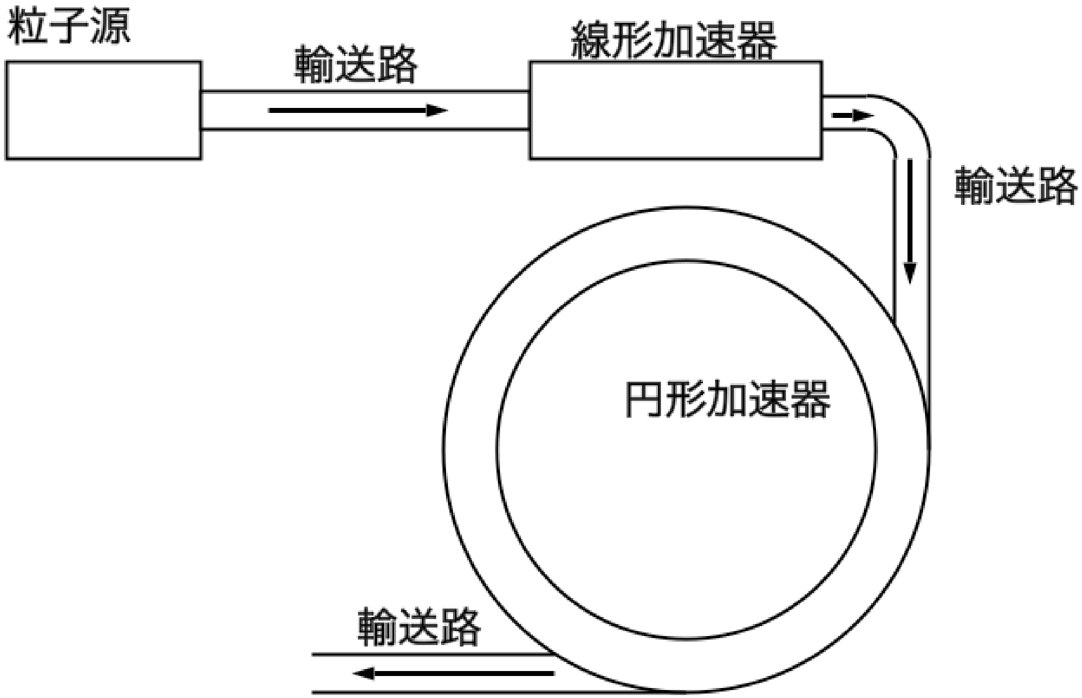
ビーム輸送の物理（入門）

Oho-07

ビーム輸送路とは



加速器の概念

同期加速：各種加速器

線形加速器
円形加速器

収束

縦方向：位相安定の原理
横方向：弱収束
強収束

荷電粒子の運動

加速器でのエネルギー＝運動エネルギー

非相対論的 $T = \frac{1}{2} m_0 \vec{v}^{\,2}$

相対論的 $T = E - m_0 c^2 = \sqrt{c^2 \vec{p}^{\,2} + m_0^{\,2} c^4} - m_0 c^2$

$= m_0 \gamma c^2 - m_0 c^2$

力学的運動量 $\vec{p} = m\vec{v} = m_0 \gamma \vec{v}$

運動方程式 $\dot{\vec{p}} = \frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F} = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})$

MKSA単位系

エネルギーの増減

エネルギー増減率

$$\dot{T} = \frac{d}{dt}\sqrt{c^2\vec{p}^2 + m_0{}^2 c^4} = \frac{c^2\vec{p}\dot{\vec{p}}}{m_0\gamma c^2} = \vec{v}\cdot\dot{\vec{p}}$$

$$\dot{T} = \vec{v}\cdot q(\vec{E} + \vec{v}\times\vec{B}) = q\vec{E}\cdot\frac{dr}{dt}$$

エネルギー変化量

$$\Delta T = \int \dot{T}dt = q\int \vec{E}\cdot d\vec{r} = qU$$

電位差U：Volt

エネルギー単位：eV $1eV \cong 1.6\times 10^{-19} Joule$

$$kT = 1eV, T \cong 1.2\times 10^4 K$$

$$\lambda \cong 0.5\mu m, h\nu \cong 2.5eV$$

粒子の偏向

$$\dot{\vec{p}} = \frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F} = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})$$

$\vec{E}$　$\vec{v} \times \vec{B}$　は同じ次元

E: ~10 kV/mm, 10^7 V/m

B: ~2T
cB: ~6x10^8

高エネルギーでは磁場は電場の約100倍の効果

粒子源では電場も有効

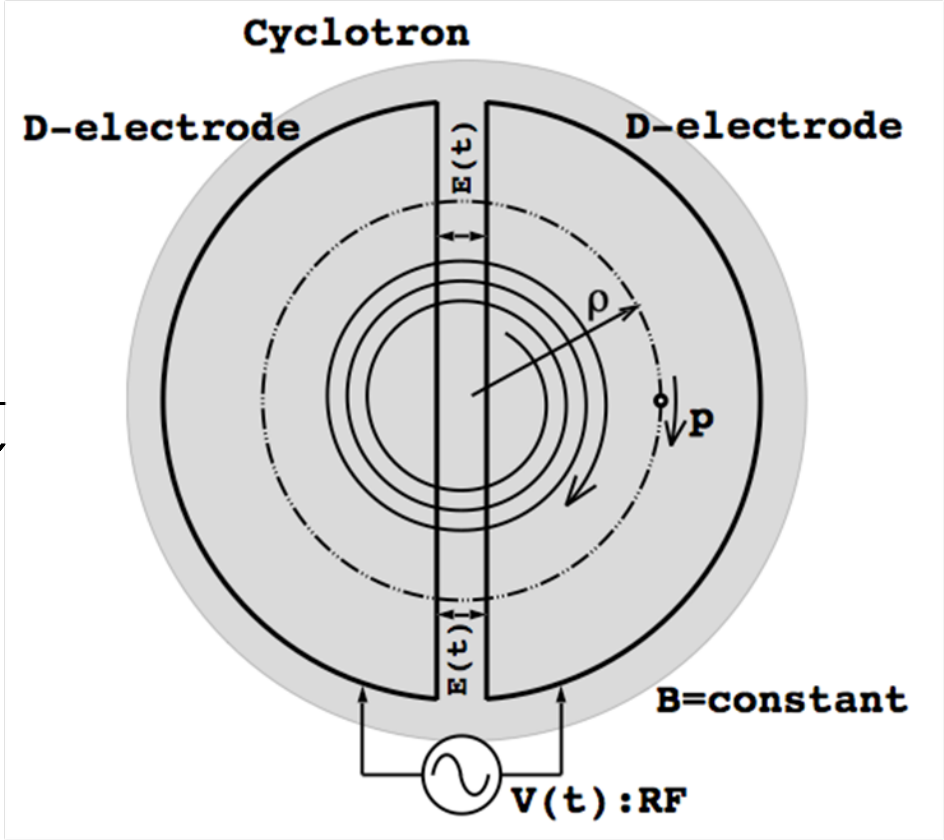
同期加速（繰り返し加速）

サイクロトロン

円軌道

$$p = mv = qB\rho$$

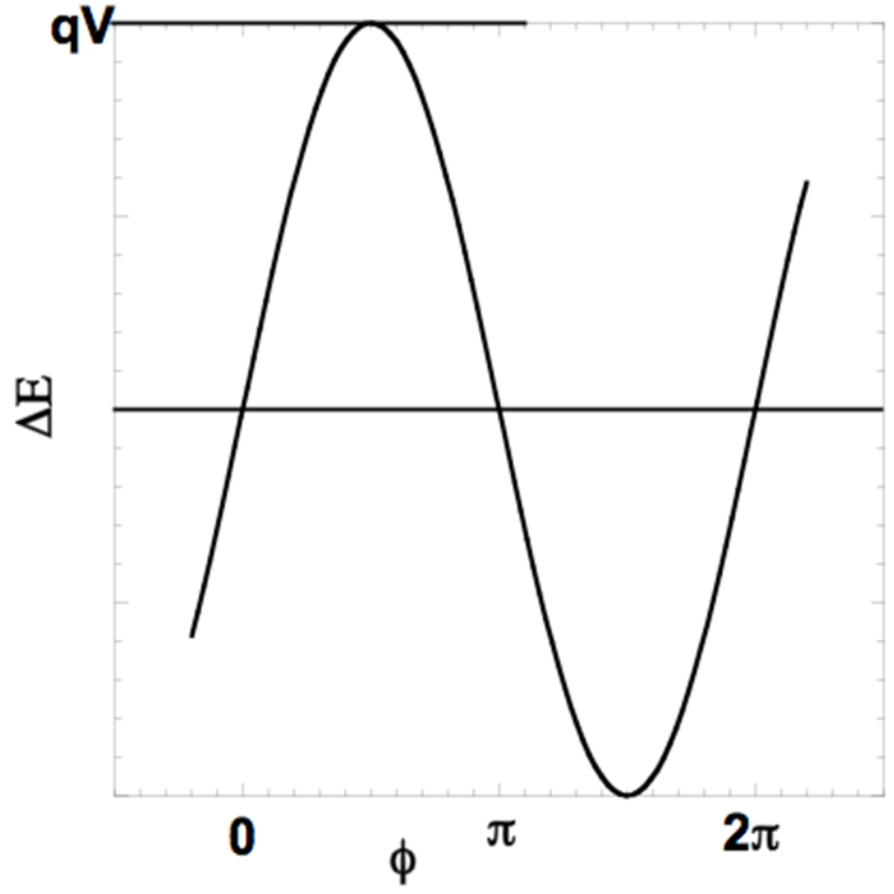
$$f_{rev} = \frac{v}{2\pi\rho} = \frac{qB}{2\pi m} = \frac{qB}{2\pi m_0\gamma}$$



