電子銃の種類と特徴

1. はじめに

電子銃は電子ビームの供給源である。用途により形状は多様であるが、電子を放出する陰極の種類と、電子を加速する電場の種類によって大別される。まず陰極は電子を取出す方法によって次の3種類に分かれる。

① 熱陰極
② 光陰極
③ 電界放出陰極

陰極から出た電子はエネルギーが低いので、陽極の穴を通るまでの空間で加速する。その加速電場には、①DC電場と②高周波電場を使う2種類の方法がある。加速器では殆どの場合、DC電場は50kV～500kVの領域で使用される。大電流ではビーム集束機能を持つ幾何学形状の電極を使うPieas型電子銃が一般的に使用される。一方、高周波電場で加速する場合は、1.5波長型の高周波空洞を使うことが多い。加速電界が極端に高い場合を除けば、電子銃の加速技術はほぼ確立している。

これら全ての組合せが考えられるが、加速器の電子源として最もよく用いられているのは、下の表に載せた①番の熱陰極とDC電場、及び④番の光陰極と高周波電場の組合せである。この表に載せた名称は便宜上に付けたもので、必ずしも一般的でない。

ビームの低エミッタンス化は世の常で、レーザードライブの光陰極電子銃が注目されており、そこで使う光陰極とレーザーの開発が大きな課題となっている。

Table 1 陰極と加速電場の組合せ

	DC電場	高周波電場
熱陰極	①.熱陰極電子銃	②.熱RF電子銃
光陰極	③.光陰極電子銃	④.光RF電子銃
電界放出陰極	⑤.電界放出電子銃	⑥.電界 RF 電子

1.1. 各種電子銃の特徴

各種電子銃の特徴を個別に概説する。

1.1.1. 熱陰極電子銃

最も広く使用されている実績のある電子銃である。低エミッタンスを必要としない多くの場合に使用されている。熱運動に伴う電子を源としているため、超低エミッタンスのビーム源には向かない。

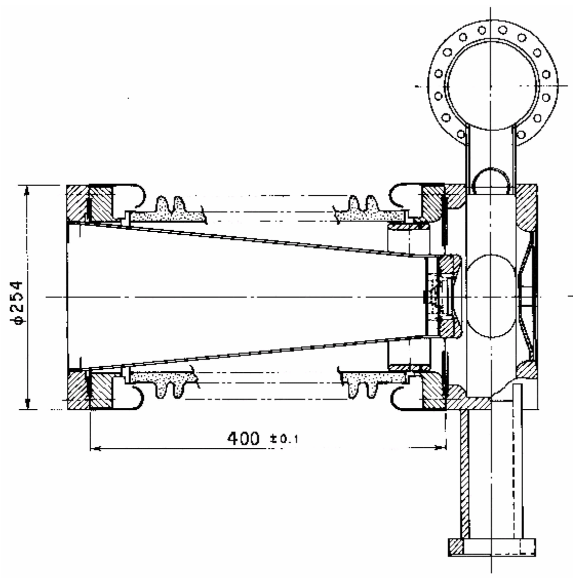

図 1.1 熱陰極電子銃の断面図。陰極に負の高電圧を印加し、陽極まで加速された電子は、そこの穴を通って右側に出て行く。

1.1.2. 熱RF電子銃

バンチしたMeV程度のビームが容易に得られるので、ビームの質を問題としない場合に、しばしば使用される。DCの加速電源やRFのバンチャー等を用いないため、装置が簡便になる利点がある。

熱陰極と高周波電場を組合せた熱RF電子銃には、バック衝撃という欠点がある。これは陰極から引き出され途中まで加速された電子の一部が、高周波位相の加速電場の極性反転に伴い後方に加速され、陰極をたたく現象である。

バック衝撃の総量が少ない場合は問題にならない。しかし、長パルスや大電流の電子銃では、放出電流の変動と陰極の寿命が短くなる問題を生じる。

1.1.3. 光陰極電子銃

光陰極と DC 電場の組合せである。最も広く使用されている実績のある電子銃である。加速に高電界の高周波空洞を使用しないので構造が簡単で、超高真空も実現し易い。しかし反面、加速電圧が高周波空洞よりも低く、エミッタンス増加を抑制するには不利である。低エミッタンスを追求するには、DC の加速電圧を最大限に上げることが必要となる。

また数十ピコ秒のパルス幅のビームを取り出すので、高周波のバンチャが別途必要になる。

1.1.4. 光 RF 電子銃

光陰極と高周波電場の組合せである。照射するレーザーのパルス幅が、加速高周波の波長よりも十分に短いので、バック衝撃の問題が発生しない。バック衝撃を起こす電子は、加速電界の位相が、加速から減速に反転する直前の加速位相で発生した電子である。この部分の位相で電子が取出されなければ、バック衝撃は起こらない。

加速電界ゼロのときを高周波位相をゼロとし、増加する方向に位相をとると、光 RF 電子銃では 40 度～60 度の位相（タイミング）でレーザーを照射する。引き出されたパルスビームは、位相により加速電界の強さが異なり、時間的に後に発生した電子ほど高い電界で加速される。そのために速度差が生じ、パルス幅が圧縮される。

図 1.4 KEK ATF の RF 電子銃。RF 加速空洞の出口側のやや斜め方向からレーザー光を入射する。

数ナノクーロンのバンチを数 MeV まで加速し、パルス運転で実用化されている。陰極の寿命は長いとは言いがたいが、実績のある電子銃である。1.5 波長型の高周波空洞で加速とバンチングを同時に行う。高電界（～100MV/m）で加速するためエミッタンス増加が抑えられる利点もある。ただし超高真空を実現するのは困難である。陰極として CsTe が実用化されているが、超高真空を要する GaAs 系の陰極には不向きであると考えられている。

1.1.5. 電界放出電子銃

陰極に高電界を掛けるだけで電子を引き出すため、①常温あるいは低温の電子を利用できる。②超高真空を必要としない。また高温部がなくレーザーも使わないので、③構造が単純になるといった利点がある。

