

OH02007 加速器セミナー講義

# 陽 電 子 源

KEK 紙谷 琢哉

# 目次

1. 陽電子とは何者か？
2. 陽電子の生成
3. 陽電子の収集（捕獲）
4. 実際の陽電子生成装置
5. 偏極陽電子生成について

# 第1章

## 陽電子とは何者か

# 陽電子とは何者か？

- 電子の反粒子（反粒子って何？）
- 電子と等しい質量を持つ
- 電子と等しい電荷量（符号は逆）を持つ
- 私たちのまわりの自然界には、電子は豊富に存在するが、陽電子はあまり存在しない

# 反物質は稀な存在

- 我々の周囲には、  
正粒子（電子、陽子、中性子、、、）  
は豊富に存在するが、  
反粒子（陽電子、反陽子、反中性子、）  
はあまり存在しない

→ 単なる不均一？ CP非保存？

# 陽電子の発見（前夜）

- 1897年 J. J. トムソン、電子の発見（粒子性）
- 1900年 プランク、量子論
- 1905年 アインシュタイン、特殊相対論
- 1911年 ラザフォード、原子核の発見
- 1925年 ハイゼンベルグ、行列力学
- 1925年 ウーレンベック、電子スピンの発見
- 1926年 シュレディンガー、波動方程式
- 1928年 ディラック、電子の相対論的波動方程式

# 電子スピンの発見

- 正常ゼーマン効果：軌道角運動量の量子化により原子のスペクトル線が磁場により3本に分裂。
- 異常ゼーマン効果：軌道角運動量を持たない準位が2本に分裂する → 何だこれは？
- クローニツヒは電子の自転と考えたが、パウリ効果でこのアイデアを断念！
- ウーレンベックらも同様のアイデアを持った。恩師エーレンフェストのおかげで論文化  
→ 電子スピンの発見でノーベル賞を受賞！
- パウリ：2成分波動関数、パウリ行列によりスピンの振るまいを記述した。

# 陽電子の理論的予言

- 1928年、Diracが相対論的な電子の波動方程式を提案

$$\left(-i\gamma^\mu \partial_\mu + m\right)\psi(x) = 0$$

- 自然な形でスピン自由度を導入
- しかし、負エネルギーの解を含んでいた。  
⇒ 反対電荷の電子の存在を示唆



Paul Dirac

写真は、Segre著  
X線からクォークまで  
より引用



# 奇跡の年、1932年

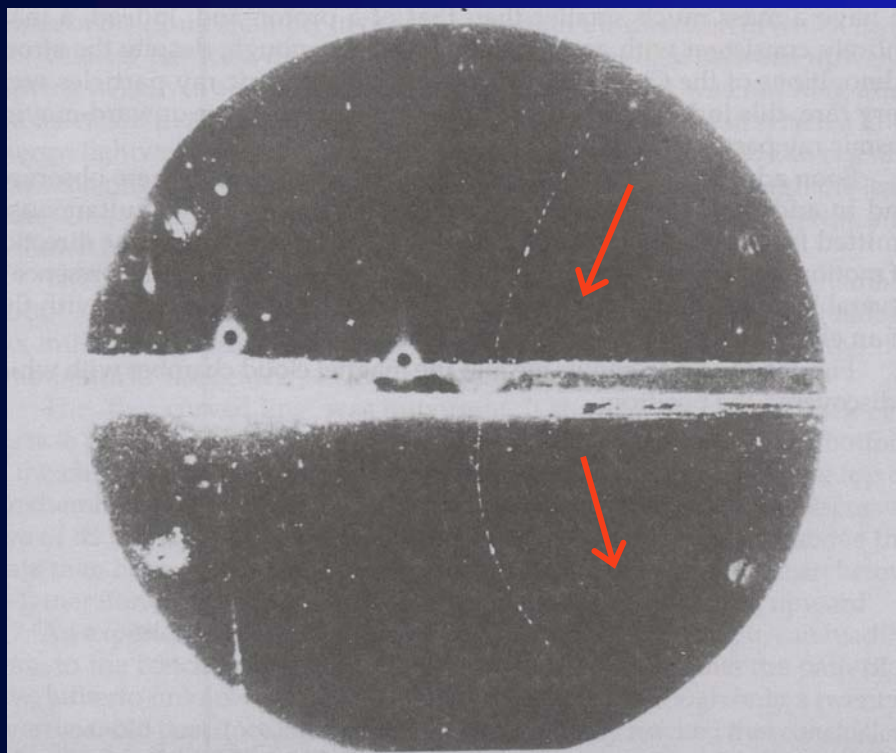
- 中性子の発見
- 水素の同位体の発見（重水素）
- 粒子加速器の黎明（サイクロトロンの原理）  
（リヴィングストンとローレンスの基礎的論文）
- 陽電子の発見

\* 不運なイレーヌ・キュリー

# 陽電子の発見

ウイルソン霧箱に磁場をかけたもので  
宇宙線を観測中、電子と質量がほぼ同じ  
で正の電荷を持つ粒子を発見した

Positron

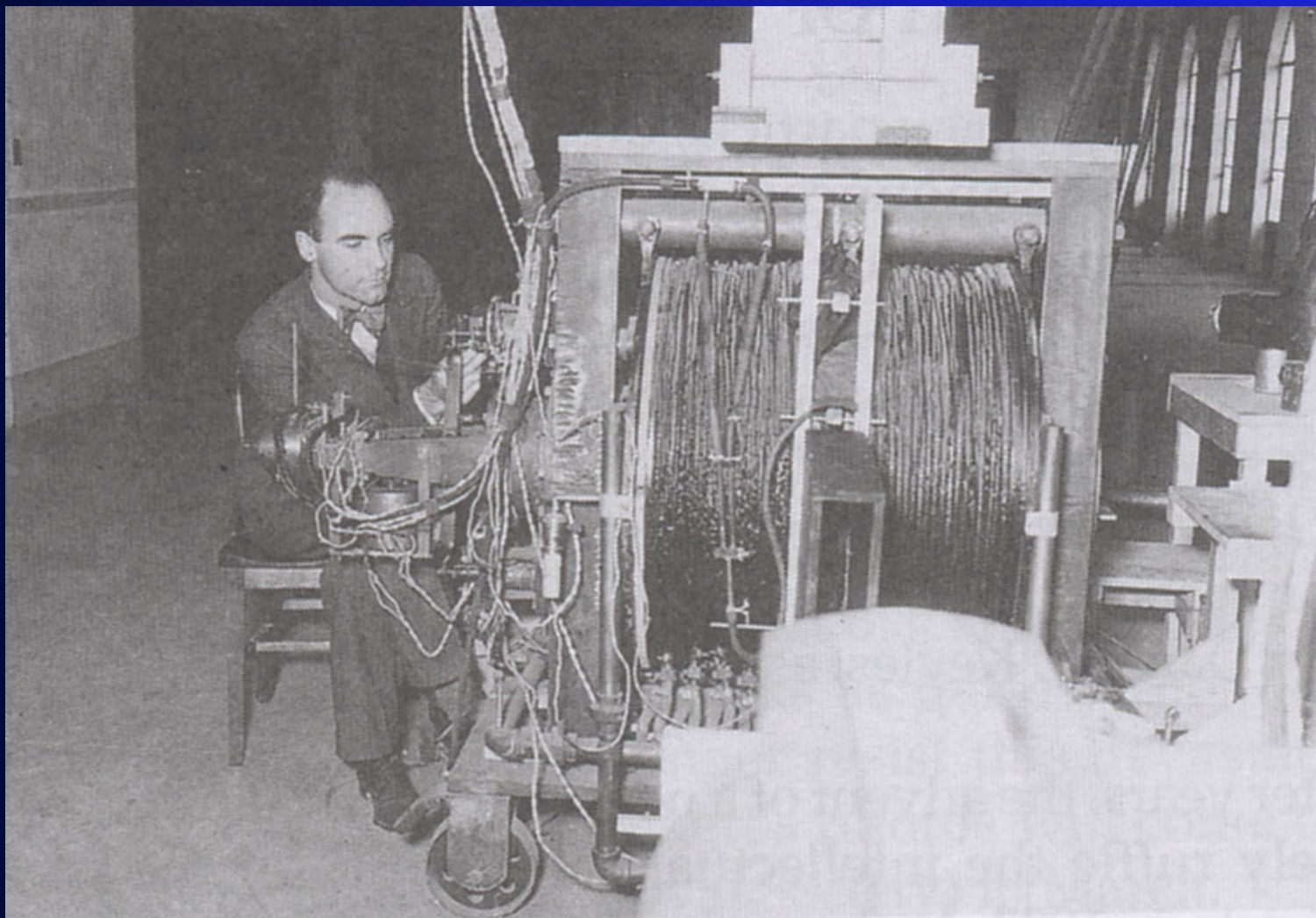


Carl David Anderson

写真は、Andersonの自伝、  
” The Discovery of Anti-  
matter” より引用

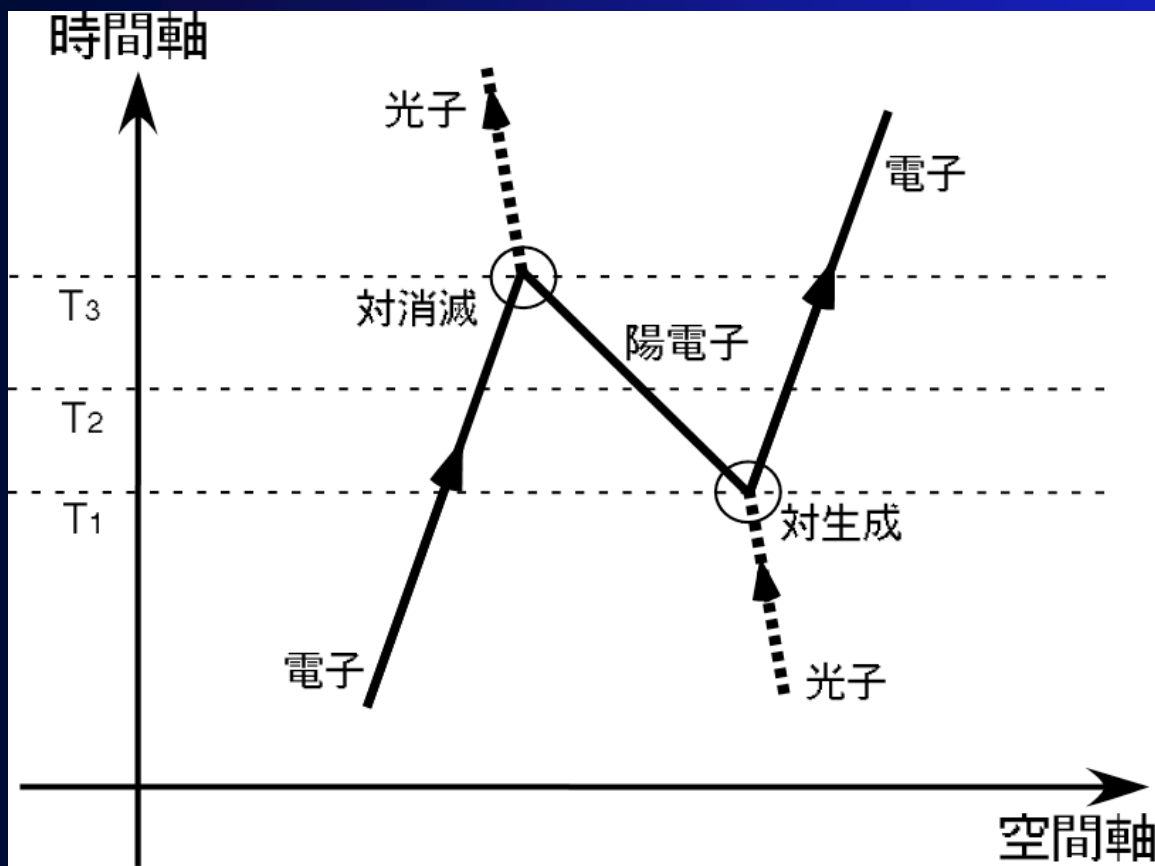
31歳でノーベル賞  
受賞

# まだ素粒子物理がビッグサイエンス でなかったころ



# 陽電子＝時間を逆行する電子？

## Feynmanによる陽電子の解釈



Richard P.  
Feynman

写真は、Segre著  
X線からクォークまで  
より引用

# 陽電子はありふれた存在？

日々、陽電子を生成し、加速して、実験に利用している

- 生成するのは、簡単

質量が軽いので、電子をほんの数十MeVまで

加速すれば、電磁シャワーにより生成できる

- 生成するのは、難しい

十分な量の陽電子を作るには、GeVクラスの

ビームと効率よく捕まえるためのソレノイド

収集系が必要、へたをすると標的破壊の危険も

# 第2章

## 陽電子の生成

# 加速器での陽電子生成

- 高エネルギーで  
大強度の電子ビームを
- 原子番号の高い金属標的に照射して
- そこで起きる電磁シャワーで発生する  
陽電子を捕まえる

# 電磁シャワーとは何か？

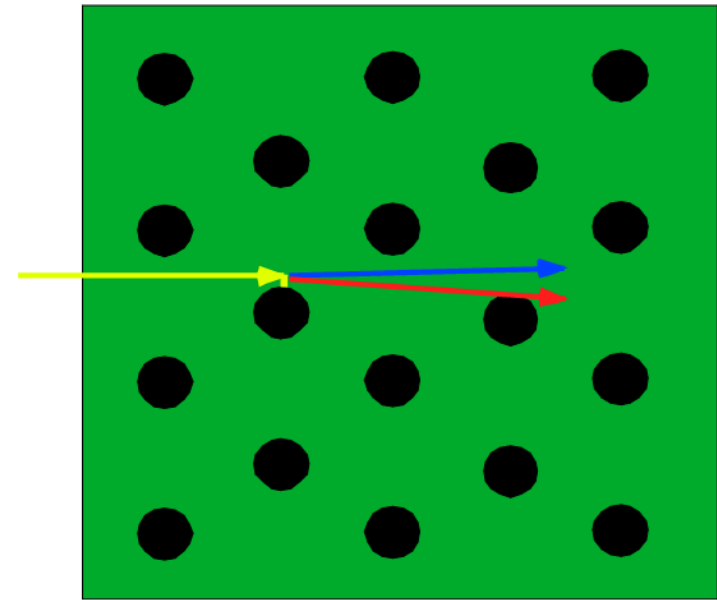
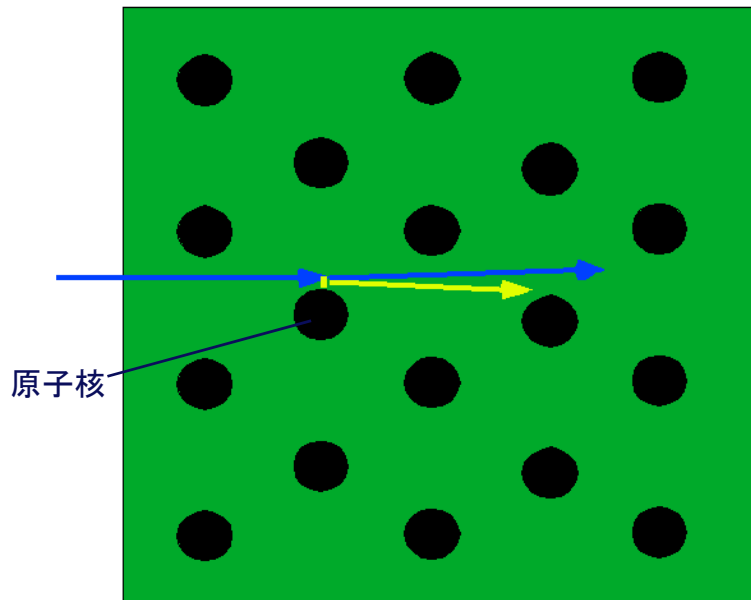
- 粒子が物質中を通過する時のエネルギー損失の主な原因
  - 陽子、低エネルギー電子など
    - > 物質原子との衝突（励起、電離）
  - 高エネルギー電子
    - > 制動放射
  - 高エネルギーガンマ線
    - > 電子陽電子対生成



# 電磁シャワー中の基本過程

一般公開の逸話

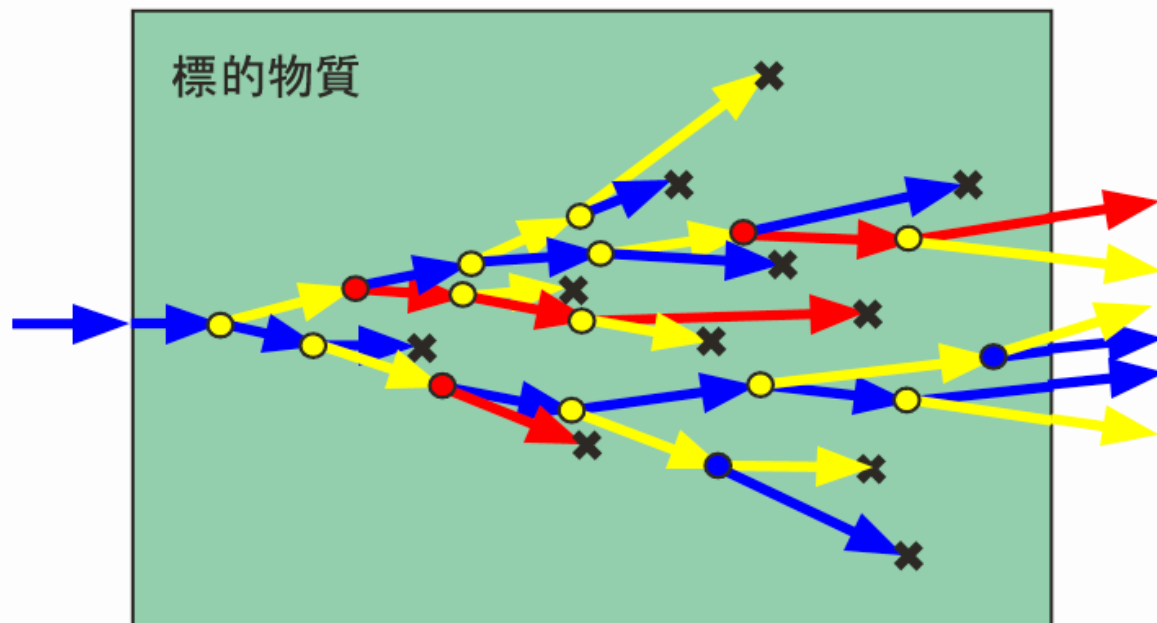
## 制動放射






# カスケードシャワー

カスケードとは、枝分かれの段々滝

## 電磁シャワーの概念図

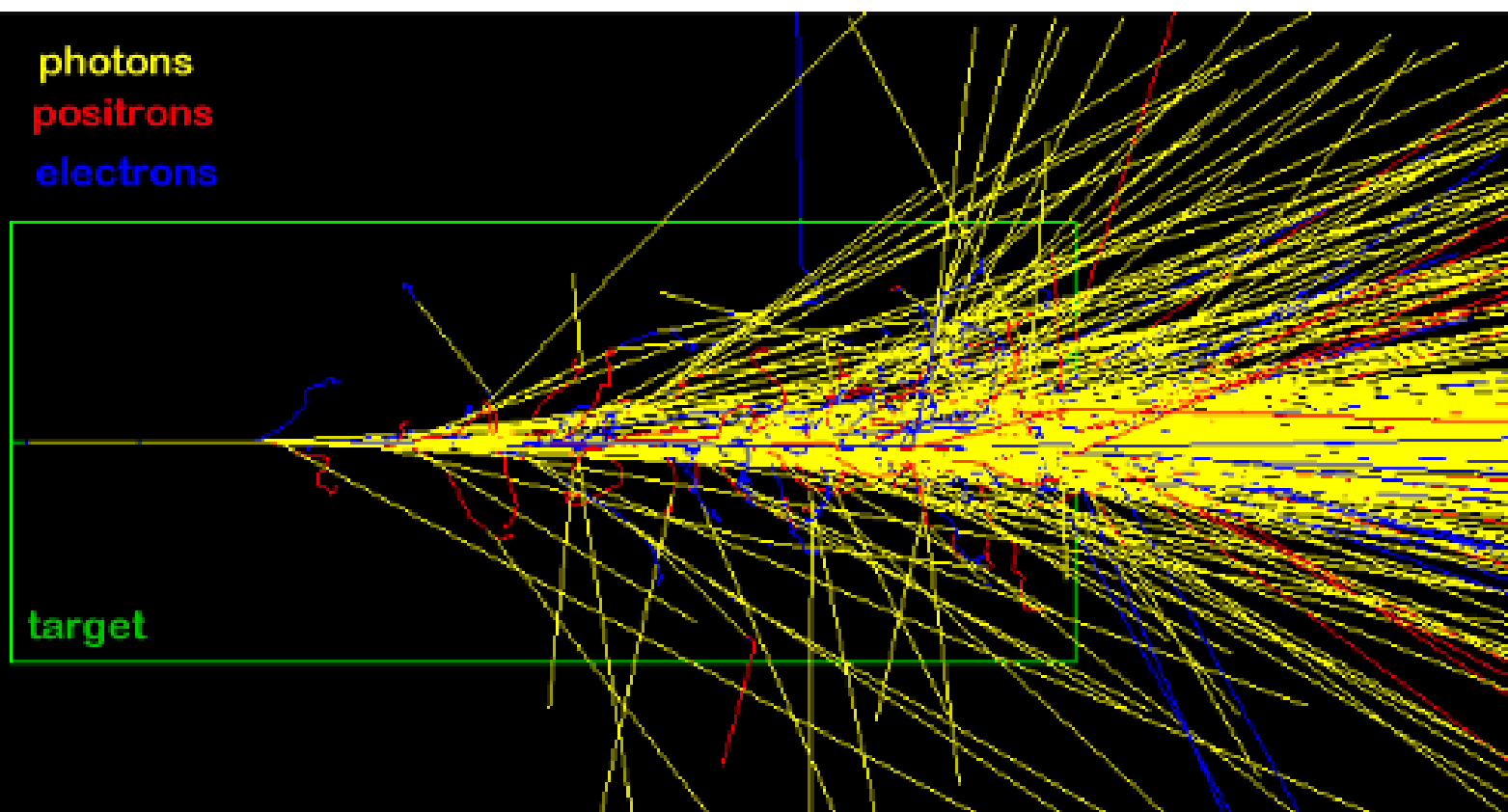


- |   |  |
|---|--|
|  電子 $e^-$      |  制動放射               |
|  ガンマ線 $\gamma$ |  電子陽電子対生成           |
|  陽電子 $e^+$     |  コンプトン散乱            |
|   |  物質中への吸収<br>(粒子の停止) |



# 電磁シャワーの例 (EGS4 simulation)

Massive shower in a tungsten cylinder (outlined in green) produced by a single 10 GeV incident electron.



Picture from [http://www.slac.stanford.edu/egs/egs4\\_source.htm](http://www.slac.stanford.edu/egs/egs4_source.htm)

# 電磁シャワーの モンテカルロシミュレーション

The EGS4 Code System, by W.R. Nelson, H. Hirayama,  
and D.W.O. Rogers, SLAC-265 (1985)

定番！



Artwork by Michael Sharpe

## What is EGS?

EGS4 stands for Electron Gamma Shower version 4.

The EGS4 system of computer codes is a general purpose package for the Monte Carlo simulation of the coupled transport of ionizing electrons and photons with energies from a few keV up to several TeV. Simulations can be performed in arbitrarily complex physical geometries.

