陽子ビームモニター

はじめに

加速器内のビームはなんらかの計測器を使用しない限り、形状や性質を知ることができない。ビームモニターの役割はビーム自身を観測するのはもちろんのこと、

- 多種多様な機器で運転されている加速器のシステム全体の健全性、機器間の相関の良否を判断する情報を得る
- ビームを取り巻くさまざまな機器との間の相互作用を解析するための手段やデータを提供する

という役割がある。したがってモニターが提供する信号、情報の精度および適用範囲を明確にする必要もある。

ビームモニターは大別すると、

- ビームの発生する電磁場、放射光、ビームによって作りだされるイオン等を観測することにより、間接的にビームの情報を得るもの
- ビーム進路に直接観測装置を導入し、荷電粒子としてのビームと物質の相互作用により情報を得るもの

の 2 種類に分けられる。また、線型加速器 (リニアック) やビーム輸送路等、ビームが 1 回しか通過しないものとシンクロトロンのように繰返し通過するものに対しても設計、仕様が異なる。さらに電子加速器、陽子加速器、重イオン加速器それぞれのモニターには物理的な相互作用の違いや周波数範囲に違いがある。

本講義は「陽子ビームモニター」となっているが、筆者の所属する J-PARC Main Ring (MR) シンクロトロンのモニタに関連する記述が多くなってしまうこと、何卒ご容赦頂ければ幸いである。

なお、本稿では物理量やその他の単位は全て MKSA 単位系で行う。また、周波数が出てくる際は周波数 f よりも、$\omega = 2\pi f$ で定義される角周波数の方が便利であることが多いので、混乱が起こらない限り f も ω も “周波数” と表現する。

なにを測るか? (計測量)

計測対象であるビームは、10^{13} 個以上もの荷電粒子 (ここでは陽子) の集まりである。座標系を Fig. 1 のようにとり、任意の時刻 t での x, y, z 座標における荷電粒子の状態を記述する量:

$$x, y, z, P_x, P_y, P_z$$

を全ての粒子について測定できればビームを記述できることになるが、現実には不可能である。そこでこの荷電粒子の集団を特徴づける量として、下記を考える。

集団の重心位置	x_0, y_0, z_0
集団の空間的広がり	$\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$
集団の重心の運動量	$P_{x_0}, P_{y_0}, P_{z_0}$
集団の運動量広がり	$\sigma_{P_x}, \sigma_{P_y}, \sigma_{P_z}$
集団の位相空間占有面積	$\epsilon_x, \epsilon_y, \epsilon_z$
集団の荷電粒子個数	N

ここで z はビーム進行方向を、x, y はビーム進行方向に対して横方向を表わすものとする。これらのうち特に、

$$(x_0, y_0, z_0), (\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z), N$$

の量はビームモニタでの測定の基本となるものであり、重要である。

本稿ではまずビームが作る電磁場、周波数特性について紹介した後に、ビーム電流モニター (N の測定、一部 (z_0, σ_z) も)、ビーム位置モニター ((x_0, y_0))、ビームプロファイルモニター ((σ_x, σ_y))、ビームロスモニター、ビームフィードバック、電子雲モニターの順に紹介していく。

1 ビームの作る電磁場

1.1 荷電粒子の電磁場

陽子加速器内では、10^9–10^{13} 個の陽子ビームまたは負水素イオンビームが狭い空間に集合して加速器リング内を周回する。その集合 (バンチ bunch) の発生する電磁場の全様は、重ね合わせの原理より個々の粒子の電磁場を理解する事により知る事ができる [1]。

自由空間内原点に置かれた電荷 q の粒子が静止系で距離 r の位置に作る電位は、クーロン (Coulomb) の法

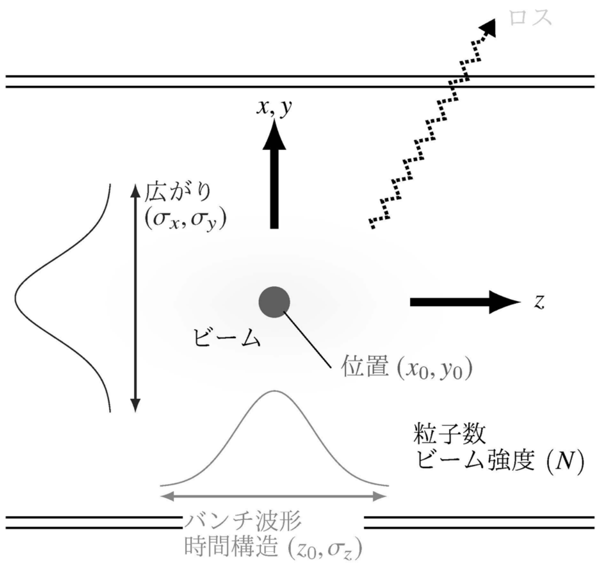

Fig. 1 ビームモニターで測定する物理量

則より

$$\phi(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q}{r}, \tag{1-1}$$

である。同じ位置での電場は、その勾配 (gradient) を取ることにより得られ

$$\boldsymbol{E}(r) = -\nabla\phi(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q}{r^2}\hat{\boldsymbol{r}}, \tag{1-2}$$

ここで $\hat{\boldsymbol{r}} = \boldsymbol{r}/r$ は $\boldsymbol{r}$ 方向の単位ベクトルである。したがって電位は、原点を中心に球面上で一定であり、電場はその球面に垂直で、外側を向いている事がわかる。これは座標がビーム粒子と共に移動している場合 (静止系 rest frame) の電位、電場に相当する。実験室系で見た場合、粒子の移動速度を $\boldsymbol{v}$ とすると、その時の電場は静止系の電場をローレンツ (Lorentz) 変換して得られる。本稿では、座標系を Fig. 2 のように取る。即ちビームの進行方向を z、それに垂直な方向を x、y とする左手系である。すると、電場の各成分は下記のように表せる。

$$\begin{cases} E_x = \gamma E_x^*, \\ E_y = \gamma E_y^*, \\ E_z = E_z^*, \end{cases} \tag{1-3}$$

ここで $*$ は、静止系での量を示し、$\beta = v/c, \gamma = 1/\sqrt{1-\beta^2}$ である。また、この場合 qv の電流が流れていることになり磁場も発生し、その大きさは、

$$\begin{cases} B_x = \frac{\beta\gamma}{c}E_y^*, \\ B_y = \frac{\beta\gamma}{c}E_x^*, \\ B_z = 0, \end{cases} \tag{1-4}$$

式 (1-2)、式 (1-3) より、静止系で等方的に広がっていた電場が、実験室系ではその広がり角が $1/\gamma$ に縮まったディスク状に観測される事がわかる (Fig. 3)。

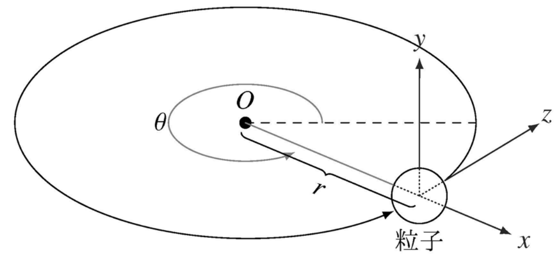

Fig. 2 座標系

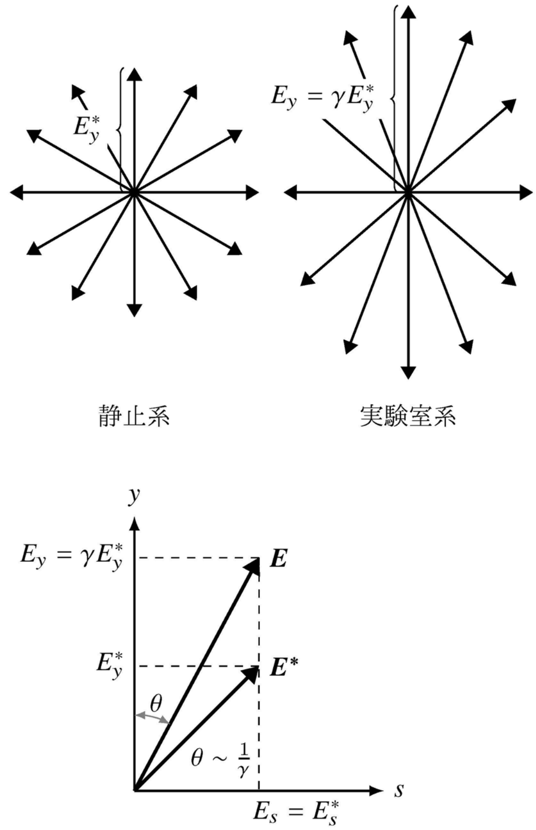

Fig. 3 静止系と実験室系での電磁場の関係

特に粒子が光速に非常に近い速さで移動している場合には、その電磁場は、進行方向に対して横方向の成分のみの 2 次元場 (E_T, B_T) $(T = x, y)$ となり、その大きさはガウス (Gauss)、アンペール (Ampere) の定理より、

$$\begin{cases} E_T &= \frac{1}{2\pi\epsilon_0}\frac{q}{r}, \\ B_T &= \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{cq}{r} = \frac{1}{2\pi\epsilon_0 c}\frac{q}{r} = \frac{E_T}{c}, \end{cases} \tag{1-5}$$

と表せる。

1.2　真空チェンバーと壁電流

ビームの進行路を真空に保つ為に、一般に金属のパイプ (ビームパイプ、真空チェンバー) で囲む。電磁気学的にはこの金属がビームの作る電磁場に境界条件を与える。本稿では議論を簡単にする為に真空チェンバーの断面は半径 R の円形とする。したがって先の式 (1-3)、式 (1-4) を円筒座標系 (r, θ, z) で書き換えると

$$\begin{cases} E_r &= \gamma E_r^*, \\ E_\theta &= 0, \\ E_z &= E_z^*, \end{cases} \tag{1-6}$$

$$\begin{cases} B_r &= 0, \\ B_\theta &= \frac{\beta\gamma}{c} E_r^*, \\ B_z &= 0, \end{cases} \tag{1-7}$$

この電磁場に対し真空チェンバーによる境界条件は、

$$\begin{cases} \boldsymbol{E} \cdot \left(\frac{\boldsymbol{r}}{r}\right) &= E_r\,, \\ \boldsymbol{B} \cdot \left(\frac{\boldsymbol{r}}{r}\right) &= 0\,, \end{cases} \tag{1-8}$$

垂直な電場成分 式 (1-8) は、チェンバー内壁に

$$\sigma(R) = -\epsilon_0 E_r(R) = -\epsilon_0 \gamma E_r^*(R), \tag{1-9}$$

の電荷を誘起する。ここで負号は誘起電荷がビーム電荷と逆符号になる事を明記するために付けた。一方、ビームの発生する電磁場の周波数が充分高く、その磁場がチェンバー内壁に侵入しないとすれば、内壁には、その表面の磁場により電流が誘起され、その大きさは

$$j(R) = \frac{B_\theta(R)}{\mu_0} = \frac{v\gamma}{\mu_0 c^2} E_r^*(R) = -v\sigma(R), \tag{1-10}$$

となる。

式 (1-9)、式 (1-10) が示すように、チェンバー内壁にはビーム粒子により誘導電荷が生じ、それがビームと共に移動することにより、壁面に沿ってビームと逆方向に電流が流れる。これを壁電流 (wall current) という。

ビームの発生する電場、もしくは誘導電荷を検出するモニターを**静電型** (electrostatic monitor)、また、磁場、誘導電流を観測するモニターを**電磁型** (electromagnetic monitor) と呼ぶ。特に壁電流を検出するモニターを壁電流型 (wall current monitor) と明示する事もある。もちろん電場も磁場も検出する中間型もある。

1.3　ビームの電磁場

ビームは多数の荷電粒子の集まりであり、したがってその発生する電磁場は重ね合わせの原理より、1.2 節で得られた個々の荷電粒子の電磁場を合成して求められる。光速で進行しているビームの場合には、電磁場はローレンツ収縮して横方向にしかないので、2 次元場として取り扱うことができる。一方、光速以下の速さで移動している場合には、電磁場に進行方向の広がりが残っており、したがって観測時に観測点以外の場所にある粒子の電磁場も考慮せねばならない。

静電型のモニターではビームの変位に比例する量を測定することが必要である。ここでは静電誘導型ビーム位置モニターを想定し、ビームパイプ内面に誘導される電荷の分布を考える [1, 2]。この誘導電荷の分布はビームパイプ中心に対するビームの相対的な位置に依存するため、誘導電荷を電極で検出することでビームの位置を知ることができる。定性的には検出電極とビーム中心の間の距離を r とすると、電極に誘起される電荷はほぼ $1/r$ に比例するので、二つの静電誘導型電極をビームを挟んで対向するようにビーム壁面に設置すると、電極の出力信号は誘導される電荷に比例するので、二つの電極に誘導される電圧の差はビーム中心からの変位に比例する。以下に誘導電荷の分布を導出する。

1.3.1　鏡像法

真空チェンバーの中心を原点として、(x_0, y_0) の位置を通過するビームがチェンバー内部に作る電場を考える。Fig. 4 のように断面が円形のパイプの内面に誘起される電荷分布は鏡像法により求めることができる。ここではビームのエネルギーは相対論的 $(\gamma \gg 1)$ であって、ビームの作る電磁場は軸方向に対して垂直であり、2 次元的取り扱いができるものとする。なお、$\gamma \gg 1$ ではない場合でもビームバンチの長さがビームパイプの内径より十分長い場合にはバンチの先端部および後端部を除いて電場はほぼ軸方向と垂直と見なせるので、2 次元的取り扱いが適用できる。

ビームの断面はビームパイプ内径に比べて十分小さく、ビームは軸方向に無限に長い線電荷密度 λ の線状電荷で近似できるものとする。金属のビームパイプは良導体であり、パイプ内面のポテンシャル ϕ は円周方

向に一定の等電位面である。一方、ビームパイプが存在しない自由空間ではビームと異符号の仮想電荷 $-\lambda$ を配置して、半径 R の円周上で ϕ が一定となるようにすることができる。このとき λ と $-\lambda$ の 2 つの電荷が作る電場は、半径 R の円の内部ではビームパイプの内側にできる電場と同じものになる。このような仮想電荷 $-\lambda$ を鏡像電荷 (image charge) という。

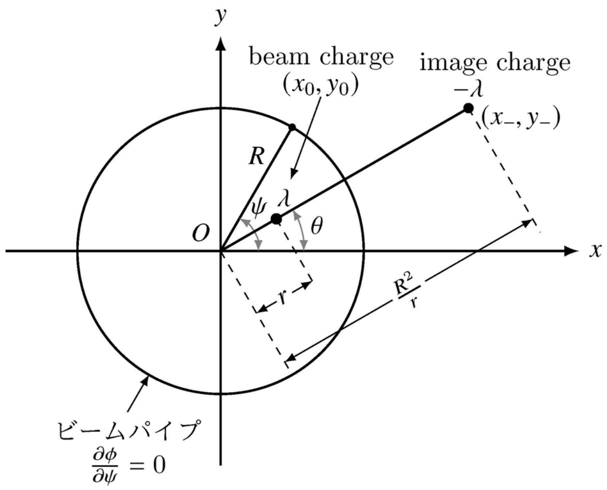

Fig. 4 円形ビームパイプ内面に誘起される電荷

ビームパイプ中心を原点とする座標 (x, y) を考え、ビームの位置を

$$(x_0, y_0) = (r\cos(\theta), r\sin(\theta)),$$

とする。軸方向 (z 方向) に無限に長い線電荷密度 λ の線状電荷が (x, y) に作る電場 $\boldsymbol{E}_+$ は

$$\boldsymbol{E}_+(x, y) = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \cdot \frac{1}{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2} \begin{pmatrix} x - x_0 \\ y - y_0 \end{pmatrix},$$

で与えられる。また (x_-, y_-) にある鏡像電荷 $-\lambda$ が (x, y) に作る電場 $\boldsymbol{E}_-$ は

$$\boldsymbol{E}_-(x, y) = -\frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \cdot \frac{1}{(x - x_-)^2 + (y - y_-)^2} \begin{pmatrix} x - x_- \\ y - y_- \end{pmatrix},$$

である。したがって、2 つの電場を合成した電場は

$$\begin{aligned} \boldsymbol{E}(x, y) =& \boldsymbol{E}_+(x, y) + \boldsymbol{E}_-(x, y), \\ =& \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \left\{ \frac{1}{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2} \begin{pmatrix} x - x_0 \\ y - y_0 \end{pmatrix} \right. \\ & \left. - \frac{1}{(x - x_-)^2 + (y - y_-)^2} \begin{pmatrix} x - x_- \\ y - y_- \end{pmatrix} \right\}, \end{aligned} \tag{1-11}$$

となる。

ポテンシャル $\phi(x, y)$ は $\boldsymbol{E}(x, y) = -\nabla\phi(x, y)$ の関係より

$$\begin{aligned} \phi(x, y) =& \int \boldsymbol{E}(x, y) dx dy, \\ =& -\frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \left[\ln\left\{ (x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 \right\} \right. \\ & \left. - \ln\left\{ (x - x_-)^2 + (y - y_-)^2 \right\} + \text{const.} \right], \\ =& -\frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \ln \underbrace{\left\{ \frac{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2}{(x - x_-)^2 + (y - y_-)^2} \alpha \right\}}_{(*)}, \end{aligned}$$

となる。ここで、α はポテンシャルの 0 点を決める任意の積分定数である。半径 R の円周上 $(x_R, y_R) = (R\cos(\psi), R\sin(\psi))$ では $\phi(x, y) = 0$ であるとすると、上式の $(*)$ は

$$\frac{(x_R - x_0)^2 + (y_R - y_0)^2}{(x_R - x_-)^2 + (y_R - y_-)^2} \alpha = 1,$$

$$\begin{aligned} & \frac{(x_R - x_0)^2 + (y_R - y_0)^2}{(x_R - x_-)^2 + (y_R - y_-)^2} \\ =& \frac{(R\cos(\psi) - x_0)^2 + (R\sin(\psi) - y_0)^2}{(R\cos(\psi) - x_-)^2 + (R\sin(\psi) - y_-)^2}, \end{aligned} \tag{1-12}$$

$$= \frac{1}{\alpha}, \tag{1-13}$$

である必要がある。したがって

$$\begin{aligned} & (1 - \alpha)R^2 + \left(x_-^2 + y_-^2\right) - \alpha\left(x_0^2 + y_0^2\right) \\ & - 2R\left(x_- - \alpha x_0\right)\cos(\psi) - 2R\left(y_- - \alpha y_0\right)\sin(\psi) = 0, \end{aligned}$$

これが任意の ψ で成立するためには、

$$(1 - \alpha)R^2 + \left(x_-^2 + y_-^2\right) - \alpha\left(x_0^2 + y_0^2\right) = 0, \tag{1-14}$$

$$x_- = \alpha x_0, \tag{1-15}$$

$$y_- = \alpha y_0, \tag{1-16}$$

でなければならない。式 (1-15)、式 (1-16) を式 (1-14) に代入し、α についての方程式

$$\alpha^2 r^2 - \alpha\left(R^2 + r^2\right) + R^2 = 0,$$

を得る。これより $\alpha = 1$、または $\alpha = R^2/r^2$ となるが、$\alpha = 1$ は鏡像電荷がビームの位置に重なっている解に相当し、全平面で $\boldsymbol{E}(x, y) = 0$ となるので無意味である。したがって、

$$\alpha = \frac{R^2}{r^2},$$

である。これを式 (1-15)、式 (1-16) に代入し、鏡像電荷の位置が求められる。

$$\begin{pmatrix} x_- \\ y_- \end{pmatrix} = \frac{R^2}{r^2}\begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \end{pmatrix} = \frac{R^2}{r^2}\begin{pmatrix} r\cos(\theta) \\ r\sin(\theta) \end{pmatrix} = \frac{R^2}{r}\begin{pmatrix} \cos(\theta) \\ \sin(\theta) \end{pmatrix},$$

すなわち、ビームと鏡像電荷の位置関係は Fig. 4 に示すようになる。

半径 R の円周上 $(x,y) = (R\cos(\psi), R\sin(\psi))$ における電場は式 (1-13)、(1-15)、(1-16) を式 (1-11) に代入して、

$$\boldsymbol{E}(x,y) = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0}\frac{1-\frac{1}{\alpha}}{(x-x_0)^2+(y-y_0)^2}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix},$$

となる。これを極座標で書き直して、

$$\boldsymbol{E}(R,\psi) = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 R}\frac{R^2-r^2}{R^2+r^2-2Rr\cos(\psi-\theta)}\begin{pmatrix} \cos(\psi) \\ \sin(\psi) \end{pmatrix},$$

を得る。また、ポテンシャルは

$$\phi(R) = 0,$$

である。ここで、

$$\boldsymbol{n} = \begin{pmatrix} \cos(\psi) \\ \sin(\psi) \end{pmatrix},$$

は半径 R の円周に対する法線ベクトルであり、$\boldsymbol{E}(R,\psi)$ はビームパイプ内面に垂直である。すなわち半径 R の円周上では、金属表面における電場の境界条件を満たしていることから、円周の内部の電場分布はビームパイプ内部の電場分布と同じものになる。一般にモニターはチェンバー内壁もしくはその近傍に置かれる事が多いので、モニターの設計に必要な電場は $r = R$ で内壁に垂直な成分 $E_n(R,\psi) = E_r = \boldsymbol{n}\cdot\boldsymbol{E}(R,\psi)$ であり、

$$E_n(R,\psi) = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 R}\frac{R^2-r^2}{R^2+r^2-2Rr\cos(\psi-\theta)},$$

である。

ビームパイプ内周に誘起される面電荷密度 $\sigma(R,\psi)$ は、金属表面における電場の境界条件 $\sigma(R,\psi) = -\epsilon_0\boldsymbol{n}\cdot\boldsymbol{E}(R,\psi) = -\epsilon_0 E_n(R,\psi)$ (式 (1-9)) より

$$\sigma(R,\psi) = -\frac{\lambda}{2\pi R}\frac{R^2-r^2}{R^2+r^2-2Rr\cos(\psi-\theta)}, \tag{1-17}$$

または、

$$\sigma(R,\psi) = -\frac{\lambda}{2\pi R}\frac{R^2-\left(x_0^2+y_0^2\right)}{R^2+\left(x_0^2+y_0^2\right)-2R\left\{x_0\cos(\psi)+y_0\sin(\psi)\right\}},$$

となる。これより角度広がり $\Delta\psi$ の領域 (電極表面) に誘導される電荷は

$$q = \int_{\Delta\psi}\sigma(\psi)Rd\psi,$$

で与えられる。

同じく内壁面での磁場は式 (1-7) より、

$$B_\phi(R,\psi) = \frac{1}{c}E_n(R,\psi), \tag{1-18}$$

となる。

1.3.2 光速以下で進行するビームの電磁場

光速以下で進行するビームの場合には、先の考察より基本的に次の 3 次元ラプラス (Laplace) 方程式を解かねばならない。

$$\nabla^2\phi(\boldsymbol{r}) = -\frac{q}{\epsilon_0}\delta^3(\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r_0}), \tag{1-19}$$

これを解くために、

$$\phi(\boldsymbol{r}) = \int \mathrm{e}^{\mathrm{jk\cdot r}}\phi(\mathrm{k})\mathrm{d}^3\mathrm{k}, \tag{1-20}$$

として、式 (1-19) の両辺をフーリエ変換する。その結果は

$$\phi(\boldsymbol{r}) = \frac{q}{(2\pi)^2\epsilon_0}\mathrm{e}^{\mathrm{jk_s s}}\int_0^\infty\int_0^{2\pi}\mathrm{e}^{\mathrm{jk\cdot(r-r_0)}}\frac{\mathrm{d^2k}}{\mathrm{k^2+k_s^2}}, \tag{1-21}$$

ここではビームの進行方向 s の運動を $\exp\{j(k_s s-\omega t)\}$ と仮定し、また式 (1-21) 中の r、k ともに (x,y) の 2 次元の量である。k_x, k_y での積分を k-空間の極座標で行うと、

$$\phi(r) = \frac{q}{(2\pi)^2\epsilon_0}\mathrm{e}^{\mathrm{jk_s s}}\int_0^\infty\int_0^{2\pi}\mathrm{e}^{\mathrm{jkR}\cos\phi}\frac{\mathrm{d^2k}}{\mathrm{k^2+k_s^2}}, \tag{1-22}$$

$$= \frac{q}{2\pi\epsilon_0}\mathrm{e}^{\mathrm{jk_s s}}\int_0^\infty\frac{\mathrm{kJ_0(kR)}}{\mathrm{k^2+k_s^2}}\mathrm{dk}, \tag{1-23}$$

$$= \frac{q}{2\pi\epsilon_0}\mathrm{e}^{\mathrm{jk_s s}}\mathrm{K_0(k_s R)}, \tag{1-24}$$

となる。ここで、$R = r - r_0$、K_0 は第 2 種の変形ベッセル関数である。K_0 は K_m と第 1 種変形ベッセル関数 I_m を使用して次のように展開できる [3, 1, 4]。

$$K_0(k_s R) = \sum_{m=0}^\infty \epsilon_m K_m(k_s r)I_m(k_s r_0)\cos\{m(\phi-\phi_0)\}, \tag{1-25}$$

ここで、$\epsilon_m = 2 - \delta_{m,0}$ である。チェンバー内壁 $(r = a)$ の電位がゼロであるという境界条件を入れ、ビームの静止系での電位に変換すると、結果は

$$\phi(r)$$
$$= \frac{q}{2\pi\epsilon_0\gamma}\sum_{m=0}^{\infty}\epsilon_m I_m(k_s r_0)\left\{\frac{K_m(k_s a)}{I_m(k_s a)}I_m(k_s r) - K_m(k_s r)\right\}$$
$$\times\cos\{m(\phi-\phi_0)\}, \tag{1-26}$$

静止系での電場は式 (1-26) の勾配をとることにより、また、実験室系での電磁場は式 (1-3)、式 (1-4) の変換を施せば求められる。

1.4　検出信号の周波数分布

1.4.1　周回していることによる周波数分布

シンクロトロンはビームが周回していることにより、モニターで得られる情報には常に周波数が関連する。シンクロトロン内を周回するビームを、1 周が 2π とした角座標で θ の位置に置いたモニターにより観測した信号はどのようになるだろうか。周回角周波数を ω_0 とすると、観測信号は次のように表せる。

$$S(\theta,t) = q\omega_0\sum_{k=-\infty}^{\infty}\delta(\theta-\omega_0 t-2\pi k), \tag{1-27}$$

ここで k は周回数である。この信号は Fig. 5 のようになる。式 (1-27) をフーリエ分解すると、ポアソンの和公式より、

$$S(\theta,t) = \frac{q\omega_0}{2\pi}\sum_{n=-\infty}^{\infty}\mathrm{e}^{\mathrm{j}n(\theta-\omega_0\mathrm{t})}, \tag{1-28}$$

したがって、フーリエスペクトルは Fig. 5 に示すように、T_0 を周回周期として、基本周波数 f_0

$$f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi} = \frac{1}{T_0}, \tag{1-29}$$

の整数倍の不連続分布となる。

1.4.2　バンチ内粒子分布の影響

ビームは多数の粒子のかたまり (バンチ) であり、進行方向に分布を持つ。その分布関数を $f(t)$ とすると、式 (1-28) は次のように書き換えられる。

$$S(\theta,t) = \frac{q\omega_0}{2\pi}\sum_{n=-\infty}^{\infty}S_n\mathrm{e}^{\mathrm{j}n(\theta-\omega_0\mathrm{t})}, \tag{1-30}$$

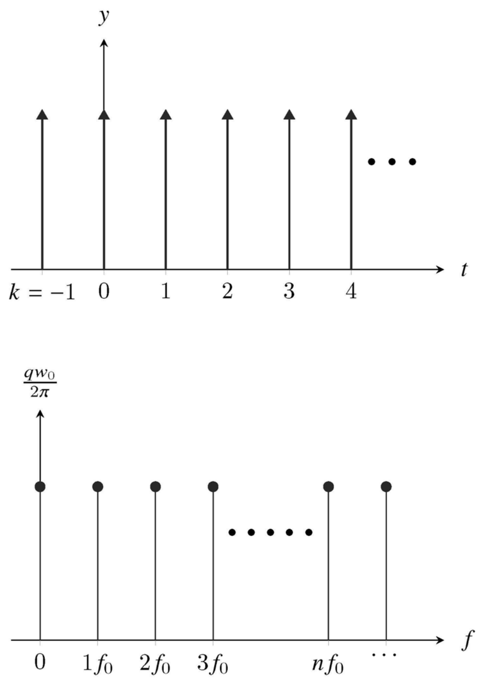

Fig. 5 信号

ここで、

$$S_n = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}f(t)\mathrm{e}^{\mathrm{j}n\omega_0\mathrm{t}}\mathrm{dt}, \tag{1-31}$$

である。一つの例として、分布関数を時間 τ の方形波 (Fig. 6) と近似すると、

$$S_n = \frac{\sin\left(\frac{n\omega_0\tau}{2}\right)}{\left(\frac{n\omega_0\tau}{2}\right)}, \tag{1-32}$$

したがって直流成分

$$\frac{q\omega_0}{2\pi}S_{n=0} = \frac{q}{T_0} = j_0, \tag{1-33}$$

はビームの平均電流を表す。また、高い周波数成分の様子は一つのバンチ内の分布 (この場合は τ) により決定され、式 (1-30) のスペクトルは Fig. 6 のようになる。したがって、バンチの形を忠実に観測しようとするなら、モニター検出器、増幅器、さらにスコープ等の観測機器の周波数特性は十分広くなければならない。

1.4.3　ベータトロン、シンクロトロン振動の影響

陽子はシンクロトロン内の電磁石による収束作用を受け、横方向にベータトロン振動をしている。さらに、加速高周波との位相関係により、シンクロトロン振動も行っている。これらのため、先の周回周波数以外の

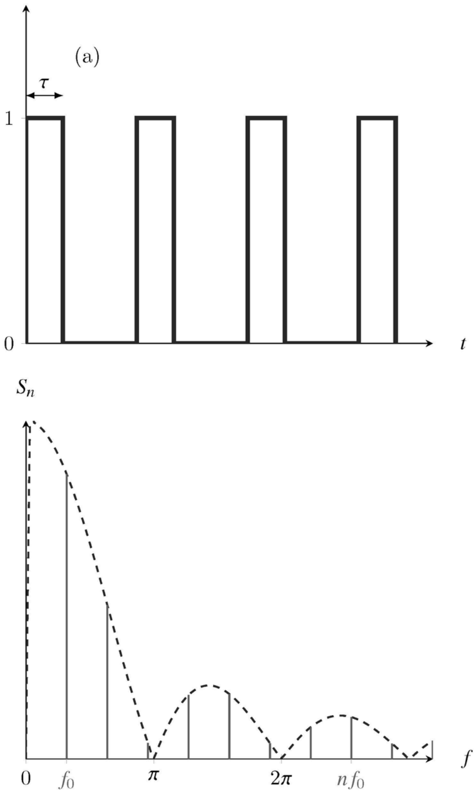

Fig. 6 方形波と周波数スペクトル

スペクトルを合わせ持つ。観測信号 S は次のように書き換えられる。

$$S(\theta,t) = q\omega_0 x_0 \mathrm{e}^{-\mathrm{j}\int \nu\omega \mathrm{dt}} \sum_{\mathrm{k}=-\infty}^{\infty} \delta(\theta - \omega_0 \mathrm{t} - 2\pi \mathrm{k} - \phi_\mathrm{s}), \tag{1-34}$$