交流電場による加速

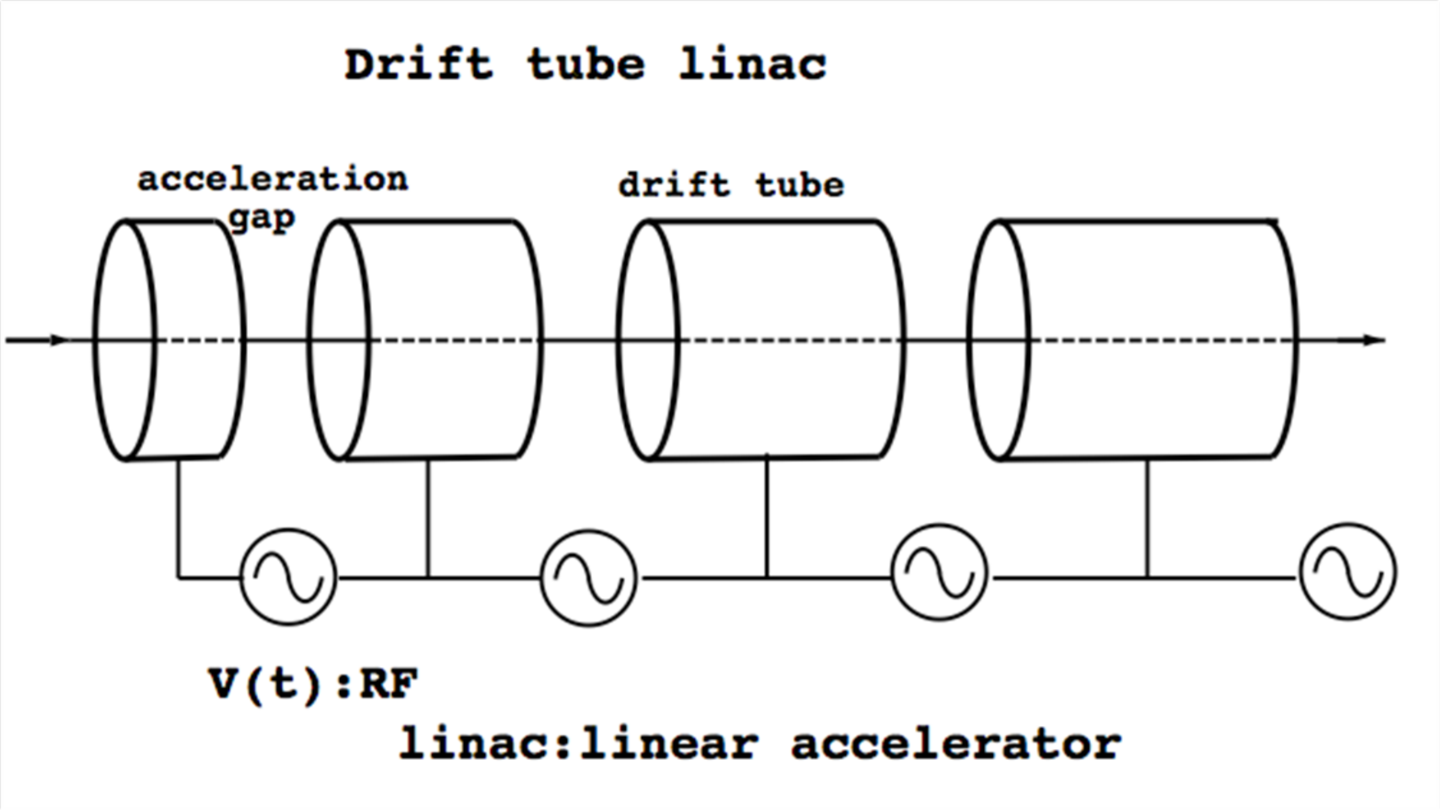
サイクロトロン

完全同期



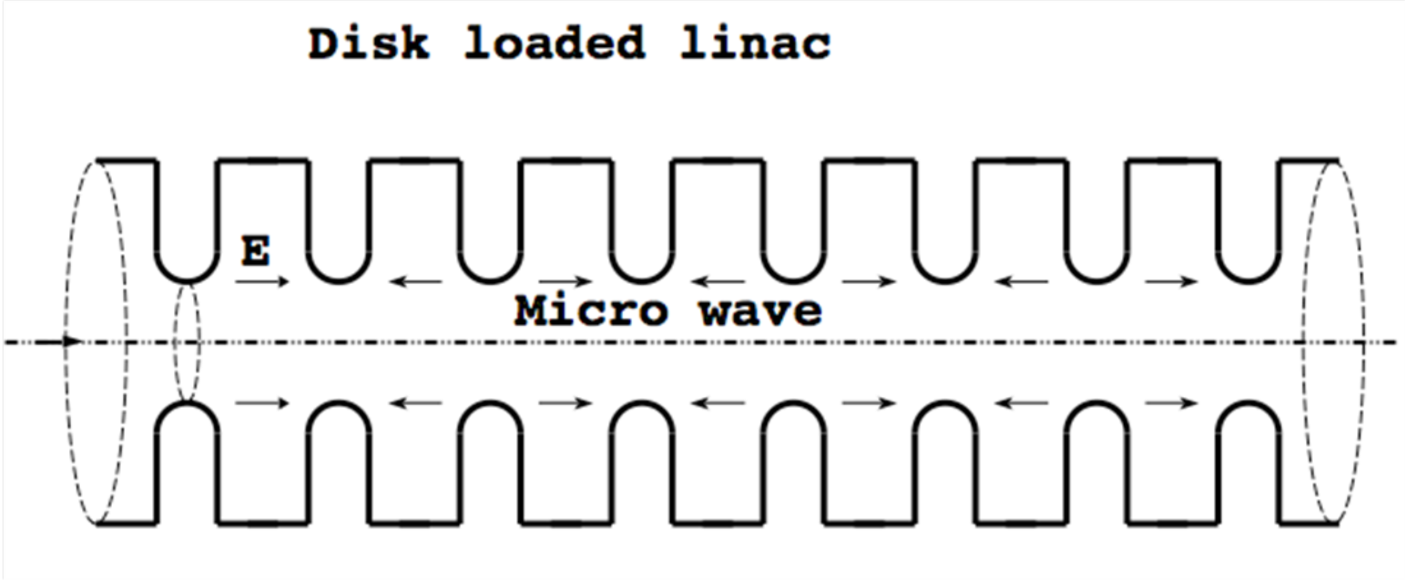
線形加速器 1

Drift-tube Linac　非相対論的エネルギー領域



線形加速器２

Disk-loaded Linac　　相対論的電子加速



加速空洞構造：空洞共振器

各種の加速空洞が，線形円形の加速器で使用

円形加速器

時間的に一定磁場

径方向に不均一磁場、一定周波数：
リングサイクロトロン

周波数変調：シンクロサイクロトロン

加速繰り返しは周波数変調の繰り返し

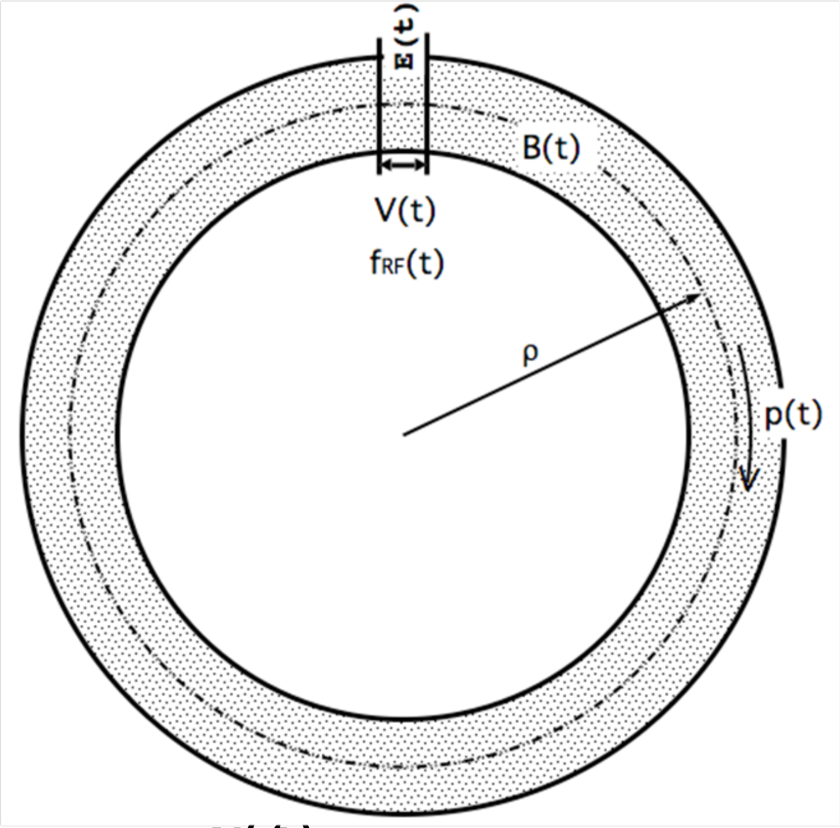
時間的に変動磁場

サイクロトロン：高エネルギー円形加速器の定番

加速繰り返しは磁場，周波数変調の繰り返し

シンクロトロン（モデル）

一定軌道



運動量と磁場との同調

$$p(t) = qB(t)\rho$$

回転周波数と交流電場の周波数の同調

$$f_{acc}(t) = (\text{integer}) \cdot f_{rev}(t) = (\text{integer}) \cdot \frac{v(t)}{2\pi\rho}$$