From <http://www.slac.stanford.edu/egs>

# なぜなぜ (電磁シャワーの謎)

- 高エネルギー電子ビームを金属標的に当てると、電子、陽電子、ガンマ線が出てくる。

数を数えると、**電子 > 陽電子** である。

- 入射粒子をガンマにしても、陽電子にしてもやはり同じ傾向になる。なぜか？

# なぜなぜの答え

## 電磁シャワーで生成される粒子の比率

	電子	陽電子	ガンマ線
電子入射	8.3 % >	6.6 %	85.1 %
ガンマ入射	8.9 % >	7.3 %	83.8 %
陽電子入射	8.1 % >	7.0 %	84.9 %

4 GeV 電子が 14 mm 厚タングステン標的に入射した場合

ガンマ線は、対生成だけでなく、物質原子の軌道電子とコンプトン散乱を起こすことがある。

シャワーの概念図をもう一度見てみることに。

# 陽電子生成標的に適した物質

- 高い原子番号

$$\text{反応断面積} \propto Z^2/A$$

- 高い融点

- 高い引張強度

From <http://ccinfo.ims.ac.jp/periodic/indexj.html>

## 元素の周期表

	IA	IIA	IIIA	IVA	VA	VIA	VIIA	VIIIA	IIIB	IIIB	IIIB	IVB	VB	VIB	VIB	VIB	0	
1	H																2 He	
2	3 Li	4 Be										5 B	6 C	7 N	8 O	9 F	10 Ne	
3	11 Na	12 Mg										13 Al	14 Si	15 P	16 S	17 Cl	18 Ar	
4	19 K	20 Ca	21 Sc	22 Ti	23 V	24 Cr	25 Mn	26 Fe	27 Co	28 Ni	29 Cu	30 Zn	31 Ga	32 Ge	33 As	34 Se	35 Br	36 Kr
5	37 Rb	38 Sr	39 Y	40 Zr	41 Nb	42 Mo	43 Tc	44 Ru	45 Rh	46 Pd	47 Ag	48 Cd	49 In	50 Sn	51 Sb	52 Te	53 I	54 Xe
6	55 Cs	56 Ba	57 L	72 Hf	73 Ta	74 W	75 Re	76 Os	77 Ir	78 Pt	79 Au	80 Hg	81 Tl	82 Pb	83 Bi	84 Po	85 At	86 Rn
7	87 Fr	88 Ra	89 A															
			L	57 La	58 Ce	59 Pr	60 Nd	61 Pm	62 Sm	63 Eu	64 Gd	65 Tb	66 Dy	67 Ho	68 Er	69 Tm	70 Yb	71 Lu
			A	89 Ac	90 Th	91 Pa	92 U	93 Np	94 Pu	95 Am	96 Cm	97 Bk	98 Cf	99 Es	100 Fm	101 Md	102 No	103 Lr

タンタル、タングステン、レニウム

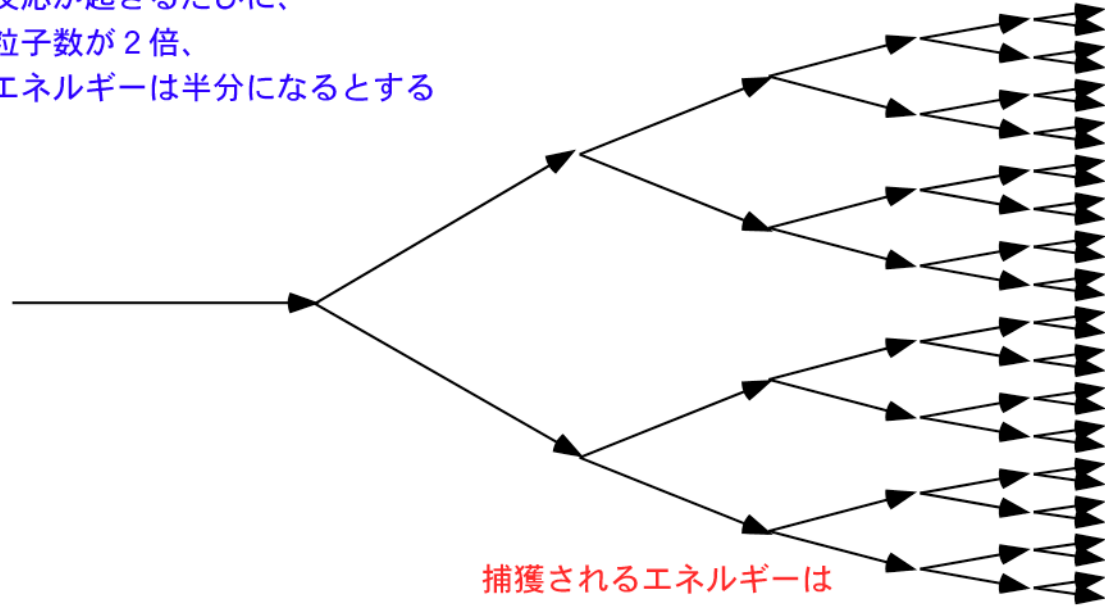
2996 °C、 3387 °C、 3180 °C





# シャワーの性質 (大づかみに)

反応が起きるたびに、  
粒子数が2倍、  
エネルギーは半分になるとする



捕獲されるエネルギーは  
 $\varepsilon = \text{約}10\text{MeV}$ なので、  
このエネルギーまで下がったらストップにする

$E_0$ : 入射エネルギー  
 $\Sigma$ : 捕獲エネルギー

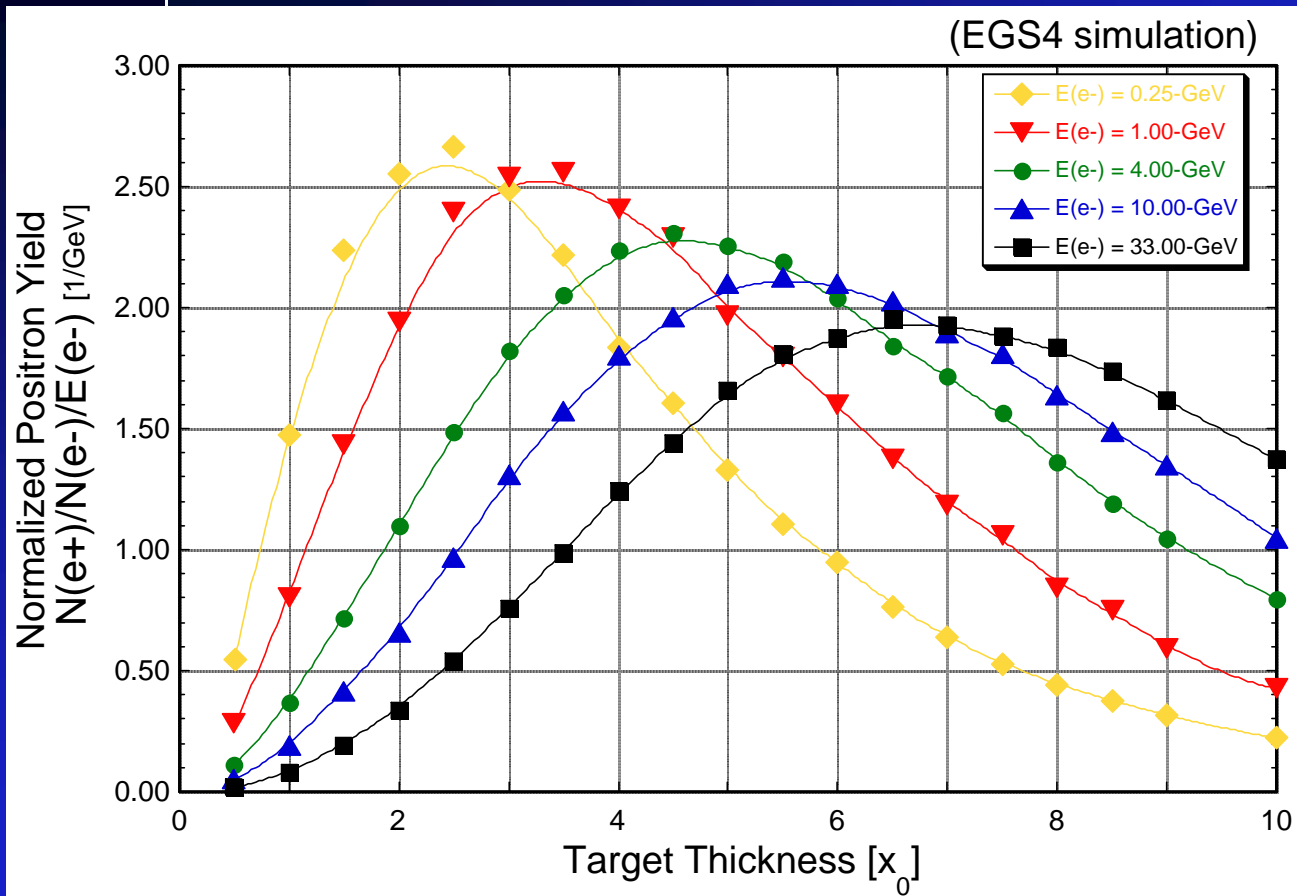
生成される陽電子数は、入射電子のエネルギーに比例する

$$N(\text{final particle}) = E_0 / \varepsilon$$

標的厚み最適値は、入射電子のエネルギーの Log に比例する

$$E_0 * (1/2)^{N_{\text{int}}} = \varepsilon \rightarrow N_{\text{int}} = \log_2(E_0 / \varepsilon)$$

# シャワーの発達



シャワーの粒子数は、ある深さで最大に達し、後は減少する

シャワーピークの位置は、エネルギーが高くなるほど、深くなる

# 放射長 (Radiation Length)

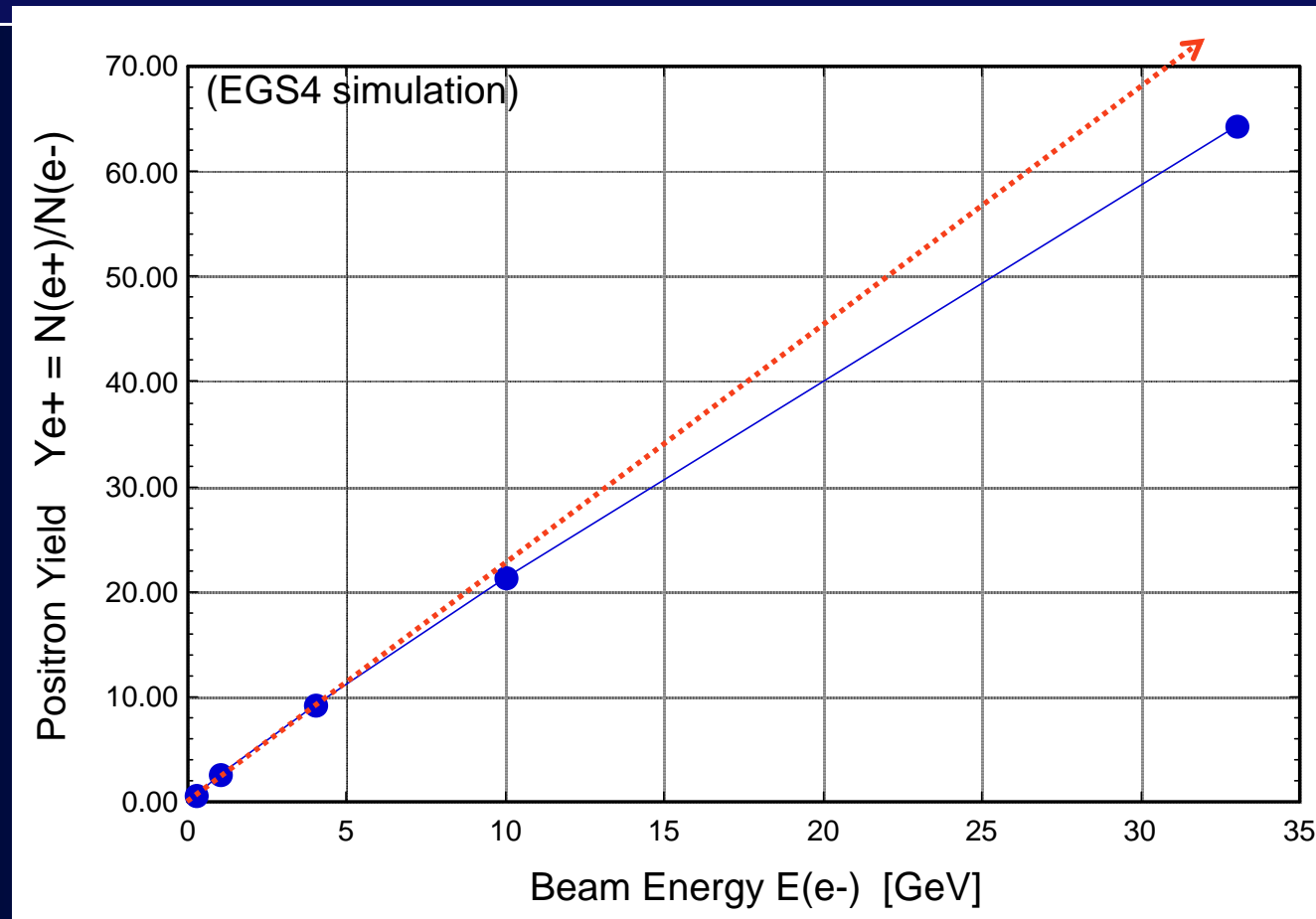
- 物質中を粒子が進んだ時に、平均して  
それだけ進むと 1 回放射を起こすような  
長さのこと  
放射長で表わすと違う物質でも、  
シャワー形状が相似になる
- 非常に簡便な近似式

$$X_0 = \frac{716.4 \text{ [g.cm}^{-2}\text{]} \times A}{Z (Z + 1) \ln(287 / \sqrt{Z})}$$

See “The Review of Particle Physics”

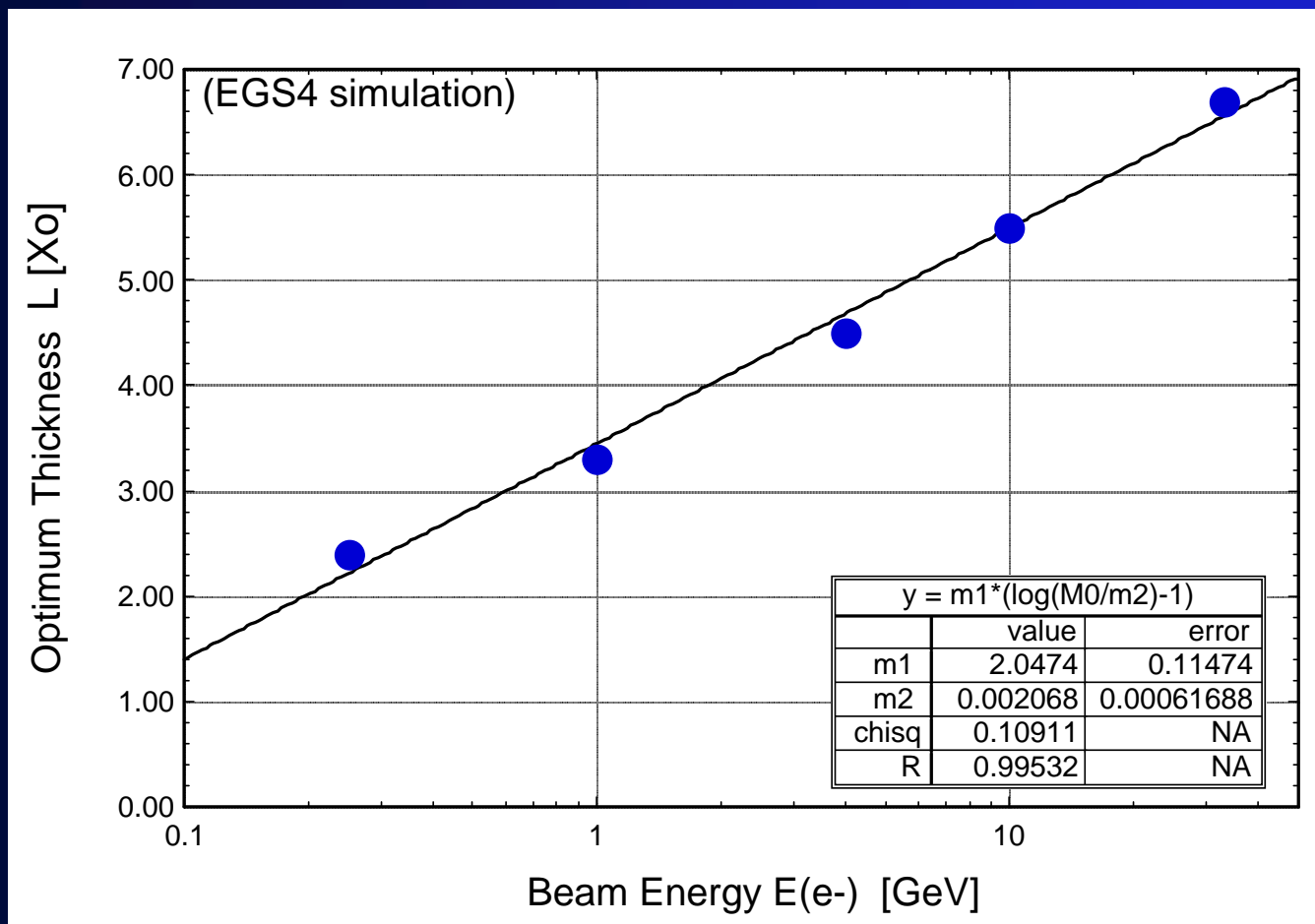
K. Hagiwara et al., Phys. Rev. D66 (2002) 010001

# 陽電子生成量の入射エネルギー依存性



陽電子生成量は、入射エネルギーに、ほぼ、比例する

# 標的厚みのエネルギー依存性



最適な標的厚みは、入射エネルギーの対数に、ほぼ、比例する

# 標的厚みの最適化 (KEKB Linac の例)

- 旧KEK陽電子ライナック

(1次電子ビーム 250 MeV)

標的厚み最適値  $2.0 X_0$

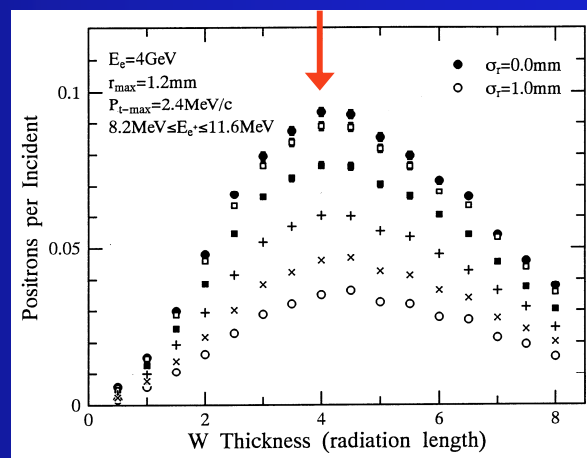
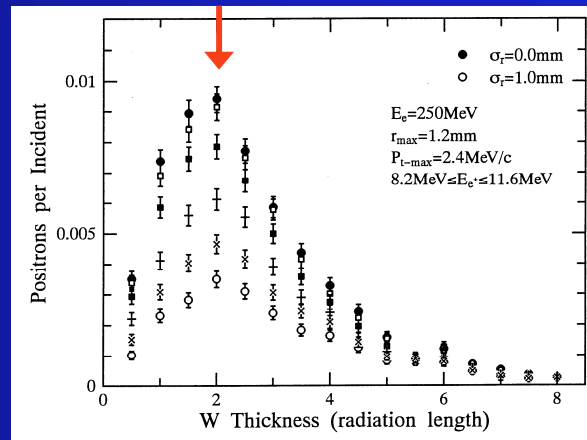
= 7 mm

- KEKB 陽電子生成部

(1次電子ビーム 4000 MeV)

標的厚み最適値  $4.0 X_0$

= 14 mm

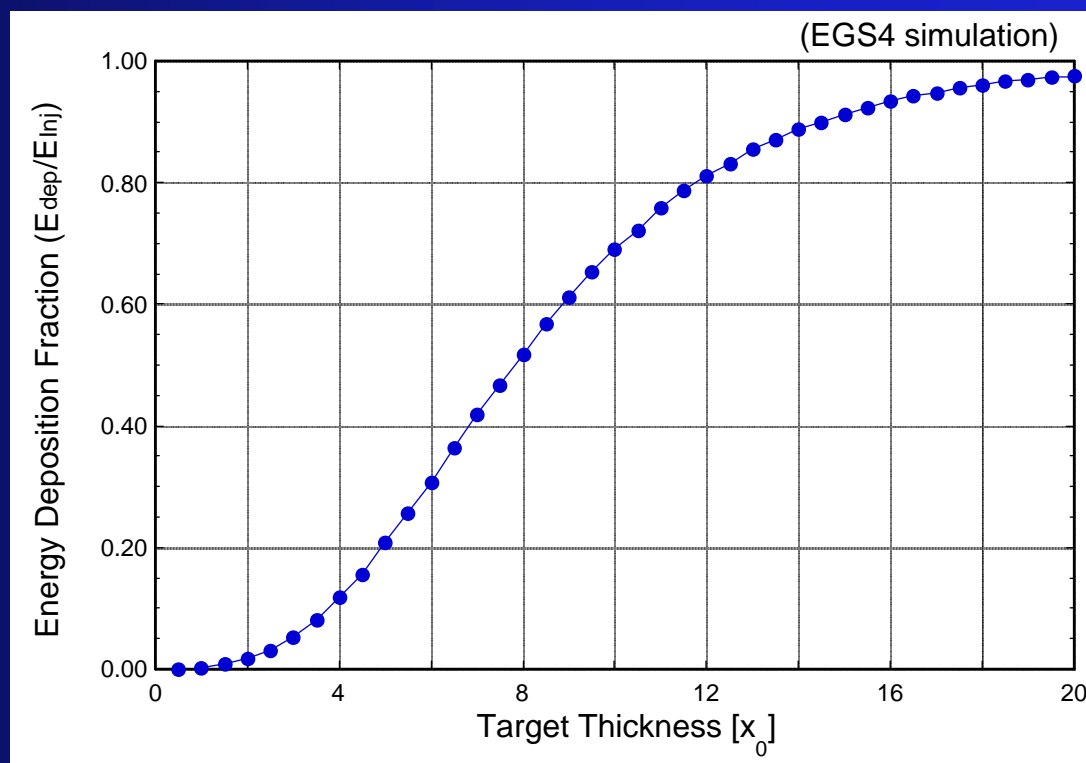


# 標的での熱発生の問題

- 標的を電子ビームで照射した時、そのエネルギーのうち、2～3割がそこで損失して、熱に変わる。

- KEKB で 400 W、

- JLC で 143 kW



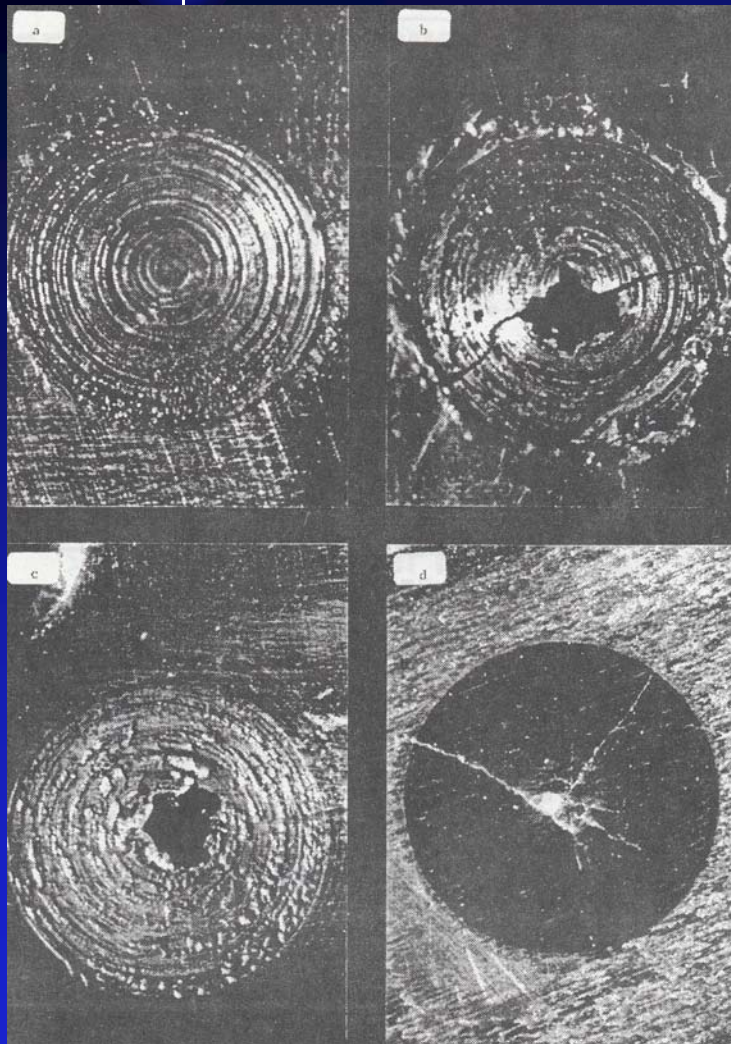
# 熱発生への対策

- 標的部と冷却水路をなるべく近づける
- 回転型ターゲット (SLAC)  
(パルス毎に違う部分を照射する)