ここで、

ν	ベータトロン振動数 (チューン)
x_0	ベータトロン振動振幅
ϕ_s	$\phi_0 \cos(\omega_0 t)$
ω_0	シンクロトロン振動角周波数

である。

まず、

$$\begin{aligned} \nu\omega &= (\nu_0 + \Delta\nu)(\omega_0 + \Delta\omega), \\ &\simeq \nu_0\omega_0 + \Delta\nu\omega_0 + \nu_0\Delta\omega, \end{aligned} \tag{1-35}$$

の場合を考える。クロマティシティーを ξ、運動量コンパクション η より、

$$\begin{cases} \Delta\nu &= -\xi\nu_0 \frac{\Delta p}{p}, \\ \Delta\omega &= -\eta\omega_0 \frac{\Delta p}{p}, \end{cases} \tag{1-36}$$

また、

$$\frac{\Delta\omega}{\omega_0} = -\frac{\Delta T}{T_0} = -\frac{\phi_s}{\omega_0}, \tag{1-37}$$

の関係を利用すれば、

$$\int^t \nu\omega dt = \nu_0\omega_0 t + \left(\frac{\omega_\xi}{\eta\omega_0} + \nu_0\right)\phi_s, \tag{1-38}$$

ここで、$\omega_\xi = \xi\nu_0\omega_0$ である。1.4.1 節と同様にポアソン和公式を使って式 (1-34) を展開すると、

$$S(\theta,t) = \frac{q\omega_0}{2\pi} x_0 \sum_{n=-\infty}^{\infty} \mathrm{e}^{\mathrm{j}\mathrm{n}\theta} \mathrm{e}^{-\mathrm{j}(\nu_0+\mathrm{n})\omega_0 \mathrm{t}} \mathrm{e}^{-\mathrm{j}\left(\nu_0+\mathrm{n}+\frac{\omega_\xi}{\eta\omega_0}\right)\phi_\mathrm{s}}, \tag{1-39}$$

最後のファクターは、$\phi_s = \phi_0 \cos(\omega_0 t)$ を使えばベッセル関数で展開できて、

$$\begin{aligned} S(\theta,t) = \frac{q\omega_0}{2\pi} x_0 \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} j^{-m} J_m \left\{\left(\nu_0 + n + \frac{\omega_\xi}{\eta\omega_0}\right)\phi_0\right\} \\ \times \mathrm{e}^{\mathrm{j}\mathrm{n}\theta} \mathrm{e}^{-\mathrm{j}\{(\nu_0+\mathrm{n})\omega_0+\mathrm{m}\omega_\mathrm{s}\}\mathrm{t}}, \end{aligned} \tag{1-40}$$

となる。ここでベータトロン振動数の整数部を L、端数部を q とすると、最後尾の係数が示すように周回周波数の高調波スペクトル $(L+n)\omega_0$ にベータトロン振動の側帯波 (周波数 $q\omega_0$)、およびシンクロトロン振動の側帯波 (周波数 $m\omega_s$) が伴うことがわかる。以上より観測されるスペクトルは Fig. 7 のようになる。以上の考察により、ビームの持つ情報のうち、何を観測したいかにより、モニター検出器や回路の持つべき周波数特性を決定せねばならないことがわかる。

1.5 周波数特性と波形

前節で述べた広範囲の周波数スペクトルを完全に検出できるとすれば観測信号は正確にバンチの形を再現する。しかし現実には検出器や信号伝送、エレクトロニクス回路それぞれが、その構造や使用素子により有限の周波数特性を持つ。また、次章で説明するように、モニターの種類によっては強制的にその周波数特性を限定することもある。したがって我々が観測する出力波形は、ビームの誘起する入力波形と異なったものとなる。モニターを設置する場合、測定に必要な出力波形より、系が持つべき周波数特性の概要を把握することが不可欠であり、それによって機械的、電気的設計をしなければならない。

周波数特性は大きく分けて次の 4 種類に分類される。

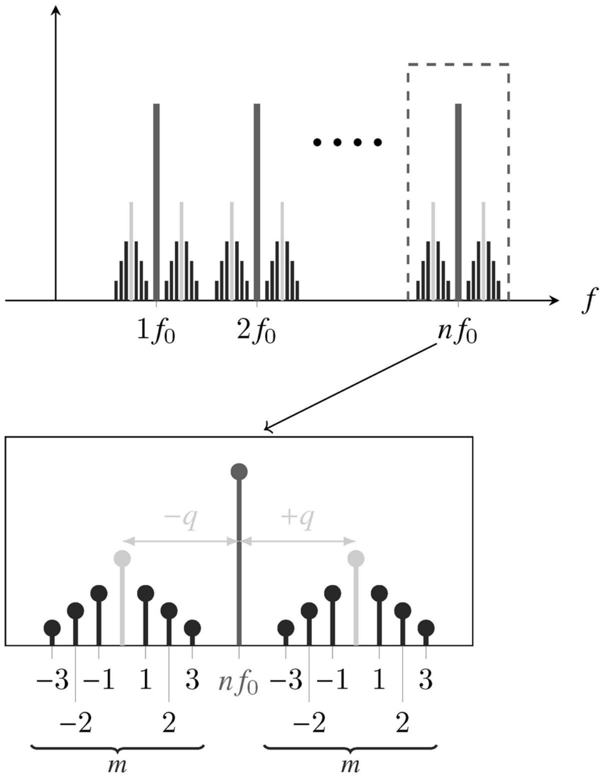

Fig. 7 スペクトル

(A) 低域通過型
(B) 高域通過型
(C) 帯域通過型
(D) 帯域除去型

(A), (B), (C) の 3 種にはさらに帯域外の減衰の強さに応じて次数の高いものが存在する。周波数特性と波形は、それぞれ周波数領域、時間領域と異なった概念であるために、その両者を統一せねばならない。このことはラプラス (Laplace) 変換により行われる。詳細は他の文献 (例えば [5]) を参照頂きたいが、系の初期値をゼロとした場合、ラプラス変数 (s) は周波数変数 (ω) を $j\omega \to s$ と置き換えることにより、解析接続することで得られる。

1.5.1　低域通過型

ローパスフィルター (Low Pass Filter, LPF) に代表される特性で、ある遮断周波数以上の高周波成分を減衰させる。例として Fig. 8 (b) の CR 回路を議論してみる。入力に周波数 ω、電圧 V_i の信号を入れたとき、

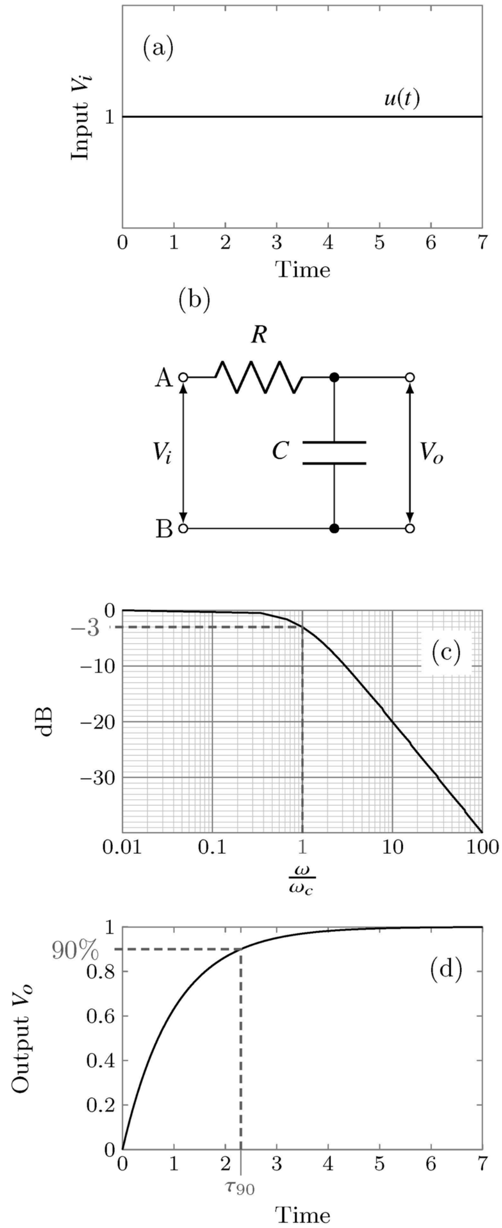

Fig. 8 低域通過型の CR 回路

出力の電圧 V_o との関係は

$$\frac{V_o}{V_i} = \frac{1}{1 + j\omega CR} = T(\omega), \tag{1-41}$$

である。$T(\omega)$ をこの回路の周波数特性関数と呼ぶ。$T(\omega)$ の絶対値 $|T(\omega)|$ が 3 dB= $1/\sqrt{2}$ 減衰した周波数を**遮断周波数** ω_c と呼び、式 (1-41) の場合、

$$\omega_c = \frac{1}{CR}, \tag{1-42}$$

$$f_c = \frac{\omega_c}{2\pi} = \frac{1}{2\pi CR}, \tag{1-43}$$

と表される。$|T(\omega)|$ は ω_c を用いて、

$$|T(\omega)| = \sqrt{\frac{1}{\left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2 + 1}}, \tag{1-44}$$

と表すことができる。$|T(\omega)|$ を ω/ω_c の関数として表した図を Fig. 8 (c) に示す。

この回路のラプラス変換は式 (1-41) で $j\omega \to s$ と置き換えることにより、

$$\begin{aligned} T(s) &= \frac{1}{1 + sCR}, \\ &= \frac{\frac{1}{CR}}{\frac{1}{CR} + s}, \\ &= \frac{\omega_c}{\omega_c + s}, \end{aligned} \tag{1-45}$$

と書ける。これを**伝達関数**と呼ぶ。各モニターを設置する際、何を測定するかによって必要な周波数特性関数や伝達関数を実現するように設計を行なわねばならない。式 (1-45) は分母が s の 1 次関数であることにより、1 次の低域通過型関数と呼ばれる。一般に 1 次系は式 (1-45) で表され、2 次系は

$$T(s) = \frac{\omega_c^2}{s^2 + 2\xi\omega_c s + \omega_c^2}, \tag{1-46}$$

と書ける。ここで ξ はダンピング係数である。

設計時にはこの伝達関数を如何に実現するかを工夫するが、実際にはオシロスコープ等により、信号の時間変化を観測することが多い。したがって伝達関数の型と入力信号、その時間応答を結びつけて考えておくことが役に立つ。そのためにこの回路のステップ応答を考える。即ち、時間 $t = 0$ に突然電圧 1 になるステップ状の信号 $u(t)$ を入力に加えたとき、出力波形はどうなるであろうか。Table 1 より、ステップ関数 (Fig. 8 (a)) のラプラス変換は $1/s$ であるから、出力信号 $V_o(t)$ のラプラス変換 $V_o(s)$ は

$$V_o(s) = L[V_o(t)] = \frac{\omega_c}{s(s + \omega_c)} = \frac{1}{s} - \frac{1}{s + \omega_c}, \tag{1-47}$$

となり、出力信号波形は $V_o(s)$ を逆ラプラス変換して求められる。

$$V_o(t) = L^{-1}[V_o(s)] = 1 - \mathrm{e}^{-\omega_c t}, \tag{1-48}$$

したがって、90% 立ち上がり時間が

$$\begin{aligned} 1 - \mathrm{e}^{-\omega_c \tau_{90}} &= 0.9, \\ \mathrm{e}^{-\omega_c \tau_{90}} &= 0.1, \\ -\omega_c \tau_{90} &= -\ln 10, \\ \tau_{90} &= \frac{\ln 10}{\omega_c}, \end{aligned} \tag{1-49}$$

で表され、Fig. 8 (d) に示す波形となる。

2 次低域通過型についても同様にして、ステップ関数入力に対する出力信号波形は

$$\begin{aligned} V_o(s) &= \frac{1}{s}T(s), \\ &= \frac{\omega_c^2}{s\left(s^2 + 2\xi\omega_c s + \omega_c^2\right)}, \\ &= \frac{\omega_c^2}{s\,(s - \alpha)\,(s - \beta)}, \end{aligned} \tag{1-50}$$

ここで (α, β) は式 (1-46) の分母 $s^2 + 2\xi\omega_c s + \omega_c^2 = 0$ の 2 つの解である。Table 1 より、$V_o(s)$ の逆ラプラス変換は

$$\begin{aligned} L^{-1}[V_o(s)] &= \left\{\frac{1}{\alpha\beta} + \frac{\mathrm{e}^{\alpha t}}{\alpha\,(\alpha - \beta)} - \frac{\mathrm{e}^{\beta t}}{\beta\,(\alpha - \beta)}\right\}\omega_c^2, \\ &= \left\{\frac{1}{\alpha\beta} + \frac{1}{\alpha\beta\,(\alpha - \beta)}\left(\beta\mathrm{e}^{\alpha t} - \alpha\mathrm{e}^{\beta t}\right)\right\}\omega_c^2, \end{aligned} \tag{1-51}$$

2 つの解 $(\alpha, \beta) = \left(\omega_c\left(-\xi + \sqrt{\xi^2 - 1}\right), -\omega_c\left(\xi + \sqrt{\xi^2 - 1}\right)\right)$ より、まず $\xi^2 - 1 > 0$、すなわち $\xi > 1$ の場合を考えてみる。

$$\begin{aligned} &\alpha\beta = \omega_c^2, \\ &\alpha - \beta = 2\omega_c\sqrt{\xi^2 - 1}, \end{aligned}$$

となるので、式 (1-51) は以下のように書き換えられる。

$$\begin{aligned} &L^{-1}[V_o(s)] \\ &= 1 + \frac{1}{2\omega_c\sqrt{\xi^2 - 1}}\left\{-\omega_c\left(\xi + \sqrt{\xi^2 - 1}\right)\mathrm{e}^{\omega_c\left(-\xi + \sqrt{\xi^2 - 1}\right)t}\right. \\ &\left.-\omega_c\left(-\xi + \sqrt{\xi^2 - 1}\right)\mathrm{e}^{-\omega_c\left(\xi + \sqrt{\xi^2 - 1}\right)t}\right\}, \end{aligned}$$

{} 内は

$$\begin{aligned} &\mathrm{e}^{-\omega_c\xi t}\left\{-\omega_c\xi\left(\mathrm{e}^{\omega_c\sqrt{\xi^2 - 1}t} - \mathrm{e}^{-\omega_c\sqrt{\xi^2 - 1}t}\right)\right. \\ &\left.-\omega_c\sqrt{\xi^2 - 1}\left(\mathrm{e}^{\omega_c\sqrt{\xi^2 - 1}t} + \mathrm{e}^{-\omega_c\sqrt{\xi^2 - 1}t}\right)\right\}, \end{aligned}$$

と書き換えられるので、

$$
\begin{aligned}
&L^{-1}[V_o(s)] \\
&= 1 + \frac{\mathrm{e}^{-\omega_c \xi t}}{2\omega_c\sqrt{\xi^2-1}}\left\{-\omega_c\xi\left(\mathrm{e}^{\omega_c\sqrt{\xi^2-1}t} - \mathrm{e}^{-\omega_c\sqrt{\xi^2-1}t}\right)\right. \\
&\left.-\omega_c\sqrt{\xi^2-1}\left(\mathrm{e}^{\omega_c\sqrt{\xi^2-1}t} + \mathrm{e}^{-\omega_c\sqrt{\xi^2-1}t}\right)\right\}, \\
&= 1 - \frac{\mathrm{e}^{-\omega_c \xi t}}{\sqrt{\xi^2-1}}\left\{\xi\sinh\left(\omega_c\sqrt{\xi^2-1}t\right)\right. \\
&\left.+\sqrt{\xi^2-1}\cosh\left(\omega_c\sqrt{\xi^2-1}t\right)\right\}, \\
&= 1 - \mathrm{e}^{-\omega_c \xi t}\left\{\frac{\xi}{\sqrt{\xi^2-1}}\sinh\left(\omega_c\sqrt{\xi^2-1}t\right)\right. \\
&\left.+\cosh\left(\omega_c\sqrt{\xi^2-1}t\right)\right\}, \qquad (1\text{-}52)
\end{aligned}
$$

となる。$\xi < 1$ の場合は式 (1-52) で $\sqrt{\xi^2-1} \rightarrow j\sqrt{1-\xi^2}$ と置き換えることにより得られる。

ξ の条件によってまとめると以下のようになる。

$$
V_o(t) = L^{-1}[V_o(s)] =
\begin{cases}
1 - \mathrm{e}^{-\xi\omega_c t}\left\{\cosh\left(\sqrt{\xi^2-1}\omega_c t\right) + \frac{\xi}{\sqrt{\xi^2-1}}\sinh\left(\sqrt{\xi^2-1}\omega_c t\right)\right\} & (\xi > 1), \\
1 - \mathrm{e}^{-\omega_c t}\left(1 + \omega_c t\right) & (\xi = 1), \\
1 - \mathrm{e}^{-\xi\omega_c t}\left\{\cos\left(\sqrt{1-\xi^2}\omega_c t\right) + \frac{\xi}{\sqrt{1-\xi^2}}\sin\left(\sqrt{1-\xi^2}\omega_c t\right)\right\} & (\xi < 1),
\end{cases}
\qquad (1\text{-}53)
$$

方形波に対する応答は、方形波を時間幅 τ、電圧 1 とすれば Fig. 9 (a) に示したように、

$$
V_i(t) = u(t) - u(t-\tau), \qquad (1\text{-}54)
$$

と書けるから、式 (1-48)、式 (1-53) で得られた $V_o(t)$ と $V_o(t-\tau)$ の差として求まる。

波形を Fig. 9 に示す。ここで注意すべきなのは、2 次系においてダンピング係数が 1 より小さいとき、出力波形の立ち上がり立ち下がりの急峻な変化時にリンギングと呼ばれる波形の波打ち現象が生じることである。このリンギングは Fig. 9 が示すように ω_c 付近の周波数成分が強調されるために生じるものであり、信号の忠実度を著しく悪くする。

1.5.2　高域通過型

ハイパスフィルター (High Pass Filter, HPF) に代表される特性で、遮断周波数以下の低周波数成分を減衰させる。1 次、2 次系の伝達関数は各々

Table 1 主な $f(t)$ と $F(s)$ のラプラス変換対応表 [5]

$f(t)$	$F(s)$
$u(t)$	$\frac{1}{s}$
$u(t-a)$	$\frac{1}{s}\mathrm{e}^{-as}$
e^{-at}	$\frac{1}{s+a}$
$\sin(\omega t)$	$\frac{\omega}{s^2+\omega^2}$
$\cos(\omega t)$	$\frac{s}{s^2+\omega^2}$
$\sinh(at)$	$\frac{a}{s^2-a^2}$
$\cosh(at)$	$\frac{s}{s^2-a^2}$
$\mathrm{e}^{-at}\sin(\omega t)$	$\frac{\omega}{(s+a)^2+\omega^2}$
$\mathrm{e}^{-at}\cos(\omega t)$	$\frac{s+a}{(s+a)^2+\omega^2}$
$\frac{1}{b-a}\left(\mathrm{e}^{-at}-\mathrm{e}^{-bt}\right)$	$\frac{1}{(s+a)(s+b)}$
$\frac{\mathrm{e}^{-at}}{(b-a)(c-a)}+\frac{\mathrm{e}^{-bt}}{(a-b)(c-b)}+\frac{\mathrm{e}^{-ct}}{(a-c)(b-c)}$	$\frac{1}{(s+a)(s+b)(s+c)}$
$\frac{1}{a-b}\left(a\mathrm{e}^{-at}-b\mathrm{e}^{-bt}\right)$	$\frac{s}{(s+a)(s+b)}$
$t\mathrm{e}^{-at}$	$\frac{1}{(s+a)^2}$
$\mathrm{e}^{-at}(1-at)$	$\frac{s}{(s+a)^2}$
$\frac{-a\mathrm{e}^{-at}}{(b-a)(c-a)}+\frac{-b\mathrm{e}^{-bt}}{(a-b)(c-b)}+\frac{-c\mathrm{e}^{-ct}}{(a-c)(b-c)}$	$\frac{s}{(s+a)(s+b)(s+c)}$

$$
\begin{cases}
T(s) = \frac{s}{s+\omega_c}, \\
T(s) = \frac{s^2}{s^2+2\xi\omega_c s+\omega_c^2},
\end{cases}
\qquad (1\text{-}55)
$$

で表され、1.5.1 節同様ステップ応答は次のようになる。

$$
V_o(t) =
\begin{cases}
\mathrm{e}^{-\xi\omega_c t}\left[\cosh(\sqrt{\xi^2-1}\omega_c t) - \frac{\xi}{\sqrt{\xi^2-1}}\sinh(\sqrt{\xi^2-1}\omega_c t)\right] & (\xi > 1), \\
\mathrm{e}^{-\omega_c t}\left(1 - \omega_c t\right) & (\xi = 1), \\
\mathrm{e}^{-\xi\omega_c t}\left[\cos(\sqrt{1-\xi^2}\omega_c t) - \frac{\xi}{\sqrt{1-\xi^2}}\sin(\sqrt{1-\xi^2}\omega_c t)\right] & (\xi < 1),
\end{cases}
\qquad (1\text{-}56)
$$

式 (1-56) が示すように、90% 立ち下がり時間は同じく式 (1-49) で表される。方形波入力の応答を Fig. 10 に示す。遮断周波数 f_c が入力波形の周波数スペクトルの最大周波数 $f_{\max}$ より十分に高いとき ($f_c \gg f_{\max}$)、出力波形は入力波形の微分になる。このことより、先の 90% 立ち下がりの時定数を微分時定数と呼ぶこともある。さらに、f_c が十分低いとき、すなわち $f_c \ll 1/\{$ 入力波形の持続時間 $\}$ のとき、出力波形は入力波形に近くなるが、入力波形の時間幅 τ の間の平坦部が、立ち下がり時間に対応して減少する。この減少量を**ドゥルー**

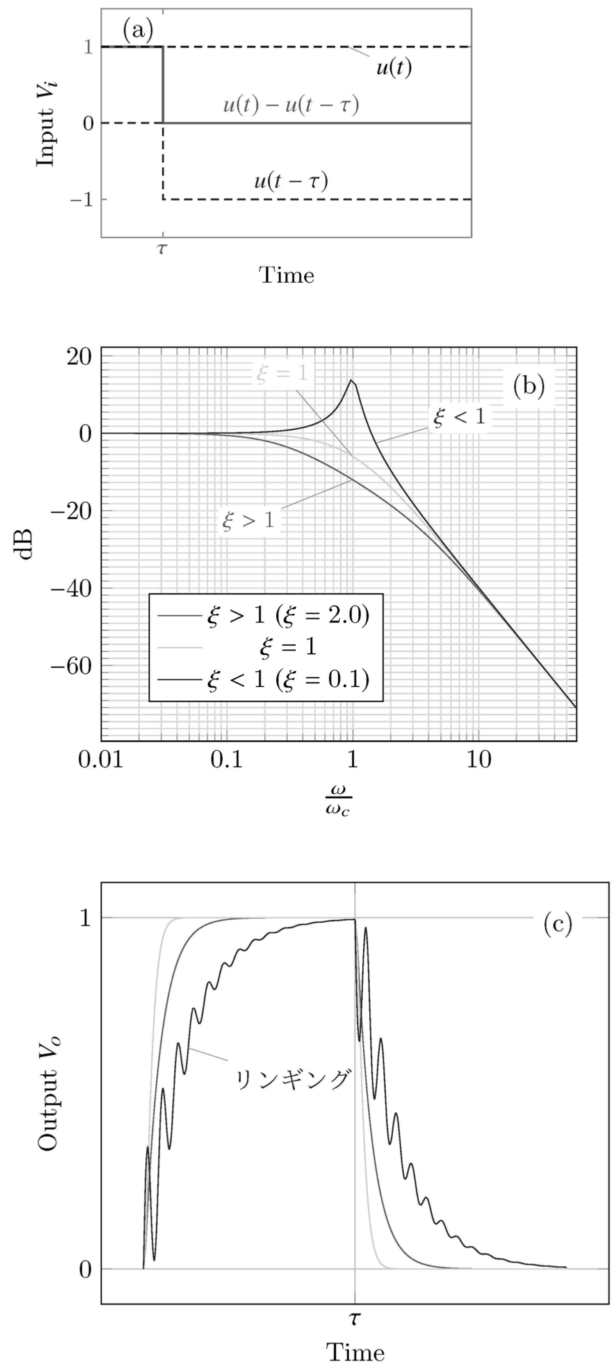

Fig. 9 低域通過型の方形波に対する応答

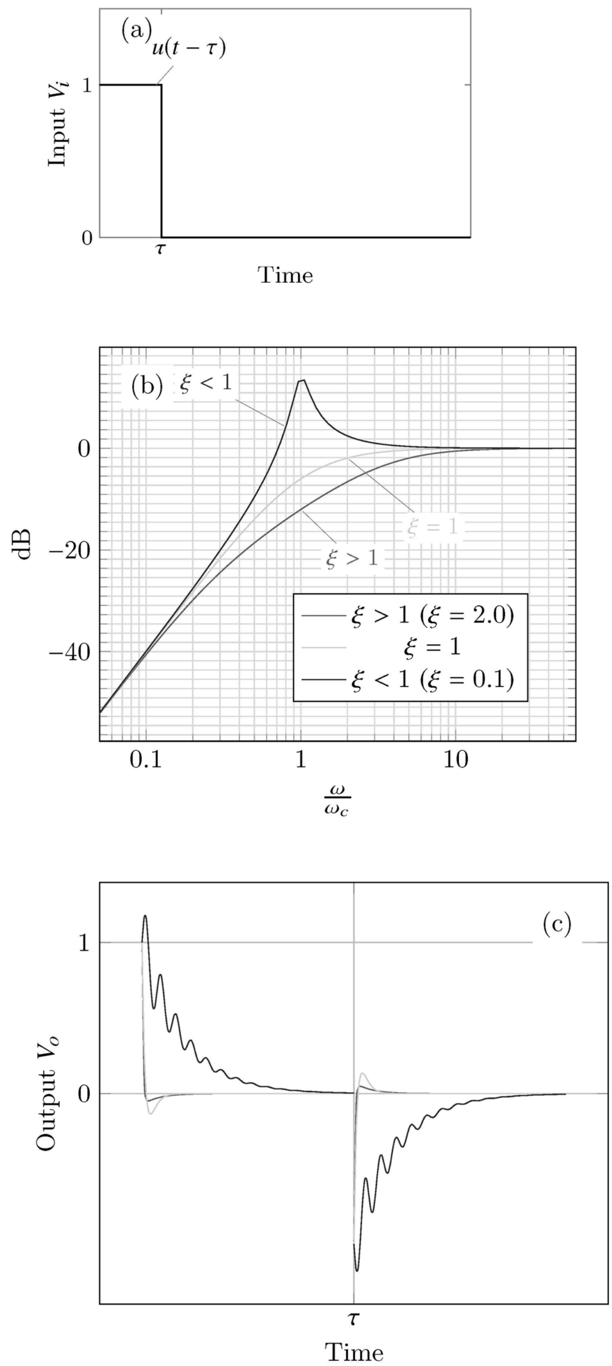

Fig. 10 高域通過型の方形波に対する応答

プと呼ぶ。ドゥループの大きさはモニター信号観測の誤差になり、したがって許容誤差より遮断周波数を決定せねばならない。

1.5.3 帯域通過型

バンドパスフィルター (Band Pass Filter, BPF) に代表される特性で、低域遮断周波数 f_{cL} と高域遮断周波数 f_{cH} 間の周波数成分のみを通過する。モニター検出器およびエレクトロニクス回路の特性上、一般に非常に低い周波数成分 (特に直流 (DC) 成分) と非常に高い周波数成分を同時に観測することが難しい。したがってその特性はこの帯域通過型を示す場合が多い。

伝達関数は 2 次で表され、次のように書ける。

$$T(s) = \frac{2\xi\omega_o s}{s^2 + 2\xi\omega_o s + \omega_o^2}, \tag{1-57}$$

ここで ω_o は帯域内中心周波数である。ステップ応答は

$$V_o(t) = \begin{cases} \frac{\xi}{\sqrt{\xi^2-1}} \mathrm{e}^{-\xi\omega_\mathrm{o}\mathrm{t}} \sinh(\sqrt{\xi^2-1}\,\omega_\mathrm{o}\mathrm{t}) & (\xi > 1), \\ 2\omega_o t \mathrm{e}^{-\omega_\mathrm{o}\mathrm{t}} & (\xi = 1), \\ \frac{\xi}{\sqrt{1-\xi^2}} \mathrm{e}^{-\xi\omega_\mathrm{o}\mathrm{t}} \sin(\sqrt{1-\xi^2}\,\omega_\mathrm{o}\mathrm{t}) & (\xi < 1), \end{cases} \tag{1-58}$$

方形波に対する応答を Fig. 11 に示す。回路の特性を議論する場合、ダンピング係数よりも次のように定義される Q 値を使用する場合がしばしばある。

$$Q = \frac{1}{2\xi} = \frac{\omega_o}{\omega_{cH} - \omega_{cL}}, \tag{1-59}$$

高域、低域遮断周波数は、1.5.2 節同様それぞれ出力の立ち上がり時間および微分時定数を示し、Q の大小各々の場合、近似的に次式で書き表せる。

$$\left.\begin{aligned} \omega_{cH} &= \omega_o \left(1 + \frac{1}{2Q}\right) \\ \omega_{cL} &= \omega_o \left(1 - \frac{1}{2Q}\right) \end{aligned}\right\} Q \gg 1, \tag{1-60}$$

$$\left.\begin{aligned} \omega_{cH} &= \frac{\omega_o}{Q} \\ \omega_{cL} &= Q\omega_o, \end{aligned}\right\} Q \ll 1 \tag{1-61}$$

加えて、回路内に BPF を挿入した場合、その応答時間が有限であることに注意せねばならない。この応答時間のために信号の観測をビームが何周かするまで待たねばならない。特にビーム信号の観測にしばしば利用されるスペクトラムアナライザーにおいてこのことは顕著であり、その周波数、信号強度の測定精度を充分上げられるようにスキャン時間を設定せねばならない。

この応答時間は次のように求められる。即ち、入力に振幅 1、周波数 ω_o の sin 波を $t = 0$ に加えたとき、出力のラプラス変換は

$$R(s) = \frac{2\xi\omega_o s}{s^2 + 2\xi\omega_o s + \omega_o^2} \frac{1}{s - j\omega_o}, \tag{1-62}$$

で書き表される。使用される BPF は一般に Q 値が大きいので、出力波形は $\xi < 1$ の場合のみ考慮して

$$V_o(t) = -\frac{\alpha + j\omega_o}{\alpha - \beta} \mathrm{e}^{\alpha\mathrm{t}} + \frac{\beta + \mathrm{j}\omega_\mathrm{o}}{\alpha - \beta} \mathrm{e}^{\beta\mathrm{t}} + \mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega_\mathrm{o}\mathrm{t}}, \tag{1-63}$$

ここで α、 β は $s^2 + 2\xi\omega_o s + \omega_o^2 = 0$ の 2 つの解である。Q の値が充分大きければ式 (1-63) は近似的に次のようになる。

$$V_o(t) \sim (1 - \mathrm{e}^{-\xi\omega_\mathrm{o}\mathrm{t}}) \mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega_\mathrm{o}\mathrm{t}}, \tag{1-64}$$