（例外：電子蓄積リング）

収束作用

粒子の運動の３自由度の全てで収束が必須

進行方向（縦方向）：位相安定の原理

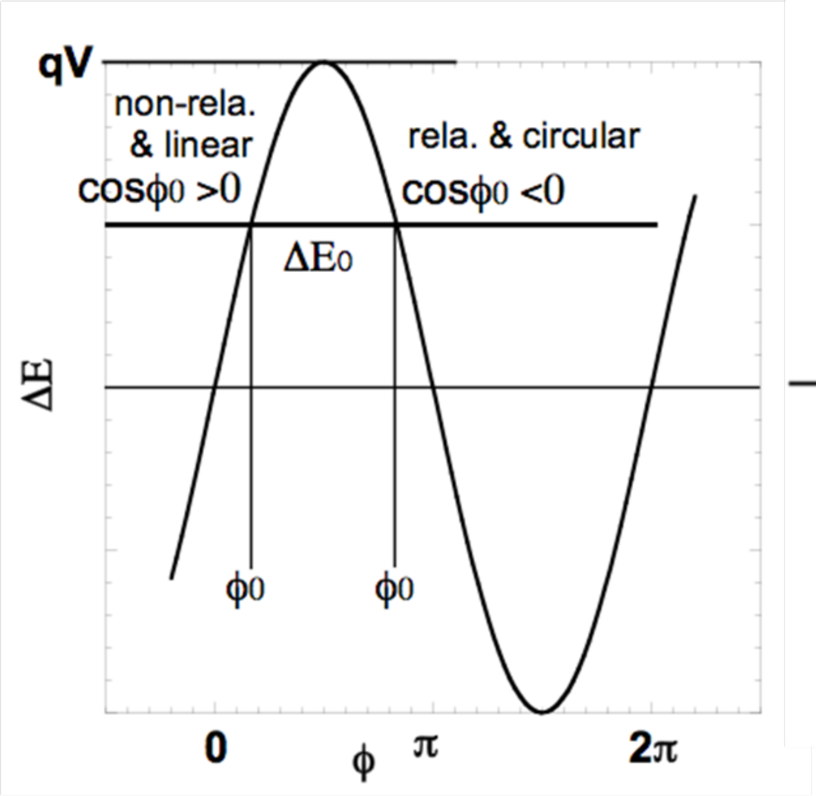
（地震と同じ）

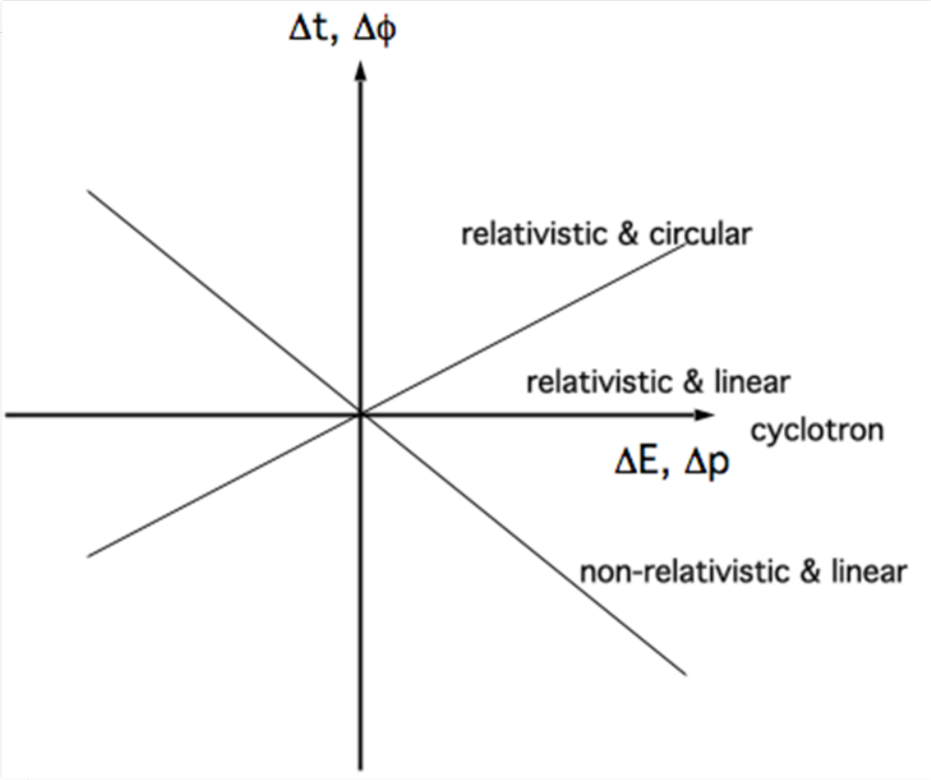
横方向（水平、垂直）：弱収束

強収束の原理

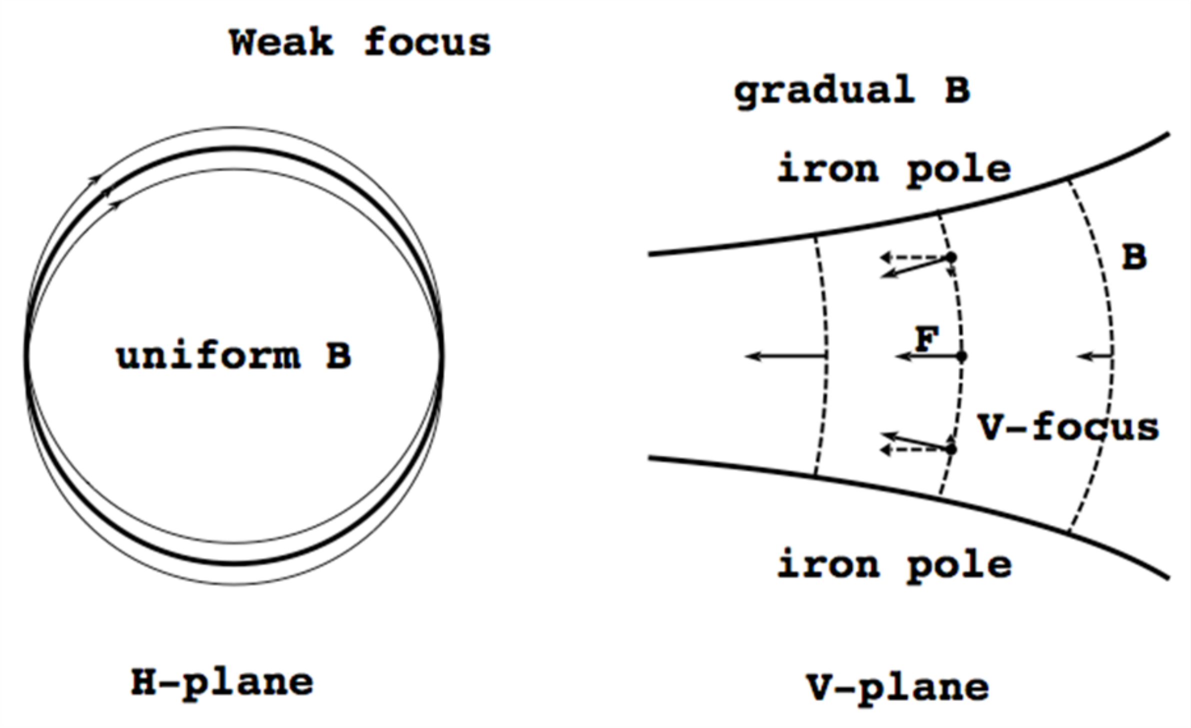
位相安定の原理

原点：平衡位相
　　　平衡エネルギー（運動量）　　シンクロトロン振動





横方向の弱収束



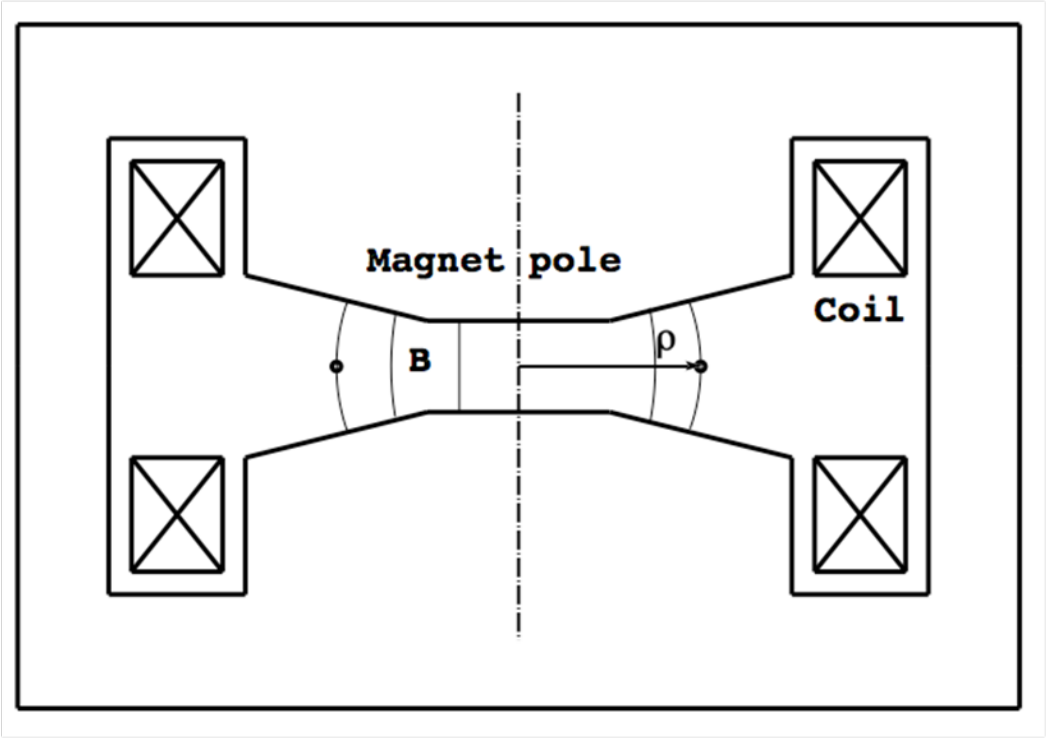
軌道中心は左

横方向の弱収束

原点：中心軌道　　　ベータトロン振動

ベータトロン
（道草）

一定円軌道
誘導電場による加速
（同期は不要）
ただし，磁場に条件



垂直断面

ベータトロン条件

誘導電場

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

$$2\pi\rho E_{\varphi}(t) = -\frac{d}{dt}\int_{\rho} B(r,t)dS = -\dot{\Phi}(t)$$

運動量の時間変化

$$\dot{p} = qE_{\varphi}(t) = -q\frac{\dot{\Phi}}{2\pi\rho}$$

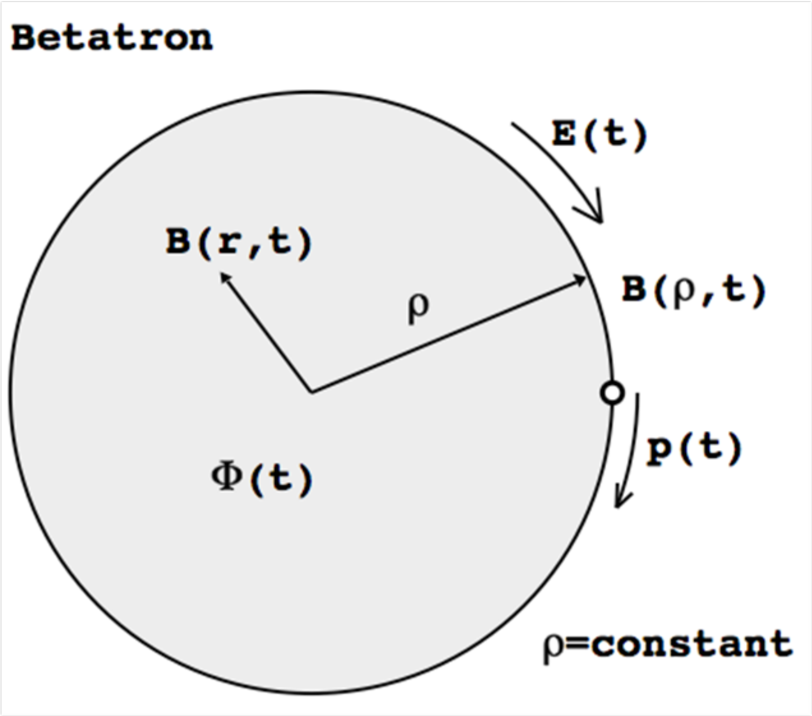
軌道一定

$$\dot{p} = q\rho\dot{B}_{\rho}$$

磁場変化の条件

$$\dot{\Phi} = 2\pi\rho^{2}\dot{B}_{\rho} = 2S_{\rho}\dot{B}_{\rho}$$

$$\Phi(t) - \Phi(0) = 2S_{\rho}(B_{\rho}(t) - B(0)))$$



弱収束の定式化1

周方向に一様磁場

垂直磁場

$$B_z(r,z) = \frac{B_\rho}{\left(r/\rho\right)^n}$$

$$B_z(\rho + x, z) = \frac{B_\rho}{\left((r+x)/\rho\right)^n} \approx B_\rho (1 - \frac{n}{\rho} x)$$

