ERL電子銃

原子力機構ERLグループ
西森信行

加速器セミナーOHO2008, Sep. 4th, 2008

アウトライン

●イントロダクション
●DC電子銃の構成
●Courant−Snyder理論のエミッタンス
●rmsエミッタンス
●熱カソードと電子放出
●熱電子のrmsエミッタンス
●光カソードと光電子のrmsエミッタンス
●NEA GaAsカソード
●NEA GaAs 電子銃
●電子ビーム計測（主にエミッタンス）
●スライスエミッタンスとエミッタンス補償

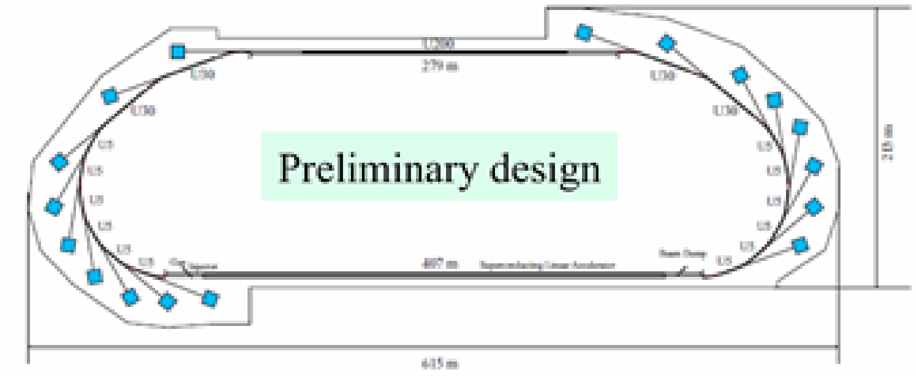
●熱陰極DC電子銃
●Courant−Snyder理論の解説
●空間電荷力の解説

第3世代光源の先は…

SPring-8

SPring-8 home page: http://www.spring8.or.jp

PF-ERL



ERL Project office: http://pfwww.kek.jp/ERLoffice/

100mAは何クーロン/時間に相当する？

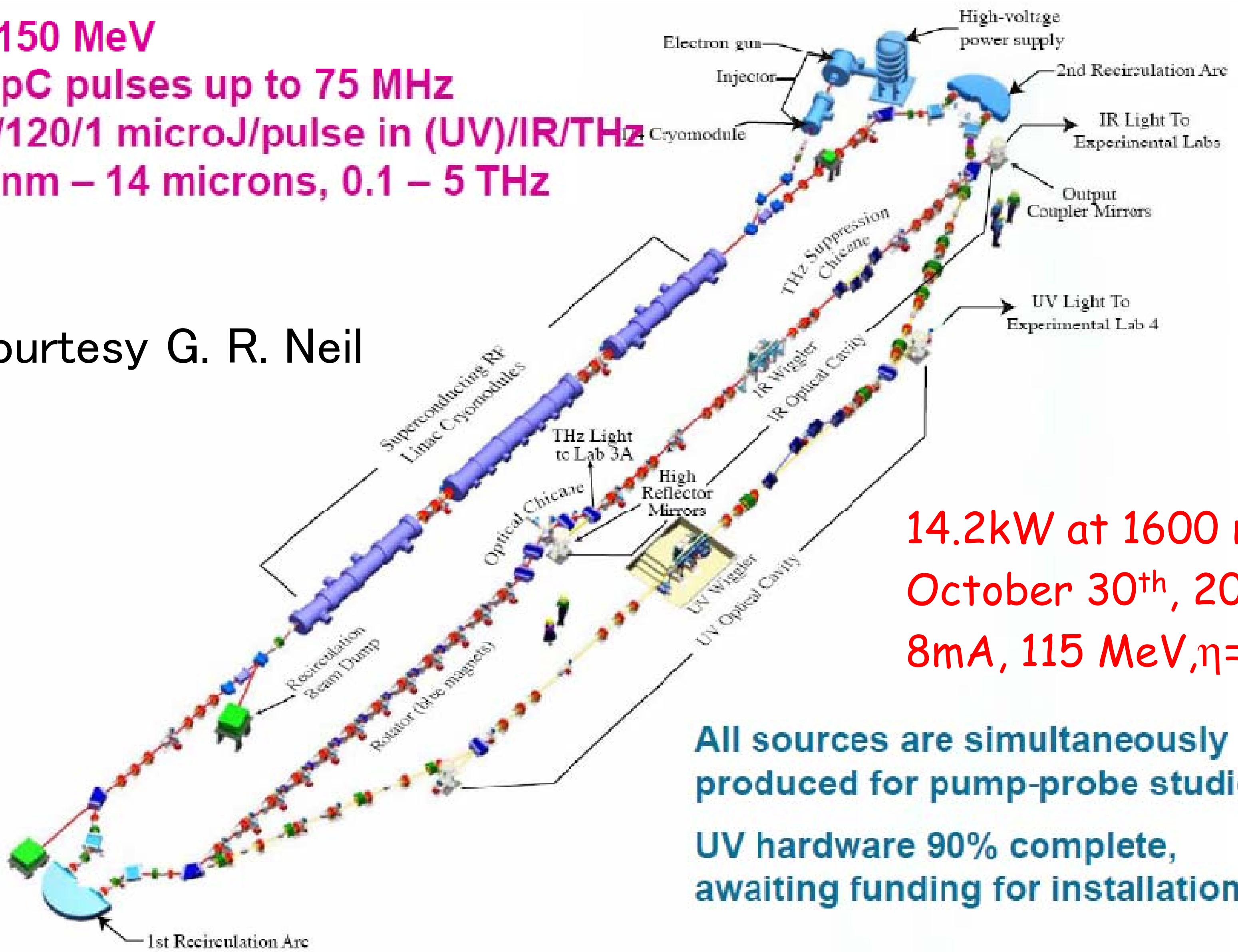
360クーロン/時間

	5 GeV ERL放射光源
周回エネルギー	5 GeV
繰り返し周波数	1.3 GHz CW
電子バンチ電荷	7.7—77pC
平均電流	10—100mA
電子バンチ長	0.1−−3 ps FWHM
規格化エミッタンス	0.1—1 mm−mrad

JLab Energy Recovered Linac

E = 150 MeV
135 pC pulses up to 75 MHz
(20)/120/1 microJ/pulse in (UV)/IR/THz
250 nm – 14 microns, 0.1 – 5 THz

Courtesy G. R. Neil



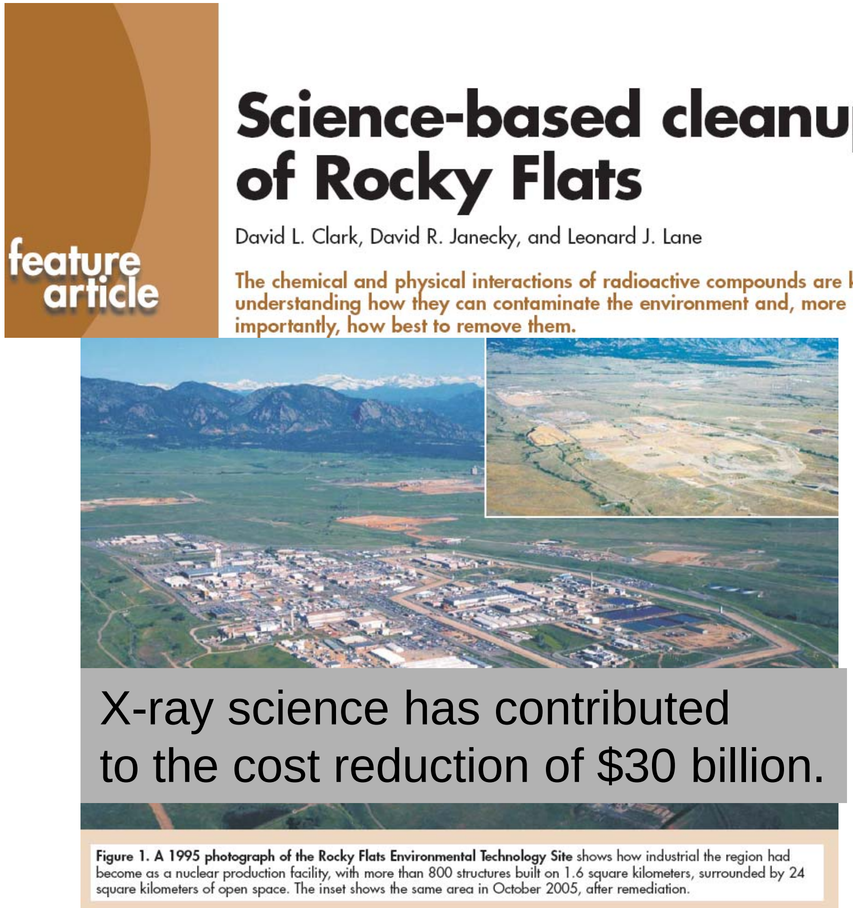
14.2kW at 1600 nm
October 30th, 2006
8mA, 115 MeV, η=1.5%

All sources are simultaneously produced for pump-probe studies

UV hardware 90% complete, awaiting funding for installation

光科学の原子力への応用

Physics Today, Sep. 2006.



feature article

Science-based cleanup of Rocky Flats

David L. Clark, David R. Janecky, and Leonard J. Lane

The chemical and physical interactions of radioactive compounds are key to understanding how they can contaminate the environment and, more importantly, how best to remove them.

Figure 1. A 1995 photograph of the Rocky Flats Environmental Technology Site shows how industrial the region had become as a nuclear production facility, with more than 800 structures built on 1.6 square kilometers, surrounded by 24 square kilometers of open space. The inset shows the same area in October 2005, after remediation.

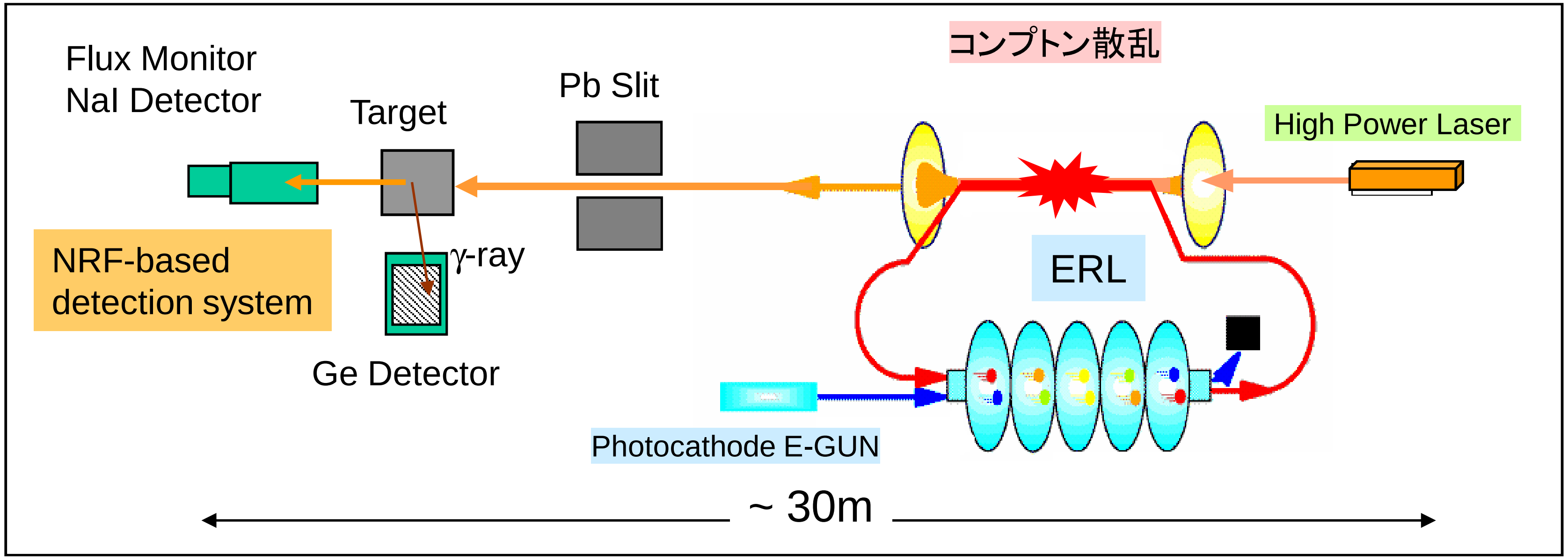
X-ray science has contributed
to the cost reduction of $30 billion.

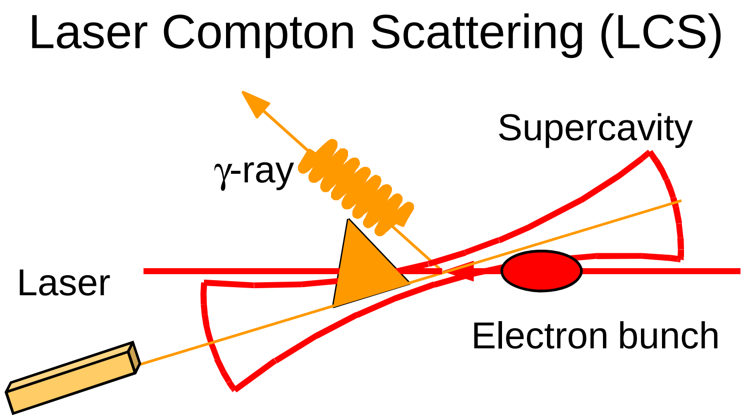
Radioactive waste in JAEA

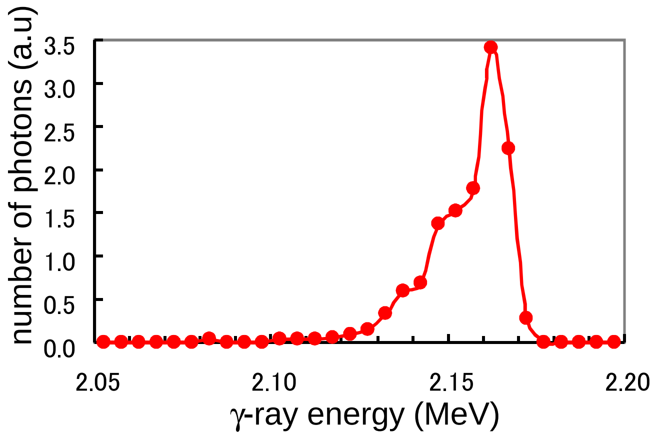
cleanup of all the waste in JAEA
costs $20 billion and 80 years.

the most urgent issue !

ERLを使った高輝度γ線源

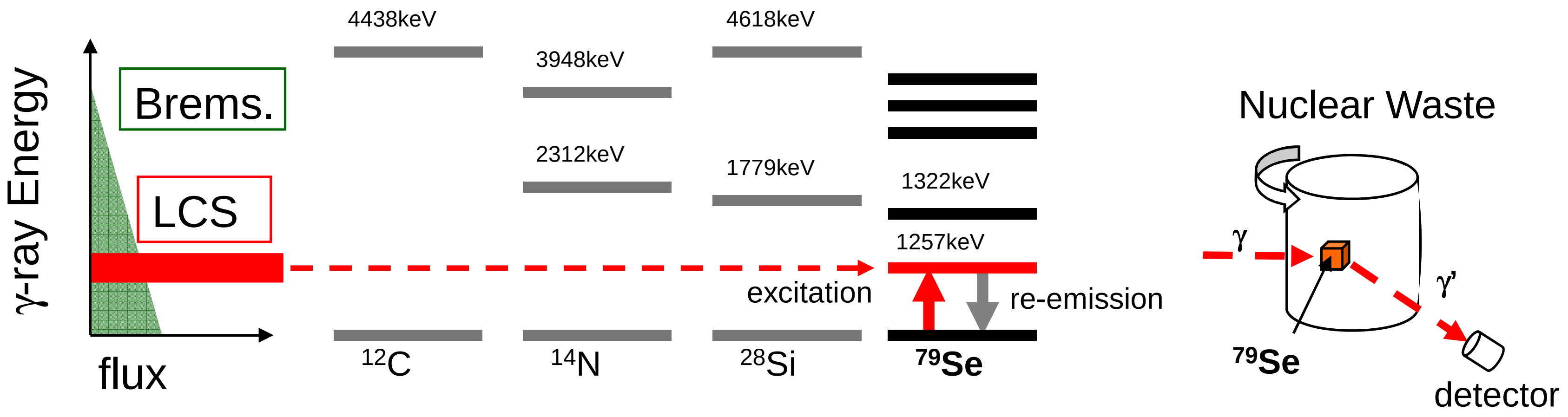






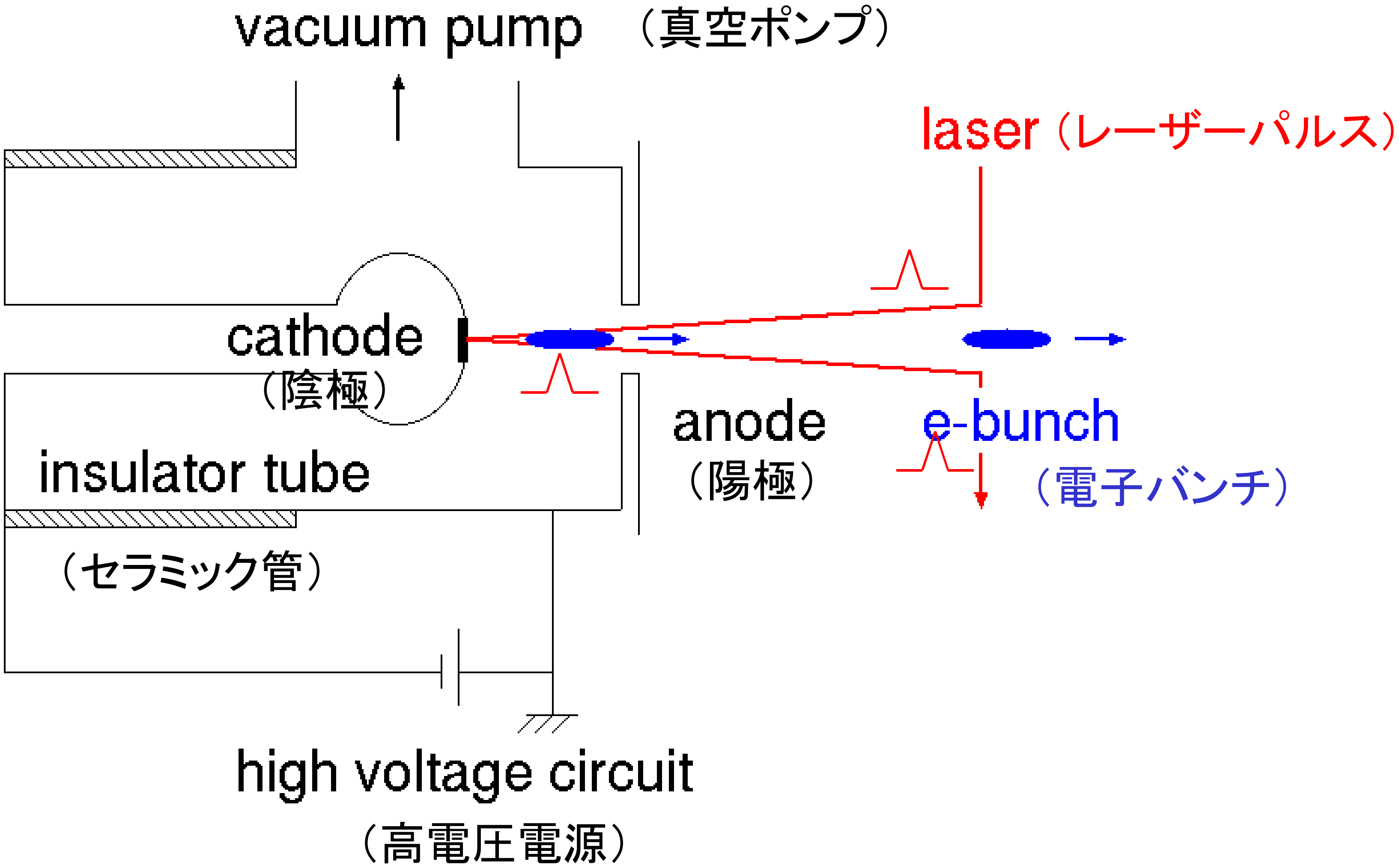
R. Hajima et al., J. Nucl. Sci. and Tech. 45, 441 (2008).