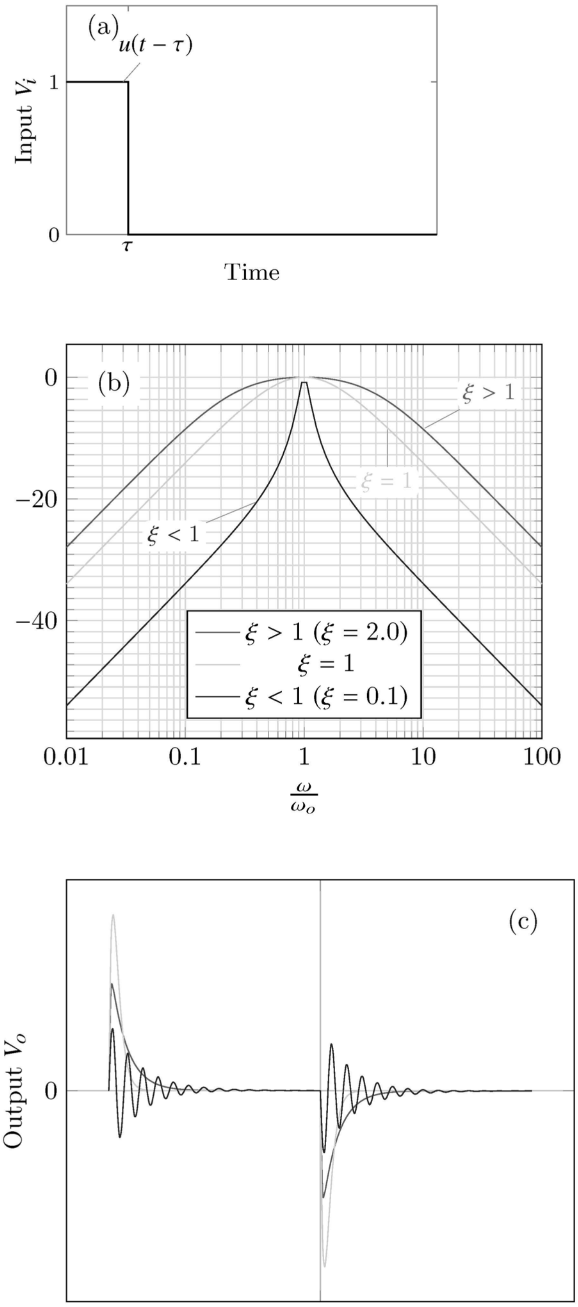

Fig. 11 帯域通過型の方形波に対する応答

したがって信号強度の測定誤差を例えば 1% 以内に収めるためには、

$$\tau = \frac{\ln 100}{\pi \mathit{\Delta} f}, \tag{1-65}$$

だけ待たねばならない。ここで $\mathit{\Delta} f$ は BPF のバンド幅である。

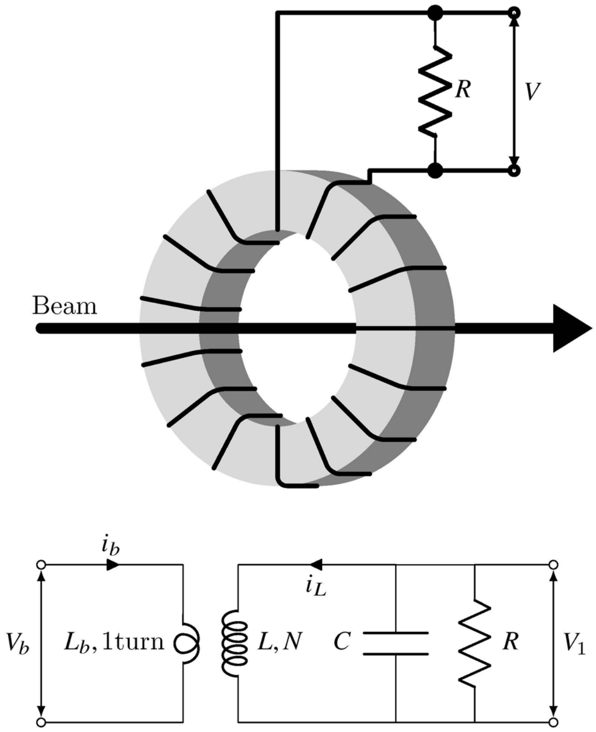

Fig. 12 トランスと等価回路

2　ビーム強度モニター

加速器モニターの基本的な機器として、ビーム強度モニターがある。ビーム強度モニターは大別すると、1 つ 1 つのバンチ内のビーム強度を測定する、いわゆる速いモニターと、ビームの平均電流を測定するモニターに分けられ、各々次の検出器が考えられる。

ビーム強度モニター	速い電流モニター	壁電流型
		電流トランス
	平均電流モニター	磁気変調型電流トランス
		帰還型電流トランス
		電流トランス

2.1　電流トランス Current Transformer (CT)

ビームの発生する磁場 B_θ を検出するモニターの一つである。ビームの進路を取り巻く形で検出コイルを置くと、ビームを入力電流 i_b、巻数 $N_1 = 1$ の 1 次側、検出コイルを巻数 $N_2 = N$ の 2 次側としたトランスと等価になる (Fig. 12) [1, 2]。

フェライトまたはアモルファス合金等の強磁性体からなるトロイダルコアの中心に荷電粒子ビームを通し、それを 1 次コイルと見なしたトランスである。コアに巻いた 2 次コイルに誘起される電圧はビームが運ぶ電流に比例するので、ビーム強度を測定することができる。コイルに流れる電流を i_L として、

$$\oint H dl = i_b + N i_L,$$

が成り立つ。ここで、ビームエネルギーが十分高く $\gamma \gg 1$ である場合、またはビームパイプの半径がビームのバンチ長より十分小さい場合を仮定して、軸方向の電場は無視できるものとして変位電流 (displacement current) は無視する。

$$\frac{\partial}{\partial t}\int_S \epsilon E_z dS = 0,$$

したがってコア内の平均磁束密度 B は

$$B = \frac{\mu}{l_c}(i_b + N i_L),$$

となる。ここで、μ はコアの透磁率、$l_c = 2\pi r_c$ はコアの平均磁路長、r_c はコアの平均半径である。コアの断面積を S_c とすると、コイルを貫く磁束は $\phi = BS_c$ であるから、コイルに誘起されている電圧 v は

$$\begin{aligned} v &= N\frac{d\phi}{dt}, \\ &= \mu\frac{NS_c}{l_c}\frac{d}{dt}(i_b + N i_L), \end{aligned}$$

で与えられる。コイルの負荷抵抗を R とすると、$v = -Ri_L$ より、次の微分方程式を得る。

$$\frac{dv}{dt} + \frac{R}{L}v = \frac{R}{N}\frac{di_b}{dt}, \tag{2-1}$$

ここで、

$$L = \mu\frac{N^2 S_c}{l_c},$$

はコイルの自己インダクタンスである。したがって v は次のようになる。

$$\begin{aligned} v(t) &= \mathrm{e}^{-\frac{t}{\tau}}\left\{v(0) + \frac{R}{N}\int_0^t \frac{di_b(t')}{dt'}\mathrm{e}^{\frac{t'}{\tau}}dt'\right\}, \\ &= \left\{v(0) - \frac{R}{N}i_b(0)\right\}\mathrm{e}^{-\frac{t}{\tau}} \\ &\quad + \frac{R}{N}\left\{i_b(t) - \frac{1}{\tau}\int_0^t i_b(t')\mathrm{e}^{-\frac{t-t'}{\tau}}dt'\right\}, \end{aligned}$$

ここで、

$$\omega_L = \frac{1}{\tau} = \frac{R}{L},$$

は L と R による遮断周波数である。1 つの周波数成分について出力応答を求めるには、$i_b(t) = I_b(\omega)\mathrm{e}^{j\omega t}$、$v(t) = V(\omega)\mathrm{e}^{j\omega t}$ として、式 (2-1) に代入すればよい。

$$j\omega V + \omega_L V = j\omega \frac{RI_b}{N},$$

より、

$$V = \frac{\frac{j\omega}{\omega_L}}{1 + \frac{j\omega}{\omega_L}} \frac{RI_b}{N},$$

を得る。したがって $\omega \ll \omega_L$ では微分伝達特性

$$V \simeq j\frac{\omega}{\omega_L}\frac{RI_b}{N},$$

$\omega \gg \omega_L$ では平坦応答特性

$$V \simeq \frac{RI_b}{N},$$

となることがわかる。実際にはコイルの巻線間容量や浮遊容量のため負荷は純抵抗ではなく、一般に複素インピーダンス $Z(\omega)$ となるので、$V(\omega)$ は

$$V = \frac{\frac{j\omega L}{Z}}{1 + \frac{j\omega L}{Z}} \frac{RI_b}{N}, \tag{2-2}$$

で与えられる。インピーダンス $Z(\omega)$ が抵抗 R と容量 C の並列インピーダンスであるとすると、

$$Z = \frac{R}{1 + j\omega CR},$$

したがって伝達特性は二次のバンドパス特性となる。

$$V = \frac{\frac{j\omega L}{R}}{1 + \frac{j\omega L}{R} - \omega^2 LC} \frac{RI_b}{N}, \tag{2-3}$$

この特性を導くには以下のようにも考えられる [1]。トランスの理論より、

$$\begin{pmatrix} V_b \\ V \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} j\omega L_b & j\omega M_{b1} \\ j\omega M_{1b} & j\omega L \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_b \\ I \end{pmatrix}, \tag{2-4}$$

$$V = -ZI, \tag{2-5}$$

$$Z = \frac{R}{1 + j\omega CR}, \tag{2-6}$$

ここで、

L_b, L	1 次、2 次各々の自己インダクタンス
M_{b2}, M_{2b}	1-2 次間の相互インダクタンス。$M_{b2} = M_{2b}$

である。$M_{b2} = k\sqrt{L_b L}$ (k は係数)、$L_b = L/N_1 = L$ ($N_1 = 1$) の関係を利用して、式 (2-4)、式 (2-5) より、

$$V = \frac{j\omega k L}{1 + j\omega \frac{L}{Z}} \frac{I_b}{N}, \tag{2-7}$$

また、式 (2-6) を代入して、周波数変数をラプラス変数に変換すると

$$V = \frac{k}{C} \frac{s}{s^2 + \frac{s}{CR} + \frac{1}{LC}} \frac{I_b}{N}, \tag{2-8}$$

より見やすくするために次の置き換えを行うと、

$$\omega_o^2 = \frac{1}{LC}, \tag{2-9}$$

$$Q = \frac{R}{\omega_o L} = \frac{1}{2\xi}, \tag{2-10}$$

したがって式 (2-8) は、

$$V = k\frac{RI_b}{N} \frac{2\xi\omega_o s}{s^2 + 2\xi\omega_o s + \omega_o^2}, \tag{2-11}$$

式 (2-3) でも同様の置き換えを行い、$j\omega \to s$ とすれば

$$\begin{aligned} V &= \frac{\frac{2\xi}{\omega_o}s}{1 + \frac{2\xi}{\omega_o}s + \frac{s^2}{\omega_o^2}} \frac{RI_b}{N}, \\ &= \frac{2\xi\omega_o s}{\omega_o^2 + 2\xi\omega_o s + s^2} \frac{RI_b}{N}, \end{aligned}$$

となり、同じ形に変形できる。式 (2-11) が CT の周波数特性を示す式であり、1 節の議論を思い起こすと、帯域通過型を示すことがわかる。

共振周波数は式 (2-9) より、$\omega_o = 1/\sqrt{LC}$、共振の Q 値は $Q = R\sqrt{C/L}$ である。$Q > 1$ のときは共振特性となり、$Q \ll 1$ のときは $\omega_0 Q < \omega < \omega_0/Q$ の間で平坦な伝達特性を持つバンドパス特性となる。ここで、$\omega_L = \omega_0 Q = R/L$ は低域遮断周波数、$\omega_H = \omega_0/Q = 1/(CR)$ は高域遮断周波数である。パルスの立ち上がり時定数 $\tau_r = 1/\omega_H$ およびドゥループの時定数 $\tau_d = 1/\omega_L$ は

$$\tau_r = \frac{Q}{\omega_0} = CR,$$

$$\tau_d = \frac{1}{Q\omega_0} = \frac{L}{R},$$

で与えられる。なお、V の 90% 立ち上がり時間は 1 節の式 (1-49) で与えられる。パルス波形の再現性は平坦応答領域が広いほど、すなわち ω_H/ω_L が大きいほど良くなる。

2.2 帰還型電流トランス

ビームの平均電流を測定するためには、式 (1-33) が示すように、周波数スペクトルの直流成分を検出しなければならない。しかし、CT とビームは交流結合であるため、ビーム電流 I_b の直流成分を検出することはできない。式 (2-3) でわかるように $\omega \to 0$ では $V \to 0$ である。したがってビームの周回時間より十分長い時間に渡っての平均的なビーム強度を測定するには他の方法を考えなければならない。シンクロトロンのビームは加速器内に入射、加速されてから、取り出しまたは衝突により失われるまで、数秒周期の繰返し運転が行われるので、ビーム信号は持続時間が秒のオーダーのパルス信号になる。このような長い周期のビーム強度を観測するために考えられたものが、**帰還型 CT** である。帰還型 CT は検出コイルの自己インダクタンスを大きくし ($L \sim 1\ H$)、かつ負帰還により負荷インピーダンス R を十分小さくして、低域時定数 (ドゥループ時定数)$\tau_d = L/R$ を大きくしたものである。Fig. 13 の等価回路に示すように、信号検出コイル L_1 で検出した信号を増幅してフィードバック用コイル L_2 に帰還する。増幅器の増幅度が十分大きい場合には、I_b によってコアに発生している磁束がフィードバック電流 I_f の作る磁束で打ち消され、コア中の磁束がゼロになるように動作する。したがって、フィードバック抵抗 R_f に発生する電圧を検出することで I_f を知ることができ、$N_2 I_f = I_b$ より I_b がわかる。L_1 の負荷インピーダンスを Z_1、増幅器の電圧増幅度を $-K(\omega)$ (負号は位相反転を表す) とすると

$$V_{L_1} = j\omega L_1 \left(\frac{I_b}{N_1} + I_{L_1} + \frac{N_2}{N_1} I_f \right), \tag{2-12}$$

$$V_{L_1} = -Z I_{L_1}, \tag{2-13}$$

$$-K(\omega) V_{L_1} = j\omega L_2 \left(\frac{I_b}{N_2} + I_f + \frac{N_1}{N_2} I_{L_1} \right) + I_f R_f, \tag{2-14}$$

が成立する (L_1、L_2 のリーケージ・インダクタンスは無視した)。N_1、N_2 はそれぞれ L_1、L_2 の巻数である。式 (2-12) は L_1 に誘導される電圧、式 (2-13) は Z_1 に発生する電圧、式 (2-14) は増幅器の出力電圧である。

上式から I_{L_1}、V_{L_1} を消去することで次式を得る。

$$I_f = G(\omega) \frac{I_b}{N_2}, \tag{2-15}$$

$$G(\omega) = \frac{j \frac{\omega L_1}{R_f} \frac{N_2}{N_1} \left\{ K(\omega) + \frac{N_2}{N_1} \right\}}{1 + j \frac{\omega L_1}{R_f} \frac{N_2}{N_1} \left\{ K(\omega) + \frac{N_2}{N_1} \left(1 + \frac{R_f N_1^2}{Z_1 N_2^2} \right) \right\}}, \tag{2-16}$$

ここで、$K(\omega)$ が十分大きく、

$$|K(\omega)| \gg \frac{N_2}{N_1},$$

が成立している場合には、式 (2-2) と相似の伝達関数となる。

$$I_f = -\frac{\frac{j\omega L_1}{Z(\omega)}}{1 + \frac{j\omega L_1}{Z(\omega)}} \frac{R I_b}{N_2}, \tag{2-17}$$

ここで、

$$Z(\omega) = \frac{\frac{N_1}{N_2} R_f}{K(\omega) + \frac{N_1}{N_2} \frac{R_f}{Z_1}},$$

である。$K(\omega)$ が十分大きく、$\omega L_1 \gg |Z(\omega)|$ となる領域 (平坦応答領域) では

$$I_f = -\frac{I_b}{N_2}, \tag{2-18}$$

すなわち、I_b が作るコア中の磁束はフィードバック電流 I_f が発生する磁束で打ち消されていることがわかる。これは帰還型 CT に限らず、一般にトランスフォーマーにおいて、平坦応答領域では一次コイルの発生する磁束は二次コイルの発生する磁束で打ち消されている。

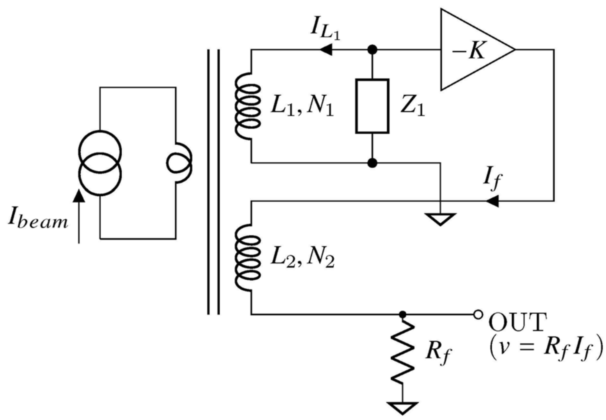

Fig. 13 帰還型 CT の等価回路

フィードバック回路では閉ループの安定性を保証した設計をしなければならない。安定性の考察から帰還

型 CT の応答周波数帯域が決定される。式 (2-15) が表す系は入力が $R_f I_b / N_2$ で出力が $R_f I_f$ である負帰還増幅器と等価であり、その閉ループ利得が式 (2-16) の $G(\omega)$ で与えられる。一般に閉ループ利得 $G(\omega)$ は帰還率 $\beta(\omega)$ および開ループ利得 $-G_0(\omega)$ により

$$G(\omega) = -\frac{G_0(\omega)}{1 + \beta(\omega) G_0(\omega)},$$

で与えられる。式 (2-18) より平坦応答領域では $G(\omega) = -1$ であることから $\beta(\omega) = 1$ であり (帰還率 100%)、Fig. 14 の線図が書ける。

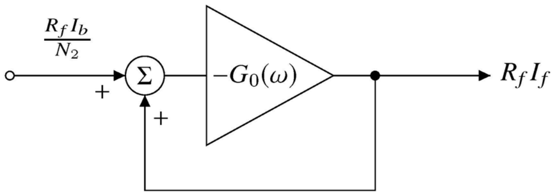

Fig. 14 帰還型 CT の線図

これより閉ループ利得

$$G(\omega) = -\frac{G_0(\omega)}{1 + G_0(\omega)},$$

を与える $G_0(\omega)$ は、

$$\begin{aligned} G_0(\omega) &= -\frac{G(\omega)}{1 + G(\omega)}, \\ &= F(\omega) \underbrace{\left\{ K(\omega) + \frac{N_2}{N_1} \right\}}_{(*)}, \end{aligned}$$

ここで、

$$F(\omega) = \frac{\frac{j\omega L_1}{R_f}}{1 + \frac{j\omega L_1}{Z_1(\omega)}} \frac{N_2}{N_1}, \tag{2-19}$$

である。一般に $\omega < \omega_H$ では

$$|K(\omega)|^2 \gg \left(\frac{N_2}{N_1} \right)^2 \qquad (\omega < \omega_H),$$

を満たすようにコイルの巻数比を設計することが必要であり、$(*)$ 内の N_2/N_1 は無視することができる。したがって $G_0(\omega)$ は次のように近似してよい (この近似が成立するためには $(N_2/N_1)^2 \ll R_f/R_1$ であればよい)。

$$G_0(\omega) \simeq F(\omega) K(\omega),$$

信号検出コイルの負荷インピーダンス Z_1 は抵抗 R_1 と容量 C_1 の並列インピーダンス

$$Z_1(\omega) = \frac{R_1}{1 + j\omega C_1 R_1},$$

であるとする。また増幅器の利得 $K(\omega)$ は $\omega > \omega_0$ では -6 dB/oct で減衰する特性を持つものとする (一次補償)。

$$K(\omega) = \frac{K_0}{1 + \frac{j\omega}{\omega_0}},$$

このとき式 (2-19) は

$$F(\omega) = \frac{\frac{j\omega L_1}{R_f}}{1 + \frac{j\omega L_1}{R_1} - \omega^2 L_1 C_1} \frac{N_2}{N_1},$$

となり、$F(\omega)$ は低域遮断周波数 ω_L および高域遮断周波数 ω_H

$$\begin{aligned} \omega_L &= \frac{R_1}{L_1}, \\ \omega_H &= \frac{1}{C_1 R_1} \end{aligned}$$

となるバンドパス特性を持つ。C_1 は L_1 と増幅器を接続するケーブルの容量で決まるので、汎用の演算増幅器 IC (OP アンプ IC) を増幅器に用いることを想定すると一般に $\omega_0 < \omega_H$ を仮定することができる。この場合 ω_0 は $G_0(\omega)$ の第一ポール、ω_H は第二ポールとなる。$\omega > \omega_H$ ではループを一巡する帰還信号の位相が 180° に近づくので、閉ループの安定性を保証するためには $|G_0(\omega_H)| < 1$ でなければならない。すなわち

$$\omega_0 K_0 < \frac{N_1 R_f}{N_2 R_1} \omega_H, \tag{2-20}$$

となるように増幅器の直流利得 K_0 および遮断周波数 ω_0 を決定しなければならない ($\omega_0 K_0$ は増幅器の利得帯域幅積である)。また $G(\omega)$ の高域遮断周波数 ω'_H は

$$|G_0(\omega'_H)| \simeq \left| \frac{\omega_H R_1 N_2}{\omega'_H R_f N_1} \frac{K_0}{\frac{\omega'_H}{\omega_0}} \right| \simeq 1,$$

より、

$$\omega'_H \simeq \sqrt{\omega_H \omega_0 K_0 \frac{R_1 N_2}{R_f N_1}},$$

で与えられる。ω'_H は式 (2-20) の左辺が右辺にほぼ等しくなるときに最大となり、

$$(\omega'_H)_{\max} \simeq \omega_H,$$

になる。

次に開ループ利得 $G_0(\omega)$ の低域特性を考える。$K(\omega)$ の遮断周波数 ω_0 が $\omega_0 > \omega_L$ であるとすると、ω_L が $G_0(\omega)$ の低域遮断周波数となる。($\omega_0 < \omega_L$ の場合は増幅器の利得 $K(\omega)$ が有効に利用されないため大きな利得が必要となり、出力オフセット・ドリフトが大きくなるので好ましくない)。これより閉ループ利得 $G(\omega)$ の低域遮断周波数 ω_L' は $G_0(\omega_L') \simeq 1$ より、

$$\omega_L' \simeq \frac{R_f}{L_1}\frac{N_1}{K_0 N_2},$$

となる。また、ω_L' は式 (2-20) の左辺が右辺に等しくなるときに最小となり、

$$(\omega_L')_{\min} \simeq \omega_L \frac{\omega_0}{\omega_H},$$

になる。以上より閉ループ利得 $G(\omega)$ の最大平坦応答領域は

$$\omega_L \frac{\omega_0}{\omega_H} < \omega < \omega_H,$$

となる。

2.3 Direct-Current Current Transformer (DCCT)

これまでに述べた CT はビーム電流の直流成分を検出することはできないので、ストーレージリングのような直流ビームを観測することはできない。そこで直流成分を検出するために磁気変調型 CT、いわゆるパラメトリック DCCT が CERN の K. Unser によって考案された。可飽和リアクトルを用いた磁気変調そのものの歴史は古く、さほど目新らしい技術でないが、Unser は広帯域化のために磁気パラメトリック変調による二倍高調波を検出し、帰還型 CT と組み合わせることで、直流から MHz オーダーに渡る広帯域で動作可能な CT を考案し、現在世界中で広く用いられている [2]。

Fig. 15 に示すように、磁性体コアに巻いたコイルと直列に抵抗を接続し、コアが十分飽和するような振幅でコアを励振する。励振電源電圧を $V_0 \sin(\omega_m t)$ とするとコイル電圧 v は

$$\frac{dv}{dt} + \frac{R}{L(H)}v = \omega V_0 \cos(\omega_m t),$$

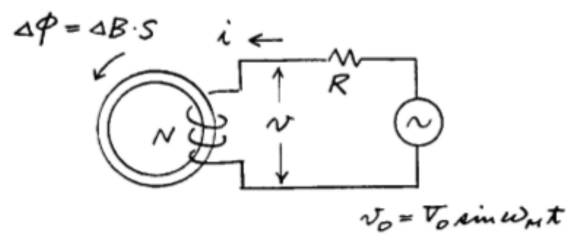

Fig. 15 磁気変調型 CT の等価回路 [2]

で与えられる。ここで、

$$L(H) = \frac{N^2 S_c}{l_c}\frac{dB(H)}{dH},$$
$$H = \frac{N S_c}{l_c R}\left(v - V_0 \sin(\omega_m t)\right),$$

また、$f_m = \omega_m/(2\pi)$ は変調周波数である。ここで $L(H)$ はインダクタンスではなく、B-H カーブの傾斜を表す瞬時透磁率で決まるパラメーターである。磁性体の B-H カーブを 3 次曲線で近似した簡単なモデルで、コイル電圧 v および電流を計算すると Fig. 16 のようになる。ここで $V_0 = 55\ V$、$\omega_m = 2\pi \times 500$ Hz、$R = 20\ \Omega$、$H_c = 20$ A·T/m、$B_m = 1.4$ テスラ、$(dB/dH)_{\max} = 5 \times 10^4 \mu_0$、$N = 100$ Turn とした。dB/dH の大きい領域では $L(H)$ が大きく、v はほぼ $V_0 \sin(\omega_m t)$ となるが、飽和領域では $L(H)$ が小さいために R による電圧降下が大きくなり、v は歪んだ波形となる。

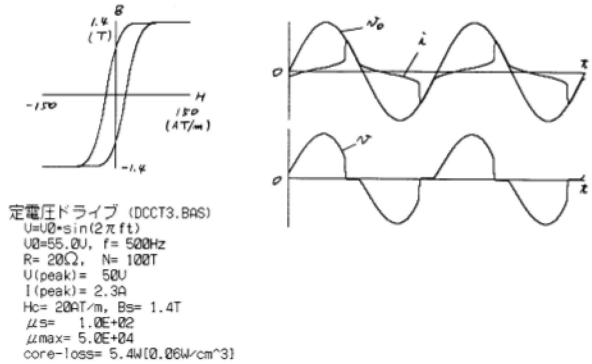

Fig. 16 磁気変調におけるコイル電流および誘導電圧 [2]

そこで Fig. 17 のように 2 つのコアを逆方向に励振しておいて、中心にビーム電流 i_b を通すと、i_b が発生する磁場のため 2 つのコアは励振磁場に対して互いに逆方向にバイアス磁場が加わるので、飽和するタイミングに差が生ずる。そこでコイル L_4 で 2 つのコアに

発生している磁束変化の差を検出すると ($v_4 = N_4 d(\phi_1 - \phi_2)/dt$)、式 (18) に示すような励振周波数の偶数次高調波を多く含む信号が得られる。ここでコアの磁気特性について少し考察しておく。Fig. 18 において、$v = NS_c dB/dt$ よりコアの磁束密度の変化 ΔB は

$$\Delta B = \frac{1}{NS_c}\int v(t)dt,$$

となる。ここで $\int v(t)dt$ は $V - t$ 積と呼ばれる。

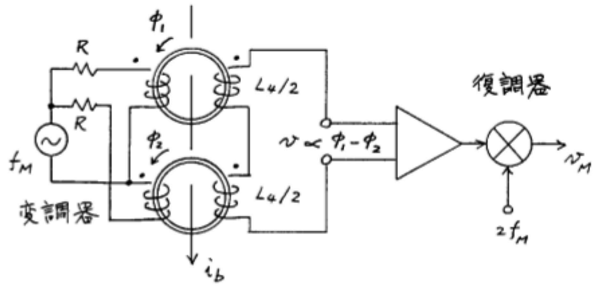

Fig. 17 磁気変調型 DCCT (パラメトリック DCCT) [2]

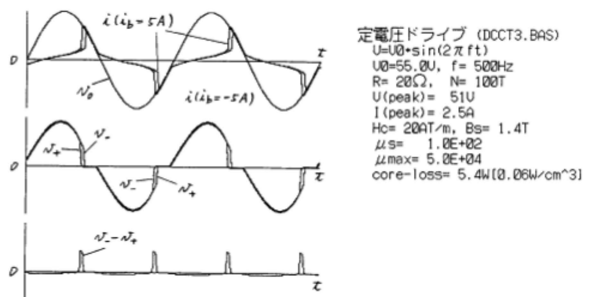

Fig. 18 磁気変調型 DCCT のコイルに誘導される信号 [2]

dB/dH が大きい領域では $\omega_m L(H) \gg R$ であるとすると、コアが非飽和領域に滞在している時間 $\Delta t \simeq t_B - t_A$ は次のように概算できる。$\Delta B \simeq 2B_m$ (最大磁束密度変化幅) として

$$\int_{t_A}^{t_B} V_0 \sin(\omega_m t)\, dt \simeq 2NS_c B_m,$$

であるから、$t_A \simeq 0$ として、

$$\cos(\theta) \simeq 1 - \frac{2\omega_m NS_c B_m}{V_0},$$

となる。ここで $\theta = \omega_m \Delta t$ は Δt に対応する位相角である。すなわち Fig. 19 に示す B-H 曲線で、A 点から B 点に到る間は、コイルに発生する電圧はほぼ変調電源電圧 $V_0 \sin(\omega_m t)$ に等しく、滞在時間 Δt は B_m 以外にはコアの磁気特性 (H_c、dB/dH 等) にはあまり依存しない。$t > \Delta t$ ではコアが飽和していて $\omega_m L(H) \ll R$ となるので、コイル両端の電圧はほぼゼロになる。続く半周期では H が反転して再び非飽和領域を通って元に戻る。したがって $\omega_m NS_c B_m / V_0$ が同じであればコア中の磁束変化は H_c、dB/dH (すなわち B-H 特性の角型比) には依存しない。これは磁気コアの角型比が重要視される一般の磁気増幅器の考え方にとらわれる必要がないことを意味している。ただし H_c の大きい磁性材料ではヒステリシス損による発熱が問題になることもあるので、ある程度 H_c の小さいコア材が望ましい。例として Fig. 18 と同じ B_m を仮定し、$(dB/dH)_{\max} = 5 \times 10^4 \mu_0$ および $5 \times 10^3 \mu_0$ とした場合のコイル誘導電圧を Fig. 20 に示す。dB/dH が大きく異なるにもかかわらずコイル電圧波形はほとんど変わらないことがわかる。したがって必要以上にコアの磁気特性に神経を使う必要はない。

