図 2.37 は 2 ポートの逆位相合成回路を通して行った結果である。合成することで信号が増えしており、ポート間の位相関係が確かめられた。

XY アイソレーションの確認

チューナーを用いて XY アイソレーションを調整した結果、本当に 2 方向の測定が独立するようになったかを確かめるためのデータを取った。一方向 (X) にビームを大きく動かし、その信号の直交方向 (Y) への漏れを測定した。図 2.38 は X 方向に 5mm 程度軌道をつけたときの X,Y ポートの信号を示す。Y 方向に表れた信号が $50\mu\text{m}$ 相当以下であることから、XY アイソレーションが確かに-40dB 以下を実現していることが確かめられた。

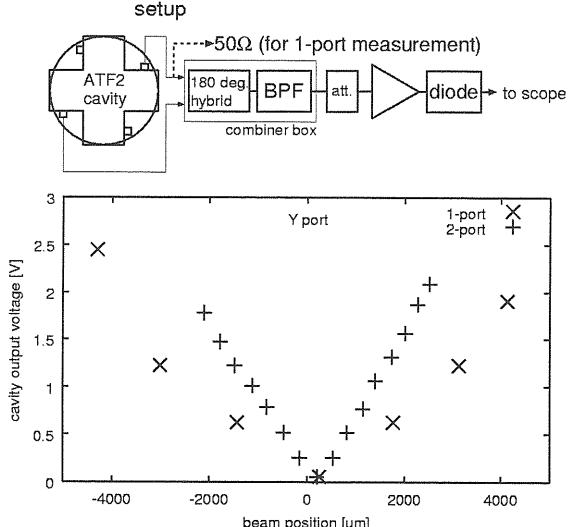


図 2.37: 2 ポート合成した場合の感度測定

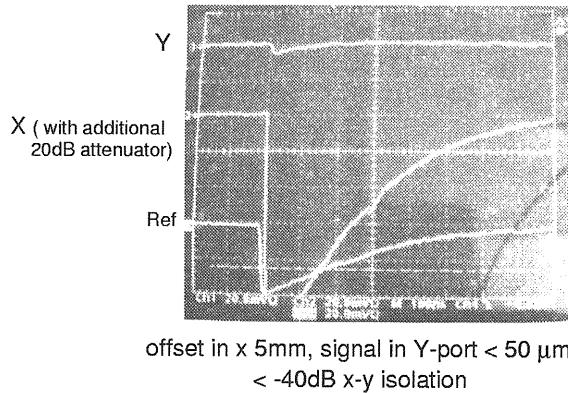


図 2.38: XY アイソレーションの確認

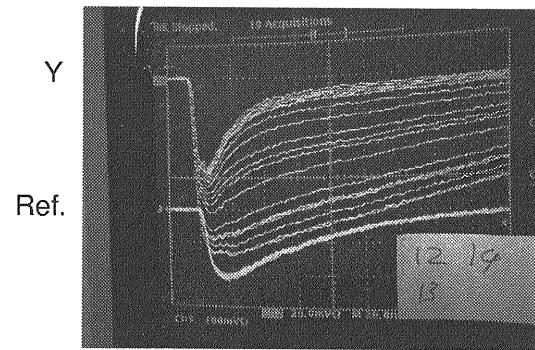
波形の観測

ポートから出力される信号を周波数選択 (BPF) 無しに観察することで、ダイポールモード以外の信号の混ざり込みを評価出来る。図 2.39 はビームを動かしながらいくつものビームパルスの信号を重ね書きしたものである。BPF 有りの場合は信号がゼロになる軌道があるが、BPF 無しで測定した場合は、他のモードからの混ざり込みと思われる信号が常に存在することが分かる。

ビーム角度信号の観測

ビーム軌道の角度に対する感度を確かめるため、図 2.40 に示すように空洞をわざと傾けて信号を観測した。傾きがある場合、ビームが空洞中心を通っても感度曲線はゼロにはならない。このオフセット分が軌道角度が作る信号に対応する。

without BPF



with BPF

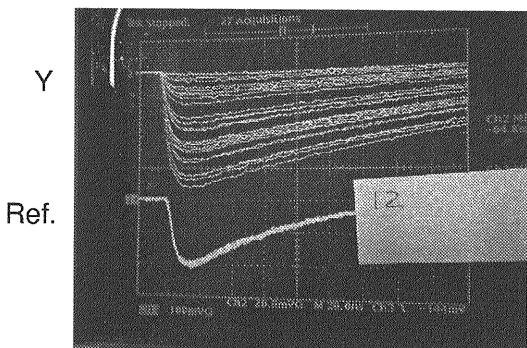


図 2.39: 周波数選択有り無しでの波形の比較

2.5 信号の検出

前節で記述した測定では単純なダイオードによる振幅検出を使用した。しかし、振幅検出方式ではビーム位置に対して V 字型の応答をするので、符号(中心に対してどちら側にビームがあるのか)が分からぬ。実際のビーム運転では位相を検出する方式の処理回路を用いる。位相検出によってビーム位置の符号が分かるだけでなく、軌道角度、バンチ傾き、モノポールモードなどによる位相が 90 度ずれた成分を除去することも可能になる。

2.5.1 検出回路の概要

周波数変換

空洞から出力される信号は 6.4GHz のマイクロ波なので、この波形を直接記録するのは難しい。そこで、図 2.41 に説明されるように周波数変換を行った後に記録される。

周波数変換はミキサーという掛け算回路を使用して外部から与えられたサイン波と掛け合わせ、差の周波数を取り出す操作である。この原理を簡単に説明す

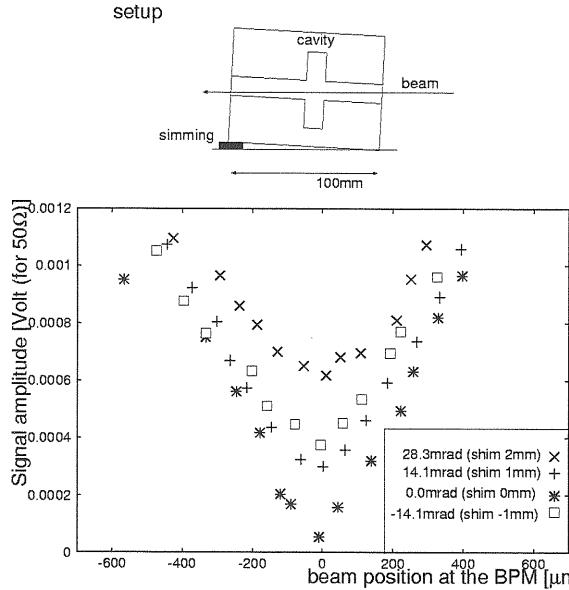


図 2.40: 角度感度測定の結果

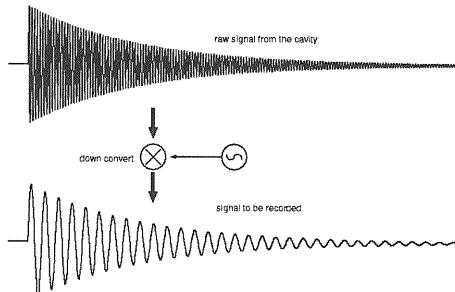


図 2.41: 周波数変換

る。2つのサイン波 $a(t)$, $b(t)$

$$a(t) = A \sin(\omega_1 t + \phi_1) \quad (2.105)$$

$$b(t) = B \sin(\omega_2 t + \phi_2) \quad (2.106)$$

を掛け算すると、

$$a(t) \times b(t) = AB \sin(\omega_1 t + \phi_1) \sin(\omega_2 t + \phi_2) \quad (2.107)$$

$$\begin{aligned} &= \frac{AB}{2} [\cos((\omega_1 - \omega_2)t + (\phi_1 - \phi_2)) \\ &\quad - \cos((\omega_1 + \omega_2)t + (\phi_1 + \phi_2))] \end{aligned} \quad (2.108)$$

差の周波数成分 $(\omega_1 - \omega_2)$ と和の周波数成分 $(\omega_1 + \omega_2)$ が生じる。このうち差の成分のみを LPF を通して取り出すと、

$$\frac{AB}{2} \cos((\omega_1 - \omega_2)t + (\phi_1 - \phi_2)) \quad (2.109)$$

が得られ、元の信号の振幅と位相の情報を引き継いだまま周波数を扱いやすい帯域に変換できる。

レファレンス空洞を用いた位相取得

位相の原点は別途用意されたレファレンス空洞と呼ばれる空洞の信号によって決められる。レファレンス空洞はモノポールモードの周波数がBPM空洞のダイポールモードと一致するように設計された円筒型空洞で、そのモノポールモードが読み出される。モノポールモードはビーム位置に依存せず、ビーム通過のタイミングを位相原点としてビームの電荷に比例した振幅で励振する。空洞BPMの信号の位相検出の際の位相基準として使用すると同時に、ビーム電荷の測定にも使用できる。図 2.42 に示すように BPM 空洞とレファレンス空洞を共通の L.O. で周波数変換すると相対位相を保ったまま変換することができる。

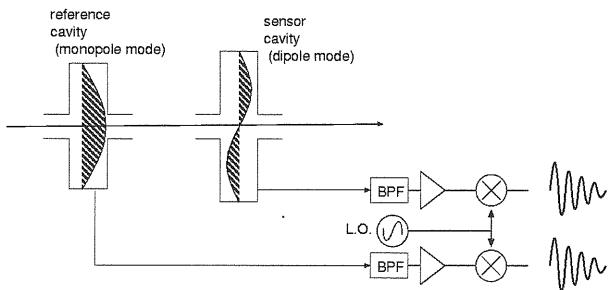


図 2.42: レファレンス空洞による位相の基準

2.5.2 S/N が決める検出限界

分解能の限界は BPM の感度とノイズ量の比 (S/N) で決まる。ATF の状況の場合、数ナノメートルの分解能が原理的に可能であるかここで確かめてみる。

信号の強度

はじめに読み出されるダイポールモードの信号強度について評価する。表 2.2 の値を用い式 2.35 を用いて計算した結果、1nm の位置信号に対して信号のパワーは-107dBm である。

表 2.2: 信号強度計算にもちいた値

パラメータ	値
周波数	6.426 GHz
Q_{ext}	20000
R/Q (1nm オフセット)	$1.17 \times 10^{-12} \Omega$
パンチ強度	1.6 nC (1×10^{10} e/bunch)
パンチ長	8.0 mm

熱雑音

有限の温度があれば一様な周波数分布でランダムなノイズが存在する。この熱雑音によって、微弱信号検出の原理的な限界が与えられる。熱雑音の電力 $p_{TN}[\text{W}]$ 及び振幅 $V_{TN}[\text{V}]$ は、

$$p_{TN} \approx kTf_{BW} \quad (2.110)$$

$$V_{TN} \approx \sqrt{4kTf_{BW}} \quad (2.111)$$

で与えられる。ここで、 k はボルツマン定数、 T は絶対温度 [K]、 Z はインピーダンス、 f_{BW} は帯域幅 [Hz] である。つまり、常温での熱雑音電力は-174dBm/Hz である。

熱ノイズ電力を減らすには、温度を下げるか帯域を狭めるしかない。信号の減衰時間 (振幅が $1/e$) が $2\tau \approx 300\text{nsec}$ 程度なので、信号処理の帯域幅を出来るだけ狭めたとして $f_{BW} \approx 3\text{MHz}$ 程度である。これより、熱雑音と帯域幅で決まる検出限界は、

$$p_{TN}[\text{dBm}] = -174 + 10 \log f_{BW} = -109\text{dBm} \quad (2.112)$$

と計算され、1nm オフセットの信号強度が-107dBm の計算であるから、低ノイズの処理回路を用いればぎりぎり 1nm まで検出可能である。

雑音指数

数ナノメートルの分解能を達成するには、熱雑音で決まる検出限界まで感度を持たなければならない。

はじめに雑音指数 (ノイズフィギュア、NF) をその入力点と出力点での信号雑音比 (SNR) を用いて定義する。

$$NF = \frac{SNR_{in}}{SNR_{out}} \quad (2.113)$$

即ち、S/N を悪化させることなく信号処理できる理想的な場合に $NF = 1$ (0 dB) であり、システム自体が発生する雑音量に応じて NF の値は大きくなる。

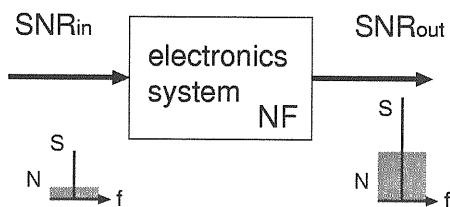


図 2.43: 雑音指数の定義

図 2.44 のように直列に複数の要素をつないで構成されたシステムの全体での NF と個々の要素の NF 及

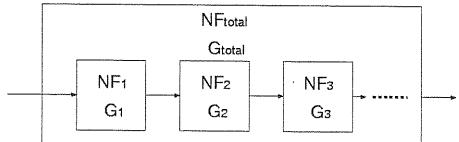


図 2.44: 直列システムの雑音指数

び増幅率 (G) の間にはフリス (Friis) の式と呼ばれる以下の関係がある。

$$NF_{total} = NF_1 + \frac{NF_2 - 1}{G_1} + \frac{NF_3 - 1}{G_1 G_2} + \dots \quad (2.114)$$

これを見て分かるように、初段のゲイン G_1 が十分大きい場合、全体の NF はほぼ初段の NF で決まる。回路まで信号を運ぶケーブルは減衰の少ない短いものにし、初段のアンプを出来るだけ低ノイズ、高ゲインのものにすることが重要である。

2.5.3 検出回路の構成

基本的には原理はどれも同じと考えてよいが、ATF ではこれまでいくつかの方式の回路構成がテストされてきたのでそれらを紹介していく。

ヘテロダイン検出器

ヘテロダインシステムとは図 2.45 に示すような周波数変換スキームである。信号の周波数近辺で狭帯域化する為に 2 回に分けて周波数変換を行うのが一般的である。周波数変換で差の周波数を取り出す際にイメージ周波数 (周波数領域で L.O. の周波数に対して信号と対称な成分) を除去する様に段階的に BPF が挿入される。

