

# ビーム位置モニタ Beam Position Monitor (BPM)

## 1 はじめに

ビームモニターには、三つの主要なもの、三種の神器、位置モニタ、電流モニタ、ロスモニタがある。今回のOHOでは、電流モニタは含まれていないが、他にプロファイルモニタも含め J-PARC で使うビームモニタほぼすべてカバーされている。本講義のタイトルは、"beam position monitor" ビーム位置モニタ (BPM) なのでそれを中心に述べる。ただ、単に BPM と言っても、J-PARC の陽子加速器 (Linac, RCS, MR) で使用しているものと、電子加速器の BPM は、相違点も多い。本講義は、陽子加速器の BPM (とりわけリング加速器の RCS, MR) 中心になるので、その点は、ご了解頂きたい。

ビーム位置モニタは、ビーム進行軸に対し垂直方向<sup>1</sup>のビームの電荷重心の変位、位置を測定するものである。BPM の一番の目的は、閉軌道 (Closed Orbit; CO) の歪 (Closed Orbit Distortion; COD) を小さくし、なるべく真空ダクトの中心、実際には、設計した軌道、四極電磁石の中心にビームを通すことである。そうすれば、ビームロスを、少なくできるからである。また、後から述べるが、磁場の一部、或いは加速周波数など、ビーム条件の一部を変えた際に、ビームの位置が相対的に変化する。全周の (或いは、一部の) BPM のデータと変化させたビーム条件を使い、基本的なビーム光学のパラメータが測定できる。

## 2 ビームの周波数スペクトル

まず最初に、ビームから得られる情報に、いつも関連する周波数スペクトルについて考える。周波数は、時間の逆数であり、時間情報と密接にかかわりがある。具体的にスペクトルを見るためには、オシロスコープなどで一定時間のデータ (時間領域、time domain data) を取得し、それを FFT (高速フーリエ変換) を

<sup>1</sup>よく、「横方向」という言い方もするが、英語の "transverse" から来ているもので、いわゆる「水平」「垂直」どちらも指す。これに対する用語として、(RF の加速周波数に丁度あった粒子から見た) ビーム進行軸方向の「縦方向」"longitudinal" がある。

使って、周波数領域 (frequency domain) のデータに変換することで可能になる。

ビームが元々持っている周波数スペクトルについて、どんなものか、まず知っておく必要がある。その上で、目的に合わせて、どの周波数領域を見たいのか、検出器は、もちろん信号処理回路に至るまで、その点を考慮しながら設計する必要がある。目的によっては、単一の周波数に特化した (狭帯域) の検出器・回路で良いかもしれない。また、時間領域での波形をできるだけ忠実に完全な形で再現しようと思えば、幅広い周波数 (広帯域) で特性が一定の検出器・回路が必要になる。言葉では、単純だが、広帯域になるとノイズが増えるとかがあり、色々な限界も知った上で設計・製作、さらには、測定・解析してゆく必要がある。

### 2.1 最も簡単な場合

最も簡単な例は、図 1(上) のような  $\delta$  関数的<sup>2</sup>な信号が、時間  $T_0$  の一定間隔で繰り返す場合である。これは、式で表現すると

$$v(t) = v_0 \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t - nT_0) \quad (2-1)$$

となる。これは、 $v(t) = v(t+T_0)$  という周期  $T_0$  の周期関数なので、このフーリエ展開する<sup>3</sup>と、 $\omega_n = n\omega_0 = n2\pi f_0 = n2\pi/T_0$  とおいて、

$$v(\omega_n) = \frac{1}{T_0} \int_{-T_0/2}^{T_0/2} v(t) e^{-jn\omega_0 t} dt = \frac{v_0}{T_0} \quad (2-2)$$

となる。さらにこれを使って式 (2-1) は、

$$v(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} v(\omega_n) e^{jn\omega_0 t} = \frac{v_0}{T_0} \sum_{n=-\infty}^{\infty} e^{jn\omega_0 t} \quad (2-3)$$

となる<sup>4</sup>。これを図にすると非常に単純だが、式 (2-2) は、図 1(下) のように、 $f_0$  毎に振幅の等しいピークが現れる構造になる。

単純なことだが、「時間領域で一つの  $\delta$  関数をよく再現するには、非常に幅広い周波数範囲で平坦な特性

<sup>2</sup>ここでは、振幅として  $v_0$  を使っているが、厳密には、 $t - nT_0 = 0$  で無限大になるのが正式な  $\delta$  関数である。

<sup>3</sup>ここでは、時間領域  $-\infty \sim \infty$  のフーリエ変換としては、計算しない。

<sup>4</sup>あるいは、Poisson の和公式

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} f(t - nT_0) = \frac{1}{T_0} \sum_{n=-\infty}^{\infty} F(nf_0) e^{j2\pi nft} \quad (2-4)$$

$F(x)$  は、 $f(x)$  のフーリエ変換 (すなわち  $\delta(x)$  のフーリエ変換は、1)、を使って、式 (2-1) より直接求めることも可能。

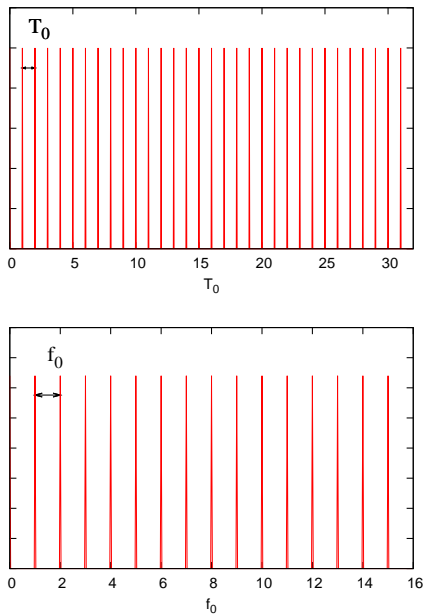


図 1: 時間間隔  $T_0$  で一定の信号 (上) とその周波数スペクトル (下)。

の回路で信号を捉える必要がある」ということが分かる。また、周波数の分解能を非常に良くしたい、と思う場合は、どうすればよいか? 「Sampling を速くする」というのは、「周波数領域での最大値を上げる」ことにしかならない。必要なのは、「より長い時間の測定 (時間領域で長いデータ)」である。ただ、やみくもに sampling を速くすると、長い時間を取るために大量のデータ (ロングメモリのオシロスコープなど) を保存できる機器が必要になり、さらそのようにして取った非常に長いデータは、「ちょっとだけ」と思っても、Excel<sup>5</sup>で全体は、読み込めないし、見るのにも時間がかかる。『たくさんとっても結局見ない』ということもままあり、あまり実用的ではない。理想的には、目的を持ってデータを取るべきである。

話がそれてしまったが、図に描かれた周波数スペクトルは、正の周波数、振幅は絶対値で表す。ここで縦軸は、linear scale で描いているが、多くの実験データの場合、sideband など副次的なスペクトルは小さく、対数の dB 表示 ( $20 \log_{10} |\text{振幅}|$ ) で書くことが多い。

このような周期的な信号は、RCS, MR のようなリング加速器で、粒子がバンチを形成し、周回していることを念頭に置いている。ただ、Linac でも、同じパ

<sup>5</sup>新しい version の file format でも 10Mpoints ( $2^{20} = 1,048,576$  行) まで。古い version は、64k ( $2^{16} = 65,536$  行) まで。

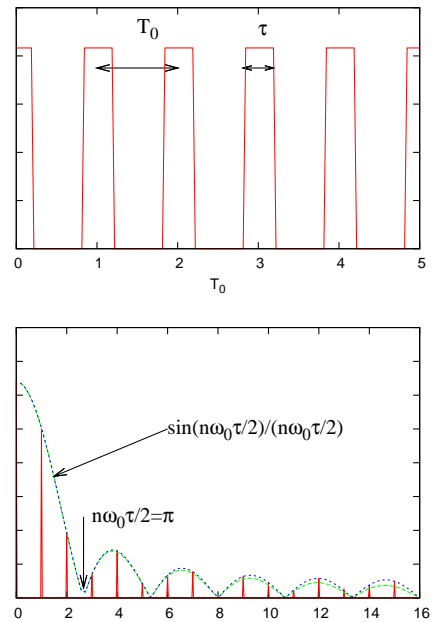


図 2: 時間  $T_0$  の一定間隔かつ有限な幅  $\tau$  のある信号とその周波数スペクトル。時間領域については、最初の  $5T_0$  までを拡大表示している。

ルスが繰返す、という条件下では、同様なものと考えられる。

## 2.2 ビームに幅がある場合

次に、ビームに有限な幅がある場合を考える。例えば、その時間幅を  $\tau$  とする矩形波であった場合、信号は、以下のように書けるので、

$$v(t) = \begin{cases} v_0 & (nT_0 - \tau/2 < t < nT_0 + \tau/2) \\ 0 & (\text{otherwise}) \end{cases} \quad (2-5)$$

これを式 (2-2) の  $v(t)$  として代入し、計算すると

$$\begin{aligned} v(\omega_n) &= \frac{v_0}{T_0} \int_{-\tau/2}^{\tau/2} e^{-jn\omega_0 t} dt \\ &= \frac{v_0}{T_0} \left[ \frac{1}{-jn\omega_0} e^{-jn\omega_0 t} \right]_{-\tau/2}^{\tau/2} \\ &= \frac{v_0}{T_0} \frac{1}{-jn\omega_0} (e^{-jn\omega_0 \tau/2} - e^{+jn\omega_0 \tau/2}) \\ &= \frac{v_0 \tau \sin(n\omega_0 \tau/2)}{T_0 n\omega_0 \tau/2} \end{aligned} \quad (2-6)$$