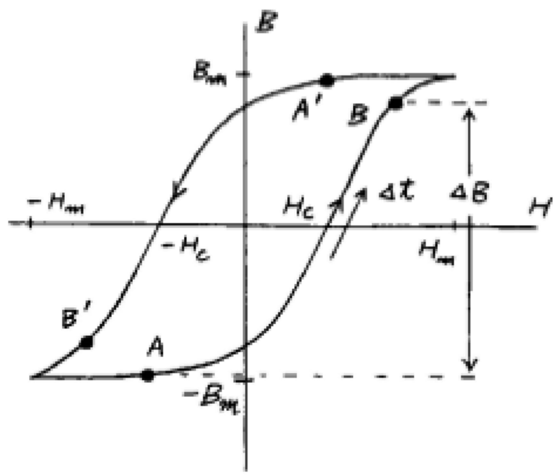

Fig. 19 磁性体コアの B-H カーブ [2]

Fig. 21 のように検出コイルにて二つのコアの磁束変化の差を検出し、復調器 (同期整流回路) にて変調電圧の 2 倍波の振幅 V_{2m} と位相 θ_{2m} を検出する。

$$v_m = V_{2m} \cos(\theta_{2m}),$$

位相因子 $\cos(\theta_{2m})$ は変調コイルのインダクタンスで決まり、振幅 V_{2m} はコアのバイアス磁束すなわちビーム電流 i_b にほぼ比例する。復調器の出力は同期整流に

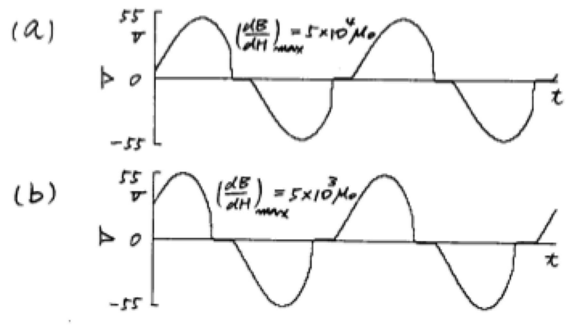

Fig. 20 誘導電圧 (a) dB/dH が大きい場合、(b) dB/dH が小さい場合 [2]

よる 2 倍波の周波数のリプル成分を持つので、変調周波数の 1/100 程度以下 (1~10Hz) の遮断周波数を持つローパスフィルタ (LPF) を通してリプルを十分減衰させた後出力される。この出力は増幅器にて増幅された後フィードバックコイル L_3 に印加され、負帰還ループを構成する。この負帰還ループはビーム電流 i_b が発生する磁束を、L_3 を流れるフィードバック電流 i_{L_3} で打ち消すようにはたらき $N_3 i_{L_3} = i_b$ でつり合う。したがって DCCT の応答は直流域から 1~10 Hz 程度までと非常に遅いので、Fig. 21 のように、前節で述べた帰還型 CT と組み合わせて広帯域化が図られる。

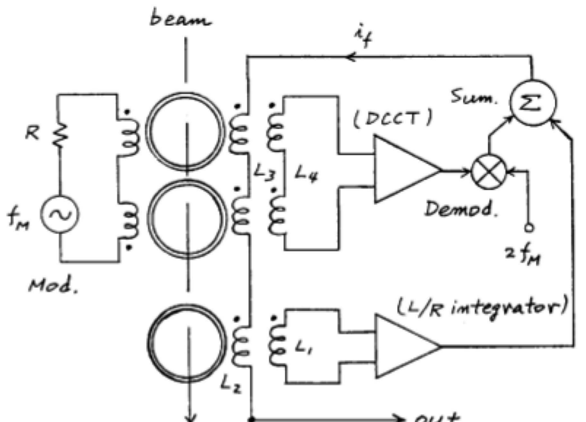

Fig. 21 広帯域 DCCT [2]

ただし、この構成ではコアの磁気特性のアンバランスのために、磁気変調によって DCCT 部のフィードバックコイルに誘導されるリプル電流が問題となる。 Φ_1、Φ_2 を各々のコアの磁束振幅とすると、フィードバックコイル L_3 に誘導される電圧 V_3 は

$$V_3 = j\omega N_3 (\Phi_1 - \Phi_2),$$

である。コアの特性がバランスしていれば $(\Phi_1 - \Phi_2) = 0$ である (フィードバックによりビーム電流 i_b による磁束は打ち消されているとする)。一方コアがバランスしていなくて飽和磁束の差が $\varDelta\Phi_s$ であれば、ほぼ

$$V_r \simeq j\omega_m N_3 \varDelta\Phi_s, \tag{2-21}$$

だけのリプル電圧が誘導され、それによるリプル電流が L_3 と直列に接続されている帰還型 CT のフィードバックコイル L_2 および電流検出抵抗 R_f を流れる。後に述べるように帰還型 CT によるフィードバックループがない場合には、パラメトリック変調用のコア対に 1% 程度のアンバランスが存在すると、このリプル電流はビーム電流に換算して ~100 mA 程度にもなるため、全く実用にならない。そこで Unser は Fig. 21 のように帰還型 CT を組み合わせることで、リプルの抑圧と同時に応答の広帯域化を図った。L_3 に誘導されるリプルは帰還型 CT のフィードバックループに対する外乱信号となるので、帰還型 CT の開ループゲイン分の 1 に抑圧される。一方、クローズドループの安定性を確保するためには kHz 以上の周波数領域において十分大きなオープンループ利得を実現することは一般に困難であり、帰還型 CT のフィードバックループによるリプル抑圧能力が減少するため、出力にリプル成分が残存することになってしまう。リプルは変調周波数 f_m の多くの高調波成分 nf_m を含んでいるため、オープンループ利得が減少する高調波領域のリプル抑圧が特に困難である。ビーム電流換算リプル電流を 10 μA 以下のオーダーに抑圧するためには、リプル周波数領域にて 10^4 以上の開ループゲインが必要になってしまい Fig. 21 の構成のままでは実用化は難しい。そこで Unser は高度なコアバランスを実現するためにコア対を厳しく選択し、かつ高度な回路技術と巧妙なフィルター設計で困難なリプル問題を解決し、高精度な DCCT を実用化することに成功した。Unser が開発した DCCT は Bergoz 社から市販され、世界中の加速器で用いられているが、高度のノウハウが必要なため同等の性能のものを他で実現するのは困難である。式 (2-21) で与えられるリプル電圧を仮定して、出力リプルがどのようになるか考えてみよう。磁気変調によって L_3 に誘導され

るリプル電流に対しては復調器を含む直流検出部は影響を及ぼさないので、リプルの影響を調べるには帰還型 CT 部の動作のみを考慮すればよい。そのためには式 (2-14) にビーム電流 I_b とフィードバック電流 I_f が L_3 に発生する電圧 $j\omega L_3(I_b/N_3 + I_f)$ および L_3 に誘導されるリプル電圧 V_r を追加して

$$-K(\omega)V_{L_1} = j\omega L_2\left(\frac{I_b}{N_2} + I_f + \frac{N_1}{N_2}\right) + I_f R_f + j\omega L_3\left(\frac{I_b}{N_3} + I_f\right) + V_r, \tag{2-22}$$

とすればよい。ここで変調コイルは L_3 からの誘導を打ち消すように巻いてあるので、変調コイルと L_3 のカップリングは無視した。リプル成分のみを見るためにビーム電流はないものとして $I_b = 0$ とおくと、式 (2-22)、式 (2-12)、式 (2-13) より、

$$I_f = H(\omega)\frac{I_r}{N_2},$$

と書ける。ただし、$N_2 = N_3$ とする。ここで、

$$I_r \equiv \frac{N_3}{j\omega L_3}V_r = \frac{N_3^2}{L_3}\varDelta\Phi,$$

はビーム電流に換算した実効的なリプル電流であり $H(\omega)$ はリプル伝達関数である。$H(\omega)$ は帰還型 CT のオープンループ利得 $G_0(\omega)$ を用いて次のように書ける。

$$H(\omega) = -\frac{\frac{j\omega L_3}{R_f}}{1 + G_0(\omega)}, \tag{2-23}$$

$$G_0(\omega) = f(\omega)\frac{N_2}{N_1}\left\{K(\omega) + \frac{N_2}{N_1}\right\} + j\frac{\omega L_3}{R_f}, \tag{2-24}$$

ここで I_r が実効的リプル電流であることを示すために、帰還型 CT がない場合 ($L_2 = 0$、$K(\omega) = 0$) を考える。この場合

$$lG_0(\omega) \simeq j\frac{\omega L_3}{R_f},$$

より、

$$H(\omega) = -\frac{\frac{j\omega L_3}{R_f}}{1 + \frac{j\omega L_3}{R_f}}, \tag{2-25}$$

となり、$\omega > R_f/L_3$ ($H(\omega)$ の平坦応答領域) では $H(\omega) \simeq 1$、すなわち電流検出抵抗両端のリプル出力電圧が $R_f I_r/N_2$ となることから、I_r はビーム電流に換算した実効的リプル電流であることがわかる。

次に I_r の大きさを評価してみよう。コアの飽和磁束密度を $B_s \simeq 0.5$ T·m、コアの断面積を $S_c = 2.5$ cm^2 とする。コアの飽和磁束密度のアンバランスを $\varDelta B_s/B_s \simeq$ 1% とすると $\varDelta\Phi_s \simeq 2\times10^{-5}$ T·m^2 である。ここで $\omega = 2\pi\times1$ kHz、$L_3 = 25$ mH、$N_2 = N_3 = 50$ Turn とすると $I_r \simeq 125$ mA となる。すなわち帰還型 CT によるリプル抑圧が期待できない場合には、これだけのリプル電流が出力されてしまうことになる。出力リプル成分は式 (2-23) で分かるように $H(\omega) \simeq \omega L_3/G_0(\omega)R_f$ ($\ll 1$) 倍に抑圧される。したがってリプルを抑圧するためには変調周波数以上の周波数領域で帰還型 CT の開ループ利得が十分大きいことが必要である。例えば上の例で出力等価リプル電流 $H(\omega)I_r$ を μA オーダーにまで抑圧するためには変調周波数以上の周波数領域で $G_0(\omega) \simeq 10^5$ (100dB) 以上が必要となる。一方閉ループの安定性を確保するためには $\omega \simeq \omega_H$ では $G_0(\omega) < 1$ でなければならない。前節の例で見たように $\omega_H/(2\pi)$ はせいぜい数十 kHz 程度である。$G_0(\omega)$ は $K(\omega)$ の遮断周波数 ω_0 以上ではほぼ $1/\omega$ に比例して減少する (−6dB/oct) ので $\omega_H/(2\pi) \simeq 48$ kHz とすると、$\omega = \omega_m \simeq 2\pi\times1$ kHz 以上の領域では $G_0(\omega) < 48$ (< 33.6 dB) となってしまい、出力等価リプル電流は $H(\omega)I_r \simeq 4.1$ mA 程度にまでしか下がらず、mA オーダーのビーム電流の測定には全く実用にならない。100 dB ものオープンループ利得を実現することは不可能であり、他の方策を考えなければならない。以上のように如何にして誘導変調リプルを抑圧するかが DCCT の最も重要な問題である。そこで以下で誘導リプル成分を考慮した DCCT の回路解析を行うことにする。復調器は非線形動作をしているので定量的には非線形解析が必要であるが、リプル解析に対しては復調器が十分なリプル除去能力を持っていれば線形解析で十分であるので、以下では線形解析を述べる。ただしリプルの周波数成分および出力オフセットを問題にする場合には非線形解析が必要である。

2.3.1　直列フィードバック方式 DCCT

K. Unser はリプル抑圧のために Fig. 22 に示すようなフィードバックループを考案した。コア T_4 から成るインダクタンスを L_3 に直列に追加し、L_3 に誘導されるリプル電流の電流路のインピーダンスを大きくしてリプル電流を減少させ、さらに L_3 に並列に容量 C を

追加して共振回路を構成することでリプル電流を C を通して短絡し、帰還型 CT のフィードバックコイル L_2 および電流検出抵抗 R_f に流れるリプル電流を阻止しようというものである。ここで共振回路のダンピング抵抗 R はコア損失による実効的な抵抗成分を表す [2]。

Fig. 22 の回路の応答は閉ループ応答関数 $G(\omega)$ およびリプル応答関数 $H(\omega)$ を用いて

$$N_f I_f = G(\omega) I_b + H(\omega) I_r, \tag{2-26}$$

$$G(\omega) = - \ frac G_0(\omega) 1 + G_0(\omega), \tag{2-27}$$

$$H(\omega) = - \frac{\frac{j\omega L_3}{R_f}}{1 + G_0(\omega)} g(\omega), \tag{2-28}$$

と書くことができる。ここで、

$$G_0(\omega) = A_0(\omega) + K_0(\omega) + \frac{R_1 L_2}{R_f L_1} f(\omega) + j\frac{\omega L_3}{R_f} g(\omega), \tag{2-29}$$

$$A_0(\omega) = A(\omega) N_f, \tag{2-30}$$

$$K_0(\omega) = \frac{N_f R_1}{N_1 R_f} f(\omega) K(\omega), \tag{2-31}$$

はそれぞれ全体の開ループ利得、パラメトリック CT 部の開ループ利得および帰還型 CT の開ループ利得を表し、$K(\omega)$ は帰還型 CT の増幅器の利得、$A(\omega)R_f$ はパラメトリック CT 部のトランスインピーダンスで、復調器出力電圧は $-A(\omega)R_f(I_b + N_f I_f')$ で与えられるものとする。ここで I_f' は I_f からリプル成分を除いたものである。すなわち、復調器は信号成分に対するフィルタリングが完全であって I_f に含まれるリプル成分には感じないものとする: $A_0(n\omega_m)$。また、フィードバックコイルの巻数は $N_2 = N_3 = N_f$ としている。さらに $f(\omega)$、$g(\omega)$ は次式で与えられる。

$$f(\omega) = \frac{\frac{j\omega L_1}{R_1}}{1 + \frac{j\omega L_1}{R_1} - \omega^2 L_1 C_1}, \tag{2-32}$$

$$g(\omega) = \frac{1}{1 + \frac{j\omega L_3}{R} - \omega^2 L_3 C}, \tag{2-33}$$

ここで、コア T_4 の追加によってインダクタンス L_3 が大きくなっているため、実効リプル電流 $I_r = N_3^2 \varDelta\Phi / L_3$ は先の例より小さくなっていることに注意しておく必要 がある。式 (2-28) より $g(\omega_m) \ll 1$ とすることでリプル抑圧比を大きくできることが分かる。C がない場合 (式 (2-25)) に比べてどのくらい $H(\omega)$ を小さくできるか評価してみよう。ω_3 を L_3 と C の共振周波数 $\omega_3 = 1/\sqrt{L_3 C}$ として、$\omega_m > \omega_3$ では $g(\omega_m) \simeq (\omega_3/\omega_m)^2$ であるので共振周波数を変調周波数 ω_m より十分低く設定することで大きなリプル抑圧比を期待できる。式 (2-29) でわかるように、開ループ応答関数はパラメトリック CT の開ループ利得 $A_0(\omega)$ と帰還型 CT の開ループ利得 $K_0(\omega)$ の和になっている。$K_0(\omega)$ は $\omega = \omega_L$ に低域遮断周波数を持っているので $A_0(\omega)$ の帯域は ω_L 付近まで伸びていなければならない。したがって $A_0(\omega)$ の遮断周波数は $\simeq \omega_L$ とする必要がある。これより $g(\omega)$ の遮断周波数は ω_L より高くなければならない。したがって閉ループ応答関数の安定性より L_3 と C の共振周波数は $\omega_3 \gg \omega_L$ であることが要求される。すなわち条件 $|g(\omega_m)| \gg (\omega_L/\omega_m)^2$ のもとで如何に小さな $g(\omega_m)$ を実現するかという問題になる。しかしながらパラメトリック CT は $2\omega_m$ で振動する変調成分を検出しているので、その開ループ利得 $A_0(\omega)$ は $g(2\omega_m)$ に比例するため $|g(2\omega_m)|$ が小さくなりすぎないように $g(\omega_m)$ の関数形を決定しなければならず、設計の自由度はあまりない。

前節の設計例で述べた帰還型 CT と同等のものを組み込むものとして、どの程度のリプル抑圧が可能かを考えてみよう。$\omega_3 \simeq 5\omega_L$ とすると、$\omega_L \simeq 2\pi \times 10.5$ Hz より $\omega_3 \simeq 2\pi \times 52.5$ Hz である。変調周波数を $\omega_m = 2\pi \times 1$ kHz とすると $g(\omega_m) \simeq 2.76 \times 10^{-3}$ (-51.2 dB) となり、リプルは式 (2-28) の場合に比べて 1/362 となる。また変調磁束のアンバランス分 $\varDelta\Phi$ は先の例と同じとし、L_3 は先の例より増加して $L_3 \simeq 37.5$ mH であるとすると、実効リプル電流は $I_r = 83.3$ mA となる。したがって $G_0(\omega_m) \simeq 48$ とすると出力等価リプル電流は $H(\omega) I_r \simeq 7.3\ \mu$A となり、mA オーダーのビーム電流測定に対して実用レベルに達するものと期待される。

以上のように L_3 に C を接続して共振回路を構成することでリプル低減効果が期待できる。しかしながら出力等価リプル電流を μA オーダーにまで低減するためには上の例で見たように、磁束変調用のコア対の磁気特性を 1% よりずっと高い精度でバランスさせることが必要である。通常製品として購入可能なコアではそれほど高度なバランスは期待できない。専用の測定装置を用意してコアを厳密に選別しなければ不可能である。実際の製作に当たってはコア対の選別が最も困難な問題であり、そのために特定のメーカー以外には広帯域かつ高精度の DCCT の製造が不可能であった。

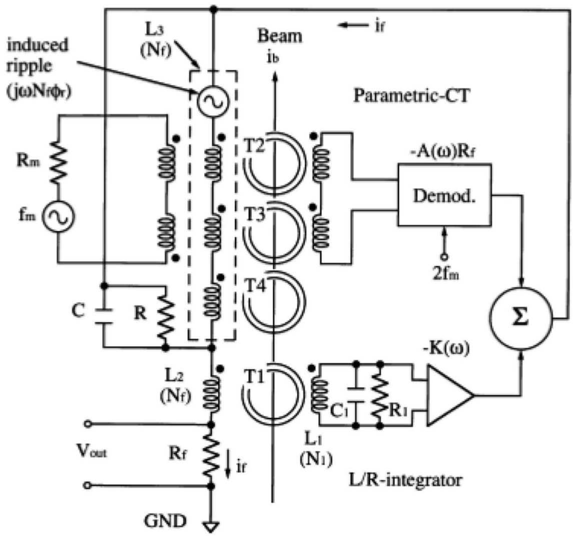

Fig. 22 フィードバック回路にリプル抑圧フィルターを組み込んだ DCCT [2]

2.3.2 並列フィードバック方式 DCCT

コア選別の問題を解決すべく新しいフィードバック回路方式 (並列フィードバック方式) を開発し、無選別コアの使用でも十分な性能を実現することに成功した [6]。

これまでの DCCT は Fig. 22 に示すように、パラメトリック CT 部のフィードバックコイルと帰還型 CT のフィードバックコイルが直列に接続され、フィードバック電流が直列に流れるようになっている。これによりビーム電流の発生する磁束が、フィードバック電流が発生する磁束でパラメトリック CT 部と帰還型 CT の両方で精度良く打ち消され、巧妙な方式であるといえる。しかしながら、このためにコアのアンバランス磁束によってパラメトリック CT 部のフィードバックコイルに誘導される大きな変調リプル電圧によって生ずるリプル電流が電流検出抵抗を流れ、出力にリプルが残留する。これを打ち消すために回路設計が複雑になり、また電子回路の限界から高度なコアバランスが要求されることは上で見てきた。この誘導リプルの問題を根本的に解決するためには、パラメトリック CT のフィードバックコイルと帰還型 CT のフィードバックコイルを回路的に独立にして、パラメトリック CT のフィードバックコイルに誘導されるリプル電流が帰還型 CT のフィードバックコイルを流れないようにすればよいことが分かる。

そこでこれら 2 つのフィードバックコイルを並列に駆動することとし、Fig. 23 のような構成を考えることにしよう。これが DCCT として正常に動作すれば、すなわち式 (2-26)–式 (2-31) と等価な応答関数を持つことが証明できれば、原理的に変調リプルが出力に現われない DCCT を実現できることになる。ただし上で議論した直列フィードバック方式と同様に復調リプルに対する復調器のフィルタリングは完全であって、復調器出力はリプルを含まないものとする。先の例と同様な回路解析を行うことで、Fig. 23 の回路の応答関数は以下のように導かれる。

$$N_f I_f = G(\omega) I_b + H(\omega) I_r, \tag{2-34}$$

$$G(\omega) = -\frac{G_0(\omega)}{1+G_0(\omega)}, \tag{2-35}$$

$$H(\omega) = 0 \qquad (\omega \geq \omega_m), \tag{2-36}$$

$$G_0(\omega) = A_0(\omega) + K_0(\omega) + \frac{R_1 L_2}{R_f L_1} f(\omega), \tag{2-37}$$

$$A_0(\omega) = A(\omega) N_f \frac{1+\left(\frac{L_2 R_1}{L_1 R_f}\right) f(\omega)}{1+\frac{j\omega L_3}{R_f}} \simeq A(\omega) N_f, \tag{2-38}$$

$$K_0(\omega) = \frac{N_f R_1}{N_1 R_f} f(\omega) K(\omega), \tag{2-39}$$

ここで、$N_2 = N_3 = N_f$、およびパラメトリック CT のフィードバック抵抗 R_{f2} と帰還型 CT のフィードバック抵抗 R_{f1} は等しい ($R_{f1} = R_{f2} = R_f$ と仮定している。$A(\omega)$ は $\omega \simeq \omega_L \ll R_f/L_3$ に遮断周波数を持っており、$\omega \simeq R_f/L_3$ では $|A_0(\omega)| \ll |K_0(\omega)|$ であるため、式 (2-35) のように近似しても $G_0(\omega)$ には影響しない。$f(\omega)$ は式 (2-32) で与えた関数である。また式 (2-36) は $A_0(n\omega_m) = 0$ である限り自明のことであり、原理的にリプルは出力に現われないことを示している (直列フィードバック方式の解析でも $A_0(n\omega_m) = 0$ を仮定していることに注意)。式 (2-34)–式 (2-39) の応答関数は式 (2-26)–式 (2-31) と等価であり、並列フィードバック方式は通常の DCCT と同様に機能することが分かる。さらに $A_0(n\omega_m) = 0$ である限り式 (2-36) が成立するので出力はリプルフリーとなり、直流領域磁気変調コア対の磁気特性バランスはどうでもよいことになる。なお $R_{f1} \neq R_{f2}$ の場合には ($\omega < \omega_L$) と交流領域 ($\omega > \omega_L$) の利得が異なり $\omega \simeq \omega_L$ で利得に段差が生ずるので、調整によって $R_{f1} = R_{f2}$ とすることが必要である。

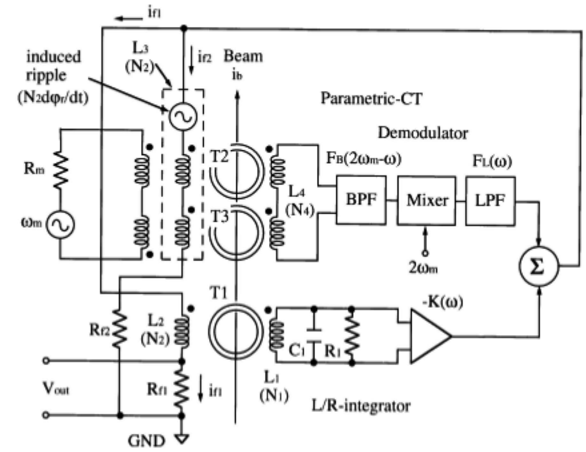

Fig. 23 並列フィードバック型 DCCT [2]

2.4　J-PARC MR で使用されている CT

2.4.1　DCCT

J-PARC MR ではビーム強度を 1% 以下の精度で測定することを要求されている [7, 8]。DCCT はビーム強度とともに、波形の変動量 (1 回微分) を測定することによりビームロスを直接測定することができるため、ビームロスモニターとしても使用されている。DCCT から評価された入射ビームロス量がモニタされ、加速器運転・調整の健全性のチェックに用いられている。これまでの加速器運転・調整の経験から、現在では 0.1% 以下の精度を要求されるに至っている [7, 9]。

J-PARC MR で使用されているものは KEK-B の方式 [2, 6] を踏襲した並列フィードバック型 DCCT であり、ブロック図は Fig. 24 に示したものである。DC 部 (上段のコイル) ではコイル 2 個それぞれ逆位相でコア内の磁束が飽和するまで 1 kHz のサイン波で励振する parametric modulation を行う。コイル内の磁束には、ビーム電流による磁束も重畳され、ピックアップコイルにはビーム電流に比例した 2 kHz の信号が発生する。この信号から位相差検出器で構成された復調器を介してビーム電流信号が得られる。

AC 部 (図中下段のコイル) は、L/R インテグレータ (帰還型 CT) を構成する。並列フィードバック方式では、AC 部と DC 部の検出信号は SUM 回路 (図中の Σ) で合算され、DC 部コイルおよび AC 部のコイルへ独立にフィードバックされる。おのおののフィードバックループには抵抗 R_{f1}、R_{f2} があり、AC 部コイルへのフィードバック電流 I_{f1} を R_{f1} の両端電圧として測定し、出力波形とする。

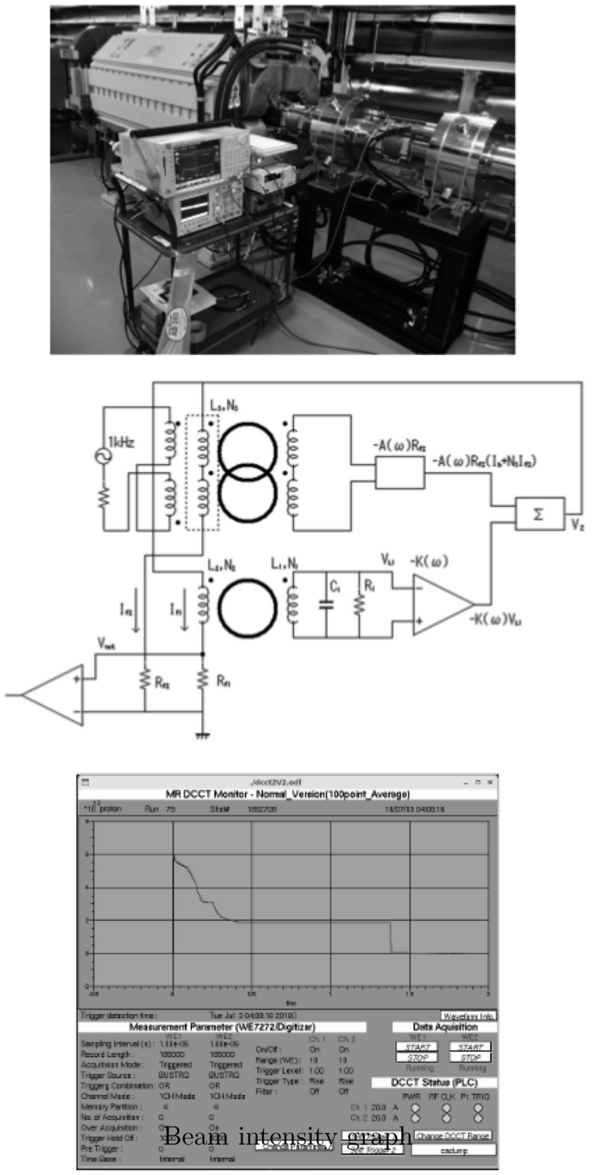

Fig. 24 J-PARC MR で使用されている DCCT [7, 8, 10]

2.5　Fast Current Transformer (FCT)

MR ではビーム電流を測定するのに Fast Current Transformer (FCT) が使われている [11]。RCS から MR へのトランスポートライン (3-50BT) で使用されている FCT の組み立て途中の写真を Fig. 25 に示す。

ビーム電流 I_b および 2 次巻線に流れる電流 I が磁性体コア内に作る磁場は

$$B = \frac{\mu I_b}{2\pi r} + \frac{\mu N I}{2\pi r},$$

である。ここで r はコアの平均半径、N は 2 次巻線の巻数である。2 次巻線に発生する誘導電圧は

$$V = \frac{d}{dt}(NBS),$$

2 次巻線には負荷抵抗 (50 Ω) が接続されているので、

$$V = -RI,$$

となる。電流の流れこむ向きを正にとっている。まとめると、

$$\frac{d}{dt}\left(NS\frac{\mu(I_b + NI)}{2\pi r}\right) = -RI,$$

$L = \mu N^2 S/(2\pi r)$ を使うと、

$$\frac{dI}{dt} + \frac{R}{L}I = -\frac{d}{dt}\left(\frac{I_b}{N}\right),$$

なる微分方程式が得られ、解は

$$V(t) = RI(t) = R\left\{\int_0^t \frac{dI_b(t')}{dt}\frac{\mathrm{e}^{\frac{Rt'}{L}}}{N}dt'\right\}\mathrm{e}^{-\frac{Rt'}{L}},$$

周波数領域では

$$V = \frac{\frac{j\omega}{\omega_L}}{1 + \frac{j\omega}{\omega_L}}\frac{RI_b}{N},$$

$$\omega_L = \frac{R}{L},$$

となる。高周波側は、負荷抵抗に並列の浮遊容量 C_s が存在するとしてモデル化でき、以下の周波数特性を得る。

$$V = \frac{\frac{j\omega}{C_s R}}{-\omega^2 + \frac{j\omega}{C_s R} + \frac{1}{LC_s}}\frac{RI_b}{N}.$$

J-PARC では、大強度ビームを想定してコイル巻数 $N = 50$ turn とした。設計ビーム電流はバンチのピーク値で 200 A にも達する。2 次側に流れる電流は I_b/N なので、負荷抵抗を 50 Ω、あるいは反射吸収用の抵抗 50 Ω を並列に入れて 25 Ω としても、出力電圧は $5/N \sim 10/N$ kV、消費パワーの瞬時値は $1/N^2 \sim 2/N^2$ MW にも達する。一方、設計ビーム強度の 1% のビームも観測する必要があるので、負荷抵抗は減らさないことにした。低周波遮断周波数は、$\omega_L = R/L$、$L = \mu N^2 S/(2\pi r)$ なので、低周波遮断周波数も消費パワーも巻数の 2 乗で改善する。しかし、巻数を増やすと浮遊容量による高周波特性の悪化が問題となる。現在の FCT では抵抗によるダンピングで共振を緩和している。

Fig. 25 3-50BT 用 FCT (シールドを被せる前 (写真:荒川大氏提供))

3 ビーム位置モニタ Beam Position Monitor (BPM)

ビーム制御に重要な役割を果たし、かつモニターの数が最も多いのがビーム位置モニター (Beam Position Monitor, BPM) である。したがって、高性能、高信頼性、低コストが要求される。

シンクロトロン内のビームは、偏向電磁石と収束用の四重極電磁石により決められる、ある閉軌道 (Closed Orbit) 上を周回する。理想的にはこの閉軌道は全ての収束用電磁石の磁気中心を正確に通過せねばならないが、現実には偏向電磁石、収束用電磁石等の設置誤差により、理想的な軌道からずれる (閉軌道歪 Closed Orbit Distortion, COD)。このずれを絶えず測定し、ビーム軌道を修正していくため、ビーム位置モニターは加速器運転に不可欠なモニターの 1 つである。位置モニターは大別すると、静電型、電磁型、およびその中間に分類される。