$$\frac{\partial B_r}{\partial z} - \frac{\partial B_z}{\partial r} = 0$$

水平磁場

$$B_r(r,z) \approx -\frac{nB_\rho}{\left(r/\rho\right)^{n+1}} \frac{z}{\rho} \approx -B_\rho \frac{n}{\rho} z$$

弱収束の定式化2

水平方向軌道　$(x(\theta), x'(\theta))$

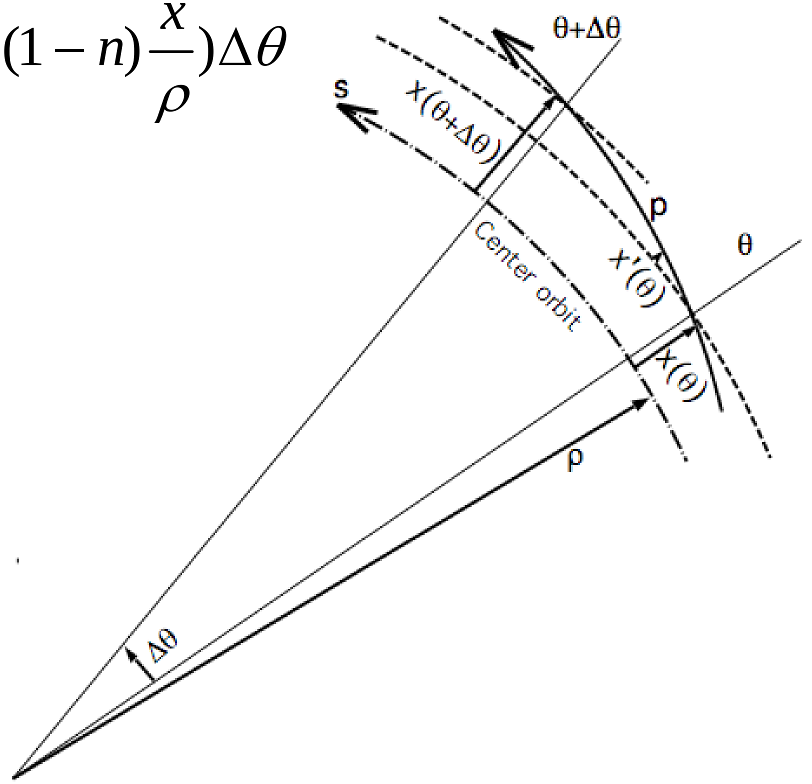
偏向角　$-\dfrac{\rho + x}{\rho}(1 - \dfrac{nx}{\rho})\Delta\theta \sim -(1 + (1-n)\dfrac{x}{\rho})\Delta\theta$

$$x(\theta + \Delta\theta) = x(\theta) + x'(\theta)\rho\Delta\theta,$$

$$x'(\theta + \Delta\theta) = x'(\theta) - (1-n)\frac{x}{\rho}\Delta\theta$$

$$\frac{dx}{d\theta} = x'\rho, \quad \frac{dx'}{d\theta} = -(1-n)\frac{x}{\rho}$$

$$\boxed{\frac{d^2x}{d\theta^2} + (1-n)x = 0}$$



弱収束の定式化3

垂直方向

$$z(\theta+\Delta\theta)=z(\theta)+z'(\theta)\rho\Delta\theta,$$

$$z'(\theta+\Delta\theta)=z'(\theta)-n\frac{z}{\rho}\Delta\theta$$

まとめると，

$$\frac{d^2x}{d\theta^2}+(1-n)x=0$$

$$\frac{d^2z}{d\theta^2}+nz=0$$

$$\frac{\partial B_z}{\partial x}=-\frac{n}{\rho}B_\rho=\frac{\partial B_x}{\partial z}$$