図 2.46 に ATF で用いられているシステムの具体的なブロック図を示す。2 段階に周波数変換し、最終的に約 20MHz の減衰サイン波にした波形をそのまま高速サンプリングで記録している。記録された波形はソフトウェアで解析し、振幅と位相を得ることになる。最終的な帯域幅は、解析ソフトウェアに実装されたフィルタで決まり約 2.5 MHz である。

部品の点数が多くなるためコストが上がるがシステムの構成としては分かりやすい。信号が減衰するまでに十分なサイクル数の波形を記録する必要があるので高速な ADC が必要になるが、一旦波形を取り込んだらあとはソフトウェアなので扱い易い。

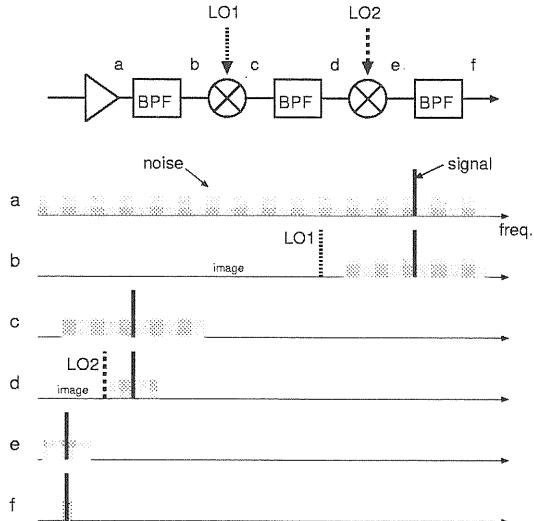


図 2.45: ヘテロダインシステム

簡単化したヘテロダイン検出器

1段階で目的の周波数まで一気に変換すれば、部品点数が減りコストを抑えられる。このとき問題になるのはイメージ周波数である。高い周波数で狭帯域のBPFを作るのは難しい。そこでイメージ除去ミキサーというものを使用するとイメージ周波数を自動的にキャンセルすることが出来る。この原理を図2.47に示す。四角で囲った部分が市販されたパーツとして存在する為、実装上は非常にコンパクトで低コストにできる。

ATF2のビームラインでの多数の使用の為に低コスト化を考えてプリント基板として開発したものが図2.48である。分解能は原理的には初段のアンプのNFで決まるのでここだけ低ノイズのものに置き換えれば高分解能にできる。

ホモダイン検出器

周波数変換のL.O.として信号と同じ周波数を用いると式2.109は

$$\frac{AB}{2} \cos(\phi_1 - \phi_2) \quad (2.115)$$

となり、L.O.との位相差を検出することになる。図2.49に示すように信号を2つに分け、90度位相シフトを加えたL.O.で検出すると

$$\frac{AB}{2} \sin(\phi_1 - \phi_2) \quad (2.116)$$

が得られ、直交した成分が検出できる。2つの出力の情報から振幅と位相を得ることが可能である。

レファレンス空洞の信号をL.O.として用いることで自動的に位相を検出することが可能である。図2.50

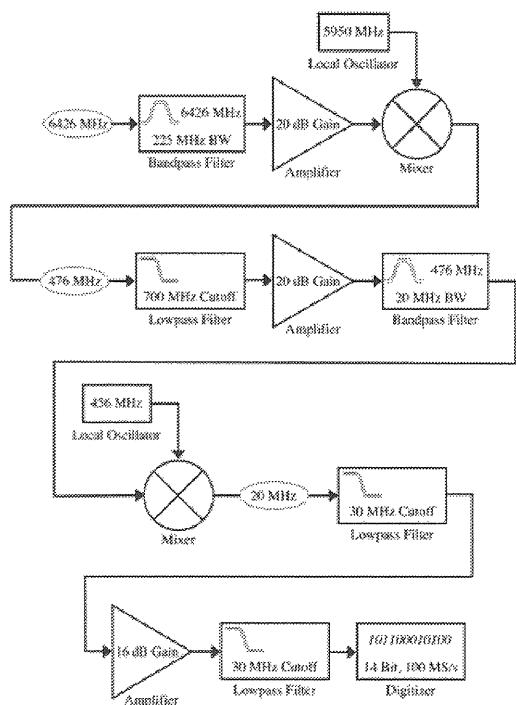


図 2.46: ATF ナノ BPM の処理回路のブロック図

にATFで開発したシステムのブロック図を示す。位相シフターが正確に調整されていれば一方の出力がビーム位置の信号、もう一方がビーム角度の信号と出来るが、実際は調整は完全では無いのでソフトウェアによる補正が必要である。

出力される信号の周波数はサイン波ではなく空洞の時定数程度のパルス信号なので、特に高速のADCを必要としない。時定数が短い時でも使用可能である。この方式ではレファレンス空洞とBPM空洞の周波数が精度良く一致している必要がある。信号の続く時間で位相が変動してはならないため、数100kHz程度の精度での一致が要求される。

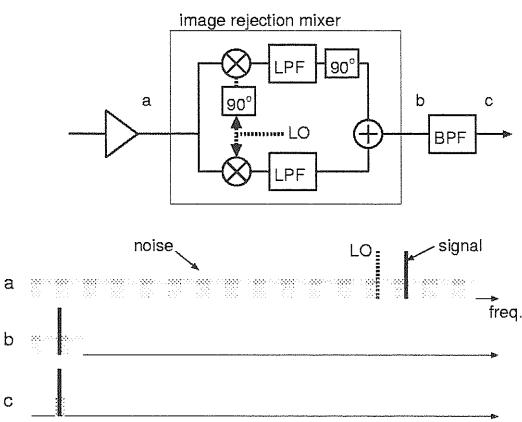


図 2.47: イメージ除去ミキサーを用いた1ステージシステム

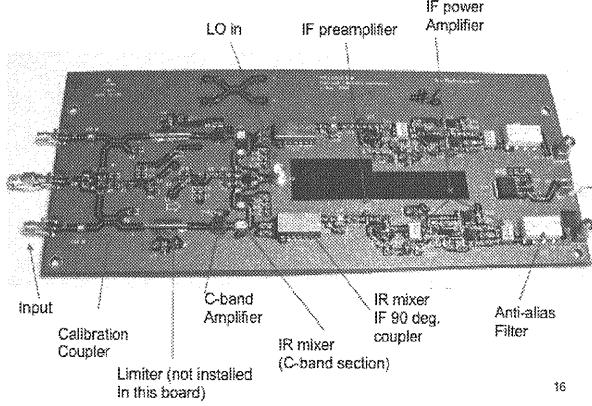


図 2.48: ATF2 用に開発された処理回路

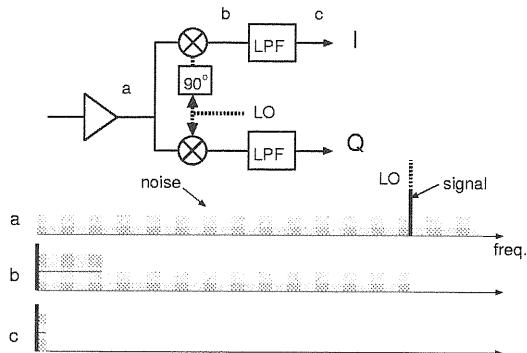


図 2.49: ホモダインシステム

2.5.4 信号の解析

得られたデータから振幅と位相を導出する方法についてまとめる。

ヘテロダインシステム

フィットによる方法 図 2.51 のような減衰振動の波形が得られる。

これを

$$V = V_0 + A e^{-\Gamma(t-t_0)} \sin(\omega(t-t_0) + \phi) \quad (2.117)$$

の関数でフィットし、 A 及び ϕ を求めることが出来る。 t_0 はバンチが通過するタイミングである。

レファレンス空洞と BPM 空洞の信号についてそれぞれ位相と振幅を求めた後、ビーム電荷についてはレファレンス空洞の振幅 A_{Ref} で規格化し、位相については相対値を求め、

$$I_Y = \frac{A_Y}{A_{Ref}} \sin(\phi_Y - \phi_{Ref}) \quad (2.118)$$

$$Q_Y = \frac{A_Y}{A_{Ref}} \cos(\phi_Y - \phi_{Ref}) \quad (2.119)$$

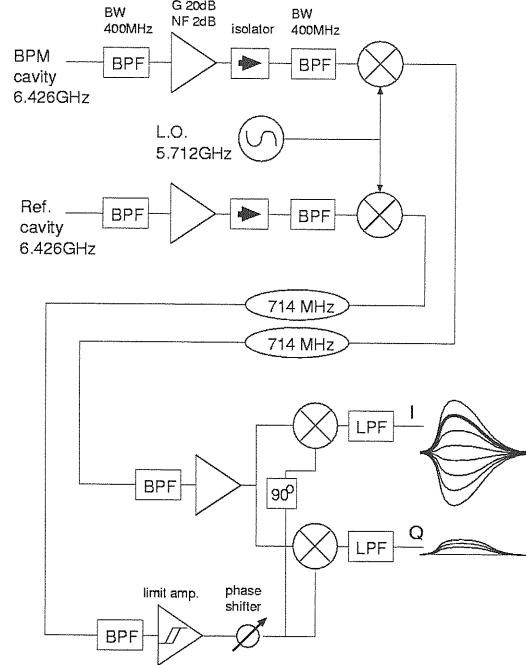


図 2.50: ATF ナノ BPM で開発したレファレンス空洞を使用したホモダインシステム

のように便宜的な 2 つの位相成分 (I, Q) についての信号が求められる。

デジタルダウンコンバージョン (DDC) ホモダインシステムがアナログ回路で行う操作をソフトウェアで行うことが出来る。角周波数 ω の L.O. と FIR フィルター F を導入して、

$$D = [(V - V_0)e^{i\omega t}] * F \quad (2.120)$$

を計算することで位相検出した振幅を得ることが出来る。処理が全てソフトウェアなので、フィルターのパラメータの調整や周波数の微調整が容易に行える

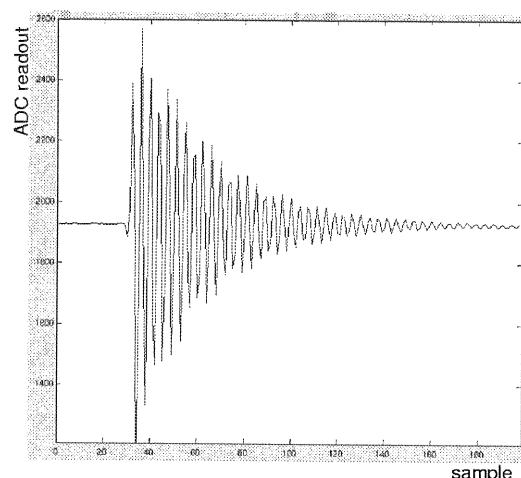


図 2.51: ヘテロダインシステムでの信号例

のが利点である。また、フィッティングに比べて処理が速いのでビーム運転にオンラインで使用できる。図 2.52 に DDC を行った結果の例を示す。

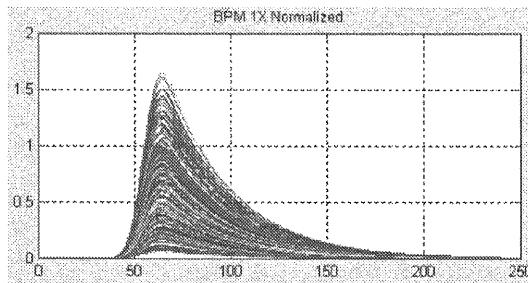


図 2.52: DDC の出力

ホモダインシステム

ホモダインシステムではアナログ回路で位相検出までの処理が行われる。図 2.53 はビームをスキャンしながら出力信号を重ね描きしたものである。図 2.52 に対応するビーム位置に比例した信号が直接得られる。

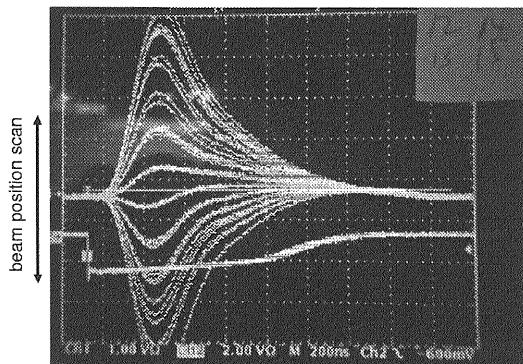


図 2.53: ホモダインシステムでの信号例

キャリブレーション

いずれの方式でも、位置のスケールと位相のキャリブレーションを実際のビーム信号で行う必要がある。具体的には、補正電磁石等を用いてビーム軌道をある決まった量、並行に移動させてそのときの信号の変位を IQ 位相空間上で観測する。図 2.54 のようなプロットが得られ、この平面上での IQ 軸と実際の位置、角度の軸の回転 Θ が分かる。ビームの並行移動によって移動する方向が位置信号の位相で、それと直交する方向が角度信号の位相である。

IQ の軸で求められた成分を角度 Θ で回転し、スケール因子 k を掛けて実際の位置と角度の信号が得

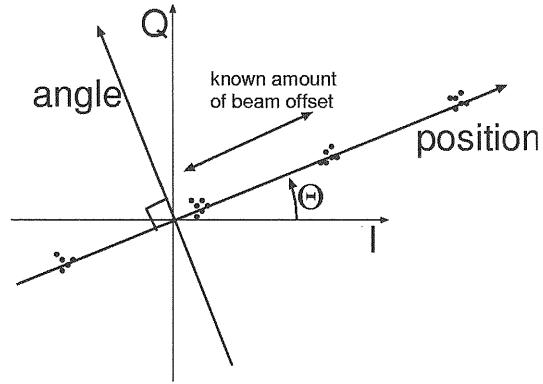


図 2.54: IQ 位相のキャリブレーション

られる。

$$\begin{pmatrix} \text{position} \\ \text{angle} \end{pmatrix} = k \begin{pmatrix} \cos \Theta & -\sin \Theta \\ \sin \Theta & \cos \Theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I \\ Q \end{pmatrix} \quad (2.121)$$