カーボンナノチューブ（CNT）の発見で実用化が期待されているが、陰極を含めまだ試験段階である。我々の所では、ナノ秒のパルスビーム試験をおこなっており､直径数 mm の CNT 陰極から、～1A(最大放出電流密度 9A/cm^2) の値を得ている。また小陰極(～0.1mm^2) の場合であるが、DC ビームで 30A/cm^2 を上回る値も得られている。

CNT 陰極は実用化の一歩手前まできた（と筆者は考えている。）

図 1.5 KEK の CNT 陰極電子銃。グリッドの下に黒い CNT の陰極部が見える。

1.1.6. 電界放出 RF 電子銃

電界放出陰極の場合は、電界に対して指数関数的に放出電流が増大する。従って電界の低い位相では電子が殆ど出ず、バック衝撃の問題が緩和される。加速周波数にその高調波を加えて、更にこ

の問題を改善する案が提案されているが、まだその有用性は実証されていない。

レーザーと併用する可能性も考えられる。レーザーを（CNT に）照射し、ある特定の準位の電子のみを選択的に基底状態から固有の励起状態に励起できれば、トンネル効果で取出される電子のエネルギーが単一になる。超高真空を必要としないであろうから、これに成功すれば、超低エミッタンスの RF 電子銃が実現する（と筆者は期待している）。

2. 陰極の種類と特徴

電子は、常温では物質の内部に安定に存在し、外部に飛び出してこない。物質の表面に電子の放出を妨げる正のポテンシャルが存在するためである。そこで電子を取出すためには、このポテンシャル障壁を何らかの方法で越えさせなければならない。その方法の違いにより、陰極は熱陰極と光電子陰極および電界放出陰極の 3 種類に分かれる。

2.1. 熱陰極

熱陰極の場合は、陰極をヒーターで 1000℃～2000℃に熱することにより、陰極の中にある電子の熱運動を活発にする。するとポテンシャル障壁を越えるのに必要な運動エネルギーを得る電子の数が増加し、陰極表面から真空側に飛び出してくる数も増加する。この性質を利用した陰極である。

最も広く使用されている種類の陰極である。多孔質金属を基体とし、そこに周期律表 II 族の物質を含ませて陰極とし、ヒーターとグリッドを備えた一体型の陰極が市販されている。常に内部から自動的に陰極物質が補充されるため、イオン衝撃に強く、超高真空を必要とせず、寿命が 1 年以上と長いことが、使いやすい理由である。この種の陰極は、放出電流密度が高く（～10A/cm^2）、仕事関数が低いので、低い温度（1,000℃）で使用可能である。

LaB_6, CeB_6 の単結晶も熱陰極である。使用温度がそれぞれ 1500℃、1,700℃と高いが、電流密度が高く（20～40A/cm^2）、イオン衝撃に強いので使用しやすい。イオン衝撃でダメージを受けても、暫くすると回復する特性があり、DC 電子銃など 10^{-6}Pa 台の真空でも使えるようである。これも傍熱ヒーターを備えた市販品がある。

図 2.1　ヒーターとグリッドを備えた一体型陰極

Table２　代表的な陰極物質の特性 [1)]

陰極物質	仕事関数 (eV)	T_e (℃) *	A(A/cm^{2}K^2) **	比抵抗 (Ω・cm)
CaO	1.78	1542	10^{-2}	2.8 (800℃)
SrO	1.43	1430	10^{-3}	18 (800℃)
BaO	1.25	1128	10^{-2} - 10^{-1}	4.6 (800℃)
ThO_2	2.78	2200	2.5 - 160	0.65 (800℃)
W	4.54	2560	60 - 100	5.5×10^{-6} (20℃)
LaB_6	2.69	1610	29 - 120	1.5×10^{-5} (20℃)
CeB_6	2.73	-	3.6, 580	2.9×10^{-5} (20℃)
TiC	3.32	2000	2.5	5.3×10^{-5} (20℃)
ZrC	3.389	2240	0.2 - 140	6.2×10^{-5} (20℃)

＊ T_e：蒸気圧が 10^{-5}Torr になる温度、　** A：Richardson 定数の測定値

2.2. 光陰極

光陰極は、光電子を利用するものである。照射するレーザー光のエネルギーを物質中の電子が吸収し励起される。励起された電子のエネルギーが、ポテンシャル障壁よりも高ければ、光電子として真空側に放出される。

レーザー光の時間と空間的な構造を変えることにより、電子ビーム時間と空間の構造を自由に制御できるところが強みである。レーザーは極短パルスが得意である。数十ピコ秒以下の極短パルスビームを得ることが出来るのが、その陰極の特徴のひとつである。加速電場を高周波電場にすれば、電荷量が数ナノクーロンで、時間幅が十ピコ秒以下のバンチを数 MeV まで加速することもできる。

光 RF 電子銃で使用している CsTe は高い量子効率(1〜10%)を有し、10^{-7}Pa 台の真空でも実用的に使えるようである。しかし使用中に陰極を自動的に再生する機能はないので、定期的に使用を止め、連結された別の真空槽で再生する作業が必要になる。

負の電子親和力（NEA）状態にした結晶表面からトンネル電流として真空中に電子を取出す陰極の場合は、物質中の電子準位がポテンシャル障壁よりも高い（NEA）ため、大きな量子効率が期待される。また（スピンの偏極している）ある特定の準位の電子のみを選択的に励起し、(偏極)光電子として放出させるものである。選択的に励起された電子は、単一エネルギーを持つので、極低エミッタンスの電子源として注目されている。この陰極の欠点は、陰極をイオン衝撃から守るために、超高真空を要することである。

Table３　量子効率の高い代表的な陰極の特性 [2)]

代表的な陰極	動作波長 (nm)	1A 生成に必要な PxQ.E. (Watt-%)	電子親和力	応答特性 (ps)
K_2CsSb	527	235	正 (PEA)	＜ 1ps
KCsTe	266	466	正 (PEA)	＜ 1ps
GaAs(Cs,F)	780	159	負 (NEA)	>20−40ps