２方向で逆作用

0 ＜ n ＜ 1で両方収束：弱収束

（リングサイクロトロンの周方向の非一様磁場）

強収束の導入1

光学レンズ系

光線の行列表現：粒子軌道の表現の導入

入口、出口の光線　$(x_i,\ x_i')$ $(x_f,\ x_f')$

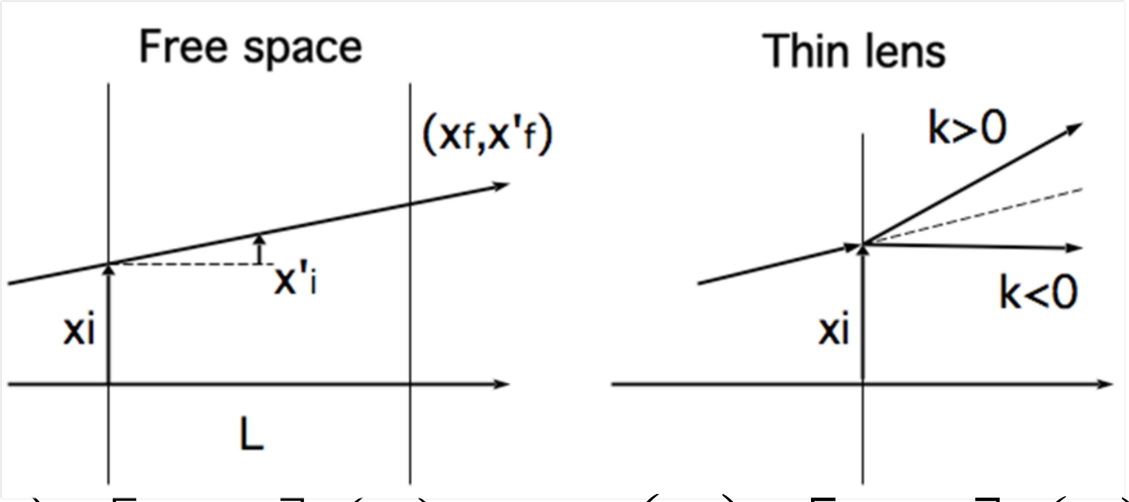
自由空間：

$$x_f = x_i + L \cdot x_i',$$
$$x_f' = x_i'$$

（理想）レンズ：

$$x_f = x_i,$$
$$x_f' = x_i' + k \cdot x_i$$

強収束の導入2



行列表現

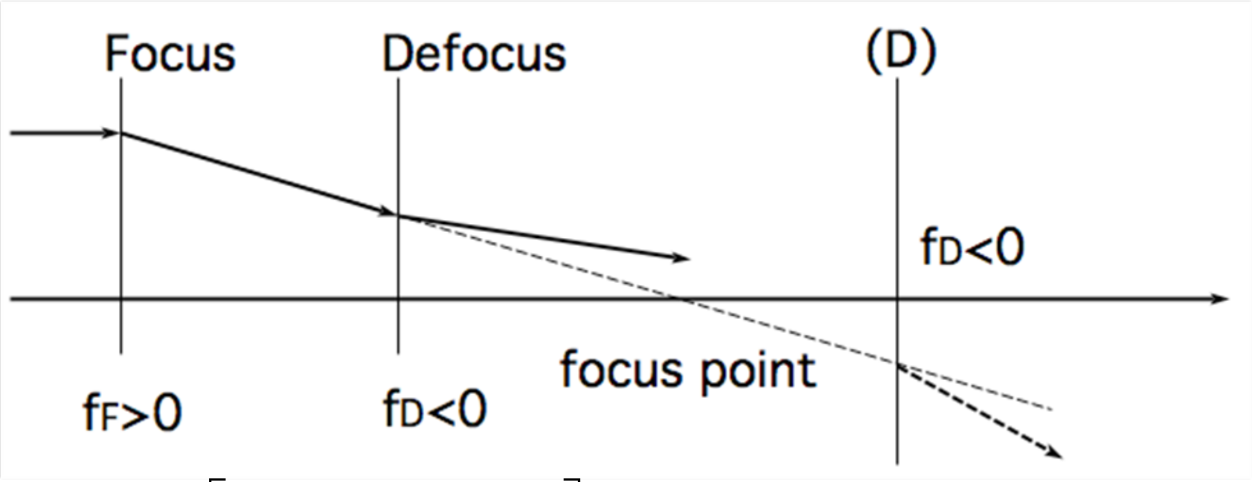
$$\begin{pmatrix} x_f \\ x'_f \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & L \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_i \\ x'_i \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x_f \\ x'_f \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ k & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_i \\ x'_i \end{pmatrix}$$

kは焦点距離の逆数で逆符号

光線の計算：光学要素の順に行列の（左）積

強収束の導入3



$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -\dfrac{1}{f_D} & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & L \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -\dfrac{1}{f_F} & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 - \dfrac{L}{f_F} & * \\ \dfrac{(L - f_D - f_F)}{f_D \cdot f_F} & * \end{bmatrix}$$

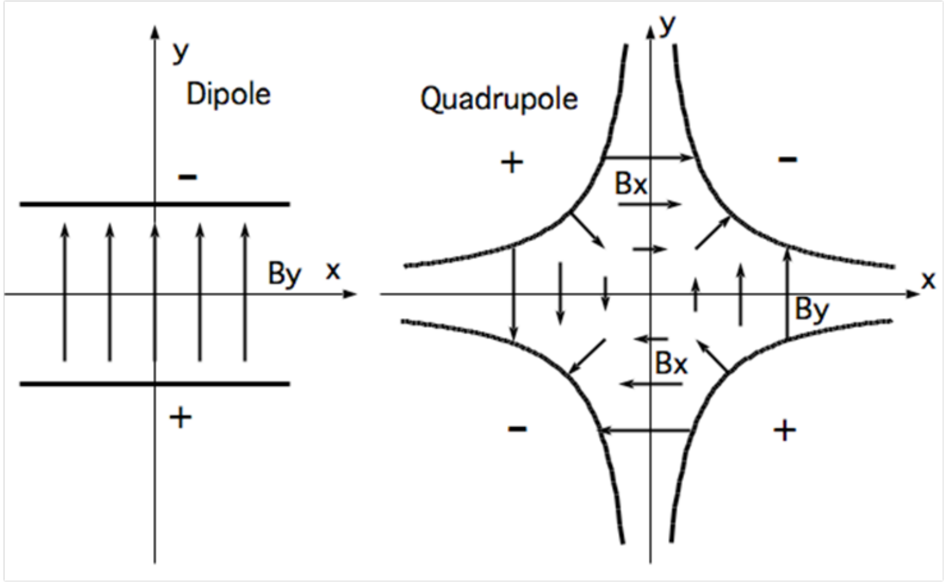
$f_D = -f_F$ とすると $$\frac{L - f_D - f_F}{f_D \cdot f_F} = -\frac{L}{{f_F}^2}$$

ベータトロン振動の定式化1

強収束の導入によって，周方向（軌道方向）で非一様な磁場

線形、円形加速器だけでなく輸送路の収束も扱える

磁場（磁石）の種類：水平偏向磁場、４極磁場



ベータトロン振動の定式化2

運動方程式

4極磁場

$$B_y = \left(\frac{\partial B_y}{\partial x}\right) \cdot x = g \cdot x \qquad B_x = g \cdot y$$

軌道 $\left(x(s),\ x'(s)\right)$

$$\frac{dp_x}{dt} = -qvB_y \qquad x' = \frac{v_x}{v} = \frac{p_x}{p}$$

$$\frac{dx'}{ds} = -\frac{q}{p} \cdot g \cdot x = K(s) \cdot x \qquad \frac{dx}{ds} = x'$$

$$\frac{d^2x}{ds^2} - K(s) \cdot x = 0 \qquad \frac{d^2y}{ds^2} + K(s) \cdot y = 0$$

ベータトロン振動の定式化3

水平偏向磁場

$$\frac{d^2x}{d\theta^2} + (1-n)x = 0$$

$$\frac{d^2x}{ds^2} + \frac{1}{\rho^2}(1-n)x = 0$$

$$K(s) = -\frac{1}{\rho^2}$$ とすればよい

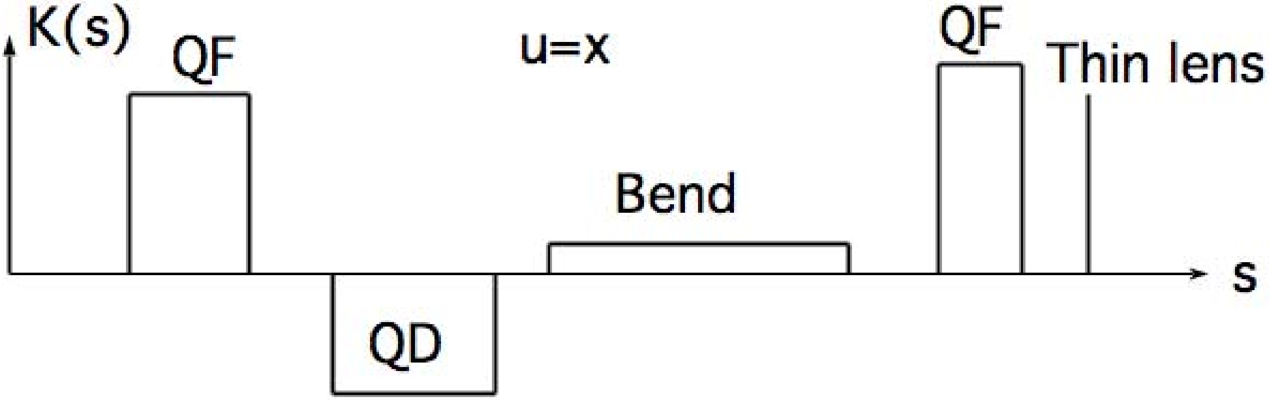
ただし，垂直方向の運動では K(s) = 0

ベータトロン振動の定式化4

共通の運動方程式　　　　u ＝ x, y

$$\frac{d^2u}{ds^2} + K(s)\cdot u = 0$$

K(s)：区分的に一定の値



転送行列1

$$\frac{d^2u}{ds^2} + K(s)\cdot u = 0$$

２つの解

$$\left(C(s,s_0),\ C'(s,s_0)\right) \qquad (u(s_0),\ u'(s_0)) = (1,\ 0)$$

$$\left(S(s,s_0),\ S'(s,s_0)\right) \qquad (u(s_0),\ u'(s_0)) = (0,\ 1)$$

$$\begin{pmatrix} u(s_1) \\ u'(s_1) \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} C(s_1,s_0) & S(s_1,s_0) \\ C'(s_1,s_0) & S'(s_1,s_0) \end{bmatrix} \cdot \begin{pmatrix} u(s_0) \\ u'(s_0) \end{pmatrix} = \overline{\overline{M}}(s_1,s_0)\cdot \begin{pmatrix} u(s_0) \\ u'(s_0) \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} u(s_2) \\ u'(s_2) \end{pmatrix} = \overline{\overline{M}}(s_2,s_1)\cdot \overline{\overline{M}}(s_1,s_0)\cdot \begin{pmatrix} u(s_0) \\ u'(s_0) \end{pmatrix}$$