NRF(Nuclear Resonant Fluorescence)を使った核廃棄物中の同位体検出



- 検出したい核同位体のNRFエネルギーにチューンしたガンマ線照射
- 特定のNRFガンマ線をエネルギー分解能の高い検出器で検出
- 1−3 MeV のガンマ線は透過力が高いので、厚いターゲットでも検出可能

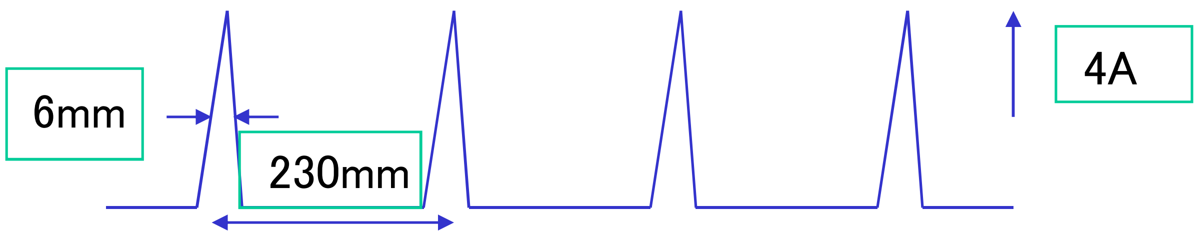
DC光陰極電子銃の構成



次世代放射光源実機とプロトタイプ電子銃パラメーター

	次世代放射光源実機	プロトタイプ
電圧	500 kV	250 kV
繰り返し周波数	1.3GHz CW	83.3 MHz CW
電子バンチ電荷	7.7—77pC	7.7—77pC
平均電流	10—100mA	0.64—6.4mA (max 50mA)
電子バンチ長	20 ps FWHM	20 ps FWHM
規格化rmsエミッタンス	0.1—1mm-mrad	1mm-mrad

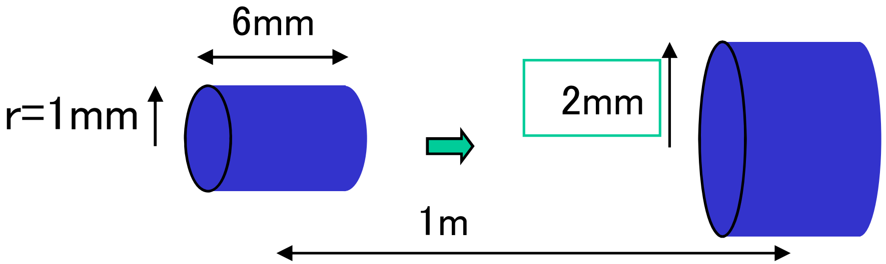
縦バンチ構造
バンチ幅？
バンチ間隔？
ピーク電流？



次世代放射光源実機とプロトタイプ電子銃パラメーター

	次世代放射光源実機	プロトタイプ
電圧	500 kV	250 kV
繰り返し周波数	1.3GHz CW	83.3 MHz CW
電子バンチ電荷	7.7−77pC	7.7−77pC
平均電流	10−100mA	0.64−6.4mA (max 50mA)
電子バンチ長	20 ps FWHM	20 ps FWHM
規格化rmsエミッタンス	0.1−1mm-mrad	1mm-mrad

規格化エミッタンス1mm-mrad、$\beta\gamma=1$(230keV)、
半径1mmのビームが1m進んだ時の半径は？



$$\text{エミッタンス} = \frac{\text{規格化エミッタンス}}{\beta\gamma}$$

$$\text{ローレンツ因子} \qquad \gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}$$

エネルギー5GeV
規格化エミッタンス1mm-mrad
のエミッタンスは?

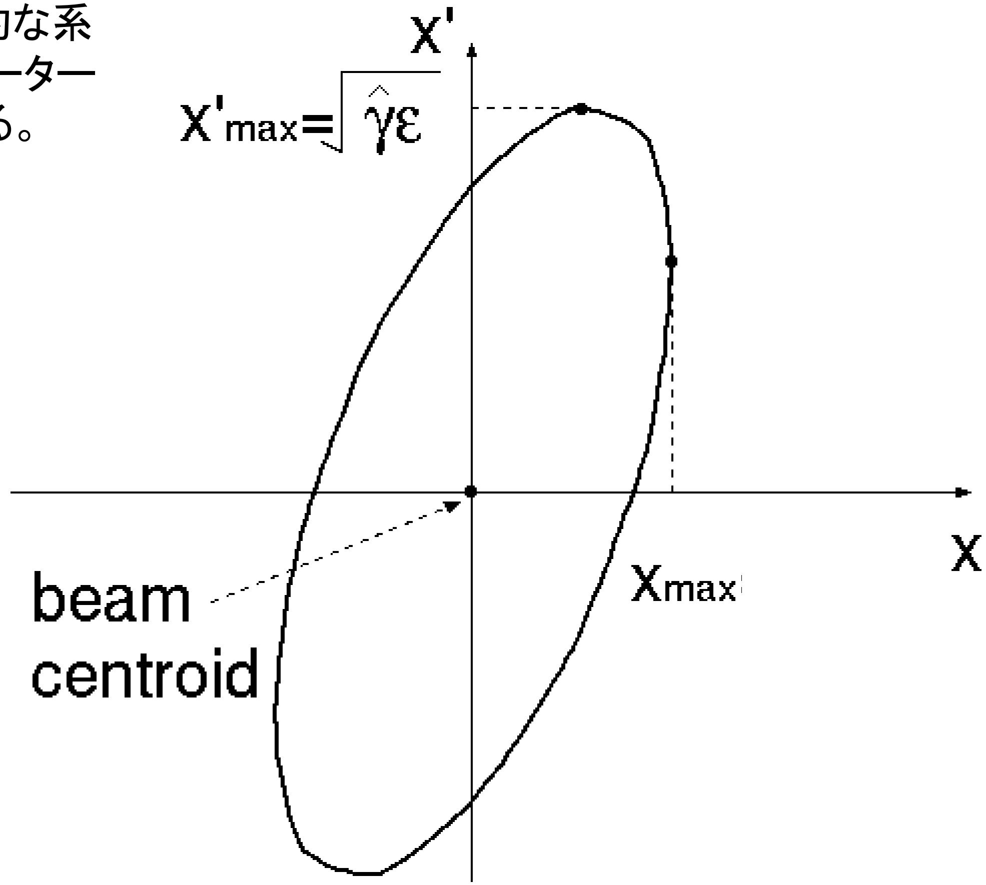
1x10^{-4}mm-mrad

Courant Snyder 理論

空間電荷力の小さい、エミッタンスの支配的な系では、ビーム位相空間分布はツイスパラメーターα,β,γとエミッタンスεを使った楕円で表される。

$$\hat{\gamma}x^2 + 2\hat{\alpha}xx' + \hat{\beta}x'^2 = \epsilon_x \pi$$

$$\hat{\beta}\hat{\gamma} - \hat{\alpha}^2 = 1$$



α>0の場合のXmax（エンベロープ）を求めたい。
あるx' に対し、大きいほうのxは

$$x = \frac{-\hat{\alpha}x' + \sqrt{\hat{\gamma}\epsilon_x - x'^2}}{\hat{\gamma}}$$

右辺をx' で微分すると、$x' = \sqrt{\hat{\alpha}^2\epsilon_x/\hat{\beta}}$

の時にxは最大値 $\boxed{X_{max} = \sqrt{\hat{\beta}\varepsilon}}$ となる。

ビームエンベロープの式は $x_m'' + \kappa x_m - \dfrac{\epsilon_x^2}{x_m^3} = 0$

rmsエミッタンス

電子銃カソードの熱エミッタンスを扱うとき等、次に定義されるrmsエミッタンスを用いる。

$$\tilde{\epsilon}_x = \sqrt{\langle x^2 \rangle \langle x'^2 \rangle - \langle x x' \rangle^2}$$

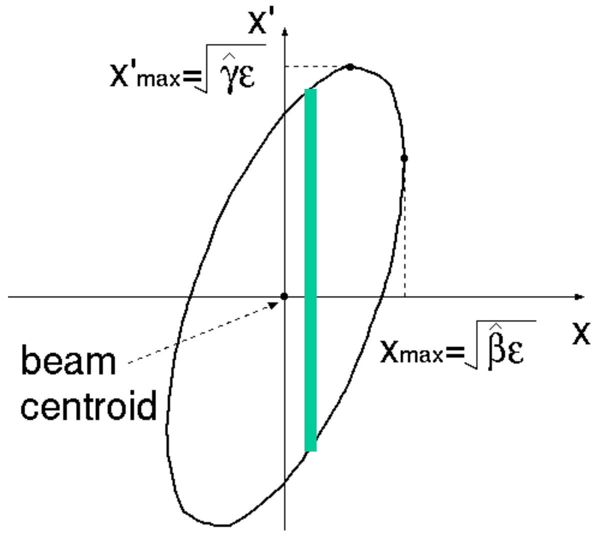
Courant-Snyder理論のエミッタンスとrmsエミッタンスの関係は？

粒子分布f(x,y,x’,y’)に対して $\langle x^2 \rangle = \dfrac{\int\int\int\int x^2 f(x,y,x',y') dx dy dx' dy'}{\int\int\int\int f(x,y,x',y') dx dy dx' dy'}$

粒子分布が楕円 $\hat{\gamma} x^2 + 2\hat{\alpha} x x' + \hat{\beta} x'^2 = \epsilon_x \pi$
内で一様と仮定すると、

あるxに対して $\dfrac{-\hat{\alpha}x - \sqrt{\hat{\beta}\epsilon_x - x^2}}{\hat{\beta}} \le x' \le \dfrac{-\hat{\alpha}x + \sqrt{\hat{\beta}\epsilon_x - x^2}}{\hat{\beta}}$
からf(x,x’)が求まり、

$$\langle x^2 \rangle = \frac{2\int_{-(\hat{\beta}\epsilon_x)^{1/2}}^{(\hat{\beta}\epsilon_x)^{1/2}} x^2 \frac{(\hat{\beta}\epsilon_x - x^2)^{1/2}}{\hat{\beta}} dx}{2\int_{-(\hat{\beta}\epsilon_x)^{1/2}}^{(\hat{\beta}\epsilon_x)^{1/2}} \frac{(\hat{\beta}\epsilon_x - x^2)^{1/2}}{\hat{\beta}} dx} = \boxed{\frac{\hat{\beta}\epsilon_x}{4}}$$



<x’²>と<xx’>についても同様に計算すると、$\tilde{\epsilon}_x = \boxed{\dfrac{\epsilon_x}{4}}$

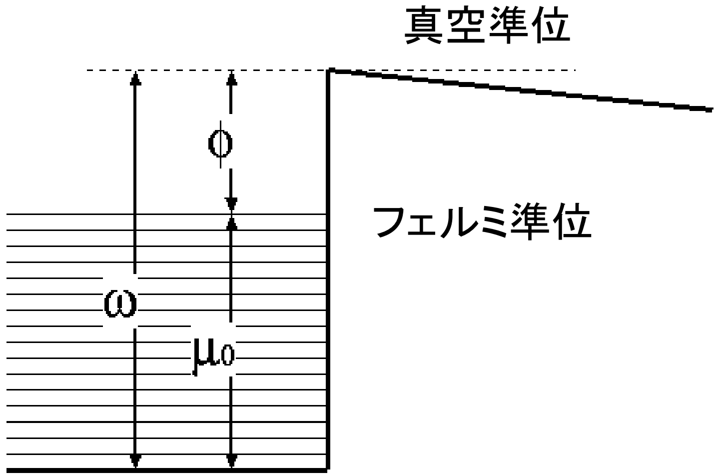
カソード

熱カソードの材料は金属が基本。
純金属、酸化物皮膜金属、
表面にバリウム層が維持される含浸型陰極、
CeB_6、LaB_6等
写真はY646B(EIMAC)含浸型

光カソードは金属や半導体が利用される。
金属はUVレーザーを必要とするので、
大電流用途には半導体が用いられる。
写真はGaAs半導体カソード

熱電子放出

高温では真空準位よりも高いエネルギーを持つ電子が存在する。
金属表面から真空に熱電子として放出され、熱カソードとして電子銃に使われる。
熱カソードのエミッタンスは？



0Kでの金属中電子エネルギー準位

エネルギーがε<Eの金属中電子数は

$$N = \int_0^E f(\varepsilon) D(\varepsilon) d\varepsilon$$

フェルミ分布 $$f(\varepsilon) = \frac{1}{e^{(\varepsilon-\mu)/kT}+1}$$

$$\varepsilon = (p_x^2 + p_y^2 + p_z^2)/2m$$

電子の状態密度は

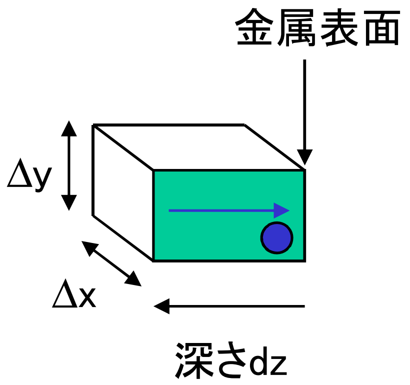
スピンに由来

$$D(\varepsilon) = \frac{2}{h^3}\frac{d}{d\varepsilon}\left[\int_{-\infty}^{\infty} dp_x \int_{-\infty}^{\infty} dx \int_{-\infty}^{\infty} dp_y \int_{-\infty}^{\infty} dy \int_{-\infty}^{\infty} dp_z \int_{-\infty}^{\infty} dz\right]$$

$$N = \frac{2}{h^3}\int_{-\infty}^{\infty} dp_x \int_{-\infty}^{\infty} dx \int_{-\infty}^{\infty} dp_y \int_{-\infty}^{\infty} dy \int_{-\infty}^{\infty} dp_z \int_{-\infty}^{\infty} dz \frac{1}{e^{(\varepsilon-\mu)/kT}+1}$$

熱電子放出

●表面から深さdzにいる電子がΔt時間内に表面に達するには、$p_z\Delta t/m$ > dzを満たす必要がある



単位面積、単位時間あたりの放出量

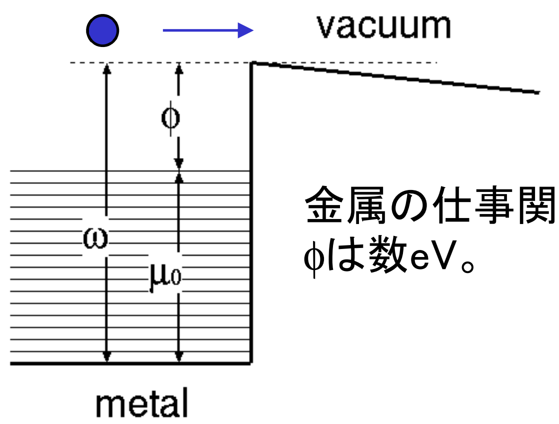
$$N_{rad} = \frac{N}{\Delta t \Delta x \Delta y} = \frac{2}{h^3}\int\int\int \frac{p_z}{m}\frac{1}{e^{(\varepsilon-\mu)/kT}+1}dp_x dp_y dp_z$$

●障壁wを越えることのできる電子のみ放出　　$p_x^2 + p_y^2 = p'^2$

$$N_{rad} = \frac{2}{h^3}\int_{\sqrt{2mw}}^{\infty} dp_z \frac{p_z}{m} \int_0^{\infty} 2\pi p' dp' \frac{1}{e^{\left(\frac{p_z^2+p'^2}{2m}-\mu\right)/kT}+1}$$

$$= \frac{4\pi m kT}{h^3}\int_w^{\infty} d\varepsilon_z \ln\left[1+e^{(\mu-\varepsilon_z)/kT}\right]$$

$p_z^2/(2m)>w$であれば



金属の仕事関数
φは数eV。

kボルツマン定数　1.38x10^{-23} J/K　　e 素電荷　1.6x10^{-19} C
を使って温度T=3000Kの時にkT[eV]を求めよ。

1.38x10^{-23}x3000/(1.6x10^{-19})=0.26 [eV] = 260 [meV]

$$= \frac{4\pi m (kT)^2}{h^3} e^{-\phi/kT}$$

熱電子のrmsエミッタンス$\sqrt{\langle x^2\rangle\langle x'^2\rangle-\langle xx'\rangle^2}$

電子放出量を求めたのと同様に、陰極面に平行な方向のエネルギーの平均値を求める

$$\langle \varepsilon' \rangle = \frac{4\pi m}{h^3 N_{rad}} \int_w^\infty d\varepsilon_z \int_0^\infty d\varepsilon' \varepsilon' \frac{e^{-(\varepsilon_z+\varepsilon'-\mu)/kT}}{e^{-(\varepsilon_z+\varepsilon'-\mu)/kT}+1}$$

$w-\mu = \phi \gg kT$ から $\varepsilon_z+\varepsilon'-\mu \geq w-\mu \gg kT$ なので、

$$\langle \varepsilon' \rangle = \frac{4\pi m}{h^3 N_{rad}} \int_w^\infty d\varepsilon_z^{\;2} \int_0^\infty d\varepsilon' \varepsilon' e^{-(\varepsilon_z+\varepsilon'-\mu)/kT}$$

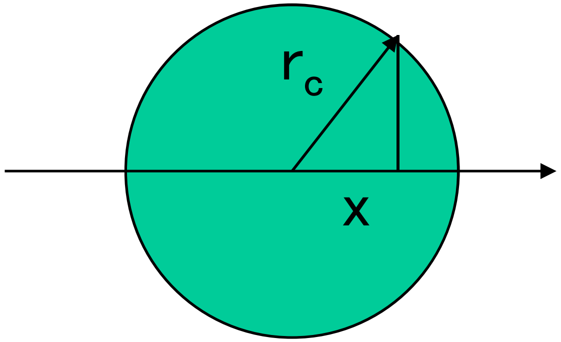
$$= \frac{4\pi m}{h^3 N_{rad}} (kT)^3 e^{-(w-\mu)/kT} = kT$$

x方向のエネルギーの平均値は $\langle \varepsilon_x \rangle = \boxed{\dfrac{kT}{2}}$

$$\langle x'^2 \rangle = \left\langle \frac{(dx/dt)^2}{(dz/dt)^2} \right\rangle = \boxed{\frac{kT}{mc^2\beta^2}}$$

熱電子のrmsエミッタンス$\sqrt{\langle x^2\rangle\langle x'^2\rangle-\langle xx'\rangle^2}$

半径r_cのカソードから一様に電子ビームが出てくるときの$\langle x^2\rangle$を求める



$$\langle x^2\rangle = \int_{-r_c}^{r_c} \frac{2\sqrt{r_c^2-x^2}}{\pi r_c^2} x^2 dx = \boxed{\frac{r_c^2}{4}}$$

$x=r_c\cos\theta$ とおくと…

xとx'に相関がなければ$\langle x\, x'\rangle = 0$

$$\langle x'^2\rangle = \frac{kT}{mc^2\beta^2}$$

なので、rms熱エミッタンスは $\tilde{\epsilon}_x = \frac{r_c}{2\beta}\sqrt{\frac{kT}{mc^2}}$

規格化rms熱エミッタンスは $\tilde{\epsilon}_{nx} = \frac{r_c\gamma}{2}\sqrt{\frac{kT}{mc^2}}$

ボルツマン定数$k=1.38\text{x}10^{-23}$ J/K 、素電荷$e=1.6\text{x}10^{-19}$ Cを使って室温20度の時のkT[eV]を求めよ。