2.3. 電界放出陰極

電界放出陰極は、前の２種類の陰極と異なり、電子にエネルギーを与えるのではなく、トンネル効果を利用してエネルギー障壁を通過させるものである。陰極表面に強い加速電場を掛けることにより、ポテンシャル障壁そのものを押し下げる方法である。

陰極面が平坦では、トンネル効果が有効になる程の強電界を発生させることは困難であるが、針のように尖った CNT の場合には、先端に電界が集中するので、外部から印加する電界が 1MV/m の低い値でも電子放出が始まる。グリッド付の三極管型電子銃の場合、0.2mm のグリッド・陰極間に 200V を掛ければ、この値が達成される。電子の放出密度も、他の種類の陰極と遜色ない $10A/cm^2$ に近い値が得られている。これは十分に実用的な値である。

CNT 陰極については､別に詳細な解説があるので、そちらを見ていただきたい。

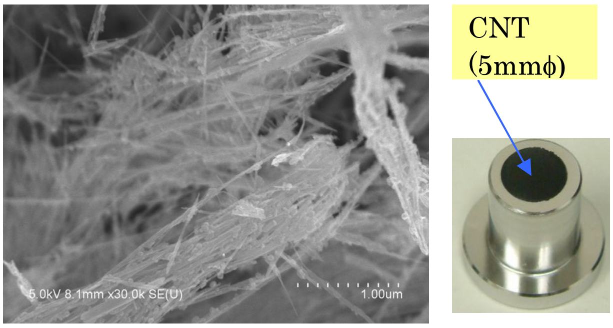

図 2.3　乱雑な束になった CNT の SEM 像と、CNT 陰極の例(右)。黒い部分が CNT の集合

以下では、電子銃に関係する基礎な事項を解説する。

3.　電子放出の種類と特徴

電子は、常温では物質の内部に安定に存在し、外部に飛び出してこない。物質の表面に電子の放出を妨げる正のポテンシャルが存在するためである。そこで電子を取出すためには、このポテンシャル障壁を何らかの方法で越えさせなければならない。その方法の違いにより、陰極は熱陰極と光電子陰極および電界放出陰極の３種類に分かれることは、既に述べた。

以下では、まず電子放出に共通する部分を説明し、後に個々の場合について検討する。簡単のために、金属の伝導電子を理想フェルミ気体とするモデルに基づいて議論をする。

陰極の真空側を z 軸の正の方向に取り、単位時間内に単位表面に到達する電子の内、z 方向の運動量成分 p_z を持つ電子の数を $n(p_z)$ とする。また p_z の電子が表面のエネルギー障壁を通過する確

率を $P(p_z)$とすれば、金属の表面から真空側へ単位時間に放出される電流密度I は、次のようになる。

$$I = e\int P(p_z)dn(p_z) \tag{3.1}$$

z 方向の運動量成分が $p_z \sim p_z + \Delta p_z$ の間にある電子のうち、金属の表面に到達する電子数を$\Delta n(p_z)$とすれば、 これは、この量子状態の状態密度$D(p_z)$ と各量子状態に存在する粒子数の平均値をあらわす分布関数 $f(\varepsilon)$の積で与えられる。

$$\begin{aligned}\Delta n(p_z) &= D(p_z)f(\varepsilon)\Delta p_z \\ &= \frac{2}{h^3}\frac{p_z}{m_e}\Delta p_x \Delta p_y \Delta p_z f(\varepsilon)\end{aligned} \tag{3.2}$$

ここで、hは Planck 定数で、m_eは電子の静止質量を表わす。

電子は Fermi 粒子であるから、$f(\varepsilon)$は次の Fermi の分布関数で与えられる。

$$f(\varepsilon) = \frac{1}{\exp\{(\varepsilon-\mu)/kT\}+1} \tag{3.3}$$

ここで, μは Fermi 準位で、kは Boltzmann 定数、Tは絶対温度、εは電子の運動エネルギーである。

式(3.2)、(3.3)を式(3.1)に代入して、p_x, p_y, p_zについて積分すると

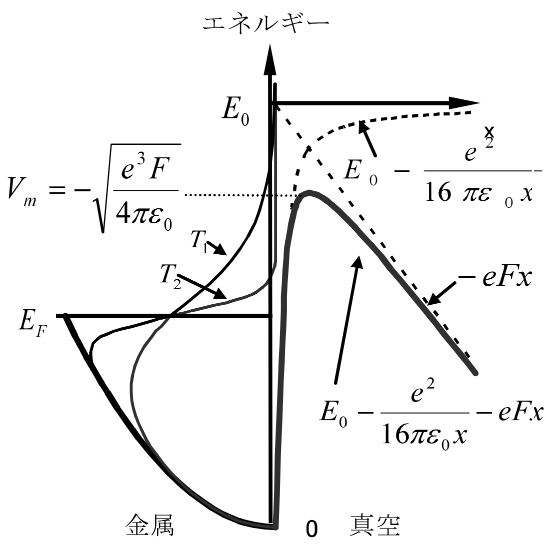

図 3.2　エネルギー準位図

$$I = \frac{2e}{h^3}\int_0^\infty dp_z \frac{p_z}{m_e}\int_{-\infty}^\infty dp_x \int_{-\infty}^\infty dp_y f(\varepsilon)P(p_z) \tag{3.4}$$

となる。$\varepsilon_z = p_z^2/2m_e$とすると、式（3.4）は次の様に表される。

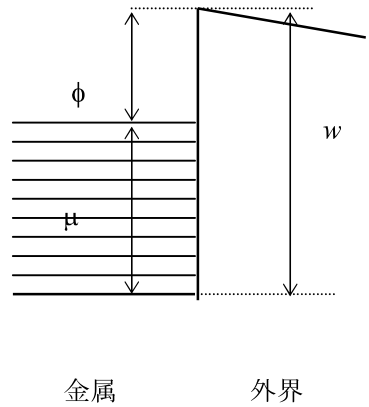

図 3-1 ポテンシャル障壁と伝導電子のエネルギー準位

$$I = \frac{4\pi e}{h^3}\int_0^\infty dp_z \frac{p_z}{m_e}\int_0^\infty p'dp'P(p_z) \left[\exp\left\{\left(\frac{p_z^2+p'^2}{2m_e}-\mu\right)/kT\right\}+1\right]^{-1} \tag{3.5}$$