第3章 レーザーを用いたビームサイズ測定

この章では、レーザー光を電子ビームの標的として用い電子ビームの形状を測定するモニターについて述べる。その他のビーム形状モニターの解説は例えば [12] などにまとめられている。

レーザーワイヤーモニターは、細く絞ったレーザー光を用いてワイヤースキャナのように使用して電子ビームを測定する。単一パスのビームラインのような繰り返しが遅い場合では、一度の衝突で十分な量の信号が発生するだけの高いピークパワーのレーザー光が必要である。高強度のパルスレーザーによって開発が行われている。

同じレーザーワイヤーでもリングのように電子ビームの繰り返しが速い場合は比較的低出力のレーザー光でも十分な信号が得られる。光共振器にレーザー光を蓄積して用いることでより品質の良いレーザー光を得られる利点がある。

最終収束の実証試験では、光の波長以下のビームサイズを測定する必要がある。レーザー光を重ね合わせた時に生成される波長以下の縞間隔の干渉縞を用いる手法がある。

この章ではこれら 3 種類の装置について解説する。

各々のモニターに使用するレーザー発振器自体の仕様も非常に重要であるが、あまりにも範囲が膨大でカバーしきれないうえ、この分野の進歩は凄まじく今後の展開が予想できない為、ここでは取り扱わないことにする。

3.1 ワイヤースキャナの限界

分解能が良く直接的な手法に基づく形状モニターとして、通常ワイヤースキャナが使用される。ところが、低エミッタスでマルチバンチのビームを衝突させるとその熱負荷でワイヤーが断線してしまう。図 3.1 にその例を示す。この為、ILC のダンピングリング以降ではワイヤースキャナの使用は低電流運転時の調整に限定され、主にはレーザーワイヤーが使用さ

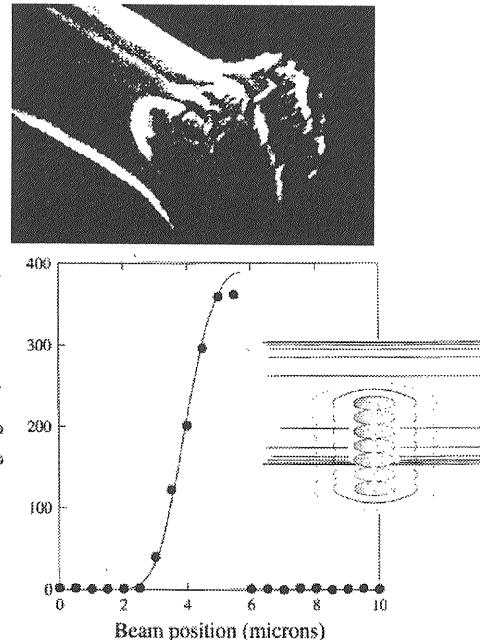


図 3.1: ビームによるワイヤーの断線

れる。

3.2 レーザー光の伝搬

レーザー光を取り扱う上で基本的な事項についてここで簡単にまとめる。より系統的な解説は [13][14] などに詳しい。

3.2.1 光線の伝搬

スネルの法則

図 3.2 のように光線は屈折率の異なる媒質との境界で折れ曲がる。それぞれの媒質の屈折率を n_1, n_2 と

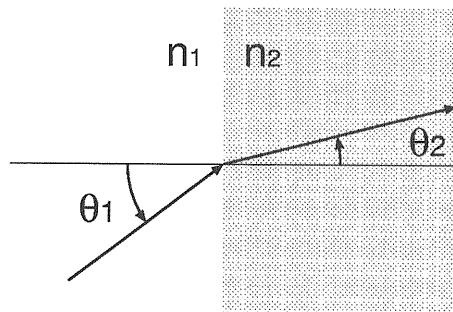


図 3.2: スネルの法則

すると、いわゆるスネルの法則、

$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2 \quad (3.1)$$

でこの関係は記述される。レンズ等の光学要素の作用は全てこの応用である。また、ZEMAX([17])など光線追跡を行う計算機シミュレータも基本的にはこの計算を行っているだけである。

近軸近似による行列表示

一般に成立する式 3.1 に対して、軸近傍では光学要素の作用を線形に近似することができ、便利である。任意の光線を光学系の軸からの距離 (r) となす角 ($r' = dr/dz$) で

$$\vec{r} = \begin{pmatrix} r(z) \\ r'(z) \end{pmatrix} \quad (3.2)$$

と表すことにする。光学要素を 2×2 行列

$$M = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} \quad (3.3)$$

で表現し、次のように M を掛け算することによってその作用を計算することが出来る。

$$\begin{pmatrix} r_2 \\ r'_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} \begin{pmatrix} r_1 \\ r'_1 \end{pmatrix} \quad (3.4)$$

代表的な光学要素に対する行列を図 3.3 にまとめた。

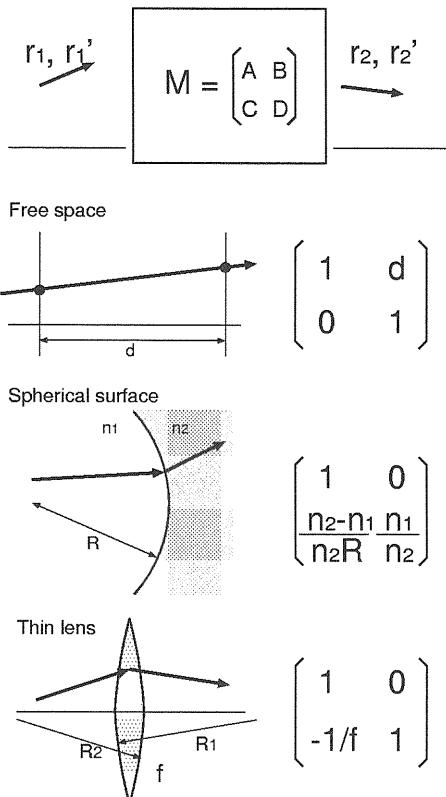


図 3.3: 光線の伝搬

球面境界の行列を 2 度掛けることで薄いレンズの行列が得られ、レンズの焦点距離 f は両面の曲率 (R_1, R_2) と媒質の屈折率 (n) から決まり、

$$\frac{1}{f} = (n - 1) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) \quad (3.5)$$

の関係が得られる（レンズメーカーの公式）。

焦点距離 f のレンズは、図 3.4 に説明されるように発光点までの距離 a と結像点までの距離 b の間に

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b} \quad (3.6)$$

の関係を持つ（ガウスの公式）。

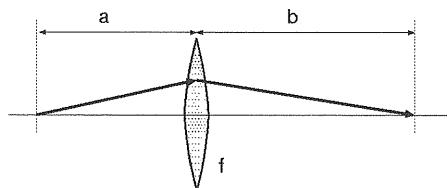


図 3.4: 焦点距離と像の関係

3.2.2 収差

これまでの議論は近軸近似のもとに線形化して行われていた。これは式 3.1 に対して $\sin \theta \approx \theta$ の近似をすることに対応する。近似の精度を高めて 3 次まで展開することで収差の影響が見えてくる。[18]

3 次の収差

光学系の軸のごく近傍での波面（等位相面）は球面と思って良い。その曲率半径を R とするとそこから R だけ進んだ点で焦点を結ぶ。収差が生じると、軸から離れた位置での波面は軸近傍から延長した波面との間にずれが生じる。この波面の変位を ΔW とする。これを表したのが図 3.5 である。収差を受けた波面の進行は図のように横方向に ε_x 、長手方向に ε_z 、だけシフトする。

$$\varepsilon_x = -R \frac{\partial \Delta W(x, y)}{\partial x} \quad (3.7)$$

$$\varepsilon_z = -\frac{R^2}{x} \frac{\partial \Delta W(x, y)}{\partial x} \quad (3.8)$$

系が回転対称である場合の収差について考える。入射点の座標を $(x (= \rho \cos \theta), y (= \rho \sin \theta))$ とし、結像点で座標 $(x_0, 0)$ に行き着く（系が回転対称なのでこれで一般性を失わない）光線の波面は次のように表すことが出来る。

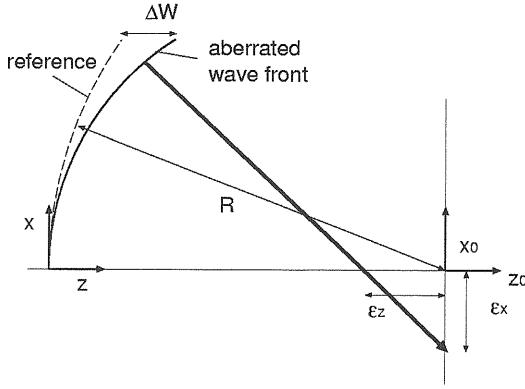
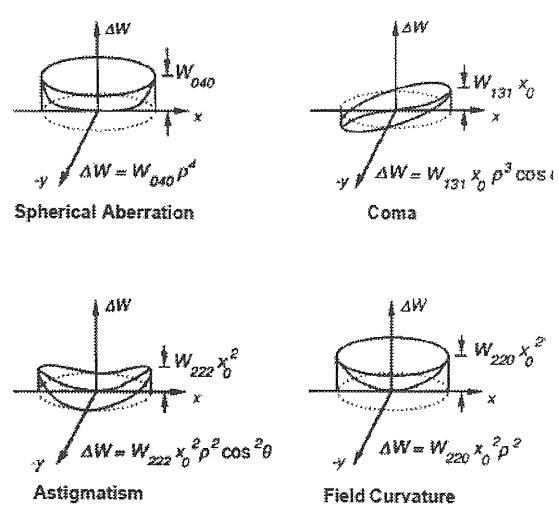


図 3.5: 波面の球面からのずれと焦点



$$\begin{aligned}
 W(x_0, \rho, \theta) &= W_{200} x_0^2 + W_{111} x_0 \rho \cos \theta + W_{020} \rho^2 \\
 &+ W_{040} \rho^4 + W_{131} x_0 \rho^3 \cos \theta \\
 &+ W_{222} x_0^2 \rho^2 \cos^2 \theta \\
 &+ W_{220} x_0^2 \rho^2 + W_{311} x_0^3 \rho \cos \theta \dots (3.9)
 \end{aligned}$$

各項は図 3.6 に示すように分類される。

とくに、軸上 ($x_0 = 0$) であっても残るのが $\Delta W = W_{040} \rho^4$ の項で球面収差(図 3.7)と呼ばれる。球面収差による光線の横方向へのずれは式 3.7 より、

$$\varepsilon_x = -4R W_{040} \rho^3 \quad (3.10)$$

となり、ビーム径の 3 乗に比例して焦点がぼける効果になる。

Wavefront Aberration Coefficient	Seidel Aberration Coefficient	Functional Form	Name
W_{200}		x_0^2	piston
W_{111}		$x_0 \rho \cos \theta$	tilt
W_{020}		ρ^2	focus
W_{040}	$= \frac{1}{8} S_I$	ρ^4	spherical
W_{131}	$= \frac{1}{2} S_{II}$	$x_0 \rho^3 \cos \theta$	coma
W_{222}	$= \frac{1}{2} S_{III}$	$x_0^2 \rho^2 \cos^2 \theta$	astigmatism
W_{220}	$= \frac{1}{4} (S_{III} + S_{IV})$	$x_0^2 \rho^2$	field curvature
W_{311}	$= \frac{1}{2} S_V$	$x_0^3 \rho \cos \theta$	distortion

図 3.6: 収差の分類

$-\frac{2(n^2-1)}{n+2} C$ のとき最小値となり、

$$\Delta W_{sph\ min} = \frac{\rho^4 \Phi^3}{32} \left(\left(\frac{n}{n-1} \right)^2 - \frac{n}{n+2} C^2 \right) \quad (3.15)$$

となる。

並行ビームを収束する場合 ($U_1 = 0$)、 $R \approx f$ なので、

$$\varepsilon_x \propto R \Phi^3 \rho^3 \approx \frac{\rho^3}{f^2} \quad (3.16)$$

の関係がある。焦点距離の短いレンズでビーム径が大きい程、球面収差の効果は大きくなる。

3.2.3 ガウスビーム

レーザー光源から出力されるレーザー光は、一般に TEM₀₀ モードのガウスビームとして記述される。(共振器でレーザー発振が起こる際に自動的にこの形

と表される。ここで、

$$\Phi = (n-1) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) = \frac{1}{f} \quad (3.12)$$

$$B = \frac{R_2 + R_1}{R_2 - R_1} \quad (3.13)$$

$$C = \frac{U_1 + U_2}{U_1 - U_2} \quad (\rightarrow -1 \text{ for } U_1 \rightarrow 0) \quad (3.14)$$

であり、 Φ はレンズの強さ、 B はレンズの形状、 C はビームの設計を表現する。うまく設計すると $B =$

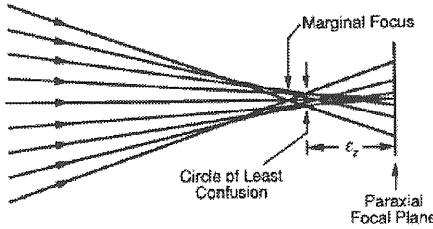


図 3.7: 球面収差

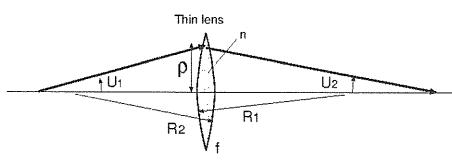


図 3.8: 薄レンズのパラメータの定義

状になる。) この節ではガウスビームについて簡単にまとめる。

レーザー光の長手方向及び横方向の形状を図 3.9 に模式的に描いた。進行方向には双曲線状にビーム径が変化し、断面の光子密度は半径方向にガウス分布をする。ビーム径 (光子分布の RMS サイズ σ) の 2 倍の量がビームサイズ w としてしばしば用いられる。