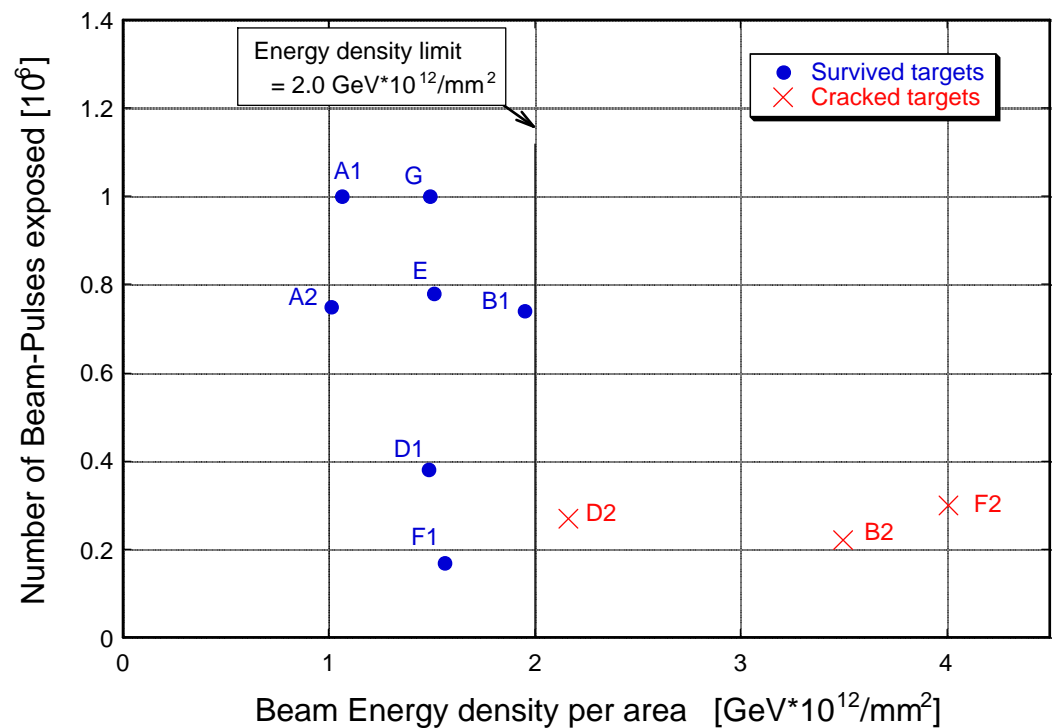
定常的な熱発生、冷却の問題は  
何とか対処できるが、  
長期運転の際の疲労破壊が問題になる



# SLACでの標的破壊試験

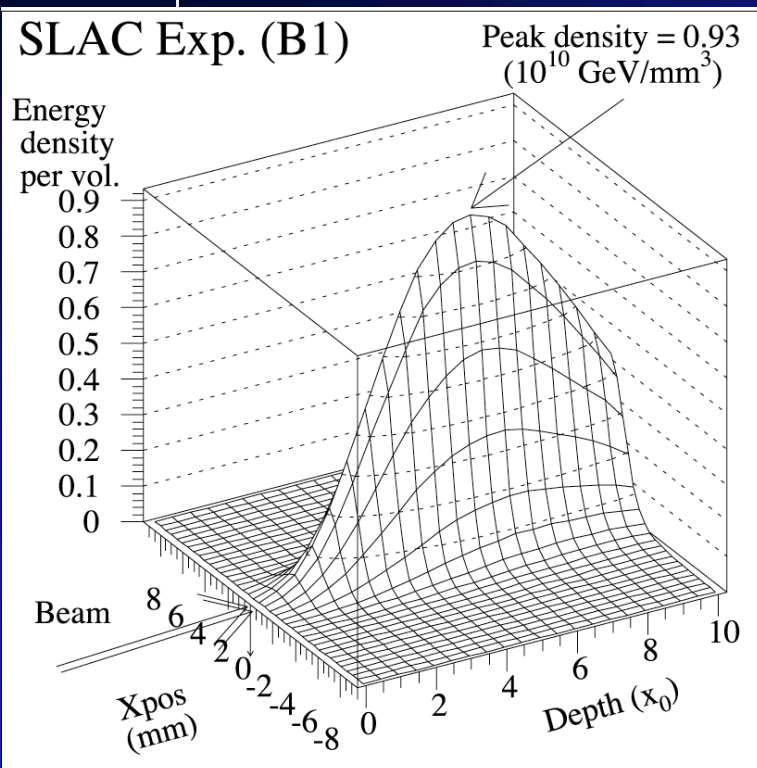


20 GeV, 16 nC beam で W75Re25 標的を照射、ビームスポットサイズを変えて、標的破壊のエネルギー密度しきい値を調べた。  
(S. Ecklund, SLAC-CN-128, 1981)

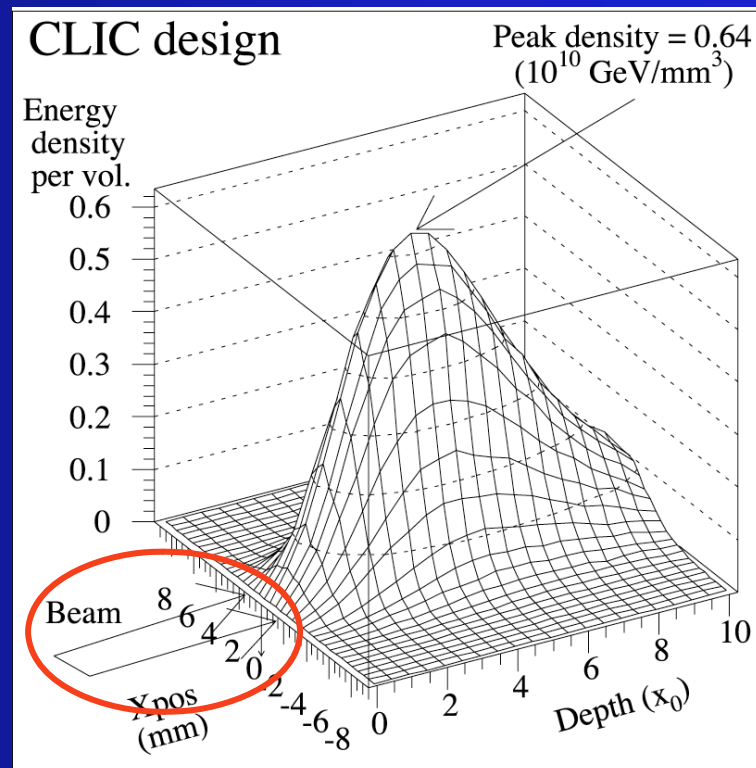


# エネルギー密度の限界値

SLAC Limit 値の条件でのエネルギー分布

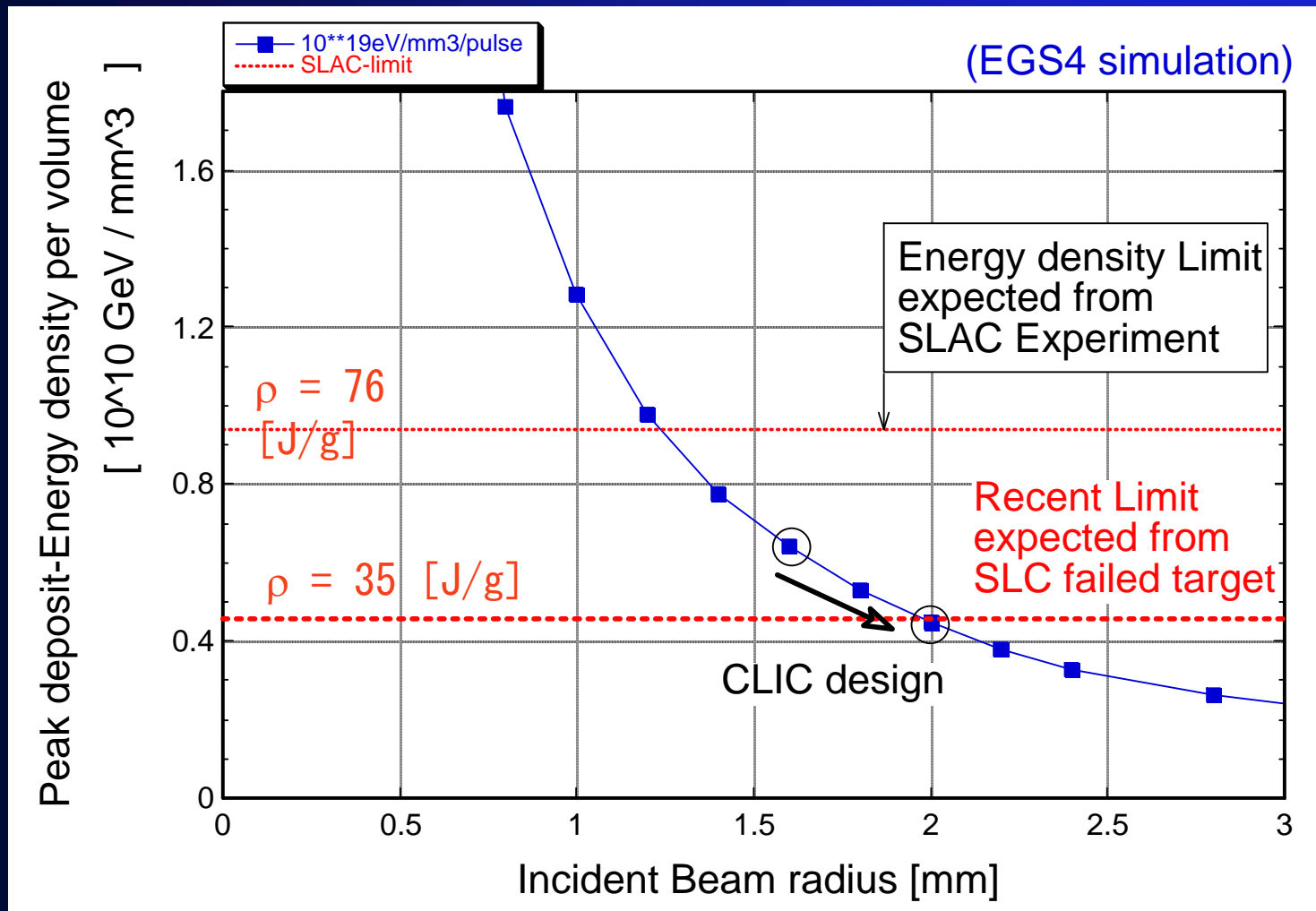


CERN Linear Collider での設計

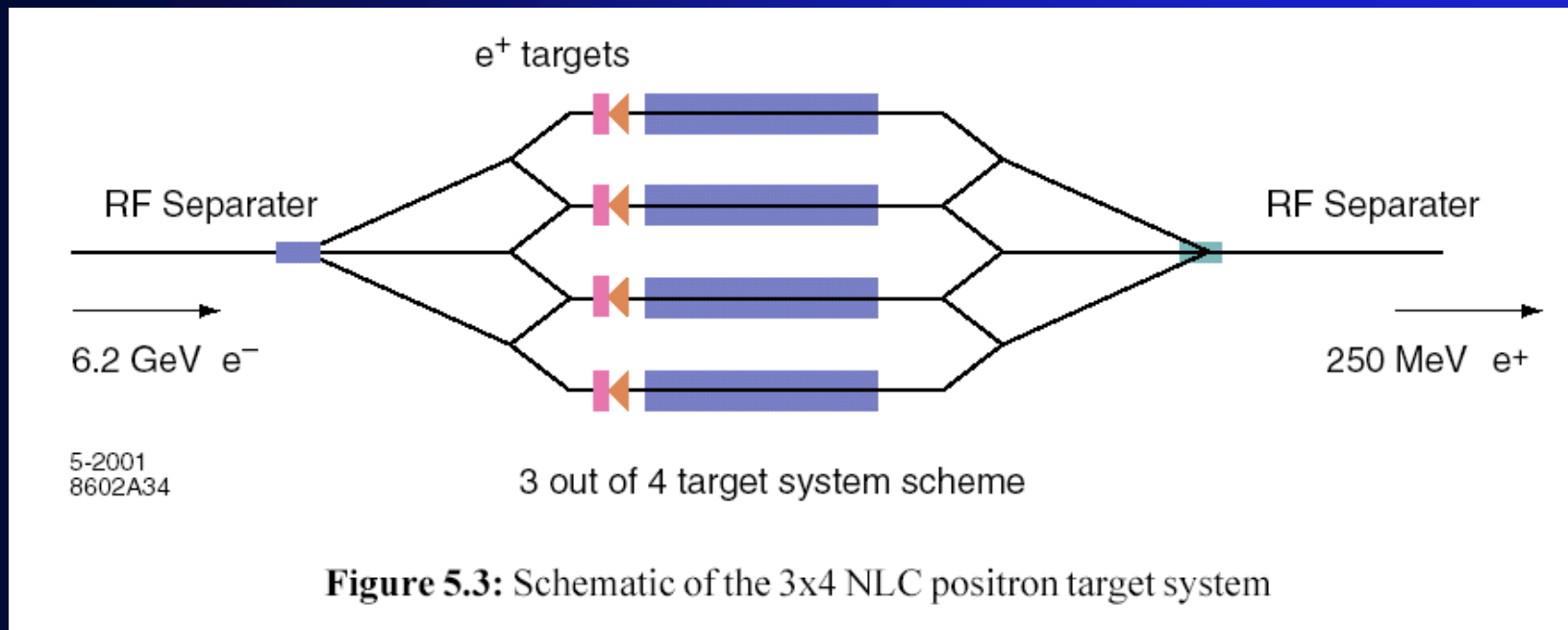


エネルギー密度を下げるために、  
ビームスポットサイズを拡げる！

# ビーム径拡大による エネルギー密度の緩和



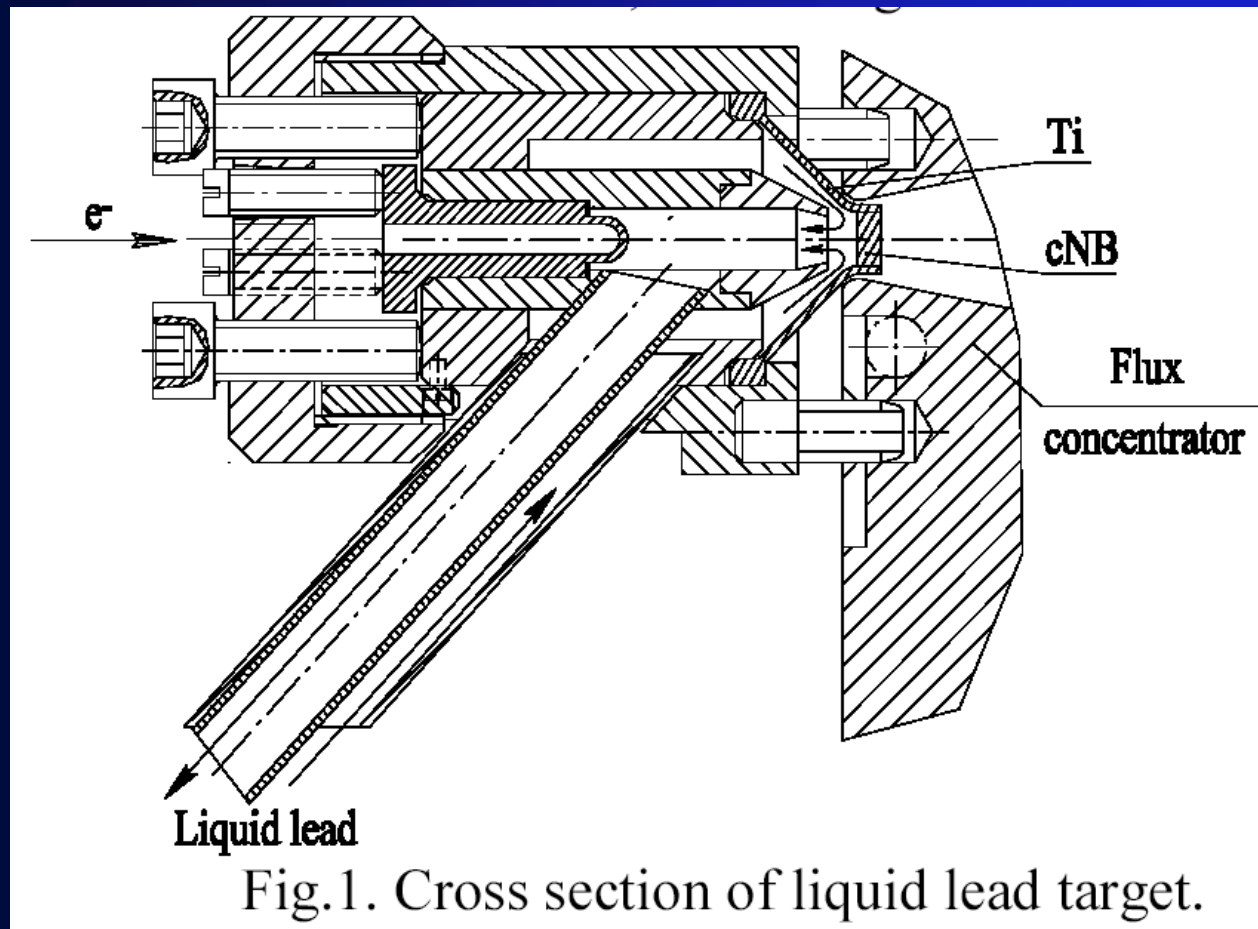
# 標的破壊問題から逃れるための NLC (Next Linear Collider) の設計



From <http://www-project.slac.stanford.edu/lc/wkshp/snowmass2001/>

ビームパルス内のバンチをRFディフレクターで3つに振り分けて、3つのターゲットシステムに分けて当てる（予備を含めて4システム）生成された陽電子はまた後で合流させて、1つのビームパルスにする。

# 液体金属标的



From PAC2001 proceedings, "Liquid Metal Target for NLC Positron Source"

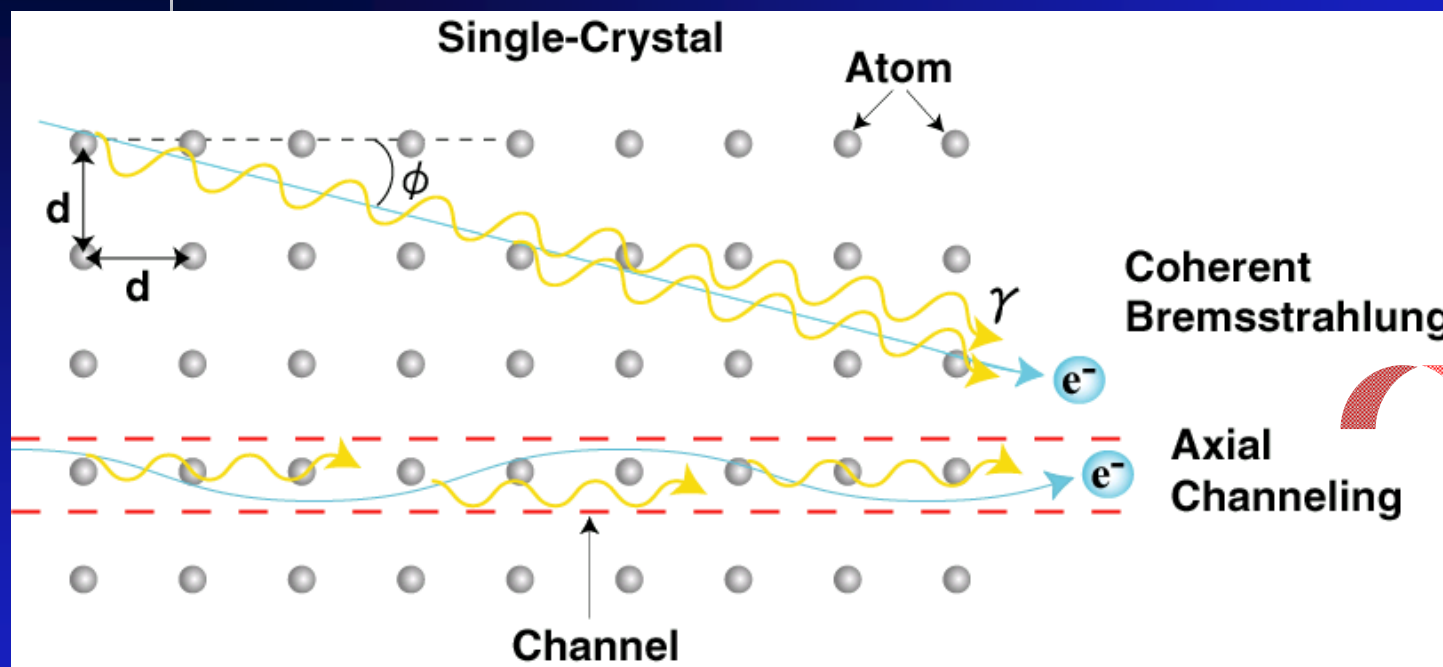
By T. Vsevolozhskaya, et al.