転送行列2

例：４極収束磁場　$K(s) = K \ > 0$

$$C(s,s_0) = \cos(\sqrt{K}(s - s_0)),$$

$$S(s,s_0) = \frac{1}{\sqrt{K}}\sin(\sqrt{K}(s - s_0))$$

$$\overline{\overline{M}}_F = \begin{bmatrix} \cos(\sqrt{K}L) & \frac{1}{\sqrt{K}}\sin(\sqrt{K}L) \\ -\sqrt{K}\sin(\sqrt{K}L) & \cos(\sqrt{K}L) \end{bmatrix}$$

４極発散磁場　$K(s) = K \ < 0$

$$\overline{\overline{M}}_D = \begin{bmatrix} \cosh(\sqrt{-K}L) & \frac{1}{\sqrt{-K}}\sinh(\sqrt{-K}L) \\ \sqrt{-K}\sinh(\sqrt{-K}L) & \cosh(\sqrt{-K}L) \end{bmatrix}$$

転送行列3

$$\frac{d^2u}{ds^2} + D(s)\frac{du}{ds} + K(s)u = 0$$ ：一般の運動方程式

$$C''(s,s_0) + D(s)C'(s,s_0) + K(s)C(s,s_0) = 0,$$
$$S''(s,s_0) + D(s)S'(s,s_0) + K(s)S(s,s_0) = 0$$

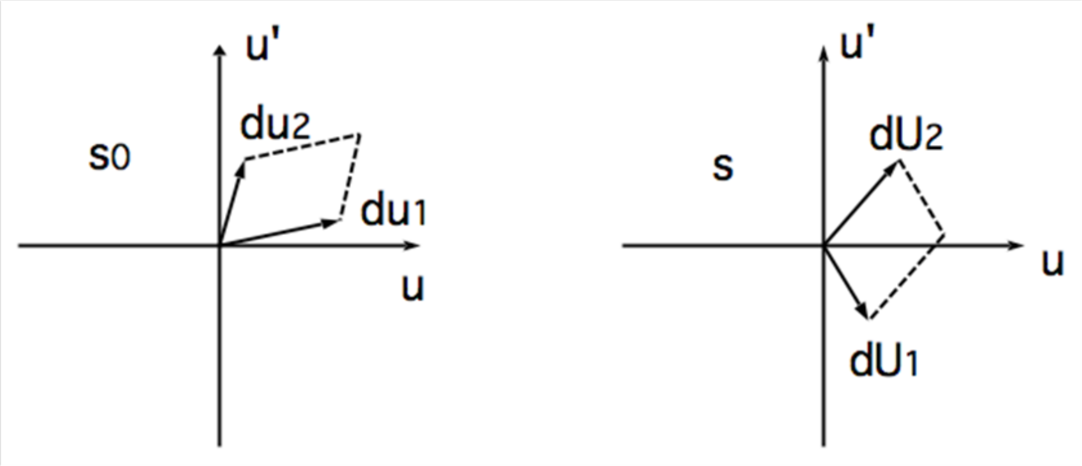
$$(\frac{d}{ds} + D(s))\cdot(C\cdot S' - S\cdot C') = 0$$ を満たす.

D(s) = 0ならば, $(C\cdot S' - S\cdot C')$ は定数で１.

転送行列の行列式は常に１.

位相平面

２次元平面　　$(u(s),\ u'(s))$



$$\left[d\vec{U}_1 \quad d\vec{U}_2 \right] = \overline{\overline{M}}(s, s_0) \cdot \left[d\vec{u}_1 \quad d\vec{u}_2 \right]$$

$$\det\left[d\vec{U}_1 \quad d\vec{U}_2 \right] = \det \overline{\overline{M}}(s, s_0) \cdot \det\left[d\vec{u}_1 \quad d\vec{u}_2 \right] = \det\left[d\vec{u}_1 \quad d\vec{u}_2 \right]$$

面積が保存：解析力学のLiouvilleの定理

ただし，力学的運動量と正準運動量の意味

Twiss parameterによる定式化1

ベータトロン振動

$$\frac{d^2u}{ds^2} + K(s)\cdot u = 0$$

単振動

$$u(s) = A\cdot\cos(\sqrt{K}(s - s_0) + \phi_0),$$

$$u'(s) = -A\cdot\sqrt{K}\cdot\sin(\sqrt{K}(s - s_0) + \phi_0)$$

単振動に似た解

$$u(s) = A\sqrt{\beta(s)}\cdot\cos(\psi(s,\ s_0) + \phi_0)$$

$$\psi'(s) = \frac{1}{\beta(s)} \qquad (\sqrt{\beta})'' - (\sqrt{\beta})^{-3} + K(s)\sqrt{\beta} = 0$$

２つの自由度（初期条件）

Twiss parameter

$$\beta(s)$$

$$\alpha(s) = -\frac{1}{2}\beta'(s),\ \ \gamma(s) = \frac{1 + (\alpha(s))^2}{\beta(s)}$$

Twiss parameterによる定式化2

保存量

単振動

$$u(s) = A \cdot \cos(\sqrt{K}(s - s_0) + \phi_0),$$

$$u'(s) = -A \cdot \sqrt{K} \cdot \sin(\sqrt{K}(s - s_0) + \phi_0)$$

$$(u(s))^2 + \frac{1}{K}(u'(s))^2 = A^2$$

ベータトロン振動

$$u(s) = A\sqrt{\beta(s)} \cdot \cos(\psi(s,\ s_0) + \phi_0),$$

$$u'(s) = -A\frac{\alpha(s)}{\sqrt{\beta(s)}} \cdot \cos(\psi(s,\ s_0) + \phi_0) - A\frac{1}{\sqrt{\beta(s)}} \cdot \sin(\psi(s,\ s_0) + \phi_0)$$

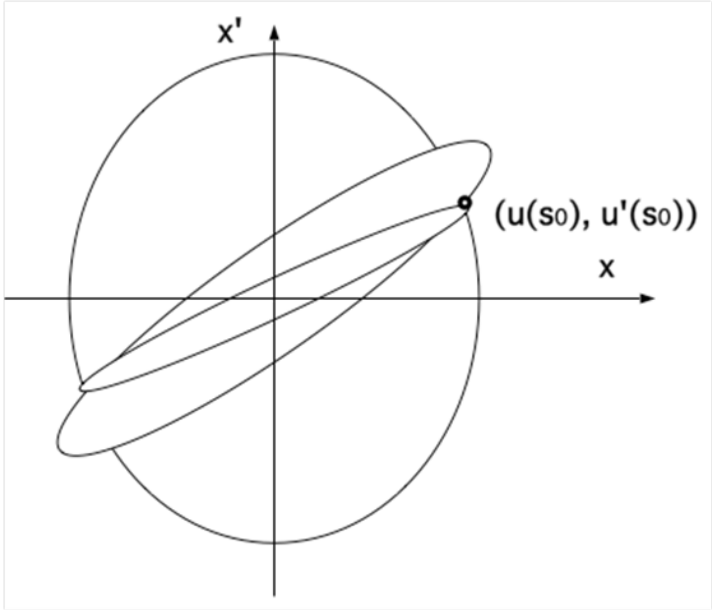
$$A^2 = \gamma(s) \cdot (u(s))^2 + 2\alpha(s) \cdot u(s)u'(s) + \beta(s) \cdot (u'(s))^2$$

Twiss parameterによる定式化3

保存量　$\gamma(s)\cdot(u(s))^2+2\alpha(s)\cdot u(s)u'(s)+\beta(s)\cdot(u'(s))^2=2J,$

$=\varepsilon$

２自由度に依存



ベータトロン振動

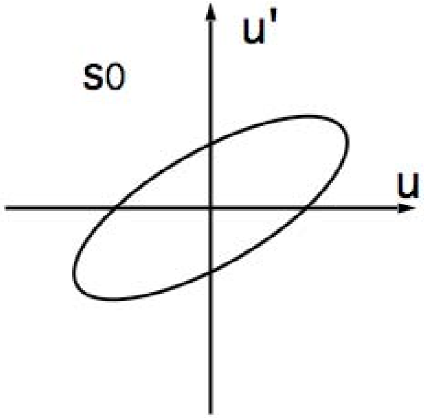
$$u(s)=\sqrt{2J\beta(s)}\cdot\cos(\psi(s,\ s_0)+\phi_0),$$

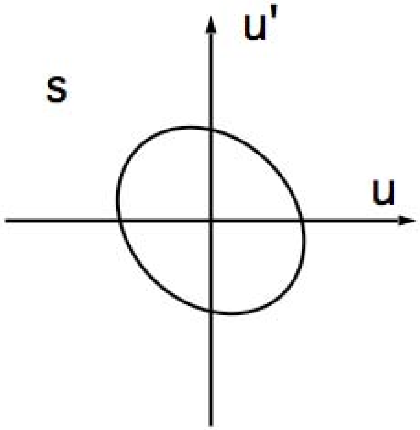
$$u'(s)=-\sqrt{\frac{2J}{\beta(s)}}(\alpha(s)\cdot\cos(\psi(s,\ s_0)+\phi_0)+\sin(\psi(s,\ s_0)+\phi_0))$$

Twiss parameterによる定式化4

$$\gamma(s_0)\cdot(u(s_0))^2+2\alpha(s_0)\cdot u(s_0)u'(s_0)+\beta(s_0)\cdot(u'(s_0))^2=2J$$

$$\gamma(s)\cdot(u(s))^2+2\alpha(s)\cdot u(s)u'(s)+\beta(s)\cdot(u'(s))^2=2J$$





２つの定式化の関係

Twiss parameterから転送行列へ変換
（テキスト参照）
転送行列によるTwiss parameterの変換

転送行列：１つの粒子軌道を追跡

Twiss parameter：楕円の転送
ただし，２自由度

エミッタンス1

位相空間での粒子分布の密度が保存

粒子分布の広がり：エミッタンス

もし楕円で表されるならば,
（たまたま）Twiss parameterを利用できる.