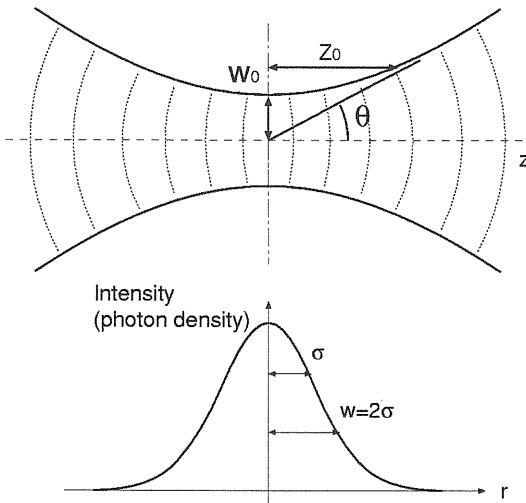


図 3.9: ガウスビーム

レーザー光は单一周波数と考えて良いので、進行方向を z 、角周波数を ω 、波数を k として、その電場を

$$E(t, x, y, z) \equiv \psi(x, y, z) \exp(i\omega t - ikz) \quad (3.17)$$

と表す。 ψ が空間的な形状を表す部分である。すると、マクスウェル方程式は以下のよう書かれる。

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} - 2ik \frac{\partial}{\partial z} \right) \psi(x, y, z) = 0 \quad (3.18)$$

z 軸に沿って伝搬する細いビームの場合は近軸近似

($|\frac{\partial^2}{\partial z^2}| \ll |k \frac{\partial}{\partial z}|, |\frac{\partial^2}{\partial x^2}|$ and $|\frac{\partial^2}{\partial y^2}|$) が成り立つので、

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} - 2ik \frac{\partial}{\partial z} \right) \psi(x, y, z) = 0 \quad (3.19)$$

と簡単化できる。

この方程式の解から、 $E(t, x, y, z)$ が得られ、

$$\begin{aligned} E_{mn}(t, x, y, z) &= \\ &A \frac{w_0}{w(z)} \exp\left(-\frac{x^2 + y^2}{w^2(z)}\right) H_m\left(\frac{\sqrt{2}x}{w_0}\right) H_n\left(\frac{\sqrt{2}y}{w_0}\right) \\ &\times \exp\left(-ik \cdot \frac{x^2 + y^2}{2R(z)}\right) \exp(i\Phi(z)) \times \exp(i\omega t - ikz) \end{aligned} \quad (3.20)$$

H はエルミート関数で、横方向の形状を表現し、 x, y 方向の次数によって TEM_{mn} モード ($m, n = 0, 1, 2, \dots$) と呼ばれる。ここで、

$$w(z) = w_0 \sqrt{1 + \left(\frac{z}{z_0}\right)^2}, \quad (3.21)$$

$$R(z) = z \left\{ 1 + \left(\frac{z_0}{z}\right)^2 \right\}, \quad (3.22)$$

$$\Phi(z) = (m+n+1) \arctan\left(\frac{z}{z_0}\right), \quad (3.23)$$

$$z_0 = \frac{\pi w_0^2}{\lambda}, \quad (3.24)$$

であり、 $w(z)$ はビームサイズ、 $R(z)$ は等位相面の曲率半径、 $\Phi(z)$ はモードの次数に応じた位相因子 (Guoy 位相) を表す。 z_0 はレイリー長と呼ばれ、ビームがサイズを保ったまま伝搬できる距離の目安となる。

通常のビームは $m = n = 0$ で、横方向にガウス関数型の密度分布を持つ。

3.3 コンプトン散乱

この章のモニターは全てレーザー光と電子ビームのコンプトン散乱によって信号を取得する。コンプトン散乱について基本的な事項をまとめておく。

3.3.1 散乱断面積の導出

光子が電子に衝突し、弾性散乱する現象はコンプトン散乱と呼ばれる。電子の静止系でこの現象を描いたのが図 3.10 である。

電子の静止系での散乱の微分断面積を計算するのに式 3.25 (クライン仁科の公式) が用いられる。

$$\frac{d\sigma}{d\Omega^*} = \frac{r_0^2}{2} \left(\frac{\omega'^*}{\omega^*} \right)^2 \left[\frac{\omega^*}{\omega'^*} + \frac{\omega'^*}{\omega^*} - 1 + \cos^2 \theta'^* \right] \quad (3.25)$$

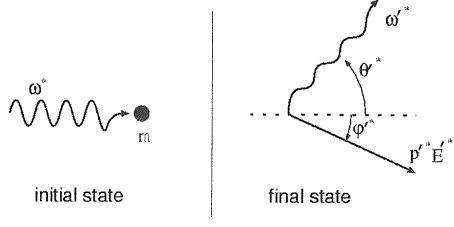


図 3.10: 電子静止系の散乱

r_0 は電子の古典半径、 ω^* 、 ω'^* はそれぞれ散乱の前後の光子のエネルギー、 θ'^* は光子の散乱角を表す。また、 ω^* と θ'^* の間には運動学から

$$\omega'^* = \frac{m\omega^*}{m + \omega^*(1 - \cos \theta'^*)} \quad (3.26)$$

の関係がある。

我々がここで取り扱うのは、電子がビームのエネルギーで運動している系で光子が電子ビームに対して垂直に衝突する場合である。式 3.25 をローレンツ変換し、実験室系での表式を導出する。この節では電子の静止系での量は全て * をつけて、また、散乱の終状態の量は全て ' をつけて表記する。

図 3.11 に散乱の様子を実験室系及び電子静止系で見た様子を表す。2 つの系の間のローレンツ変換の γ 、 β は

$$\gamma = \frac{E}{m} \quad \beta = \frac{-p}{m} \quad (3.27)$$

である。実験室系で垂直に入射した光は電子の静止系から観測すると θ_0^* の角度で衝突して来るよう見える。

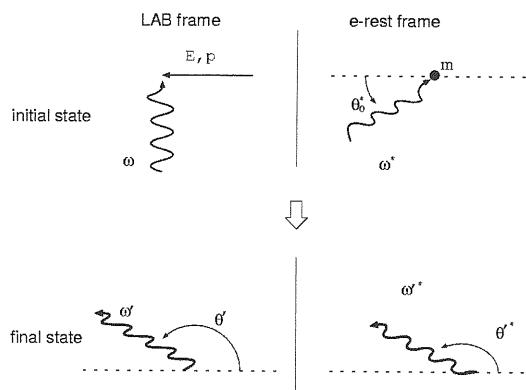


図 3.11: 電子静止系および実験室系から観察した散乱の様子

2 つの系から見た始状態を比べると、以下の関係があることが分かる。

$$\omega^* = \gamma\omega \quad (3.28)$$

$$\theta_0^* = \arctan\left(\frac{1}{\gamma\beta}\right) \quad (3.29)$$

今の場合、 $\gamma\beta$ が十分大きいので $\theta_0^* \approx 0$ である。

同様に 2 つの系から見た終状態を比べると、以下の関係があることが分かる。

$$\omega'^* = \omega'\gamma(1 - \beta \cos \theta') \quad (3.30)$$

$$\cos \theta'^* = \frac{-\beta + \cos \theta'}{1 - \beta \cos \theta'} \quad (3.31)$$

また、2 つの系の間の立体角は、

$$d\Omega = \sin \theta d\theta d\phi \quad (3.32)$$

$$d\Omega^* = \sin \theta^* d\theta^* d\phi^* \quad (3.33)$$

$$\phi = \phi^* \quad (3.34)$$

より、

$$\frac{d\Omega^*}{d\Omega} = \frac{1}{\gamma^2(1 - \beta \cos \theta)^2} \quad (3.35)$$

の関係がある。

実験室系での散乱の微分断面積は以下のように表される。

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma}{d\Omega} &= \frac{d\sigma}{d\Omega^*} \frac{d\Omega^*}{d\Omega} \\ &= \frac{r_0^2}{2} \left(\frac{\omega'^*}{\omega^*} \right)^2 \left[\frac{\omega^*}{\omega'^*} + \frac{\omega'^*}{\omega^*} - 1 + \cos^2 \theta^* \right] \\ &\times \frac{1}{\gamma^2(1 - \beta \cos \theta')^2} \end{aligned} \quad (3.36)$$

電子ビームのエネルギーと光子のエネルギー (即ちレーザー光の波長) が決まっているれば、実験室系での光子散乱角に対する反応の起こる確率が計算出来る。

3.3.2 計算例

波長 λ の光子のエネルギー ω は、

$$\omega = h\nu = \frac{hc}{\lambda} \quad (3.37)$$

で表される。代表的な固体レーザーの例としてとして YAG レーザーを考えると、その基本波、2 倍高調波、4 倍高調波の波長 (及び光子のエネルギー) はそれぞれ 1064 nm (1.165 eV)、532 nm (2.332 eV)、266 nm (4.664 eV) である。ここで、ビームエネルギーが 1.3 GeV (ATF 取り出しライン) の場合と 250 GeV (ILC の BDS) の場合についてこれら 3 種類のレーザーを用いた場合の計算例を示す。

図 3.12 及び 3.13 は、散乱角に対する微分断面積である。散乱光子は超前方方向にローレンツブーストされ、大部分は $1/\gamma$ の範囲に集中する。

図 3.14 及び 3.15 は、散乱光子のエネルギースペクトルである。なお、最大エネルギー ω'_{max} は、

$$\omega'_{max} = \frac{\gamma\omega}{\gamma - \sqrt{\gamma^2 - 1}} \quad (3.38)$$

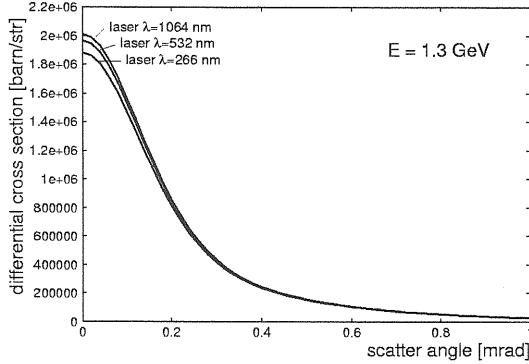


図 3.12: 散乱角に対する微分断面積 (ビームエネルギー 1.3GeV)

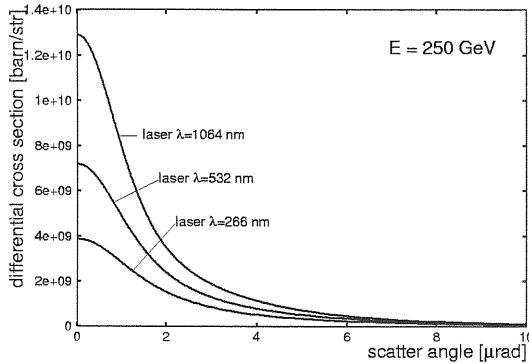


図 3.13: 散乱角に対する微分断面積 (ビームエネルギー 250GeV)

で与えられる。

光子の散乱角とエネルギーは対応があり、前方へ散乱される光子ほどエネルギーが高い。図 3.16 及び 3.17 にこの様子を示す。

図 3.18 は微分断面積を全立体角で積分して全断面積を計算したものである。ビームのエネルギーが上がるにつれて全断面積は少し下がるが、問題にしているエネルギーの範囲では大きな違いではない。

3.3.3 信号量の見積り

コンプトン散乱をビームのモニターに応用する時、十分な量の信号を得るためにどれだけの強度のレーザーが必要であるかを考察する。

反応の頻度 (dY/dt) は散乱断面積 (σ) とルミノシティ (\mathcal{L}) を用いて

$$\frac{dY}{dt} = \sigma \mathcal{L} \quad (3.39)$$

である。電子ビームもレーザーも横方向にガウス型の強度分布を持つとし、それぞれ σ_e 、 σ_{laser} の rms サイズであり重心が一致して衝突している場合を考え

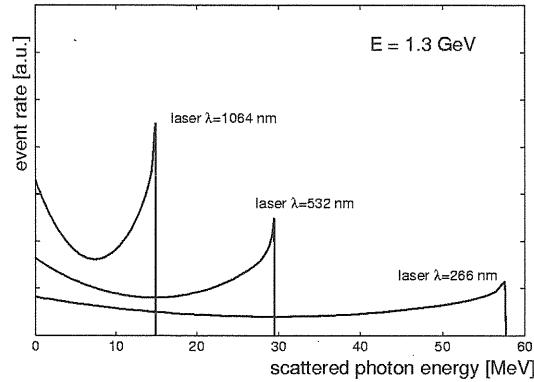


図 3.14: 散乱光子のエネルギー分布 (ビームエネルギー 1.3GeV)

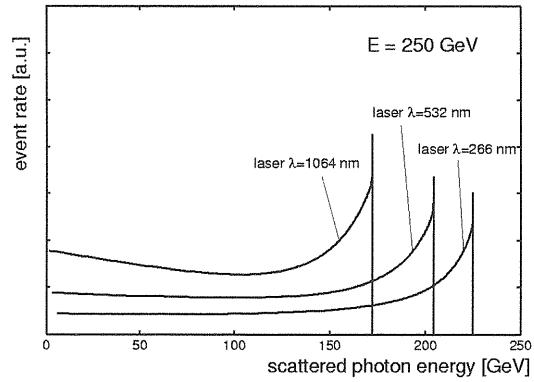


図 3.15: 散乱光子のエネルギー分布 (ビームエネルギー 250GeV)

る。1 バンチあたりの電子数を N_b 、レーザーのピークパワーを $P[W]$ とする。(このときレーザーが放出している光子数は毎秒 P/ω である。) このときのルミノシティは、

$$\mathcal{L} = \frac{\lambda}{hc^2} \frac{PN_b}{\sqrt{2\pi} \sqrt{\sigma_e^2 + \sigma_{laser}^2}} \quad (3.40)$$