この式が金属陰極から放出される電子ビームの電流密度を与える。

尚、固体中の電子は結晶の周期性の影響をうけ、状態密度 $D(\varepsilon)$ はバンド構造の複雑な形になるが、金属内の伝導電子の場合には近似的に理想 Fermi 気体として議論することができる。

3.1. 熱電子放出

最初に熱電子放出について考える。ポテンシャル障壁の高さを w とする階段型ポテンシャルの中にいる電子が、ポテンシャル障壁を透過する割合は、量子力学によると式(3.6)のようになる。

ポテンシャル障壁よりも大きな運動エネルギーを持つ電子でも、透過率は一般に 1 より小さい。ここではトンネル効果は相対的に小さいので無視する。

$$P(\varepsilon_z) = \begin{cases} \dfrac{4\left[(\varepsilon_z - w)\varepsilon_z\right]^{1/2}}{\left[\varepsilon_z^{1/2} + (\varepsilon_z - w)^{1/2}\right]^2} & ,(\varepsilon_z > w) \\ 0 & ,(\varepsilon_z < w) \end{cases} \quad (3.6)$$

陰極面に加速電場が存在する場合は、放出電流が増加する。この現象は、Schottky 効果と呼ばれており、次の様に解釈される。金属面から放出された電子と、その電荷により金属面に生じた影像電荷との間に Coulomb 力が働く。この力に対するポテンシャルは

$$-\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int_z^\infty \frac{e^2}{(2z)^2}dz = -\frac{e^2}{16\pi\varepsilon_0}\frac{1}{z} \quad (3.7)$$

と書ける。一方、外電場 F によるポテンシャルは $-eFz$ である。これらの効果は、総合するとポテンシャル障壁を $\chi F^{1/2}$ だけ低下させる。

$$\chi = \sqrt{\frac{e^3}{4\pi\varepsilon_0}} = 3.79\times10^{-5}\sqrt{e},\left[(eV\cdot m)^{1/2}\right] \quad (3.8)$$

よって電子放出の実郊的な仕事関数 ϕ' は、

$$\phi' = \phi - \chi F^{1/2} \quad (3.9)$$

となる。

式(3.5)に式(3.6)と式(3.9)を代入すると次の熱電子放出の電流密度が得られる。

$$\begin{aligned} I &= \frac{4\pi m_e ekT}{h^3}\int_w^\infty d\varepsilon_z \exp\left\{-\frac{\varepsilon_z - \mu}{kT}\right\}P(\varepsilon_z) \\ &= \eta AT^2 \exp\left(-\frac{\phi - \chi F^{1/2}}{kT}\right) \end{aligned} \quad (3.10)$$

上式は、$\eta = 1$ で $\eta = 0$ χ＝０のときに、Richardson – Dushman の式と呼ばれている。温度上昇に対し、指数関数の増加が支配的である。温度を上げると、熱電子の放出電流密度が指数関数的に増加することが分かる。

また三極管型電子銃で、陰極とグリッド間にかける電圧を下から上げていくと、最初は印加電圧を V とすると、$V^{3/2}$ に比例してビーム電流が増加する。このようになる理由は、4 節の空間電荷効果の所で説明する。V を更に上げると、ほぼ一定な状態に達する。この電流は(3.10)式の温度で決まる値である。V を更に上げると、わずかではあるがビーム電流がゆっくり増加する現象が観測される。これが Schottky 効果であるが、(3.10)式にはこの効果も含まれている。

なお上式の定数 A と η は、次のように書ける。η はポテンシャル障壁での電子の平均的な透過率に対応するもので、物質によって異なる 1 よりも小さな値である。

$$A = \frac{4\pi m_e ek^2}{h^3} = 120.4\left(Acm^{-2}K^{-2}\right) \quad (3.11)$$

$$\eta = 2\sqrt{\pi}\sqrt{\frac{kT}{w}} \quad (3.12)$$

3.2. 光電子陰極

次に、金属に振動数 ν の光を照射した場合の、光電効果による電子放出について考察する。この現象は、電子がエネルギー $h\nu$ の光子を吸収して、ポテンシャル障壁よりも高い状態に励起される場合に起こる。

励起後の光電子がエネルギー障壁を通過する確率とエネルギーの関係は次式で与えられる。

$$P(\varepsilon_z) = \begin{cases} 1 & ,(\varepsilon_z + h\nu > w) \\ 0 & ,(\varepsilon_z + h\nu < w) \end{cases} \quad (3.13)$$

ここでは簡単のために、ポテンシャル障壁による反射を無視した。
この透過率が 1 となるエネルギーの範囲が異なる以外は、熱電子放出の場合と全く同じである。 従って、陰極表面から単位時間に放出される光電子の電流密度 I は、式(3.5)より

$$\begin{aligned} I &= AT^2\int_0^\infty \log\left[1 + \exp(\delta - y)\right]dy \\ &= AT^2 f(\delta) \end{aligned} \quad (3.14)$$

となる。A は熱電子放出の式と同じ定数である。また δ と $f(\delta)$ はそれぞれ次の式で与えられる。

$$\delta = h(\nu - \nu_0)/kT \quad (3.15)$$

$$f(\delta) = \begin{cases} \displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n-1}}{n^2}e^{n\delta} & ,(\delta \le 0) \\ \dfrac{\pi^2}{6} + \dfrac{\delta^2}{2} - \left(e^{-\delta} - \dfrac{e^{-2\delta}}{2^2} + \dfrac{e^{-3\delta}}{3^2} - \cdots\right) & ,(\delta \ge 0) \end{cases} \quad (3.16)$$

図 3.3 に $f(\delta)$ のグラフを示そう。金属の光電効果の様子は、限界振動数 ν_0 の付近でこの理論によく合う。$\log\left(I/AT^2\right)$ と $\delta = h(\nu - \nu_0)/kT$ の