となる。

これを図にすると、図 2 のようになる。各スペクトルの高調波成分のピーク値  $\frac{v_0 \tau}{T_0}$  に対し、 $\frac{\sin(n\omega_0 \tau/2)}{n\omega_0 \tau/2}$

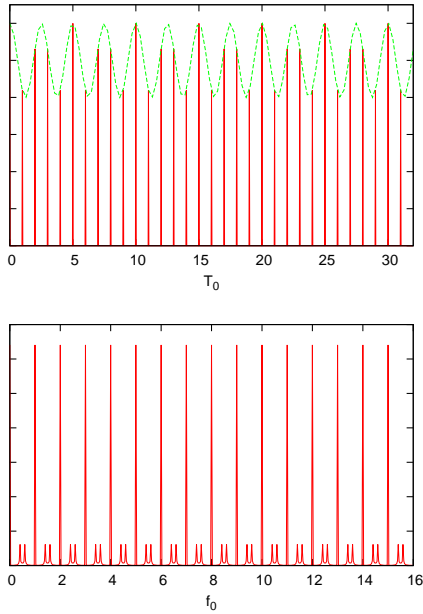


図 3: 振幅変調がある場合の時間信号とその周波数スペクトル。メインのスペクトル  $nf_0$  の間に、sideband のスペクトルが見られる。

の包絡線で制限されるのが分かる<sup>6</sup>。ここでは、 $\tau = (3/8)T_0$  の場合を描いていて、振幅が 0 の節となる間隔は、 $n\omega_0\tau/2 = \pi$ 、つまり  $n = 8/3 \simeq 2.67$  の単位になっている。

これから、例えば、 $\tau \sim 100ns$  位の時間幅の信号を見ようとする、測定器などに要求される周波数帯域は、その逆数、 $n\omega_0 = 2\pi/\tau \sim$  数  $10MHz$  くらいが目安になる。この目的のためには、何百 MHz, GHz までのものは、必要がない。

### 2.3 変調がある場合 1

次に、より現実的な、少し変化がある場合を考える。まずは、振幅変調 (amplitude modulation; AM) がある場合である。これは、リング加速器では、ビーム進行軸に対し transverse 方向の運動、betatron 振動、に関連している。式 (2-1) に振幅変調

$$x = x_0 + A \cos(\omega_\beta t + \phi) \quad (2-7)$$

<sup>6</sup>厳密には、図 2 は、離散的な系 (総データ点数 1024, 周期  $T_0 = 32$ , 幅  $\tau = 12$ ) で計算し作成したものである。 $l$  を離散的な時間間隔とすると  $\times \frac{n\omega_0\tau/2 \times (1/l)}{\sin(n\omega_0\tau/2 \times (1/l))}$  だけ補正が必要になり、それをかけた包絡線も同時にプロットしている。図 4 についても、包絡線がピーク値と少し違っているのも同様の効果と考えられる。

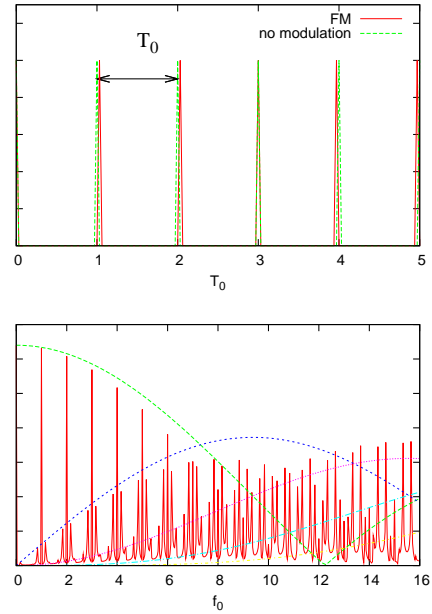


図 4: 周波数変調がある場合の時間信号とその周波数スペクトル。時間領域については、周波数変調が分かり易いよう、最初の  $5T_0$  までを拡大表示している。 $m$  次のスペクトルは、 $J_m(x)$  の包絡線によって制限されている。 $m = 5$  まで表示した。

をかけてやる。ここで、 $x_0$  は振幅の平均値、 $A$  は、初期振幅、 $\phi$  は、初期位相である。そうすると式 (2-3) は、

$$v(t) = \frac{v_0 x_0}{T_0} \sum_{n=-\infty}^{\infty} e^{jn\omega_0 t} + \frac{v_0 A}{2T_0} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left[ e^{j[(n\omega_0 + \omega_\beta)t + \phi]} + e^{j[(n\omega_0 - \omega_\beta)t - \phi]} \right] \quad (2-8)$$

ようになる。ここで、第 1 項は、バンチの周回周波数及び高次項  $\omega = n\omega_0 = 2\pi n f_0 = 2\pi/T_0$  であり、第 2 項の  $\omega = n\omega_0 \pm \omega_\beta$  ( $n$  は整数) がサイドバンドの周波数スペクトルになる。

### 2.4 変調がある場合 2

次に、周波数変調 (frequency modulation; FM) の場合を考える。これは、ビーム軸に対し、longitudinal な方向の振動、Synchrotron 振動の話につながる。これまで、周期  $T_0$  だったものが、

$$T'_0 = T_0 + \Delta T \cos(\omega_s t) \quad (2-9)$$

によって振動すると、式 (2-1) は、

$$v(t) = v_0 \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t - nT_0'(t)) \quad (2-10)$$

となる。これをさらに以下のように変形する。

$$\begin{aligned} v(t) &= \frac{v_0}{T_0} \sum_{n=-\infty}^{\infty} e^{jn\omega_0(t-\Delta T \cos(\omega_s t))} \\ &= \frac{v_0}{T_0} \sum_{n=-\infty}^{\infty} e^{jn\omega_0 t} e^{-jn\omega_0 \Delta T \cos(\omega_s t)} \\ &= \frac{v_0}{T_0} \sum_{n=-\infty}^{\infty} e^{jn\omega_0 t} \sum_{m=-\infty}^{\infty} (j)^m J_m(n\omega_0 \Delta T) e^{jm\omega_s t} \\ &= \frac{v_0}{T_0} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} (j)^m J_m(n\omega_0 \Delta T) e^{j(n\omega_0 + m\omega_s)t} \end{aligned} \quad (2-11)$$

ここで、 $J_m(z)$  は、 $m$  次の第 1 種 Bessel 関数で、

$$e^{jz \cos \theta} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} (j)^n J_n(z) e^{jn\theta} \quad (2-12)$$

を使った。このスペクトルは、図 4 のように描ける。前項のベータトロン振動と異なり、 $n\omega_0$  の周りに複数の  $m$  次のサイドバンド  $m\omega_s$  があるのが分かる。また、 $m$  次のスペクトルは、 $J_m(x)$  で制限されている。

## 2.5 窓関数

ここで、窓関数について、本筋から少し外れる技術的な事だが、当たり前のように使われているので、ここで述べておく。多くの場合、計算機上のフーリエ変換には、FFT を使う。FFT するとき、2 のべき乗のデータ点数  $N$ 、 $2^{10} = 1024$  とか  $2^{12} = 4096$  とかを使うことがほとんどであり、この時、sampling 周波数を調整しなければ、取得した波形は、必ずしも周期的になるとは限らない。この際、窓関数をかけて、データの始めと終わりでスムーズに接続し、データ長範囲内で、周期的になるようにしてから、FFT 処理等を実施する。窓関数の種類は、沢山あり、スペクトルピーク値の幅やメインから漏れだす量によって選択するべきであるが、簡単な Hanning

$$w(x) = 0.5 - 0.5 \cos(2\pi x) \quad (0 \leq x \leq 1) \quad (2-13)$$

や、測定器などでは、Blackmann-Harris

$$\begin{aligned} w(x) &= 0.35875 - 0.48829 \cos(2\pi x) \\ &\quad + 0.14128 \cos(4\pi x) - 0.01168 \cos(6\pi x) \\ &\quad (0 \leq x \leq 1) \end{aligned} \quad (2-14)$$

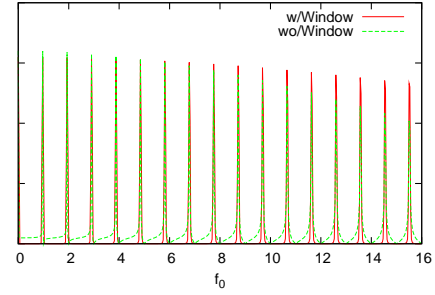


図 5: 窓関数をかけないで FFT した場合、とかけた場合の比較例。

を使っていることが多い。

窓関数をかけない場合でも、「矩形窓関数をかけている」ということに相当する。ただ、周回周波数などメインのピーク周波数の決定だけならよいが、それが、広く周りの周波数に漏れ出てしまうため、周回周波数の横に小さく出るサイドバンドの測定には、全く実用的ではない。図 5 に、全体のデータ長と周期的がずれているデータを Hanning 窓関数をかけた場合とそうでない場合を比較例をしめす。周波数の振幅自体は、窓をかけたことにより半分になっているので、それについては、調整した。窓をかけてないと、メインの周波数から漏れ出たサイドローブが広がっているのが分かる。

## 2.6 J-PARC のビームの時間構造及び主要パラメータ

ここでは、J-PARC の 3 つの加速器 (Linac, RCS, MR) のビームの時間構造及び主要となるビームパラメータについて触れる。ビームの時間構造は、図 6 のようになっている。Linac の 324MHz に同期するのは、マイクロパルスと呼んでいる。RCS に入射する際、RF バケツに入りきらない分をあらかじめ、低いエネルギーの間に chopper で切り落としておくことにより、中間パルス (181MeV 入射時、最大 600ns、400MeV では、最大 456ns) が形成される。さらに、RCS では、multi-turn 入射と呼び、入射時間 500μs の間に 235 周 (181MeV 入射時、400MeV では、307 周になる) の間入射が続き、2 つのパンチが形成される。Linac では、この最大 500μs のパルスをマクロパルスと呼んでいる。