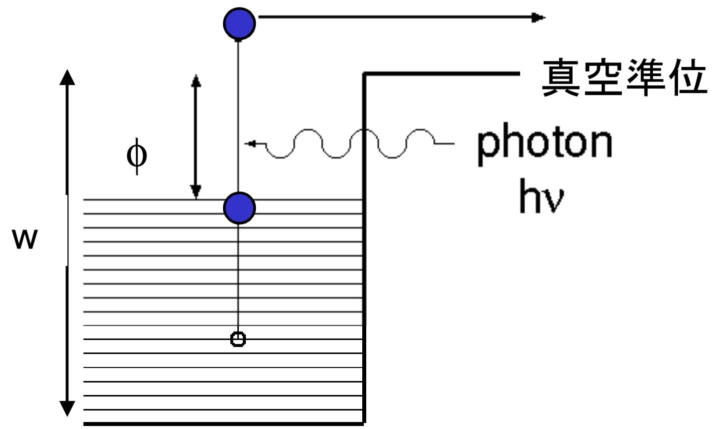
$1.38\text{x}10^{-23}\text{x}(273+20)/(1.6\text{x}10^{-19})=0.025$ [eV] = 25 [meV]

半径r_c=1mm、電子の質量mc^2=511[keV]、γ = 1を使って規格化rms熱エミッタンスを求めよ。

$1\text{x}10^{-3}\text{x}(25\text{x}10^{-6}/511)^{1/2}/2=0.11\text{x}10^{-6}$[m・rad] = 0.11[mm・mrad]

光電子放出

基本的には熱電子放出と同じ計算を行う。レーザー波長のエネルギーを電子が吸収すると、ポテンシャル障壁がhν低くなったとみなして計算する。



rmsエミッタンスは

$$\tilde{\epsilon}_x = \frac{r_c}{2\beta}\sqrt{\frac{h\nu - \phi}{3mc^2} + \frac{kT}{mc^2}}$$

hν−φが小さければ、rmsエミッタンスを室温程度に下げることができ、
0.1mm-mradのエミッタンス実現が可能。
-> NEA(Negative Electron Affinity)表面を持つ GaAs半導体カソードが有力

光カソード

波長λ[nm]、パワーP[W]のレーザーを量子効率QE[%]のカソードに照射した場合に得られる電流量は？

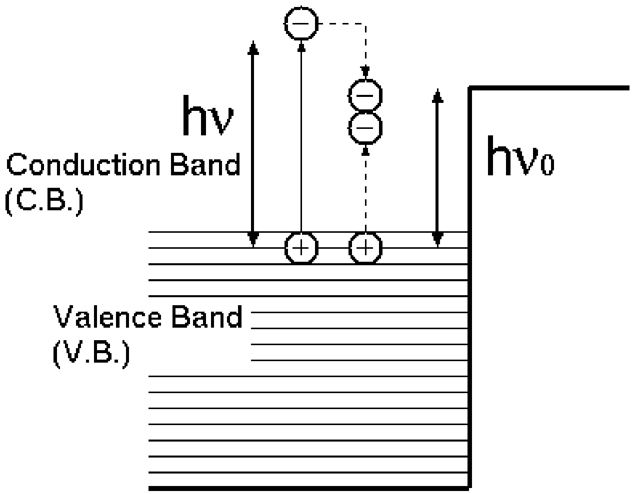
プランク定数$h=6.62\times10^{-34}$[Js]、光速$c=3.0\times10^{8}$[m/s]、素電荷$e=1.6\times10^{-19}$[C]を使って求めよ。

$$I[\mathrm{mA}] = \frac{P[\mathrm{W}]}{hc/(\lambda[\mathrm{nm}]\times10^{-9})} \times \frac{QE[\%]}{100} \times e \times 1000 = \frac{P[\mathrm{W}]\cdot QE[\%]\cdot\lambda[\mathrm{nm}]}{\boxed{124}}$$

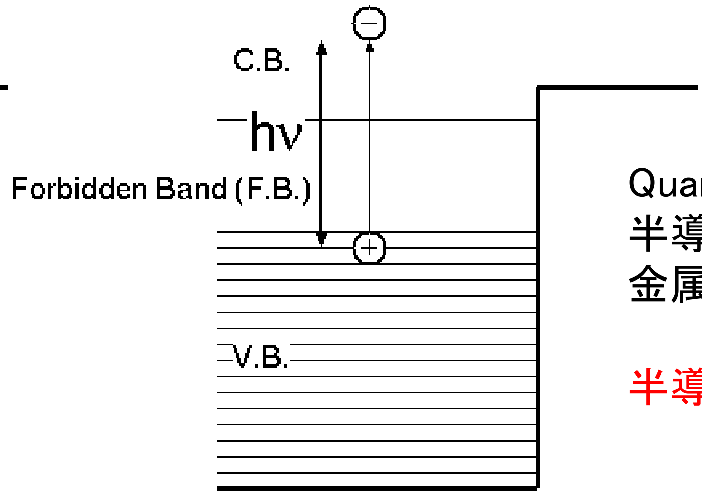
波長800[nm]のレーザーで100mAを得るのに必要なレーザーパワーとカソードQEの積を求めよ。

⇒ $\boxed{15.5 \quad [\mathrm{W}\ \%]}$

金属では電子散乱が主



半導体ではフォノン散乱が主



Quantum Efficiency (QE)
半導体は1-10%
金属は0.001-0.01%

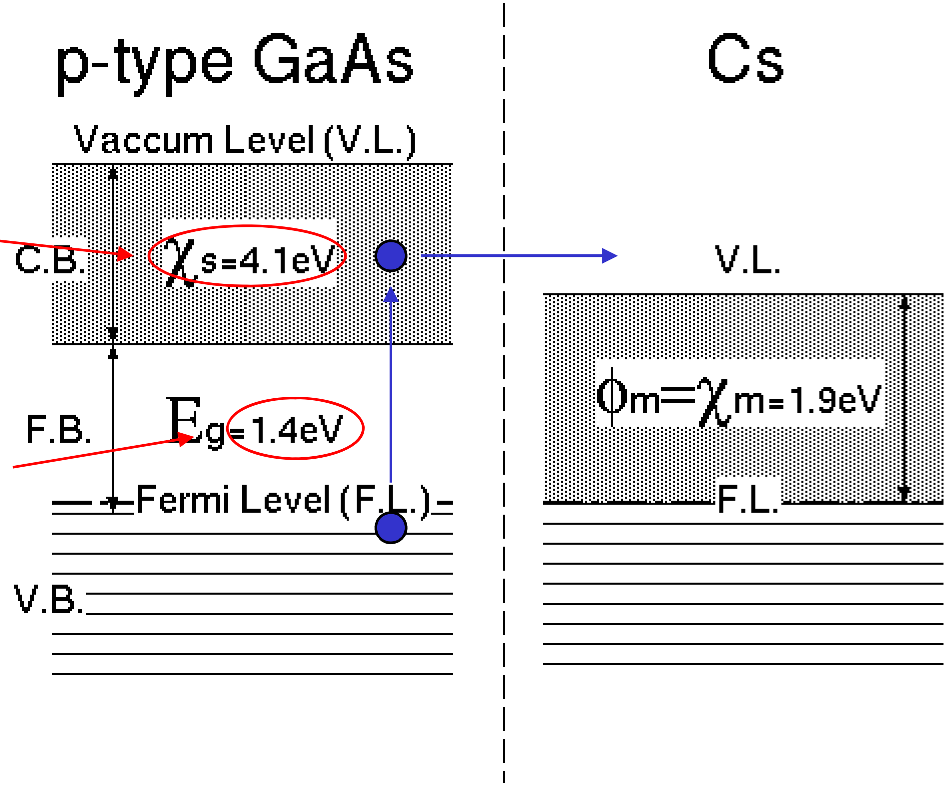
半導体は高QEを持つ!

セシウムの添加による表面真空準位の低下

p型半導体とセシウムのバルク同士の接合

電子親和力
（electron affinity）

バンドギャップエネルギー

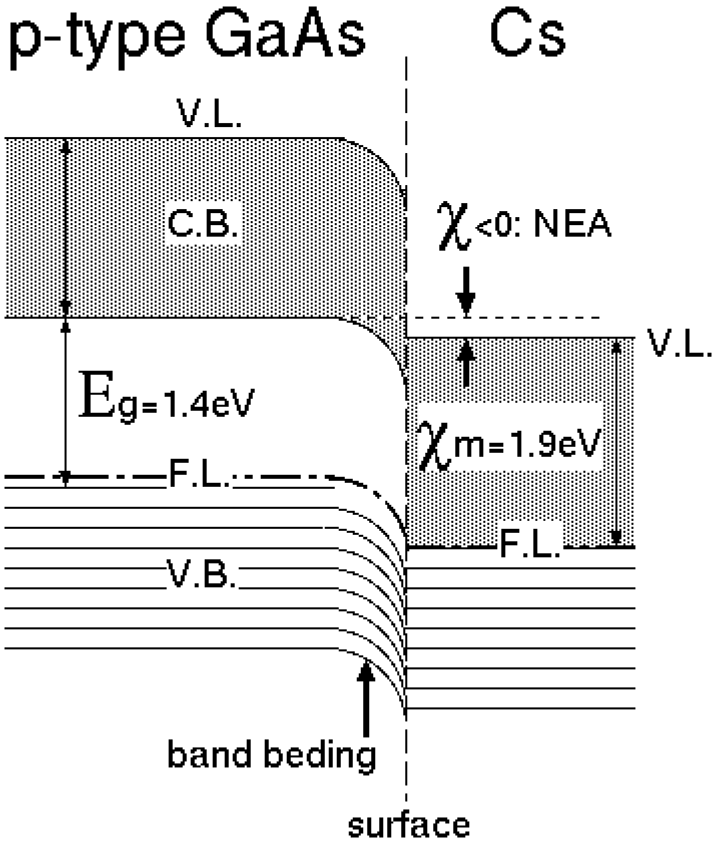


このままでは表面の電子親和力は負にならない…

バンドベンディングによるNEA表面の作成

p型GaAs表面から深さdまで密度Naでドーピングすると、キャリアの正孔が表面に移動して表面電子と結合する。ドーピング密度で決まる表面電子によるポテンシャルでバンドベンディングを生じる。

バンドベンディングの詳細は名大理学研究科　山本尚人氏の2007博士論文参照
「NEA−GaAs型超格子薄膜結晶を用いた高輝度・高スピン偏極度・大電流密度ビームを生成する電子源の開発」

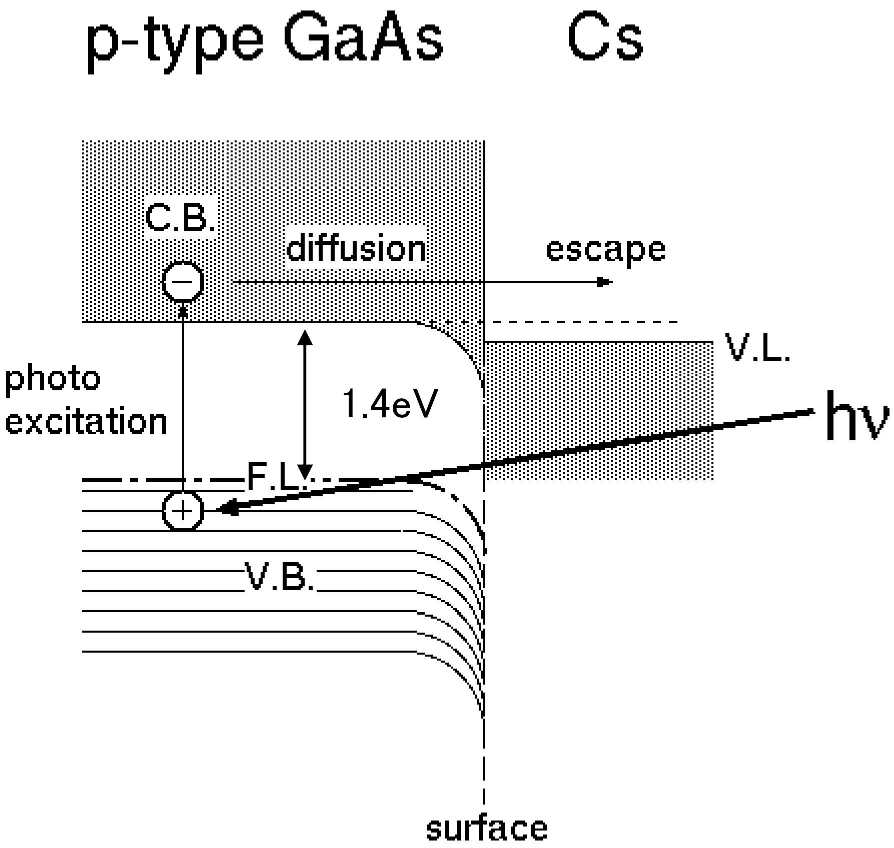


バンドベンディングの最大量はバンドギャップエネルギーの半分くらい。

バンドベンディングにより下がった表面のフェルミ準位にセシウム原子を蒸着すると、セシウムの真空準位が、バルクのGaAsの伝導帯底の準位よりも低くなる。
−> 負の電子親和力
Negative Electron Affinity (NEA)

NEA GaAs カソード

3ステップモデル：　光励起、拡散、電子放出



●バンドギャップエネルギーに相当する波長のレーザーを使えば、熱エミッタンスのみで決まる低エミッタンスビーム生成可能

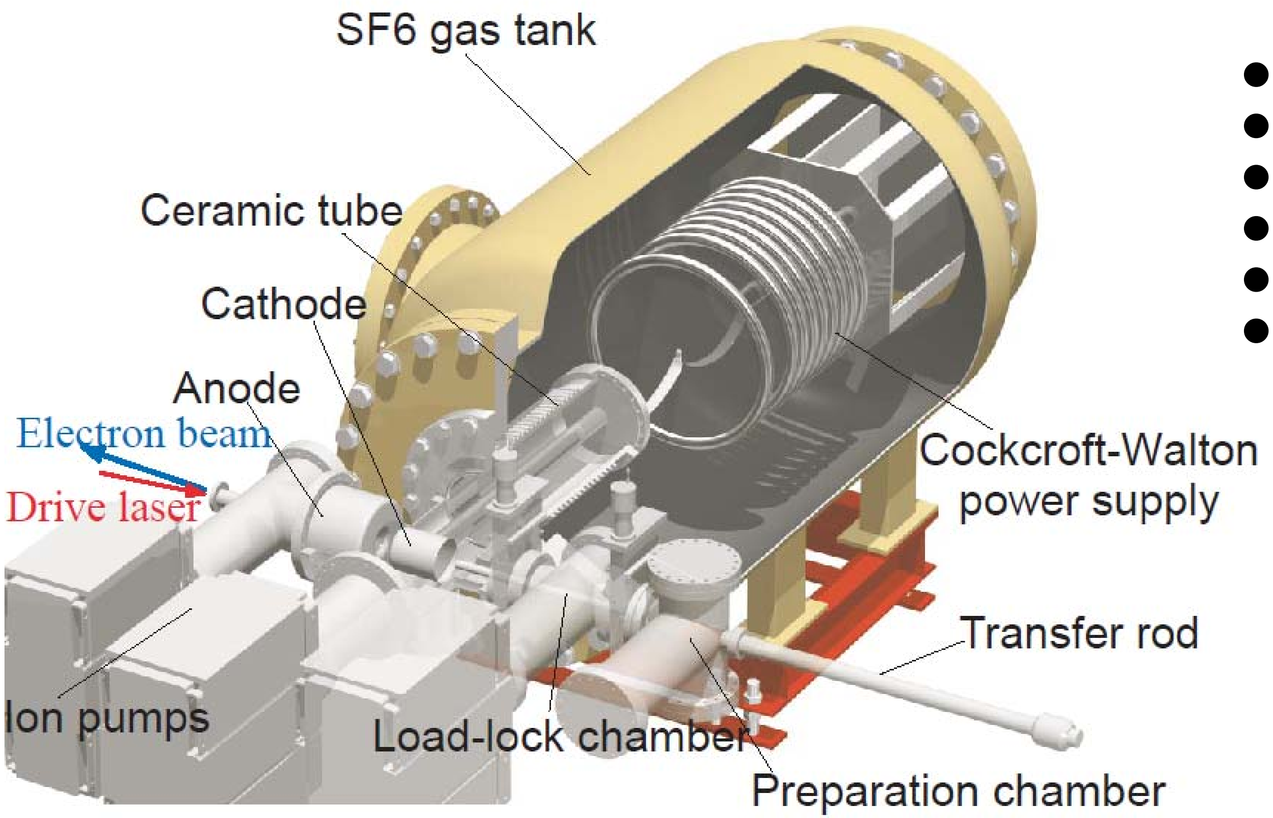
●伝導体底の電子も表面から放出されるので、高いQEが可能

●表面深くで生成された電子放出は時間応答性の悪化の原因となるが、薄膜GaAsカソードを使うことにより、改善可能

バンドギャップエネルギー1.4eVに対するレーザーの共鳴波長を
プランク定数h=6.62x10^{-34}[Js]、
光速c=3.0x10^{8}[m/s]、
素電荷e=1.6x10^{-19}[C]を使って求めよ。