# リニアコライダー級の陽電子源の問題点

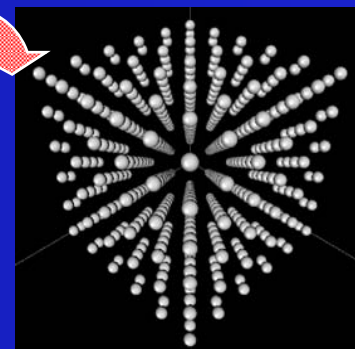
- 熱サイクルによる**標的の疲労破壊**の問題には十分に注意する必要がある
- しかし、スポットサイズを大きくすると、陽電子の**収量は減少**する
- 標的周辺からの**残留放射線が強烈**なので故障時にもすぐには現場に近づくことができない

# チャネリング陽電子生成

チャネリング放射 と コヒーレント制動放射

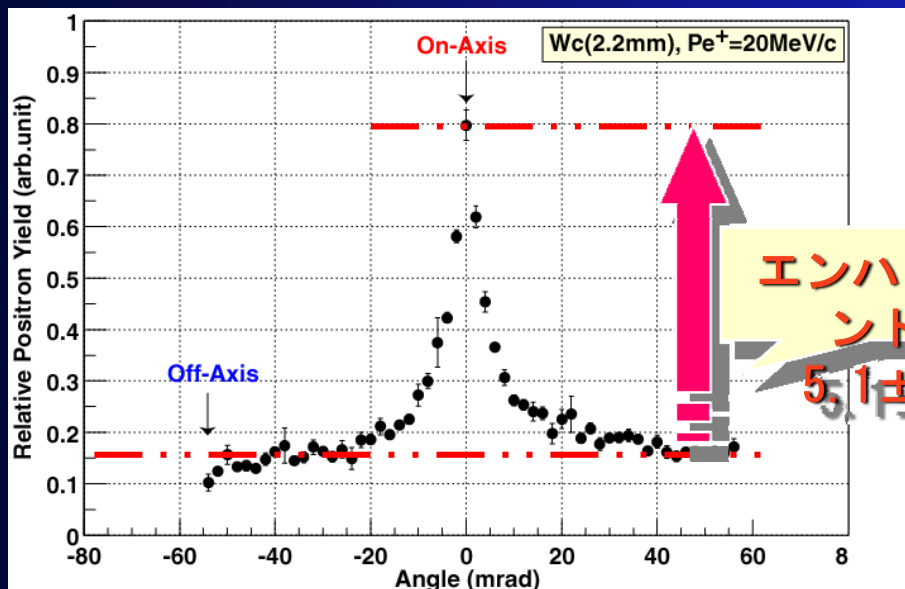


タンゲステン単結晶  
:<111>軸



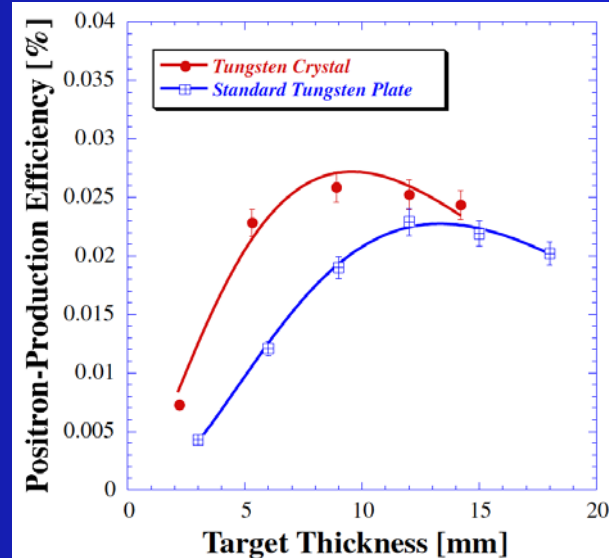
⇒ 数十MeVの低エネルギー領域で大強度の放射

# チャネリングによる利得



笹原和俊氏（都立大），  
修士学位論文より引用

薄い標的では、印象的な利得があるが、厚い標的になると利得が小さくなる。しかし、メリットはあるのでKEKで実用化されている（世界初）。





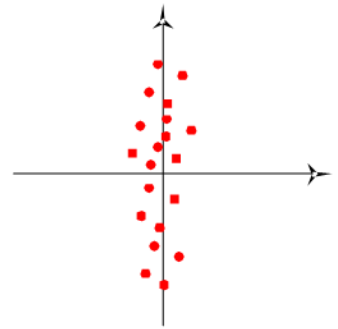
# 第3章

## 陽電子の収集（捕獲）

- 陽電子収集系の役割
- QWTシステムとAMDシステム
- それらの持つアクセプタンスの大きさと形状

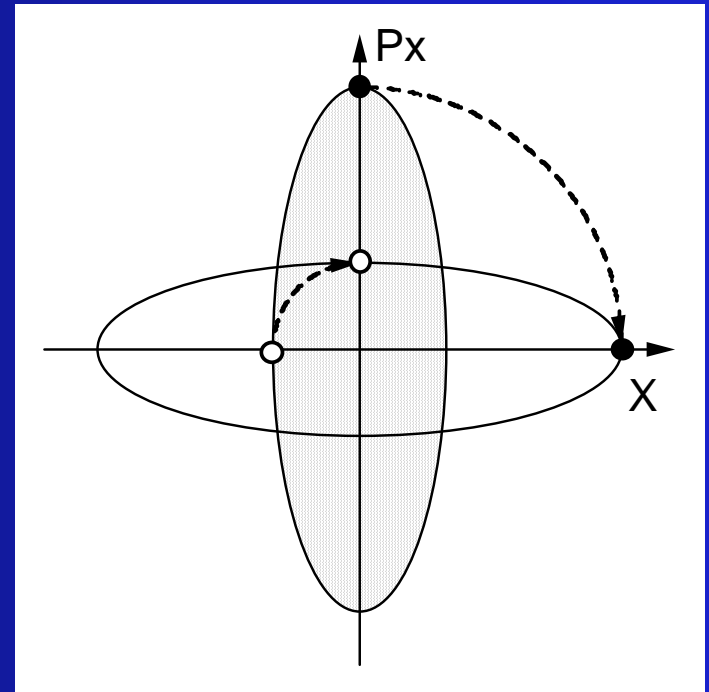
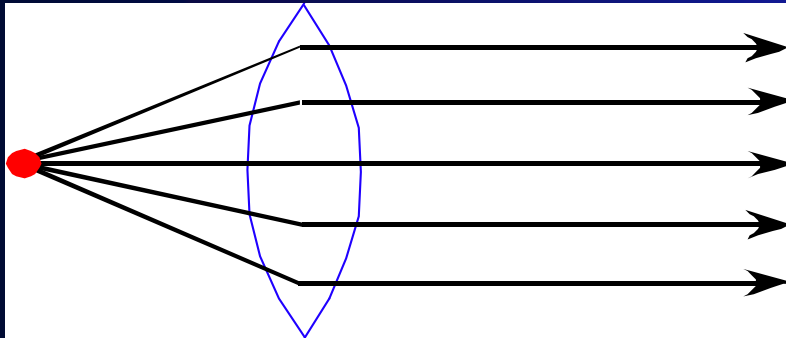
# 用語の定義

- **エミッタンス**  
位相空間内でのビームの各粒子の分布の拡がりの大きさと形
- **アクセプタンス**  
ビーム収束系の持つ位相空間内での許容範囲の大きさと形
- **マッチング**  
エミッタンスの形をアクセプタンスに適合するように変換させること



# 陽電子収集系の役割

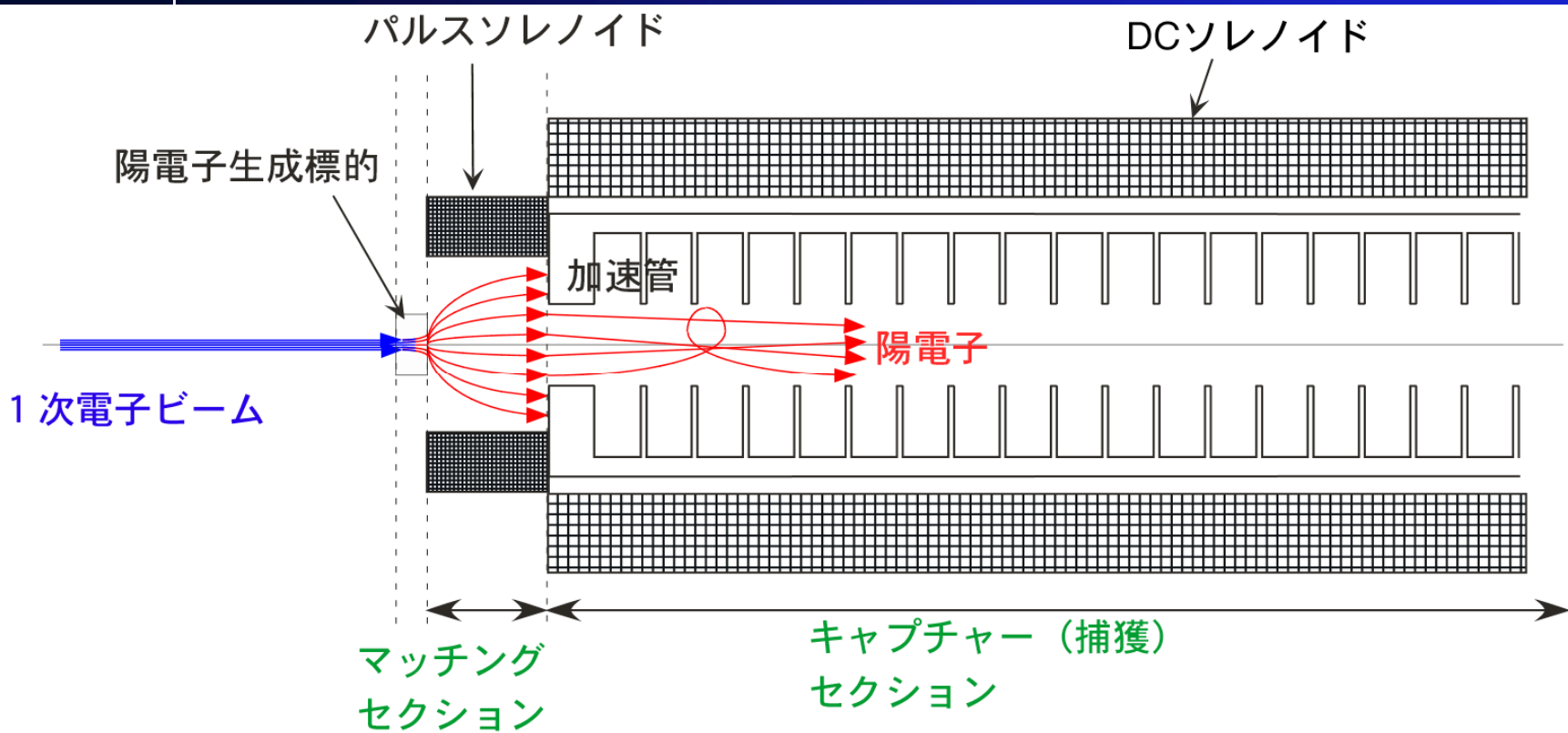
- (1) マッチング 強ソレノイドによる集束



- (2) 高電界による初期加速 (10  $\Rightarrow$  80 MeV)

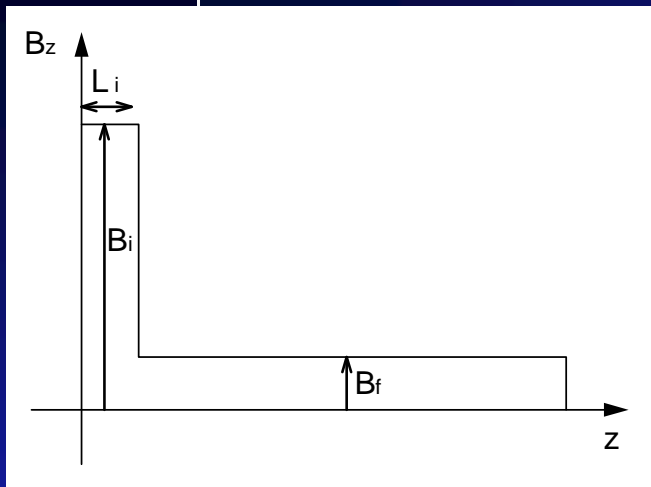
弱ソレノイドによる収束でビーム保持

# 陽電子生成装置の概念図

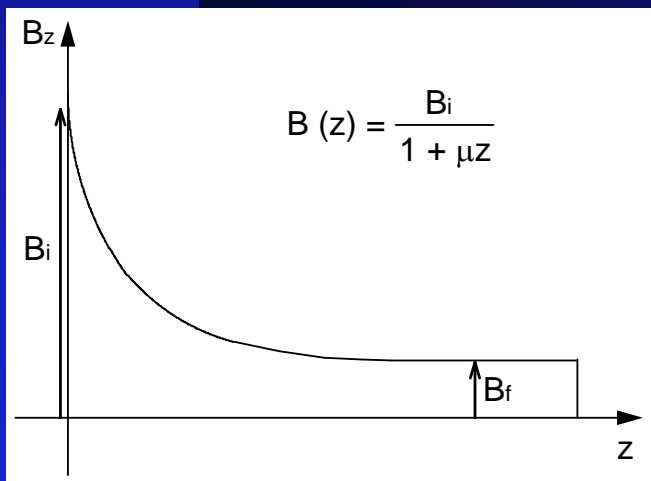


# マッチングシステムの種類

\* 説明できずに悔しかったこと



- (1) Quarter Wave Transformer  
エネルギーアクセプタンス狭い



- (2) Adiabatic Matching Device  
エネルギーアクセプタンス広い  
高いピーク磁場必要、デバンチ大きい

# 運動方程式系

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F}$$

$$\vec{F} = e\vec{E} + e\vec{v} \times \vec{B}$$

$$\frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{v}$$

$$\vec{p} = \frac{m_0\vec{v}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

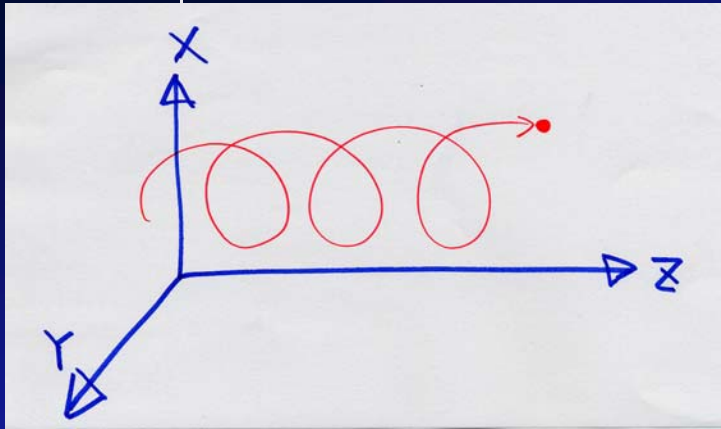
$$\frac{dU}{dt} = \vec{F} \cdot \vec{v}$$

$$U = \frac{m_0c^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

# なぜなぜ (ソレノイド収束の謎)

- ソレノイドには、ビームを収束する作用がある
- 理想的な一様磁場に、理想的な平行ビーム<sup>らしい</sup>が入射したと仮定する
- 左手の法則（或いはベクトル積）でローレンツ力の向きを求めると、、、
- 磁場ベクトルと速度ベクトルが平行だと、力はゼロになる。収束力はどこに行った？

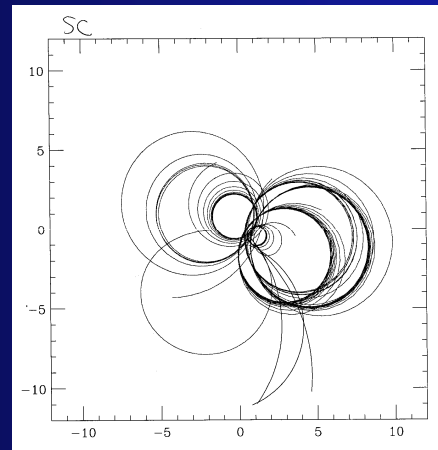
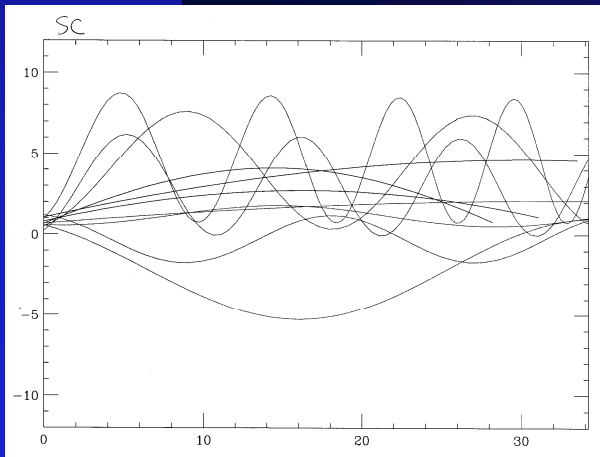
# 一様磁場内での粒子の軌道



$$x + iy = \frac{i}{eB} (p_{x0} + ip_{y0}) (\exp^{-i\alpha s} - 1) + (x_0 + iy_0)$$

$$p_x + ip_y = (p_{x0} + ip_{y0}) \exp^{-i\alpha s}$$

$$\alpha = \frac{ecB}{U}$$



らせん軌道の例  
(但しこれは一様磁場ではない)



# 必ず憶えておくべき公式

$$\rho = \frac{p_t}{eB}$$

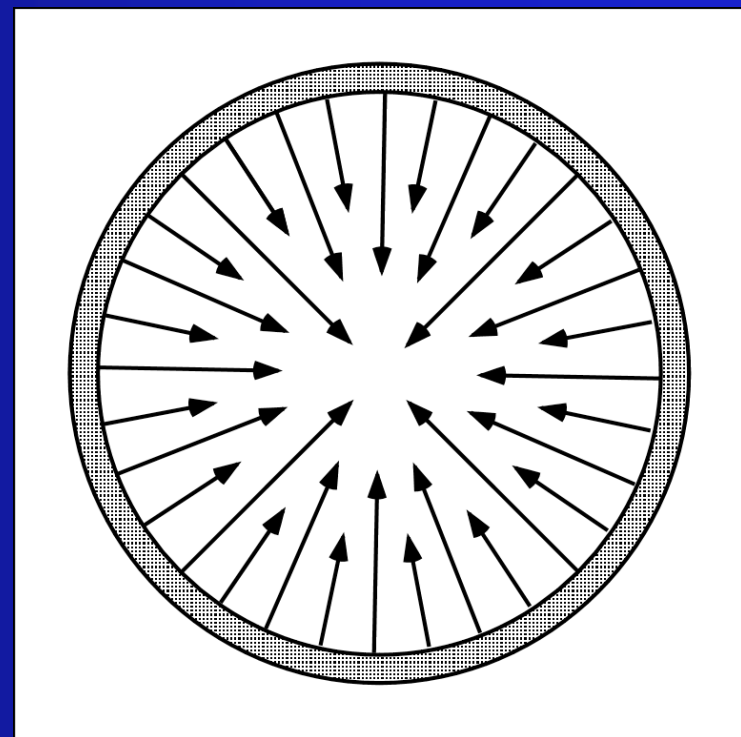
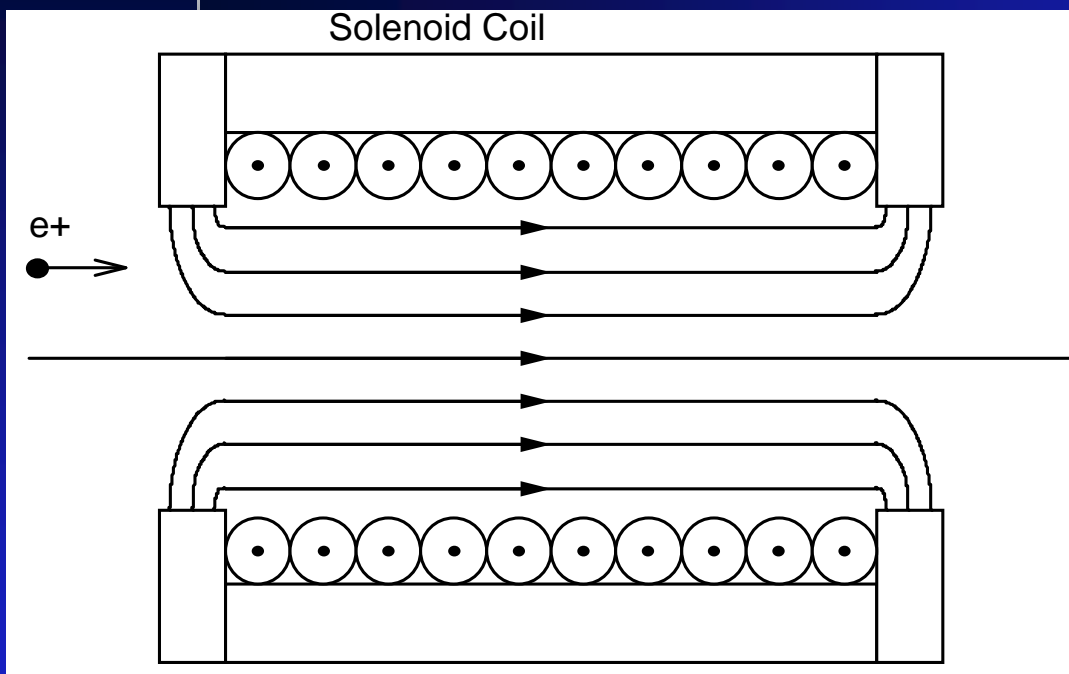
- ・  $p_t$  横運動量
- ・  $\rho$  軌道の曲率半径
- ・  $B$  磁場の強さ
- ・  $e$  粒子の電荷量



$$p_t [\text{GeV}/c] = 0.3 \times B [\text{Tesla}] \times \rho [\text{m}]$$

# ソレノイド端部磁場の効果

ソレノイドが収束力を持つのは、粒子が横方向運動量を持つからである



では、平行入射粒子はどうなるのか？

答え：ソレノイド端部磁場が、必要な横方向運動量を与えてくれる

# 近軸近似によるソレノイド磁場の記述

- 端部も含めた任意の点でのソレノイド磁場を、軸上の磁場値のみから算出する近似法

$$B_z(r=0, z) = f(z)$$



$$B_z(r, z) = \sum_{n=0} a_n r^n f^{(n)}(z)$$

$$B_r(r, z) = \sum_{n=0} b_n r^n f^{(n)}(z)$$



$$B_z(r, z) = f(z) - \frac{1}{4}r^2 f''(z) + \dots$$

$$B_r(r, z) = -\frac{1}{2}r f'(z) + \frac{1}{16}r^3 f'''(z) + \dots$$

# ソレノイド入り口で受ける運動量キック

- 近軸近似を用い、またソレノイド入り口で受ける運動量キックを撃力として取り扱おうと

$$B_r(r, z) = -\frac{1}{2}r \frac{dB}{dz}$$

→

$$\begin{aligned} dp &= F \times dt \\ &= ev \times B_r dt \\ &= -v(dt) \frac{e}{2} r \frac{dB}{dz} \\ &= -\frac{e}{2} r B \end{aligned}$$

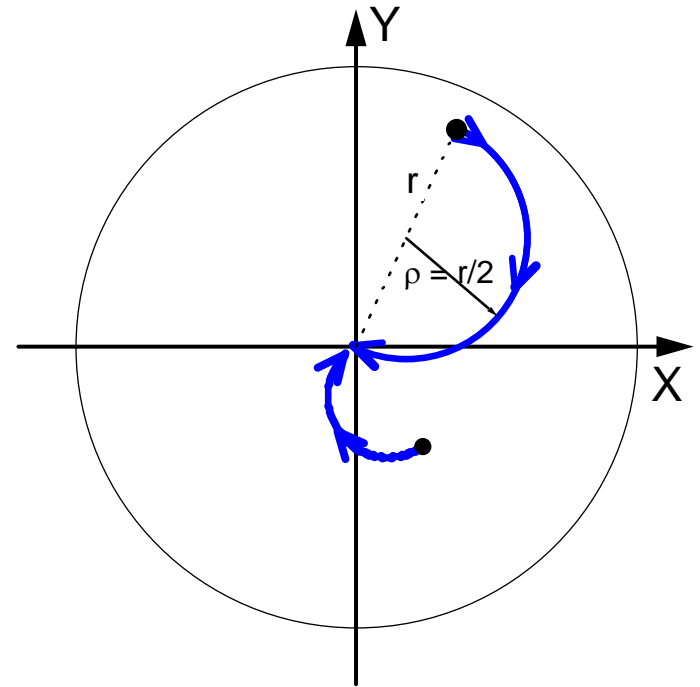
↓

$$\rho = \frac{p_t}{eB} = \frac{r}{2}$$

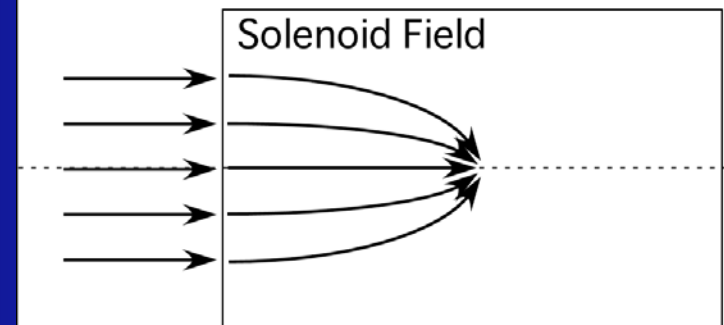
# 運動量キックを受けた後の軌道

$$\rho = \frac{p_t}{eB} = \frac{r}{2}$$

中心から距離  $r$  離れた位置に入射した粒子は、曲率半径がちょうど  $r/2$  になるような、運動量キックを受ける。



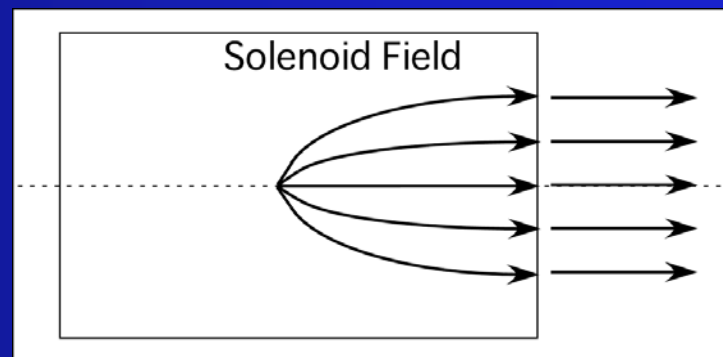
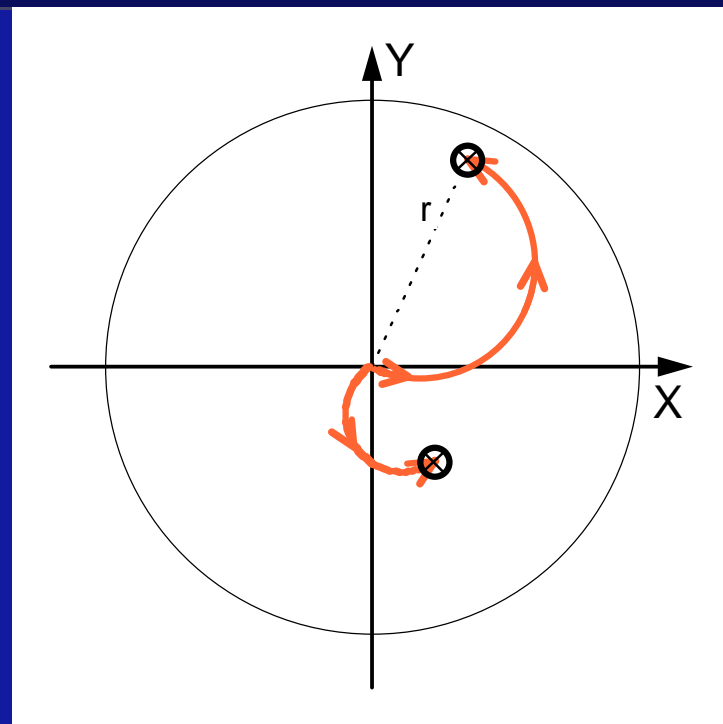
もしも、エネルギーが共通ならば、軌道は1点（焦点）に集まっていく。