表 1 は、主要パラメータを特に、ビームモニタが関連する周波数を中心にまとめたものである。これらの

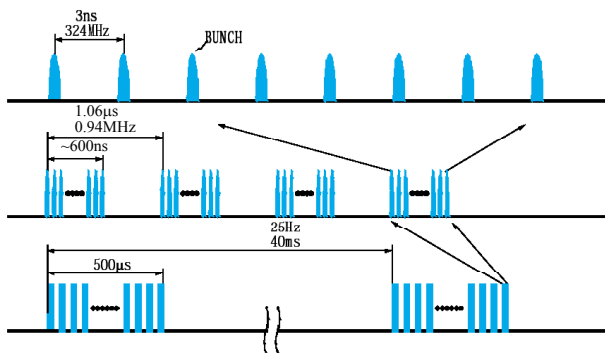


図 6: J-PARC 加速器のバンチの時間構造。上から順に、マイクロパルス、中間パルス、マクロパルス、と呼んでいる。但し、中間パルスの説明数字は、181MeV 入射用である。

数字は、現在主に運転に使っているパラメータで、一部は今後変わりうるものである<sup>7</sup>。Linac は、性格が異なるので、表 1 には、載せていないが、上で述べたマイクロパルスを作るための RF 周波数は、324MHz であり、将来、RCS だけでなく J-PARC 第 2 期計画の ADS(Accelerator Driven System: 核変換加速器駆動システム) への入射の為に、繰返しは、50Hz の仕様となっている。

これらから、RCS の BPM は、COD 測定用には、何周分か平均化した軌道が測定できるように  $\sim 1\text{MHz}$  付近の周波数が扱えること、また、turn-by-turn の位置を決定できるよう最短バンチ長 (100ns) より十分短いサンプリングができる ADC が必要と分かる。た。MR でも同様観点で仕様を決め、Linac でも、基本の 324MHz を検波できるように、検出器、ケーブル、信号処理回路の設計を行った。バンチ長は、RF の制御で大きく変化するが、RCS では、空間的には、約 100m から最短 30m 位。MR でも、時間にして最短 70ns、長さにして約 20m 位なので、これらは、後で述べる BPM の電極長に比べれば、十分長いと言える。

ここで、J-PARC 以外の加速器、例えば KEKB とは、どんな違いがあるであろうか。KEKB の RF 周波数は、508MHz なので、その周波数が高調波、で検波する設計になっている。これくらいになると、真空容器内で発生する高次の電磁波の影響も考慮が必要である。ケーブルは、数百 MHz しかも何百 m も信号を伝送することを考えると、信号減衰のことは、よくよく考えて選択しなければ、ならない。J-PARC の中でも、

<sup>7</sup>例えば、MR のエネルギー増強のため、MR サイクルの繰返しを早めることも計画されている。

	RCS			MR
周長 (m)	348.333			1567.5
エネルギー (GeV)	0.181	0.4	3	3~30
速度 $\beta$	0.54 0.713 0.971			$\sim 0.999540$
Lorentz $\gamma$	1.193 1.426 4.197			$\sim 33.0$
周回周波数 (kHz)	469	614	836	186~191
周回周期 ( $\mu\text{s}$ )	2.131	1.629	1.196	5.384~5.230
RF 周波数 (MHz)	0.939	1.227	1.672	1.672~1.721
harmonics	2			9
バンチ数	2			8(6)
バンチ長 (ns)	600	456	200	(70)
		(100)		(20)
バンチ長 (m)	98	98	58	(20)
繰返し	25Hz			3.52/6.0s
designed tune	6~7			20~23
COD 用 BPM 数	54			186

表 1: J-PARC 加速器のパラメータの一部。MR の最大エネルギー 50GeV も計画されているが、この表には、反映していない。MR のバンチ数は、設計上 8 バンチであるが、出射 kicker の立ち上り特性の制限の為、2010 年 6 月現在、6 バンチで運転している。

Linac は、周波数は固定で、この点に関しては KEKB など電子加速器に近い面がある。一方、リング加速器の RCS/MR は、加速期間中で周波数大きく変化しますし、扱う周波数も、1~数 MHz で KEKB 等と比べても、回路構成も大きく違っている。

### 3 BPM システム

ここから、肝心の BPM システムについて説明する。BPM のシステムは、主に、検出器、信号処理回路、その間をつなぐケーブル等から構成されている。信号処理回路は、加速器トンネル内に置かれることもあるが、J-PARC では、耐放射線性やメンテナンスの観点から原則、各制御室に置くようにした。図 7 は、RCS の例だが、Linac, MR も概ね同様の構成になっている。

多くの場合、BPM は、水平又は垂直の  $\beta$  関数が最大になる四極電磁石と一緒に置かれる。これは、リング内もビーム輸送ラインでも同様である。リング加速器では、COD が発生するとき、周長に沿ってほぼ tune の整数倍の振動がみられる。表 1 のように、design の

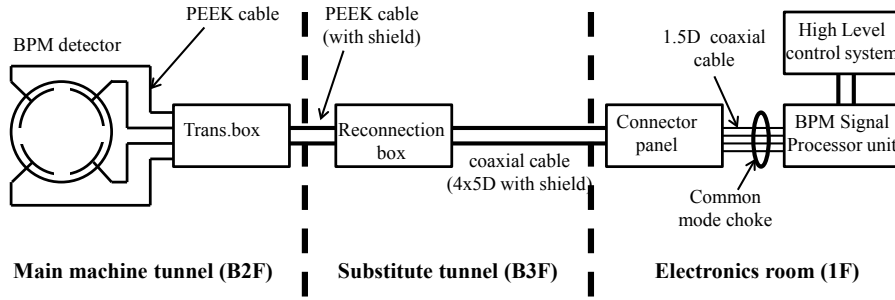


図 7: RCS BPM システムの構成。

tune があるので、最低でもこの 1/4 周期分できれば、その倍くらいの数の BPM を備えるのが望ましい。この要求に従うと必要数は、RCS 及び MR でそれぞれ、 $7*4*2=56$ ,  $23*4*2=184$  位となる。RCS 及び MR では、四極電磁石がそれぞれ、60, 216 台あるが、ほとんどの四極電磁石に合わせて BPM を設置しており、実際数は、それぞれ、54, 186 台である。Linac でも MEBT から L3BT まで、全 102 台の BPM を備えている [1]。

以下、ビーム位置を測定するために利用する、ビームがある時の横方向の電場について考察した後、幾つかの電極について説明する。その後、信号処理回路やシステムの他の部分について説明する。

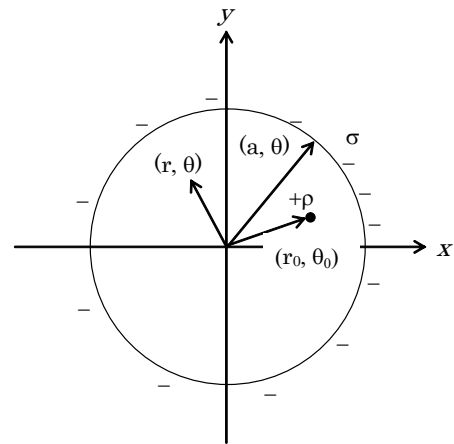


図 8: 横方向の電場の例。

### 3.1 横方向の電場

真空パイプは、完全導体で無限長の円筒 (半径  $a$ ) を考える。相対論的で Lorentz  $\gamma \rightarrow 1$  の極限では、2次元問題に帰結できて、図 8 のような位置  $r_0, \theta_0$  にあるような点電荷 (ビーム)  $\rho$  が作る場所 ( $r = a, \theta$ ) での壁電流 (電場) は、

$$J_w = \frac{Ev}{\mu_0 c^2} = -\frac{\rho v}{2\pi a} \frac{a^2 - r_0^2}{a^2 + r_0^2 - 2ar_0 \cos(\theta - \theta_0)} \quad (3-1)$$

のようになる。(ここで、 $c$ :光速,  $\epsilon_0, \mu_0$  は、真空中の誘電率、透磁率で  $\epsilon_0 \mu_0 c^2 = 1$  である。)

より厳密に非相対論的な場合は、 $m$  次の変形 Bessel 関数  $I_m(x)$  を使い

$$J_w = -\frac{\rho v}{2\pi a} \left[ \frac{I_0(kr_0/\gamma)}{I_0(ka/\gamma)} + 2 \sum_{m=1}^{\infty} \frac{I_m(kr_0/\gamma)}{I_m(ka/\gamma)} \cos[m(\theta - \theta_0)] \right] \quad (3-2)$$

のようになる [2, 3, 4]。ここで、 $k = \omega/v$ ,  $v$  は、速度である。

### 3.2 BPM 検出器

現在、J-PARC のリング加速器の BPM は、静電誘導型 (Electro-static type) を主に使っている。これらは、さらに電極形状によって、平行 4 分割、対角線 cut 型 (diagonal cut) のタイプに分かれる。電子加速器などでよく使われているボタン型電極も静電型の一種であるが、面積が狭く誘起する電荷量が少ないため、信号が小さい、静電容量から決まる周波数特性も使用領域で平坦でない、などの理由で使っていない。他、Linac や L3BT (Linac-to-3GeV RCS Beam Transport Line; Linac から RCS のビーム輸送ライン)、MR でも一部では、ストリップライン (stripline) 型を使っている。