3.1 静電誘導型ビーム位置モニター

ボタン電極型およびストリップライン電極型 BPM は、共に電極に誘起する電荷量からビーム位置を測定する BPM である。ビームは十分に相対論的速度であるか、またはビームのバンチ長が電極長さより十分長い場合を仮定する。放出する電場は横方向に集中しているので、誘導電荷の計算はビーム進行方向の垂直平面内の 2 次元問題で近似できる。このときのビームにより誘起される電極内誘導電荷は 2 次元ラプラス方程

式を解くことで求められるが、1.3.1 節で考察したように、位置モニターチェンバーおよび電極が同一円筒の場合には、鏡像電荷との重ね合わせの方法で解くことができる [1]。

3.1.1　ボタン型電極 BPM

ここでは例としてボタン電極型 BPM を仮定する。BPM 断面を Fig. 26 に示す。議論を簡略化するため、ボタンを幅 W、長さ L の四角形とする。変位 x の軌道を通過する、線密度 λ の電荷がボタンに誘起する電荷 q は式 (1-17) より、

$$q = \frac{\lambda}{2\pi R}\int_{-\varDelta\phi_0}^{+\varDelta\phi_0}\frac{R^2 - x^2}{R^2 + x^2 - 2Rx\cos(\psi - \theta)}d\psi, \quad (3\text{-}1)$$

$$= \frac{\lambda}{\pi}\sin^{-1}\left\{\frac{R^2 - x^2}{R^2 + x^2 - 2Rx\cos(\varDelta\phi_0)}\sin(\varDelta\phi_0)\right\}, \quad (3\text{-}2)$$

ここで、$x, W \ll R$ とすると、

$$q = \frac{\lambda}{2\pi R}\left(1 + \frac{2x}{R}\right), \quad (3\text{-}3)$$

軌道変位 x が大きいときは式 (3-2) が示すように、誘導電荷と変位の関係は非線形になる。この事は、ビーム位置モニターとして x の大きい領域まで使用する場合、x–q 関係を較正する必要があることを示唆している。

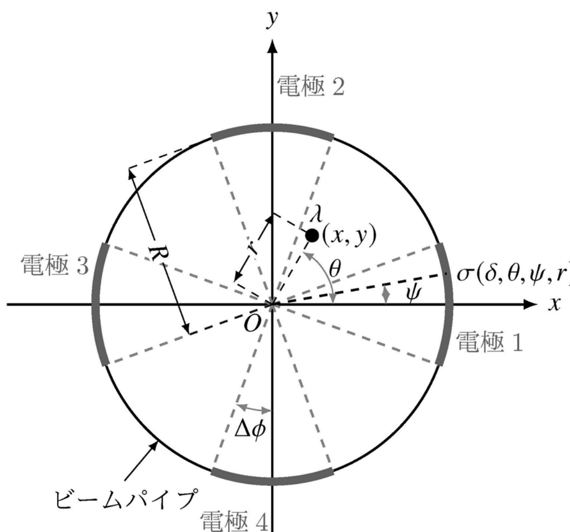

Fig. 26 ボタン型電極 BPM

3.1.2　誘起信号の計算

ボタン電極からの信号は、真空チェンバーから引き出される点で 50 Ω 同軸ケーブルに接続された処理回路まで伝送される。ボタン電極の場合、電極部は 50 Ω 伝送系とインピーダンスマッチしておらず、ボタン周辺と真空チェンバーとの面から生じるキャパシタンス成分が強く、Fig. 27 に示すような等価回路を構成すると考えることができる。電荷はバンチ進行方向分布と電極の大きさのコンボリューションで電極に誘導されるので、Fig. 27 の等価回路内のキャパシタンスにその電荷が加えられ、その電荷の時間変動 dq/dt の電流源で信号発生することになる。したがってこれに接続されている 50 Ω 伝送ケーブル入口では

$$\frac{dq}{dt} = C\frac{dV}{dt} + \frac{V}{R}, \quad (3\text{-}4)$$

であるから、発生する電圧をラプラス変換にて求めると、

$$V(s) = \frac{q(s)}{C}\frac{s}{s + \frac{1}{CR}}, \quad (3\text{-}5)$$

となる。これから、BPM は微分時定数 $\tau = CR$ のハイパスフィルター (HPF) 型の周波数特性を示すことが予想される。バンチの幅がこの時定数より充分小さければ出力電圧はバンチの形を再現する。このモニターでは、その動作原理上、電極の長さ L がバンチ幅より短くなければならないことに注意する必要がある。

電子ビームの例として、KEK の試験加速器先端加速器試験施設 (ATF) のダンピングリングについて考えてみる [12]。R =50 Ω、端子部の電気容量 C =3.5 pF とすると、τ = 175 psec、遮断周波数 f_c = 0.9 GHz となる。ビーム粒子数はバンチあたり 2×10^{10} 個とすると、このビームによる誘起信号の結果は Fig. 28 のようになる [12]。Fig. 28 (a) は σ_z = 5 mm のガウス分布を仮定したビーム波形を、Fig. 28 (b,c) にはこのときの電極での誘起電流と電圧を示してある。誘起電流はバンチ長が電極直径と同程度の大きさであるので、ビーム電荷波形を微分したような形となり、そのピーク間の時間間隔はガウス分布をしているビーム電荷波形の変曲点間隔に相当している。この誘起電流が生じる電圧は高周波成分が失われてしまうために、Fig. 28 (c) に示したようになまされた波形になる。この結果から、電極から取り出した直後の信号は十分速く、そのテイルは数百 psec 程度で十分減衰することがわかる。リン

グ内を 2.8 nsec 間隔のマルチバンチでビームが周回しているとしても、少なくとも電極出口では次のバンチの信号にこのバンチの信号は混じらないことになる。

しかし、実際にはこの他にケーブルによる高周波成分の減衰を考慮する必要がある。今、ビームによる信号のパルス幅は、ケーブル伝送後の幅と比較して十分狭いので、インパルス応答として近似できる。インパルス信号のケーブル伝送後の波形は近似的に以下の式で与えられる [13, 14]。

$$V^{\mathrm{obs}}(t) = \sqrt{\frac{\beta}{\pi}} t^{-\frac{3}{2}} \mathrm{e}^{\frac{-\beta}{t}}, \tag{3-6}$$

$$\beta = \frac{1}{\pi f}\left\{\frac{A}{2\times 8.6}\right\}^2, \tag{3-7}$$

ここで、β は周波数 f Hz でのケーブルの減衰率 A dB から与えられる。ここでは A=−10.9 dB (周波数:990 MHz) を用いた。この減衰率を上記の近似式に適用して得られた信号波形を Fig. 28 (d) に示す。この計算結果では、信号パルスのピーク値は 14 V、半値幅は 120 psec である。

この型の電極は静電容量が非常に小さく、その分微分時定数も小さい。したがって、進行方向のバンチ幅が十分小さくないときにはビーム進行方向の電荷分布の影響を受ける。その分布を $f(t)$ とすると、

$$\lambda(t) = Nef(t) = \frac{i_0}{f_0} f(t),$$

ここで $f(t)$ の積分値は 1 に規格化し、f_0、τ はそれぞれ周回周波数、バンチ時間幅である。電極に誘起される全電荷は、

$$Q(t) = \frac{i_0 W}{2\pi a f_0 \tau}\left(1+\frac{x}{2a}\right)[\langle f\rangle + \eta\{f(t)-\langle f\rangle\}],$$

ここで

$\langle f\rangle$　$f(t)$ の平均値

η　Transit time factor < 1

であり、η は電極長さ L とバンチ幅 τ の関数である。

ここで例として、TRISTAN メインリングで使用されるボタン電極の出力波形を算出してみる (Fig. 29)。

ビームの分布関数を次のように仮定する。

$$f(t) = \frac{1}{\tau}\cos^2\left(\frac{\pi t}{2\tau}\right),$$

すると、

$$Q(t) = \frac{i_0 WL}{4\pi a c f_0 \tau}\left\{1+\eta\cos\left(\frac{\pi t}{\tau}\right)\right\},$$

$$\eta = \frac{\sin\left(\frac{\Theta_T}{2}\right)}{\left(\frac{\Theta_T}{2}\right)},$$

$$\Theta_T = \frac{\pi L}{c\tau},$$

となる。

HPF 型のモニター回路方程式式 (3-4) は、計算で顕に解けて、出力波形は次のように求まる。

$$V(t) = -\frac{i_0 WL\eta}{4\pi a c f_0 t}\frac{\left(\frac{\pi}{\tau}\right)^2}{\left(\frac{1}{CR}\right)^2-\left(\frac{\pi}{\tau}\right)^2} \times\left\{\cos\left(\frac{\pi t}{\tau}\right)-\frac{\tau}{CR\pi}\sin\left(\frac{\pi t}{\tau}\right)+\mathrm{e}^{-\frac{1}{\mathrm{CR}}(\mathrm{t}+\tau)}\right\}, \tag{3-8}$$

このモニターは電極の形が小さいので、真空チェンバー内の同一場所に 4 個取り付けて、水平、垂直両方向の軌道変位を、次の演算により同時に読み出すことが可能である。

$$\begin{cases} \frac{(V_A+V_D)-(V_B+V_C)}{V_A+V_B+V_C+V_D} & = kx, \\ \frac{(V_A+V_B)-(V_C+V_D)}{V_A+V_B+V_C+V_D} & = ky, \end{cases} \tag{3-9}$$

位置感度係数 k はこの場合、円形チェンバーなので x,y 方向ともに同じ値になり、式 (1-17) に立ち返って電極の位置関係を考慮すれば算出できる。

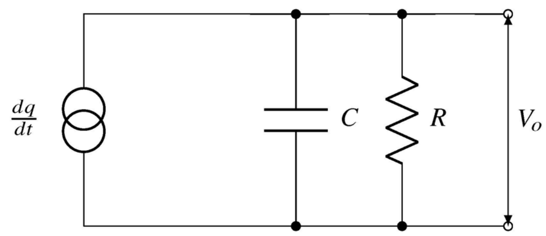

Fig. 27 ボタン電極の等価回路

3.1.3　ビーム位置感度係数の計算

3.1.1 節で得られた誘起電荷は、伝送系により最終的に検出回路部で電圧信号に変換されるが、q の表式中異なった電極で異なったファクターを与えるものだけに注目してビーム位置を以下のように導出する。ここで、電極は Fig. 26 のように円筒内に 4 個、90° 間隔で配置

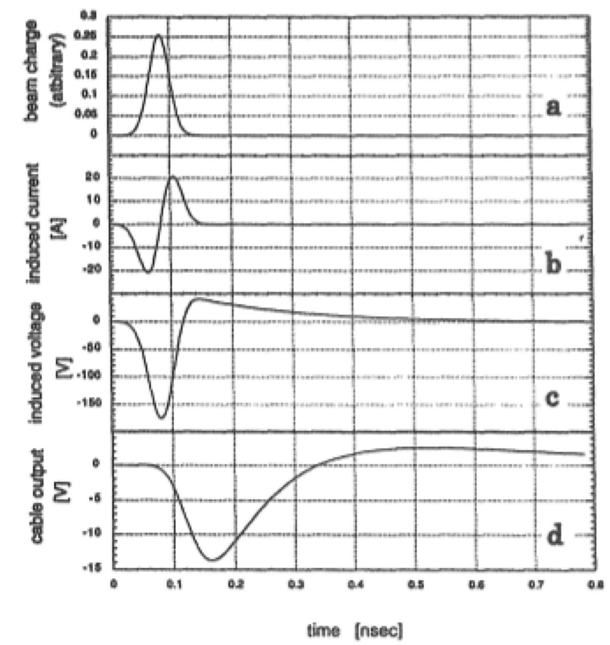

Fig. 28 ボタン電極の誘導電流と等価回路による応答波形の例 [12]

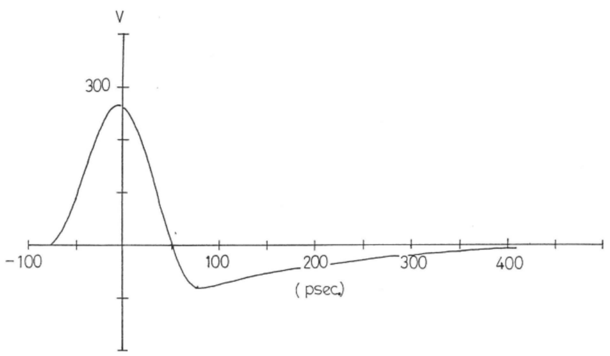

Fig. 29 TRISTAN メインリングのボタン電極の出力波形の例 [1]

されているものとする。

$$x = r\cos\theta = k\frac{V_2 - V_4}{V_2 + V_4}, \tag{3-10}$$

$$= k\frac{\int_{-\varDelta\phi}^{\varDelta\phi} F(r,\theta,\psi)d\psi - \int_{-\varDelta\phi}^{\varDelta\phi} F(r,\theta,\psi+\pi)d\psi}{\int_{-\varDelta\phi}^{\varDelta\phi} F(r,\theta,\psi)d\psi + \int_{-\varDelta\phi}^{\varDelta\phi} F(r,\theta,\psi+\pi)d\psi}, \tag{3-11}$$

ここで k は位置感度係数である。この式より円筒状の位置モニターの場合の位置感度係数が、ビーム位置 (r, θ) の関数として求まる。ビームが中心付近の場合、$r \to 0$ の近似で、

$$k = \frac{R}{2}\frac{\varDelta\phi}{\sin\varDelta\phi}, \tag{3-12}$$

となり、さらに見込み角の小さな電極の場合 $R/2$ となる。これは電極までの半径 R が小さければ小さいほどビーム位置変化に対して検出電圧変化が大きいことを示している。4 個の電極の場合、式 (3-10) のように電圧差を電圧和で規格化した信号からビーム位置を計算するが、円筒形位置モニター以外はその感度係数は有限要素法、境界要素法などの数値計算で得るしかなく、真のビーム位置はその感度係数で再マップして得なければならない。円筒形位置モニターの場合は、上記のように代数式で表せるので、再マップも代数式で行える。一度、第一次近似ビーム位置を下記

$$X' = \frac{R}{2}\frac{\varDelta\phi}{\sin(\varDelta)\,\phi}\frac{V_2 - V_4}{V_2 + V_4}, \tag{3-13}$$

$$Y' = \frac{R}{2}\frac{\varDelta\phi}{\sin(\varDelta)\,\phi}\frac{V_1 - V_3}{V_1 + V_3}, \tag{3-14}$$

で得た後、これらを用い 3 次のオーダーまで補正を加え、再マップすると真のビーム位置は、

$$X = X' + \frac{\sin(2\varDelta\phi)}{\varDelta\phi}\frac{X'(X'^2 - Y'^2)}{R^2} - \frac{\frac{\sin(3\varDelta\phi)}{3\varDelta\phi}}{\frac{\sin\varDelta\phi}{\varDelta\phi}}\frac{4X'^3 - 3X'(X'^2 + Y'^2)}{R^2},$$

$$Y = Y' + \frac{\sin(2\varDelta\phi)}{\varDelta\phi}\frac{Y'(Y'^2 - X'^2)}{R^2} - \frac{\frac{\sin(3\varDelta\phi)}{3\varDelta\phi}}{\frac{\sin(\varDelta\phi)}{\varDelta\phi}}\frac{4Y'^3 - 3Y'(X'^2 + Y'^2)}{R^2},$$

により計算できる。例えば半径 12 mm の円筒形モニターの場合、第一次近似の式では中心から 2 mm のところで誤差 60 μm だったものが、この補正を加えると 3 μm となり、1/10 の誤差になる。

3.1.4　三角電極型

三角電極型位置モニターは、Fig. 30 に示すように、幅 W、長さ L の箱型電極を対角線上に入れたスリットで二分した形を持つ。ビーム軌道が中心より x ずれた位置にあるとき、各電極に誘起される電圧 V_1, V_2 は

$$V_1 = \frac{q_1}{C} = eN\frac{l_1}{LC} = \frac{eN}{C}\left(\frac{x}{W} + \frac{1}{2}\right), \tag{3-15}$$

$$V_2 = \frac{q_2}{C} = eN\frac{l_2}{LC} = \frac{eN}{C}\left(-\frac{x}{W} + \frac{1}{2}\right), \tag{3-16}$$

となる。q_1、q_2 は各電極に誘起される電荷であり、N、C はそれぞれバンチ内の荷電粒子数、電極–真空チェン

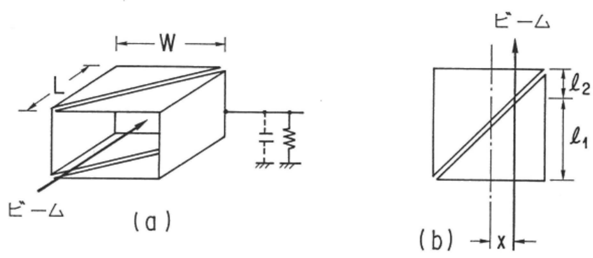

Fig. 30 三角電極型ビームモニター [1]

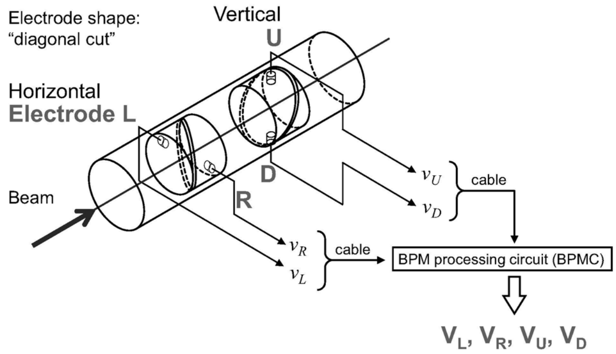

Fig. 31 対角線カット型電極 BPM の模式図 [15]

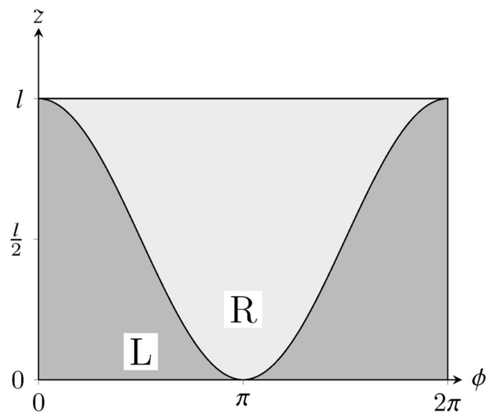

Fig. 32 対角線カット型電極の展開図

バー間の静電容量である。式 (3-15)、式 (3-16) ともにモニター中心からの変位 x に比例した電圧を発生するが、ビーム強度にも依存する。この問題を解決するために次の量を回路系で演算処理する。

$$\begin{cases} \frac{V_1-V_2}{V_1+V_2} = kx, \\ k = \frac{2}{W}, \end{cases} \tag{3-17}$$

左辺はもはやビーム強度に依存せず、変位 x のみの関数となる。ここで k の値は 3.1.3 節で計算した位置感度係数である。位置感度は、電極の幅を狭くすれば高くできるが、加速器のアクセプタンスを考慮して決定せねばならない。さらに、個々の出力電圧 V_1, V_2 は静電容量—したがって電極の大きさと真空チェンバーとの位置関係— により決まるが、回路系のダイナミック・レンジと関係付けて設計せねばならない。

3.1.5 対角線カット型電極 BPM

精度良く位置を測定するためには、高次の非線形効果が無視できない。ビームサイズの小さい電子、陽電子リングなどでは前もってワイヤー較正、または計算によって対応関係を算出しておいて、測定時にそのマッピングデータを用いる、ということが行われる [11]。

しかし J-PARC MR など、ビームサイズの大きい加速器ではこの非線形効果が無視できなくなる。ビームの断面形状は場所や運転パラメータ、エネルギー、水平・垂直方向の違いによって変わり、それらによる位置測定のずれは数百 μm になる。位置精度 100 μm 以下を要求される J-PARC では、位置応答に非線形がない方式を採用した。

Fig. 31 に模式図を示す。円筒状の電極を斜めに切った形をしている “対角線カット型電極” を用いている。また、電極の展開図を Fig. 32 に示す。

電極形状以外は Fig. 26 と同様なので、同じ図を使って考える。ビーム位置 (x, y) は

$$(x, y) = (r\cos\theta, r\sin\theta).$$

と書ける。電極表面 (R, ψ) に誘起される電荷密度 $\sigma(R, \psi, r, \theta)$ は式 (1-17) より以下のように書ける。

$$\begin{aligned} \sigma(R,\psi,r,\theta) &= -\frac{\lambda}{2\pi R}\frac{R^2-r^2}{R^2+r^2-2Rr\cos(\psi-\theta)}, \\ &= -\frac{\lambda}{2\pi R}\left\{1+2\underbrace{\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{r}{R}\right)^n\cos n(\psi-\theta)}_{(*)}\right\}, \end{aligned} \tag{3-18}$$

ここで、λ、R、ψ はそれぞれ、ビーム電荷線密度、パイプ中心から電極までの半径、積分範囲となる方位角

である。式 (3-18) 内の $(*)$ の項は下記のように表せる。

$$
\begin{aligned}
&(n=1)\\
&\left(\frac{r}{R}\right)\cos(\psi-\theta)\\
&=\frac{1}{R}\left(r\cos\psi\cos\theta+r\sin\psi\sin\theta\right),\\
&=\frac{1}{R}\left(x\cos\psi+y\sin\psi\right),
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
&(n=2)\\
&\left(\frac{r}{R}\right)^2\cos 2(\psi-\theta)\\
&=\frac{1}{R^2}\left(r^2\cos 2\psi\cos 2\theta+r^2\sin 2\psi\sin 2\theta\right),\\
&=\frac{1}{R^2}\left\{r^2\cos 2\psi(\cos^2\theta-\sin^2\theta)+2r^2\sin 2\psi\sin\theta\cos\theta\right\},\\
&=\frac{1}{R^2}\left\{(x^2-y^2)\cos 2\psi+2xy\sin 2\psi\right\},\\
&(n=3\ \cdots).
\end{aligned}
$$

ここで $n=1,2$ のみ考慮すると、$\sigma(R,\psi,r,\theta)$ は以下のように表せる。

$$
\begin{aligned}
\sigma(R,\psi,r,\theta)=-\frac{\lambda}{2\pi R}\Bigg[&1+2\left(\frac{x}{R}\cos\psi+\frac{y}{R}\sin\psi\right)\\
&+2\left(\frac{x^2-y^2}{R^2}\cos 2\psi+\frac{2xy}{R^2}\sin 2\psi\right)\Bigg].
\end{aligned}
\tag{3-19}
$$

ある電極に誘起される電荷は以下のように表せる。

$$
\begin{aligned}
q(x,y)=&\int_{-\Delta\phi}^{+\Delta\phi}Rd\psi\int_{z_1}^{z_2}\sigma(R,\psi,r,\theta)dz,\\
=&\int_{-\Delta\phi}^{+\Delta\phi}Rd\psi\\
&\times\int_{z_1}^{z_2}-\frac{\lambda}{2\pi R}\left\{1+2\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{r}{R}\right)^n\cos n(\psi-\theta)\right\}dz,
\end{aligned}
\tag{3-20}
$$

ここで、z はビーム進行方向の座標を表し、z_1、z_2 はそれぞれ電極の入口と出口の z 座標である。つまり電極長さ l は $l=z_2-z_1$ で表される。

対角線カット型電極の電極形状を Fig. 32 に示す。L 電極に誘起される電荷 $q_L(x,y)$ は、式 (3-18) を $z_1=0$ から $z_2=\frac{l}{2}(1+\cos\phi)$ の範囲で積分することで得られる。

$$
\begin{aligned}
&q_L(x,y)\\
&=\int_0^{2\pi}ad\phi\int_0^{\frac{l}{2}(1+\cos\phi)}\sigma(a,\theta,r,\phi)dz,\\
&=\int_0^{2\pi}a\left[\frac{l}{2}(1+\cos\phi)\sigma(a,\theta,r,\phi)\right]d\phi,\\
&=\int_0^{2\pi}a\left[\frac{l}{2}(1+\cos\phi)\right.\\
&\qquad\left.\times\left\{-\frac{\lambda}{2\pi a}\left[1+2\left(\frac{x}{a}\cos\phi+\frac{y}{a}\sin\phi\right)\right]\right\}\right]d\phi,\\
&=-\frac{\lambda l}{4\pi}\int_0^{2\pi}(1+\cos\phi)\left[1+2\left(\frac{x}{a}\cos\phi+\frac{y}{a}\sin\phi\right)\right]d\phi.
\end{aligned}
$$

次の関係を使えば

$$
\begin{aligned}
\int_0^{2\pi}\cos n\phi d\phi=\int_0^{2\pi}\sin n\phi d\phi=\int_0^{2\pi}\cos n\phi\sin n\phi d\phi\\
=0\quad(n=1,\ldots,\infty),
\end{aligned}
$$

$q_L(x,y)$ は以下のように表せる。

$$
\begin{aligned}
q_L(x,y)&=-\frac{\lambda l}{4\pi}\int_0^{2\pi}\left(1+\cos\phi+2\frac{x}{a}\cos\phi+2\frac{x}{a}\cos^2\phi\right)d\phi,\\
&=-\frac{\lambda l}{4\pi}\int_0^{2\pi}\left\{1+\frac{x}{a}(1+\cos 2\phi)\right\}d\phi,\\
&=-\frac{\lambda l}{4\pi}\int_0^{2\pi}\left(1+\frac{x}{a}\right)d\phi,\\
&=-\frac{\lambda l}{2}\left(1+\frac{x}{a}\right).
\end{aligned}
\tag{3-21}
$$

R 電極の電荷 $q_R(x,y)$ に関しても同様に

$$
\begin{aligned}
q_R(x,y)&=\int_0^{2\pi}ad\phi\int_{\frac{l}{2}(1+\cos\phi)}^{l}\sigma(a,\theta,r,\phi)dz,\\
&=\int_0^{2\pi}a\left[\left\{l-\frac{l}{2}(1+\cos\phi)\right\}\sigma(a,\theta,r,\phi)\right]d\phi,\\
&=\int_0^{2\pi}a\left[\frac{l}{2}(1-\cos\phi)\sigma(a,\theta,r,\phi)\right]d\phi,\\
&=-\frac{\lambda l}{4\pi}\int_0^{2\pi}\left(1-\frac{x}{a}\right)d\phi,\\
&=-\frac{\lambda l}{2}\left(1-\frac{x}{a}\right).
\end{aligned}
\tag{3-22}
$$

これらの関係から、位置 (x,y) は以下の関係式で計算できる。

$$
\begin{cases}
x=\dfrac{q_R(x,y)-q_L(x,y)}{q_R(x,y)+q_L(x,y)}a_x,\\
y=\dfrac{q_U(x,y)-q_D(x,y)}{q_U(x,y)+q_D(x,y)}a_y,
\end{cases}
\tag{3-23}
$$

ここで、$q_U(x,y)$、$q_D(x,y)$ はそれぞれ U 電極、D 電極に誘起される電荷、a_x、a_y はそれぞれ水平方向 (LR)、垂直方向 (UD) の位置算出のための電極の実効半径である。

電極の出力電圧 v_L、v_R、v_U、v_D は

$$\begin{cases} v_R &= \frac{q}{2}\left(1+\frac{x}{a_x}\right), \\ v_L &= \frac{q}{2}\left(1-\frac{x}{a_x}\right), \\ v_U &= \frac{q}{2}\left(1+\frac{y}{a_y}\right), \\ v_D &= \frac{q}{2}\left(1-\frac{y}{a_y}\right), \end{cases} \tag{3-24}$$

のように表すことができる。ここで $q = q_L + q_R$ もしくは $q = q_U + q_D$ である。

3.2 電磁誘導型ビーム位置モニター

3.2.1 壁電流モニター Wall Current Monitor, WCM

1 節で概説したように、電荷 q のビームは真空チェンバー内壁に電流を誘起する。その大きさ、分布は光速粒子の場合、

$$j(R,\phi) = -\frac{j_0}{2\pi R}\frac{R^2 - x^2}{R^2 + x^2 - 2Rx\cos(\phi)},$$

速度が遅い場合

$$i_\omega(R,\phi) = -\frac{q\omega}{2\pi R k_s}\sum_{m=0}^{\infty}\epsilon_m\frac{I_m(k_s x)}{I_m(k_s R)}\cos(m\phi),$$

となる。真空チェンバーを切断してギャップを作り、その部分に抵抗 R_s を N 個等間隔で並べれば (Fig. 33 (a))、この壁電流の ϕ 分布を測定することができる。

信号の立ち上がり特性を決める高域特性は、真空チェンバーの切断面間の静電容量 C と抵抗により決まり、

$$\omega_{cH} = \frac{N}{CR_s},$$

となる。C は通常数十から数百 pF にもなるが、R_s/N が小さいために、高域遮断周波数は GHz くらいになる。したがって伝送ケーブルの影響が非常に大きいことに注意する必要がある。

低域特性は次の現象により決まる。

A 真空チェンバ一円周上に抵抗を配置したために、円周に沿って電位差が生じる。チェンバー外壁には、この電位差を打ち消すように電流が流れる。その電流の立ち上がりは、物理的にはビームによる磁場の低域成分がチェンバー外壁に浸み出してくることにより生じると考えられるが、電気的にはチェンバ一円周方向のインダクタンス L_d により決まる。

B 抵抗の静電シールド等の目的で切断面を金属で覆う事により (Fig. 33 (b))、抵抗以外に壁電流の通路ができる。この通路を流れる電流は、抵抗を流れる電流を減少させる。この通路と抵抗でループを作りインダクタンス L_s を生じる。

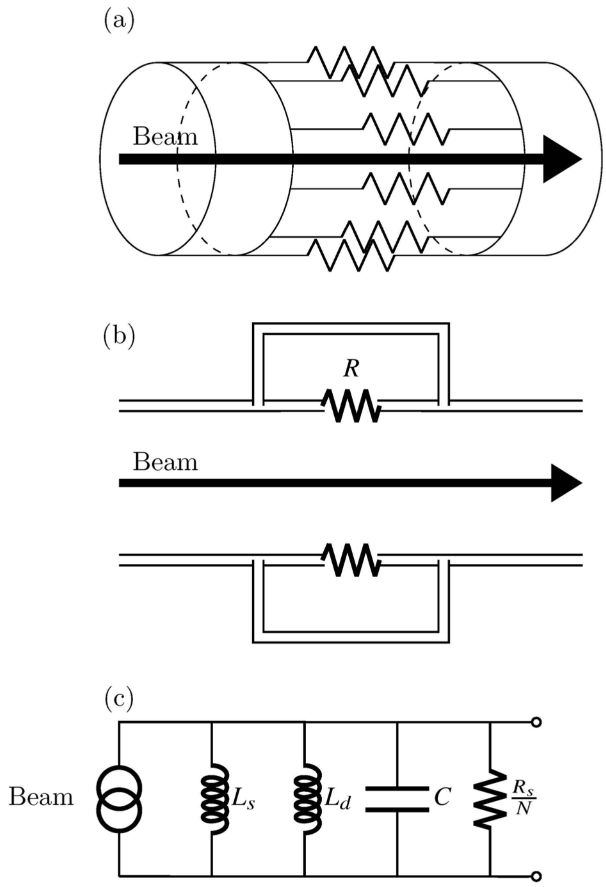

Fig. 33 壁電流モニター

以上より系の等価回路は Fig. 33 (c) のように書け、したがって低域遮断周波数は

$$\omega_{cL} = \frac{1}{N}\frac{R_s}{L_s + L_d}, \tag{3-25}$$

となる。近似的な計算では

$$L_s = \frac{\mu L}{2\pi}\ln\left(\frac{d}{a}\right), \tag{3-26}$$

$$L_d = \frac{\mu}{2\pi}\frac{\tanh(\alpha L)}{\alpha}\ln\left(\frac{d}{a}\right), \tag{3-27}$$