# ソレノイド出口で受ける運動量キック

中心から出た粒子は、ちょうど180度回ったところにソレノイドの出口があるようにしておくと、横運動量が打ち消されて無くなるような、運動量キックを受ける。

もしも、エネルギーが共通ならば、点源から出た軌道は平行光線になる。



# なぞなぞの答え

- ソレノイド磁場には、レンズのように
  - 平行光線を一点に焦点を結ばせる
  - 一点から出た軌道を平行光線にする  
ような作用がある。
- これは粒子の横運動量によるらせん軌道のおかげであるが、そこではソレノイドの端部磁場が非常に重要な役割を果たしていて、必要となるような横運動量キックを与えてくれる。

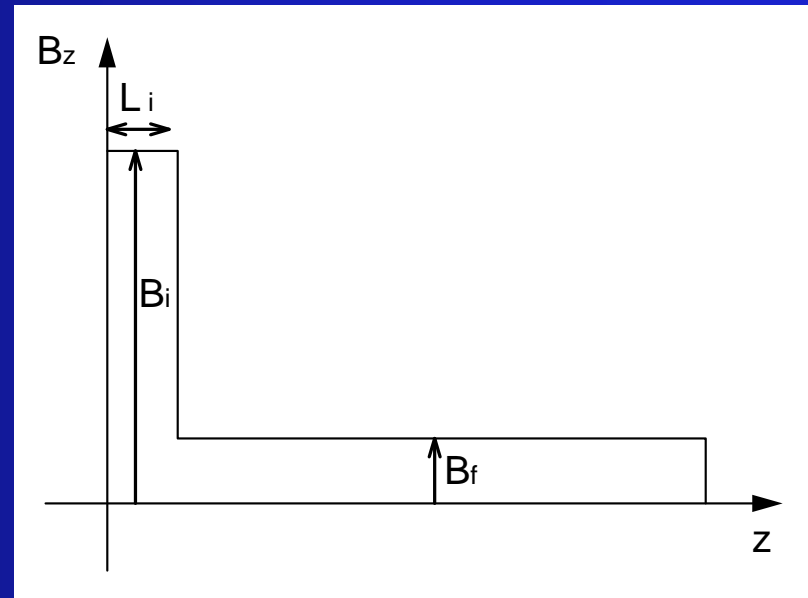
# QWTのアクセプタンス

$$p_{t-max} = \frac{eB_i a}{2} = 3.5 \text{ MeV}/c$$

$$r_{max} = \frac{B_f}{B_i} a = 1.7 \text{ mm}$$

$$p_z = \frac{eB_i L_i}{\pi} = 10 \text{ MeV}/c$$

$$\frac{\delta E}{E} \sim \frac{B_f}{B_i} = 0.17$$



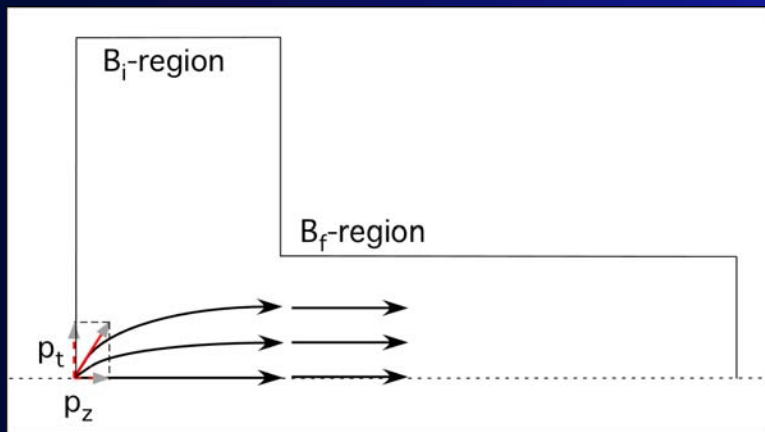
## KEKB陽電子源のパラメータ

- $B_i = 2.3 \text{ Tesla}$  (強磁場の強さ)
- $L_i = 45 \text{ mm}$  (強磁場の長さ)
- $B_f = 0.4 \text{ Tesla}$  (弱磁場の強さ)
- $a = 10 \text{ mm}$  (アパーチャー半径)



# QWT設計（中心エネルギーについて）

中心軸上から横運動量  $p_t$  を持って出た粒子に対して、軌道が最も外側に来たところで強磁場領域が終わるようにする

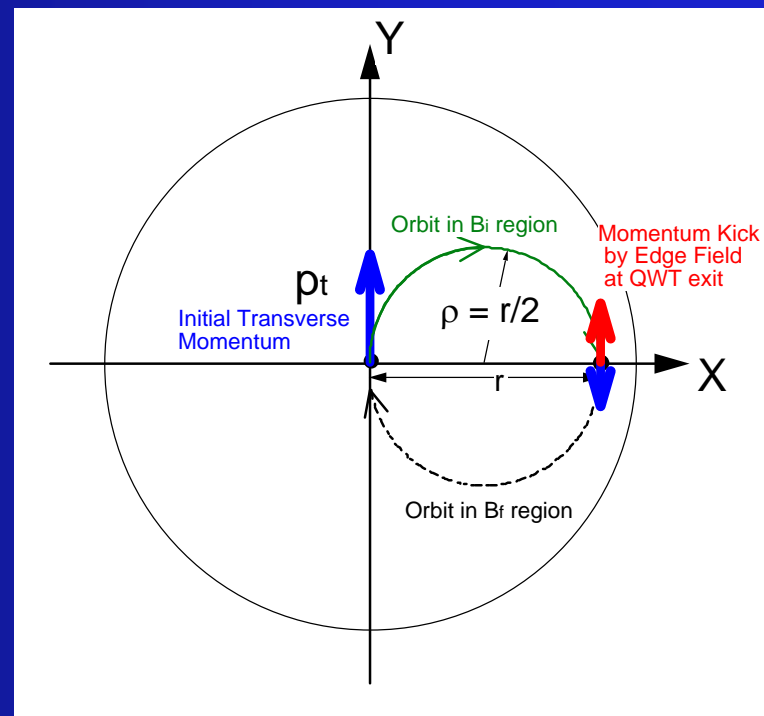


$$\frac{L_i}{\pi \rho} = \frac{p_z}{p_t}$$

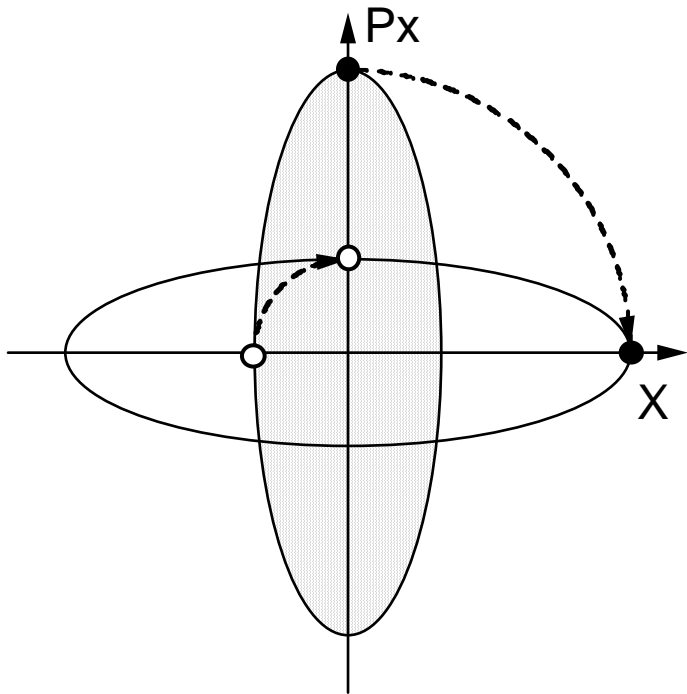


$$p_z = \frac{eB_i L_i}{\pi}$$

捕まいたい陽電子の中心エネルギー（ $E \sim p_z$ ）が決まれば、 $B_i * L_i$  は決まる。



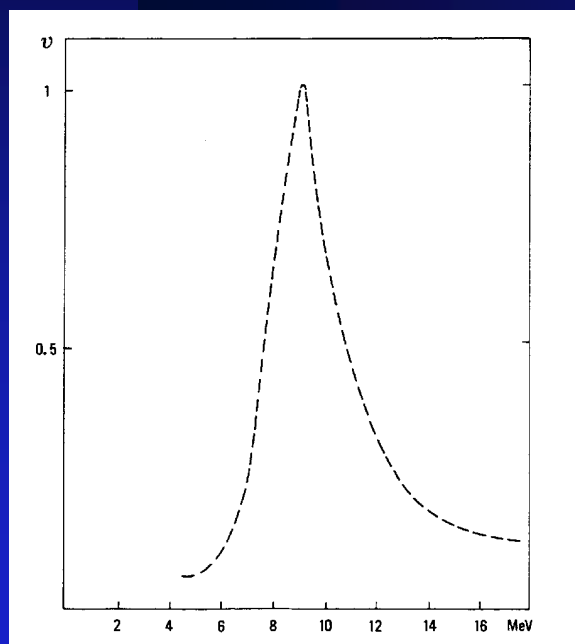
# QWTとは？



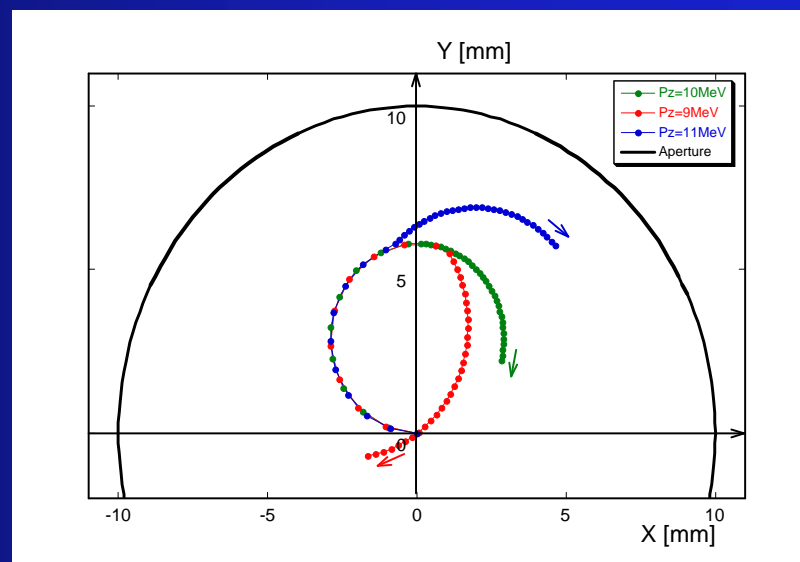
Quarter (4分の1)  
Wave (波)  
Transformer (変換器)

# QWTのエネルギーアクセプタンス

$$\frac{\delta E}{E} \sim \frac{B_f}{B_i}$$



Plot taken from "Positron Sources"  
By R. Chehab, CERN 94-01



エネルギーが設計値に一致している粒子は、  
強磁場領域の出口で、キックを受けて横運動量は、

$$p_{t-f} = (B_f/B_i) * p_{t-i}$$

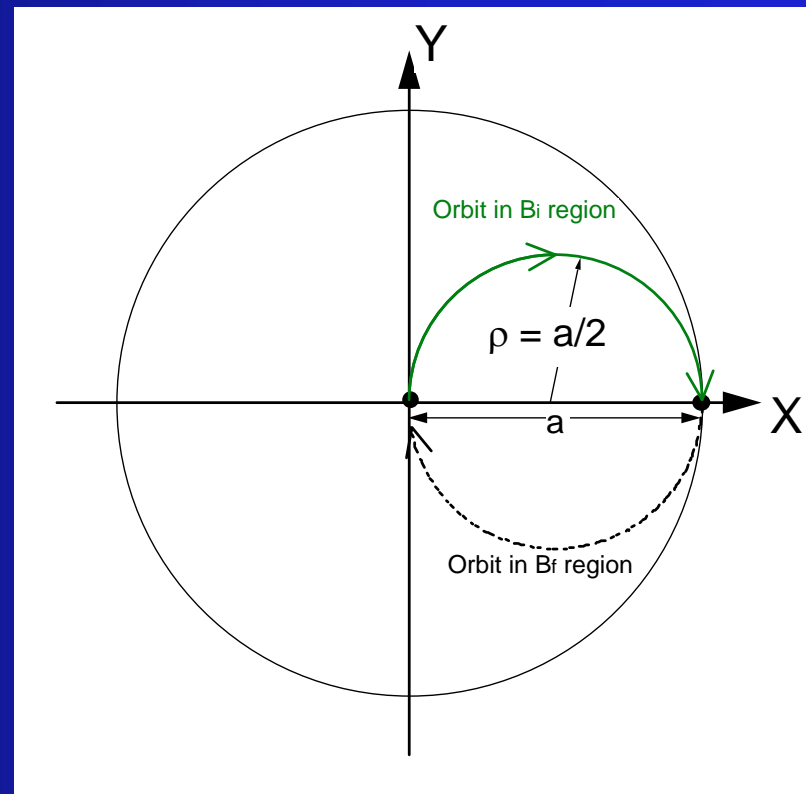
となるが、これで弱磁場領域での軌道半径がちょうど同じになる。

エネルギーが設計値からずれている  
陽電子は、強磁場領域の出口で変な  
方向に運動量キックを受ける。

# QWTの $P_{t-max}$ はどう決まるか

- $P_{t-max}$  になる時には、  
ちょうど軌道の最外側  
がアパーチャー半径に  
ぶつかる。  
(  $r = a/2$  )

$$p_{t-max} = \frac{eB_i a}{2}$$



# QWTの $r_{max}$ はどう決まるか

- 中心から  $r$  離れたところに横運動量ゼロで入射すると仮定する
- まず入口でキックを受けるが、これは  $r$  に比例する。

$$p_{t-kick} = \frac{eB_i r}{2}$$

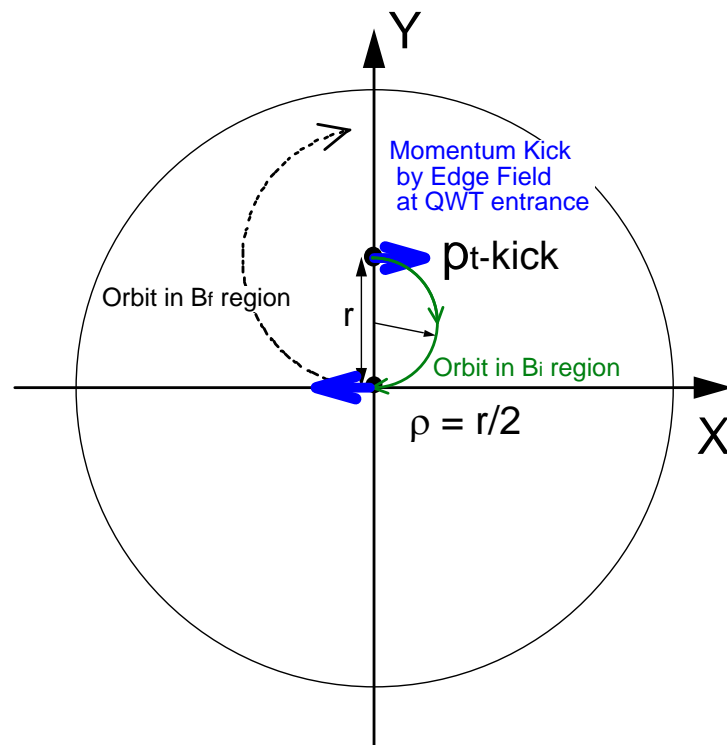
- 強磁場部の終わりでちょうど原点にやってくるので、ここではキックを受けず、そのままの横運動量で弱磁場によりらせんを描く。

$$\rho = \frac{p_t}{eB_f} = \frac{eB_i r}{2eB_f} = \frac{1}{2} \frac{B_i}{B_f} r$$

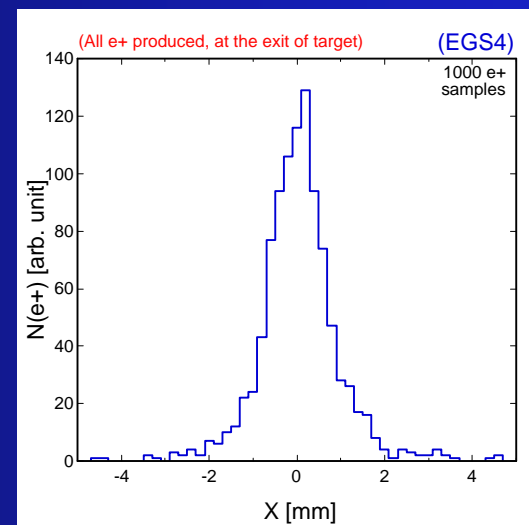
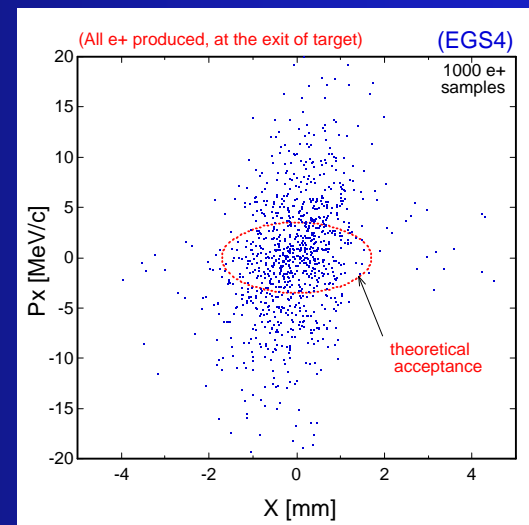
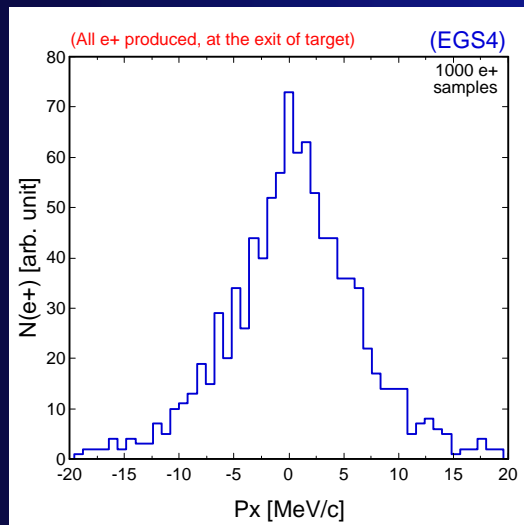
$r_{max}$  になるとき、

$$\rho_{max} = \frac{1}{2} \frac{B_i}{B_f} r_{max} = \frac{a}{2}$$

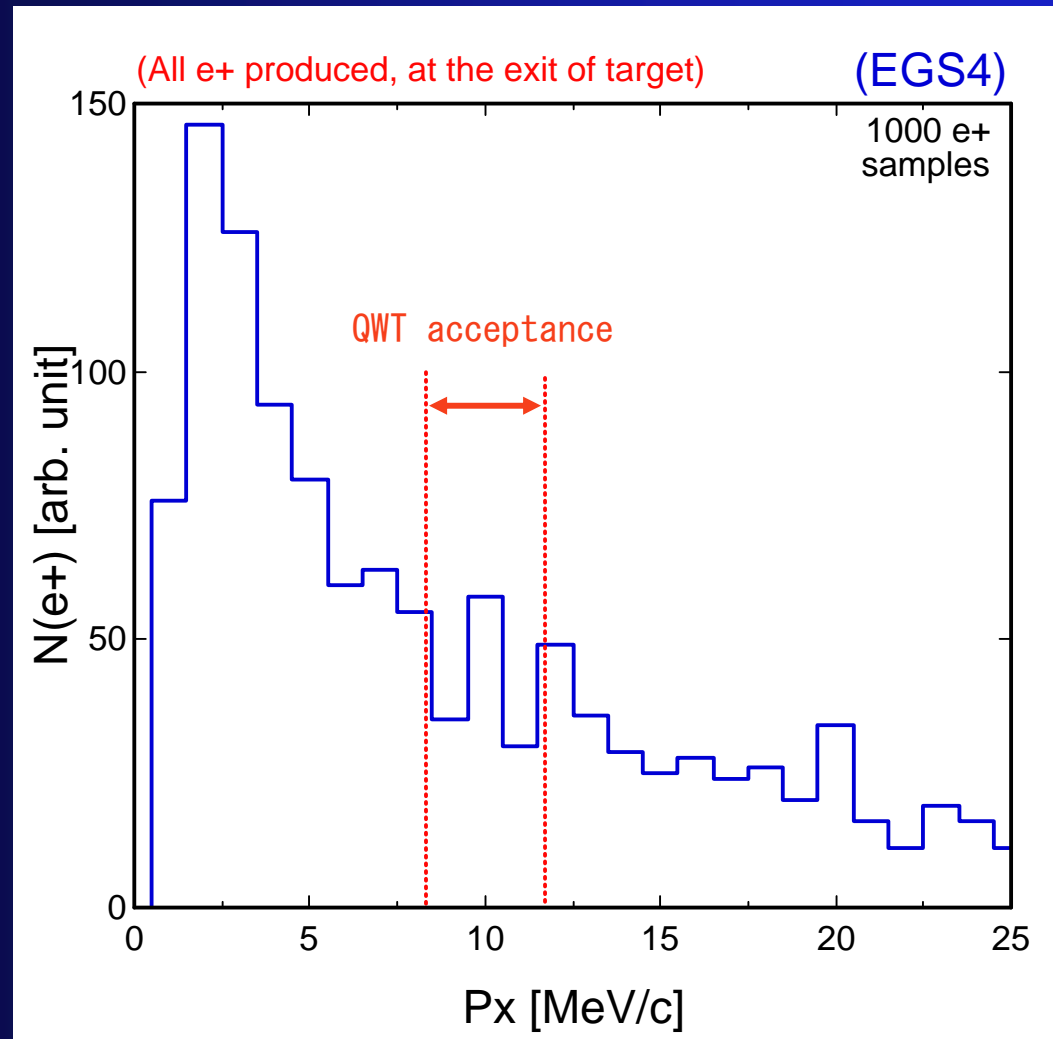
$$\rightarrow r_{max} = \frac{B_f}{B_i} a$$