#### 3.2.1 静電誘導型電極

原理的には、図 9 上のように真空容器の内側に電極を設け、外側の真空容器との間の静電容量でコンデン

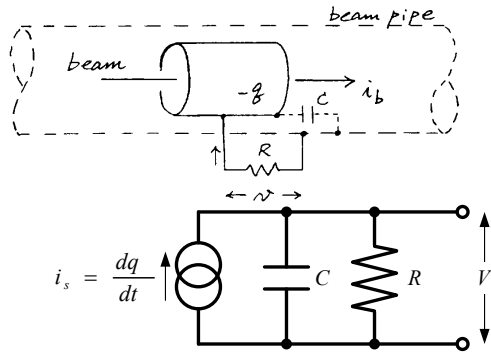


図 9: 静電誘導型信号 pick-up の原理、及び等価回路。

サが形成される。ビームが誘起する電荷が電極上に現れそれを信号として読み出す。等価回路は、同図下のようになる。

筆者は、等価回路を考える時に何時も、「電圧源」をイメージすることが多いが、ビームモニタのテキストでは、「電流源」として説明されていることが多い。ただ、「複雑な 2 端子回路も定電流源と平行なインピーダンスとして扱える (ノートンの定理)」し、双対関係にあるテブナンの定理「定電圧電源と直列なインピーダンスとして扱える」のでどちらの表現でも同じことになる。この等価回路について、電流値  $i_s$  についての式を書くと

$$i_s = \frac{dq}{dt} = C \frac{dV}{dt} + \frac{V}{R} \quad (3-3)$$

となり、 $v = V(\omega)e^{j\omega t}$ 、 $q = Q(\omega)e^{j\omega t}$  とおいて周波数成分に対する応答を求めると

$$V(\omega) = \frac{j\omega CR}{1 + j\omega CR} \frac{Q(\omega)}{C} \quad (3-4)$$

となる。これは、時定数  $CR$  のハイパスフィルターになっている。例えば、適当な  $C = 300pF$  に対し、インピーダンス  $50\Omega$  の同軸ケーブルを直接つなぐと、cut off 周波数は、 $f = \omega/2\pi = 1/(2\pi CR) \sim 10MHz$  程度になる。

このまま、ハイパスフィルターの特性のまま使うこともできるが、検出する周波数が変化する RCS, MR では、定数  $C, R$  のわずかな違いで、個々の電極で周波数応答が大きく変わる可能性がある。このため、RCS では、検出器近くでトランスを使って一旦高インピーダンスで受けた後、 $50\Omega$  ケーブルで  $100m$  以上の伝送を行い、地上 1 階で信号処理回路に接続している (図 7)。この短所は、信号が小さくなることである。RCS では、巻き数比 2 : 14 で、受けているので、インピー

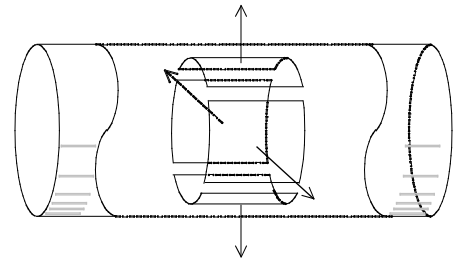


図 10: 平行 4 分割電極の例。

ダンスは、49 倍の  $N^2R = 2.45k\Omega$ 、信号強度は  $1/7$  になる。ただでさえノイズ環境が厳しい所、さらに小さな信号になるため、定格ビーム強度の  $1/100$  以下で実施する beam commissioning で BPM の信号が本当に見えるのか、実際に commissioning 前は、非常に気がかりであった。念のために加速器トンネル内に、一時的にでも耐放射線性は度外視した信号増幅器を置くように準備した。幸い、事前のノイズ低減の方策がうまくゆき、リニアックビーム  $5mA$  でも信号は観測できた。逆に、今後及び将来のビームの大強度化されるという観点に立てば、信号は小さくなっていった方が、後段の信号処理回路を守る減衰器 (attenuator) 等が楽になる。

MR でも外付けのコンデンサ  $C$  を付ける予定だったが、耐放射線性のあるものを選ぶ必要があることと、初期の beam commissioning 時の信号が小さすぎないか、という観点から取付を見送っている [5]。

電極の形状については、単純で製作も比較的容易な「平行 4 分割電極」がまず考えられる (図 10)。横方向の電場は、前章 3.1 でみたように、式 (3-1) であらわされ、それを使って、電荷線密度  $\lambda$  が誘起する電荷分布  $\sigma(r_0, \theta_0, \theta)$  は、

$$\begin{aligned} \sigma(r_0, \theta_0, \theta) &= \frac{\lambda}{2\pi a} \frac{a^2 - r_0^2}{a^2 + r_0^2 - 2ar_0 \cos(\theta - \theta_0)} \\ &= \frac{\lambda}{2\pi a} \left[ 1 + \sum_{n=1}^{\infty} 2 \left( \frac{r_0}{a} \right)^n \cos n(\theta - \theta_0) \right] \\ &= \frac{\lambda}{2\pi a} \left[ 1 + 2 \left( \frac{x}{a} \cos \theta + \frac{y}{a} \sin \theta \right) \right. \\ &\quad \left. + 2 \left( \frac{x^2 - y^2}{a^2} \cos 2\theta + \frac{2xy}{a^2} \sin 2\theta \right) + \dots \right] \quad (3-5) \end{aligned}$$

となる。ここで、 $x = r_0 \cos \theta_0$ 、 $y = r_0 \sin \theta_0$  を使った。これを左右それぞれの電極  $\theta_L = -\phi/2 \sim \phi/2$ 、 $\theta_R = \pi - \phi/2 \sim \pi + \phi/2$  で切り取ると、各電極での

電荷は

$$\sigma_L \propto \lambda \left( \phi + 2 \frac{x}{a} 2 \sin \frac{\phi}{2} + 2 \frac{x^2 - y^2}{a^2} \sin \phi + \dots \right) \quad (3-6)$$

$$\sigma_R \propto \lambda \left( \phi - 2 \frac{x}{a} 2 \sin \frac{\phi}{2} + 2 \frac{x^2 - y^2}{a^2} \sin \phi + \dots \right) \quad (3-7)$$

となるなので、その差/和 ( $\Delta/\Sigma$ ) は、

$$\frac{\sigma_L - \sigma_R}{\sigma_L + \sigma_R} \simeq \frac{2 \sin(\frac{\phi}{2})}{\phi} \times 2 \frac{x}{a} \quad (3-8)$$

となる [6]。実際には、位置決定精度を上げるため、据付前にワイヤーでビームを模擬した校正台で、1台ずつの特性を測定し、ワイヤー位置と各電極の出力信号を測定し、マッピングを行うのが普通である。これについては、後で述べる。この電極形状でも、中心付近では、それなりに線形だが、今回の J-PARC の陽子ビームの場合、電子ビームなどと違い、ある程度の大きさがあ、線形性が非常に重要となる。そのため、図 11 のような原理的には、完全な線形性のある円筒を対角線で切断した形状の電極を主な BPM として採用した。各電極に誘起される電荷は、以下のように計算でき、その線形性も確認できる [4]。

$$\begin{aligned} Q_L &= \int_0^{2\pi} a d\theta \int_{-l/2}^{l/2(1-\cos\theta)} \sigma(r_0, \theta_0, \theta) dz \\ &= \int_0^{2\pi} a d\theta \frac{l}{2} (\cos\theta + 1) \sigma(r_0, \theta_0, \theta) \\ &= \frac{\lambda l}{2} \left( 1 + \frac{x}{a} \right) \end{aligned} \quad (3-9)$$

ここで、式 (3-5) の 2 行目の級数展開に対し、 $(\cos\theta + 1)$  をかけて  $\theta$  で  $0 \sim 2\pi$  区間の積分を考えれば、 $\cos n\theta$  項は消えることから、計算できる。同様に、

$$Q_R = \frac{\lambda l}{2} \left( 1 - \frac{x}{a} \right) \quad (3-10)$$

これから、

$$\frac{Q_L - Q_R}{Q_L + Q_R} = \frac{x}{a} \quad (3-11)$$

他に断面は四角形でビームから見たら三角形の電極も線形性のよいものとして、KEK-PS などでも用いられていた。さらに様々に工夫された電極形状はいくつもある [7]。

図 12 に、MR で用いている BPM 検出器の図面を示す。上流、下流にそれぞれ上下、左右の位置を決定するための電極対を配した構造となっている。各電極間の静電容量の干渉等は、[4, 5] に詳しい。