関係の曲線を Fowler プロットという。実測値をこの曲線に合わせ、仕事関数$h\nu_0$を求める。

近年スピンの偏極電子源として、レーザーによる光電子放出を利用した電子銃が開発されている。これは偏向したレーザー光を超格子の陰極に照射して、スピンの偏極しているある特定の順位の電子のみを選択的に励起し、偏極光電子として放出させるものである。この陰極物質は、状態密度が金属と異なるので、光電子の電流密度は式(3.14)と違ったものとなる。

選択的に励起された電子は、単一エネルギーを持つので、極低エミッタンスの電子源として注目されている。レーザー光の自由度によって、電子ビームの時間と空間の構造を変えられる。この点も低エミッタンス化に有利である。また数十ピコ秒以下の極短パルスビームを得ることが出来るのも、特徴のひとつである。欠点は、陰極をイオン衝撃から守るために、超高真空を要することである。

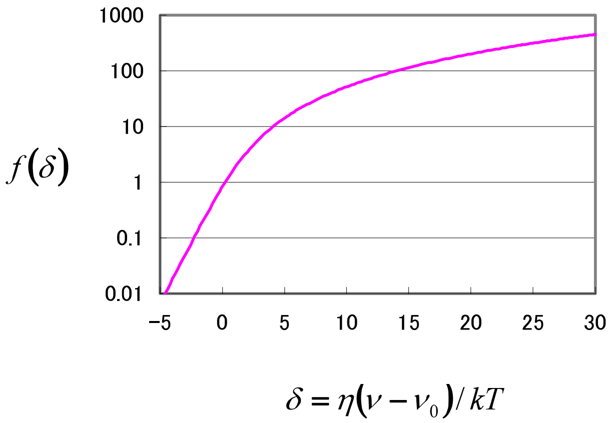

図 3.3　光電子電流の光子エネルギー依存性

3.3. 電界放出陰極

次に、陰極の外部に強い加速電場が存在する場合の電子放出について考察する。陰極近傍のポテンシャル障壁は Schottky 効果の場合と同様に、図 3.2 のように変化する。Schottky 効果はポテンシャル障壁の最大値がわずかに下がることに起因している。一方ポテンシャル障壁は、加速電場に比例して壁面から離れるに従って次第に下がる。加速電場が強くなると、この減少のために障壁そのものが薄くなり、トンネル効果で障壁を通り抜けて真空側に放出される電流が急激に増大する。

放出電流が、加速電界にどのように依存するかを計算してみよう。簡単のために、まず温度が T=0°K である場合について考察する。この場合、フェルミ粒子である電子は完全に縮体しているから、放出電流密度 I は、(3.5) 式から次のように書ける。

$$I = \frac{4m_e e\pi}{h^3}\int_0^{\mu}(\mu - \varepsilon_z)P(\varepsilon_z)d\varepsilon_z \qquad (3.17)$$

電子がポテンシャル障壁をトンネル効果で通過する確率 P は、WKB 近似をすると

$$P(\varepsilon_z) = \exp\left(-2\int_{z_0}^{z_1}\sqrt{\frac{2m_e}{\hbar^2}\{V(z) - \varepsilon_z\}}dz\right) \qquad (3.18)$$

となる。ここで$V(z)$は外電場のポテンシャルである。外電場Fが一様である場合は

$$V(z) = w - eFz \qquad (3.19)$$

と近似される。

以下では簡単のために、Schottky 効果のところで考慮した影像電荷の効果を無視する。すると、金属の単位表面から単位時間に電界放出される電流密度$I\left(A/cm^2\right)$は、

$$\begin{aligned} I &= \frac{e^3F^2}{8h\pi\phi}\exp\left(-\frac{4\sqrt{2m_e}}{3\hbar}\frac{1}{eF}\phi^{3/2}\right) \\ &= 154\times\frac{F^2}{\phi}\exp\left(-6.83\times10^3\frac{\phi^{3/2}}{F}\right) \end{aligned} \qquad (3.20)$$

となる。

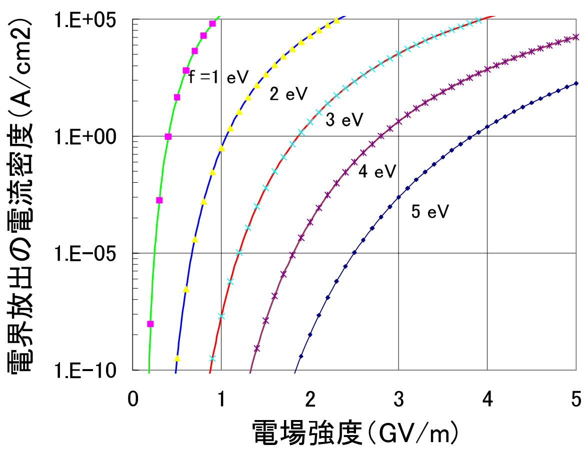

図 3. 4 電界放出電流の電場依存性

これは Fowler-Nordheim のトンネル電流の式と呼ばれている。上式の定数は、仕事関数と電界強度の単位をそれぞれ$\phi(eV), F(MV/m)$としたと

きの値である。図 3.4 にこの電流密度を図示する。図中の数字は仕事関数を表す。金属の仕事関数は数 eV であるから、トンネル電流が顕著になるのは電界強度が 100 MV/m 以上の場合であることがわかる。

強電場を得るために、先端の尖った物質を陰極に使用することが多い。最近はカーボンナノチューブ（CNT）が注目されている。CNT は直径が数ナノ～数十ナノメートルで、長さがマイクロメートル以上の細長いチューブである。化学的に安定である上に、機械的にも強靱であるため、最適な電界放出源であると期待されている。