# 標的から出る陽電子の分布 (X-Px) と QWT アクセプタンス



# 陽電子のエネルギー分布と QWT アクセプタンス



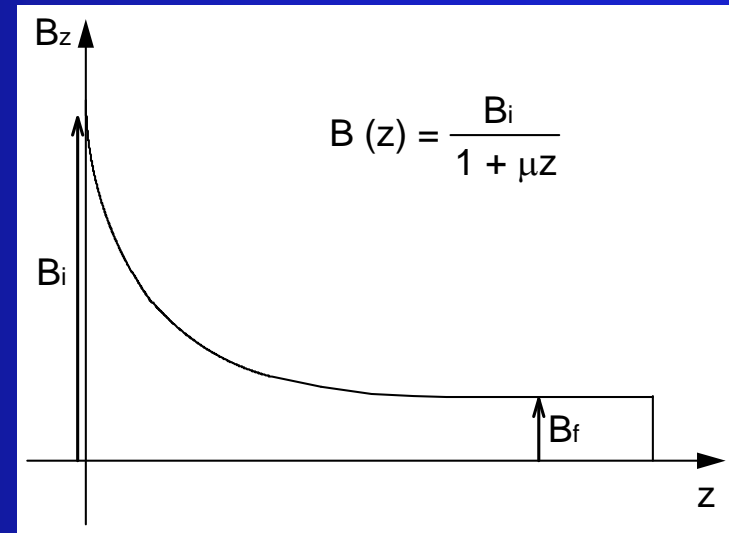
# AMDのアクセプタンス

$$p_{t-max} = \frac{e}{2} \sqrt{B_f B_0} a = 2.8 \text{ MeV}/c$$

$$r_{max} = \sqrt{\frac{B_f}{B_0}} a = 2.7 \text{ mm}$$

$$\epsilon = \frac{\mu p_z}{e B_0} \leq 0.5$$

$$p_z \leq 17.5 \text{ MeV}/c$$



## SLAC 陽電子源のパラメータ

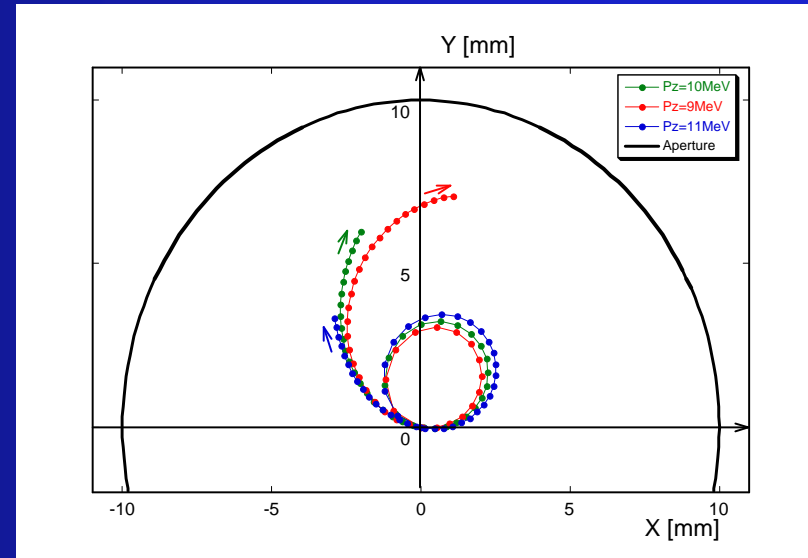
- $B_i = 7.0 \text{ Tesla}$  (強磁場の強さ)
- $\mu = 61 \text{ [1/m]}$  (磁場の傾き)
- $B_f = 0.5 \text{ Tesla}$  (弱磁場の強さ)
- $a = 10 \text{ mm}$  (アパーチャー半径)



# AMDの断熱不変量

- AMDシステムのように長さ方向にゆっくりと変化する磁場における運動では、断熱近似が成り立つ。
- 断熱不変量

$$\int \sum_i p_i dq_i = \frac{\pi p_t^2}{eB}$$



QWTのように、不連続的な変化ではなく、AMDでは、粒子の  $p_t$  はゆっくりと不変量を保存しながら変化する。広い範囲のエネルギーの粒子を受け入れることができる。

# 断熱 (Adiabatic) 条件の破れ

- 粒子のエネルギーが高くなると、十分ゆっくりと磁場が変化するという仮定が成り立たなくなる。
- 不変量の保存もあやしくなってくる。

$$\epsilon = \frac{\mu p_z}{e B_0} \leq 0.5$$



$$p_z \leq 17.5 \text{ MeV}/c$$

# AMDの $p_{t-max}$ はどう決まるか？

断熱不変量より

$$\frac{p_t(z)^2}{B(z)} = \frac{p_t(0)^2}{B(0)} = \text{constant}$$

$p_t(z)$  は、この様に変化していく

$$p_t(z) = \sqrt{\frac{B(z)}{B(0)}} p_t(0)$$

すると曲率半径は、  
このように変化する

$$\rho(z) = \frac{p_t(z)}{eB(z)} = \frac{1}{e\sqrt{B(z)B(0)}} p_t(0)$$

曲率半径の2倍がアパーチャー  $a$   
に等しくなるときが  $p_{t-max}$

$$p_{t-max} = \frac{e}{2} \sqrt{B_f B_0} a$$

# AMDの $r_{max}$ はどう決まるか

中心から  $r$  離れたところに平行入射した粒子が入口で受ける運動量キックは、

$$p_{t-kick} = \frac{eB(0)r}{2}$$

これが、弱磁場領域まで行ったところでの  $p_t$

$$p_t = \sqrt{\frac{B_f}{B_0}} \frac{eB(0)r}{2} = \frac{e}{2} \sqrt{B_f B_0} r$$

この軌道の曲率半径の2倍がアパーチャー  $a$  に等しくなったところが限界値

$$\rho_{max} = \frac{\frac{e}{2} \sqrt{B_f B_0} r_{max}}{eB_f} = \frac{a}{2}$$

$$r_{max} = \sqrt{\frac{B_f}{B_0}} a$$

# バンチの伸び (de-bunching)

QWT, AMD に共通な問題

- (1) 粒子の速度差
- (2) 強磁場領域でのらせん軌道の長さの差
- (3) 弱磁場領域でのらせん軌道の長さの差

# QWT系でのデバンチ

$$\begin{aligned} dL_{QWT}^{total} &= dL_{vel} + dL_{QWT} + dL_{ACC} \\ &= \frac{1}{2} \frac{m_0^2 c^2}{p_z(0)^2 + m_0^2 c^2} L \\ &\quad + \frac{\pi}{2eB_i} \frac{p_t(0)^2}{p_z(0)} \\ &\quad + \frac{1}{2\alpha} \frac{p_t(0)^2}{p_z(0)} \end{aligned}$$

磁場  $B_i$  が強い方が、デバンチは少ない (?)

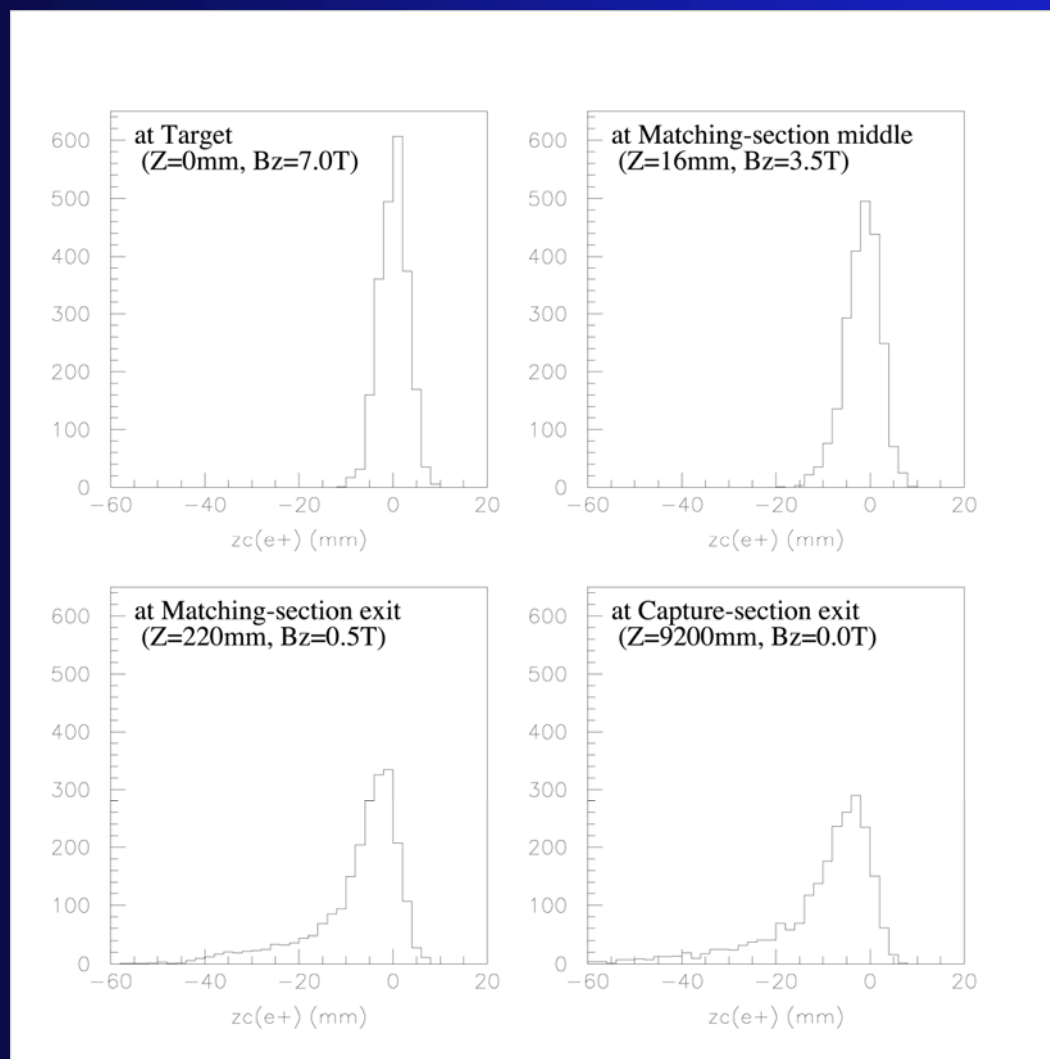
加速電界  $\alpha$  が高い方が、デバンチは少ない

# AMD 系でのデバンチ

$$\begin{aligned} dL_{AMD}^{total} &= dL_{vel} + dL_{AMD} + dL_{ACC} \\ &= \frac{1}{2} \frac{m_0^2 c^2}{p_z(0)^2 + m_0^2 c^2} L_{AMD} \\ &\quad + \frac{1}{2\mu} \frac{p_t(0)^2}{p_z(0)^2} \ln \left( \frac{B_0}{B_f} \right) \\ &\quad + \frac{1}{2\alpha} \frac{p_t(0)^2}{p_z(0)} \frac{B_f}{B_0} \end{aligned}$$

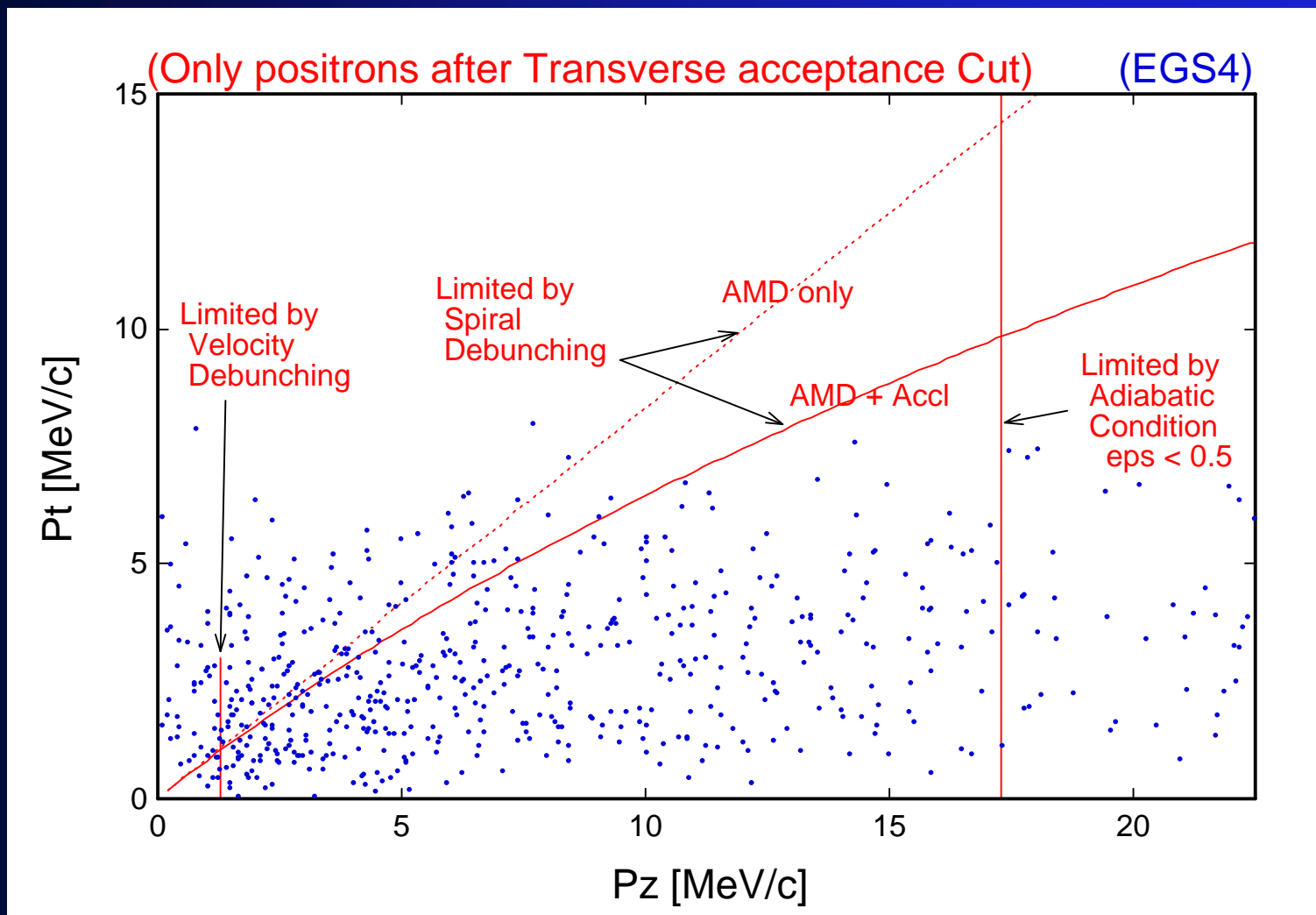
加速電界  $\alpha$  が高い方が、デバンチは少ない

# デバンチの程度 (AMD系での例)





# デバンチによる Pt への制約

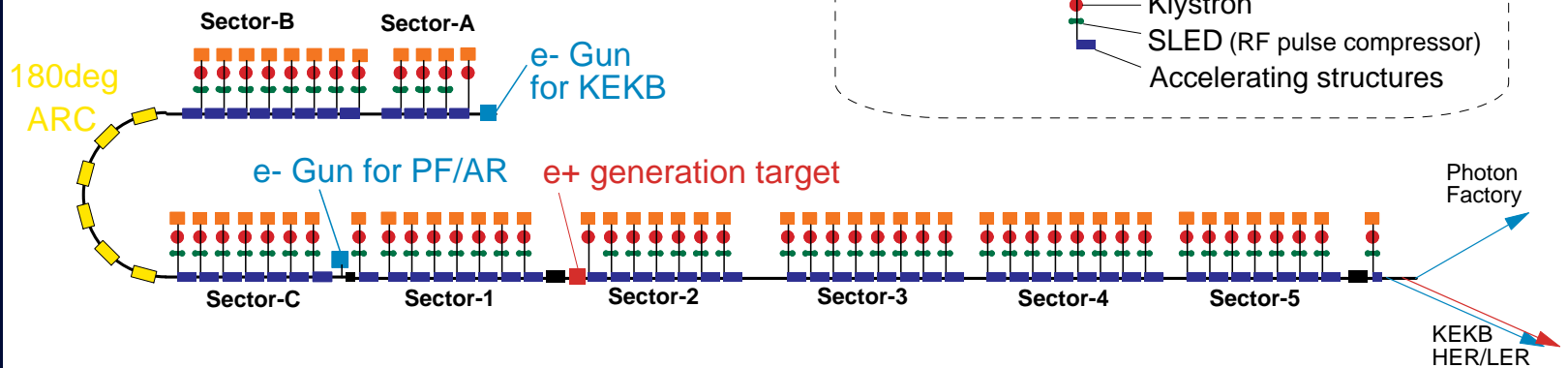


# 第4章

## 実際の陽電子生成装置

# KEKB入射ライナック

## KEKB Injector Linac

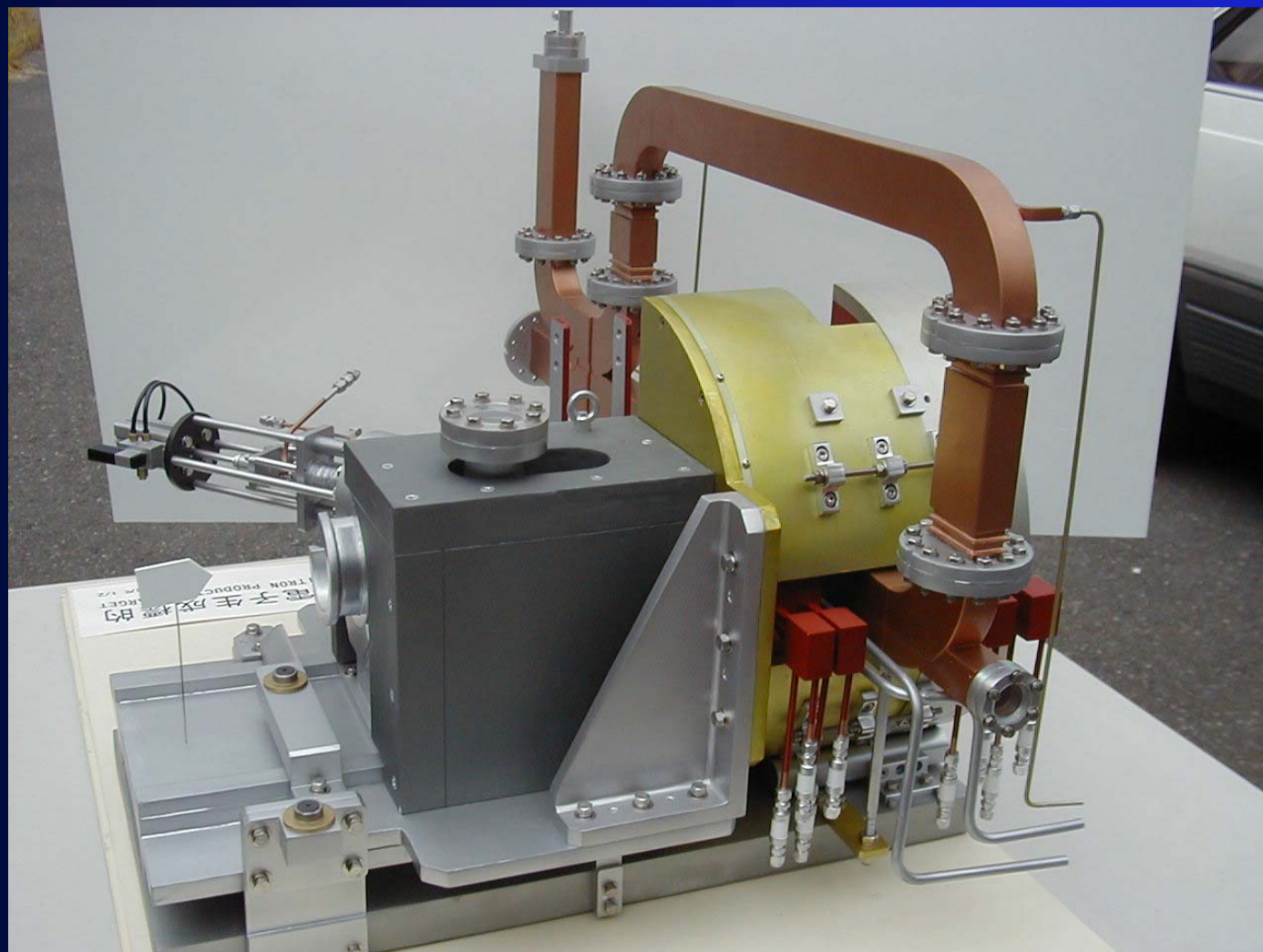


- ◆ライナック全体では 8 GeV までビーム加速が可能。
- ◆電子ビームは全長にわたって加速して 8 GeV で入射する。
- ◆陽電子生成部はほぼ中間点に置かれている。
- ◆陽電子生成用一次電子ビームは 4 GeV まで加速して標的を照射して陽電子を生成する。
- ◆生成された陽電子はライナックの残りの部分で 3.5 GeV まで加速して入射する。

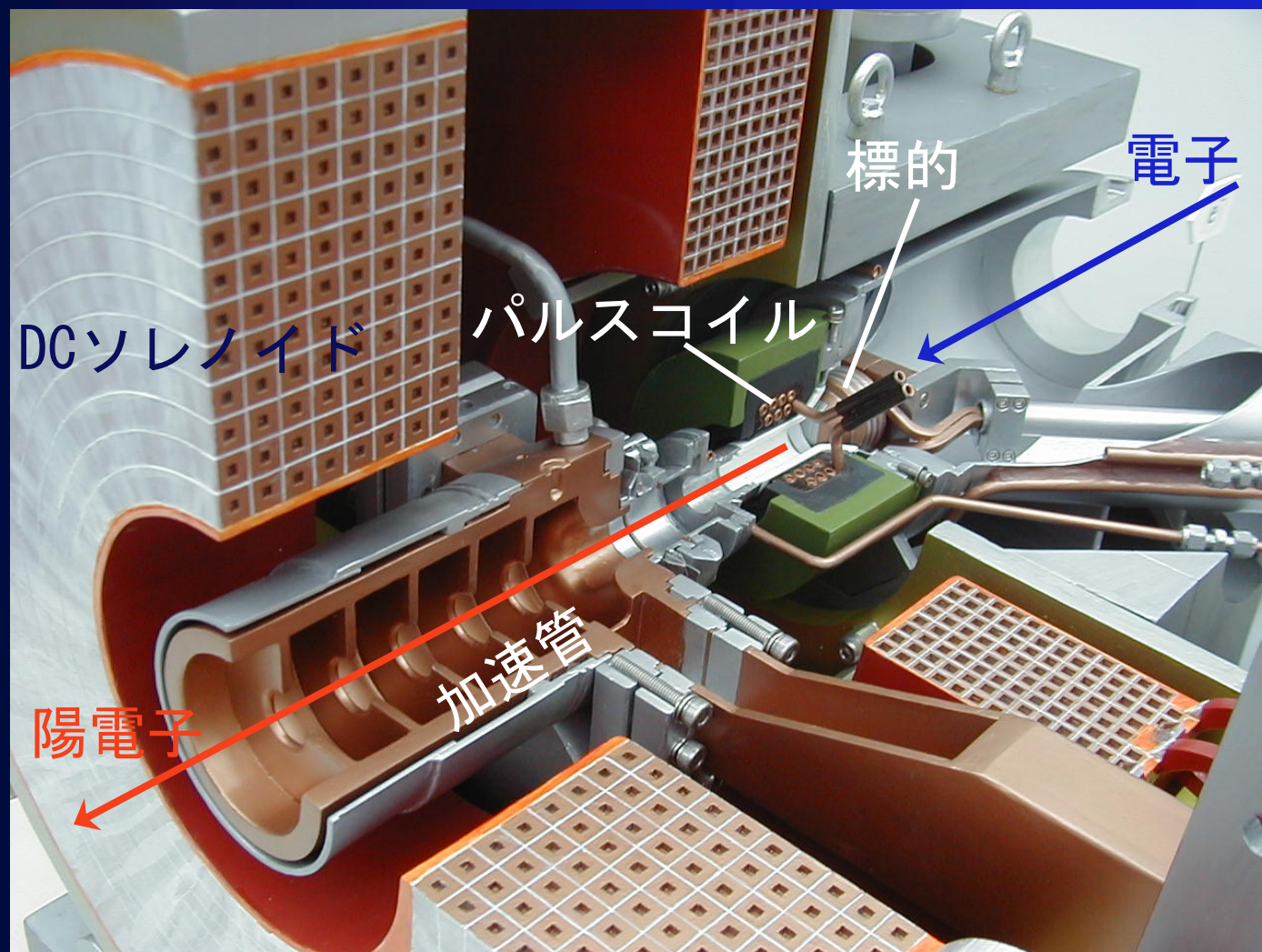
# KEKB ライナック陽電子生成装置



# 生成標的周辺 (カットモデル1)



# 生成標的周辺 (カットモデル2)



写真提供  
KEK  
大沢氏  
池田氏

# KEKB 陽電子生成装置の概要

- 1次電子ビーム (4 GeV, 10 nC, 2バンチ)
- 標的 (タングステン 14 mm厚、 $4.0 X_0$ )
- QWTマッチングシステム  
強磁場 : パルスコイル 2.3 Tesla x 45 mm 長  
弱磁場 : DCソレノイド 0.4 Tesla x 8000 mm 長
- 陽電子捕獲部加速管 (Sバンド加速管 4 本)  
各1m+1m+2m+2m、加速電界  $14 \sim 13$  MV/m