粒子分布の変換はTwiss parameterの変換で容易に扱える.

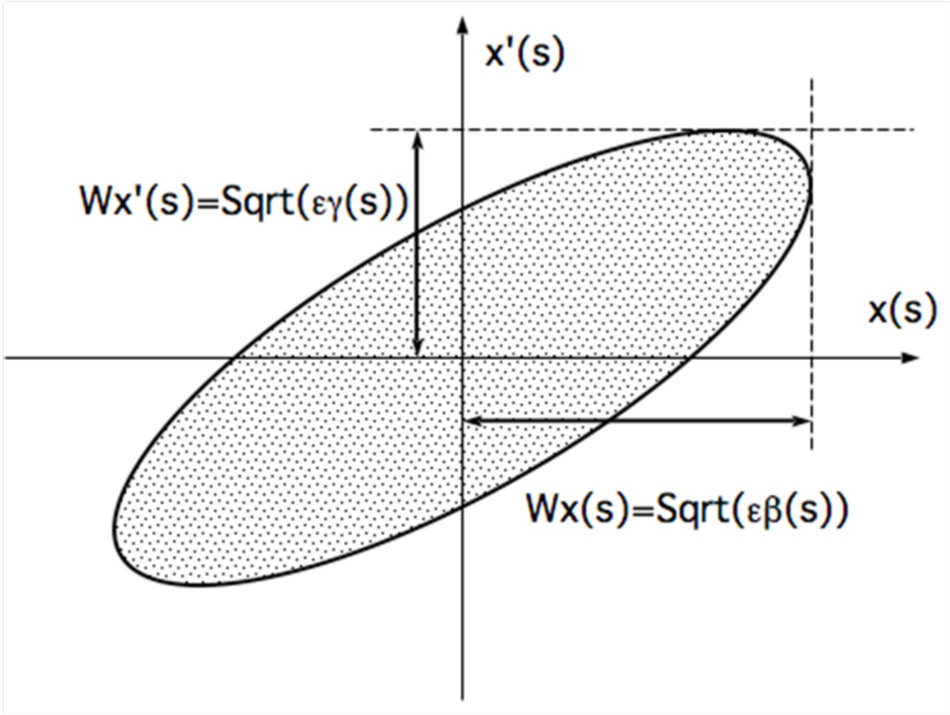
加速器、輸送路のTwiss parameterとは独立

一般には転送行列で扱う.

エミッタンス2

$$\gamma(s)\cdot(u(s))^2 + 2\alpha(s)\cdot u(s)u'(s) + \beta(s)\cdot(u'(s))^2 = \varepsilon$$

楕円の面積をπで割った値：エミッタンス



エミッタンス3

解析力学の位相平面　$(x,\ p_x)$

リュービルの定理が正式に成り立つ.

加速器での位相平面　$(x,\ x')$

$$x' = \frac{v_x}{v} = \frac{mv_x}{mv} = \frac{p_x}{p} = \frac{p_x}{m_0 c\beta\gamma}$$

$\beta\gamma$ が一定であればエミッタンスが保存.

正規化エミッタンス　$\varepsilon_n = \beta\gamma\varepsilon$

加速すると，エミッタンスは減少：断熱減衰

アクセプタンス1

Twiss parameterには２つの自由度

リングでは，
$\beta(z)$ 関数とその微分が連続という条件で決定．

輸送路では，リングとの接続条件、
与えられた設計値，によって決定．

Twiss parameterがある場所で決まっているとする．

$$\gamma(s_0)\cdot(u(s_0))^2+2\alpha(s_0)\cdot u(s_0)u'(s_0)+\beta(s_0)\cdot(u'(s_0))^2=\varepsilon$$

楕円内に粒子が分布すると見なす．

アクセプタンス2

一般の場所では

$$\gamma(s)\cdot(u(s))^2+2\alpha(s)\cdot u(s)u'(s)+\beta(s)\cdot(u'(s))^2=\varepsilon$$

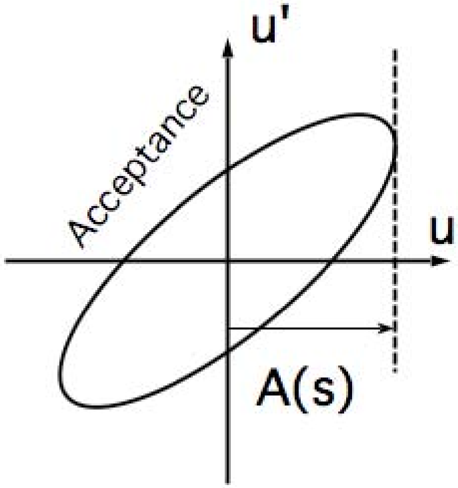
ビームの広がり：$W_u(s)=\sqrt{\beta(s)\varepsilon}$

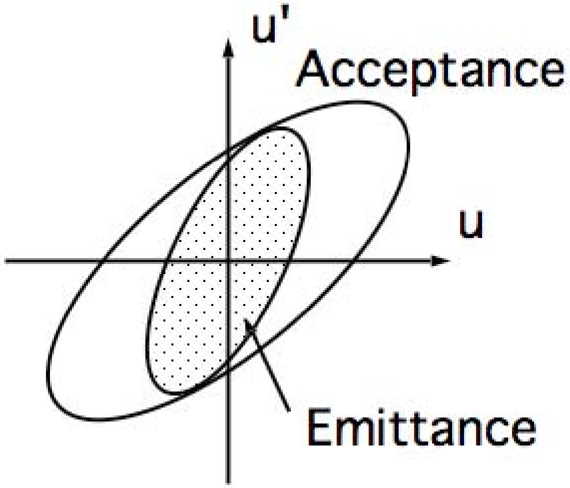
口径：A(s)

$$W_u(s)=\sqrt{\beta(s)\varepsilon} \ < \ A(s) \quad \forall s$$

を満たす極大の保存量 ε ：アクセプタンス

アクセプタンス3





ビーム分布はアクセプタンスの中でなければならない.

ビーム分布のTwiss parameterは加速器とは常には一致しない.

ビームのTwiss parameterを加速器,

輸送路と合わせる操作：Matching

シンクロトロン振動の定式化1

位相安定の原理の定式化

縦方向の位相平面,
縦方向のアクセプタンス、
縦方向のビームエミッタンス　　　の理解

シンクロトロン振動の定式化2

位相平面：平衡粒子からのずれ

$$z(t)=s(t)-s_0(t),$$

$$p_z(t)=p(t)-p_0(t)$$

３つの時間スケール：

１．加速繰り返し，リング１周　――　平均
２．シンクロトロン振動
３．平衡粒子のエネルギー変化　――　一定値

シンクロトロン振動の定式化3

加速周期あたり時間のずれ

$$\frac{\Delta\tau}{T_0} = \frac{dC}{C_0} - \frac{dv}{v_0}$$

$$= \left(\frac{p_0}{C_0}\frac{dC}{dp} - \frac{p_0}{v_0}\frac{dv}{dp}\right)\frac{p_z}{p_0} = \eta \cdot \frac{p_z}{p_0}$$

η ： slippage factor、符号によって安定位相が異なる

$$\frac{\Delta\tau}{T_0} = \left(\alpha - \frac{1}{\gamma^2}\right)\frac{p_z}{p_0} = \eta \cdot \frac{p_z}{p_0}$$

α ： momentum compaction factor

$$\boxed{\Delta z = -\eta v_0 T_0 \frac{p_z}{p_0}}$$

$$(\Delta z = -\Delta\tau \cdot v)$$

シンクロトロン振動の定式化4

加速周期あたりの運動量変化

$$\Delta p_z = \Delta p - \Delta p_0 = \frac{\Delta E}{v} - \frac{\Delta E_0}{v_0} = \frac{qV}{v_0}(\sin\phi - \sin\phi_0)$$

$$\phi = \phi_0 - \omega \frac{z}{v_0}$$

$$\Delta p_z = \frac{qV}{v_0}(\sin(\phi_0 - \omega\frac{z}{v_0}) - \sin\phi_0)$$

まとめると

$$\frac{dz(t)}{dt} = -\eta v_0 \frac{p_z(t)}{p_0}$$

$$\frac{dp_z(t)}{dt} = \frac{qV}{v_0 T_0}(\sin(\phi_0 - \omega\frac{z(t)}{v_0}) - \sin\phi_0)$$