一般的には金属表面は平坦でなく部分的に尖っているために、そこに電界が集中し電界強度が平均的な電界よりも強くなる。この場合には、電界増倍係数 β を導入して、電界強度 F (MV/m)を $F=\beta E$ とあらわす。すると Fowler – Nordheim のトンネル電流の式は次のように表される。

$$I=\frac{e^3\beta^2E^2}{8h\pi\phi}\exp\left(-\frac{4\sqrt{2m_e}}{3\hbar}\frac{1}{e\beta E}\phi^{3/2}\right)$$
$$=154\times\frac{\beta^2E^2}{\phi}\exp\left(-6.83\times10^3\frac{\phi^{3/2}}{\beta E}\right) \qquad (3.21)$$

この式の対数をとると

$$\log\left(\frac{I}{E^2}\right)=\log\left(\frac{e^3\beta^2}{8h\pi\phi}\right)-\left(\frac{4\sqrt{2m_e}}{3\hbar}\frac{\phi^{3/2}}{e\beta}\right)\frac{1}{E}$$
$$=\log\left(154\times\frac{\beta^2}{\phi}\right)-\left(6.83\times10^3\frac{\phi^{3/2}}{\beta}\right)\frac{1}{E}$$

となる。$x=1/E$ を変数として左辺の測定値をプロットすると、右辺は x の 1 次関数であるから、直線上に並ぶ。この直線の傾きから電界増倍係数 β がもとまる。この図を Fowler-Nordheim 図と呼ぶ。図 3.4 と同じデータを FN 図で表示したものが図 3.5 である。

このように電界放出電流は、FN 図に表わすと直線的に並ぶので、電界放出であるかどうか判断する基準の一つになっている。

この式は空間電荷が無視できる場合に成り立つ。空間電荷が無視できない場合は、空間電荷制限の項で議論する。

温度が有限な場合には、電界放射電流密度は、次のように変化する。

$$I(T)=I\left\{\left(\frac{\pi kT}{d}\right)/\sin\left(\frac{\pi kT}{d}\right)\right\} \qquad (3.22)$$

ここで、$d\approx\hbar eF/(8m_ew)^{1/2}$ である。式 (3.22) の｛　｝内の値は温度が上がると次第に大きくなる。従って温度が高くなると電界放出電流は増大する。

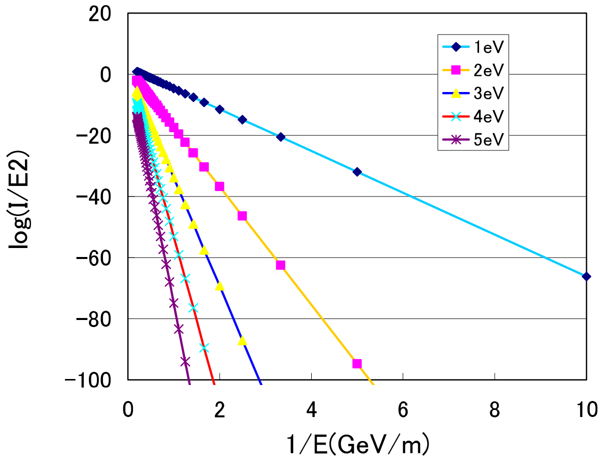

図 3.5　Fowler – Nordheim 図
$\phi=1\sim5eV,\beta=1$

4.　空間電荷効果

電子銃のビーム電流は、陰極だけでは決まらない。たとえ陰極に無限大の電子放出脳力があったとしても、電子銃から取出せるビーム電流は有限である。陰極から出た電子は加速されて陽極の穴を通って外に出て行くが、その間電子は陰極近傍に存在する。そのために、付近のポテンシャルを負の方向に押し下げる。その結果、電子ビームの密度が増大するにつれ、陰極から出た電子が空間電荷で陰極に押し戻される力が強くなる。そして終には、それ以上ビーム電流が増加しない状況になる。これを空間電荷制限状態という。

加速電圧が低くい場合は、空間電荷制限のために、電子銃のビーム電流が加速電圧によって決定される。この状況は、陰極の電子放出が最大値に達するまで続き、その後は陰極の能力で決まるほぼ一定な値になる。その最大電子放出電流密度は、陰極の種類で異なり、温度や光量あるいは電界によって変化する。その依存性は 3 章で説明した通りである。

以下では空間電荷制限電流の加速電圧依存性が、電子放出の種類により異なることを説明する。

(I) 熱陰極と光陰極の場合は、陰極面の電界が空間電荷効果でゼロになるまで電流が増加する。この場合には、加速電圧をVとすると、空間電荷制限電流が$V^{3/2}$に比例する。しかし

(II) 電界放出陰極の場合は、陰極面の電界がゼロでは電子放出が起こらない。従って陰極面の加速電界が有限な値まで減少したところで、最大電流となり、外部から加えた加速電界と空間電荷効果がつり合う。

このために(I)と(II) では、電子銃のビーム電流に対する外部から加えた加速電圧の依存性が異なる。

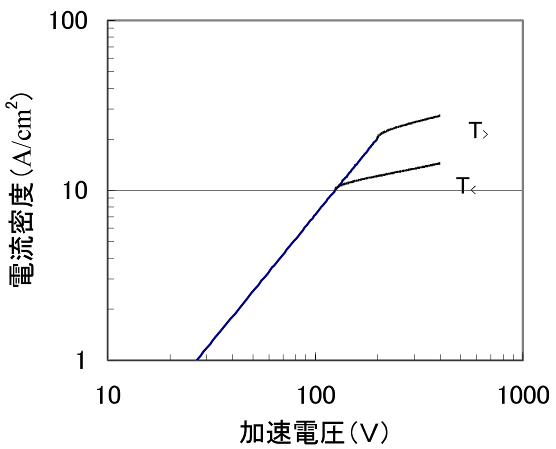

図 4.1　空間電荷制限電流の加速電圧依存性
（熱電子の場合、$V^{3/2}$に比例している。）

4.1. 空間電荷伝導

簡単のために、陰極と陽極が平行平板である場合について考えよう。定常状態を仮定する。陰極から一定な電子ビームが継続して放出されるとすると、空間にある電子密度の電荷が存在する。