# 1次電子ビーム

- ビームエネルギー

(なるべく高くしたい、しかし建設コストに直結)

KEKB linac 全長で 8 GeV – 陽電子入射エネルギー3.5 GeV

~ 1次電子 4 GeV

- ビーム強度

(なるべく高くしたい、しかしウェーク場の影響)

KEKB linac 10 nC が限界 (?) 単バンチ

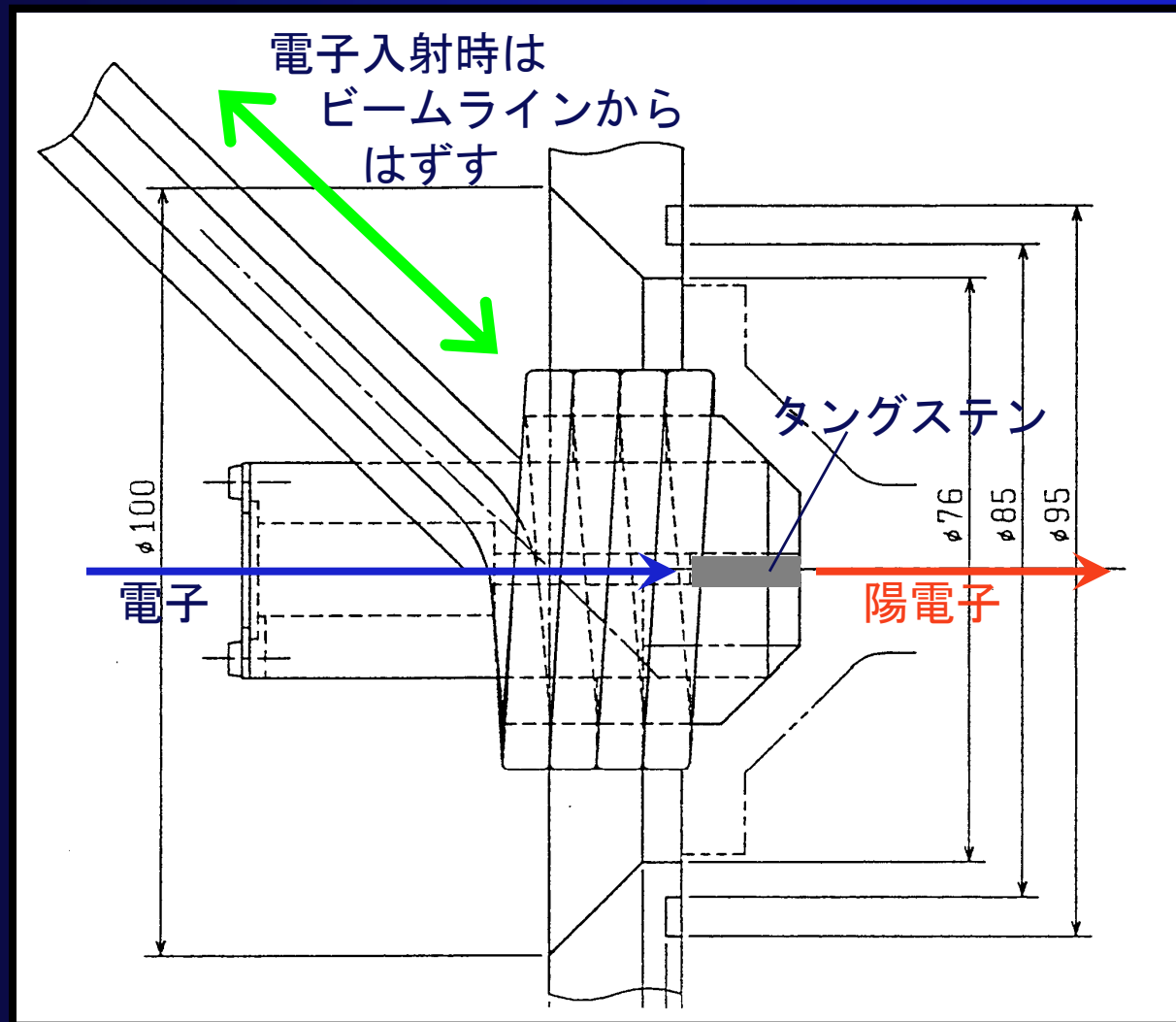
96 ns interval の2バンチ加速に挑戦し、成功!



# 陽電子生成標的 (写真)

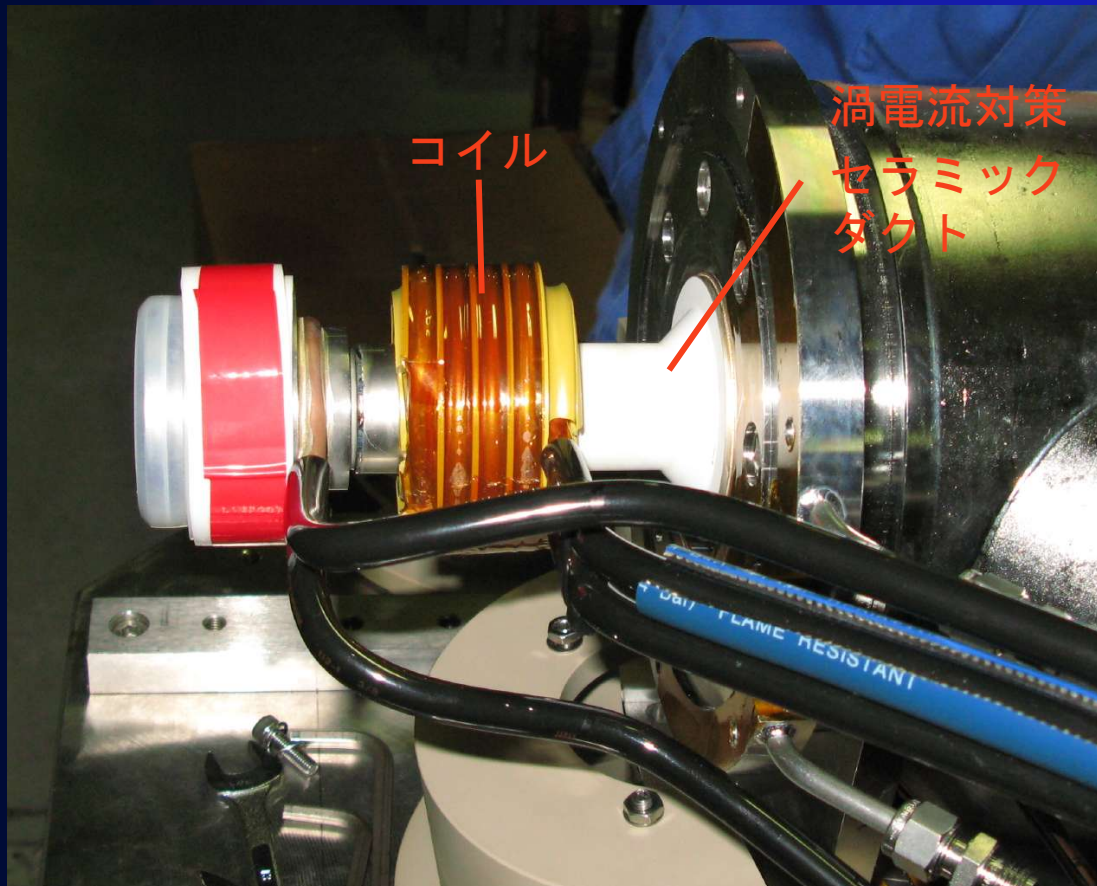


# 陽電子生成標的



# パルスコイル

(KEK)

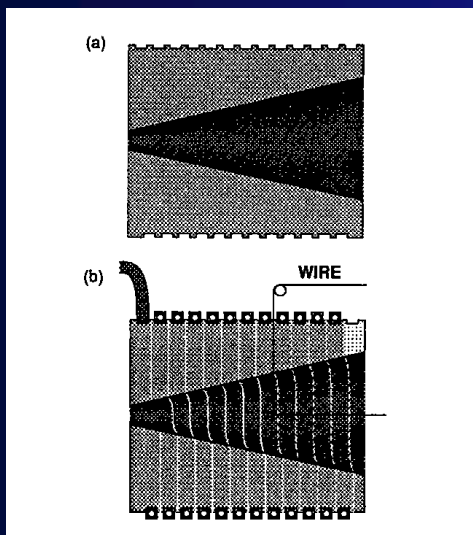


マッチング用の非常に強い磁場 (2.3 T) を作るために、10 kA のパルス電流を流す。

導線は、冷却水の中に流せるような中空の銅管（ホローコンダクタ）を使用

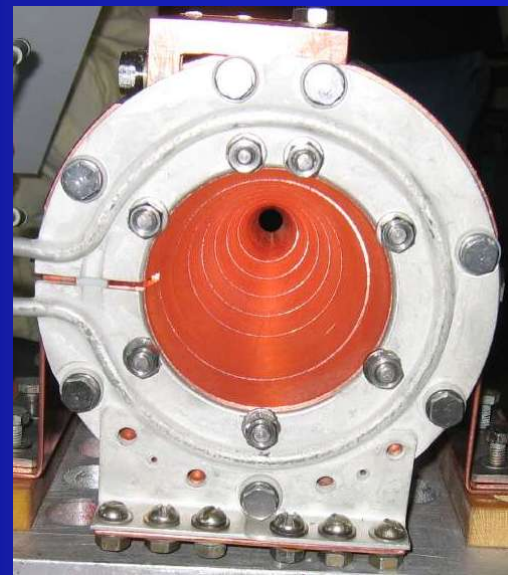
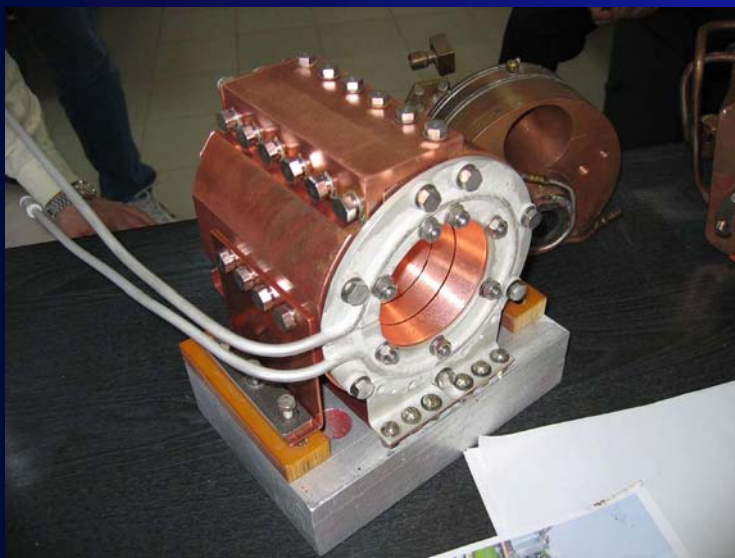
パルス電流による振動に注意が必要

# フラックス・コンセントレータ

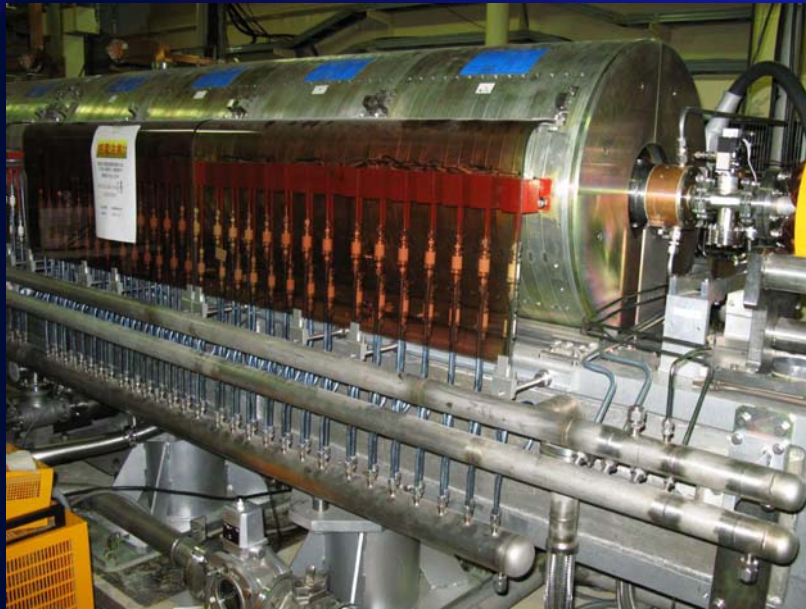


銅の円柱に、円錐状の穴を開けたものの外部に導線を巻き付けて、16 kA のパルス電流を流し、導体の内側面に流れる渦電流により非常に強い磁場 (5.8 T) を作る。

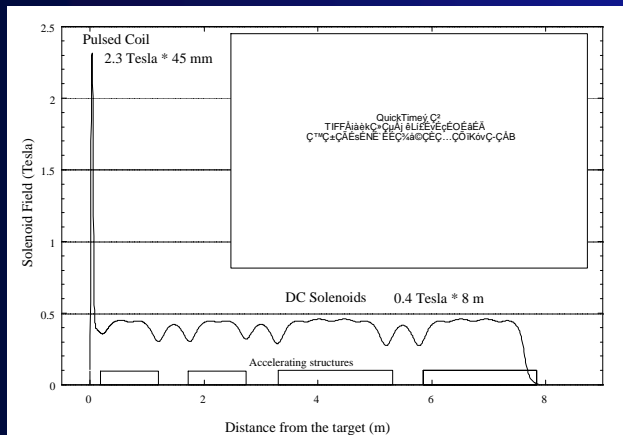
パルス電流による  
振動に注意が必要



# DCソレノイド



600 A の直流電流を流し  
0.4 Tesla のソレノイド  
磁場を作る。

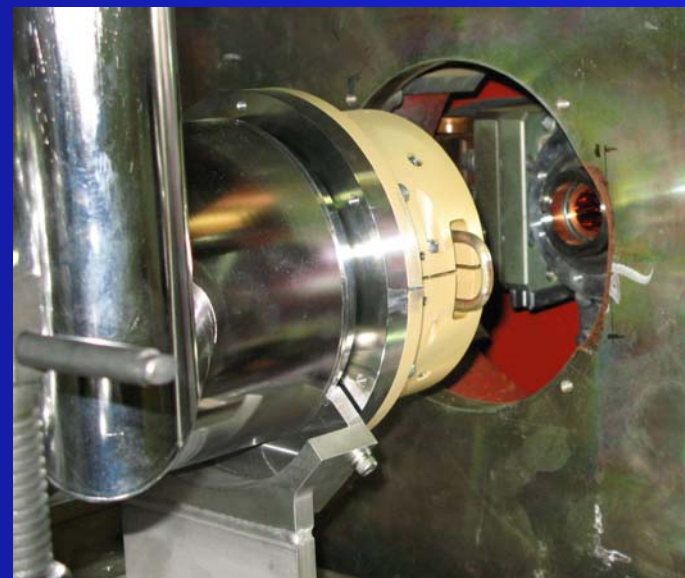


導波管を通すために  
コイルとコイルの間に  
隙間ができるので、  
磁場分布に凹みがあ  
る。

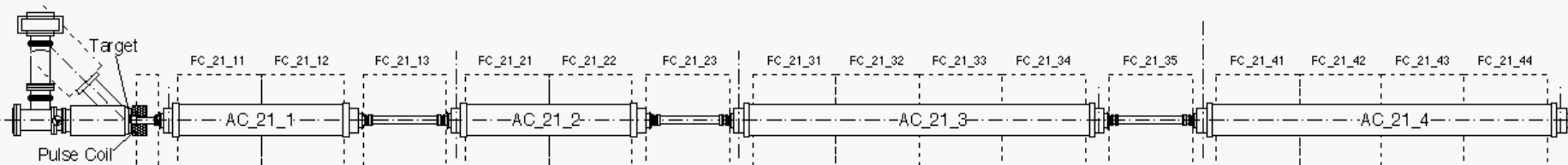
# 陽電子捕獲部用加速管

デバンチングの影響をなるべく小さくするためにマッチングセクションから出てきた陽電子は、なるべく早く加速する必要がある。

加速電界は高い方が望ましい。



しかし、ソレノイド磁場の中に置かれた加速管は放電を起こしやすいので注意が必要。

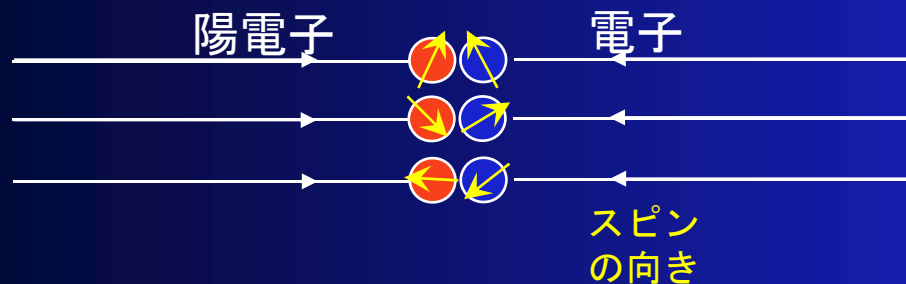


# 第5章

## 偏極陽電子生成

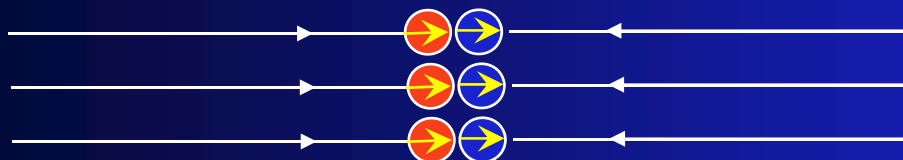
# なぜ偏極陽電子が必要か？

普通の電子陽電子衝突：スピンの向きはばらばら



**偏極したビーム**（スピンの向きのそろったビーム）を用いるとある種の反応について、きれいに調べる事ができる。

（バックグラウンドイベントを減らしてSignal/Noise比を上げられる）



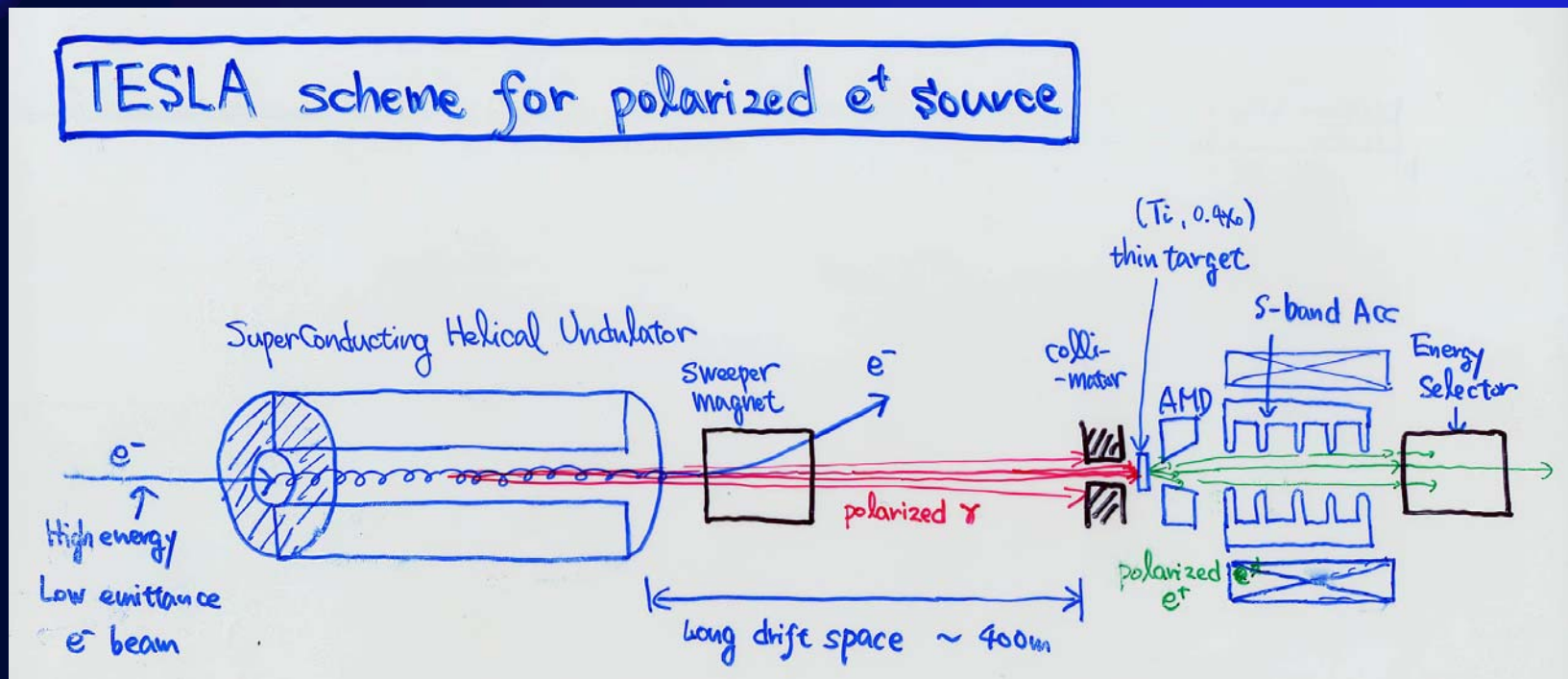


# 偏極陽電子生成の2つの方式

まず偏極したガンマ線を作り、薄い標的に当ててスピンの向きのそろった陽電子を集める。

- (1) ヘリカルアンジュレーター方式
  - 非常に高いエネルギー(例えば150GeV)の電子ビームがヘリカルアンジュレーターにより放射する偏極したガンマ線から陽電子を生成する
- (2) レーザー逆コンプトン方式
  - ある程度高いエネルギー(例えば6GeV)の電子ビームと偏光したレーザー光子を衝突させ、逆コンプトン散乱で出てくる偏極したガンマ線から陽電子を生成する。