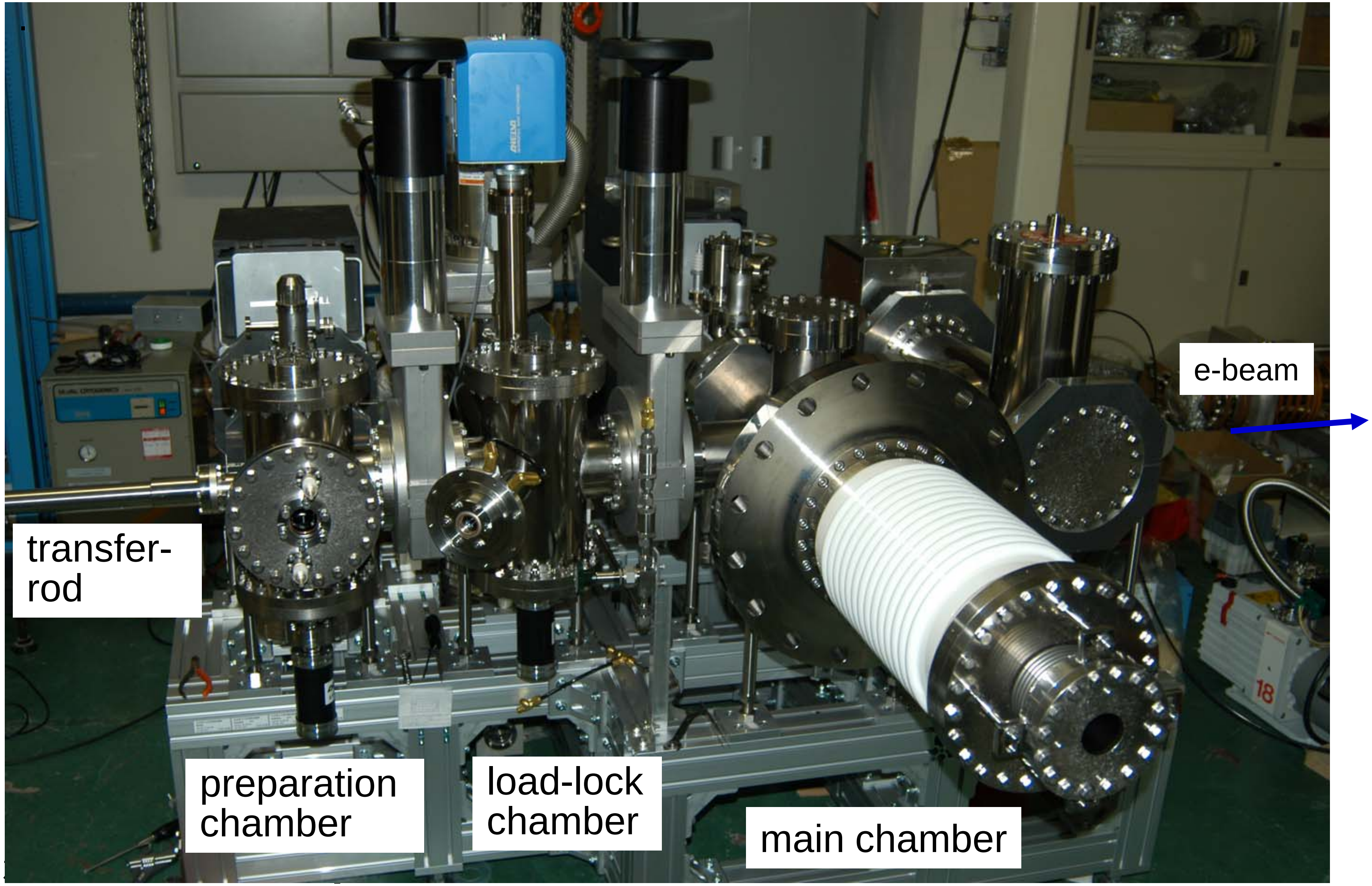
$\boxed{\lambda = hc/(1.4e) = 890[nm]}$

250kVプロトタイプ電子銃

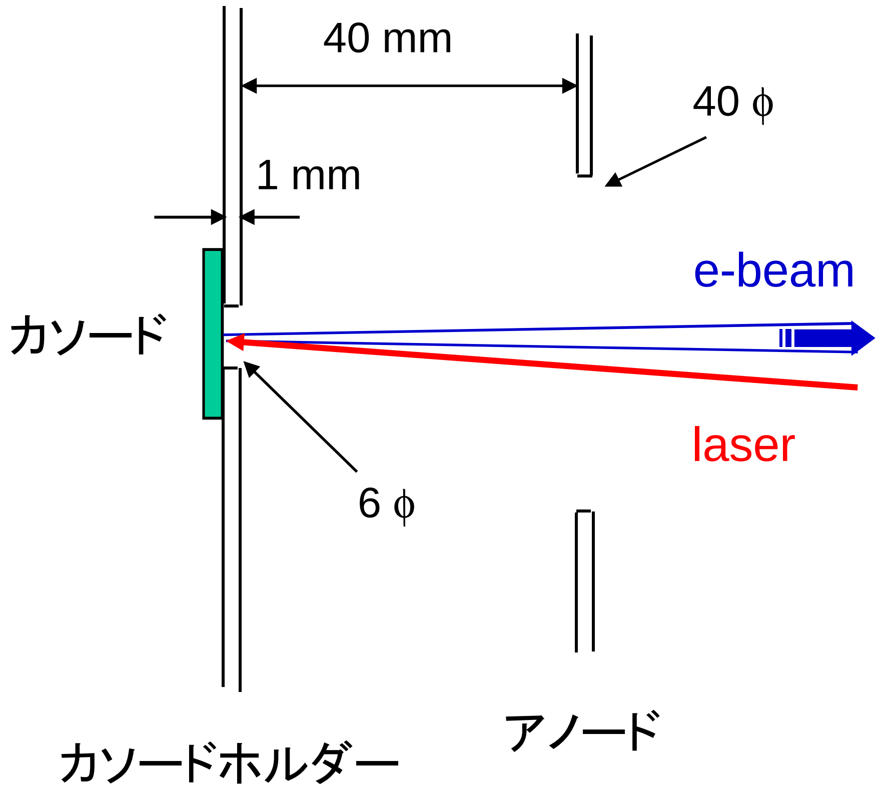


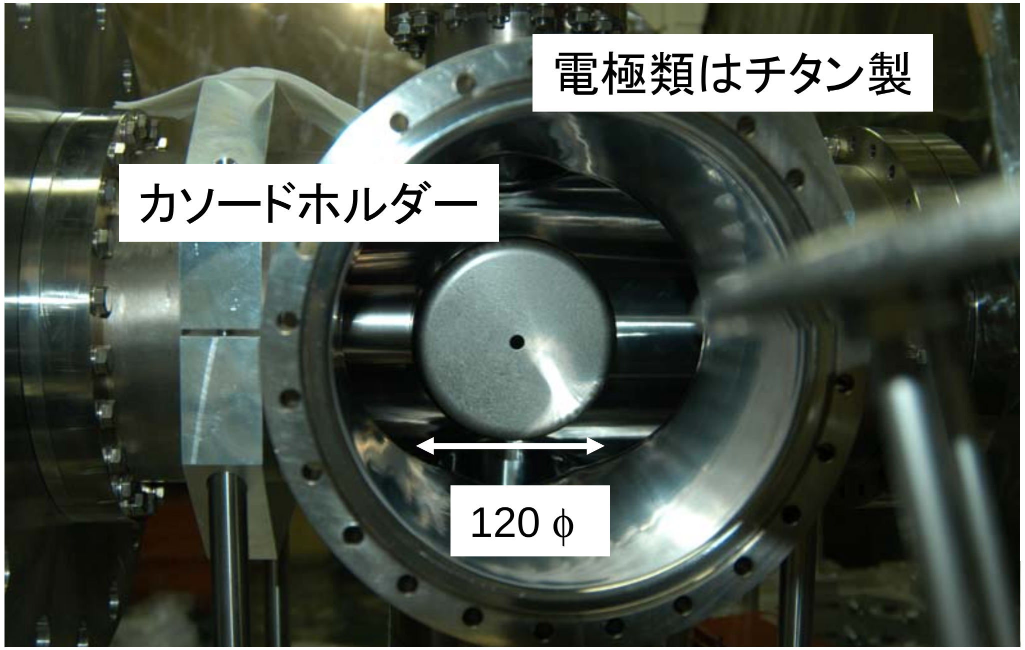
- ●Cockcroft-Walton高圧電源
- ●SF6絶縁ガス
- ●セラミック加速管
- ●カソードアノード電極
- ●NEA真空容器
- ●ロードロック容器

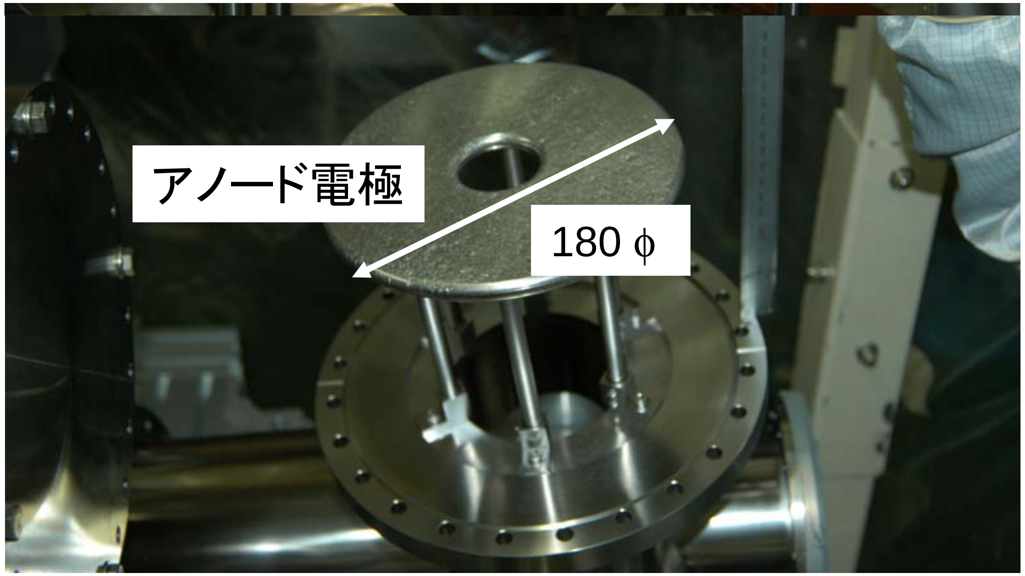
電子銃真空容器


transfer-
rod
preparation
chamber
load-lock
chamber
main chamber
e-beam

カソード・アノード電極







電極間の電界は5 MV/m.

名古屋大SP研 NEA GaAs 電子銃

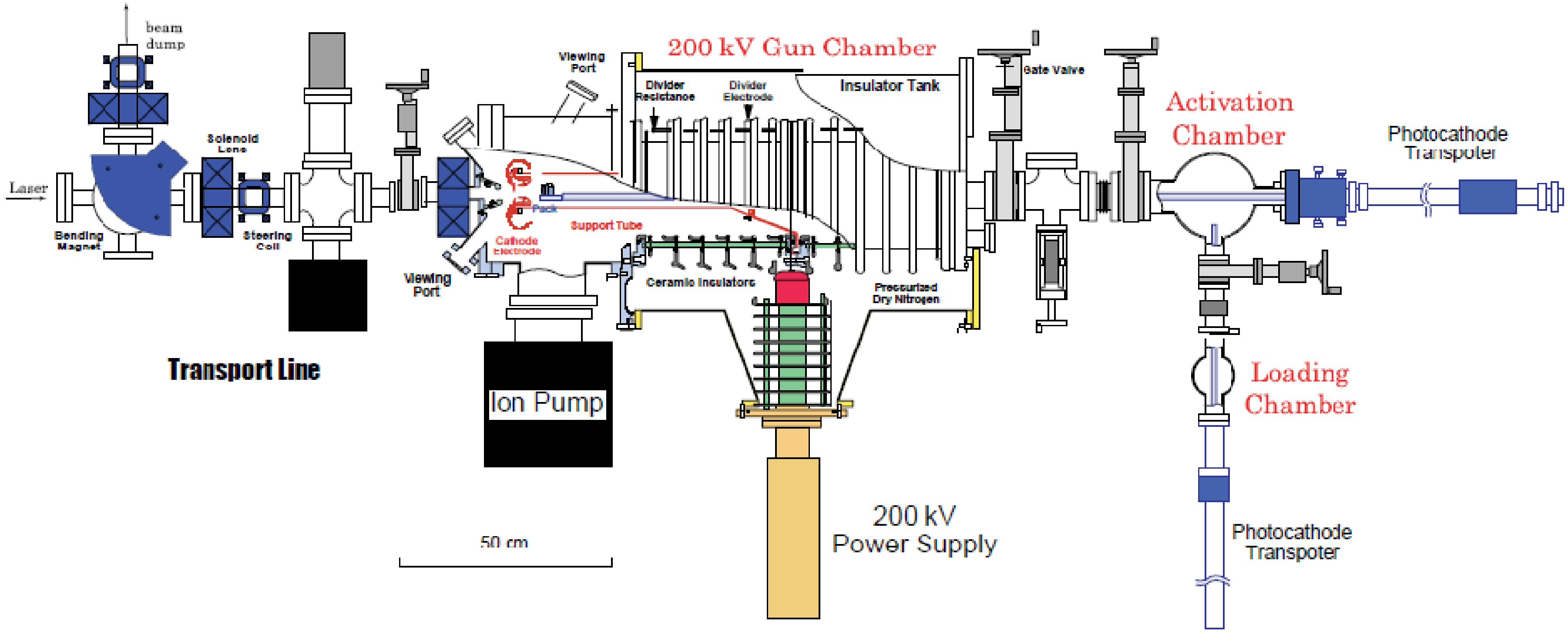


Figure 1:A schematic view of the 200keV polarized electron source.

M. Yamamoto et al., “200 keV Polarized Electron Source for Linear Collider”, Proc. Of LINAC2002, 680 (2002). より

●ILC用の偏極電子銃開発 （1991年に世界に先駆け50%偏極度達成）
●スピン偏極電子ビームを用いた低速電子顕微鏡の研究
●超格子GaAsカソードの開発（名大工学研究科竹田研）

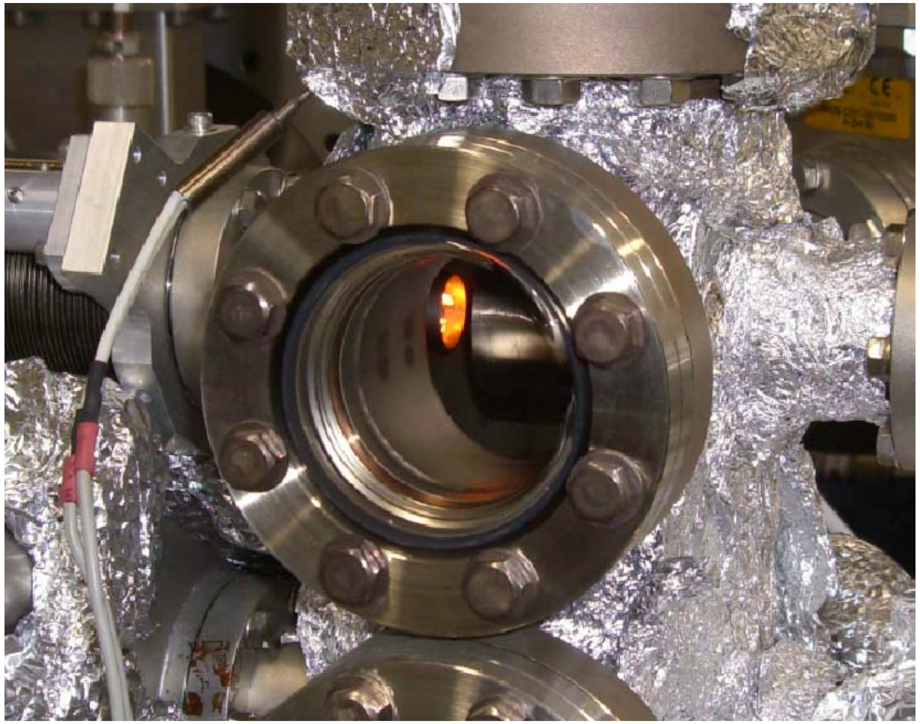
GaAs表面の洗浄

GaAs表面のバンドベンディングを利用しているので、表面不純物の排除が重要

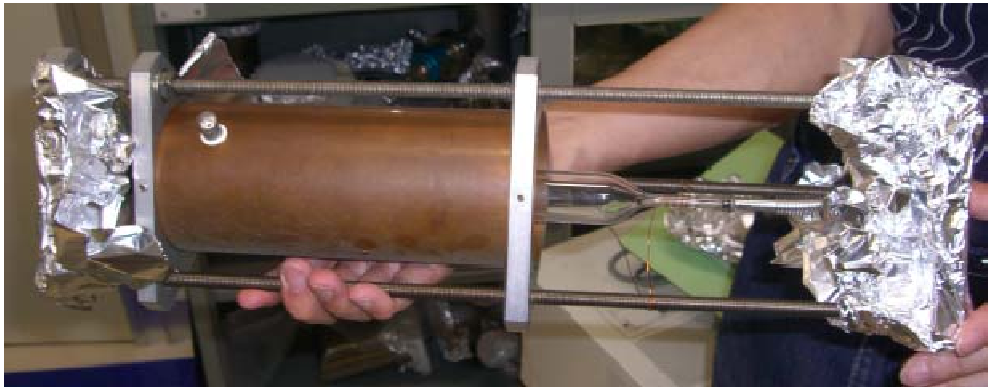
.