である。

例として、散乱断面積 $\sigma = 0.5$ barn、 $P = 1\text{MW}$ 、 $\lambda = 532$ nm、 $N_b = 1 \times 10^{10}$ e/bunch、 $\sqrt{\sigma_e^2 + \sigma_{laser}^2} = 10 \mu\text{m}$ を用いて具体的に計算すると、178 events/bunch となる。1 バンチあたり ~1000 個以上の信号が欲しいとなると、10 MW 以上のピークパワーのレーザーが必要である。

3.4 単一パス型レーザーワイヤーモニター

レーザーワイヤーモニターの概念図を図 3.19 に示す。[15] レーザー光を細く絞り、電子ビームに対して横方向から衝突させることで直接的に電子ビームに

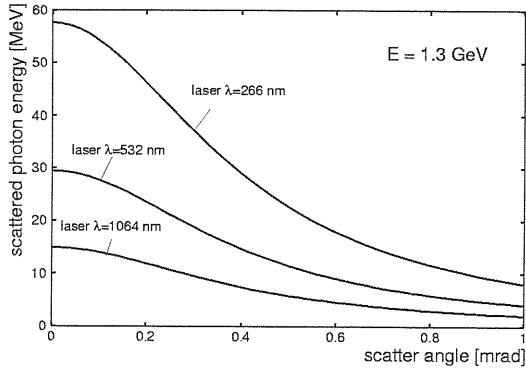


図 3.16: 散乱角に対する散乱光のエネルギー (ビームエネルギー 1.3GeV)

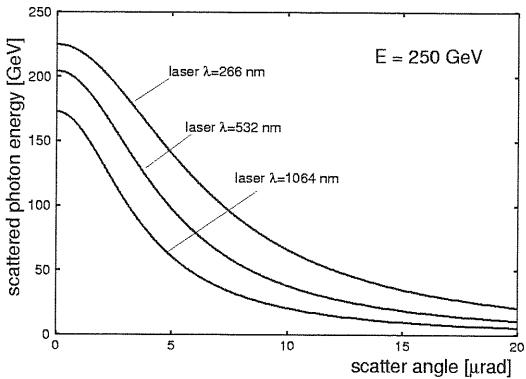


図 3.17: 散乱角に対する散乱光のエネルギー (ビームエネルギー 250GeV)

触れてその形状を測定する装置である。電子ビームより細いレーザー光を測定する方向にスキャンしながら前方に置かれた検出器でコンプトン散乱光の強度を測定することにより、ビーム形状を得る。

パルスレーザーを直接用いたこのタイプの装置は SLC のビーム収束の調整の為に開発され、 $\sim \mu\text{m}$ 程度のビームサイズ測定に用いられた (図 3.20)。[16]

3.4.1 レンズの設計

このモニターの分解能を決めるのは、どこまでレーザー光を絞り込めるかである。衝突点直前に配置されるレンズの性能が最重要である。

図 3.21 のように、焦点距離 f のレンズを用いてビームサイズ w_{in} でほぼ並行に入ってくる光を収束する場合、焦点でのビームサイズはどのように決まるかを考える。

ガウスビームとしての回折限界から決まる要素 (w_{diff}) と球面収差から決まる要素 (w_{sph}) を考える必要がある。

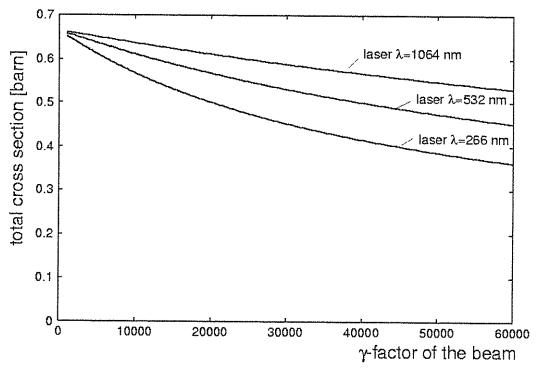


図 3.18: 全散乱断面積とビームエネルギーの関係

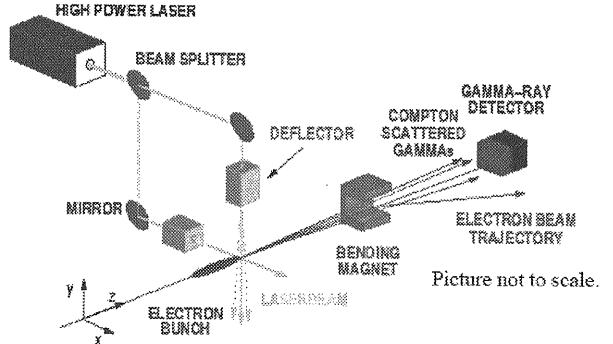


図 3.19: レーザーワイヤーモニターの概念図

F# の定義

収束レンズの設計では、F ナンバー (F#) という数値を用いて議論があるので、はじめにその定義をまとめておく。F# はレンズの設計を表し、レンズの焦点距離 (f) とその有効開口 (D) を用いて、

$$F\# \equiv \frac{f}{D} \quad (3.41)$$

と定義される。 D として、入射するレーザーパワーの 98%を包括する程度、 $D = \pi w_{in}$ を使用することにする。

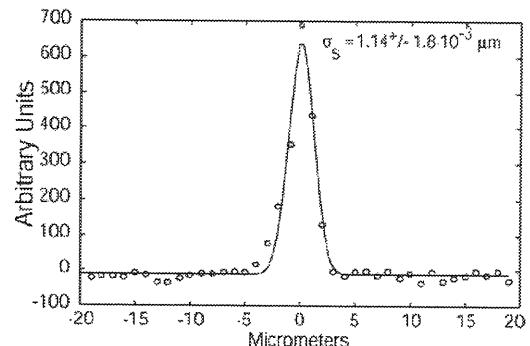


図 3.20: SLC/SLD での測定例

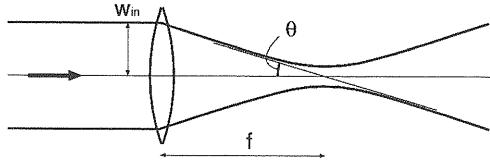


図 3.21: 並行光を収束する様子

回折限界の光学

入射ビームが並行光の場合、収束角 θ と焦点距離 f は式 3.6 より

$$\theta \approx \frac{w_{in}}{f} \quad (3.42)$$

の関係がある。

レーザー光の横モードの品質は M^2 という量で表される。理想的な TEM_{00} モードであるとき、 $M^2 = 1$ であり、余計なモードが混入した場合は $M^2 > 1$ となる。式 3.22, 3.24 に M^2 の効果も加えて焦点でのビームサイズは、

$$w_{diff} = M^2 \frac{\lambda}{\pi\theta} \quad (3.43)$$

と表される。

これを $F\#$ を用いて表すと、

$$w_{diff} = M^2 \lambda (F\#) \quad (3.44)$$

となる。

球面収差による像

式 3.16 より、球面収差の影響によって決まる焦点でのレーザー径は、

$$w_{sph} = \frac{kD^3}{2f^2} = \frac{kD}{2F\#} \quad (3.45)$$

と書ける。ここで k はレンズの設計によってある程度調整可能な量である。

設計

ビームサイズの評価 焦点でのビームサイズは w_{diff} による効果と w_{sph} による効果の両方によって決まる。実際の設計は計算機シミュレーションによってなされる。式 3.1 に従って、光線追跡を行い焦点での光線の分布を求める。

入射ビーム径に対応して半径方向にガウス分布した並行光線を追跡し、焦点での軌跡の分布の RMS(σ_{RMS}) を計算することによって収差による効果を評価できる。これを回折限界の効果を

$$w_0 = \sqrt{w_{diff}^2 + (2\sigma_{RMS})^2} \quad (3.46)$$

によって足し合わせ、実際のビームサイズが評価できる。

ビームに対してレーザーをスキャンする際に光線がレンズの軸から外れた場合の効果等も光線追跡のシミュレーションによって評価し、安定して細いレーザーサイズが得られるようなレンズを設計する必要がある。

図 3.22 に現在製作中の $F\#2$ のレンズシステムを示す。[19]

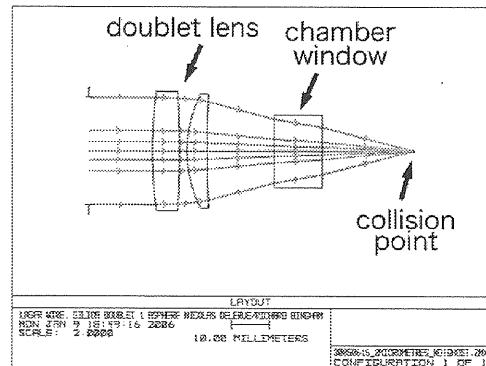


図 3.22: 収束レンズの設計

迷光の評価 高出力のパルスレーザーを用いる為、特にレンズのダメージについては気をつけなければならない。ATF の場合、 $1J/200ps$ のパルスエネルギーがあるため、たとえ迷光であっても、レンズ内部に焦点を結ばないようにしなければならない。レンズの表面は無反射コーティングがなされるが、完全ではないのでいくらかのパワーは反射される。反射された光線を追跡し、その焦点を確認する必要がある。図 3.22 の設計では、図 3.23 のような 2 次の焦点があるが、一応 1 次の迷光については大丈夫であることが確認されている。

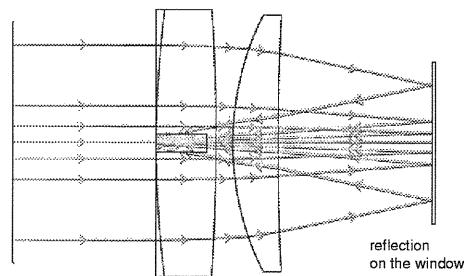


図 3.23: 2 次の迷光

3.4.2 装置

ATF取り出しラインで開発中のレーザーワイヤーシステムの衝突チェンバーを図 3.24 に示す。焦点距離の短いレンズを出来るだけ近づけて使用できるようにチェンバーが極力薄く設計された。

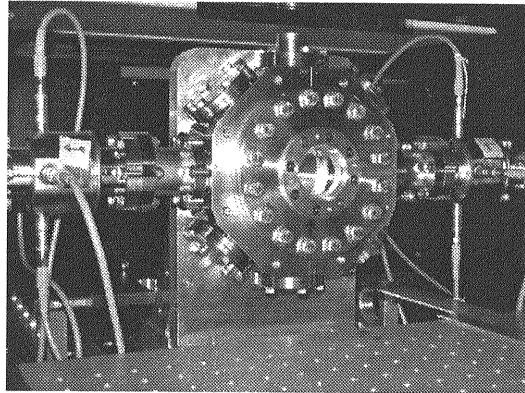
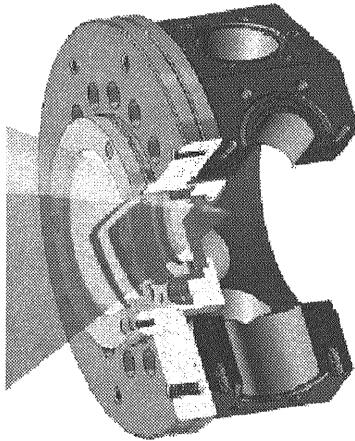


図 3.24: レーザー収束チェンバー (ATF)

加速器トンネルの外に設置されたレーザーシステムから波長 532 nm、パルス長 200 ps のレーザー光が 90 度の角度で水平方向に導入される。コンプトン散乱の信号はエアチレンコフ検出器によって検出される。

いまのところ、まだ開発段階にありレンズ等については最適化されていないが、電子ビームとレーザーのタイミング同期は確立され、図 3.25 に示されるように衝突させ、ビームに対してレーザーをスキャンすることが出来るようになった。

3.5 共振器蓄積型レーザーワイヤー

特にダンピングリングではビームは何度も周回するので、高強度のパルスレーザーを使うのではなく、比較的低出力の CW レーザーを光学共振器に蓄積し、図 3.26 のようにビームライン上に配置して使用する

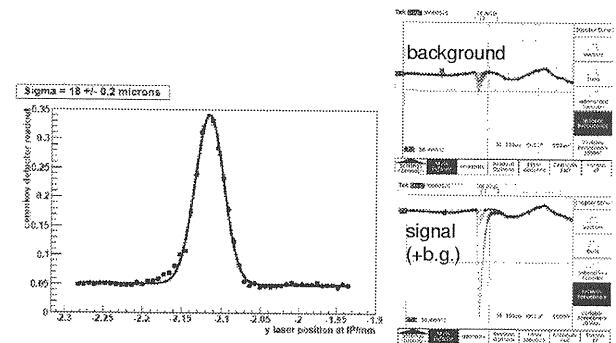


図 3.25: 測定結果

ことが出来る。光学共振器を利用して安定した細いレーザー光の実現が保証できるのが一つの利点である。

ATF ではこのモニターを用いて 5 μm 程度の垂直方向ビームサイズを精度良く測定し、世界最小のエミッタスが実証された [20]。

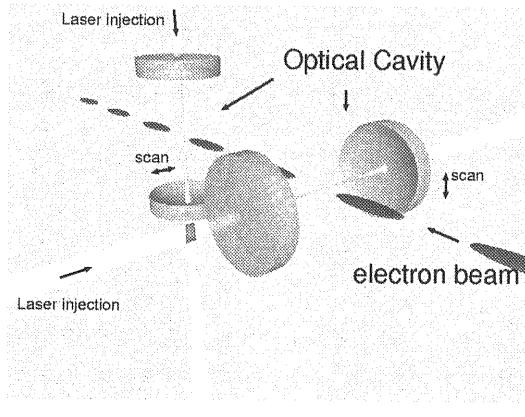


図 3.26: 測定の原理

3.5.1 装置

ATF ダンピングリングの直線部、図 3.27 の位置にレーザーシステム及びコンプトン散乱光検出器が設置されている [21][22]。レーザーシステム全体は、スキャンを行うための精密可動テーブル上に図 3.28 のように構成された。共振器を含んだ真空チャンバーが X 方向、Y 方向を測定するためにそれぞれ用意されており、互いに 90 度の角度でビームラインに取り付けられている。レーザー光源からの光は、共振器に受け入れられるようにレンズ系で整形された後、入射される。