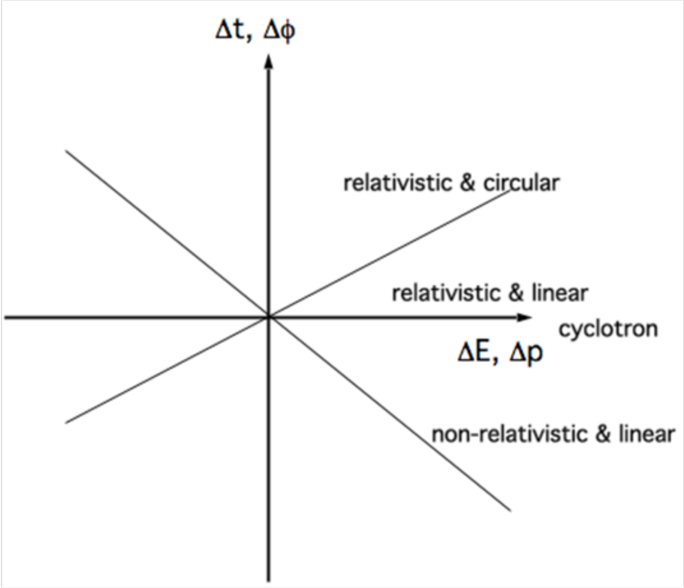
安定条件1

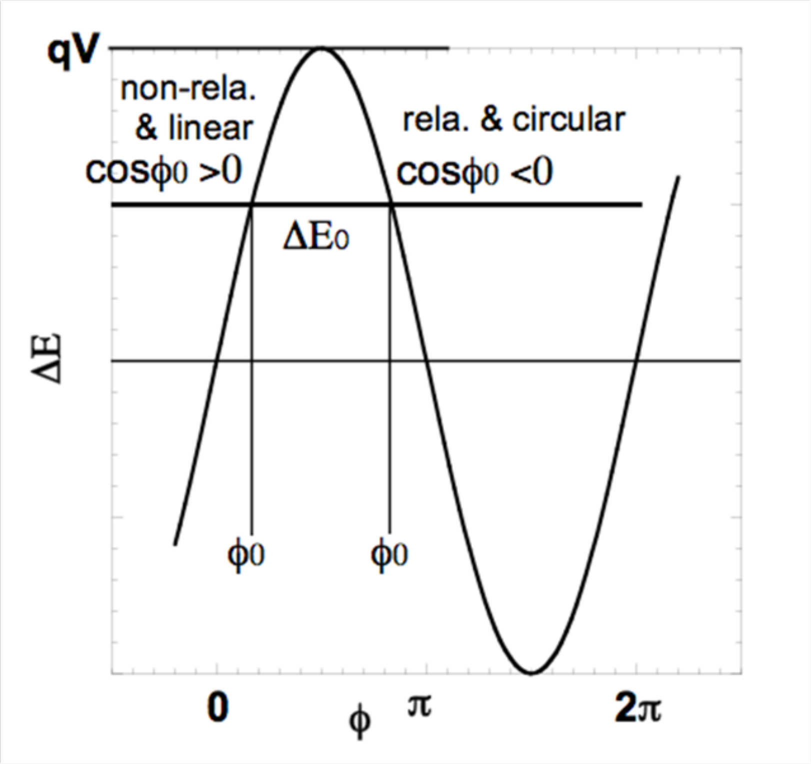
線形化

$$\frac{dp_z(t)}{dt} = -\frac{q\omega V}{{v_0}^2 T_0}\cos\phi_0 \cdot z(t)$$

$$\frac{d^2 z(t)}{dt^2} - \frac{q\eta V\omega}{v_0 p_0 T_0}\cos\phi_0 \cdot z(t) = 0$$

安定条件： $\eta\cos\phi_0 < 0$





安定条件2

シンクロトロン振動

$$\frac{d^2 z(t)}{dt^2} + \frac{q\eta V}{p_0 T_0}(\sin(\phi_0 - \omega\frac{z(t)}{v_0}) - \sin\phi_0) = 0$$

$$\phi(t) = \phi_0 - \omega\frac{z(t)}{v_0}$$ に変換

$$\frac{d^2\phi(t)}{dt^2} - K(\sin\phi(t) - \sin\phi_0) = 0$$

$$\frac{q\eta\omega V}{v_0 p_0 T_0} = K$$

エネルギー積分

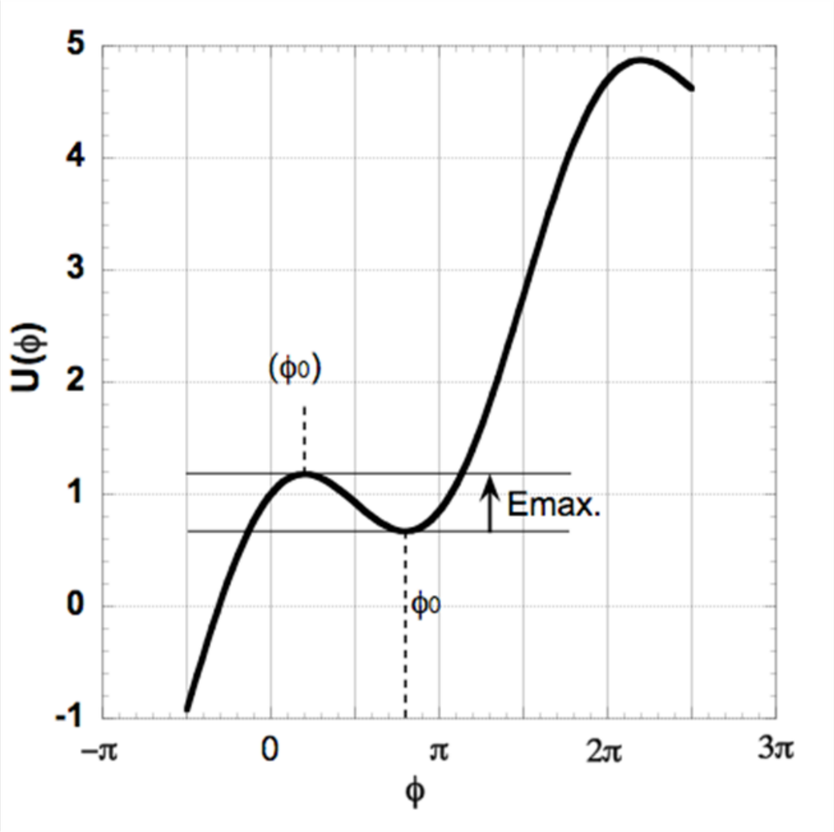
$$\frac{1}{2}(\dot{\phi}(t))^2 + K(\cos\phi(t) + \sin\phi_0 \cdot \phi(t)) = E$$

安定条件3

ポテンシャルエネルギー

$$U(\phi) = K(\cos\phi(t) + \sin\phi_0 \cdot \phi(t))$$

縦方向のアクセプタンス



平衡粒子から運動量がずれた粒子の運動1

分散関数

水平偏向磁石の軌道長ds間の偏向角 $\frac{ds}{\rho(s)}(1-\frac{\delta p}{p})$

$$x'(s+ds)-x'(s)=x''(s)ds=\frac{ds}{\rho(s)}\cdot\frac{\delta p}{p}$$

ベータトロン振動と組み合わせる

$$\frac{d^2x}{ds^2}+K(s)(1-\frac{\delta p}{p})\cdot x=\frac{1}{\rho(s)}\frac{\delta p}{p}$$

平衡粒子から運動量がずれた粒子の運動2

$$x(s) = x_c(s) + x_\beta(s)$$

特殊解
$$\frac{d^2 x_c(s)}{ds^2} + K(s)(1 - \frac{\delta p}{p}) \cdot x_c(s) = \frac{1}{\rho(s)} \frac{\delta p}{p}$$

一般解
$$\frac{d^2 x_\beta(s)}{ds^2} + K(s)(1 - \frac{\delta p}{p}) \cdot x_\beta(s) = 0$$

分散関数
$$x_c(s) = \eta(s) \frac{\delta p}{p}, \quad x_c'(s) = \eta'(s) \frac{\delta p}{p}$$

$$\frac{d^2 \eta(s)}{ds^2} + K(s) \cdot \eta(s) = \frac{1}{\rho(s)}$$

２自由度，リングでは連続条件で決定

アクセプタンスの再考

平衡粒子から運動量がずれた粒子の運動3

軌道長変化

軌道差 $(x_c(s),\ x_c'(s))$

直線軌道 $\sqrt{1+(x_c')^2}\,ds - ds \approx \frac{1}{2}(x_c')^2\,ds$

水平偏向

$$(\rho(s)+x_c(s))d\theta - \rho(s)d\theta = x_c(s)d\theta = \frac{x_c(s)}{\rho(s)}ds$$

$$\Delta C = \int_{s_1}^{s_2} \frac{x_c(s)}{\rho(s)}ds = \int_{s_1}^{s_2} \frac{\eta(s)}{\rho(s)}ds\frac{\delta p}{p}$$

リングでは $\frac{\Delta C}{C} = \frac{1}{C}\oint \frac{\eta(s)}{\rho(s)}ds \cdot \frac{\delta p}{p} = \alpha\frac{\delta p}{p}$

ビーム輸送路の機能1

横方向

エミッタンス測定

マッチング

縦方向

転送行列(Twiss parameter)の導入

軌道長変化　ー＞　自由空間

高周波電場　ー＞　４極磁場

マッチング：エネルギー圧縮、バンチ圧縮

縦方向エミッタンス測定、エネルギー幅の測定

ビーム輸送路の機能2

低エネルギー領域で特有な収束系

　１．静電レンズ
　２．ソレノイド磁場
　３．交流加速電場による誘導磁場

まとめ

加速器は，ビームを受け入れることができる
　有限の器である.　　アクセプタンス

ビームは広がりを持っている.　　エミッタンス

これらの大きさ，広がりは保存量であり
　位相平面での面積で表現できる.

輸送路は，３自由度の全てにおいて，
ビームの広がりが、アクセプタンスの中に
入ることを保証する機能を持つ（べきである）.
　　エミッタンス測定、マッチング