ここで d はシールド面の高さで、α は d/a により決まる定数、L はギャップの長さである。

このようにして微分時定数が決まるが、その値は真空チェンバーの径などにより差はあるものの、概ね数〜数十 μsec であり、ドゥループを十分小さくできない。この時定数を大きくするには、上記 A、B 各々の場合に次の方法が考えられる。

A L_d を大きくするためには、円周方向の電流路を阻害する形でスリットを入れる。

B L_s を大きくするためには、金属の覆いの中に高透磁率のパーマロイ、フェライト等を入れる。

J-PARC MR での WCM によるバンチ波形の測定例を Fig. 34 に示す。横軸、縦軸ともに時間を表しているが、横軸の単位は μsec、縦軸は周回数に関連し、単位は msec である。

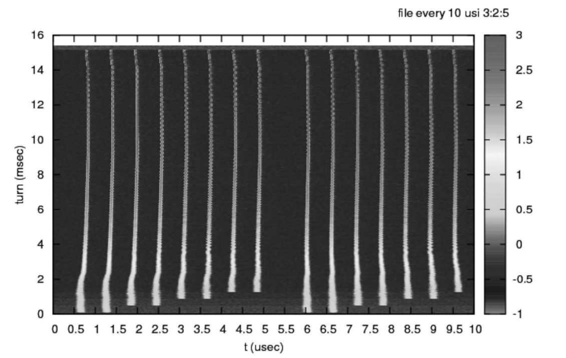

Fig. 34 WCM で得られたバンチ波形の 2 次元図

3.2.2　ストリップライン型電極 BPM

ストリップライン電極型 BPM は、理想的には電極のどの場所でも特性インピーダンスが伝送ケーブルと同じ 50 Ω であり、ストリップ電極がビーム進行方向に長く伸びているものをいう [12]。特性インピーダンスを 50 Ω にする必要性から、チェンバー壁と電極はなんらかの支持構造で浮かせる必要がある。その隙間はボタン電極の場合より一般に大きく、また、ストリップ長は通常バンチ長より長いので、バンチ全体が電極の中に進行するまで誘導電荷は増え続けるような積分の形で誘導される。したがってストリップ線路の上流壁とストリップ線路との間に流れる電流 dq/dt はバンチ進行方向分布の形となる。また、ストリップライン電極型 BPM の場合には、ボタン電極型と異なり、電磁誘導の信号電圧への寄与を考慮する必要がある。

ストリップラインモニターの構造を Fig. 35 に示す。このモニターは非常に広い周波数特性を持ち、それゆえにバンチ波形の観測にしばしば用いられる。また、これまでに述べたモニターと異なり、ビームの進行方向を弁別し得る方向結合性を持っていることが最大の特徴である。

ストリップライン電極の場合、真空チェンバー内でビーム進行方向と垂直方向にループ状のアンテナを構成することになるため、静電誘導による dq/dt (ストリップ端ギャップの壁電流と等価) での信号の他に、このループに入ってくる磁束の時間変化 $d\phi/dt$ による誘導逆起電力が加わることになる。これを避けるためには、ストリップライン電極のループにビームによる磁束が入りにくいような構造とする必要がある。例えばストリップ電極をチェンバー壁から奥に埋めこむような構造をとる等である。また、ストリップライン電極からの信号は、周波数成分で見ると sin 関数で変調がかかったような形となり、f <100 MHz の領域ではボタン電極型より大きな信号振幅を得ることができる。ストリップライン電極型 BPM とその信号処理については文献 [16, 17] に詳しい。

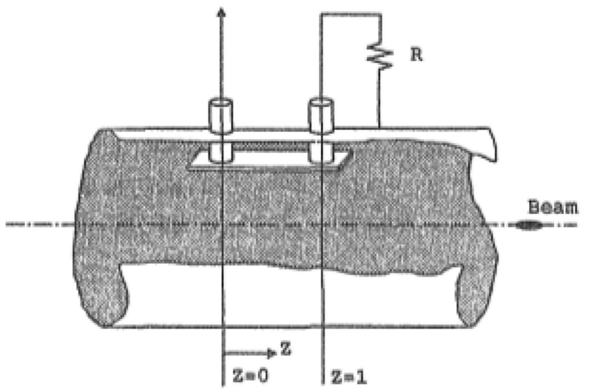

Fig. 35 ストリップラインモニターの構造 [12]

まず始めに結合の方向性を説明する。このモニターは真空チェンバー本体と、その内部に設置した棒状電極とで 1 種の同軸伝送系を形成し、その中をビームの電磁場が伝わってゆく。したがって先に概説した各検出器と異なり、ビームの電場・磁場両者を考慮しなけれ

ばならない。ここでは簡単なモデルで電極に誘起される電荷 (静電型と同一効果) とその流れ (電磁型と同一効果) として見てみる。等価回路は Fig. 36 のように書ける。この等価回路でビーム進行方向上流側で発生する電圧は、

$$V_1 = -I_s\,(R_1 /\!/ Z_0), \tag{3-28}$$

この電圧は同軸伝送系としてのストリップラインをその伝播速度で伝わり、下流側の抵抗 R_2 に再現する。もしビームの速度がこの伝播速度と同じなら、V_1 が R_2 に再現すると同時にビームが電極を通過することにより I_s の電流が吸出され

$$V_2 = -I_s\,(R_2 /\!/ Z_0), \tag{3-29}$$

の電圧が発生する。結局 R_2 両端の電圧は

$$V = V_1 + V_2 = I_s(R_1 - R_2) /\!/ Z_0, \tag{3-30}$$

一方 V_2 は上記速度で逆に上流側に伝播し、R_1 両端に再び現れる (Fig. 36)。この際 R_1、R_2 がストリップラインの特性インピーダンスと異なれば、R_2 に再現した V_1 が反射し、再び R_1 に現れ、さらに反射して両端電圧は複雑な様相を示す。したがって一般に

$$R_1 = R_2 = Z_0, \tag{3-31}$$

とインピーダンスマッチングが取れるように設計し、その結果として式 (3-30) より、R_2 両端には出力電圧が発生せず、ビームの入力抵抗 R_1 にのみ電圧が観測される。

ストリップラインの特性インピーダンスは、観測信号を伝送するケーブルとマッチングを取るため、普通 50 Ω ないし 75 Ω に設計される。これはストリップ電極の幅 W と、チェンバー中心からの位置 b を変化することによって調整できる。一般に W、b の計算はコンピュータコードを使用して行われるが、この節では見通しをよくするために、電極を半径 R の小さな棒として解析的に算出してみる。特性インピーダンスの計算は、電極に置かれた電荷 λ が発生する電場を真空チェンバーの作る境界条件の下で計算することによって行われる。計算は、1 節の考察および 1.3.1 節と同様にして行うことができ、真空チェンバー内の点 (x, y) での電

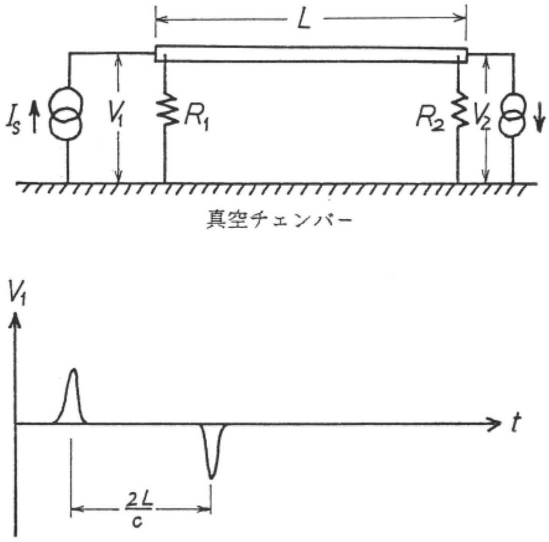

Fig. 36 等価回路 [1]

位は

$$\phi(x, y) = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{\sqrt{\left(\frac{a^2}{b} - x^2\right) + y^2}}{\sqrt{(b - x)^2 + y^2}}, \tag{3-32}$$

チェンバーの電位は

$$\phi_{\rm suf} = \phi(a, 0) = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \ln\left(\frac{a}{b}\right), \tag{3-33}$$

したがって電極とチェンバー間の電位差は

$$V = \phi(b + R, 0) - \phi_{\rm suf} = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0} \ln\left(\frac{b}{a} + \frac{b^2}{aR} - \frac{a}{R}\right)^2, \tag{3-34}$$

特性インピーダンスはその定義より、

$$Z_0 = \frac{V}{I} = \frac{V}{c\lambda} = \frac{1}{4\pi}\sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} \ln\left(\frac{b}{a} + \frac{b^2}{aR} - \frac{a}{R}\right)^2, \tag{3-35}$$

と書き表せる。以上の計算は電極の幅 (棒の場合は半径) が十分狭く (小さく) 考えられるとしたときの近似計算であるが、実際にはこの仮定が成立しない場合が多い。その場合でも電荷の位置 b を変化し、それによって得られる等電位面の 1 つが電極の機械的太さおよび位置になるようにする。そのとき、式 (3-33) より次の関係が成立する。

$$\frac{\left(\frac{a^2}{b} - x\right)^2 + y^2}{(b - x)^2 + y^2} = C, \tag{3-36}$$

ただし、

$$\phi = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \ln C, \tag{3-37}$$

これより等電位面の方程式は

$$\left\{x - \frac{1}{b}\frac{a^2 - Cb^2}{1 - C}\right\}^2 + y^2 = \left(\frac{a^2 - Cb^2}{b}\right)^2 \frac{C}{(1 - C)^2}, \tag{3-38}$$

電極の中心を x_0、半径を R とすると、

$$\frac{1}{b}\frac{a^2 - Cb^2}{1 - C} = x_0, \tag{3-39}$$

$$\left|\frac{a^2 - Cb^2}{b}\frac{\sqrt{C}}{1 - C}\right| = R, \tag{3-40}$$

を満足する C と b の組を探せばよい。そうすれば式 (3-32)〜(3-35) の手続き同様に Z_0 が正確に求まる。

誘起される電圧信号は先の考察より

$$V(t) = \frac{1}{2}\alpha Z_0 \left\{I_b(t) - I_b\left(t - \frac{2L}{C}\right)\right\}, \tag{3-41}$$

と書ける。ここでストリップライン上の伝播速度は光速とし、α はビーム位置と電極の構造で決まる形状係数であり式 (3-2) で表せる。周波数特性を見るためにフーリエ分解し、周波数 ω の成分を考えると、

$$V(\omega,t) = \alpha Z_0 I_b(\omega) \sin\left(\frac{\omega L}{c}\right) \mathrm{e}^{\mathrm{j}\left(\omega \mathrm{t} - \frac{\omega_\mathrm{L}}{\mathrm{c}} + \frac{\pi}{\alpha}\right)}, \tag{3-42}$$

したがって周波数特性は、$\sin(\omega_L/c)$ により決まる。この事はストリップラインの長さ L が波長の 1/4 の奇数倍の周波数で最大感度を持ち、偶数倍の周波数では感度が無い事を示す。

したがって観測したい周波数を、L を変えることによって選択でき、方向性結合とともに大いに利用できる。6.4 節で述べるイントラバンチ・フィードバックシステムにもストリップライン BPM が用いられている [18]。

3.3 ビーム振動モニターと位置モニター

ここまで主に平衡軌道のずれを測定するビーム位置モニターを概説した。ビーム振動モニターは次の考察より明らかなように、その周波数応答の違いのみでビーム位置モニターと差異はない。

ビームの軌道は一般に次のように書ける。

$$x = x_0 + u, \tag{3-43}$$

ここで

x_0　平衡軌道

u　ベータトロン振動による平衡軌道からのずれ

である。

x_0 は収束用四重極電磁石の設置誤差等により生じる、平衡軌道の設計値からのずれであり、シンクロトロン 1 周中で閉じた軌道を表す。一方 u は四重極電磁石の収束作用によって発生した x_0 の周りで振動する軌道を表し、ビームを損失しないために 1 周内で閉じてはならない。

1 節の議論および式 (3-3) より得られる信号のスペクトルは

$$S(\theta,t) = \frac{q\omega_0}{2\pi}\left\{1 + \frac{2}{a}\left(x_0 + \sqrt{\epsilon\beta}\mathrm{e}^{\mathrm{j}\nu\omega_0 \mathrm{t}}\right)\right\} \sum_{n=-\infty}^{\infty} S_n \mathrm{e}^{jn(\theta - \omega_0 t)}, \tag{3-44}$$

と表すことができる。ここで

ϵ　ビームのエミッタンス

β　ベータ関数

である。

ある n に注目すれば式 (3-44) は

$$\begin{aligned} S =& \frac{q\omega_0}{2\pi}\left\{1 + \frac{2x_0}{a}\right\}\Big[S_n \mathrm{e}^{-jn\omega_0 t} \\ &+ \frac{|u|}{1 + \frac{2x_0}{a}}\left\{S_m \mathrm{e}^{j(\nu - n)\omega_0 t} + S_{-m'}\mathrm{e}^{-j(\nu + n)\omega_0 t}\right\}\Big], \end{aligned} \tag{3-45}$$

ここで、$m = n+(\nu$ の整数部)、$m' = n-(\nu$ の整数部) である。式 (3-45) が示すように、COD (したがって x_0) を測定するには第 1 項、すなわち周回周波数のある単一高調波の振幅のみを観測すればこと足りる (単一か複数かは、回路系のダイナミック・レンジによる)。一方ベータトロン振動 (したがって u、ν) を測定するには、式 (3-45) 全体、すなわち周回周波数のある高調波とその両側の側帯波を同時に観測しなければならない。このことは x_0 測定には式 (3-45) を十分長い時間で二乗平均すればよいことを示すが、u 測定のためにはそれが許されないことを示唆している。両モニターの差異は上記の点にあり、したがって信号検出器そのものは共有できる。

3.4 モニターとその応用

前節までは個々のモニターの動作原理とその特性について議論してきた。各モニターはその固有な性能を

踏まえて適切に設計されねばならないことをここで再び強調する。そのように製作・設置されたモニターは、これからいくつかの例を説明するように、加速器運転に不可欠なデータを提供する。そのデータを使って、例えば軌道・ビーム振動等を修正し抑圧しなければ、当初の設計通りの性能を発揮することは不可能である。また、ビーム振動のデータ等は、加速器内のビーム力学に関する貴重な知見を与えてくれる。

3.4.1　ビーム軌道モニターと軌道の修正 (COD の補正)

ビームの横方向の運動は

$$\frac{d^2x}{dS^2} + K(S)x = \frac{\Delta B}{B\rho} = F(S), \tag{3-46}$$

で表せる。ここで $K(S)$ は四重極電磁石により作られる収束力であり、ΔB は偏向電磁石、四重極電磁石等の設置誤差によって生じた誤差磁場である。また、ρ は偏向電磁石内でのビームの曲率半径を示す。式 (3-46) の解は、加速器 1 周で閉じる平衡軌道と、その周りで振動する解の 2 種を含む。そのうち前者は、

$$X(\phi) = \frac{\nu\beta^{1/2}(\phi)}{2\sin(\nu\pi)}, \times \int_{\phi}^{\phi+2\pi} \beta^{3/2}(\Psi)F(\Psi)\cos\{\nu(\pi+\phi-\Psi)\}\,d\Psi, \tag{3-47}$$

と書ける。ここで ϕ は加速器 1 周を 2π とした角度変数である。誤差磁場が加速器内 Ψ_j の位置に $\Delta\Psi_j$ の長さで N 個あるとすると

$$F(\Psi) = \sum_{j=1}^{N} F_j \Delta\Psi_j \delta(\Psi - \Psi_j), \tag{3-48}$$

式 (3-48) を式 (3-47) に代入し、積分を実行すると、ϕ_i の位置での軌道変位は

$$\left(\frac{x}{\beta^{1/2}}\right)_i = \frac{\nu}{2\sin(\nu\pi)} \sum_{j=1}^{N} \beta_j^{3/2} F_j \Delta\phi_j \times \cos\left\{\nu\left(\pi + \left|\phi_i - \phi_j\right|\right)\right\}, \tag{3-49}$$

式 (3-49) を次のように書き換えれば

$$X_i = \sum_{j=1}^{N} A_{ij} Y_j, \tag{3-50}$$

$$X_i = \left(\frac{x}{\beta^{1/2}}\right)_i, \tag{3-51}$$

$$Y_j = F_j \Delta\phi_j, \tag{3-52}$$

$$A_{ij} = \frac{\nu}{2\sin(\nu\pi)} \beta_j^{3/2} \cos\left\{\nu\left(\pi + \left|\phi_i - \phi_j\right|\right)\right\}, \tag{3-53}$$

となり、行列の形で表すことができる。式 (3-53) の左辺 X_j は、前節のビーム位置モニターで測定される。

ゆえに、行列 A_{ij} の逆行列を求め式 (3-53) を逆に解けば、Ψ_j の位置に存在する誤差磁場が求まり、小型電磁石で補正できる。

上記の補正法は、原理的に誤差磁場を生じる可能性のある全電磁石 (百～数百台) 全てを補正することを意味し、現実的ではない。実際には

A 加速器 1 周にわたってちらばっている誤差磁場 F をフーリエ分解し、大きい成分のみを補正する。

B 補正電磁石の数を少なくして、その励磁力を最小自乗法で求める。

C Y_j のうち、大きいものから何個かを抽出して補正する。

等の方法が取られる。

3.4.2　ベータトロン振動モニター

シンクロトロン内を周回するビームは、四重極電磁石による収束作用のため、平衡軌道の周りを振動しながら周回する。このベータトロン振動数は、四重極電磁石の強さで決まり、その値はビームの損失を防ぐためにビーム光学上の共鳴点を避けたものに設定される。しかし、四重極電磁石の誤差磁場や、同電磁石と偏向電磁石の両磁場開のトラッキングの誤差で生じる平衡軌道のずれ等により、設計値と異なるベータトロン振動を行う事が十分考えられる。さらに、不安定性の理論で説明されるように、ビームと加速器の構成要素 (高周波加速空洞や真空チェンバー) との問で起こる電磁気学的な相互作用によってこの振動数は変化する。したがって加速器を運転している間、ベータトロン振動数を常時監視し、必要があれば四重極電磁石の電源にフィードバックして、補正をしなければならない。ま

た、この振動数を知ることは、ビーム運動学上の興味あるデータを得るにもなる。

ベータトロン振動を検出する方法は、大別して次の 2 通りある。

A 狭帯域法

1 節での議論及び Fig. 7 に示したように、モニター検出器で観測されるビーム信号のスペクトルは、周回周波数の高調波 (nf_0) の上下にベータトロン振動数の端数部に対応する側帯波をともなっている。帯域通過型フィルターを使用して、このうち 1 つの高調波の組 $(nf_0, nf_0 \pm qf_0)$ を取ると、その信号は

$$\begin{aligned} S(t) &= a\sin(nf_0t) + b\sin\{(n+q)\,f_0t\} \\ &\quad + b\sin\{(n-q)\,f_0t\}, \\ &= a\left\{1+\frac{2b}{a}\cos(qf_0t)\right\}\sin(nf_0t), \end{aligned} \tag{3-54}$$

ここで a、b は各高調波の振幅を示す。式 (3-54) は、振動数 nf_0 の信号を振動数 qf_0 の信号で振幅変調した波形に他ならない。したがって、S を包絡線検波すれば qf_0 の振動数を知ることができる。高調波の組をどの周波数より取るかは、回路製作のしやすさと、検出器の検出感度により選定される。この方式は、検出帯域を狭くすることができるので、非常に S/N の良いものを製作することが可能である。

B 広帯域法

同じく 1 節で議論したように、広帯域の検出器で観測した信号は、正確にバンチ波形を再現する。波形は式 (1-34) で表されるように、ピーク値が qf_0 の周波数で増減する。したがってピーク値をビームが周回するたびに標本化 (Sample/Hold) すれば、qf_0 の振動数を持った信号が得られる。この方法は帯械が広いために雑音の影響が大きいことに注意する必要がある。したがって検出器として、出力電圧の大きいものを使用しなければならないが、その大きさは回路系のダイナミック・レンジを加味して選択することが重要である。不必要に大きな電圧を減衰器で低下することは、系の S/N を著しく悪くする。

4 ビームプロファイルモニタ Beam Profile Monitor

4.1 エミッタンス及びエミッタンスの測定

ビームのエミッタンスは一般に位相平面における楕円図形として Fig. 37 のように表される。x 軸は軌道面に平行でビームの進行方向 (z) に直交すると仮定すると、x はビームの空間的広がりを、x' はビームの角度広がりを表す。ビームはガウス分布で広がっていると仮定した場合、その 1σ の大きさをもってビームのエミッタンスとしている [19]。しかし、通常の測定で得られるデータはガウス分布とは限らず、1σ を算出するのが難しいので、場合によって Root-mean-square (RMS) エミッタンスや 95% エミッタンス等によって定義される [20, 21]。

Fig. 37 においてエミッタンス図形の各点の大きさは、軌道理論から次式により表せる。

$$\sigma_{\max} = \sqrt{\beta(z)\epsilon(z)}, \tag{4-1}$$

$$\sigma'_{\max} = \sqrt{\gamma(z)\epsilon(z)}, \tag{4-2}$$

$$\sigma_{\text{int}} = \sqrt{\frac{\epsilon(z)}{\gamma(z)}}, \tag{4-3}$$

$$\sigma'_{\text{int}} = \sqrt{\frac{\epsilon(z)}{\beta(z)}}, \tag{4-4}$$

$$\alpha = -\frac{\beta'}{2}, \tag{4-5}$$

$$\gamma = \frac{1+\alpha^2}{\beta}, \tag{4-6}$$

ここで ϵ はエミッタンスの大きさ (面積) を表し、α, β, γ は軌道パラメータ (Twiss parameter) と呼ばれる。特に β はベータトロン関数 (Betatron function) と呼ばれ、ビームの大きさを直接的に示すものとして重要である。軌道パラメータは軌道方向の位置によって変わる。したがって式 (4-1)–(4-6) からわかるように、エミッタンスの各点の大きさもこれにつれて変化するが、エミッタンス自身の大きさは軌道方向の位置で変わらない。すなわち、エミッタンスの面積は変わらず、形だけが変わる。この面積が不変であるということはリューヴィルの定理 (Liouville's theorem) から求められ、加速器の理論においてはクーラン・スナイダーの不変量 (Courant-Snyder Invariant) と呼ばれ、エミッタンスの性質に関する最も重要な記述となっている。

一般に軌道面内でのビームサイズには、さらにビー

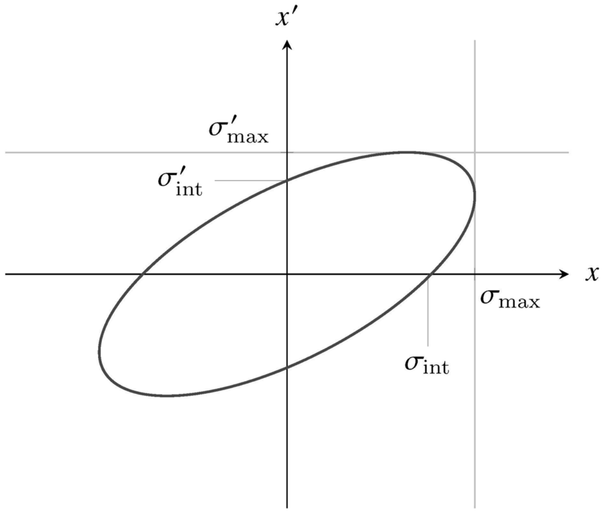

Fig. 37 エミッタンスの一般的な形

ムのエネルギー広がりによるビーム広がりの影響も考慮しなければならない。このエネルギー広がりもガウス分布にしたがうと仮定し、ビームサイズは式 (4-1) から次のようになる。

$$\text{Beam size} = \sqrt{\beta(z)\epsilon(z) + \left(\eta(z)\frac{\delta p}{p}\right)^2}, \tag{4-7}$$

ここで、η は分散関数 (dispersion function) と呼ばれ、やはり軌道の位置によって変化する。y 方向について $\eta(y)$ がないとすれば、y 方向のビームサイズは式 (4-1) のままで求められる。

エミッタンスの測定は以上の関係を用いて行われる。すなわちビームプロファイルの測定からビームサイズを求め、この結果からエミッタンスが得られる。このときビームサイズを 1σ として求めれば、エミッタンスの値も 1σ となる。

4.2 二次電子放出電流検出型ワイヤーモニター

マルチワイヤープロファイルモニター (Multi-Wire Profile Monitor, MWPM) やマルチリボンプロファイルモニター (Multi-Ribbon Profile Monitor, MRPM) は二次電子放出電流モニターに分類され、 ビームに挿入されたタングステン等のワイヤーから放出される二次電子放出電流を観測することでビームプロファイルを観測する。Fig. 38 に、J-PARC 3-50BT から MR へのビーム輸送時に用いられている MWPM を示す [22]。セラミックス製の枠に縦横 32 本 (場所によって 64 本) ずつ 30 μm 径の細いタングステンワイヤーを 2.5–5.5 mm 間隔で張ったヘッドをビームに挿入し、ビームによる各ワイヤーの二次電子放出電流を検出する。物質量が小さいのでワイヤーによるビームの発散も小さく、ほぼ非破壊でプロファイル測定ができる。今後も大強度化されるビームの測定を考慮し、チタンフォイルやカーボンリボンへの置き換えも行われている [23]。チタンフォイルを用いた MRPM のプロファイル測定結果を Fig. 39 に示す [23]。

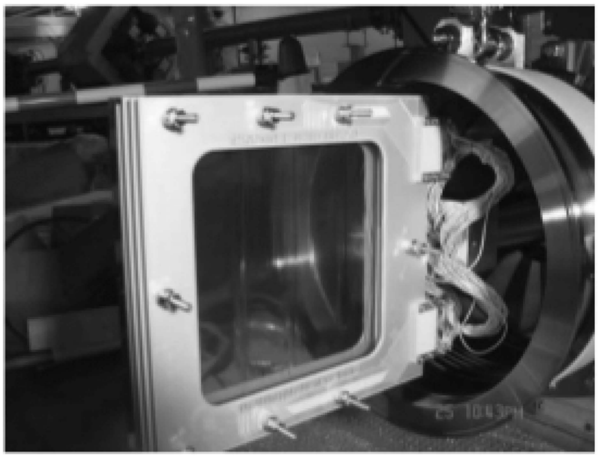

Fig. 38 MWPM の外観 [22]

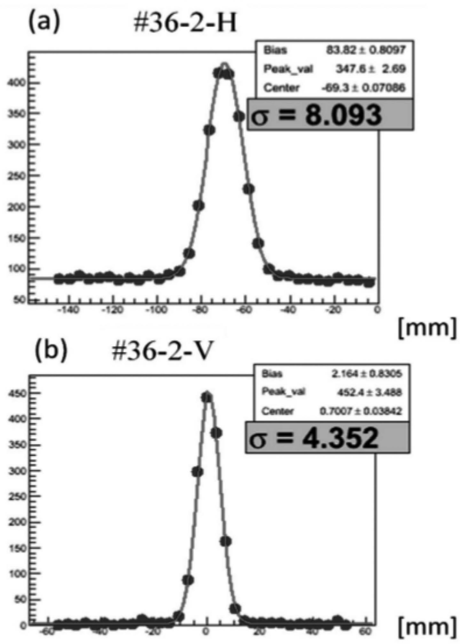

Fig. 39 チタン MRPM でのプロファイル測定 [23]

4.3 残留ガスイオン化式プロファイルモニター Residual Gas Ionization Profile Monitor (IPM)

ビームによって加速器中の (残留) ガスがイオン化される際に発生するイオン密度分布はビームの電荷密度分布に比例するので、イオン分布を検出することにより、ビームを乱すことなく非破壊でビームプロファイルを観測することができる。

J-PARC MR で使用されている残留ガスイオン化式プロファイルモニター (IPM) を Fig. 40 に示す [24]。Fig. 41 は水平方向プロファイル測定のためのイオン検出の模式図である [25]。バイアス電極に 10 kV 以上の電圧 (+HV) を印加して 2 kV/cm 程度の電場 (イオン収集電場) を作り、ビームが残留ガスをイオン化することによって作られたイオンが、イオンコレクター (図の上方) に向かって直進するように加速する。ビームの空間電荷による電場が大きいので、電場が弱いとビームによる電場のためにイオンの進行方向が曲がってしまい、コレクターに達したときにはイオンの分布が広がってしまうので、強い電場が必要である。イオンは MCP (multichannel plate) とマルチストリップアノードから成るイオンコレクターに達する。イオンは MCP の入口で電子を作り、電子は MCP によって増幅され、MCP 出口に設置してあるアノードに到達する。各アノードストリップに流れる電流を測定することでビームプロファイルを観測できる。IPM で得られたプロファイルは、エミッタンスの測定のみならず、入射ビームのマッチング調整にも広く使われている。

実際に得られたプロファイルを Fig. 42 に示す [24]。IPM は電離作用により生成した陽イオンを検出する場合と電子を収集する場合とで 2 種類に大別することができる。電子収集の場合には、収集電場と平行に均一磁場をかけ、磁場の収束効果を利用して正確に電子を収集する。MR の IPM もイオン収集による測定と電子収集による測定の双方が可能である。

4.4 Optical Transition Radiation (OTR) モニター

荷電粒子が誘電率の異なる物質を通過すると、境界で optical transition radiation (OTR) を放射する。蛍光物質による発光に比べると OTR による光は非常に弱いが応答が極めて速い特徴を持つ。OTR をスクリーンやストリークカメラで観測することで、ビームのプロファイルやバンチ長の観測ができる。

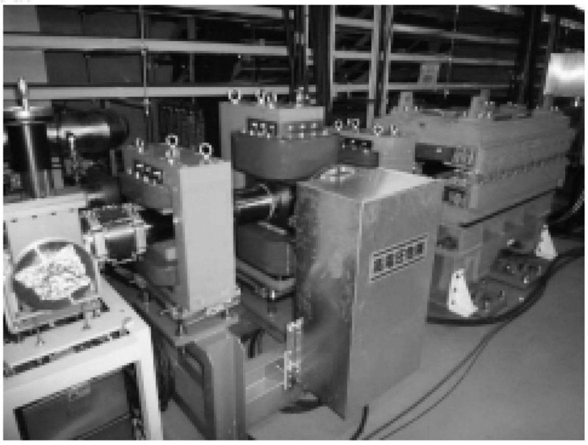

Fig. 40 IPM の外観 [24]

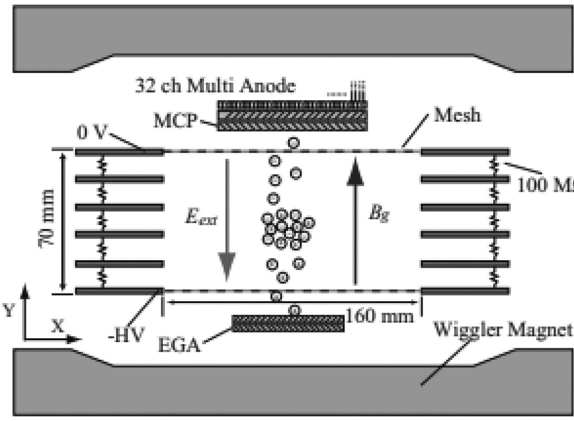

Fig. 41 IPM の測定概念図 [25]