真空チャンバー内部には図 3.29 に示すように共振器の構造体が取り付けられている。共振器は振動や構造の歪みに敏感なので、不要な調整機構は除き、できるだけ強固な構造になるよう設計された。共鳴状態

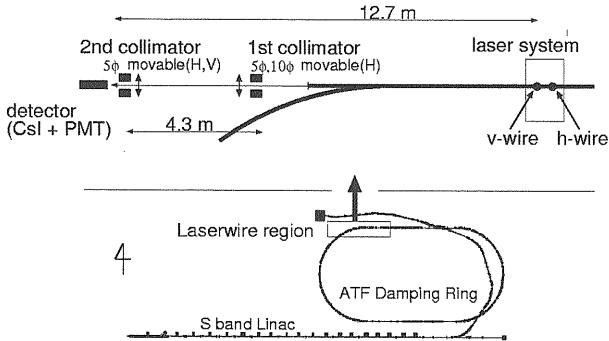


図 3.27: ATF ダンピングリングのレーザーワイヤーのレイアウト

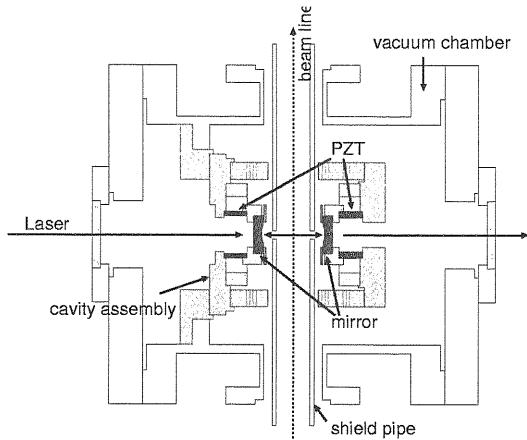


図 3.29: 共振器の構造

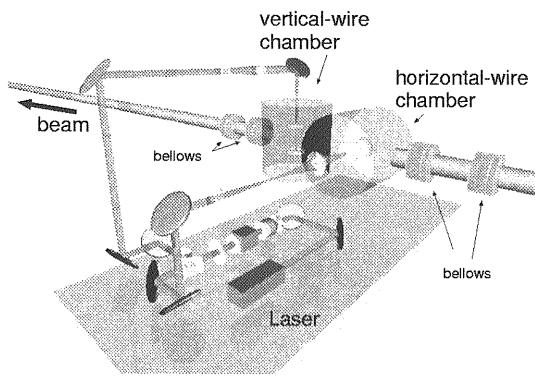


図 3.28: 光学セットアップ

を制御するために鏡の間隔を精密に制御する必要がある為、鏡はピエゾ駆動のヒンジ機構が備えられたホルダーに取り付けられている。共振器は真空チャンバーの外で組み上げられ、調整、テストされた後にチャンバーに組み込まれる。ビームの軌道にはレーザー光用の穴が開けられたシールド用のパイプが挿入され、電子ビームには共振器の構造が影響を与えないようになされている。

3.5.2 光学共振器

光学共振器による強度増大

ここで、図 3.30 に示すような鏡 2 枚で構成した光学共振器にレーザー光を入射したときの実効強度の増大についてまとめる。

ここでは簡単のため 2 枚の鏡の光学的特性は同一とし、反射率を R_M 、透過率を T_M とする。また、共振器としての反射率を R_{cav} 、透過率を T_{cav} とする。入射パワーで規格化したとき、共振器内を伝搬しているパワーを全体で S とする。 $(S$ は各進行方向の成分

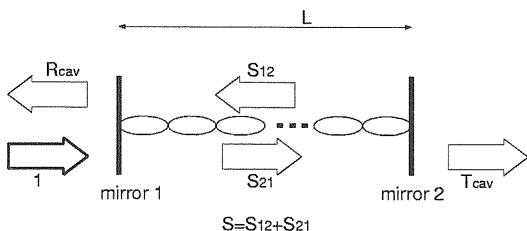


図 3.30: 共振器でのパワーの流れ

S_{12}, S_{21} の和である。) このとき、

$$T_{cav} = \frac{T_M^2}{(1 - R_M)^2 + 4R_M \sin^2 \frac{2\pi L}{\lambda}} \quad (3.47)$$

$$R_{cav} = (R_M + T_M) - \frac{T_M(1 - R_M^2 - T_M R_M)}{(1 - R_M)^2 + 4R_M \sin^2 \frac{2\pi L}{\lambda}} \quad (3.48)$$

$$S_{cav} = \frac{T_M(1 + R_M)}{(1 - R_M)^2 + 4R_M \sin^2 \frac{2\pi L}{\lambda}} \quad (3.49)$$

$$= \frac{1 + R_M}{T_M} T_{cav} \quad (3.50)$$

と表される。 λ はレーザー光の波長、 L は鏡間の距離である。これらは L の関数として周期 $\lambda/2$ で繰り返す共鳴関数の形状をしている。共鳴の鋭さ (フィネス, \mathcal{F}) を周期 (FSR) と共鳴の半値全幅 (fwhm) の比で次のように定義する。

$$\mathcal{F} \equiv \frac{\text{FSR}}{\text{fwhm}} = \frac{\pi \sqrt{R_M}}{1 - R_M} \quad (3.51)$$

透過パワーと蓄積されているパワーは比例関係にあるので、透過光を測定することにより、共鳴状態をモニターできる。また、フィネスから R_M が分かるので増大率が計算できる。

図 3.31 は共振器鏡の位置をピエゾ機構によって動かし共振器長を変えながら透過光を観測したものである。スパイク状に見えるピークが共鳴を表す。

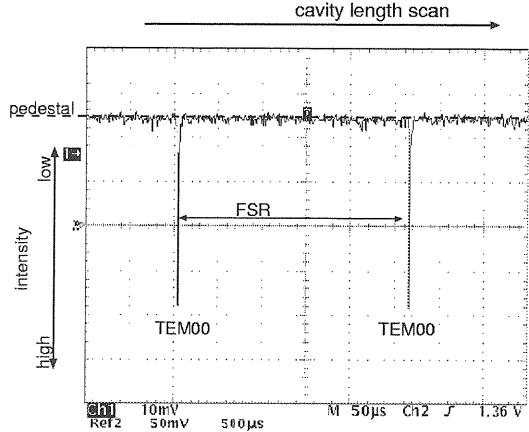


図 3.31:

光学共振器内部の光の形状

図 3.32 のように曲率半径 ρ の凹面鏡を向かい合わせに距離 L で配置して共振器を構成する。このとき、

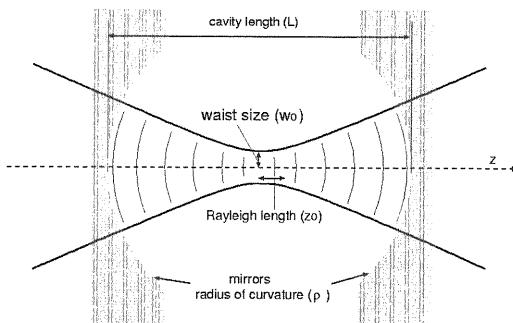


図 3.32: 共振器の形状

共振器内部に実現する光は式 3.20 の解のうち、鏡が導入する境界条件、

$$R(-L/2) = -\rho \quad \text{and} \quad R(L/2) = \rho \quad (3.52)$$

を満たさなければならない。この条件から

$$w_0^2 = \frac{\lambda}{\pi} \frac{\sqrt{L(2\rho - L)}}{2} \quad (3.53)$$

の関係が導出される。即ち、 L, ρ によってビームの径 (w_0) を決めることができる。入射されるレーザー光の形状に依らず、共振器内部では決まった形状が保証される。この特性はレーザーワイヤーとして使用する場合も含む。

3.5.3 測定例

電子ビームを測定する際、実際に観測されるサイズ σ_{meas} は、電子ビームのサイズ σ_e とレーザー光のサイズ σ_{laser} の両方からの寄与を含み、

$$\sigma_{meas} = \sqrt{\sigma_e^2 + \sigma_{laser}^2} \quad (3.54)$$

で表される。このため、小さなビームサイズを測定する際には σ_{laser} を精度良く知っておく必要がある。

レーザーサイズの測定

いくつかの方法で σ_{laser} ($= w_0/2$) を測定することができる。それらの測定結果は相互に一致しており、信頼性が高いため、レーザーサイズ程度の電子ビームの測定も可能になっている。

横モード位相の測定による方法 はじめに簡便な方法として、式 3.23 の位相を利用するものを紹介する。1 次 ($m+n=1$) の横モードの位相 (Φ) が共振器での位相の進みに与える影響は、

$$\Delta\Phi = \Phi(L/2) - \Phi(-L/2) \quad (3.55)$$

$$= \arctan(-L/2z_0) - \arctan(L/2z_0) \quad (3.56)$$

$$= \arccos(L/\rho - 1) \quad (3.57)$$

である。

共振器への入射が完全でない場合、図 3.33 のように TEM₀₀ モードの横に高次の横モードに対応するピークが観測される。ピーク間の距離 (共鳴条件のシ

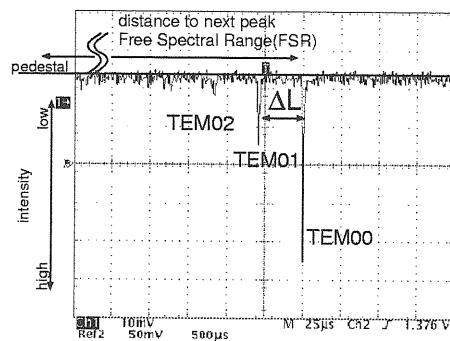


図 3.33: 高次モードピークの観測

フト) から

$$\Delta\Phi = \pi \frac{\Delta L}{FSR} \quad (3.58)$$

により $\Delta\Phi$ が測定され、

$$w_0^2 = \frac{\lambda}{\pi} \frac{\sqrt{L(2\rho - L)}}{2} \quad (3.59)$$

$$= \frac{\lambda L}{2\pi} \sqrt{\frac{1 - \cos(\Delta\Phi)}{1 + \cos(\Delta\Phi)}} \quad (3.60)$$

の関係より、 w_0 を求めることができます。

発散角の測定による方法 式 3.21 によると、焦点から十分離れたときの発散角 θ_0 は、

$$\theta_0 \equiv w(z)/z \approx \frac{\lambda}{\pi w_0} \quad (3.61)$$

の関係があるので、 θ_0 を測定することで w_0 を求めることができる。実際には、共振器透過光のスポットサイズが長手方向に変化する様子を測定して行う。

電子ビームによるウェストスキャンによる方法 電子ビームの衝突位置をわざとずらすことによって焦点近傍のレーザー光の長手方向のプロファイルを得ることができる。図 3.34 はレーザーシステムを X 方向にずらしながら Y 方向のビームサイズ測定を繰り返し行ったデータである。双曲線状に変化するレーザーサイズとサイズ一定と仮定した電子ビームの足し合わせと考えてこれをフィットすることにより、 σ_{laser} と σ_e が同時に求まる。

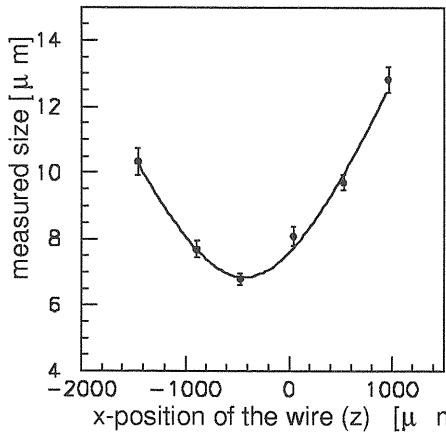


図 3.34: ウェストスキャンの結果

ビーム測定

コンプトン散乱の信号 我々のシステムでは、大きさ $70 \times 70 \times 300\text{mm}^3$ の純 CsI 結晶で光電子増倍管を用いてシンチレーション光を読み出している。2MHz の電子ビームの周囲に対して、信号は 10kHz 程度でイベントの重畠は無いと考えられるのでイベント毎にエネルギーを弁別し、コンプトン散乱のスペクトルで決まるエネルギー範囲のイベントを計数している。図 3.35 は衝突が起こっているときに観測されたエネルギー分布で、コンプトン散乱に対応するピークがはつきりと分かる。バックグラウンドの広いスペクトルはビームロスあるいは残留ガスとビームの散乱から生じている。

共振器の制御 共鳴を実現するには、共振器長を図 3.31 の細いスパイクに一致させなければならない。図 3.36 に示されるようなフィードバック制御を用いる。レーザー ON/OFF のデータを比較することでバックグラウンドの差し引きを行う必要があるため、実際