図 13 に、同様の電極構造を持つ RCS の BPM 検出器を示す。直接、電極構造と関連しないが、RCS は、

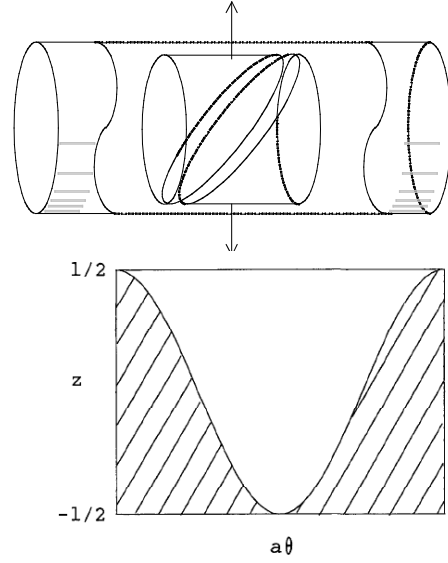


図 11: 対角線 cut 電極の例とその電極の展開図。

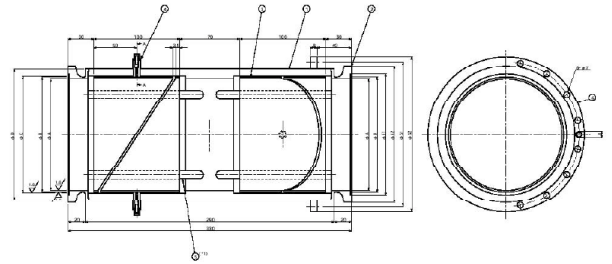


図 12: MR の BPM 検出器 [4]。

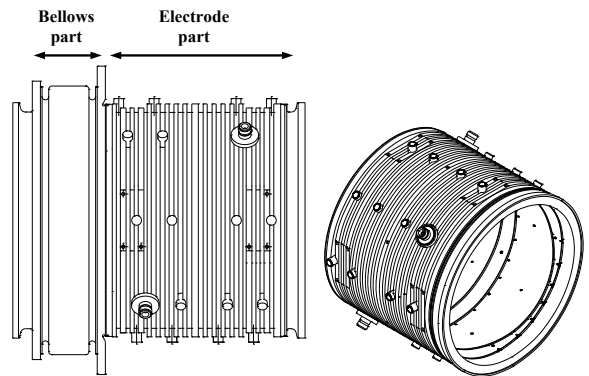


図 13: RCS の BPM 検出器。左が側面図、右が 3D 図 (但しベローズ部は省略)。ビーム軸方向は、全長 360mm、1 つの電極長約 90mm、内径は、257, 297, 377mm の三種類ある。



極端にビーム軸方向のスペースが制限されたため BPM 検出器本体は、 $25Hz$  で動作する補正電磁石の中に組み込むことになった。その渦電流効果を抑えるため、薄肉の構造、但し真空力に負けないリブ構造を付けた。また、四極電磁石のセラミックダクトと直接締結するため、チタンの成形ベローズを BPM の一部として溶接する、といった構造になった。このほか、補正電磁石内で信号読み出しの突起が邪魔にならぬよう、内部の電極を含め  $45$  度回転させたり、架台部分で渦電流の大きなループができぬよう、絶縁、左右に分割の切れ込みを入れるなどの工夫をしている [8]。材質は、真空の為の処理が容易で、重量軽減と残留放射線量が少ないチタンを選択した。これにより、据付時の作業は容易にもなり、また、一部ビームロスの大きい場所でも、ステンレス製と比べ、明らかに残留放射線の減少が早く認められている。また、信号の出力コネクタは、機械的な強度から SMA ではなく、N 型コネクタにしている。

次に、設計時に見積もられた信号の大きさと実際の観測について述べる。まず、ビームの線電荷密度  $\lambda(C/m)$  について考える。ビーム電流  $I_b$  に対し、バンチあたりの電荷量  $Q$ 、粒子数  $N$ 、バンチ長  $l$ 、粒子の速度  $v = c\beta$  ( $c$  は、光速)、 $t = \frac{l}{v}$ 、単位電荷  $e$  とすると

$$\lambda = \frac{Q}{l} = \frac{eN}{l} = \frac{I_b t}{l} = \frac{I_b}{v} \quad (3-12)$$

となる。これに初期のビームコミッション時の条件<sup>8</sup>を当てはめると、RCS からみた一番小さな単位、長さ  $560ns$  の 1 中間バンチあたりでは、

$$\lambda_{min} = \frac{I_b}{\beta c} = 3.1 \times 10^{-11}(C/m) \quad (3-13)$$

となる。2010 年 6 月現在は、Linac のピーク電流  $15mA$ 、最長  $500\mu s$  の間 (235 周の間、2 バンチ分)、多重周回入射するので、粒子数で  $2.5 \times 10^{13}ppp$ 、 $\lambda$  は、最初の約 1400 倍になっている。最も線電荷密度が高くなるのは、定格のビームパワー  $1MW$ 、ビーム強度で  $8.3 \times 10^{13}ppp$  (バンチあたりでは、 $4.15 \times 10^{13}ppb$ )<sup>9</sup>で、さらにバンチ長が短く sharp になった時である。バンチ長は、RF で制御されるが、最も短い場合で  $100ns$ 、空間的には、 $30m$  位になるので、

$$\lambda_{1MW} = \frac{eN}{l} = 2 \times 10^{-7}(C/m) \quad (3-14)$$

これは、バンチの中の平均的な値で、実際には、濃淡がある。バンチ内の平均電流をピーク電流で割った値、

<sup>8</sup>Linac のピーク電流は、 $5mA$ 、 $\beta = 0.545$ 。

<sup>9</sup>ppp は、particles per pulse、ppb は、particles per bunch の略である。

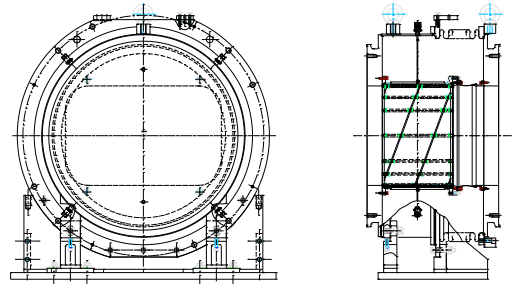


図 14: RCS の BigBPM2 検出器。左が断面図、右が側面図。入射部に設置される特大 BPM 2 台のうちの一つ。ビーム軸方向は、長さ  $400mm$ 、断面は (縦 × 横)  $470 \times 300$  (BigBPM1 は、 $504 \times 212$ )。

バンチングファクター (bunching factor) は、 $0.2$  くらいなので、その逆数で、 $5$  倍くらい ( $\lambda_{max} = 1 \times 10^{-6}$ ) まで高くなることを考慮すれば、よさそうである。

またこの線電荷密度から、BPM で得られる信号は、

$$V = \frac{Q_{el}}{C} \times \frac{1}{N} \quad (3-15)$$

と計算される。ここで、 $Q_{el} = (1/2) \times \lambda l_{el}$  は、電極に誘起される電荷量、 $l_{el}$  は、電極長、factor  $1/2$  は、電極が半分の面積で分けられている為である。また、トランスで受けるため巻き数  $1/N$  だけ信号が小さくなる。BPM の静電容量を  $C = 300pF$  とすると、

$$V = \frac{1}{7} \frac{1/23 \times 10^{-11} \times 0.1}{3 \times 10^{-10}} = 0.7mV \quad (3-16)$$

となる。 $30,000$  倍で、 $21V$  となる。これは、 $-20dB$  の減衰器があれば、 $0.21V$  なので、後述する ADC の入力レンジ約  $\pm 1.1V$  に収まるはずである。

RCS の入射部、MR の遅い取り出し出射部などは、特に、aperture 確保のため特別に大きな BPM 検出器を用意する必要があった。図 14 に、RCS の入射部に設置した特大の BPM の 1 つを示す。これも入射軌道を確認するため特殊形状のセラミックダクト、と接する方は、直径約  $610mm$  のベローズを持ちながら、断面形状は、隣接するダクトとスムーズに接続するように、矩形の電極形状、電極外筒となるようにした。

### 3.2.2 ストリップライン型

ストリップライン型電極の模式図を図 15 に、示す。伝送線路をイメージした等価回路が、図 16 である。もう少し詳しい説明は、[9] にある。

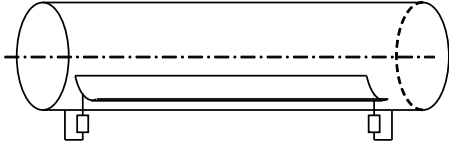


図 15: ストリップライン型電極の模式図。

多くの場合、ビームや信号の伝搬速度を光速  $c$  と置いてしまったり、ポート 1,2 又は、両方の impedance を伝送線路の  $Z_0$  と等しいと仮定する。上流側ポート 1 で時間  $t$  に発生した電流は、下流側に向かって伝送線路を通り伝わってゆく。また、ビームが下流側ポート 2 に到達したとき (時間  $t + l/(c\beta_b)$ ) にまた電流が生じる。ここでは、上下流ポートの impedance を伝送路の impedance と等しいとし、ビーム、長さ  $l$  の伝送路を伝わる信号速度をそれぞれ、 $\beta_b$ ,  $\beta_s$ 、ストリップラインの開口角度  $\phi$  とすると

$$V_U(t) = \frac{\phi Z_0}{4\pi} \left[ I_b(t) - I_b\left(t - \frac{l}{\beta_b c} - \frac{l}{\beta_s c}\right) \right] \quad (3-17)$$

$$V_D(t) = \frac{\phi Z_0}{4\pi} \left[ I_b\left(t - \frac{l}{\beta_b c}\right) - I_b\left(t - \frac{l}{\beta_s c}\right) \right] \quad (3-18)$$

となる。信号伝搬速度とビームの速度が一致すれば、下流での電圧は、生じない。さらに上流ポートでの周波数成分の電圧は、ビーム電流

$$I_b(t) = \langle I_b \rangle + 2 \langle I_b \rangle \sum_{m=1}^{\infty} A_m \cos(m\omega_0 t) \quad (3-19)$$

に対し、

$$V_U(\omega) = \frac{\phi Z_0}{\sqrt{2\pi}} \langle I_b \rangle A(\omega) \sin \left[ \frac{\omega l}{2c} \left( \frac{1}{\beta_s} + \frac{1}{\beta_b} \right) \right] \quad (3-20)$$