Fig. 43 に MR で使用されている OTR モニタの標的を示す [26]。ビームの核からハロー部分を選択的に測定できるように穴開きの標的を用いている。一番右の標的はハロー部測定に用いられており、蛍光によるプロファイル測定を行っている。標的から発した光を光学系を用いてカメラまで導き、増幅してビームプロファイルとして再構成している (Fig. 44)。得られたビームのイメージを Fig. 45 に示す。ビームコアとハロー部の 2 次元画像が同時にイメージとして得られる。画像から再構成したプロファイルを Fig. 46 に示す。異なる標的から得られたデータを合わせることで、10^6 のダイナミックレンジを実現している。

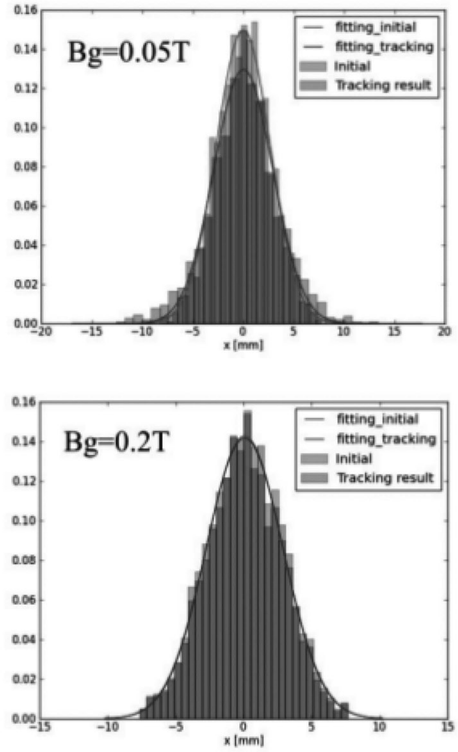

Fig. 42 IPM で測定したプロファイル [24]

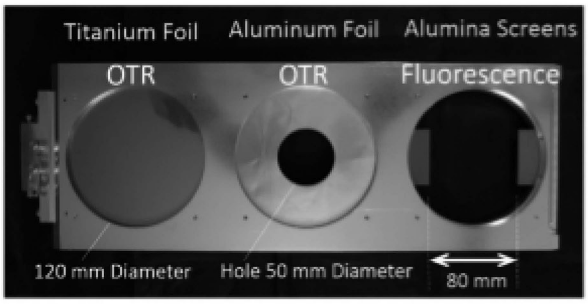

Fig. 43 OTR モニタ標的 [26]

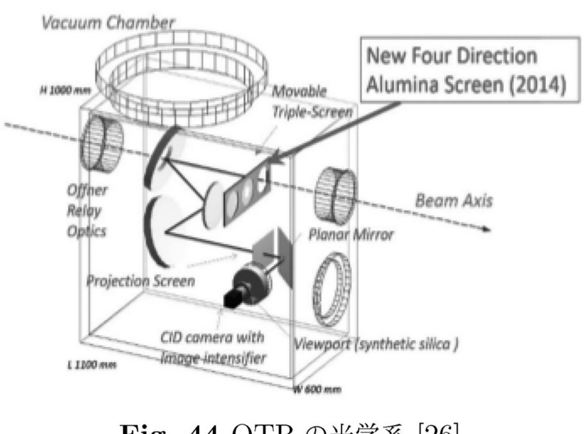

Fig. 44 OTR の光学系 [26]

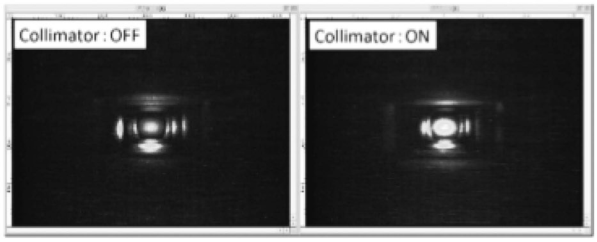

Fig. 45 OTR で取得した画像 [26]

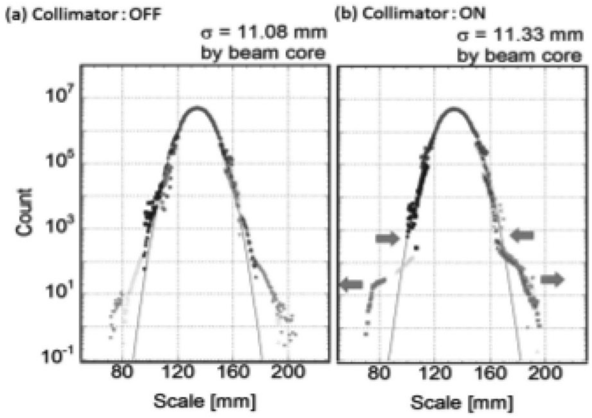

Fig. 46 OTR で取得した画像から算出したプロファイル [26]

4.5 Flying-wire モニター

フライングワイヤーは直径 7 μm のカーボンファイバーをターゲットとして、ビームを横切るように最大 5 m/s の速度で移動させて、その際のビームの散乱粒子をシンチレータで計測することにより、ビームプロファイルを測るためのモニターである (Fig. 47、Fig. 48) [27, 28]。

ビーム散乱によりビームを乱すと、正確なプロファイル測定とならないので、細いターゲットを素早く動かすことにより、ビームへの影響を最小として、正確なプロファイルを行うようにワイヤー材料、スキャン速度を決めている。

フライングワイヤーモニターで測定したプロファイルを Fig. 49 に示す。

Fig. 47 フライングワイヤーモニター [29]

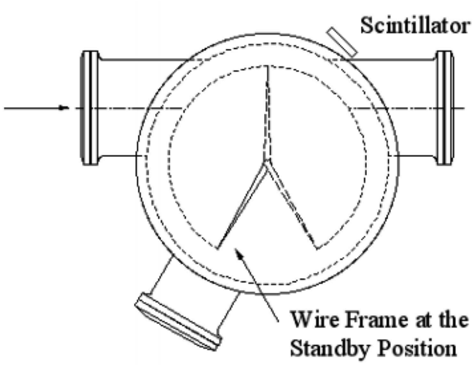

Fig. 48 フライングワイヤーモニターの平面図 [28]

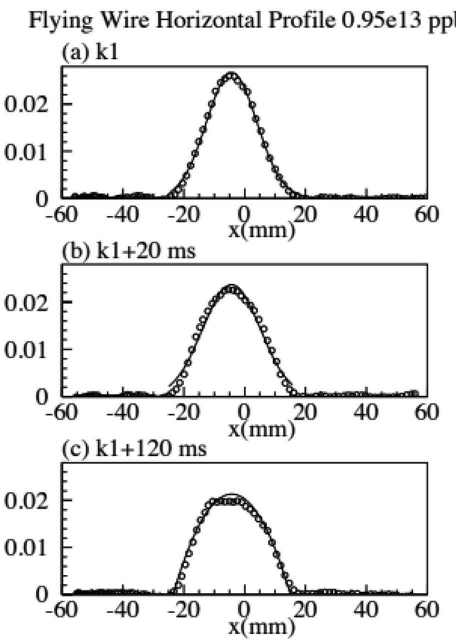

Fig. 49 フライングワイヤーモニターで測定したプロファイル [28]

5 ビームロスモニタ Beam Loss Monitor (BLM)

5.1 大強度陽子加速器におけるビームロス

何らかの原因でビームトランスポートラインや加速器中を運動するビームの軌道が変動し、ビームがビームチェンバーの壁やセプタム等加速器の構造体に当たって、ビームの一部または全部が失われてしまうことがある。このようなビームロスは加速器の外部に強い放射線をまき散らす。大強度の陽子加速器において最も問題となるのは、ビームロスによって加速器機器やトンネルが放射化し、保守作業に支障をきたすことである。また加速器の安定運転のためにもこのようなビームロスは避けなければならない [30, 2]。

ビームが加速器の構造体に当たると強いガンマ線や多くの二次粒子からなる放射線が発生するので、そのような放射線を検出することでビームロスを検出できる。ビームロスモニターは、検出器を加速器の周囲に多数配置することで加速器のどの部分でビームロスが起きているかを判定することができるので、定性的な観測ではあるが加速器の運転状態を監視する上で重要なモニターである。

J-PARC RCS、MR では主にビームロスの検出に、比例係数管とプラスチックシンチレータを使用している。以下、これら検出器の原理と応答に関して簡単に説明する [30]。

5.2 比例計数管検出器

5.2.1 電離箱の動作原理と動作領域

J-PARC の加速器施設において最も多く使用されているロスモニターのヘッドは比例計数管である。比例計数管は電離箱の一種であり、検出器内部に封入されたガスと、検出器に入射した放射線との相互作用により発生する電離電流を測定することによって、ビームロスを検知する。この際の相互作用としては、荷電粒子による直接電離作用や、光子によるガス分子の電子に対する光電子放出、コンプトン散乱、電子対生成等が考えられる。これらの相互作用によって生成された電子やイオンは、検出器に印加された電圧によって電極に引き寄せられる。簡単な例として Fig. 50 のような平行平板構造の検出器を考えると、入射粒子との相互

作用で発生した電離電子が陽極に、陽イオンが陰極に引き寄せられる。この時、電極に印加された電圧の強さによって電極に引き寄せられる電子の挙動が変わり、それに伴う応答が違ってくる。ここでは、印加電圧を変えた際の比例計数管を含む電離箱の動作の違いについて述べる。

まず、印加電圧が数十 V 以下とかなり低かった場合には、放射線によってせっかく電離された電子が電極に到達する前に別の中性ガス分子に衝突し、陰イオン化してしまう可能性がある。例えば酸素はそのような求電子性が強く、容易に陰イオン化する。このように生成された陰イオンは、別の陽イオンと衝突してその余剰電子を渡すことで、それらが持っていた電荷が失われてしまい検出器の応答に寄与しなくなる。この過程を再結合と呼ぶ。

この状態から印加電圧を徐々に上げていくと (数百 V)、発生する電場によって陰陽イオン対は再結合を起こす前に引き離されるようになり、また電子の運動エネルギーも増加していき、中性ガスとの衝突時に再結合を起こさなくなっていく。これらの効果で、再結合の影響が小さくなっていき、それに伴い信号出力が大きくなっていく。さらに電圧を上げていくと、入射粒子によって生成された電子-陽イオン対の全ての電荷が再結合せずに電極にたどり着くようになり、それ以降は電圧を上げても信号出力は増加しなくなる。このように、印加電圧に対して出力が一定となる領域を電離箱 (Ionization chamber) 領域と呼ぶ。電離箱と呼ばれる放射線検出器は、この原理で動作している。

印加電圧をさらに上げて 1 kV 近くなると、電極に収集される電子の運動エネルギーが増加し、それがガス分子を電離するのに必要なエネルギーを超えていると、移動の途中でガス分子と衝突した際にさらなる電離を引き起こすようになる。この二次電離過程で生成された電子も同様の過程を引き起こすため、電離電子は雪崩式に増加していく事になる。この過程をタウンゼント型電子雪崩とよび、電子が単位長さ移動した際の増幅率は次式で表わされる。

$$\frac{dn}{n} = \alpha \cdot dx, \tag{5-1}$$

ここで、 α は第一タウンゼント係数と呼ばれ、電子が一度二次電離を起こしてから次に二次電離を起こすまでの平均の移動距離を表わしている。この式を積分することで、初め n_0 個だった電子が距離 x 移動する間に何個に増幅されるかが計算できる。

$$n = n_0 \exp(\alpha x), \tag{5-2}$$

このような過程によって電離電子が増幅される印加電圧の領域を比例領域と呼び、この領域で動作する検出器を比例計数管と呼ぶ。

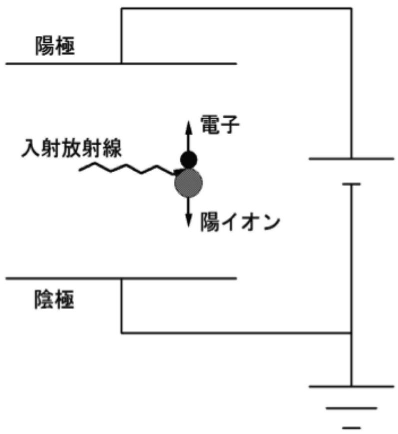

Fig. 50 平行平板構造の検出器模式図 [30]

5.2.2　比例計数管の構造

一般的な比例計数管は、Fig. 51 (上) のような同軸構造で設計される。中心に張られた半径 a の電極 (信号線) に直流電圧 $+V_0$ がかけられていて、その周りを内径 b のシールドで覆われている。b に比べて十分に長い領域にわたって覆われた構造である。この時、検出器内部の信号線の中心から r の距離における電場 E は

$$E = \frac{1}{r}\frac{V_0}{\ln\left(\frac{b}{a}\right)}, \tag{5-3}$$

のように表わせる。もちろん、信号線の半径 a より内側とシールドの外側 ($r > b$) では、電場は 0 である。比例計数管がこのような同軸構造で設計される理由は主に二つある。

一つ目はタウンゼント型電子雪崩を起こすために必要な強い電場を低い印加電圧で発生させるためである。通常のガスであれば、電子雪崩を起こすために必要な電場強度は 10^6 V/m 程度である。間隔 10 mm の並行平板間でこの電場を発生させようとすると、必要な電圧は 10^4 V となる。一方で、例えば中心電極の太さが 0.5 mm、外側のシールドの内径が 10 mm の同軸構造

であれば、式 (5-3) より、中心電極表面で同じ電場を発生させるために必要な電圧はおよそ 1500 V ですむ。このように、低い電圧で容易に電子雪崩に必要な強い電場を得るために同軸構造が用いられる。

二つ目の理由は、増幅率の位置依存性を小さくするためである。再び間隔 10 mm の平行平板を考え、陰極に近い場所でガス分子の電離が起こったとする。この場合電子は陽極に達するまでに多数回ガス分子と衝突し、高い増幅率を示す事が予想される。しかしながら、ガス分子の電離が陽極のすぐ近くで発生した場合は、電子はすぐに陽極に到達してしまう。この場合、明らかにガス分子との衝突回数は減少し、信号出力は小さくなるであろう。ここで上記と同様な同軸構造を考えると、検出器内の電場は中心信号線から遠ざかるにつれて 1/r で減少するため、電子雪崩が発生する領域は信号線のごく近傍のみとなる。このため、検出器内のどこで電離が起こっても、一つの電子あたりに増幅される電子数は一定となる。これらの理由により、一般的に比例計数管は同軸円筒構造をとる。

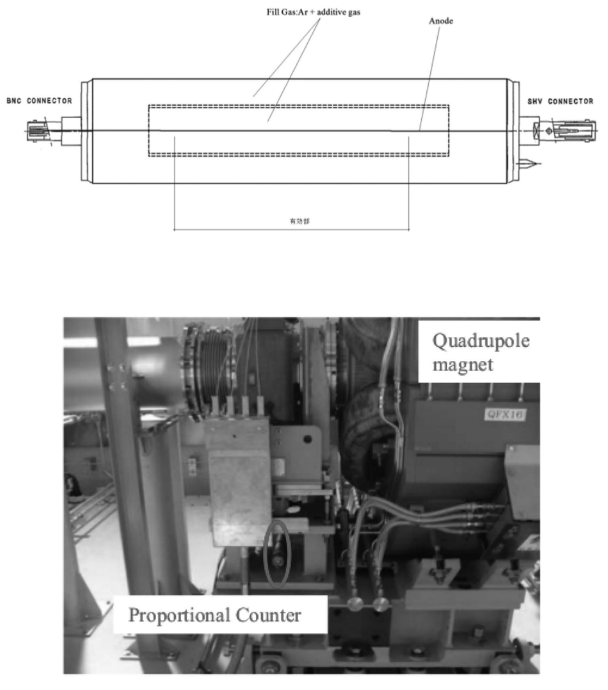

Fig. 51 比例計数管の構造 (上) [30] と J-PARC RCS に設置されている比例計数管 (下) [31]

5.2.3　出力波形の時間応答

比例係数管の時間応答はヘッド内で生成された電荷の収集時間に依存する。ヘッド内で電離した陽イオンと電子のうち、質量の小さい電子は容易に加速され、電離後比較的早い時間のうちに電極に到達する。一方、陽イオンに関しては電子の数千倍以上の質量をもつため、加速されても容易に速度が上がらず、電子と比べるとずっと長い時間をかけてだらだらと電極に流れていく。典型的な大きさの比例係数管の場合、電子の流動時間はおよそ μsec のオーダーであるのに対して、陽イオンの流動時間は msec のオーダーになる。このため、出力波形は主として電子によって引き起こされる数 μsec 以下の立ち上がり、立ち下がりの後、だらだらと陽イオンを収集し続ける。Fig. 52 に比例係数管の出力波形の例として、宇宙線を測定した際の出力波形を示す。

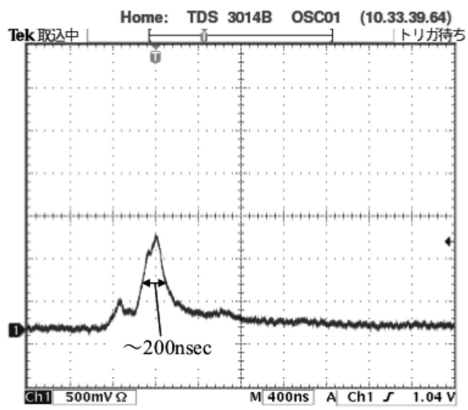

Fig. 52 比例計数管による宇宙線の測定波形 [31]

5.2.4　プラスチックシンチレーション検出器

プラスチックシンチレーション検出器は、後述するように比例係数管と比較して時間分解能に優れているため、特にバンチ毎に発生するイベントを分離し、ロスの詳細な時間情報を得るために重要なモニターである。プラスチックシンチレーション検出器の検出原理は、シンチレータの構成分子が入射放射線により励起され、放出された蛍光を光電子増倍管で増幅し電気信号として取り出す、というものである。以下、これらの過程について説明する。

5.2.5　光電子増倍管

シンチレータから放出された蛍光を集め、電気信号に変換、増幅するために光電子増倍管が用いられる。光電子増倍管は、蛍光を吸収し光電子を放出する光電陰極と、放出された光電子を増幅する電子増倍器で構成される。Fig. 53 に一般的な光電子増倍管の構造を示す。

光電陰極は、光電効果によって蛍光を電子に変換する。この際、入射光子の数に対して放出される電子数の割合を量子効率と呼び、一般に入射光子の波長の関数である。量子効率の大きな物質として、アルカリ金属にセシウムや酸素を添加し活性化したバイアルカリ等がある。量子効率は入射光子の波長の関数であるため、シンチレータからの蛍光を効率的に変換するにはその波長が光電陰極物質の量子効率のピーク付近である必要がある。

光電陰極で放出された電子は初段のダイノードで収集されるが、この際ダイノード表面への衝突で多数の二次電子を放出するのに十分なエネルギーを与え、かつ収束を行うための電場を適当な電極構造によって発生させる。初段のダイノードに集められた電子は、電場によって加速されたエネルギーをダイノード表面で放出し、そのエネルギーを受け取って複数個の二次電子が放出される。これらの二次電子は数 eV 程度のエネルギーしか持たないため、初段のダイノードと第二のダイノードの間にも同様の電場をかける事によって二次電子を加速し同様の増幅を行う。以降、ダイノードの段数を増やすと増幅過程が段数分だけ繰り返される事になる。ダイノードに電子一個が衝突した際に放出される二次電子数を δ とすると、n 段のダイノードでは光電子は δ^n 個に増幅される事になる。

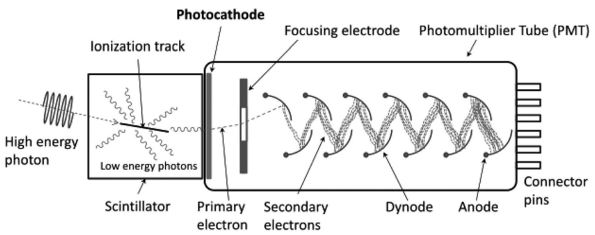

Fig. 53 光電子増倍管 [32]

5.2.6　出力波形の時間応答

プラスチックシンチレーション検出器の出力波形の時間応答を考える。まず、シンチレーション過程の時定数は π 電子の励起に 1 nsec 以下、その後の蛍光の放射に数 nsec である。最初に入射した放射線量子一個に対して、このような時定数の広がりを持った蛍光のパルスが光電陰極に入射し、光電子を放出させそれが増幅されることになる。光電子増倍管内での過程のうち、光電子放出過程や二次電子放出過程は 1 nsec 以下であるため、光電子増倍管の時間特性は主として電子の光電子増倍管内部での走行時間に依存することになる。光電陰極から放出された電子がダイノード最終段の後のアノードに到達するまでにかかる時間は、数十 nsec 程度が一般であり、信号応答としてはビームロス (もしくはそれによって誘起された二次放射線) が入射した後この程度の遅れで信号が出力される。一方、光電子増倍管での時間分解能は個々の電子の走行時間の違いによってもたらされる。この違いは主に光電陰極から第一ダイノードに収集されるまでの走行時間の差に起因する。例えば、光電陰極の端部で発生した電子は中心付近で発生した電子よりも長い距離を飛ばないと第一ダイノードに到達できない。ただし、この問題は光電陰極を湾曲させる事である程度解決できる。このような幾何学的な問題とは別に、放出される光電子の初速のばらつきによっても走行時間に違いが出てくる。すなわち、より大きなエネルギーで叩き出され、かつその方向が光電陰極面に垂直であるほどダイノードへの到達時間は短くなる。この効果による飛行時間の広がりは、次のように表わされる。

$$\mathit{\Delta} t = -\sqrt{\frac{2m_e\bar{W}}{e^2E^2}}, \tag{5-4}$$

ここで E は電場強度、$\bar{W}$ はカソードから放出された瞬間の電子の平均エネルギーである。典型的な値として、$E = 4$ kV/m、$\bar{W} = 0.4$ eV とすると、$\mathit{\Delta} t$ はおよそ 0.5 nsec となる。

これらを総合すると、プラスチックシンチレーション検出器の応答は数十 nsec の遅れで分解能が数 nsec 程度となる。RCS では、おそよ数百 nsec の幅のビームを測定するので、時間分解能としては 1 周毎のロスを分離するのに十分である。Fig. 54 に J-PARC RCS で使用されているプラスチックシンチレーション検出器と、出力波形の例として、宇宙線を測定した際の出力

波形を示す [31]。

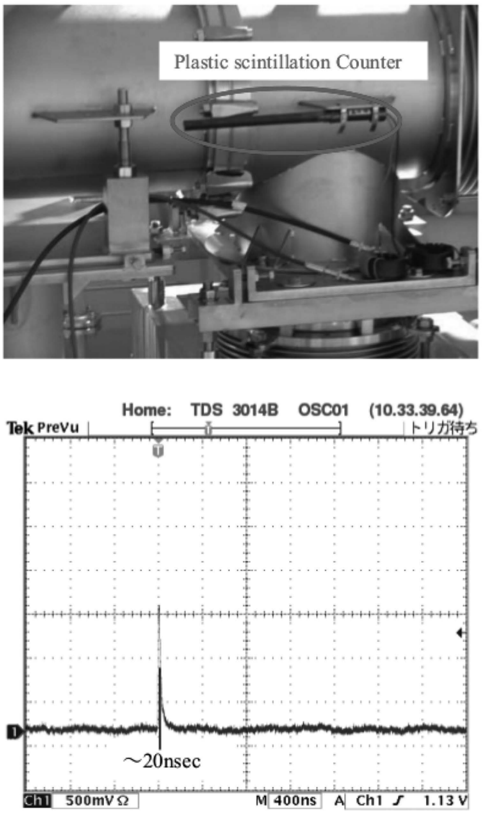

Fig. 54 RCS で使用されているプラスチックシンチレーション検出器 (上) とプラスチックシンチレーション検出器による宇宙線の測定波形 (下) [31]

5.3 J-PARC MR で使用されているビームロス検出器

J-PARC MR では、稼動開始以来、主なロスモニタとして長さ 0.8 m の Ar+1% CO_2 ガス封入同軸タイプ比例計数管 (Proportional-type gas chamber BLM, P-BLM) を使用している。適切にバイアス電圧を調整することにより、ビームコミッショニングにおける低出力運転 (定格出力の 1/1000 程度) から定格出力運転までビームロスを精度よく測定することが可能である。また、その高速動作 (立ち上がり時間 100 nsec) を利用して、MR マシンプロテクションシステム (MPS システム) へビームロスアラーム信号を供給する役割も担っている。他方比例計数管には、出力電流が増加するとアノード付近に負電荷のシースが成長し、電場強度が低下するためにガス増幅度が低下する効果 (空間電荷効果) がある。この効果により、加速器になにかしらのアクシデントが発生し、過大なビームロスが発生した場合にはビームロスの過小評価になるため、MPS システムの観点からは改善が必要であった。現在、MR の BLM システムは、空気を用いた同軸ケーブルタイプのイオンチャンバー (Air-filled ionization chamber, AIC) を導入し、P-BLM、AIC の 2 種類のロスモニターを用いている [33, 34, 35]。AIC はさらに長さによって short AIC (sAIC) と long AIC (longAIC) に分けられる。sAIC は P-BLM と同程度の長さで、P-BLM と一緒に四重極磁石に設置されている (Fig. 55)。longAIC の長さは平均 84 m で、ビームダクトから 4 m 程度離れた壁の上部に設置されている [35]。

ビームロスモニタはリング全周に渡ってロスを検知する必要があるため、P-BLM は 216 台、AIC は 53 台使用されている。P-BLM と sAIC によって計測された電荷の積分カウント値を Fig. 56 に示す [35]。青いヒストグラムは P-BLM、赤 ● は sAIC のデータである。黄色のヒストグラムは残留線量を示す。横軸はリング全周における BLM が設置されているアドレス (場所) である。さらに縦軸をビーム入射から取り出しまでの時間 (0–1600 msec) としてプロットしたのが下段の図である。20 msec の測定を 10 msec ずつずらして測定している。各アドレスでいつロスをしているのかがわかるようになっている。

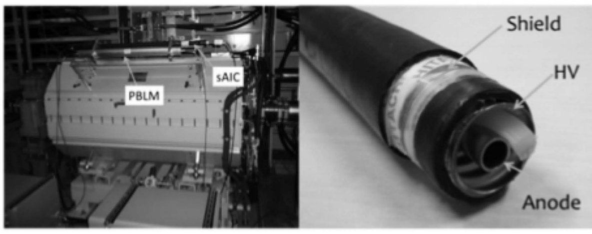

Fig. 55 MR で使用されているビームロスモニタ [35]

6 ビームフィードバック制御

フィードバック制御とは、各ハードウェアで安定化フィードバックが組まれているにも関わらず発生する総合的あるいは複合的なビーム不安定や、地盤振動・機械振動などで発生するビーム不安定を取り除くために行なわれるビーム安定化フィードバックである。具体的にはビームの位置やエネルギーなどを計測して、次のビームが来る前に関連した磁石や RF 位相を制御し

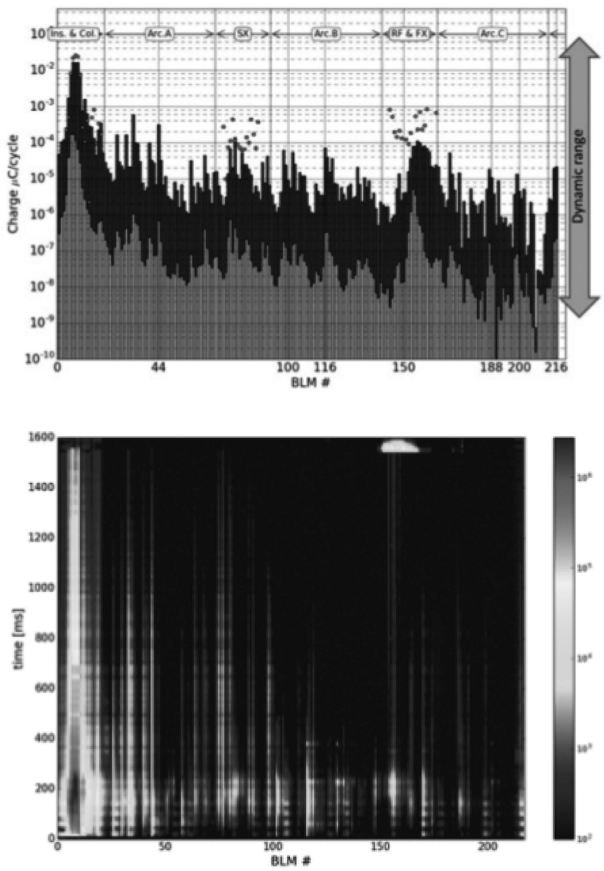

Fig. 56 (上) P-BLM と sAIC のカウント値。青:P-BLM、赤●:sAIC。(下) 縦軸を時間にした 2 次元プロット [35]

てビーム周期よりもゆっくりした変動を抑えようとするものである。

この制御に必要なモニターはビームの継続的なビーム繰り返しての測定が要求され、高 duty、高信頼性が要求される。もちろんこのフィードバック制御も、高速計算機と高速ネットワークを介したリアルタイムプログラムで、遠く離れた機器間で行なわれなければならないので、高信頼性の高速計算機群とそれらを結ぶ多重の高速ネットワークを構築して全加速器にわたる同時性と透過性をもってできる制御としなければならない。

6.1 Wake Field

外力を受けず真空中を直進する電荷は自分のまわりに電磁場を形成しながら走るが、その電磁場は外部には放射されないことはよく知られている。ところが電荷の進路の近傍すなわちその電磁場が存在する領域に導体や誘電体等の物質があると事情が変わってきて、電荷はエネルギーを失って電磁場を一部これらの物体のまわりに置き去るようになる。これは物体の表面あるいは内部に電荷の接近に伴って時間的に変化する誘導電流が流れ、それが作る二次的な振動電磁場は電荷の通過後も残るためである。この置き去られた電磁場をちょうど水面を走る船が後方に残す航路になぞらえて Wake Field (余韻の場) という。加速器にはビームの通路を取り囲む真空容器が必ずあるので、wake field の発生は普遍的な現象である。wake が発生することによりビームはエネルギーを一部失うことになる。また、ビームに長さがある時、およびビームが循環軌道を走る場合には wake field がビームに強制振動の力を及ぼす。もしもこの振動がビームの縦方向または横方向の固有振動と共振するとビームのコヒーレント振動が成長する。これが不安定性と総称される、ビームと加速器を一緒にした系の一種の発振現象である。wake の源は物体に流れる誘導電流であるが、この流れ方は電荷が作る電磁場と、誘導電流が作る場の和が境界条件を満足するという条件で決まる。したがって真空容器の断面が急激に変化するところでは波数の高い大きな誘導電流が必要になる。実際に初期の SPEAR のような電子のストレージリングでは、真空フランジの様に真空パイプの段差がある場所が、ビームによって手でさわれないくらい発熱したことが知られている。その後の理論的な解析も進んで真空容器を作るときにはなるべく不必要な断面形状の変化をさせないし、それが不可避の場合は必ず緩やかな勾配をつけて行うという方式が定着してきている。しかしながら段差を避けがたい加速器の機器がいくつかある。第一は高周波空洞で本来目的とする加速用の共振モードの他に多数の共振モードが存在するので、しばしばそれがビーム不安定性に結びつく。第二は真空容器を接続するときに機械的寸法を調整するためのベローズである。これは全体として数が多いので問題になる。第三はリングにビームを出し入れするためのパルス電磁石等の容器であり、形状が不規則なためどのような電磁場ができるか比較的わかりにくい。これらにおける wake field をなるべく減らす実際手段がいくつかある。空洞には不要モードを外部に結合して吸収させてしまう方法が使われる (高次モードカプラー)。ベローズにはなめらかな内張りをほどこして電気的には段差が現れないよう