超高真空(10^{-9}Pa以下が望ましい)と洗浄

- ●化学洗浄（硫酸）
- ●熱洗浄（タングステンヒーター、RF加熱、ランプヒーター）　酸化物除去
- ●水素洗浄　炭素除去



名大でのタングステンヒーターによる熱洗浄



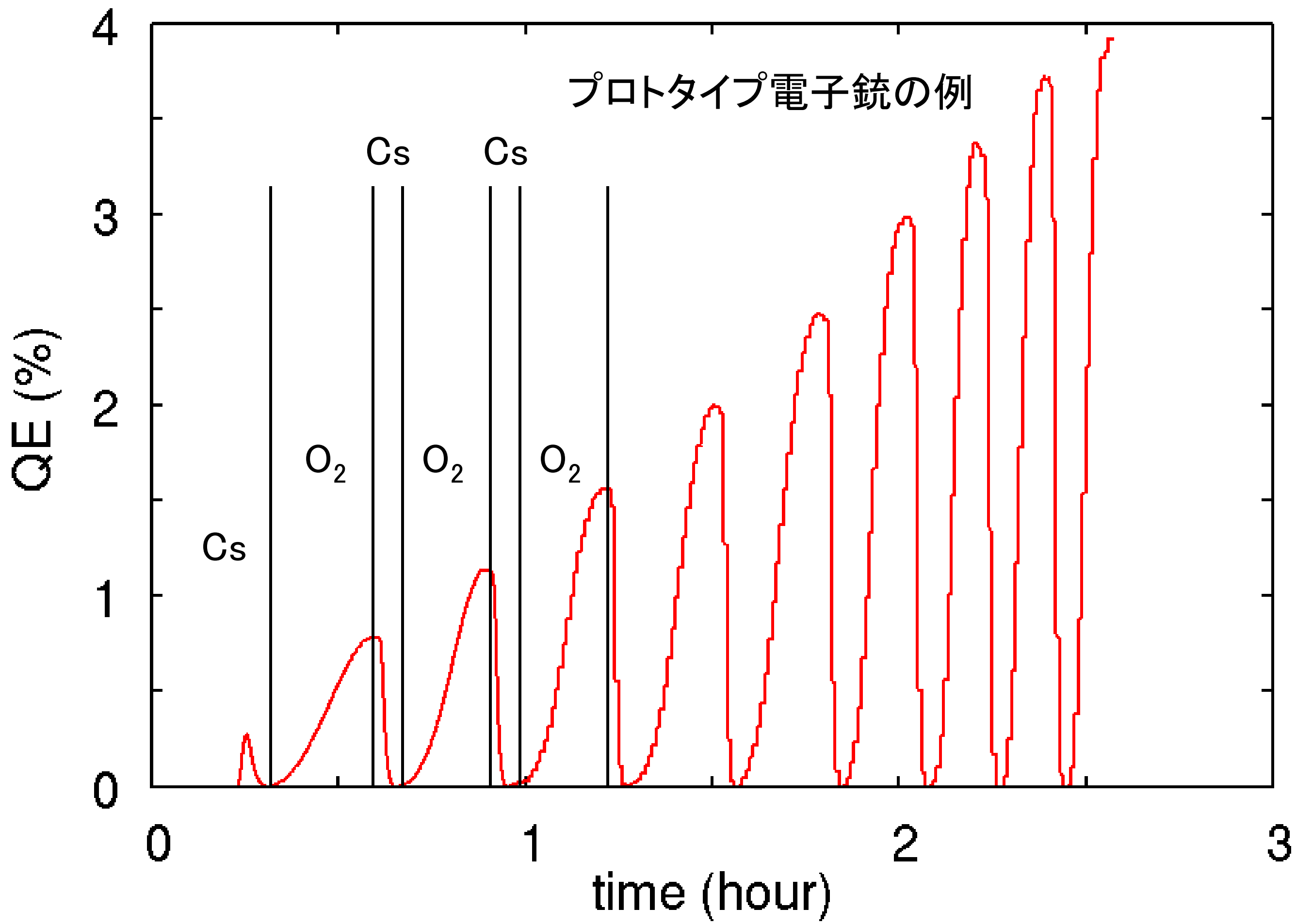
名大の水素洗浄装置

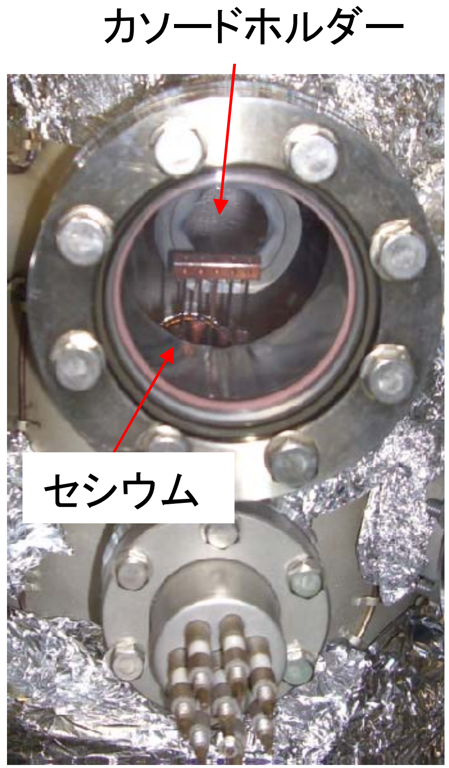
高QEの実現

M. Yamamoto et al., Proc. of LINAC2002, 680 (2002).

加速器セミナーOHO2008, Sep. 4th, 2008

NEA活性化





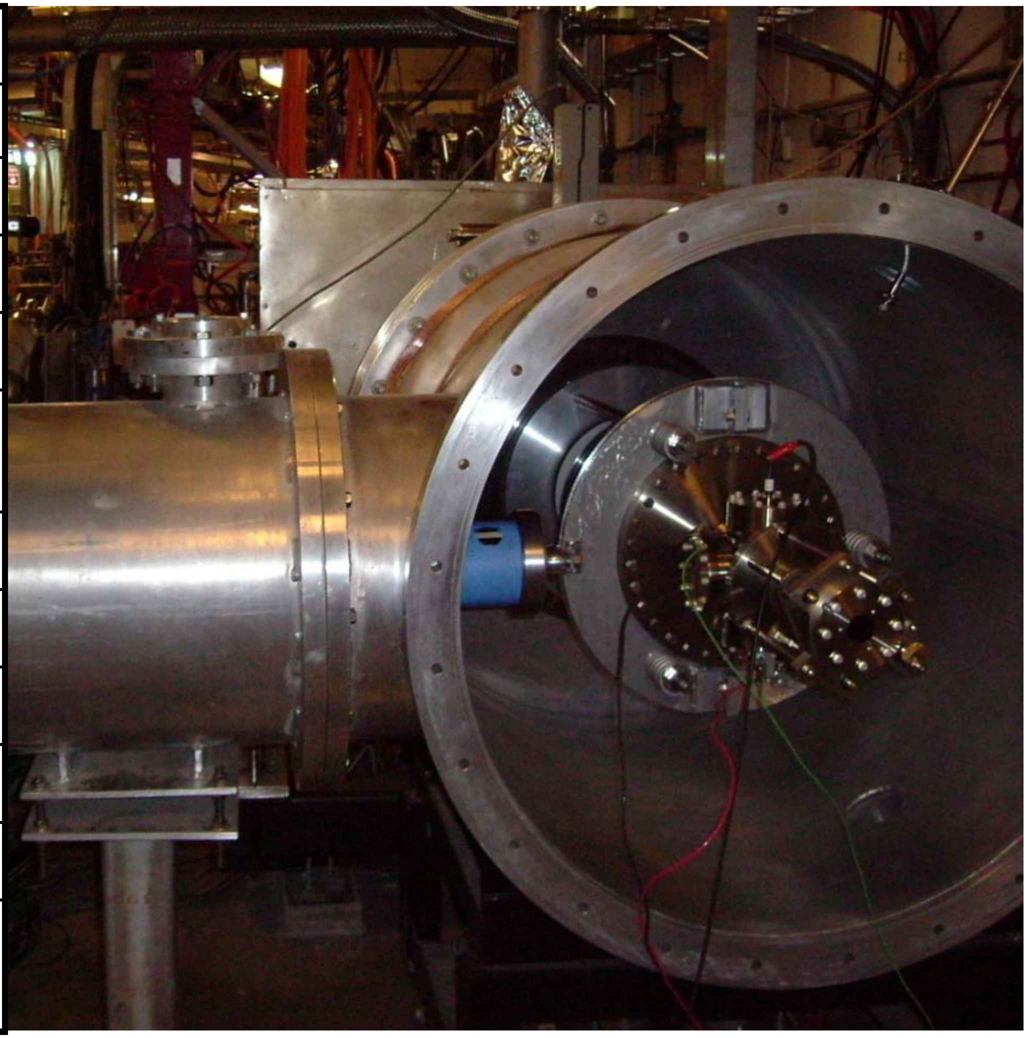
名大のセシウム添加装置

セシウムと酸素の添加を交互に行うとQEが徐々に増加する。
Yo-Yo method

K. Togawa et al., NIMA 414, 431 (1998).

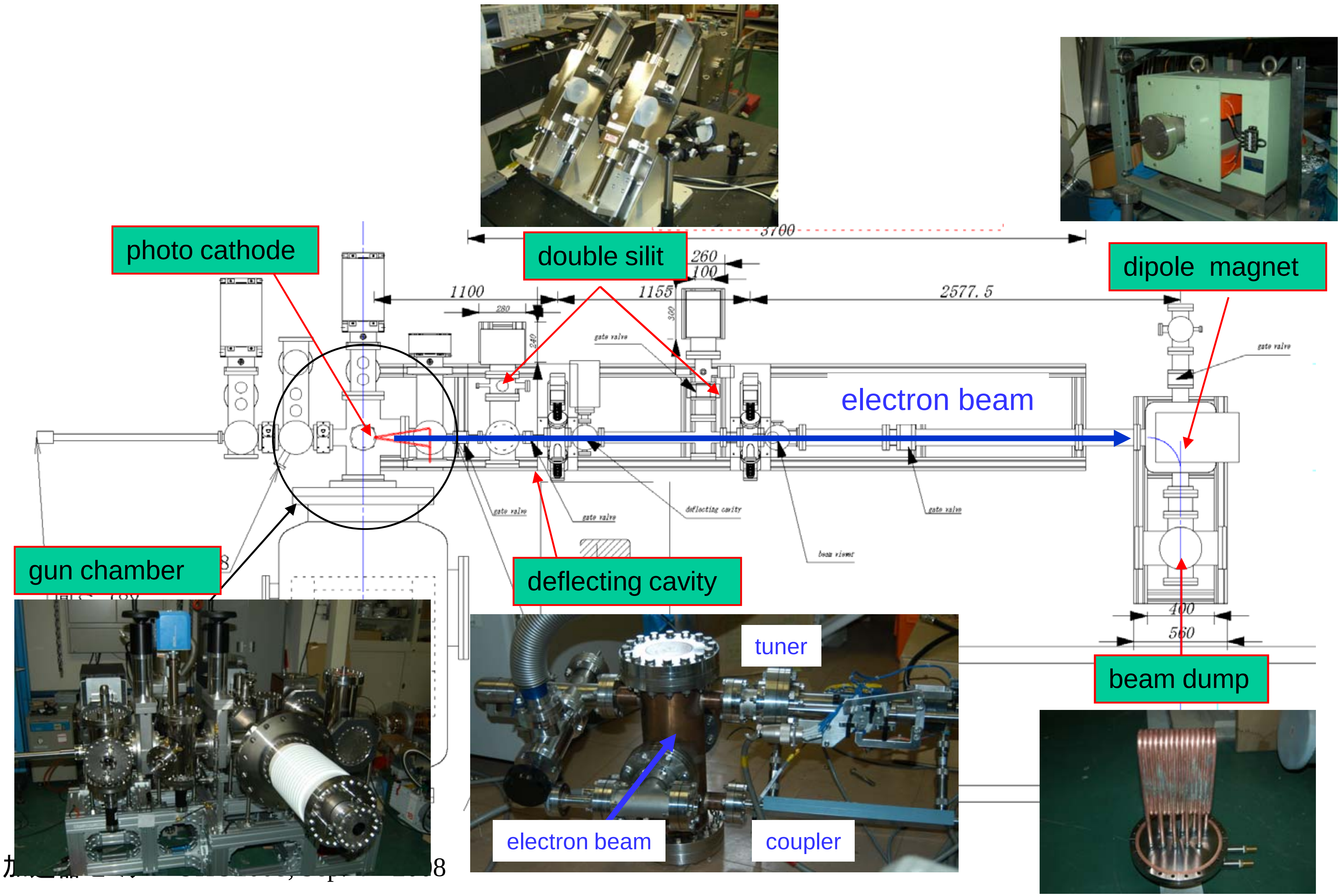
JLab FELとCEBAF電子銃の性能

	JLab FEL	CEBAF
運転電圧 (kV)	350	100
最大電圧 (kV)	420	
最大電流 (mA)	9.1	
バンチ電荷 (pC)	122	
規格化エミッタンス (mm-mrad)	8	
繰り返し周波数	75	500
カソードQE (%)	6	
真空度 (Torr)	10^{-11}	mid 10^{-12}
1/e寿命 (C)	500	200
レーザー波長 (nm)	527	800
レーザースポット直径(mm)	8	0.35



JLab FEL 電子銃

プロトタイプ電子銃のビーム計測



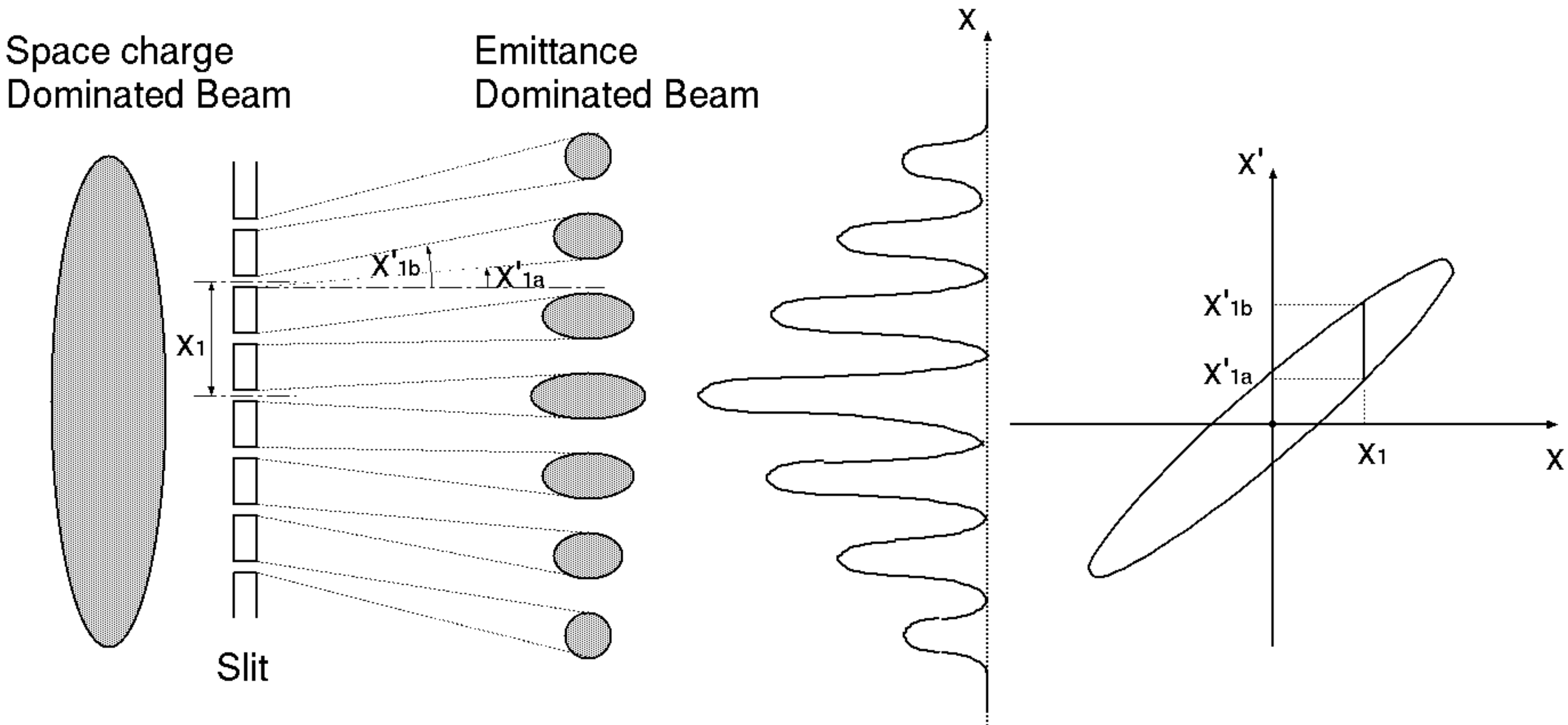
エミッタンス測定

ビームエンベロープ方程式

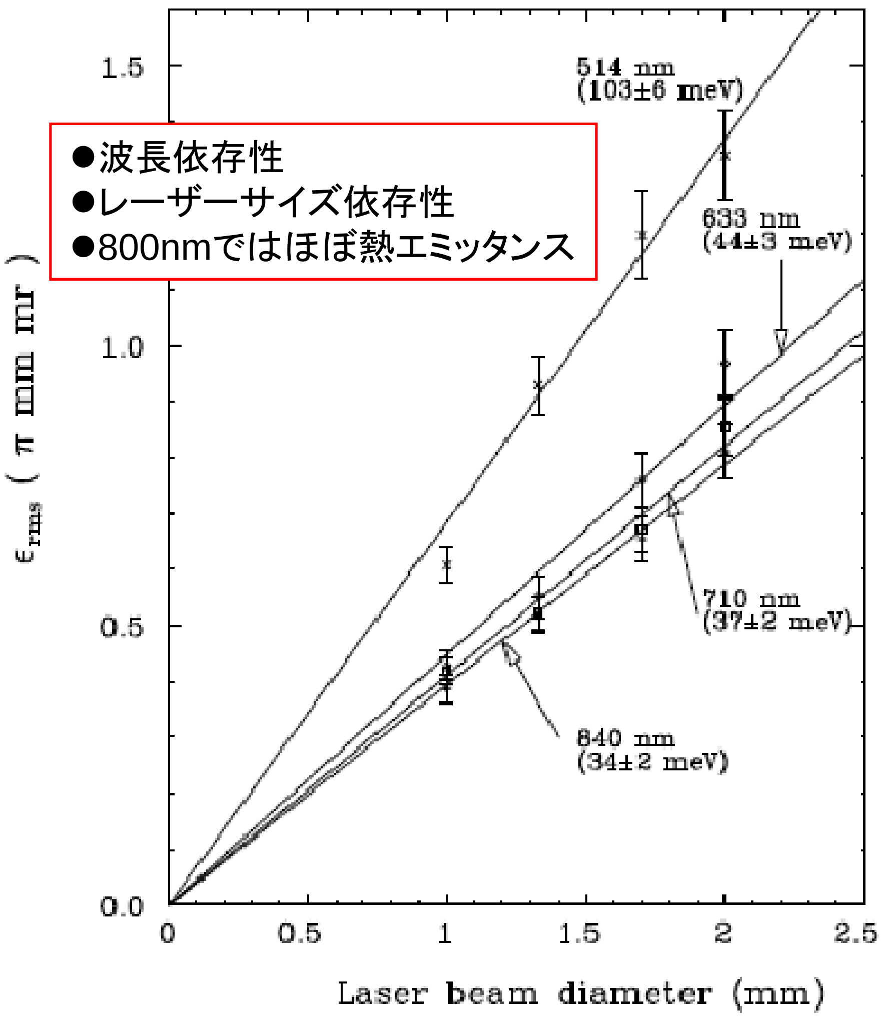
$$a'' = \underbrace{\frac{2I}{aI_0\gamma^3\beta^3}}_{\text{空間電荷力}} + \underbrace{\frac{\epsilon_n^2}{a^3\gamma^2\beta^2}}_{\text{エミッタンス}}$$

1項/2項は $\tilde{\epsilon}_x = \dfrac{\epsilon_x}{4}$ とスリット幅d=2aを用いて

$$R = \boxed{\frac{Id^2}{32I_0\gamma\beta\tilde{\epsilon}_n^2}}$$

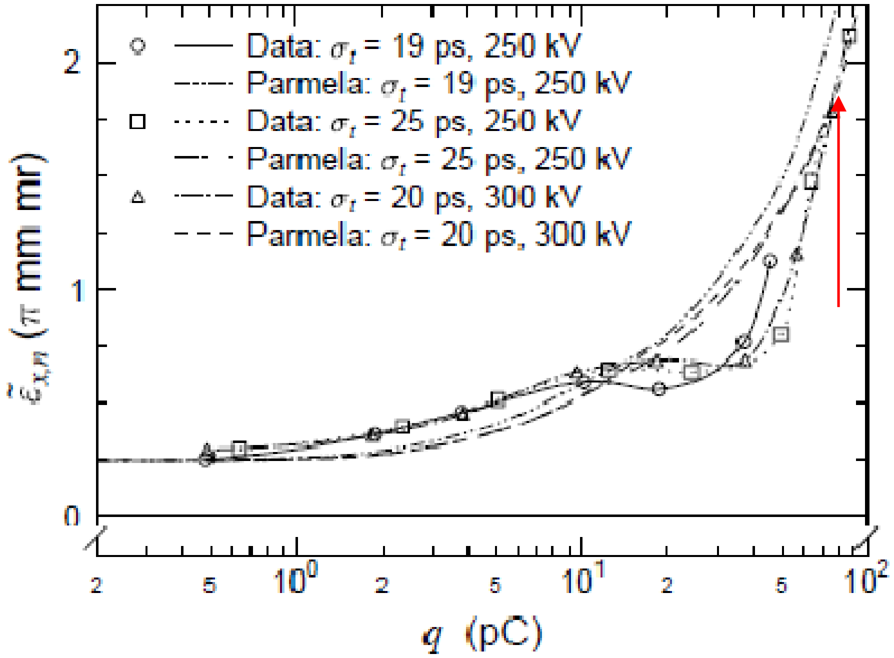


エミッタンス測定例　イリノイ大、JLab



●波長依存性
●レーザーサイズ依存性
●800nmではほぼ熱エミッタンス

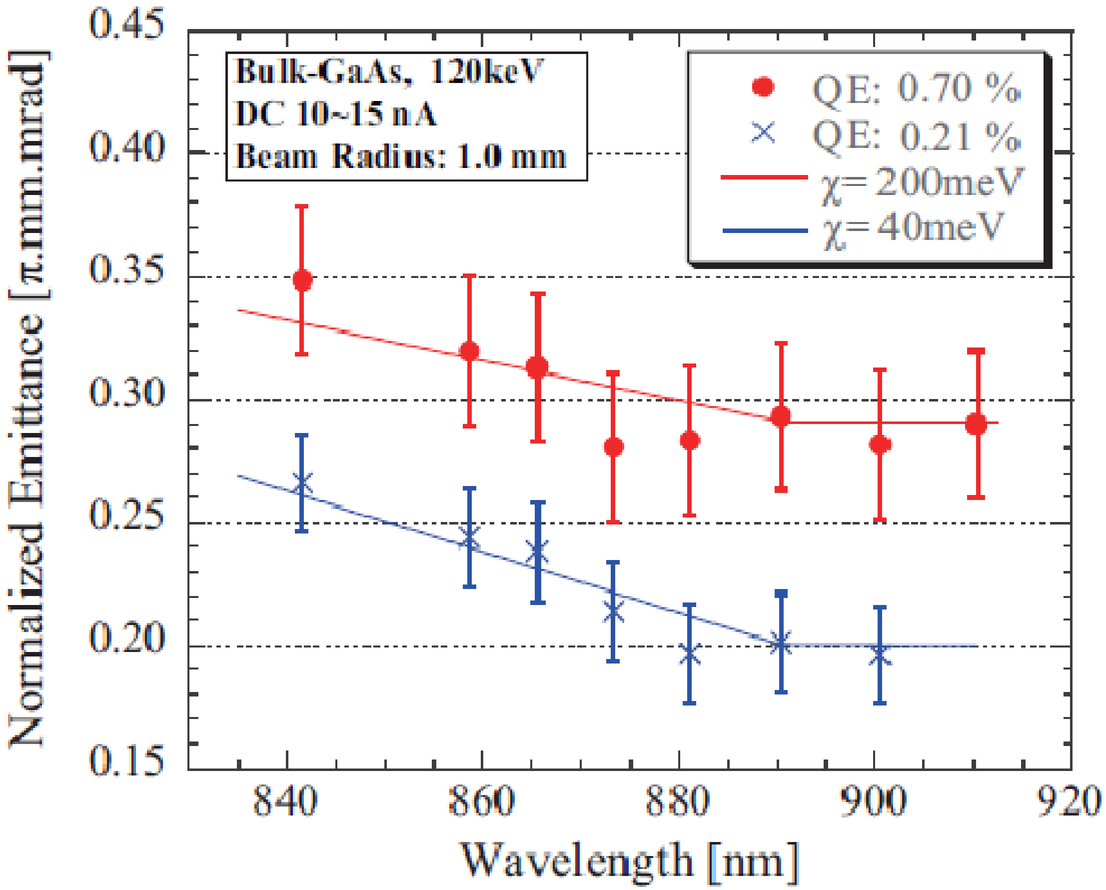
B. Dunham et al., Proc. of PAC1995, 680 (1995). より