放出電流は、この空間電荷の影響を受けて、最大電流が決まる。空間電荷密度$\rho(x)<0$と電子の速度$v(x)$、及び電位$\phi(x)$は全て 位置xの関数であるが、

$$i=\rho(x)v(x) \tag{4.1}$$

で与えられる電流密度（$i<0$）は x によらない。

まず、電位$\phi(x)$と電荷密度$\rho(x)$との関係は、次の Poisson 方程式で与えられる。

$$\varepsilon_0 \frac{d^2\phi(x)}{dx^2}=-\rho(x) \tag{4.2}$$

一方、陰極から出る電子の初速度を簡単のためにゼロと仮定すると、次のエネルギー保存則

$$\frac{1}{2}m_e v^2(x)=e\phi(x) \tag{4.3}$$

が成り立つ。(4.1), (4.2), (4.3) から$v(x)$と　$\rho(x)$を消去すると、次式が得られる。

$$\frac{d^2\phi(x)}{dx^2}=-\frac{i}{\varepsilon_0}\sqrt{\frac{m_e}{2e}}\ \frac{1}{\sqrt{\phi}} \tag{4.4}$$

上式の両辺に$d\phi/dx$を掛けて積分し、更に変数分離をすると、

$$\frac{d\phi(x)}{dx}=\left[\left(\frac{d\phi(0)}{dx}\right)^2+\frac{|i|}{\varepsilon_0}\sqrt{\frac{8m_e}{e}}\sqrt{\phi(x)}\right]^{\frac{1}{2}}$$

となる。ここで

$$a=-\left(\frac{i}{\varepsilon_0}\right)\left(\frac{8m_e}{e}\right)^{\frac{1}{2}},b=\left(\frac{d\phi(0)}{dx}\right)^2 \tag{4.5}$$

とすれば

$$\int\frac{d\phi(x)}{\left[a\sqrt{\phi(x)}+b\right]^{\frac{1}{2}}}=\int dx \tag{4.6}$$

と変数分離が出来る。更に

$$\phi(x)=y^2(x) \tag{4.7}$$

と変数を変換し、整理すると、$y(x)$に関する次の3次方程式が得られる。

$$a^3y^3-3a^2by^2+4b^3-\left(\frac{3a^2}{4}x-2b^{\frac{3}{2}}\right)^2=0 \tag{4.8}$$

この方程式により、空間電荷のつくる静電ポテンシャル$\phi(x)=y^2(x)$の形が決まる。次にエネルギー保存則の式から、電子の速度$v(x)$と空間電荷密度$\rho(x)$が決まる。さらに電位$\phi(x)$をxで微分すると、電界が得られる。これらの解から、陰極と陽極（又はグリッド）が平行平板で近似出来る電子銃の場合は、空間電荷効果の概要が理解できる。

4.2. 熱電子と光電子ビームの空間電荷伝導

熱電子場合は電子の放出電流密度が

$$I = \frac{4\pi m_e ekT}{h^3}\int_w^\infty d\varepsilon_z \exp\left\{-\frac{\varepsilon_z-\mu}{kT}\right\}P(\varepsilon_z) \tag{3.10}$$
$$= \eta AT^2 \exp\left(-\frac{\phi-\chi F^{1/2}}{kT}\right)$$

で与えられる。

$$\phi > \chi F = \sqrt{\frac{e^3}{4\pi\varepsilon_0}F} = 0.379[eV]$$
$$for\ F = 100MV/m$$

であるから、仕事関数を表わす指数関数の第１項が支配的である。Schottkey 効果を表わすの第２項は、通常の電界では小さいので、以下の議論では無視する。

熱電子と光電子はいずれも、陰極表面のエネルギー障壁よりもエネルギー準位の高い電子が、真空側に放出されたものである。この放出は、空間電荷効果により、陰極面の加速電場がゼロに減少するまで継続する。つまり空間電荷制限の条件式は

$$b = \left(\frac{d\phi(0)}{dx}\right)^2 = 0 \tag{4.9}$$

で与えられる。

この場合は、陽極位置 $x = d$ で、その電位が $\phi(d) = y^2(d) = V$ であるとすれば、空間電荷制限電流を決定する方程式(4.8)が

$$V^{\frac{3}{2}} = \left(\frac{3d}{4}\right)^2 a \tag{4.10}$$

と単純な形になる。これを電流密度について解くと、次のような解がもとまる。

$$i = \frac{8}{9}\varepsilon_0\left(\frac{e}{2m_e}\right)^{1/2}\frac{V_a^{3/2}}{d^2} \tag{4.11}$$
$$= 2.33\times10^{-6}\frac{V_a^{3/2}}{d^2},\quad (A/m^2)$$

ここで $V_a(V)$ は陽極電位で、$d(m)$ は陰極と陽極の電極間距離である。

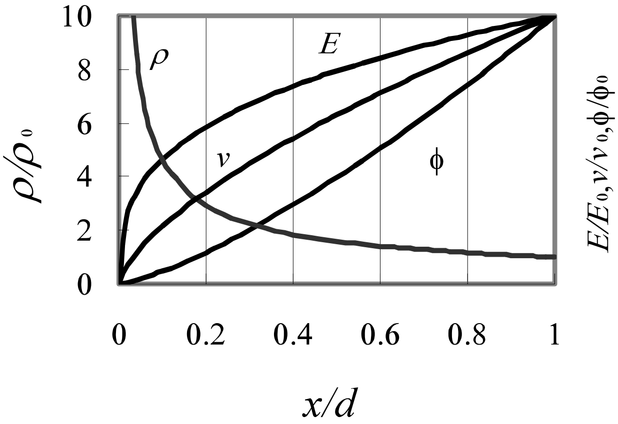

図 4.2　二極管諸量の空間分布

この式は Child-Langmuir の空間電荷制限電流の式または　3/2 乗の式と呼ばれている。この式は空間電荷効果により、電子銃のビーム電流が加速電圧 V_a と陰極と陽極の電極間距離 d で決定されることを表わしている。そして加速電圧 V_a を上げるとビーム電流が $V_a^{3/2}$ に比例して増加することを示している。