となる [6]。

リアックの BPM の例を図 17 に示す。Linac の BPM は、四極電磁石内部に置かれ、磁石のポールに接触させることで精度よく設置している。リアックには、各セクション毎、23.9, 29.4, 35mm (MEBT), 37.7mm (SDTL section), 37.7, 40mm (A0BT), 70, 85, 120mm (L3BT) のように直径の異なる BPM が据付けられている [10]。下流側のポートは、50Ω に終端されている。

### 3.2.3 BPM の HOM 雑音について

HOM (Higher Order Mode) の電磁場、マイクロ波は、ダクトの不連続な所などで発生する。ダクトの

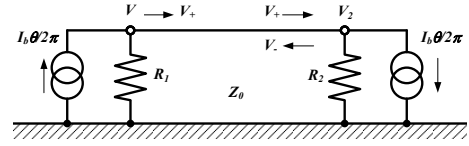


図 16: ストリップラインの等価回路。伝送線路のインピーダンス  $Z_0$ 、長さ  $l$ 、信号の伝搬速度  $c\beta_s$ 、また上流のインピーダンスを  $R_1, R_2$  とする。

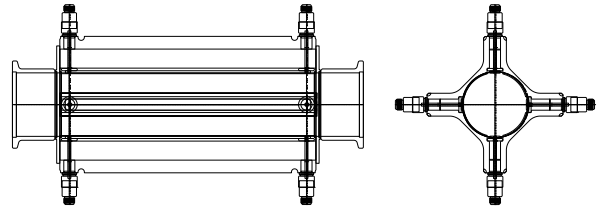


図 17: Linac の BPM 検出器の例、側面図と断面図。内径 40mm、電極長さ 155mm、A0BT(将来の ACS) に設置 [11]。

大きさをマイクロ波の cut off 周波数  $f_c$  が (それぞれモードに対し) 決まり、これより小さな周波数を扱うのであれば、とりあえず問題ないと思われる。Cut off 周波数の計算は、マイクロ波の教科書などで調べれば、出てくるが、単純な半径  $a$  の円形ダクトでは、 $k_c = 1.841/a$  となる [12]。ここで  $k_c$  は、 $f_c = k_c/(c2\pi)$  なので、RCS の典型的なダクト半径  $a = 257/2(mm)$  に対しては、 $f_c = 684MHz$  である。RCS の一部では、Linac から入射された直後の beam だけを検出する場合 324MHz であり、また倍の 648MHz の検波の試験も行っているが、この範囲内なら HOM の影響は、少ないと見積もられる。

具体例を交えたものは、[9] の p.119~ 3.9 “BPM の HOM 雑音” に詳しい。

### 3.3 BPM 信号処理回路

J-PARC の 3 つの加速器とも、トンネル内 (サブトンネル内を含む管理区域内) に、プリアンプなどを置くことはせず、ケーブルで信号伝送したのち、信号処理回路に入れる方式をとっている。電子の蓄積リング等では、ビーム側のパラメータがほとんど変わらないことを前提に、電極を切り替えてケーブルや回路、各 channel 毎の特性差による位置誤差を極限まで排除することもある。ただ、J-PARC は、絶えずビームが変

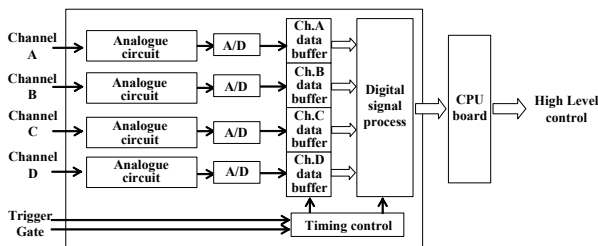


図 18: RCS の BPM 信号処理回路。

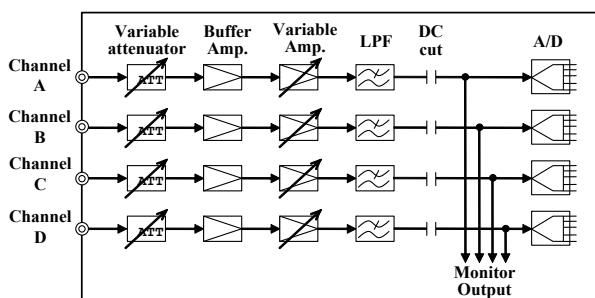


図 19: RCS の BPM 信号処理回路アナログ部分。

動している為、電極毎に別々のケーブル、回路を用意しておく必要がある。これらの特性差は、何らかの形で、補正、校正、又は上限を知っておく必要はある。

### 3.3.1 RCS の信号処理回路の構成

RCS と MR は、よく似た構成になっているので、ここでは、RCS について主に紹介する (図 18 参照)。まず、トンネルから来た信号ケーブル (5D 同軸ケーブル) は細い同軸ケーブル (1.5D) に変換され、トロイダルコアに 20 回程巻き付けコモンモードチョークを構成してノイズレベルを下けている。回路入力部は、DC ノイズを cut するためにトランス受けになっている。各チャンネルの信号は、各々の 14bit 40MS/s の高速 ADC<sup>10</sup> でデジタイズされるが、高速 ADC(A/D) の入力レンジは、 $\pm 1.1V$  程度であるため、ビーム強度が大きく変わった時でも、ADC の入力レンジを有効活用できるようにアナログ回路 (図 19) で信号レベルを調整する必要がある。大きな信号用に、前段に減衰器 (attenuator) を 3 台直列に配置し、 $-10dB$  ずつリレーで増やせるようにし、一方、弱い信号に対し増幅器 (1,2,5,10 倍及びその組合せ) を配した。ADC では、

<sup>10</sup>RCS 用は、Analogue Devices, AD9244。MR 用は、最大 80MS/s の AD6645。

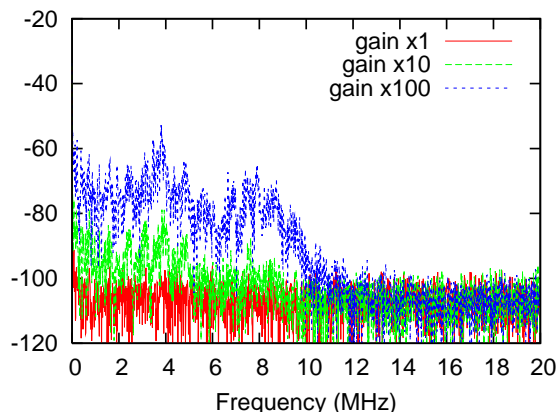


図 20: 異なる増幅率 ( $\times 1, \times 10, \times 100$ ) に対するノイズレベル。周波数幅は、10kHz である。

overflow した時、また、最大値に近くなった時に、取得データに警告を付加し、測定値の信頼性を保つようにした。アナログ信号の確認用に monitor 出力端子用のラインを ADC 入力前に分岐し、配置している。ADC は、ナイキストの定理から sampling の半分の周波数成分 (20MHz) までしか有効ではない。ここでは、さらに折り返したもっと高帯域の周波数成分が、数 MHz まで汚染しないように、ローパスフィルタを設計した。周波数特性が素直な butter worth 型のローパスフィルタを 6 次の構成で入れた。 $-3dB$  となる cut off 周波数は、5MHz だが、折り返した高周波ノイズが 2MHz で  $-60dB$  以下となるよう設計した。また、2MHz まで、できる限り周波数特性がバランスするようにした。

回路内部のチャンネル間誤差を (最終的には) 補正するため、通常モード以外に reference モードと言って、入力信号を合成し等しく分配する部分を設けている。

図 20 は、ビームがない時のデータを FFT した周波数領域のスペクトルで、アナログ回路のノイズレベルを示している。増幅率を上げても、ノイズが同時に大きくなれば、S/N 比の改善せず意味がない。ここでは、増幅率 10 倍まで S/N 比の改善があり、有効と考えられる。

### 3.3.2 測定モード

データの制御は、FPGA (Field Programmable Gate Array) が行い、デジタルの信号処理は、600MHz の DSP (Digital Signal Processor) で行っている。

測定モードは、大きく分けて、COD 測定モードと波形計測 (又は、single pass モード) がある。COD 測定モードは、原則、25Hz の全パルスを欠かさず連続的に測定できるように設計した。ただ、波形計測モード等は、一時的な測定モードで、その測定終了次第、COD 測定モードに戻るようにした。COD の測定モードでは、定期的に (RCS では、1ms, MR では、1 or 10ms 毎) デジタイズしたデータ (RCS では、最大 4096, 約 100 $\mu$ s 長) に窓関数をかけ、高速フーリエ変換 (FFT) 処理後、周波数領域で振幅の最大値を求める。そして各電極間で求めた最大値  $V_a, V_b, V_c, V_d$  から、水平、垂直位置  $x, y$  を、次の式で計算する。

$$u = a_1 \frac{V_a - V_b}{V_a + V_b} + b_1, \quad (3-21)$$

$$v = a_2 \frac{V_c - V_d}{V_c + V_d} + b_2, \quad (3-22)$$

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix} \quad (3-23)$$

ここで、係数  $a_1, a_2, b_1, b_2$  と  $\theta$  は、あらかじめテーブル校正や、据付後の測量結果から決めた値である。同時に、45 度に傾いた電極構成をここで元に戻す。

当初設計段階では、RCS でも FPGA のみ使い、FFT のサンプル数は、1024 としていた。周波数分解能を良くするには、長い時間が必要なため、ADC のサンプリング周波数を下げること考えたが、そうすると、最短 100ns より短い bunch を十分とれない (最低限 25ns サンプリング以上; 40MS/s は必要) ということが問題だった。実質的な時間を長くする為、FPGA 上のデジタルフィルタ等を検討したが、そうすると FPGA が大きくコスト高になってしまった。最終的には、RCS 用は、DSP の採用により、デジタルフィルタ処理より、FFT のサンプル数、ポイント数を最大 4096 まで増やすことにした<sup>11</sup>。