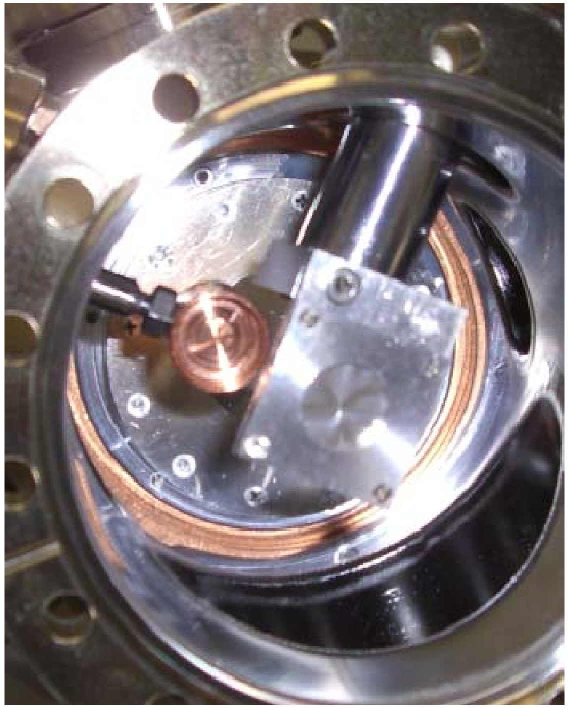


●80pCで2mm-mradの実現
レーザースポット半径1mm

D. Engwall et al., Proc. of PAC1997, 2693 (1997). より

エミッタンス測定例　名大





名大ペパーポット
エミッタンス測定装置

図は名大理学研究科　山本尚人氏の2007博士論文　より
「NEA-GaAs型超格子薄膜結晶を用いた高輝度・高スピン偏極度・大電流密度ビームを生成する電子源の開発」

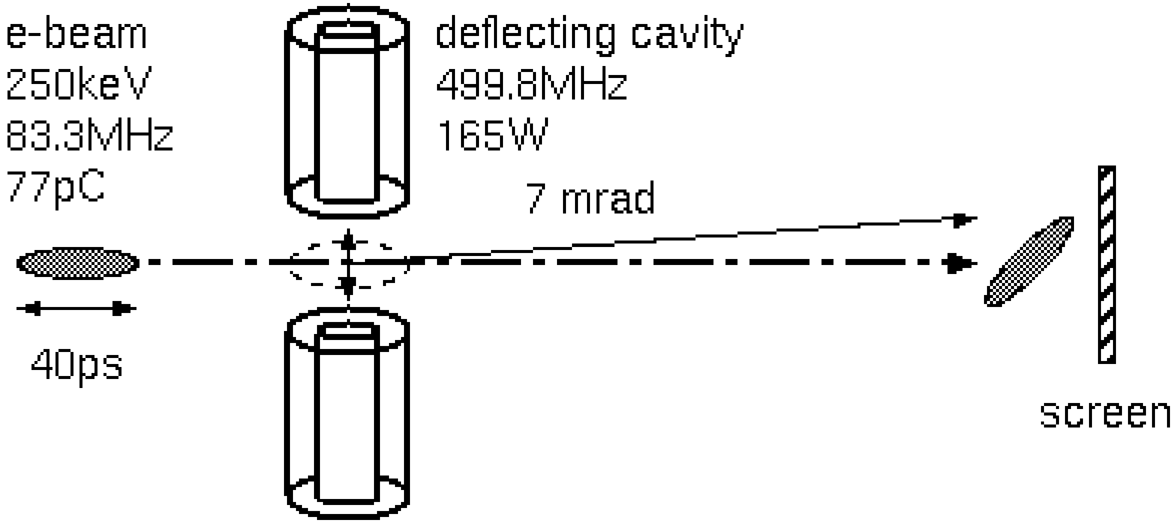
- ●バンドギャップエネルギー890nmより波長が短いとエミッタンスが悪くなることを確認
- ●GaAsでは0.2mm-mrad、超格子GaAsカソード(名大竹田研製作）では0.15mm-mradを達成

エミッタンス測定のためのスリット幅の設定

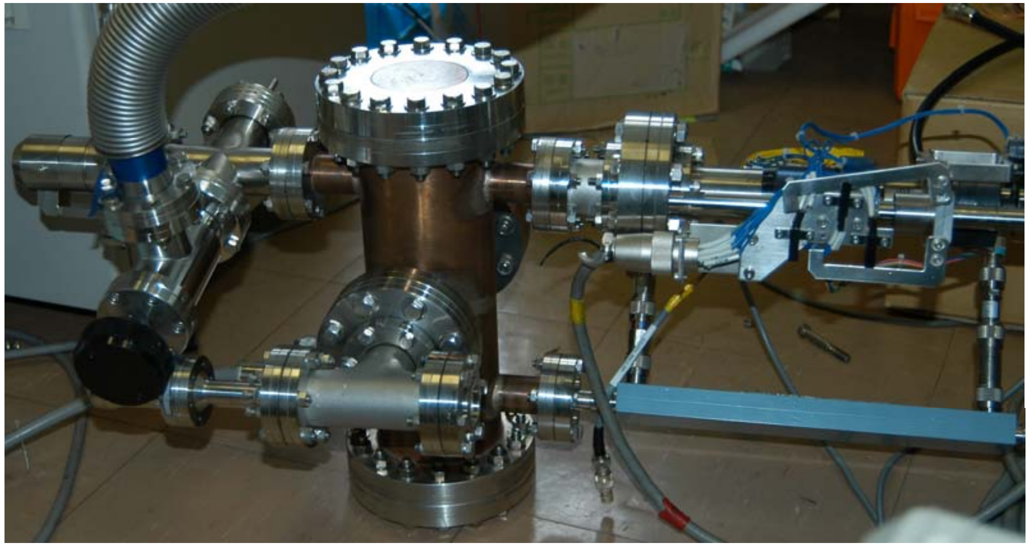
	JLab FEL	名大	プロトタイプ	放射光源用
電子エネルギー(keV)	350	120	250	100
γ	420	1.23	1.49	1.98
β	9.1	0.587	0.741	0.863
バンチ電荷 (pC)	10		77	77
レーザーパルス幅(ps)	40		20	20
ピーク電流	0.25	10^{-8}	3.85	3.85
規格化エミッタンス (mm-mrad)	0.25	0.1	0.3	0.1
スリット幅[μm]	50	40	$\boxed{20}$	$\boxed{10}$
R	0.017	4×10^{-9}	0.028	0.041

$$R = \frac{Id^2}{32 I_0 \gamma \beta \tilde{\epsilon}_n^2}$$

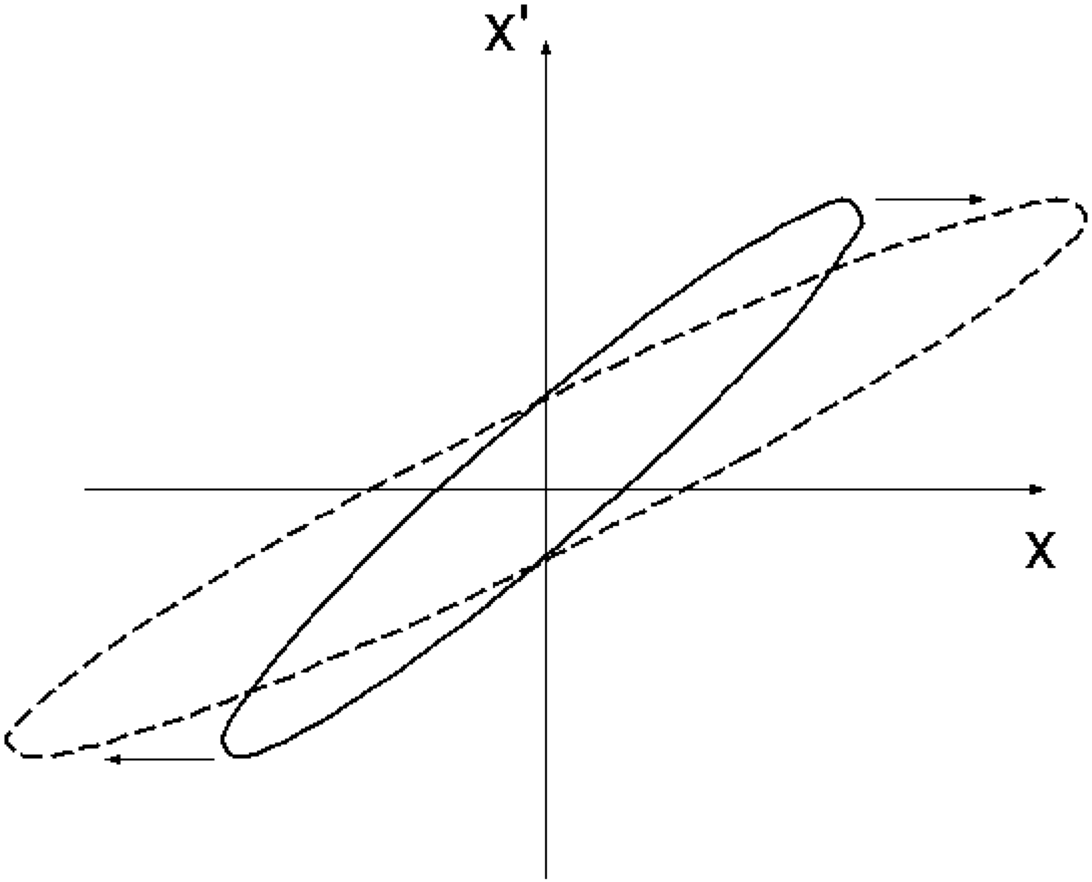
電子バンチ長の測定

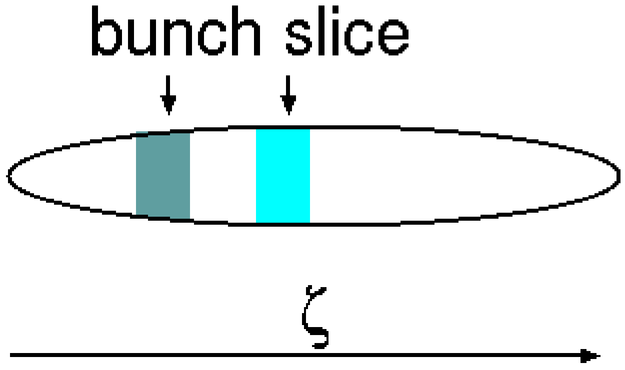


e-beam
250keV
83.3MHz
77pC
40ps
deflecting cavity
499.8MHz
165W
7 mrad
screen



スライスエミッタンス





エミッタンスが支配的なビームの
ドリフト空間での位相空間時間発展

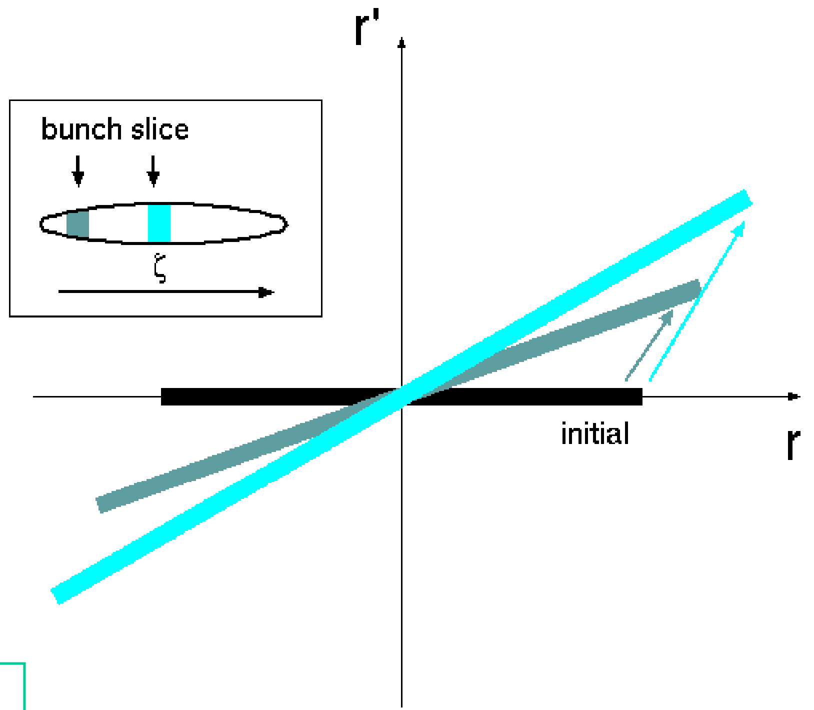
エミッタンスが支配的であれば、各ス
ライスの空間分布は同じ時間発展

線形空間電荷力による投影エミッタンスの増加

空間電荷力が支配的な電子ビームの方程式は

$$r'' = \frac{2I(\zeta)}{I_0 \beta^3 \gamma^3 a^2} r$$

空間電荷力はzによらず一定で、
初期座標r_0と$I(\zeta)$で決まると仮定。
初期平行ビーム(r_0' =0)を仮定。



z=0から出発してzでの位置と発散は

$$\lambda_s(\zeta) = \frac{2I(\zeta)}{I_0 \beta^3 \gamma^3 a^2}$$ を使うと

$$r' = \boxed{\lambda_s(\zeta) r_0 z} \qquad r = \boxed{r_0 + \frac{\lambda_s(\zeta)}{2} r_0 z^2}$$

比をとると

$$\frac{r'}{r} = \frac{\lambda_s(\zeta) z}{1 + \frac{\lambda_s(\zeta)}{2} z^2}$$

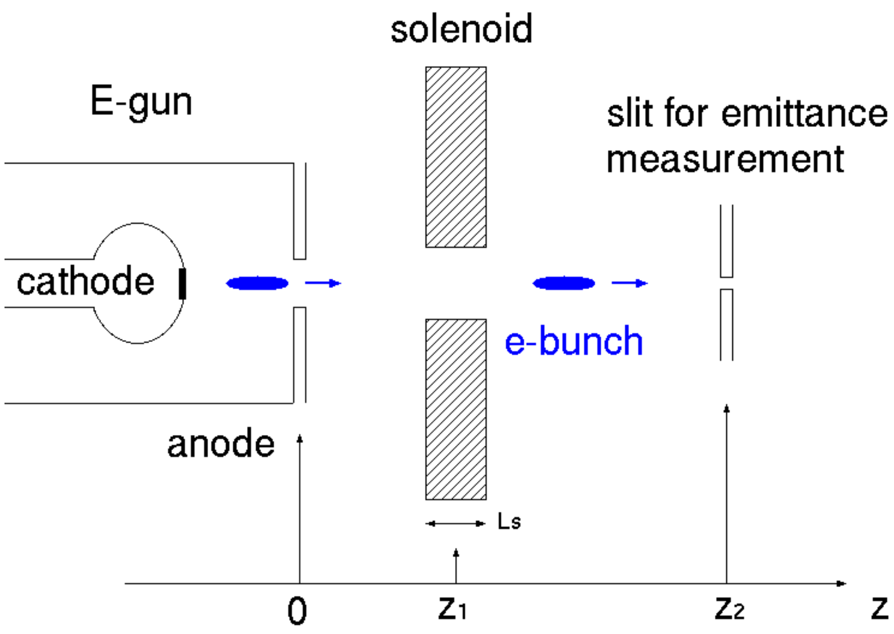
r_0に依存しないので、位相空間上でプロットすると線分になる。
$I(\zeta)$に関して単調増加関数。$I(\zeta)$が大きいほど、傾きがきつい。

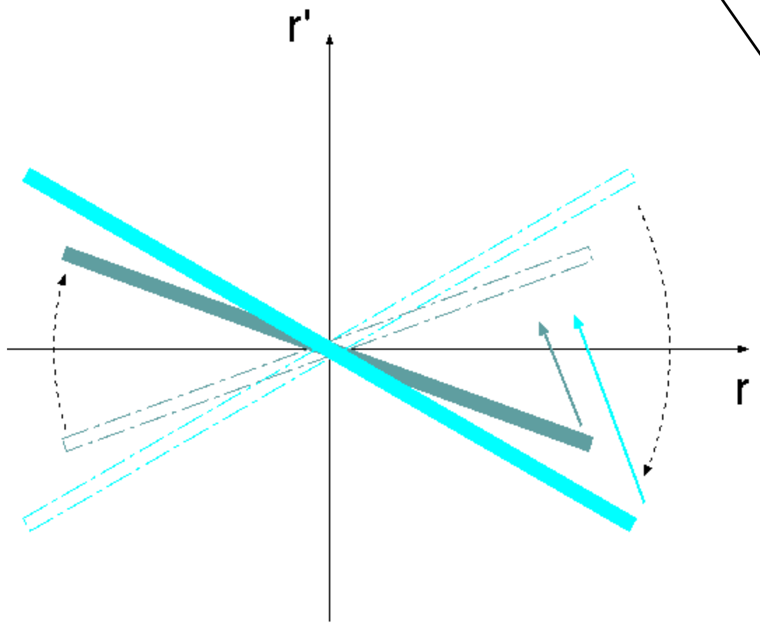
ソレノイドを使ったエミッタンス補償

薄肉レンズ近似を使ってソレノイドレンズの収束力を1/fとすると、ソレノイド入口、出口での位置と発散の関係は

$$r'_{out} = r'_{in} - \frac{r_{in}}{f}, \qquad r_{out} = r_{in}$$

ここで、$\frac{1}{f} = \frac{1}{4}\left(\frac{e}{p}\right)^2 B_s^2 L_s$





ソレノイドの位置をアノード下流z_1とすると、

$$r'_{in} = \boxed{\lambda_s(\zeta) r_0 z_1}$$

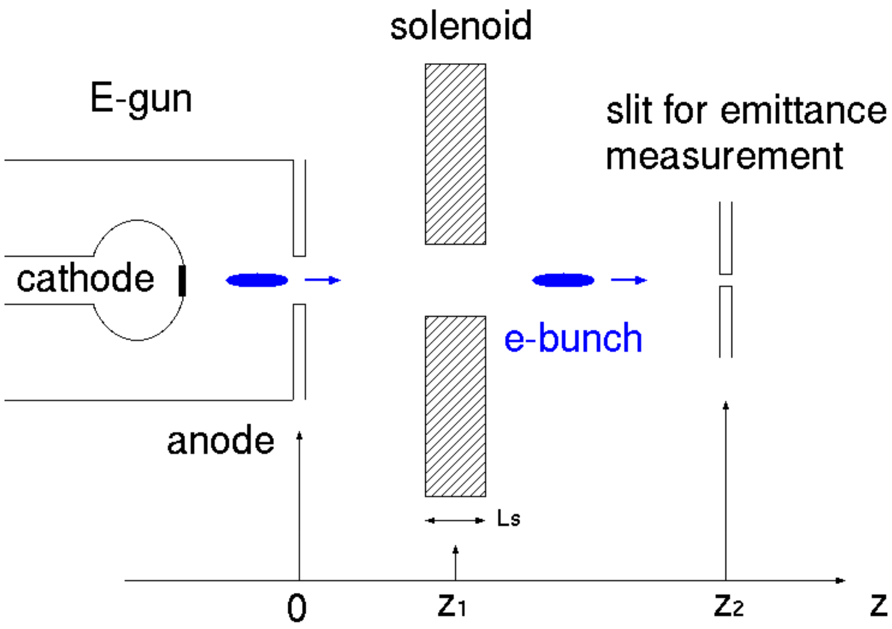
$$r_{in} = \boxed{r_0 + \frac{\lambda_s(\zeta)}{2} r_0 z_1^2}$$