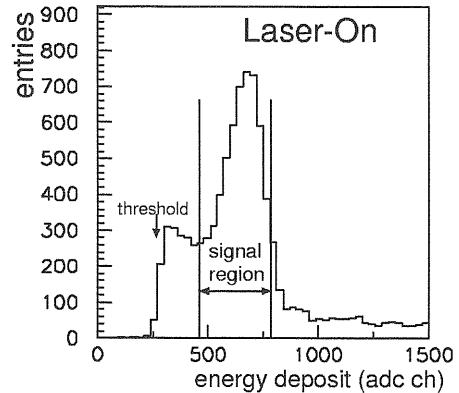


図 3.35: 信号のエネルギー分布

には共鳴付近でモジュレーションを加え、写真に見られるように ON/OFF の状態を行き来しながら同時にデータを取得している。

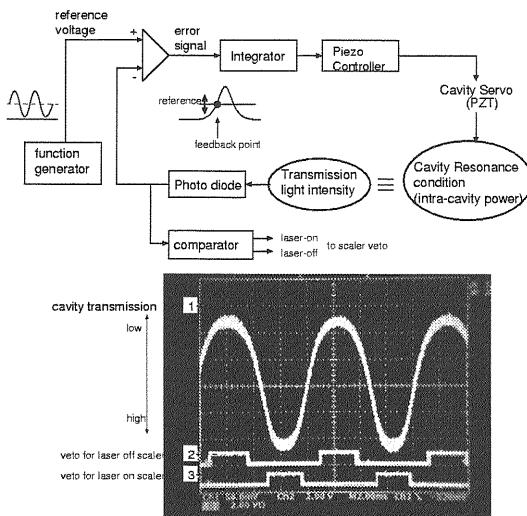


図 3.36: 共振器の制御

サイズ測定の例 カウントレートを測定しながら可動テーブルを用いてレーザーシステムを上下にスキャンして図 3.37 のようなビーム形状が得られる。これをガウス型の関数でフィットし、その RMS サイズ σ_{meas} からあらかじめ分かっている σ_{laser} の寄与を差し引いて電子ビームサイズ σ_e を得る。

3.6 レーザー干渉縞モニター

前節までに述べたレーザーワイヤーは、収束させたレーザー光のスポットを利用したモニターであった。回折限界のため、光を収束できるのはその波長程度が限界である。そこで、波長より小さな電子ビームサイズを測定する為にレーザー光を用いてつくる干渉縞

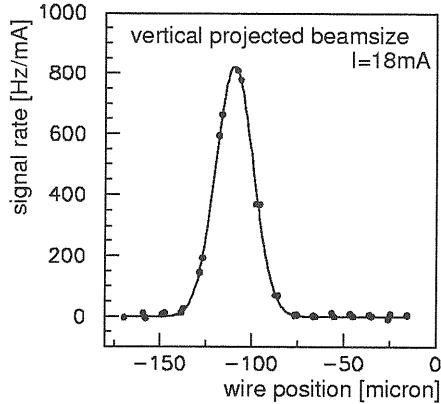


図 3.37: 測定例

を利用する手法が考案された [23][24][25]。

3.6.1 原理

図 3.38 に示すように、対向方向に進む直線偏光したレーザー光を空間的に重ね合わせると定在波が形成し、 $\lambda/4$ ごとに電場と磁場のピークが現れる。図のように磁場の向きが電子の進行方向である場合、電子は電場とのみ相互作用するので周期 $\lambda/2$ の光子標的として考えることが出来る。電子ビームをこの光子標的と衝突させ、コンプトン散乱されて超前方に飛ばされた高エネルギー光子を検出する。

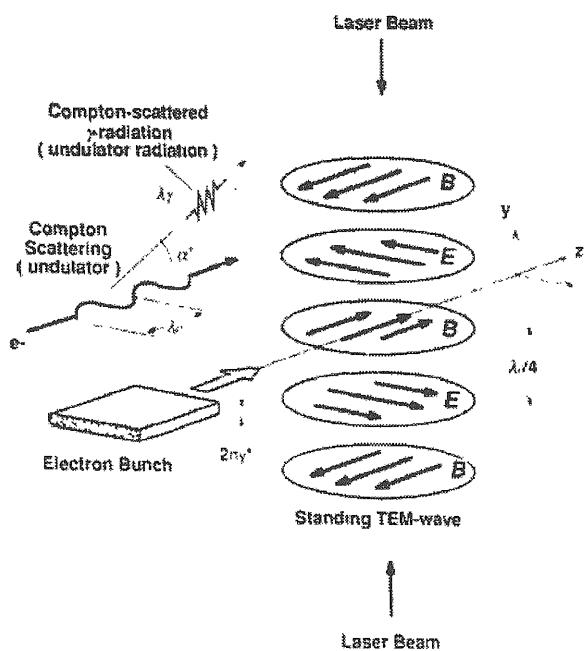


図 3.38: レーザー干渉縞の形成とビームの相互作用

干渉縞を用いたビーム測定の原理について図 3.39 で説明する。電子ビーム、あるいは干渉縞をスキャン

しながらコンプトン散乱信号の強度を測定する。電子ビームサイズが干渉縞間隔に比べて大きな場合は、スキャンの間信号強度はあまり変動しない。一方、ビームサイズが干渉縞間隔より十分小さい場合は、レーザー標的の光子密度構造に対応した変調が高いコントラストで観測されることになる。変調の大きさを測定することで、電子ビームのサイズを評価することが出来る。

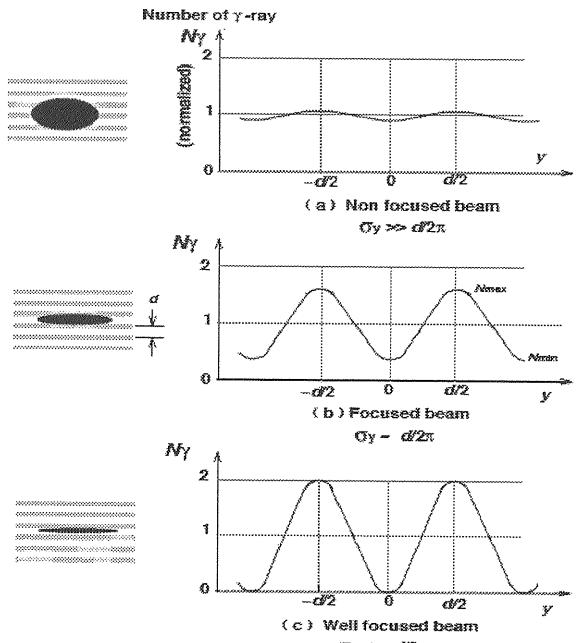


図 3.39: ビーム測定の原理

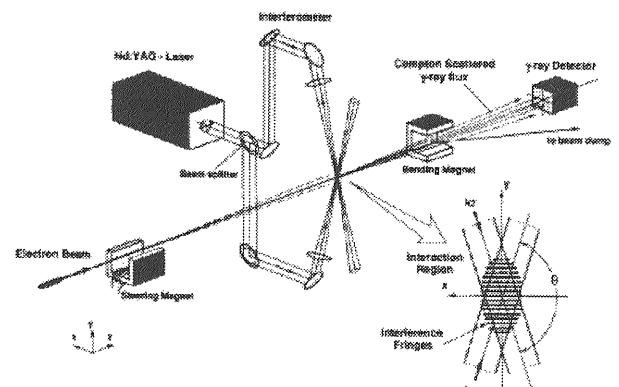


図 3.40: FFTB で開発されたレーザー干渉モニター

3.6.2 生成される干渉縞の計算

実際に FFTB で用いられた装置では、レーザーの重ね合わせは完全な対向方向ではなく有限の公差角がつけられていた。ここでは、有限公差角の場合に光

子標的はどのようになるのか導出する。

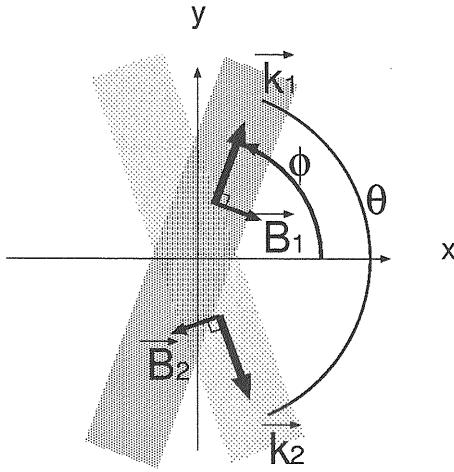


図 3.41: 2 光線の座標の定義

図 3.41 に示すように光線 1 と 2 が公差角 θ で重なっているとする。光は直線偏光しており、紙面の方向に磁場を持つ。波数ベクトル $\vec{k}_{1,2}$ をあらわに書くと、

$$\vec{k}_1 = \begin{pmatrix} k \cos \phi \\ k \sin \phi \end{pmatrix}, \quad \vec{k}_2 = \begin{pmatrix} k \cos \phi \\ -k \sin \phi \end{pmatrix} \quad (3.62)$$

であり、磁場の単位ベクトルは、

$$\hat{B}_1 = \begin{pmatrix} \sin \phi \\ -\cos \phi \end{pmatrix}, \quad \hat{B}_2 = \begin{pmatrix} -\sin \phi \\ -\cos \phi \end{pmatrix} \quad (3.63)$$

である。それぞれの光線の磁場は、

$$\vec{B}_1 = B \cos(\omega t - \vec{k}_1 \cdot \vec{r}) \hat{B}_1 \quad (3.64)$$

$$\vec{B}_2 = B \cos(\omega t - \vec{k}_2 \cdot \vec{r}) \hat{B}_2 \quad (3.65)$$

と書かれる。2つの場を重ね合わせたものは

$$\vec{B}_1 + \vec{B}_2 = \begin{pmatrix} 2B \sin \phi \sin(k_y y) \sin(\omega t - k_x x) \\ 2B \cos \phi \cos(k_y y) \cos(\omega t - k_x x) \end{pmatrix} \quad (3.66)$$

と書き下せる。ここで、 $k_x \equiv k \cos \phi$ 、 $k_y \equiv k \sin \phi$ である。

$\sin(\omega t - k_x x)$ あるいは $\cos(\omega t - k_x x)$ の部分は進行波を表しており、 $\sin(k_y y)$ 、あるいは $\cos(k_y y)$ の部分は定在波を表している。振幅を自乗し、時間平均を行うことで実効強度を求めると、

$$\langle B_x^2 + B_y^2 \rangle \quad (3.67)$$

$$= 2B^2 [\sin^2 \phi \sin^2(k_y y) + \cos^2 \phi \cos^2(k_y y)] \\ = B^2 [1 + \cos \theta \cos(2k_y y)] \quad (3.68)$$

となる。 $\langle \rangle$ は光の振動の位相については制御できないので時間平均をとることを意味する。

$\cos(2k_y y)$ の部分が干渉縞の周期を表す。y 軸方向に強度(光子密度)が縞構造となり、縞の間隔 d は、

$$d = \frac{\pi}{k_y} = \frac{\lambda}{2 \sin(\theta/2)} \quad (3.69)$$

となることが分かる。 $\theta = \pi$ (対向方向)のとき縞のピッチが最も細かく $d = \lambda/2$ である。角度が浅くなるに従って縞のピッチが荒くなり、 $\theta \rightarrow 0$ で $d \rightarrow \infty$ となる。

また、 $\cos \theta$ の部分は縞のコントラストを表し、 $\theta = \pi$ のとき 100% であるが、 $\theta = \pi/2$ のときは 0% となり干渉模様は無くなる。 $\theta = 0$ のときは再び 100% である。

公差角度を変えることで、干渉縞間隔を変更することが出来る。同じレーザーを用いながら、測定するビームのサイズに応じて感度が最適になるように干渉縞間隔を設定することが出来ることを意味し、有限公差角を使用する利点である。一方、公差角 π の時に比べて縞のコントラストが少し悪くなることに注意しておく必要がある。

3.6.3 ビームサイズの測定

ガウス分布型をしたビームを干渉縞標的に衝突させたときに得られる信号強度 N_γ を計算する。電子ビームの RMS サイズ(Y 方向)を σ_y とし、その重心位置を y_0 として、レーザー干渉縞標的の強度分布との重なりを次のように積分する。

$$N_\gamma \propto \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left[-\frac{(y - y_0)^2}{2\sigma_y^2}\right] (1 + \cos \theta \cos 2k_y y) dy \quad (3.70)$$

$$= N_0 [1 + \cos(2k_y y_0) \cos \theta] \exp[-2(k_y \sigma_y)^2] \quad (3.71)$$

ビーム位置あるいは干渉縞をスキャンしたときの信号の最大、最小をそれぞれ N_+ 、 N_- とすると、

$$N_\pm = N_0 [1 \pm \cos \theta \exp[-2(k_y \sigma_y)^2]] \quad (3.72)$$

である。ここでスキャンしたときの信号のコントラストを表す量、モジュレーション深さ M を定義する。

$$M \equiv \frac{N_+ - N_-}{N_+ + N_-} \quad (3.73)$$

$$= |\cos \theta| \exp[-2(k_y \sigma_y)^2] \quad (3.74)$$

$$= |\cos \theta| \exp[-2(\frac{\pi \sigma_y}{d})^2] \quad (3.75)$$

直接に測定される量はこの M である。求めた M から σ_y を計算する式に直して書くと以下のようになる。

$$\sigma_y = \frac{d}{2\pi} \sqrt{2 \ln \left(\frac{|\cos \theta|}{M} \right)} \quad (3.76)$$

3.6.4 装置と測定例

干渉計テーブル

干渉計は縦向きに置かれた光学テーブル上に図 3.42 のように組み上げられた。レーザー光源は加速器トンネルの外に設置され、エネルギー 200 mJ、パルス長 10 nsec の YAG 基本波 (波長 1064nm) が outputされる。中心にはビームとの衝突点用の真空チャンバーが配置され、その内部にはレーザー光の位置合わせを行う為のスリットやビームタイミングを取るためのピックアップなどが入っている。

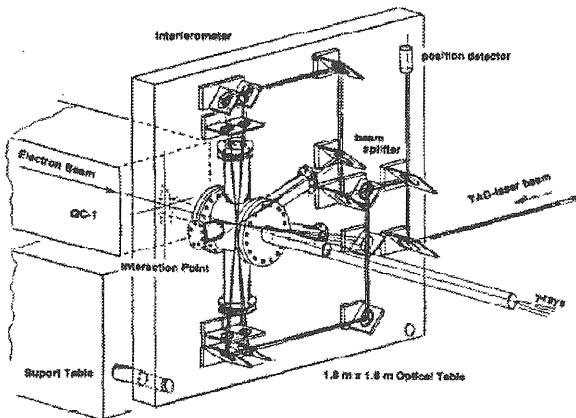


図 3.42: FFTB の干渉計のセットアップ

干渉計のモード切り替え

レーザー公差角度を変更することでビームに応じて干渉縞間隔を選択することができる。図 3.43 に示されるように、光学テーブル上の光路によって簡単に 3 パターンのモードの切り替えが可能なように設計されている。174 度モードと 30 度モードは Y 方向の干渉縞で、6 度モードは X 方向の干渉縞である。