波形計測モードでは、そのまま ADC でデジタイズした波形 (最大 1Mpoints<sup>12</sup>) を保存する。そして、offline 解析により、で online COD 測定モードだけでは、分からない dead time の COD データの補間や、turn-by-turn (bunch-by-bunch) の位置を計算をしている。実際の波形計測のタイミングは、測定対象の信号処理ユニットに、コマンドを送った上で、トリガーだけでなく、ゲートも同時にかかった時のみ、実行する仕

組みとした。これにより、ゲート信号の制御で、異なる BPM 間での波形計測するパルスを同期できる。

ADC の clock jitter が小さいことは、とても重要で、これが悪いと有効な実効ビットが小さくなる。例えば、14-bit ADC を 350fs の jitter の clock で使っていると、35MHz 以下の信号に対してしか、14-bit 分の精度は出ない [13]。また、jitter ではないが、RCS では 54 台中で、ADC clock 精度に多少のバラつきがあり、最大  $\pm 80ppm$  くらいある。これは、1Mpoints のデータを取ると  $\pm 2\mu$ s くらいの差になる。陽子を加速しない DC モードで 181MeV の入射をすると、20ms の間に、約 9383 ないし 9384 周するが、出射時に見掛け上  $\pm 1$  周分くらい差がでるように見える。MR のようにさらに長い時間ビームを保持するとこのような差は、もっと顕著になる。長いメモリで長時間波形を複数のチャンネルで取っても、独立の clock であったとき同時性の補正が必要になる。

### 3.3.3 RCS-BPM 信号処理回路の制御及びデータの読出し

RCS では、1 台あたりの回路は、3 幅の VME モジュールに収められており、2 幅分は、4ch のアナログ回路部、1 幅分がデジタル部である。信号処理ユニットは、BPM 検出器と同じ全 54 台が、3 つの部屋に分けて、設置されている。各部屋では、18 ユニットの 3 つの VME subrack (20 幅分) に 6 ユニットずつ収めている。各 VME subrack は、VME/CPU board で制御されており、さらに全システムの測定データの読み出し及び設定値や指令などの制御にも、リフレクトメモリを使用している (図 21 参照)。

リフレクトメモリのメモリ空間は、高々、128MB であるが、それらを以下に示すように目的毎に分割し使用している [14]。

1. 最新の時間情報
2. スーパーブロック
3. コマンドブロック
4. モニタブロック
5. パラメータブロック
6. COD リングバッファ
7. コモンデータブロック

<sup>11</sup>MR では、アナログローパスフィルタで信号を引き延ばし、さらに 1024 点のまま移動平均のデジタルフィルタで分解能の改善を図っている。

<sup>12</sup>1Mpoints=1,048,576 は、時間にして約=26.2ms。

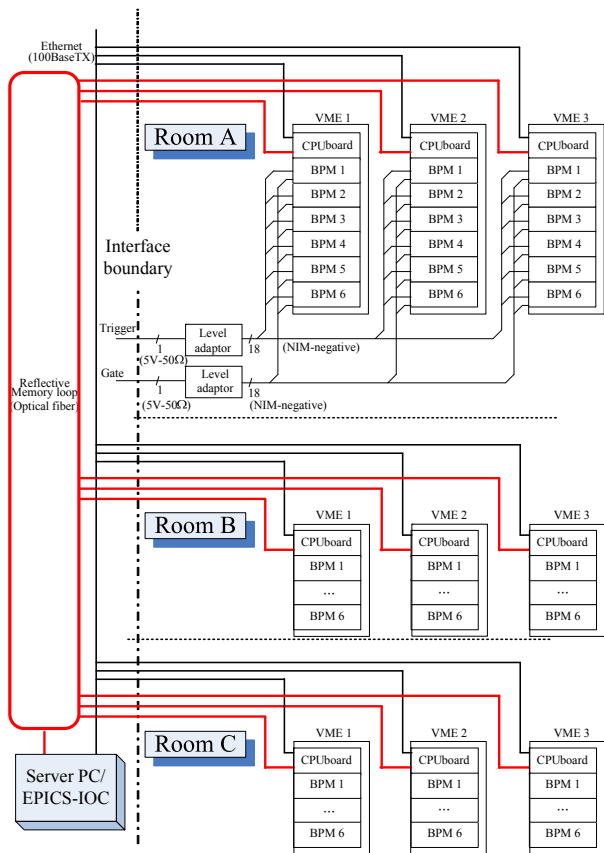


図 21: RCS の全 54 台の BPM 信号処理回路ユニットの構成。ユニット群は、3 つの部屋に分けて置かれている。

タイミングシステムも別系統のリフレクトメモリループで、時間情報を伝達しているので、その最新情報をコピーし冒頭に書き込んでおく。その詳細内容は、表 2 に示す。

これらは、後から述べる各データにも計測時間のヘッダとして原則添付される。

*Beam Tag* は、Linac を含めた番号で、50Hz 運転でも対応できるようになっている。MR は、運転条件により繰返し周期が違い、MR サイクルの中の何番目かを *MR tag* が示す (1 ~ 150 (6.0s) 又は、1 ~ 88 (3.52s))。 *Beam type* は、MR 行きが、100 番台、それ以外は、20 番台、のようなビーム行き先別、運転モードの区別に使っている。 *NTP time* は、計算機の時計を合わせるのに使われているプロトコル。32bit 符号なし 1900 年 1 月 1 日 0 時 0 分 0 秒からの秒数で、実時間との比較に使える。 *data tag* は、下記 COD リングバッファ内の最新データのアドレスを示す。

スーパーブロックは、装置の ID、プログラムの ver-

1	Beam tag	Linac を含めた連続番号
2	S tag	MR 運転サイクルの連続番号
3	MR tag	MR 運転サイクル内の番号 (1 ~ 150 or 1 ~ 88)
4	Beam type	ビーム行き先別
5	RCS tag	RCS パルスの連続番号
6	RCS type	ビーム行き先別 (Linac 50Hz 時の拡張用)
7	time	NTP time (s)
8	ms	NTP time (ms)
9	data tag	最新のリングバッファアドレス

表 2: 時間情報。

sion 等を記録し、コマンド、モニタ、パラメータブロック領域は、信号処理ユニットへのモード遷移、パラメータ読み込み、データ出力などの指令、測定モードの状態表示、増幅器の倍率、減衰器、窓関数や係数など、位置計算に使うパラメータなどの設定、に使っている。

COD リングバッファは、直近の測定データ 600 パルス分 (25Hz 運転時では、24 秒間分) を残しておく領域である。リフレクトメモリを採用した最大の理由は、繰返し 25Hz、40ms 間隔の RCS では、ある程度のリアルタイム性がないと複数の BPM 間で異なる pulse のデータを比べてしまう恐れがあるためである。先に述べたように、各ユニットは、COD 測定モードでは、全パルスを漏らさず測定することができ、結果をリフレクトメモリに書き込むところまでは、測定データを間引くことはない。また、先に述べた時間情報に従い、ビームの行き先が、MR か MLF なのか、測定データを仕分けるようにしている。さらに、測定データ、設定値等の制御値の一部<sup>13</sup>を EPICS[15] レコード化し、様々計算機、プログラムから容易に利用できるようにしている。

また、より大きな波形データ等は、Common block に一旦書き出し、PC 側でデータを読み出すようにしている。全 54 台について、1Mpoints 分、時間にして約 26ms 分のデータを全台数分書き出すと binary でも約 420MB になる。

これら、リフレクトメモリの領域サイズの定義は、VME/CPU の reboot 時に読み込む configuration file の書き換えにより変更可能なように設計している。

<sup>13</sup>25Hz 全パルスのデータを network に流しても見る人がほとんどいないので、数秒間隔でレコード化している。

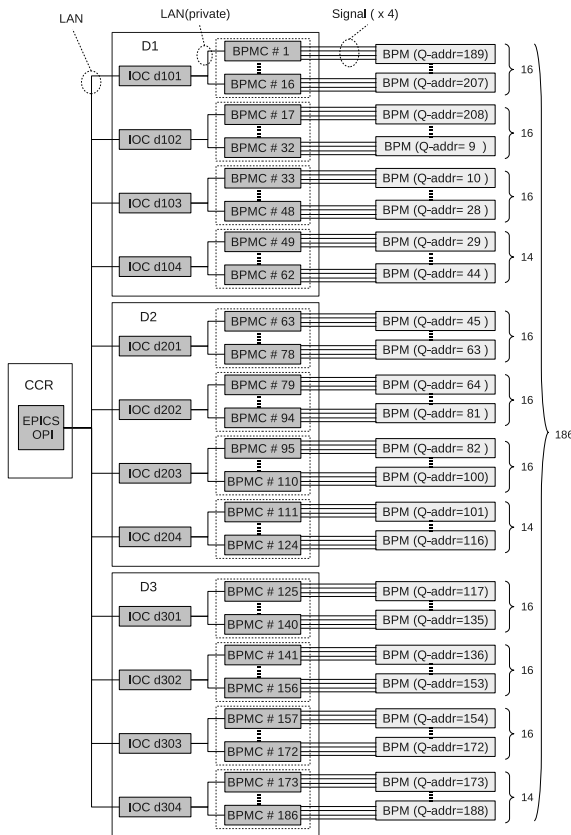


図 22: MR の全 186 台の全体構成 [16]。

### 3.3.4 MR-BPM の信号処理回路構成

RCS と同様、MR でも信号処理回路 (BPMC)186 台は、図 22 のように 3 箇所の部屋 (D1,D2,D3) に分割して据付けられている [16]。BPMC は、各 16(若しくは 14) 台毎に、private LAN 経由で IOC によって制御、データ集約され、ビーム位置の最終的な計算は IOC にて実行している。各 IOC は、もう一つの TCP/IP ポートで全体の制御 LAN に接続されており、CCR(中央制御棟) 等で、OPI(Operator interface) を使って監視、制御される。MR のサイクル内に全台数分の演算処理を終えるため、EPICS sequencer を使っている。データは、ショット毎に圧縮された binary data と ROOT フォーマット [17] でディスクに記録される。さらに、全体の IOC で、全体の BPM の情報を一つの EPICS レコードに集約するようになっている (図 23)。