代入する

ソレノイドを使ったエミッタンス補償

ソレノイド後ろのドリフト空間中の座標zで

$$\begin{aligned} r'(z) &= r'_{out} + \int_{z_1}^{z} \lambda_s(\zeta) r_0 dz \\ r(z) &= r_{out} + \int_{z_1}^{z} r'(z) dz \end{aligned}$$



となるので、エミッタンス測定を行うz_2では

$$\begin{aligned} r'(z_2) &= r_0 \left(\lambda_s(\zeta) z_2 - \frac{1 + \frac{\lambda_s(\zeta)}{2} z_1^2}{f} \right) \\ r(z_2) &= r_0 \left[1 + \frac{\lambda_s(\zeta)}{2} z_2^2 - \frac{1 + \frac{\lambda_s(\zeta)}{2} z_1^2}{f} (z_2 - z_1) \right] \end{aligned}$$

ソレノイドを使ったエミッタンス補償

$r'(z_2)/r(z_2)$が$\lambda_s(\zeta)$に依らず一定となる磁場強度をソレノイドに与えたとき、各スライスエミッタンスを表す線分は、同一直線上に乗る。異なる電流値を表すζ_1,ζ_2に対して差を計算すると

$$\frac{r'(z_2,\zeta_2)}{r(z_2,\zeta_2)} - \frac{r'(z_2,\zeta_1)}{r(z_2,\zeta_1)} = \frac{\lambda_s(\zeta_2)z_2 - \frac{1+\frac{\lambda_s(\zeta_2)}{2}z_1^2}{f}}{1+\frac{\lambda_s(\zeta_2)}{2}z_2^2 - \frac{1+\frac{\lambda_s(\zeta_2)}{2}z_1^2}{f}(z_2-z_1)} - \frac{\lambda_s(\zeta_1)z_2 - \frac{1+\frac{\lambda_s(\zeta_1)}{2}z_1^2}{f}}{1+\frac{\lambda_s(\zeta_1)}{2}z_2^2 - \frac{1+\frac{\lambda_s(\zeta_1)}{2}z_1^2}{f}(z_2-z_1)}$$

右辺の分子が0になる条件を求めると $\quad f = \dfrac{(z_2-z_1)^2}{2z_2}$

このようにソレノイド磁場を設定すると、位相空間の傾きはζによらず一定となる。

$$\frac{r'(z_2)}{r(z_2)} = \boxed{\frac{2z_2}{z_2^2 - z_1^2}}$$

つまり、エミッタンス補償が実現される。

謝辞

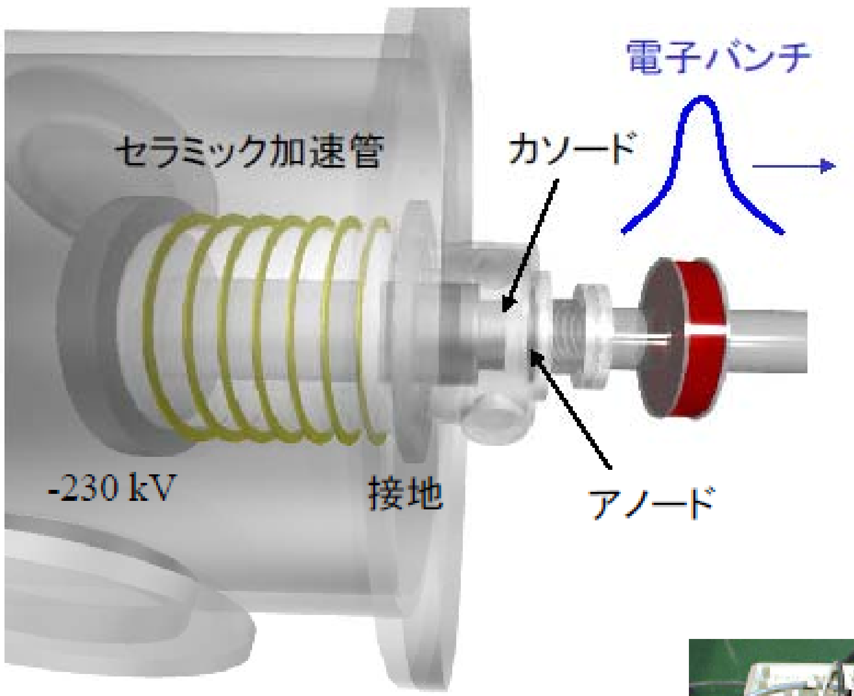
原子力機構ERLグループ
羽島良一リーダー、永井良治研究副主幹、飯島北斗研究員、
（理研）西谷智博研究員、他ERL電子銃開発メンバー

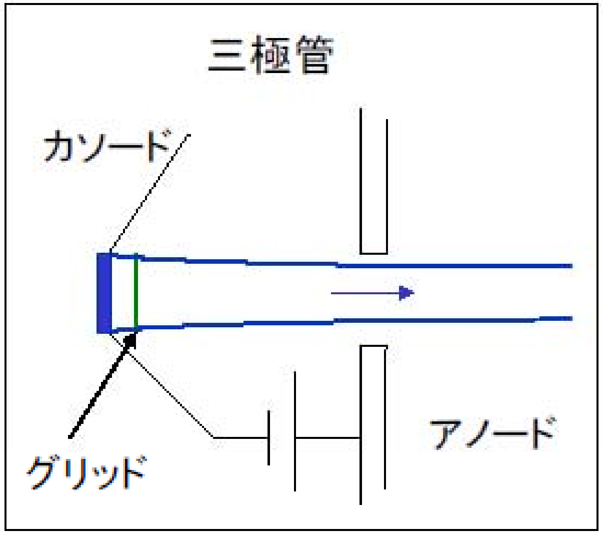
名古屋大小型シンクロトロン光研究センター
山本尚人助教

名古屋大高エネルギースピン物理研究室
山本将博助教、他研究室メンバー

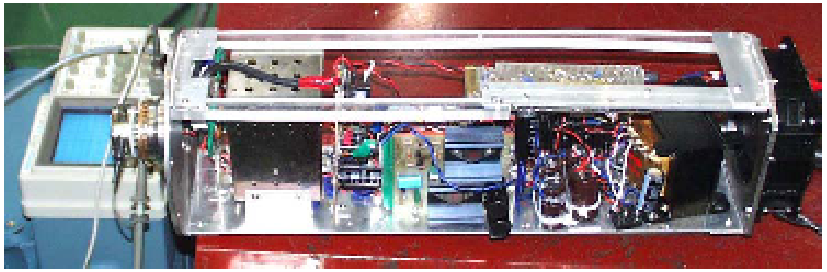
高エネルギー加速器研究機構
古屋貴章教授、他ERL開発メンバー

グリッドパルサー駆動 熱カソード電子銃

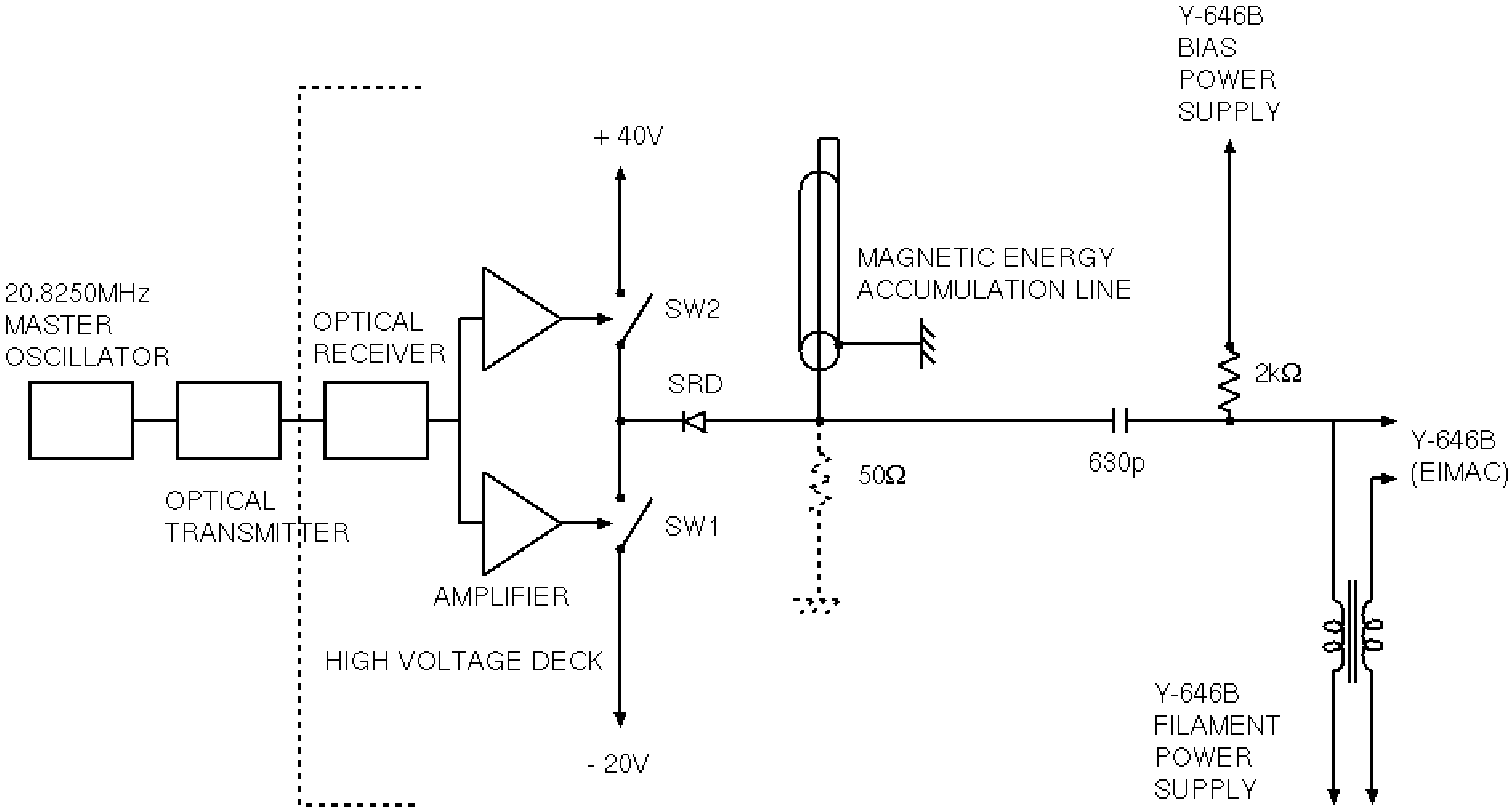




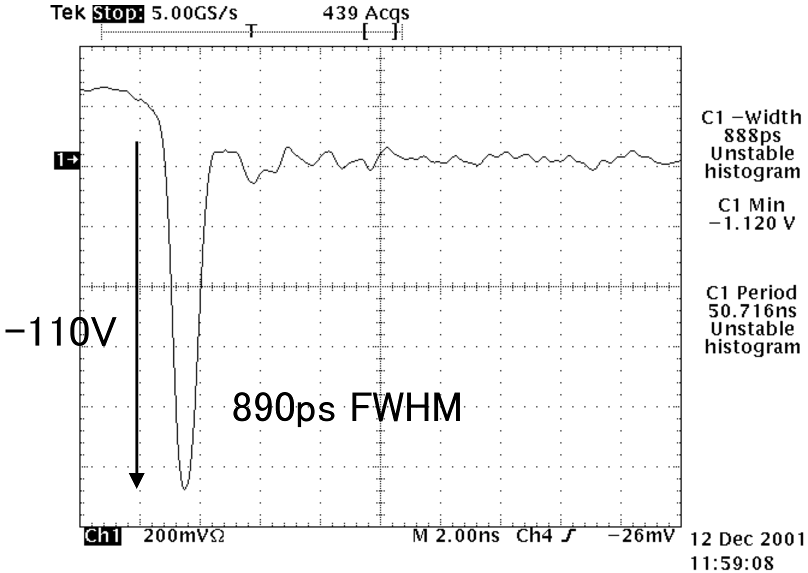
カソード・グリッド間に高電圧ゲートパルス信号
を印加し、バンチを形成 → グリッドパルサー

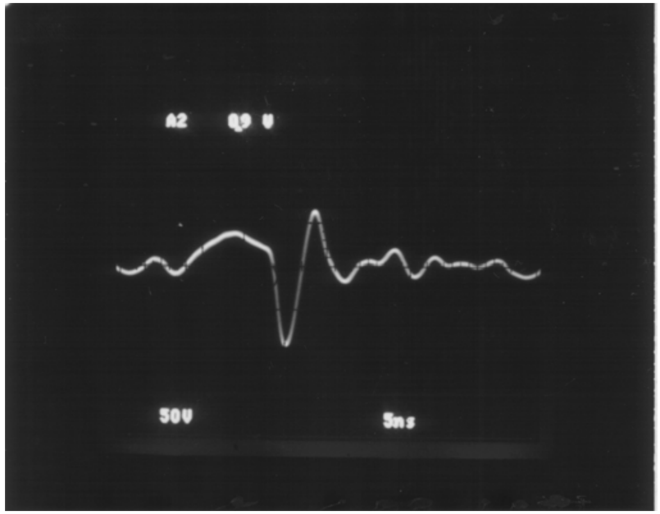


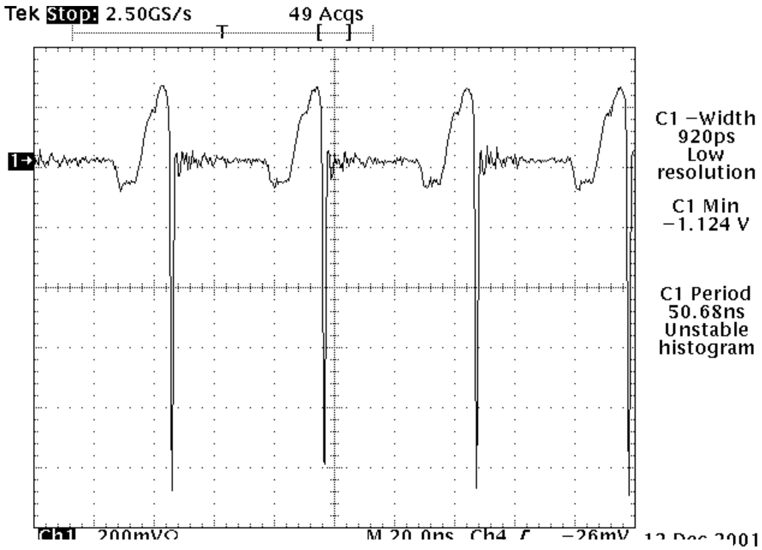
グリッドパルサー回路


Y-646B
BIAS
POWER
SUPPLY
+ 40V
MAGNETIC ENERGY
ACCUMULATION LINE
20.8250MHz
MASTER
OSCILLATOR
OPTICAL
RECEIVER
SW2
SRD
2kΩ
Y-646B
(EIMAC)
630p
50Ω
OPTICAL
TRANSMITTER
SW1
AMPLIFIER
HIGH VOLTAGE DECK
Y-646B
FILAMENT
POWER
SUPPLY
- 20V