にする方法がよく使われる。パルス電磁石等の不規則容器に対してはダンピング抵抗といって抵抗皮膜をつけたセラミック等を内部に取り付けて、wake の減衰を図る方法がよく使われる [36]。

6.2 不安定性の抑制

加速器のビーム強度が上ってくるとそれに応じて wake field も強くなるのでビーム不安定性が生じやすくなる。これによって加速器ビームの強度やエミッタンスが制限を受ける。不安定性抑制のために働く自然のメカニズムとしてランダウ減衰 (Landau damping) と呼ばれる効果と、シンクロトロン放射による振動減衰効果がある。ランダウ減衰は、多数の振動子からなる集団の集団振動は、振動子の固有振動の分布の広がりがあると集団振動は減衰するという効果である。加速ビームの振動数を分布させるのは外力の非線型性である。縦方向については高周波電圧が正弦波形であれば非線型なので、振動数に分布が生ずる。この非線型性をもっと強調するために二次、三次、四次... の高調波電圧を少し加えることが考えられていて、その高周波のための空洞をランダウ空洞と呼んでいる。ただしランダウ空洞をうまく使うことは実際には位相の制御などの点でなかなか難しいようである。横方向の振動にランダウ減衰を持ちこむためには六極または八極電磁石が使われる。この時はベータトロン振動の非線形共鳴とのかね合いが問題になるようである。放射減衰は電子のストレージリンタで基本的に重要であって、ビームのエミッタンスは縦方向、横方向とも陽子の場合に比べてはるかに小さくなる。ただし一方では放射の確率的ゆらぎからエミッタンスが増大するので、二つの効果がつり合ったところでエミッタンスは有限値になる。自然の減衰効果だけでは不十分なことが多いので、フィードバックによる不安定性の抑制がしばしば必要になる。横方向の二重極モードのコヒーレント振動のフィードバック減衰はもっともよく行われている。

6.3 バンチ・バイ・バンチフィードバック (Bunch by Bunch Feedback)

大強度ビームにおいて不安定性が起こると、ビームが集団的に横方向に振動することがある。振動が大きくなりすぎるとビームは損失し、ときには強度が半分以下に減少してしまうことがある。

不安定性が起こる現象として判明していることは 2 点あり、1 点は入射エラーである。入射キッカーの残留磁場のために、入射時に横方向のコヒーレント振動が起こってしまう。

もう 1 点は加速初期におけるビーム損失である。加速初期に損失が起こる理由はまだ明確になっていないが、この現象はクロマティシティが負の大きな値を取るときだけに起こることは明白になっている。そして、このときはコヒーレント振動は観察されない。クロマティシティの絶対値を大きくならないように保ちながら、横方向の振動をなんらかの方法で抑制しなければならない。

Fig. 57 に横方向のバンチ・バイ・バンチフィードバックシステムの模式図を示す [37]。システムは、3 つの構成要素から成り、位置モニター (BPM)、フィードバック・キッカーと信号処理エレクトロニクスである。位置モニターは対角線カット電極型 BPM [38] が使われている。フィードバック・キッカーとしてはストリップラインエキサイター [39] を用いる。ストリップライン長は 1.4 m、横方向のシャントインピーダンスは 29 kΩ である。信号処理には LLRF4 ボード [40, 41, 42] を使用する。

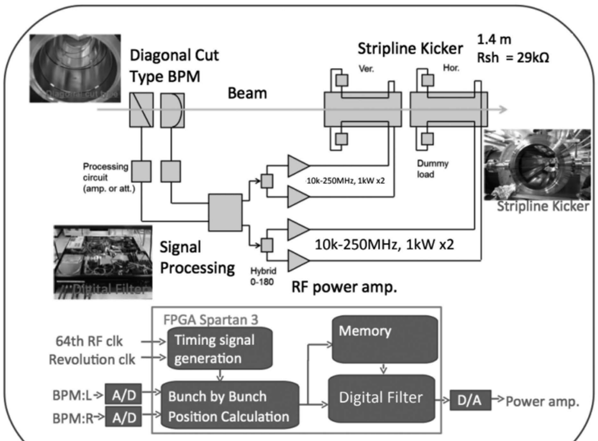

Fig. 57 バンチ・バイ・バンチフィードバックシステム [37]

Fig. 58 に 1 つのバンチのビームの、横方向位置 (BPM の左右の電極の出力の差) の変化を 100 ターン毎に示した [37]。横軸は縦方向の位置 (nsec) である。0–10 ターンでは大きかった振動がターンを重ね

るにつれて減衰していくが、600 ターン以降では振動が 200 nsec あたりで局所化し、完全には減衰しない。これはバンチの内部でも振動が残ることを示し、より周波数の高い、バンチ内部を局所的にキックできるようなフィードバックシステムを構築する必要があることを示唆している。Fig. 59 (a) では 0.25 sec あたり

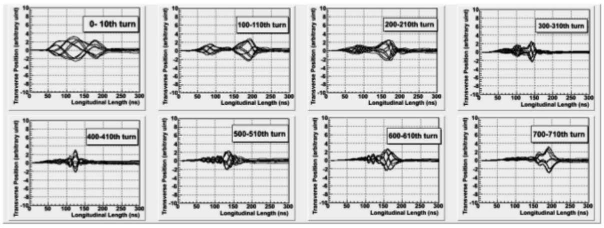

Fig. 58 100 ターン毎の水平方向位置 [37]

からビーム強度が半分以上損失しているが、フィードバックを ON にすると損失が解消していることがわかる (b)。

(a) Feedback off (b) Feedback on

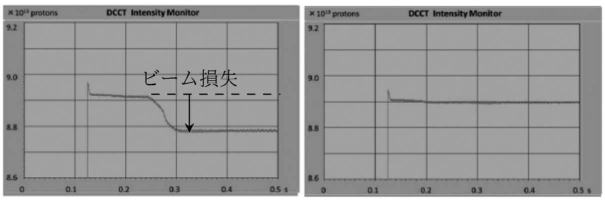

Fig. 59 バンチ・バイ・バンチフィードバック OFF/ON 時のビーム損失の変化 (DCCT 出力) [37]

6.4 イントラバンチフィードバック (Intra-Bunch Feedback)

6.3 節で見たように、横方向の不安定性は入射と加速の間に観察され、バンチ内部の振動も抑制することが必要であることがわかった。バンチ内部の振動によるビーム損失も観測されていた [43]。

バンチ内部を局所的にキックするために、RF 周波数 (約 1.7 MHz) の 64 倍の周波数 (~100 MHz) で BPM からの信号をサンプリングし、64 のスライスに分ける。スライスそれぞれの位置でベータトロン振動を算出し、キッカーによりスライス単位で正確にキックする。イントラバンチフィードバックシステムの模式図を Fig. 60 に示す [18]。

Fig. 61 にバンチ · バイ · バンチフィードバック、イントラバンチフィードバックを ON にした場合のビーム

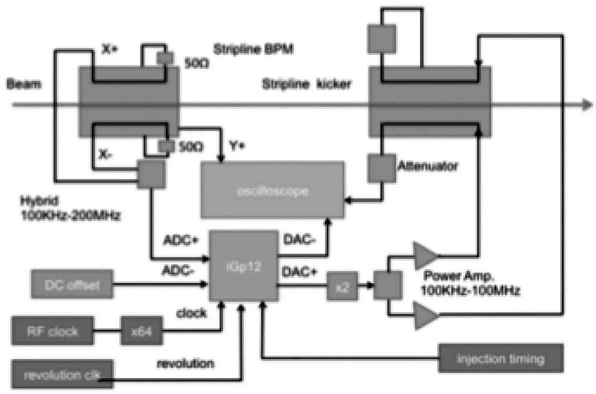

Fig. 60 イントラバンチフィードバックシステム [18]

の横方向振動の減衰を示す [18]。Fig. 58 と同様に 100 ターン毎の BPM の差信号をプロットしたもので、上段 (a)–(d) はフィードバックなし、中段 (e)–(h) はバンチ · バイ · バンチフィードバックあり、下段 (i)–(l) はイントラバンチフィードバックありの場合である。バンチ · バイ · バンチフィードバックのみでは後方の振動が残っているが Fig. 61 (h)、イントラバンチフィードバックを適用した場合は振動が収まっている Fig. 61 (j)–(l)。

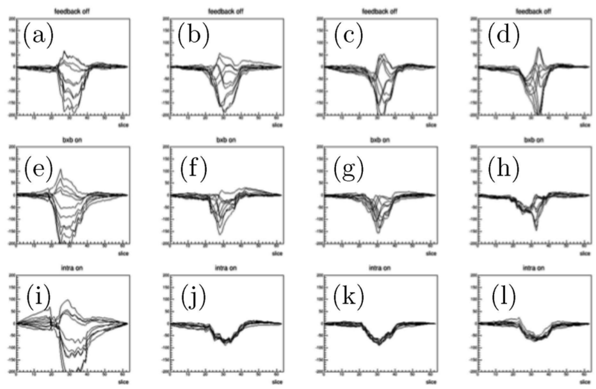

Fig. 61 イントラバンチフィードバックによる横方向振動の減衰 [18]

7 Electron Cloud Monitor

7.1 電子雲不安定性

電子雲不安定性は Los Alamos National Laboratory (LANL) の Proton Storage Ring (PSR) で、e-p ビーム不安定性として最初に観測され、長い間その現

象のメカニズムは謎とされていた。最近になって、陽子ビームとチェンバー内に出来た電子雲とが相互作用した結果起こる陽子ビームの横方向不安定性として一般化され、広くシュミレーション解析が行われる様になった。これには KEKB や PEP-II などの陽電子リングで電子雲不安定性が観測され、理論的な解析やシュミレーションコード等が開発された結果、実験事実をよく説明できるようになったことの功績が大きい。その後 CERN の PS や SPS などの陽子リングでも観測され、建設中の LHC、SNS や J-PARC などの陽子リングでもビーム電流の上限を決める一要因と考えられている [43]。

陽子ビームが原因で最初に電子が作られるメカニズムはいろいろ考えられる。

- 陽子が残留ガスと衝突してイオンと電子を作る
- 入射付近のストリッピングコイルに陽子がぶつかって電子が放出する
- コリメーターやビームパイプの表面に損失陽子が当たり、電子が飛び出る
- 陽子から出た放射光がビームパイプに当たり、光電子を作る

などが挙げられる。一旦電子ができると、電子は陽子ビームが作るスペースチャージカ (クーロンカ) によって引力を受け、陽子ビームに向かって加速される (Fig. 62)。電子は陽子ビームを突き抜けて反対側のビームパイプに衝突して 2 次電子を作る。この時電子一個が作る 2 次電子の数が 1 より十分に大きければ電子の総数は増加する。2 次電子もまた陽子ビームの引力によって加速され、と、同じプロセスを繰り返すうちに電子の数は指数関数的に増加し、陽子ビームを取り巻く電子雲を形成する。電子雲が陽子ビームを中和し、新規にビームパイプの表面にできた電子が陽子ビームから引力を受けなくなるようになると、電子雲生成は飽和し、電子の数もほぼ一定になる。陽子ビームと電子雲は横方向に相互作用し (2 流体不安定性)、陽子ビームの電流値が閾値を越えると陽子ビームのダイポール振動の振幅が増大して、陽子ビームの損失やエミッタンス増加が起こる。これが電子雲不安定性の概略である。

電子雲発生に関して、陽子ビームとの相互作用の正確なシュミレーションは難しい。電子雲不安定性が脅

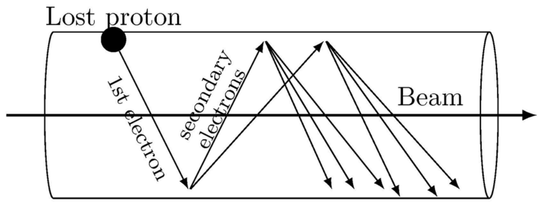

Fig. 62 カスケイド式電子雲生成のメカニズム [44]

威と考えられるときは、できるだけ電子雲を発生させないような対策を施すことが一番である。例えば

- 入射付近のストリッピングコイル近傍に電子コレクターをおいて電子を吸収する
- ビームパイプに電子除去用の電極を取り付ける
- ビームパイプや磁石の内側などに TiN をコーティングして 2 次電子放出率を下げる
- ビームパイプなどの周りにソレノイドを巻き、30 Gauss 程度の磁場を作ると電子は磁力線に捕獲され、陽子ビームとの相互作用が弱まる
- ダンパーと 呼ばれる電極を使って陽子ビーム横方向振動を減衰させる

などの方法が考えられ、実行されている。

7.2 Electron cloud monitor

7.1 節で示したように、陽子がビームパイプ壁に当たって生成した 1 次電子のエネルギーは、2 次電子生成に深く関係があり、2 次電子を生成し得るほどエネルギーが高い電子がどれだけ存在するかを知ることは非常に重要である。

J-PARC MR では電子雲研究のため、電子雲検出器 (Electron Cloud Detector (ECD)) が使用されている [45]。Fig. 63 に ECD の概要を示す。ECD の検出部はビーム進行方向に鉛直上向きに取り付けられ、スリットを通って入ってきた電子を検出する。この電子が、ビーム運転中にはビームパイプ壁に当たったと考える。voltage repeller (V-repeller) の電圧によって検出する電子のエネルギーを制限し、電圧を変化させることで電子のエネルギー分布が測定できる [46, 47]。

電子はチェンバーの上部に取り付けられた 6 つのスリットを通って検出される。接地されたスロットとコレクター電極間の電位より高いエネルギーを持った電子がコレクターに衝突し、信号として検出される。コレ

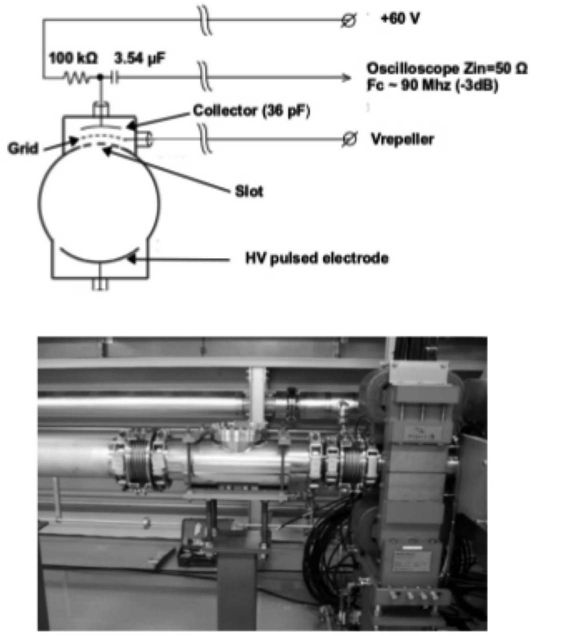

Fig. 63 電子雲検出器 (Electron Cloud Detector (ECD) [45]

クターに衝突した電子は 2 次電子を放出し、V-repeller に印加されている電圧によってコレクタに戻され、さらに検出される。V-repeller の電圧を変えることが検出する電子のエネルギーを制限していることになる。

シミュレーション [48] によると、電子雲のほとんどが低エネルギーの電子で占められているという結果が得られているが、電子のエネルギー分布を実際に測定したのは J-PARC で初めてである [49, 50, 45]。

コレクター電圧は +60 V に固定し、V-repeller の電圧を +30 V から −420 V まで変化させた。

Fig. 64 が電子のエネルギー分布である。破線が測定結果である。x を電子エネルギー (横軸) として、$y = b_0 \exp(b_1 x)$ でフィットした結果も合わせてプロットしている (点線)。$(b_0, b_1) = (0.760, 0.003)$ という結果を得た。これは電子雲内は低エネルギーの電子で占められているというシミュレーションの結果と一致している。

さらに、2 次電子放出率や電子生成率の研究も実験・シミュレーション双方で進行中である [51]。

おわりに

本来は検出器の設計、較正、信号処理、ノイズ対策、オフラインでの測定等の詳細まで含めるべきであるが、

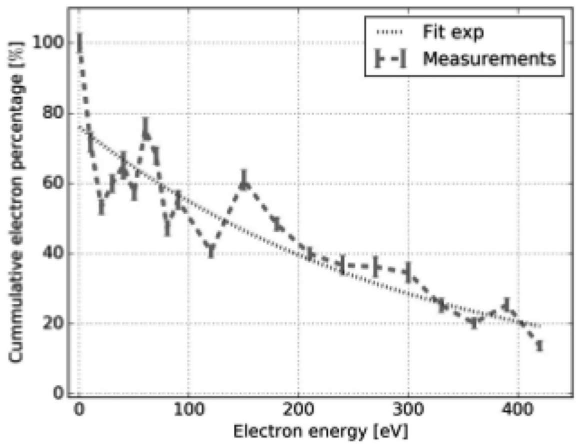

Fig. 64 電子雲内の電子のエネルギー分布 [45]

筆者の勉強不足、要領の悪さにより系統的にまとめることができなかったこと、なによりも実際に使われているモニターの紹介が少なかったことをお詫び致します。また、説明不足な点や、誤りも (多々) あるかもしれませんし、参考文献からの引用も、原著とは若干意図が異なってしまっている箇所もあるかもしれません。それらは筆者の至らなさによるものであり、責任は全て筆者にあります。

大型化、大強度化していく加速器は最先端の技術の集合体である。しかし、幸いにして (不幸にして?)、ビームが通る加速器トンネル内は運転中は放射線量が高いため、高性能の機器は使えない。それもあってか加速器のモニターとして使用されている測定器、検出器の基本原理は古来より変わっていない。あくまで古典的な物理法則、数学に則ったものである。

本講義を通じてビームを「見る」ためのモニターの礎となっている物理に触れ、モニター、検出器は純粋に物理法則に則して動作していることを少しでも感じてくれれば幸いである。これを機会に、物理、工学、技術等に興味を持ち、かといってもちろん理系分野に限ることなく、皆様が様々な分野でご活躍されることを願う。

謝辞

最後に、このような貴重な機会を与えて下さった小関忠主幹、外山毅教授に感謝致します。また、普段より有益な議論、助言を頂いている J-PARC MR モニターグループの橋本義徳氏、岡田雅之氏、佐藤健一郎氏、小林愛音氏、手島昌己氏、三菱電機システムサービス株式会社の花村幸篤氏、大津聡氏、河内敏彦氏、酒井浩志氏、遠藤正之氏、現在はグループを離れている、Bruce Yee-Rendon 氏、大森雄基氏、秋野英之氏に感謝申し上げます。

参考文献

[1] 木代純逸. “シンクロトロンのビーム・モニタ”, 1986. OHO’86 テキスト.

[2] 平松成範. “加速器のビームモニター”, 2004. KEK Internal 2004-4, 文部科学省 高エネルギー加速器研究機構平成 15 年度技術部門職員 専門研修.

[3] J. Cupérus. “Monitoring of particle beams at high frequencies”. *Nuclear Instruments and Methods*, Vol. 145, No. 2, pp. 219–231, 1977.

[4] R. E. Shafer. “Beam position monitor sensitivity”. *AIP Conference Proceedings*, Vol. 319, pp. 303–308, 1994.

[5] 川村雅恭. ラプラス変換と電気回路. コロナ社, 初版, 9 月 2014.

[6] M. Arinaga, J. Flanagan, S. Hiramatsu, et al. “KEKB beam instrumentation systems”. *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment*, Vol. 499, No. 1, pp. 100–137, 2003. KEK-B: The KEK B-factory.

[7] 佐藤健一郎, 外山毅, 手島昌己. “J-PARC MR 用 DCCT の性能評価”. *Proceedings of the 13th Annual Meeting of Particle Accelerator Society of Japan*, pp. 1076–1080, Chiba, Japan, August 2016. Particle Accelerator Society of Japan.

[8] Y. Hashimoto, S. Hiramatsu, D. Arakawa, et al. “CHARACTERISTICS OF A DCCT FOR THE J-PARC MAIN RING”. *Proceedings of the 8th Annual Meeting of Particle Accelerator Society of Japan*, pp. 451–455, Tsukuba, Japan, August 1–3 2011. Particle Accelerator Society of Japan.

[9] T. Toyama, Y. Hashimoto, Y. Sato, et al. “BEAM-BASED CORRECTION OF A DCCT RESPONSE”. *Proceedings of the 8th Annual Meeting of Particle Accelerator Society of Japan*, pp. 465–467, Tsukuba, Japan, August 1–3 2011. Particle Accelerator Society of Japan.

[10] Y. Omori, Y. Hashimoto, T. Toyama, et al. “A CALIBRATION METHOD FOR BEAM DCCT OF J-PARC MAIN RING”. *Proceedings of the 8th Annual Meeting of Particle Accelerator Society of Japan*, pp. 456–459, Tsukuba, Japan, August 1–3 2011. Particle Accelerator Society of Japan.

[11] 外山毅. “ビームインスツルメント”, 2009. OHO’09 テキスト.

[12] 日出富士雄. “ビームモニター”, 1995. OHO’95 テキスト.

[13] R. Wigington and N. Nahman. “Transient Analysis of coaxial cables considering skin effect”. *Proceedings of the IRE*, pp. 166–174, 1957.

[14] 新竹積. “同軸ケーブルのパルスレスポンス”. Technical Report TN-86-0017, KEK, 1986.

[15] H. Kuboki, T. Toyama, S. Hatakeyama, et al. “BEAM BASED GAIN CALIBRATION FOR BEAM POSITION MONITOR AT J-PARC MAIN RING”. *Proceedings of the 12th Annual Meeting of Particle Accelerator Society of Japan*, pp. 25–29, Tsuruga, Japan, August 5-7 2015.

[16] 早野仁司. “ビーム診断 (ハードウェア編)”. *Proceedings of FFIR Workshop*, Shizuoka, Japan, 1994.

[17] H. Hayano, J.-L. Pellegrin, S. Smith, et al. “High resolution BPM for FFTB”. *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment*, Vol. 320, No. 1, pp. 47–52, 1992.

[18] K. Nakamura, T. Toyama, M. Okada, et al. “INTRA-BUNCH FEEDBACK SYSTEM FOR THE J-PARC MAIN RING”. *Proceedings of IPAC 2014*, pp. 2786–2788, Dresden, Germany, 2014.

[19] 武藤正文. “ビームモニター”, 1995. OHO’95 テキスト.

[20] S. Lee. *Accelerator Physics*. World Scientific Publishing Company, 3rd edition, January 2012.

[21] 佐藤健一郎. "ビームモニター 2 ビームプロファイルモニター", 2010. OHO'10 テキスト.

[22] Y. Hashimoto, S. Muto, T. Toyama, et al. "Multi-Wire Beam Profile Monitor for J-PARC 3-50 BT and MR". *Proceedings of the 5th Annual Meeting of Particle Accelerator Society of Japan and the 33rd Linear Accelerator Meeting in Japan*, pp. 310–312, Higashi-Hiroshima, Japan, August 6–8 2008.

[23] H. Akino, Y. Hashimoto, M. Mitani, et al. "NEW MULTI-RIBBON BEAM PROFILE MONITOR WITH TITANIUM FOIL OF 1.2 MICRONS FOR INTENSE PROTON BEAM IN THE J-PARC". *Proceedings of the 11th Annual Meeting of Particle Accelerator Society of Japan*, pp. 1221–1225, Aomori, Japan, August 9-11 2014.

[24] K. Satou, H. Kuboki, and T. Toyama. "PROFILE MEASUREMENT BY THE IONIZATION PROFILE MONITOR WITH 0.2 T MAGNET SYSTEM IN J-PARC MR". *Proceedings of IBIC2016*, pp. 811–814, Barcelona, Spain, 2016.

[25] K. Satou, N. Hayashi, S. Lee, et al. "A PROTOTYPE OF RESIDUAL GAS IONIZATION PROFILE MONITOR FOR J-PARC RCS". *Proceedings of EPAC 2006*, pp. 1163–1165, Edinburg, Scotland, UK, 2006.

[26] Y. Hashimoto, T. Mitsuhashi, M. Tejima, et al. "TWO-DIMENSIONAL AND WIDE DYNAMIC RANGE PROFILE MONITOR USING OTR / FLUORESCENCE SCREENS FOR DIAGNOSING BEAM HALO OF INTENSE PROTON BEAMS". *Proceedings of HB2014*, pp. 187–191, East-Lansing, MI, USA, 2014.

[27] S. Igarashi, D. Arakawa, K. Hanamura, et al. "FLYING WIRE BEAM PROFILE MONITOR AT THE J-PARC MR". *Proceedings of the 5th Annual Meeting of Particle Accelerator Society of Japan and the 33rd Linear Accelerator Meeting in Japan*, pp. 301–303, Higashi-Hiroshima, Japan, August 6–8 2008.

[28] S. Igarashi, K. Hanamura, Y. Hashimoto, et al. "BEAM PROFILE MEASUREMENT USING FLYING WIRE AT THE J-PARC MR". *Proceedings of the 7th Annual Meeting of Particle Accelerator Society of Japan*, pp. 1016–1018, Himeji, Japan, August 4–6 2010.

[29] S. Igarashi, Y. Hashimoto, K. Ohmi, et al. "BEAM PROFILE MEASUREMENT USING FLYING WIRE MONITORS AT THE J-PARC MAIN RING". *Proceedings of IPAC 2011*, pp. 1239–1241, San Sebastián, Spain, 2011.

[30] 山本風海. "ビームモニター 3 ビームロスモニター", 2010. OHO'10 テキスト.

[31] K. Yamamoto, N. Hayashi, S. Hatakeyama, et al. "BEAM LOSS MONITOR SYSTEM OF THE RAPID CYCLING SYNCHROTRON OF JAPAN PROTON ACCELERATOR RESEARCH COMPLEX". *Proceedings of the 10th Annual Meeting of Particle Accelerator Society of Japan*, p. 1060, August 3-5, 2013, Nagoya, Japan, 2013.

[32] Wikipedia. `https://en.wikipedia.org/wiki/Photomultiplier`.

[33] K. Satou, T. Toyama, Y. Hashimoto, et al. "Present status of the J-PARC MR BLM system". *Proceedings of the 6th Annual Meeting of Particle Accelerator Society of Japan*, pp. 295–297, Tokai, Ibaraki, Japan, August 5–7 2009.

[34] K. Satou and T. Toyama. "UPGRADE SCHEME OF BLM SYSTEM OF J-PARC MR". *Proceedings of the 8th Annual Meeting of Particle Accelerator Society of Japan*, pp. 424–428, Tsukuba, Ibaraki, Japan, August 1–3 2011.

[35] K. Satou, T. Toyama, N. Kamikubota, et al. "DEVELOPMENT OF WIDE DYNAMIC RANGE BEAM LOSS MONITOR SYSTEM FOR J-PARC MAIN RING". *Proceedings of IPAC2017*, pp. 1248–1251, Copenhagen, Denmark, 2017.

[36] 水町芳彦. "加速器におけるビームのふるまい", 1986. OHO'86 テキスト.

[37] Y. Kurimoto, M. Tobiyama, Y. Chin, et al. "THE BUNCH BY BUNCH FEEDBACK SYSTEM IN J-PARC MAIN RING". *Proceedings of DIPAC2011*, pp. 482–484, Hamburg, Germany, 2011.

[38] T. Toyama, D. Arakawa, M. Arinaga, et al. "BEAM DIAGNOSTICS AT THE FIRST BEAM COMMISSIONING OF THE J-PARC

MR". *Proceedings of PAC09*, pp. 1964–1966, Vancouver, BC, Canada, 2009.

[39] M. Okada and T. Toyama. "DEVELOPMENT OF THE DLC COATED BEAM EXCITER". *Proceedings of the 11th Annual Meeting of Particle Accelerator Society of Japan*, pp. 242–244, Aomori, Japan, August 9-11 2014.

[40] M. Tobiyama, T. Obina, Y. Chin, et al. "BUNCH BY BUNCH FEEDBACK SYSTEMS FOR J-PARC MR". *Proceedings of IPAC'10*, pp. 2767–2769, Kyoto, Japan, 2010.

[41] L. Doolittle, H. Ma, and M. S. Champion. "DIGITAL LOW-LEVEL RF CONTROL USING NON-IQ SAMPLING". *Proceedings of LINAC 2006*, pp. 568–570, Knoxville, Tennessee USA, 2006.

[42] Dimtel, Inc. `http://www.dimtel.com`.

[43] Y. Chin. "ANALYSIS OF TRANSVERSE INSTABILITIES OBSERVED AT J-PARC MR AND THEIR SUPPRESSION USING FEEDBACK SYSTEMS". *Proceedings of PAC2013*, pp. 27–31, Pasadena, CA, USA, 2013.

[44] 陳栄浩. "ビームの不安定性", 2005. OHO'05 テキスト.

[45] B. Yee-Rendon, H. Kuboki, R. Muto, et al. "MEASUREMENTS OF THE ENERGY DISTRIBUTION OF THE ELECTRON CLOUD AT J-PARC MR". *Proceedings of the 14th Annual Meeting of Particle Accelerator Society of Japan*, pp. 1069–1071, Sapporo, Japan, August 1–3 2017.

[46] "The LANL Short Pulse Spallation Source Enhancement Project (SPSS)". Technical Report LAUR-98-4172, Los Alamos National Laboratory (LANL), 1998.

[47] R. Macek, A. Browman, D. Fitzgerald, et al. "ELECTRON PROTON TWO-STREAM INSTABILITY AT THE PSR". *Proceedings of the 2001 Particle Accelerator Conference*, pp. 688–692, Chicago, IL, USA, June 18–22 2001. LA-UR-01-3034.

[48] B. Yee-Rendon, R. Muto, K. Ohmi, et al. "PYECLOUD SIMULATIONS OF THE ELECTRON CLOUD FOR THE J-PARC MR". *Proceedings of the 14th Annual Meeting of Particle Accelerator Society of Japan*, pp. 197–200, Sapporo, Japan, August 1–3 2017.

[49] B. Yee-Rendon, H. Kuboki, R. Muto, et al. "ELECTRON CLOUD MEASUREMENTS AT J-PARC MAIN RING". *Proceedings of IPAC2016*, pp. 137–139, Busan, Korea, 2016.

[50] B. Yee-Rendon, H. Kuboki, R. Muto, et al. "ELECTRON CLOUD STUDY AT SX OPERATION MODE AT J-PARC MR". *Proceedings of the 13th Annual Meeting of Particle Accelerator Society of Japan*, pp. 149–151, Chiba, Japan, August 8–10 2016.

[51] B. Yee-Rendon, R. Muto, K. Ohmi, et al. "Electron cloud simulations for the main ring of J-PARC". *Journal of Physics: Conference Series*, Vol. 874, No. 1, p. 012065, 2017.