電子ビームの電流が空間電荷で制限されている場合は、陰極と陽極間の電位と電場及びその間に存在する空間電荷密度は、それぞれ次のような式で記述される。

$$\phi(x) = V_a\left(\frac{x}{d}\right)^{4/3} \tag{4.12}$$

$$E(x) = -\frac{d\phi}{dx} = -\frac{4}{3}\frac{V_a}{d^{4/3}}x^{1/3} \tag{4.13}$$

$$\rho(x) = -\frac{4\varepsilon_0}{9}\frac{V_a}{d^{4/3}}x^{-2/3} \tag{4.14}$$

これらの位置 x の依存性を図 4.2 に示した。

任意の形の陰極と陽極の場合でも、一般に空間電荷制限電流は

$$I_a = GV_a^{3/2} \tag{4.11}$$

の形に表される。I_a は全陽極電流で、G をパービアンス(perveance)という。G は陰極と陽極の幾何学的な大きさや配置で決まる係数である。平行平板の場合には、電極の面積を S (m^2)、電極間距離 d (m) とすれば、パービアンスは次の様になる。

$$G = 2.33\times10^{-6}\frac{S}{d^2},(A/V^{3/2}) \tag{4.15}$$

4.3. 電界放出ビームの空間電荷伝導

次に電界放出電流の場合について、空間電荷伝導を考える。この場合は、陰極近傍の電界によって電流が引き出されるので、一般に陰極表面の電界は$b=\left(\dfrac{d\phi(0)}{dx}\right)^2 \neq 0$である。このために$b=0$となる熱電子や光電子の場合とは、空間電荷制限電流の加速電圧依存性が異なる。

空間電荷伝導を表す一般的な方程式は、既に述べたが

$$a^3y^3-3a^2by^2+4b^3-\left(\frac{3a^2}{4}x-2b^{\frac{3}{2}}\right)^2=0 \quad (4.8)$$

である。平行平面の陽極$x=d$の位置で、その電位を$\phi=y^2=V$とする。陰極表面における電界をXとし、

$$b=\left(\frac{d\phi(0)}{dx}\right)^2=X^2$$

とおくと、上の方程式は

$$X^3-\frac{V}{d}X^2+\frac{a}{3d}\left[V^{\frac{3}{2}}-\left(\frac{3}{4}\right)^2ad^2\right]=0 \quad (4.16)$$

となる。

一方、電界放出電流の場合は、(4.5)式からaが次式で与えられる。

$$a=k_1X^2\exp\left(\frac{k_2}{X}\right) \quad (4.17)$$

ここで

$$k_1=\left(\frac{1}{\varepsilon_0}\right)\left(\frac{8m_e}{e}\right)^{\frac{1}{2}}\frac{e^3\beta^2}{8h\pi\phi}$$

$$=9.34\times10^{-2}\frac{\beta^2}{\phi[V]}, \quad \left[V^{-\frac{1}{2}}\right]$$

$$k_2=-\frac{4\sqrt{2m_e}}{3\hbar}\frac{1}{\beta e}\phi^{3/2}$$

$$=-6.83\times10^9\frac{\phi^{3/2}[eV]}{\beta}, \quad \left[\frac{V}{m}\right]$$

である。これを(4.8)式に代入すると、空間電荷伝導の方程式は

$$X-\frac{V}{d}+\frac{k_1}{3d}\exp\left(\frac{k_2}{X}\right)\times \left[V^{\frac{3}{2}}-\left(\frac{3}{4}\right)^2d^2k_1X^2\exp\left(\frac{k_2}{X}\right)\right]=0 \quad (4.18)$$

となる。

この方程式は複雑であるので、次の二つの場合について近似解をもとめる。

[I] $k_2 >> X$ の場合

この場合は$\exp\left(\dfrac{k_2}{X}\right)<<1$であるから、指数関数を含む項を無視する。(4.18)式から

$$X\approx\frac{V}{d} \quad (4.19)$$

の近似解が直ちにもとまる。

これは電界が低い場合の解である。放出電流による空間電荷が無視できるほど少ないため、陰極表面の電界Xが外部から加えた電界に等しくなっている。

[II] $k_2 << X$ の場合

これは電界が強い場合である。$\exp\left(\dfrac{k_2}{X}\right)\approx1$と近似できるので、(4.18)式が$X$の 2 次方程式となる。$k_1^2V>>1$を使って近似すれば、

$$X=\frac{4V^{3/4}}{3dk_1^{1/2}} \quad (4.20)$$

の近似解が容易に得られる。

このときトンネル電流は、Fowler-Nordheim の式(3.21)に

$$E=X$$

を代入すれば得られる。

この場合の電界放出電流の空間電荷制限電流は

$$I=\frac{e^3\beta^2}{8h\pi\phi}\left(\frac{4V^{3/4}}{3dk_1^{1/2}}\right)^2\exp\left(\frac{4V^{3/4}}{3dk_1^{1/2}}k_2\right) \quad (4.21)$$

となる。陰極表面の電界がゼロとなる場合の式（3/2 乗の式）とは、明らかに加速電圧Vの依存性が異なる。

この式の対数をとると

$$\log\left(\frac{I}{X^2}\right)=\log\left(\frac{e^3\beta^2}{8h\pi\phi}\right)+\left(\frac{k_2}{X}\right) \quad (4.22)$$

となる。このようにEからXにスケールを変えれば、Fowler-Nordheim 図と同じ直線の図が得られる。

陰極表面の電界Xは、

$$X = \frac{4}{3\left(k_1{}^2 V\right)^{1/4}} \frac{V}{d} < \frac{V}{d} \quad for \quad k_1{}^2 V >> 1 \qquad (4.23)$$

であるから、空間電荷の影響がない場合の電界V/dよりも常に小さい。

従って空間電荷制限電流は、空間電荷の影響がない場合の放出電流よりも小さくなる。陰極の面積を大きくすると、小さいときに比べて、相対的に電流密度が下がるのは、このためである。

参 考 文 献

[1] 財満　鎮明他: 真空　第24巻　第12号(1981) 660

[2] Charles K. Sinclair: Proceedings of the 2003 Particle Accelerator Conference (2003), pp76-80