各モードの感度

式 3.75 によって、電子ビームサイズによって M の値がどのように応答するかを計算できる。干渉計の 3 つのモードそれぞれの場合についての計算結果を図 3.44 に示す。最も感度の良い 174 度モードの場合、40 nm ~ 170 nm 程度のビームに対して感度があると考えられる。

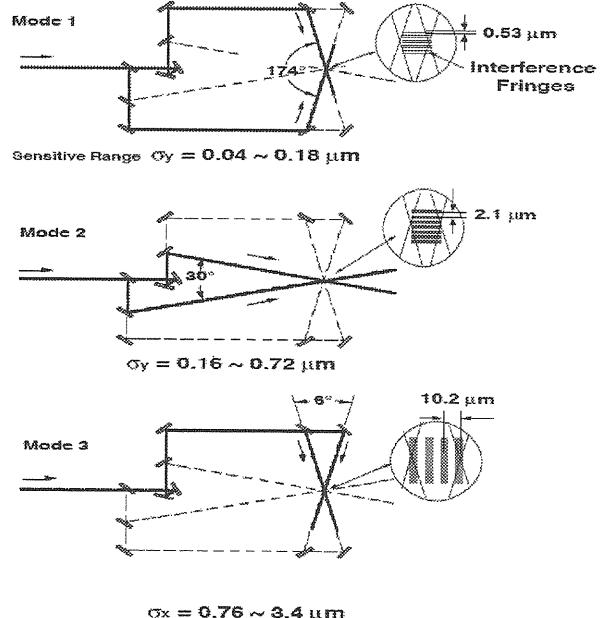


図 3.43: 干渉計のモード切り替え

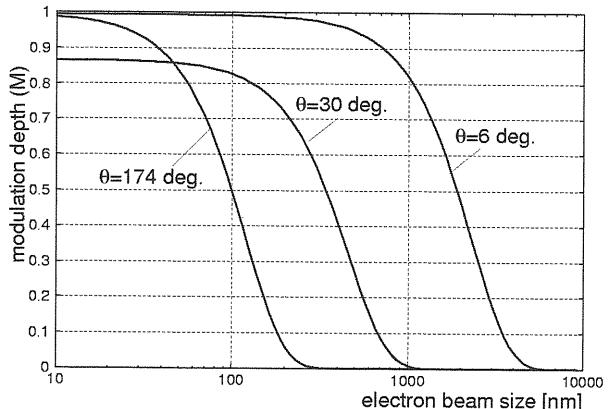


図 3.44: ビームサイズに対する感度 ($\lambda=1064 \text{ nm}$)

更に感度を向上させるには、レーザーの波長を短くすることが考えられる。YAG2 倍波 (波長 532 nm) の場合の同様の計算結果を図 3.45 に示す。

測定例

図 3.46 は FFTB でのデータの例である。ビームを動かしながらコンプトン散乱の強度を測定し、縞模様が測定された。これをフィッティングして M を求め、ビームサイズに換算される。図 3.46 の下のプロットは、3 時間の間に渡って、連続的に 17 回この測定を繰り返した結果の統計である。安定して約 70 nm のビームサイズが実現されたことを示している。

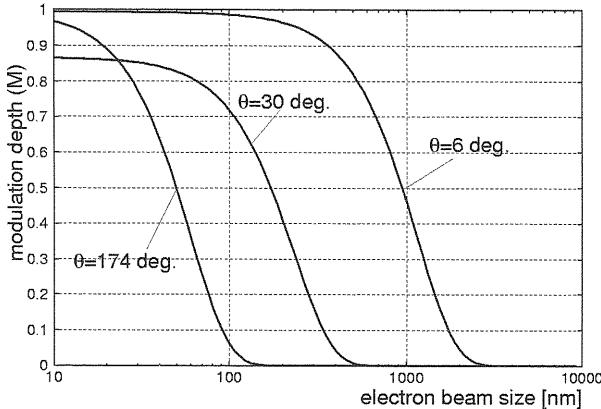


図 3.45: ビームサイズに対する感度 ($\lambda=532 \text{ nm}$)

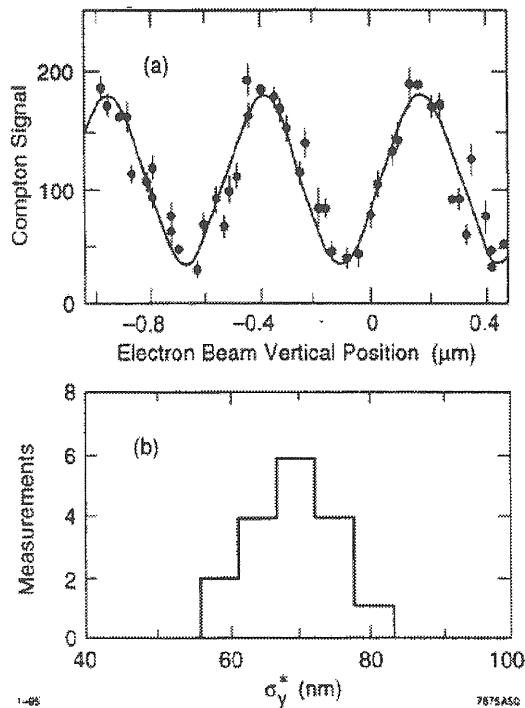


図 3.46: FFTB での測定例

3.6.5 系統誤差についての考察

ここでは、その他に干渉計を設計する際に気をつけなければならないことについて簡単に触れておく。

レーザースポットサイズの影響

衝突点でのレーザービームサイズは電子ビームの光学設計を考慮して設計しなければならない。とくに収束点でのベータ関数 β_0 は、焦点から β_0 だけ離れるとき電子ビームサイズが $\sqrt{2}$ 倍だけ拡大することを意味する量である。最終収束では、極小サイズの電子ビームを実現するために β_0 が非常に小さく設計されている。Y 方向の β_0 の値は ILC では数百 μm 、ATF2 の

場合、約 100 μm である。

このモニターでは、レーザーサイズ程度の範囲の領域での平均的な電子ビームサイズが測定されることになる。仮にレーザーのビームサイズが β_0 より大きい場合、図 3.47 を見て分かるように実際の電子ビームサイズよりも大きく評価してしまう可能性がある。このため、 $w_0 < a \text{ few} \times \beta$ の条件を満たすように衝突点でのレーザーサイズを設計しておく必要がある。

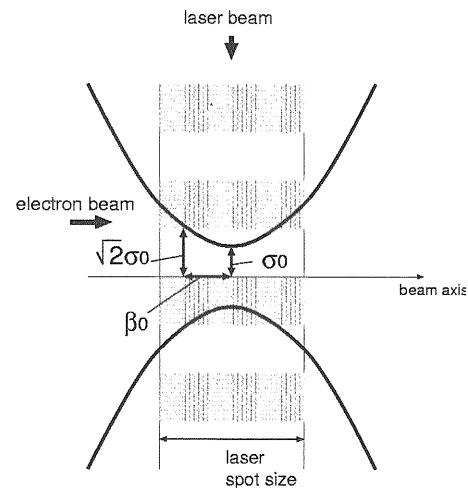


図 3.47: レーザースポットサイズと焦点付近の電子ビームの重なり

光量バランスによる影響

2 つの光の強度バランスが崩れた場合、干渉縞のコントラストにどう影響するか考察する。

光路 1 のパワーを P_1 、反対方向の光路 2 のパワーを P_2 とする。振幅はそれぞれ $\sqrt{P_1}$ 、 $\sqrt{P_2}$ であるから、それぞれの磁場ベクトルは、

$$\vec{B}_1 = \sqrt{P_1} \cos(\omega t - kr) \quad (3.77)$$

$$\vec{B}_2 = \sqrt{P_2} \cos(\omega t + kr) \quad (3.78)$$

と表される。

これらの重ね合わせの強度の時間平均を計算し、

$$\langle |\vec{B}_1 + \vec{B}_2|^2 \rangle \propto P_1 + P_2 + 2\sqrt{P_1 P_2} \cos(2kr) \quad (3.79)$$

が得られる。干渉縞のコントラストは

$$\text{contrast} = \frac{2\sqrt{P_1 P_2}}{P_1 + P_2} \quad (3.80)$$

となり、 $P_1 = P_2$ の場合に contrast=1 で、 $P_1 = 2P_2$ であっても contrast=0.943 である。光量バランスが多少崩れても大きく影響しないことが分かる。

おわりに

あとがき

ナノビーム測定という題名でしたが、実際は空洞BPMとレーザーワイヤー等についての動作原理と開発研究を簡単にまとめたような記事になりました。

実際にこれらの装置を開発し、使用していくには、もっと現実的なノウハウが必要になるでしょう。例えば、BPMの分解能を実証するときに用いられる精密ムーバーステージの設計やデータの相関解析と補正法、レーザー光路の調整やタイミングの安定化等も重要な技術です。ビームの位置を測る場合でも、数ナノメートルの世界に入っていくと何を基準として測定してなのかを常に意識しなければなりません。BPM自身の位置の安定性や電磁石との相対位置の関係もモニターする必要があるうえ、そのモニター自体も常に疑ってかかるべきです。温度や振動などの環境の安定化も重要です。

ここで紹介したひとつひとつの技術は、決してリニアコライダーあるいは加速器の分野だけで必要になる特殊な技術では無いと思います。他にも応用ができるはずですし、逆に他分野で培われてきた技術を応用することも可能でしょう。様々なアイデアを盛り込みながら総合的に良い測定が出来るようにするのは、我々の腕の見せ所ではないでしょうか。

謝辞

横谷馨教授にはこの原稿を書く機会を頂きました。ビームの運転を通じて数多くのことを学ばせて頂いたATFのスタッフと共同研究者の皆さんに感謝します。本稿で紹介した各モニターの専門家の方々、浦川順治教授、早野仁司助教授、東京大学物性研究所の阪井寛志氏、東京大学の末原大幹氏、中村友哉氏、東北学院大学の井上洋一氏には原稿に目を通して頂きました。奥木敏行氏、原子力研究所の長谷川豪志氏には校正についてお世話になりました。この場を借りて感謝します。

参考文献

- [1] M. Ross, "ILC Instrumentation and Feedback", ILC school web page, '<http://cocoa.kek.jp/ilcschool/index.html>'
- [2] ILC Wiki web page, '<http://www.linearcollider.org/wiki/doku.php>'
- [3] "ATF2 Proposal" KEK Report 2005-2.
- [4] K. Iida *et al*, "Measurement of an electron-beam size with a beam profile monitor using fresnel zone plates", Nucl. Instr. Method A 506 (2003) p41-49.
- [5] T. Slaton *et al*, "Development of nanometer resolution C-band radio frequency beam position monitors in the Final Focus Test Beam", KEK Preprint 98-145.
- [6] V. Balakin *et al*, "Experimental Results from a Microwave Cavity Beam Position Monitor", Proc. of the 1999 PAC, New York (1999).
- [7] S. Walston *et al*, "Performance of a Nanometer Resolution BPM System", Proc. of the 2006 EPAC, Edinburgh (2006)
- [8] Z. Li *et al*, "Cavity BPM with dipole-mode selective coupler", Proc. of the 2003 PAC, Portland, OR (2003)
- [9] 赤井和憲, "RF システム", OHO'94
- [10] M. Ross, J. Frisch *et al*, "RF Cavity BPM's as Beam Angle and Beam Correlation Monitors", PAC 03: Proceedings. v.4. pp. 2548-2550.
- [11] T. Shintake, "Development of Nanometer Resolution RF-BPMs", KEK-PREPRINT-98-188, Nov 1998.
- [12] 阪井寛志, "ビーム計測", OHO'02
- [13] Siegman, "LASERS", University Science Books
- [14] A. Yariv, "Optical Electronics", Holt, Rinehart and Winston, (New York, 1991), 4th ed.

- [15] G. Blair *et al* “Proposing a Laser Based Beam Size Monitor for the Future Linear Collider”, Presented at PAC 2001, Chicago, Illinois, 18-22 Jun 2001.
- [16] R Alley *et al*, “A laser-based beam profile monitor for the SLC/SLC interaction region” NIM A 379 (1996) 363-365.
- [17] Zemax Development Corporation.
<http://www.zemax.com>’
- [18] J. Wyant “Basic Wavefront Aberration Theory for Optical Metrology”, Applied Optics and Optical Engineering, Vol 11, Academic Press (1992).
- [19] ニコラ デル, ,
<http://www-pnp.physics.ox.ac.uk/~delerue/laserwire/>’
- [20] Y. Honda, K. Kubo *et al*, “Achievement of ultra-low emittance beam in the ATF damping ring”, Phys. Rev. Lett. 92, 054802 (2004)
- [21] H. Sakai *et al* “ Performance studies of a laser wire beam profile monitor”, Jpn. J. Appl. Phys 41 (2002) 6398.
- [22] Y. Honda *et al* “Upgraded laser wire beam profile monitor”, Nucl.Instrum.Meth.A538:100-115,2005
- [23] T. Shintake, “Proposal of Nano-meter Beam Size Monitor for e^+e^- Linear Colliders”, NIM A311, 453-464 (1992).
- [24] P. Tenenbaum and T. Shintake, “Measurement of Small Electron Beam Spots”, SLAC-PUB-8057, February 1999.
- [25] T. Shintake *et al*, “Experiments of Nanometer Spot Size Monitor at FFTB using Laser Interferometry”, SLAC-PUB-9960, May 1995.