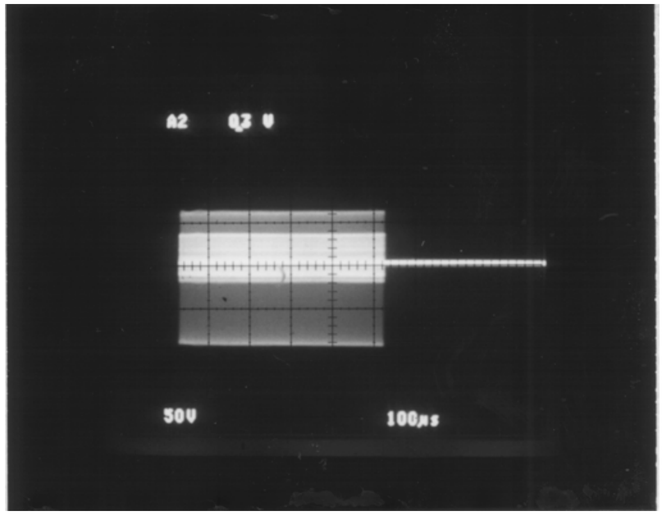
グリッドパルサー回路出力信号





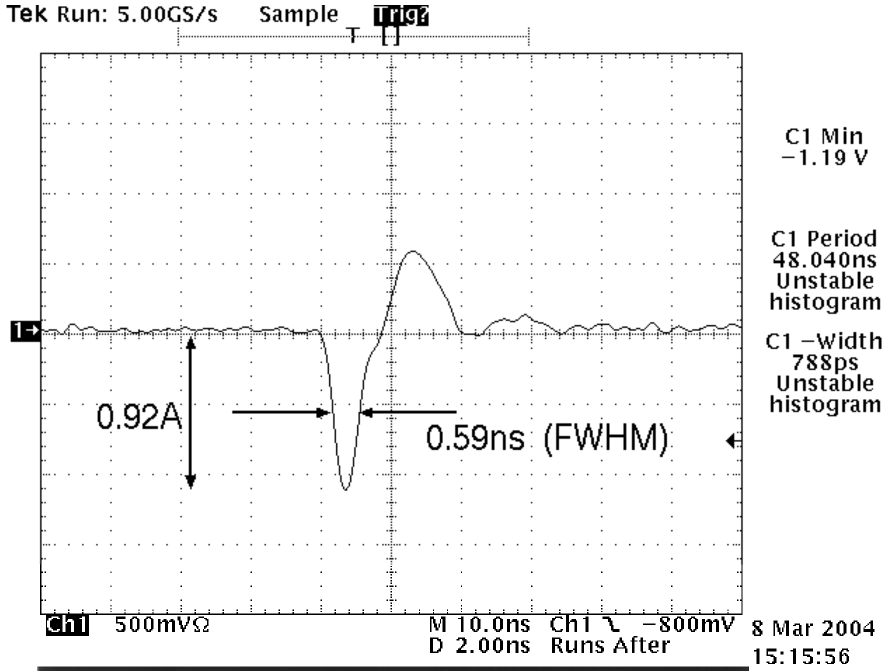


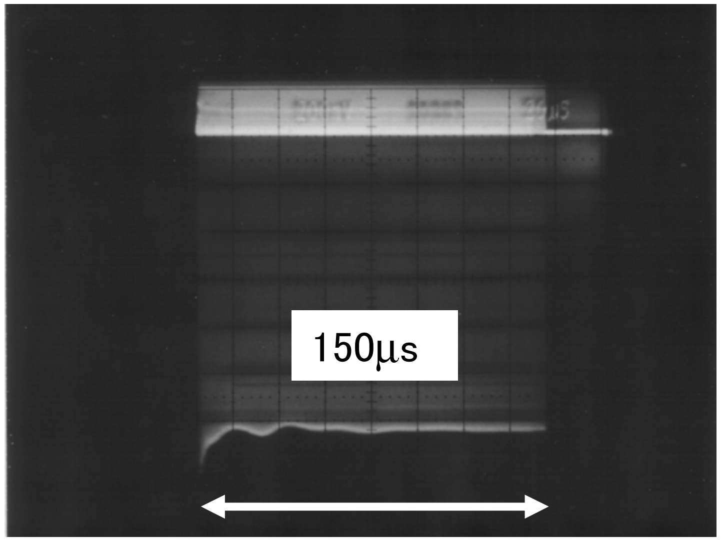
1GHzデジタルオシロ測定　50Ω終端



0.4GHzアナログオシロ測定　1MΩ終端

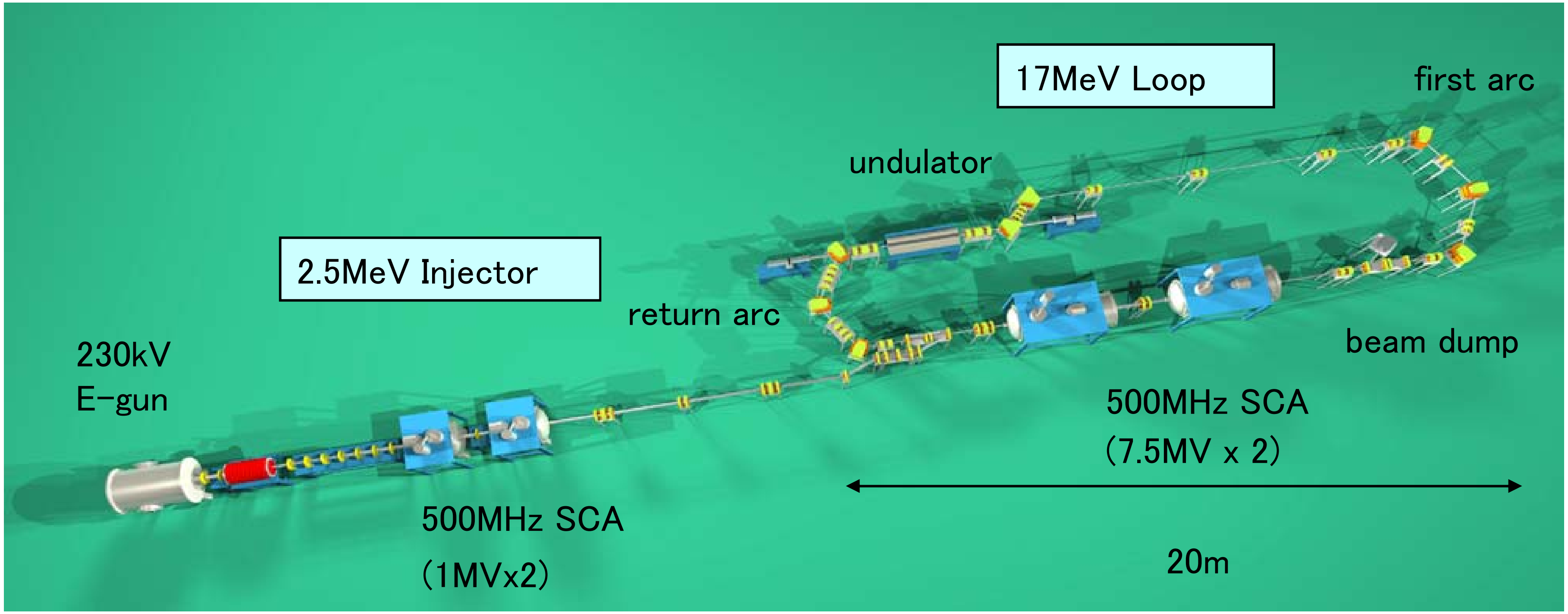
CTでの電子ビーム測定





	JAEA FEL
電子エネルギー	230 keV
カソード	Y646B
カソードサイズ	直径8 mm
バンチ繰り返し	20.825 MHz
バンチ幅(FWHM)	0.59 ns
バンチ電荷	540 pC
ピーク電流	0.92 A
マクロパルス長	1ms
マクロ繰り返し	10 Hz
時間ジッター(rms)	13 ps
ピーク電流変動(rms)	1.2 %
規格化エミッタンス (mm−mrad)	20

17MeV-ERL for a high-power FEL at JAEA



2.5 MeV injector consists of 230 keV thermionic cathode gun, 83 MHz sub harmonic buncher, and two single-cell 500 MHz SCAs.

17 MeV loop consists of a merger chicane, two five-cell 500 MHz SCAs, a triple-bend achromatic arc, half-chicane, undulator, return-arc, and beam dump.

Courant Snyder 理論

周期的な収束力のある系について考える。x,y方向の運動方程式は、周期的な収束力を表す関数をk(s)として

$$\begin{aligned} x'' + \kappa_x(s)x &= 0 \qquad (2.84) \\ y'' + \kappa_y(s)y &= 0 \qquad (2.85) \end{aligned}$$

$$\kappa_{x,y}(s+S) = \kappa_{x,y}(s) \qquad (2.86)$$

(2.84)の解は、初期値(x_0,x'_0)が求まれば得られる。

$$\begin{aligned} x(s) &= ax_0 + bx'_0 \qquad (2.87) \\ x'(s) &= cx_0 + dx'_0 \qquad (2.88) \end{aligned}$$

行列式で表すと

輸送行列

$$\begin{aligned} X(s) &= \begin{pmatrix} x(s) \\ x'(s) \end{pmatrix} = \tilde{M}(s|s_0)X(s_0) \\ &= \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x(s_0) \\ x'(s_0) \end{pmatrix} \qquad (2.89) \end{aligned}$$

Courant Snyder 理論

輸送行列の固有値方程式を解く。

$$\tilde{M}X = \lambda X \tag{2.90}$$

$$\begin{aligned} ax_0 + bx_0' &= \lambda x_0 & (2.91) \\ cx_0 + dx_0' &= \lambda x_0' & (2.92) \end{aligned}$$

となり、

$$\lambda^2 - \lambda(a+d) + (ad - bc) = 0 \tag{2.93}$$

を満たす必要がある。

Mの行列式は常に1となることを示す。

(2.84)の2つの解をu(s),v(s)とすると、ロンスキアンは

$$W(s) = \begin{vmatrix} u(s) & v(s) \\ u'(s) & v'(s) \end{vmatrix} = u(s)v'(s) - v(s)u'(s) \tag{2.94}$$

(2.84)を使うと

$$\frac{dW(s)}{ds} = u(s)v''(s) - v(s)u''(s) = 0 \tag{2.95}$$

ロンスキアンは一定

粒子がs1からs2に移動すると

$$\begin{pmatrix} u(s_2) & v(s_2) \\ u'(s_2) & v'(s_2) \end{pmatrix} = \tilde{M} \begin{pmatrix} u(s_1) & v(s_1) \\ u'(s_1) & v'(s_1) \end{pmatrix} \tag{2.96}$$

ロンスキアンは一定なので、
Mの行列式は1となる。

Courant Snyder 理論

(2.93)は

$$\lambda^2 - \lambda(a+d) + 1 = 0 \qquad (2.99)$$

$$\cos\sigma = \frac{1}{2}(a+d) = \frac{1}{2}\mathrm{Tr}\tilde{M} \qquad (2.100)$$

と定義すると

(2.99)の解は

$$\lambda_1 = e^{i\sigma}, \qquad \lambda_2 = e^{-i\sigma} \qquad (2.101)$$

Mをσを用いて表すため、パラメーターα,β,γを次のように定義する。

$$\begin{aligned} a - d &= 2\hat{\alpha}\sin\sigma && (2.102) \\ b &= \hat{\beta}\sin\sigma && (2.103) \\ c &= -\hat{\gamma}\sin\sigma && (2.104) \end{aligned}$$

輸送行列は

$$\tilde{M} = \begin{pmatrix} \cos\sigma + \hat{\alpha}\sin\sigma & \hat{\beta}\sin\sigma \\ -\hat{\gamma}\sin\sigma & \cos\sigma - \hat{\alpha}\sin\sigma \end{pmatrix} \qquad (2.105)$$

書き換えると

$$\tilde{M} = \tilde{I}\cos\sigma + \tilde{J}\sin\sigma \qquad (2.106)$$

$$\tilde{I} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad \tilde{J} = \begin{pmatrix} \hat{\alpha} & \hat{\beta} \\ -\hat{\gamma} & -\hat{\alpha} \end{pmatrix} \qquad (2.107)$$

Courant Snyder 理論

Mの行列式は1なので、 $$\hat{\beta}\hat{\gamma} - \hat{\alpha}^2 = 1 \qquad (2.108)$$

固有値λ_1に対する固有解をu(s)とすると、1周期後は

$$u(s+S) = e^{i\sigma}u(s) \qquad (2.111)$$

u(s)を周期関数Z(S+s)=Z(s)を用いて $$u(s) = e^{i\sigma s/S}Z(s) \qquad (2.112)$$

$$Z(s) = |Z(s)|e^{i\phi(s)} = \omega(s)e^{i\hat{\phi}(s)} \qquad (2.113)$$

とおくと、(2.112)は $$u(s) = \omega(s)e^{i\psi(s)}, \quad \psi(s) = \sigma\frac{s}{S} + \hat{\phi}(s) \qquad (2.114)$$

固有値λ_2= λ_1^*に対する固有解をv(s)とすると

$$v(s) = \omega(s)e^{-i\psi(s)} \qquad (2.115)$$

(2.84)の任意解は(2.114)と(2.115)の線形結合で表され、

$$x(s) = A\omega(s)\cos[\psi(s) + \psi_0] \qquad (2.116)$$

微分すると $$x'(s) = A\omega'\cos(\psi + \psi_0) - A\omega\psi'\sin(\psi + \psi_0) \qquad (2.117)$$

Courant Snyder 理論

さらに微分すると

$$\begin{aligned} x''(s) &= A(\omega'' - \omega\psi'^2)\cos(\psi+\psi_0) \\ &\quad -A(2\omega'\psi' + \omega\psi'')\sin(\psi+\psi_0) \end{aligned} \tag{2.118}$$

(2.84)に代入すると

$$\begin{aligned} &(\omega'' - \psi'^2\omega + \kappa\omega)\cos(\psi+\psi_0) \\ &-(2\omega'\psi' + \omega\psi'')\sin(\psi+\psi_0) = 0 \end{aligned} \tag{2.119}$$

全てのψ_0について成り立つには、

$$\omega'' - \psi'^2\omega + \kappa\omega = 0 \tag{2.120}$$

$$2\omega'\psi' + \omega\psi'' = 0 \tag{2.121}$$

(2.121)を積分すると

$$\omega(s)^2\psi'(s) = C \tag{2.122}$$

Cは任意なので、C=1として(2.122)を(2.120)に代入すると

$$\omega'' + \kappa\omega - \frac{1}{\omega^3} = 0 \tag{2.123}$$

Courant Snyder 理論

sから1周期後のs+Sにおける座標は

$$
\begin{aligned}
x(s+S) &= A\omega(s)\cos[\psi(s)+\sigma+\psi_0] \\
&= A\omega(s)\cos[\psi(s)+\psi_0]\cos\sigma \\
&\quad -A\omega(s)\sin[\psi(s)+\psi_0]\sin\sigma
\end{aligned}
\tag{2.124}
$$

sから1周期後のs+Sにおける座標は

$$
\begin{aligned}
x'(s+S) &= A\omega'(s)\cos[\psi(s)+\psi_0]\cos\sigma \\
&\quad -A\omega(s)\psi'(s)\sin[\psi(s)+\psi_0]\cos\sigma \\
&\quad -A\omega'(s)\sin[\psi(s)+\psi_0]\sin\sigma \\
&\quad -A\omega(s)\psi'(s)\cos[\psi(s)+\psi_0]\sin\sigma
\end{aligned}
\tag{2.125}
$$

$$x(s) = A\omega(s)\cos[\psi(s)+\psi_0] \tag{2.116}$$

$$x'(s) = A\omega'\cos(\psi+\psi_0) - A\omega\psi'\sin(\psi+\psi_0) \tag{2.117}$$

(2.116)と(2.117)がX(s)を表し、(2.124)と(2.125)がX(S+s)を表す。この2つを結ぶ輸送行列は

$$
\hat{M} = \begin{pmatrix} \cos\sigma - \frac{\omega'}{\omega\psi'}\sin\sigma & \frac{\sin\sigma}{\psi'} \\ -\left(\psi' + \frac{1}{\psi'}\right)\sin\sigma & \cos\sigma + \frac{\omega'}{\omega\psi'}\sin\sigma \end{pmatrix}
\tag{2.126}
$$

(2.105)と比較すると

$$
\tilde{M} = \begin{pmatrix} \cos\sigma + \hat{\alpha}\sin\sigma & \hat{\beta}\sin\sigma \\ -\hat{\gamma}\sin\sigma & \cos\sigma - \hat{\alpha}\sin\sigma \end{pmatrix}
\tag{2.105}
$$

Courant Snyder 理論

$$\hat{\alpha} = -\frac{\omega'}{\omega\psi'} = -\omega\omega' \qquad (2.127)$$

$$\hat{\beta} = \frac{1}{\psi'} = \omega^2 \qquad (2.128)$$

$$\hat{\gamma} = \psi' + \frac{1}{\psi'} = \omega^2 + \frac{1}{\omega^2} \qquad (2.129)$$

$$x(s) = A\omega(s)\cos[\psi(s) + \psi_0] \qquad (2.116)$$

$$x'(s) = A\omega'\cos(\psi + \psi_0) - A\omega\psi'\sin(\psi + \psi_0) \qquad (2.117)$$

$$\omega(s)^2\psi'(s) = C \qquad (2.122)$$

(2.116)と(2.117)から三角関数部分を消し、(2.122)を用いると

$$\frac{x^2}{\omega^2} + (\omega x' - \omega' x)^2 = A^2 \qquad (2.130)$$

(2.127)、(2.128)、(2.129)を用いると

$$\hat{\gamma}x^2 + 2\hat{\alpha}xx' + \hat{\beta}x'^2 = A^2 \qquad (2.131)$$

(2.131)は楕円を表す式で、形状や傾きはα,βで決まる。α,βはωで決まり、ωは粒子に共通の値を持つ。Aは粒子によって異なる。同じAで異なるψ_0の粒子は同じ楕円上に存在する。最大のAをA0とすると、全ての粒子は面積$A_0^2\pi$の楕円内に存在する。この面積を

$$A_0^2\pi = \epsilon_x\pi \qquad (2.133)$$

と定義し、ε_xをエミッタンスと呼ぶ。

Courant Snyder 理論

(2.131)を図で表示すると

xの最大値は

$$x_m(s) = \sqrt{\epsilon_x \hat{\beta}(s)} = \sqrt{\epsilon_x}\omega(s) \qquad (2.136)$$

$$\omega'' + \kappa\omega - \frac{1}{\omega^3} = 0 \qquad (2.123)$$

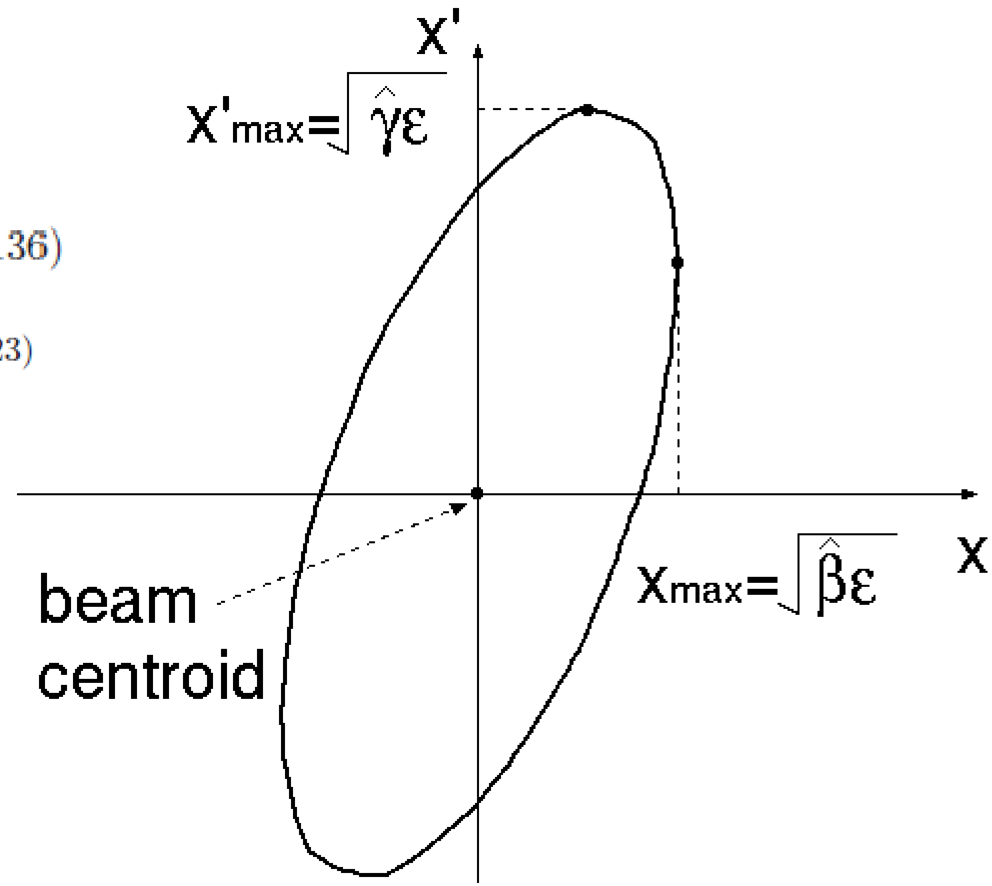
(2.136)を(2.123)に代入すると、
ビームエンベロープの式

$$x_m'' + \kappa x_m - \frac{\epsilon_x^2}{x_m^3} = 0 \qquad (2.137)$$

が求まる。

電子ビームのエネルギーで規格
化されたエミッタンス

$$\epsilon_n = \beta\gamma\epsilon \qquad (2.139)$$



空間電荷力

荷電粒子ビームは自己電場、磁場の影響により発散、収束する。
半径aの電子源からビームが一様円筒状に出てきた場合を考える。

単位長さあたりの粒子数は
$$N = \int_0^a 2\pi r n(r) dr \qquad (2.43)$$

電流は
$$I = \int_0^a 2\pi r n(r) c\beta(r) dr \qquad (2.44)$$

加速構造はない(E_z=0)ものとし、ガウスの定理を使ってr方向の電場を求めると

$$E_r = \frac{q}{\varepsilon_0 r}\int_0^r r n(r) dr, \qquad r \leq a, \quad (2.45)$$

(2.45)にn=N/(πa²)を代入すると

$$qE_r = \frac{Nq^2}{2\pi a^2 \varepsilon_0} r \qquad (2.62)$$

空間電荷力

自己磁場による内向きの力を求める。Maxwell方程式より

$$\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{J} \qquad (2.63)$$

z軸方向の電流密度J(r)に起因する磁場はf成分しかない。円筒座標でMaxwell方程式を求めると

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}[rB(r)] = \mu_0 J(r) \qquad (2.64)$$

積分し、$J(r)=Nq\beta c/(\pi a^2)$を代入すると、自己磁場は

$$\begin{aligned} B(r) &= \frac{\mu_0}{r}\int_0^r r' J(r') dr' \\ &= \frac{\mu_0 N q \beta c r}{2\pi a^2} \end{aligned} \qquad (2.65)$$

電荷q、速度bcの粒子に対する自己磁場による内向きのローレンツ力の大きさは $\beta^2 N q^2 r / 2\pi a^2 \varepsilon_0$

(2.62)と足し合わせるとr方向の運動方程式は

$$\gamma m_0 \ddot{r} = \frac{2\nu r}{a^2} m_0 c^2 \quad \frac{1}{\gamma^2} \qquad (2.66)$$

空間電荷力

r=aから出発する粒子について考えると、

$$aa'' = \frac{2\nu}{\beta^2\gamma^3} = \frac{2I}{\beta^3\gamma^3 I_0} = K \qquad (2.67)$$

(2.67)と(2.137)より収束要素のない(κ=0)場合のビームエンベロープ方程式は

$$a'' = \frac{2I}{aI_0\gamma^3\beta^3} + \frac{\epsilon_n^2}{a^3\gamma^2\beta^2}$$

空間電荷力　　エミッタンス

$$R = \frac{a}{a_0} \qquad (2.69)$$

$$Z = \sqrt{2K}\frac{z}{a_0} \qquad (2.70)$$

とおいて、外場がなく空間電荷力が支配的なビーム軌道を求める。