# ヘリカルアンジュレーター方式

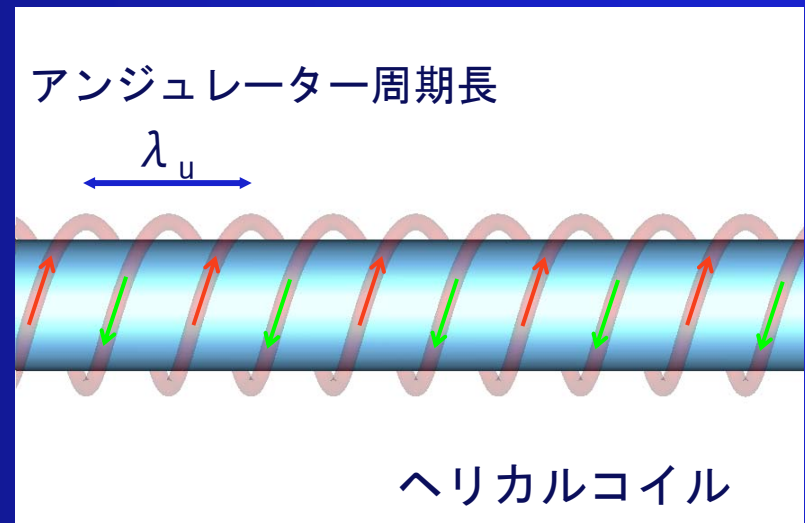


偏極したガンマ線を作るために、非常にエネルギーの高い (150 GeV) 電子ビームと非常に長い (200 m) 超電導ヘリカルアンジュレーターを用いる。

これを薄い標的 ( $0.4 X_0$ ) に当てて、偏極した陽電子を取り出す。

# ヘリカル磁場

図のように2重らせんのコイルにそれぞれ逆向きで同じ大きさの電流を流すと、軸方向成分は打ち消し合ってゼロとなり、横方向成分が軸の周りにぐるぐる向きを変えていくようなヘリカル磁場が作られる。



$$B_x = B_0 \cos \left( \frac{2\pi}{\lambda_u} z + \psi \right)$$

$$B_y = B_0 \sin \left( \frac{2\pi}{\lambda_u} z + \psi \right)$$

$$B_z = 0$$

$$B_0 = \frac{2\mu_0 I}{\lambda_u} \left[ \frac{2\pi a}{\lambda_u} K_0 \left( \frac{2\pi a}{\lambda_u} \right) + K_1 \left( \frac{2\pi a}{\lambda_u} \right) \right]$$

a: コイル半径、I: 電流値  
 $K_0$ ,  $K_1$  は変形ベッセル関数

# 電子のらせん軌道

$$\dot{\beta} = \frac{e}{m_0 \gamma} (\beta \times B)$$

運動方程式は磁場のみの時はエネルギー一定なのですぐに積分できる。

$$\begin{aligned}\beta_x &= \frac{K}{\gamma} \cos(\beta_z \Omega_u t + \psi) \\ \beta_y &= \frac{K}{\gamma} \sin(\beta_z \Omega_u t + \psi) \\ \beta_z &= \beta_z\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\Omega_u &= \frac{2\pi c}{\lambda_u} \\ \beta_z &= \sqrt{\beta^2 - \beta_x^2 - \beta_y^2} \\ &= \sqrt{\beta \left\{ 1 - \left( \frac{K}{\gamma} \right)^2 \right\}}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}x(t) &= \frac{K}{\gamma} \frac{c}{\Omega_u \beta_z} \sin(\beta_z \Omega_u t) \\ y(t) &= \frac{K}{\gamma} \frac{c}{\Omega_u \beta_z} \cos(\beta_z \Omega_u t) \\ z(t) &= \beta_z c t\end{aligned}$$

アンジュレーターのK値

$$K = \frac{e B_0 \lambda_u}{2\pi m_0 c}$$

電子はらせん軌道をえがく。

# ヘリカルアンジュレーター放射

リエナール・ヴィーヘルトの式

$$\frac{d^2 I(\omega)}{d\omega d\Omega} = \frac{e^2 \omega^2}{16\pi^3 \epsilon_0 c} \left| \int_{-\infty}^{+\infty} \hat{n} \times (\hat{n} \times \beta) \times \exp \left[ i\omega \left( t - \frac{\hat{n} \cdot r(t)}{c} \right) \right] dt \right|^2$$

を用いて電子がヘリカル（らせん）運動する時の放射の分布を求めると



$$\frac{d^2 I(\omega)}{d\omega d\Omega} = \frac{e^2 \omega^2 K^2}{4\pi^3 c \epsilon_0 \omega_0^2 \gamma^2} \sum_{n=1}^{\infty} G_n(\omega)$$

$$G_n(\omega) = \left[ J_n'^2(x) + \left( \frac{\gamma\theta}{K} - \frac{n}{x} \right)^2 J_n^2(x) \right] \times \frac{\sin^2 \left[ N\pi \left( \frac{\omega}{\omega_1} - n \right) \right]}{\left[ \left( \frac{\omega}{\omega_1} - n \right) \right]^2}$$

$J_n, J_n'$  はベッセル関数とその微分

となる。

# 放射の基本周波数（エネルギー）

アンジュレーター放射の基本周波数は次のように与えられる。

$$\omega_1 = \frac{2\gamma^2\omega_0}{1 + K^2}$$

但し

$$\gamma = E_{\text{beam}}/m_0$$

$$\omega_0 = 2\pi\beta_z c/\lambda_u$$

光子のエネルギー  
に直すと

$$E_1 = \hbar\omega_1 = \frac{2\gamma^2\hbar\omega_0}{1 + K^2}$$

$\lambda_u=9\text{mm}$ ,  $K=1.5$ として、ガンマ線のエネルギー $E_1=20\text{MeV}$ を得るためには、 $E_{\text{beam}} = 250 \text{ GeV}$  となる

ヘリカルアンジュレーター方式でガンマ線を作るには、  
非常に高いエネルギーの電子ビームが必要となる。

# 放射のエネルギー分布

光子のエネルギー分布（個数）に書き直す（角度については積分）と

$$\frac{dN_{ph}}{dE} = \frac{10^6 e^3}{4\pi\epsilon_0 c^2 \hbar^2} \frac{K^2}{\gamma^2} \times \sum_{n=1}^{\infty} \left[ J_n'^2(x) + \left( \frac{\alpha_n}{K} - \frac{n}{x} \right)^2 J_n^2(x) \right]$$

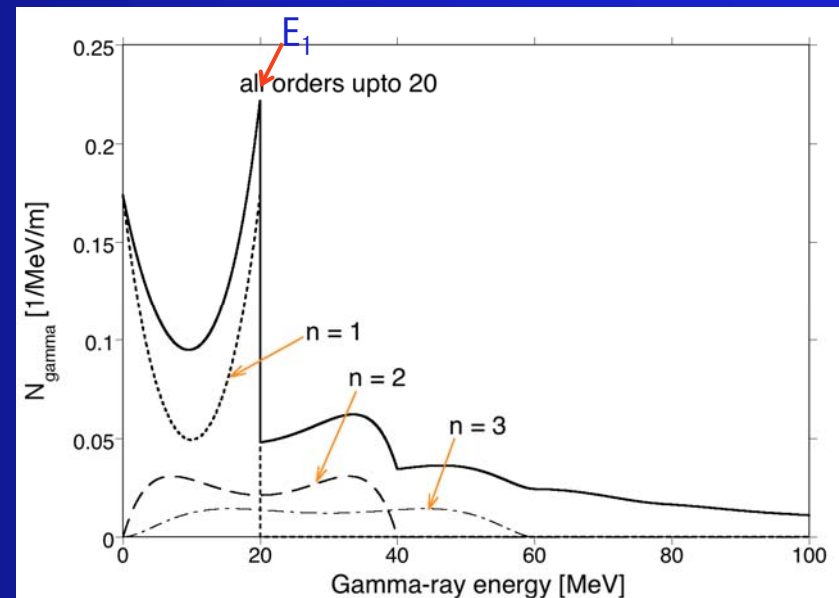
$$\alpha_n^2 = \left[ n \cdot \frac{\omega_1(1+K^2)}{\omega} - 1 - K^2 \right]$$

$$x = 2K \cdot \frac{\omega}{\omega_1(1+K^2)} \cdot \alpha_n$$

となる。

基本波 (n=1) の成分により、 $E_1=20\text{MeV}$  付近にピークがあることがわかる。

しかし高調波 (n>=2) の寄与もそれなりにあって、高いエネルギーまで分布が伸びている。



# アンジュレータ光子の偏極の向き

光子の偏極の向きで区別して書き直すと

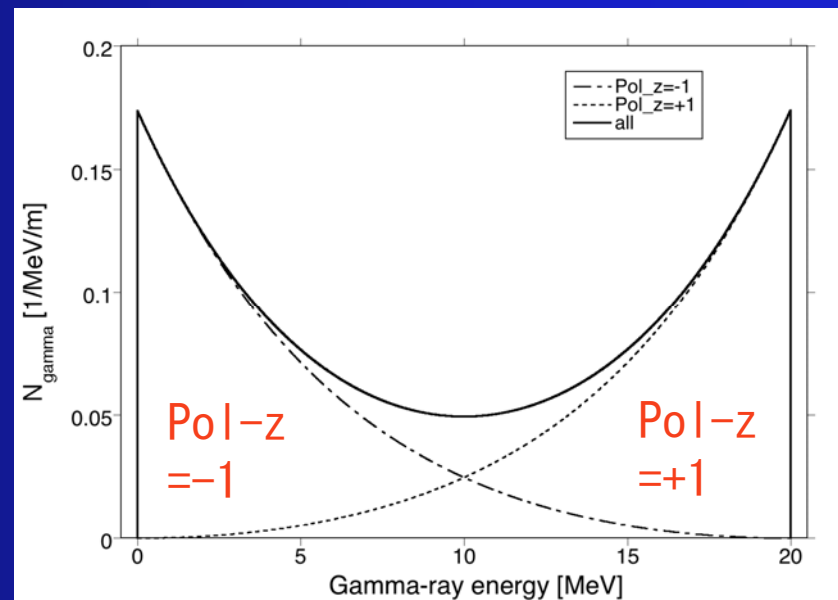
$$\frac{dN_{ph}}{dE} = \frac{10^6 e^3}{4\pi\epsilon_0 c^2 \hbar^2} \frac{K^2}{\gamma^2} \times \sum_{n=1}^{\infty} [A_n + B_n]$$

$$A_n = \frac{1}{2} \left\{ J'_n(x) + \left( \frac{\alpha_n}{K} - \frac{n}{x} \right) J_n(x) \right\}^2 \quad \leftarrow \text{スピン前向き Pol-z = +1}$$

$$B_n = \frac{1}{2} \left\{ J'_n(x) - \left( \frac{\alpha_n}{K} - \frac{n}{x} \right) J_n(x) \right\}^2 \quad \leftarrow \text{スピン後向き Pol-z = -1}$$

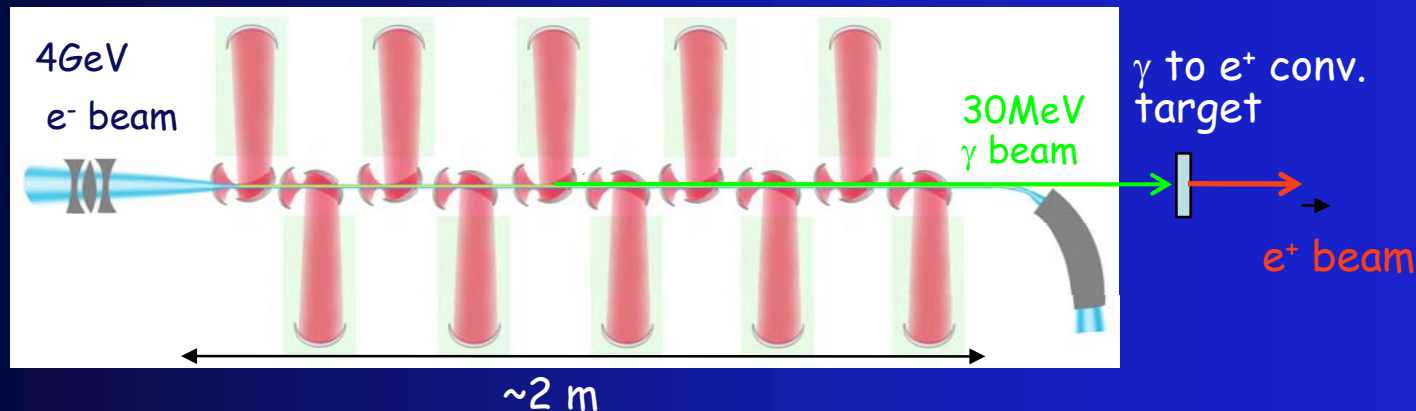
基本波 (n=1) のみに注目すると、  
エネルギーの高い方が主にスピン前向きの成分となることがわかる。

これを薄い標的に当てて、陽電子を生成させ、エネルギーの高い成分を集めると、偏極した陽電子ビームを作れる。





# レーザー逆コンプトン方式



(M. Kuriki、 ILC用レーザーコンプトン陽電子源の案より引用)

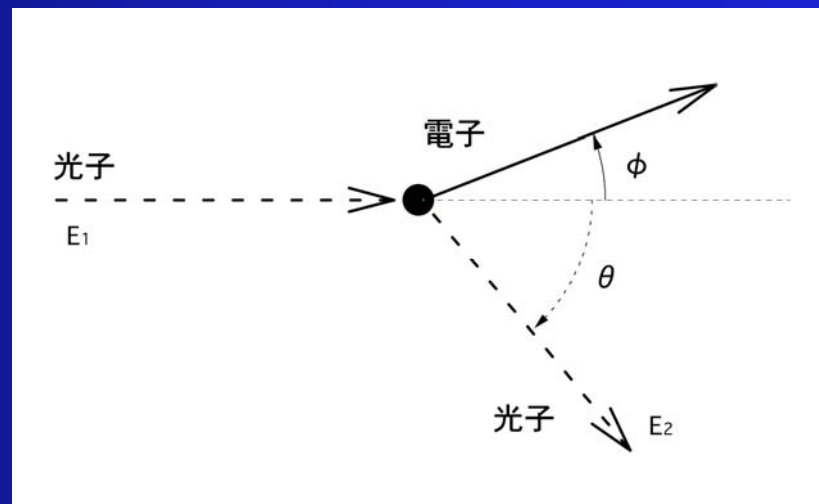
偏極したガンマ線を作るために、偏極レーザー光を電子ビームに当てて逆コンプトン散乱させる。ビームエネルギーは数GeVで良く、ガンマ線発生部の大きさもそれほど大きくない。

非常にハイパワーのレーザーが必要

これを薄い標的に当てて、偏極した陽電子を取り出す。

# コンプトン散乱

コンプトン散乱とはほぼ静止している電子に光子が衝突して、電子が弾き飛ばされる弾性散乱反応である。



エネルギーと運動量の保存則

$$E_1 = E_2 + m_0 c^2 \left\{ \frac{1}{\sqrt{1 - \beta_2^2}} - 1 \right\}$$

$$\frac{E_1}{c} = \frac{E_2}{c} \cos \theta + \frac{m_0 \beta_2 c}{\sqrt{1 - \beta_2^2}} \cos \phi$$

$$0 = \frac{E_2}{c} \sin \theta - \frac{m_0 \beta_2 c}{\sqrt{1 - \beta_2^2}} \sin \phi$$



$$E_2 = \frac{(m_0 c^2) \cdot E_1}{(m_0 c^2) + (1 - \cos \theta) \cdot E_1}$$

$$\cos \theta = 1 + \left( \frac{1}{E_1} - \frac{1}{E_2} \right) (m_0 c^2)$$

光子の散乱角とエネルギーの変化量との関係式

# クライン-仁科の式

コンプトン散乱についての有名なクライン-仁科の式は次のように与えられる。

(全断面積)

$$\sigma_0 = 2\pi r_0^2 \left( \frac{1+\alpha}{\alpha^2} \left[ \frac{2(1+\alpha)}{1+2\alpha} - \frac{\ln(1+2\alpha)}{\alpha} \right] + \frac{\ln(1+2\alpha)}{2\alpha} - \frac{1+3\alpha}{(1+2\alpha)^2} \right)$$

$$\alpha = E_1/(m_0c^2)$$

(微分断面積) 但し、偏極を考慮しない場合

$$\frac{d\sigma_0}{d\Omega} = \frac{r_0^2}{2} \left( \frac{E_2}{E_1} \right)^2 \left( \frac{E_1}{E_2} + \frac{E_2}{E_1} - \sin^2 \theta \right)$$

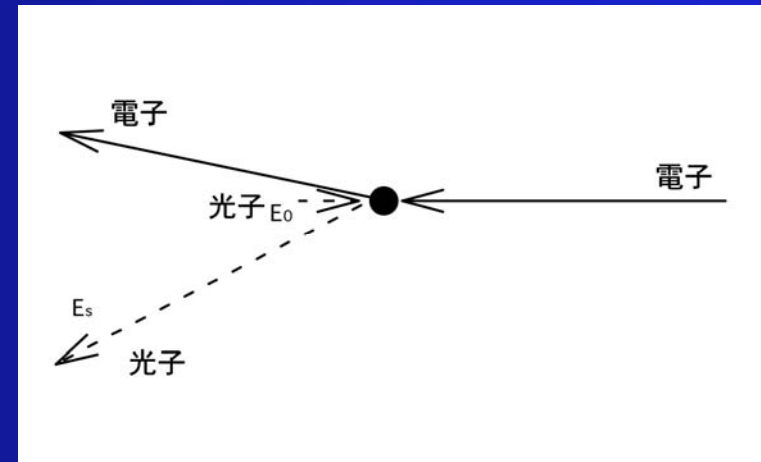
或いは、

$$\frac{d\sigma_0}{d\Omega} = \frac{r_0^2}{2} \left( \frac{1}{1 + (1 - \cos \theta)\alpha} \right)^2 \times \left[ 1 + \cos^2 \theta + \frac{(1 - \cos \theta)^2 \alpha^2}{1 + (1 - \cos \theta)\alpha} \right]$$

# 逆コンプトン散乱

逆コンプトン散乱は、  
電子が光子にぶつかって  
光子が弾き飛ばされる反応

しかし電子の静止座標系に移れば  
普通のコンプトン散乱とまったく  
同じ反応である。



静止座標系： 入射光子と出射光子のエネルギー：  $E_1$ ,  $E_2$   
実験室座標系： 入射光子と出射光子のエネルギー：  $E_0$ ,  $E_s$   
の間にはローレンツ変換により次のような関係が成り立つ。

$$\begin{aligned} E_1 &= \gamma_b E_0 - \gamma_b \beta_b \times E_0 = \gamma_b E_0 (1 - \beta_b) \\ E_s &= \gamma_b E_2 + \gamma_b \times E_2 \cos \theta = \gamma_b E_2 (1 + \beta_b \cos \theta) \end{aligned}$$

$$E_s = \gamma_b \frac{(m_0 c^2) \cdot E_1}{(m_0 c^2) + (1 - \cos \theta) \cdot E_1} (1 + \beta_b \cos \theta)$$

$$\begin{aligned} E_s(max) &= \frac{\gamma_b^2 (m_0 c^2) E_0 (1 - \beta_b)^2}{(m_0 c^2) + 2\gamma_b E_0 (1 - \beta_b)} \\ &\sim 4\gamma_b^2 E_0 \end{aligned}$$

跳ね返された光子はエネルギーが  
 $\gamma_b^2$ 倍になる。

$$0.117\text{eV} \times (3350/0.511)^2 = 20 \times 10^6 \text{ eV}$$

# コンプトン光子の偏極の向き

光子の偏極の向きで区別して書き直すと下のような付加項が付く

$$\frac{d\sigma_P}{d\Omega} = \frac{r_0^2}{2} \left( \frac{1}{1 + (1 - \cos \theta)\alpha} \right)^2 \times \left[ 2 + \frac{(1 - \cos \theta)^2 \alpha^2}{1 + (1 - \cos \theta)\alpha} \right] \cos \theta$$

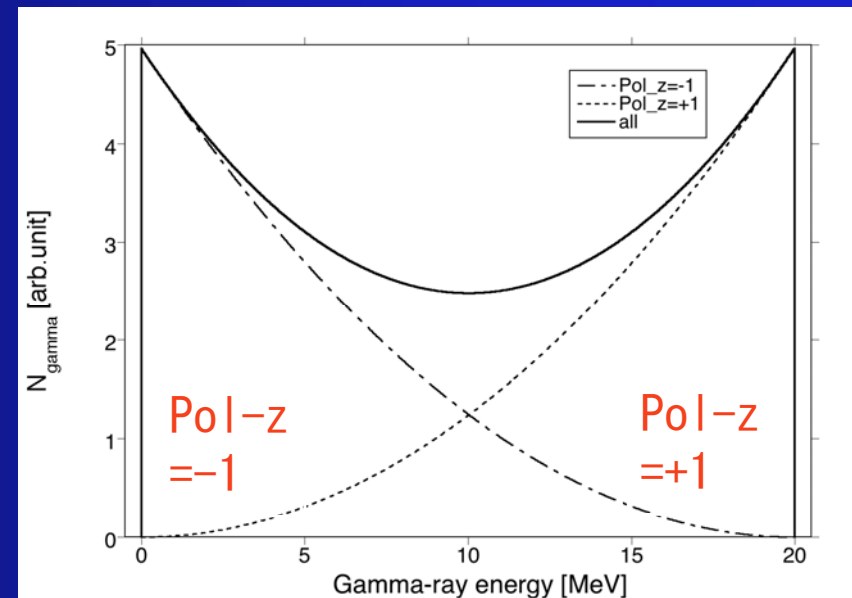
$$\begin{aligned} \frac{d\sigma_{(+1)}}{d\Omega} &= \frac{d\sigma_0}{d\Omega} + \frac{d\sigma_P}{d\Omega} \\ \frac{d\sigma_{(-1)}}{d\Omega} &= \frac{d\sigma_0}{d\Omega} - \frac{d\sigma_P}{d\Omega} \end{aligned}$$

← スピン前向き Pol-z = +1

← スピン後向き Pol-z = -1

アンジュレーター放射と同様に、**エネルギーの高い方が主にスピン前向き**の成分となることがわかる。

これを薄い標的に当てて、陽電子を生成させ、エネルギーの高い成分を集めると、偏極した陽電子ビームを作れる。



# アンジュレータvsコンプトン方式（1）

アンジュレータ放射による光子発生と逆コンプトン散乱によるものは、物理的なプロセスとしては本質的には同一である。  
 低いエネルギーの光子を高いエネルギーの電子で蹴り出して数十MeVのガンマ線をつくる。そしてそのうちエネルギーの高い成分は主に前向き  
 の偏極を持って出てくるというのが基本的なアイデアである。

方式	$\gamma$ 線エネルギー	入射(仮想)光子	電子ビーム
アンジュレータ	20 MeV	$1.4 \times 10^{-4}$ eV	250 GeV
コンプトン	20 MeV	0.117 eV	3 GeV

アンジュレーター方式では電子ビームに必要なエネルギーが非常に高いので衝突前の電子ビームを使う必要がある。

→加速器のレイアウト、運転形態が複雑になる

→電子ライナック側が完成するまで陽電子生成の運転試験ができない

コンプトン方式では陽電子生成用の独立ライナックを作ることができる  
 (リングの蓄積ビームを使う案も考えられている)

# アンジュレータvsコンプトン方式（2）

アンジュレータ光子の強度は主にアンジュレータの長さで決まる。必要な陽電子強度を確保するためには非常に長いアンジュレータ（リニアコライダーの設計案では長さ 200 m）を作り、その中をまっすぐにビームを通す必要がある。

→この微妙なビーム制御ができるか？

→非常に長い（超伝導）アンジュレータの安定した運転ができるか？

逆コンプトン方式では出てくる光子の強度は、入射光子と電子の強度で決まる。電子ビームの強度には限度がある（最近はライナックの代わりにリングに蓄積された電子ビームを使うというアイデアもある）ので、レーザー光子の強度を非常に強くする必要がある。

→このような高出力レーザーが実現できるか？安定して運転できるか？

→レーザー光蓄積する光空洞の耐久性は？安定性は？

現状のリニアコライダーの設計案ではアンジュレータ方式が採用されているが、技術的に難しい点も多いので逆コンプトン方式についても検討、開発が平行して進められている。

# 終わりに

- 将来のリニアコライダーにおいて陽電子源は最も難しいコンポーネントの1つであることは間違いない。
  - 標的破壊の問題
  - 偏極陽電子生成
- 今こそ、若い人が何か新しいアイデアを出す事が求められている時かもしれない。