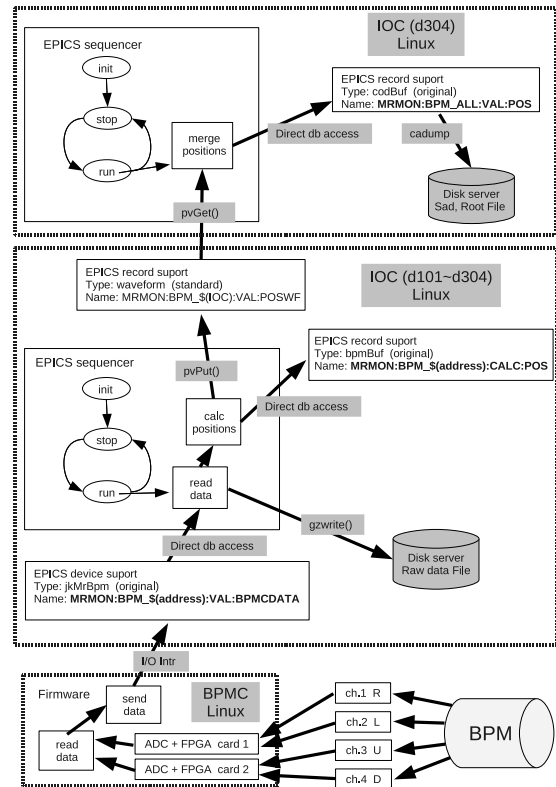


図 23: MR の BPM のデータ処理の流れ [16]。

### 3.3.5 Log アンプを使った回路

Linac や、RCS の一部では、Log アンプを使った信号処理回路を使っている。信号を 8D 相当の同軸ケーブルで伝送し、まず 324MHz のフィルター、Log アンプによる検波を行い、上下、又は、左右の対になる電極の差分を出力する ( $V_{x,diff}, V_{y,diff}$ )。Log アンプを通した差分出力は、log-ratio 法と言って、単純な  $\Delta/\Sigma$  より、線形性が若干良くなる手法である

$$x = \frac{1}{S} \cdot V_{x,diff}, y = \frac{1}{S} \cdot V_{y,diff} \quad (3-24)$$

( $S = \frac{160}{\ln 10} \cdot \left| \frac{\sin(\phi/2)}{\phi} \right| \cdot \frac{1}{r}$  は、形状因子で、半径  $r$ 、電極の開口角度  $\phi$  である) が、ここでは、さらに高次の多項式

$$X = \sum_{i=0}^4 \sum_{j=0}^{4-i} a_{ij} \cdot x^i \cdot y^j \quad (3-25)$$

$$Y = \sum_{i=0}^4 \sum_{j=0}^{4-i} b_{ij} \cdot x^i \cdot y^j \quad (3-26)$$

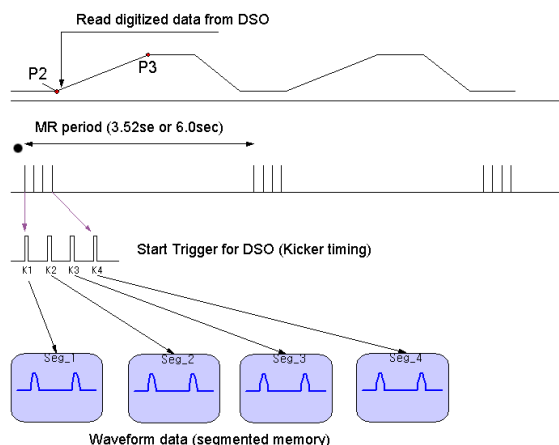


図 24: Segmented Memory の機能を使って、4 バッチ分の信号を取り込むタイムチャート [18]。

を使って位置を計算している [1]。100MS/s 位のデジタイザーで取得した差分出力の waveform データは、計算機上で、chop されていない時間部分を予め適当に選び出し平均処理し、位置を計算される。

### 3.3.6 理想ダイオード検波回路

これまで述べてきたような、単純に位置を求めるものは、デジタル処理により、多少遅くなくても測定者が不満を感じない範囲なら問題はない。しかし、例えば、RF の  $\Delta R$  feedback<sup>14</sup> のように、測定した結果を使い、即時にビームに作用するようなシステムには、リアルタイム性が絶対必要であり、そのために、アナログの回路を使用している。

RCS で使用しているのは、ダイオードの特性の歪をオペアンプで補う「理想ダイオード」を使った包絡線検波回路と 2 つの電極から得られた検波出力を入力とし、アナログ演算を行い位置に比例した電圧を出力する回路である。

### 3.3.7 オシロスコープを使った信号処理回路

今日では、手軽なデジタイザとして一般のオシロスコープを使うこともある [19]。実際に、RCS から MR へのビーム輸送ライン (3-50BT) では、14 台の平行 4

<sup>14</sup>リング周回上で Dispersion の大きな場所の BPM での位置測定値に、 $(\delta p/p)\eta$  の成分が現れるので変化量から、ビームの運動量が RF が加速している中心運動量の差  $(\delta p/p)$  がどれだけあるかを求めている。

分割電極の BPM からの信号を、1GHz/s サンプリング、100MHz の帯域のオシロスコープ<sup>15</sup>で取り込み、位置計算を行っている [18]。RCS から MR への入射は、2 バッチずつ、40ms 間隔で最大 4 バッチ、なので、データを効率的に取るよう segmented memory の機能を使ってデータを取り込んでいる (図 24)。K1~K4 の入射キッカーのタイミングでトリガーし、P2 加速開始のタイミングでデータ取り込みを行っている。最大 1000 点の波形を取り込み、デジタルフィルタ処理後、波高を各チャンネルで求め、それから位置を計算している。これらの処理は、IOC で行っている。

## 3.4 ケーブルなど

Linac は、基本の 324MHz の伝送を目的としているので、比較的高い周波数まで、減衰の少ない高発泡ポリエチレンケーブル<sup>16</sup>を使用している。また、極力コネクタなど中継端子を使わないように留意して配線している。

RCS の主トンネル内のケーブルは、2 つに分かれているが、いずれも耐放射線性を考慮し、PEEK ケーブルを使用している。1 つは、検出器本体からインピーダンス変換トランスまでの 2m である。本来、トランスは、検出器に直結が信号伝送上も理想だが、磁性体を含むトランスを補正電磁石内に置けないため、このような構成となった。このケーブルの検出器側に、ミスマッチによる共振を避けるため、50Ω の dumping 抵抗を入れている。もう一つは、トランスから、サブトンネルまで、4 本分を一括シールドしかつ、機械的保護、ノイズ対策として電線管に収めている。

MR でも最初の 1m 程は、semi-rigid ケーブルを使い信号を引き出している。放射線による劣化等が認められたら、この部分だけ交換すれば、良い。

RCS/MR、共に 100m を超える部分は、よりノイズに強くする対策として、BPM 一台分、4 本の 5D の同軸ケーブルを一括シールドしたものを使用している。

## 3.5 テーブル校正

BPM 検出器は、据付前に 1 台ずつ専用の校正台で想定ビーム位置に対する出力のデータを測定し、ビーム位置計算の為の係数を決定する。ビームを模擬したワイヤーを中心に張り、ステッピングモータにより、

<sup>15</sup>Agilent, DSO6014L

<sup>16</sup>3/8 インチ 8D 相当で、300MHz で約 6dB/100m の減衰。

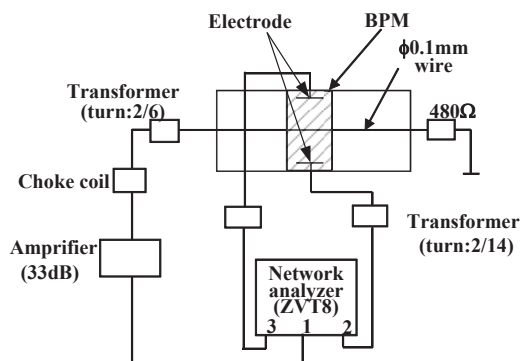


図 25: BPM 検出器の校正台による校正測定のセットアップ。

ワイヤーの位置を精度よく移動させ、その際の各電極からの出力を記録する。図 25 に、RCS の場合の例を示す。BPM の前後には、容器内面がスムーズにつながるように同じ内径の dummy ダクトで接続している。信号源及び測定は、network analyzer を使い、電極からの信号は、実際に使用するインピーダンス変換トランスを含めて測定した。ワイヤーの移動間隔は、20mm、測定周波数点は、150kHz から 10MHz まで、10 点とした。これにより、電気的中心と各 BPM の位置感度係数が決まる。理想的には式 (3-11) にあるように、位置感度係数は半径に等しいが、大きめの値が得られている。

その係数を使ったワイヤー位置と測定位置のずれを示したマッピングの例が図 26 である。BPM は、内径 377mm のもので、測定は、各方向に 20mm 毎、誤差は、10 倍に強調して描かれている。

厳密には、ワイヤーの太さに関する補正が必要になる場合もあり、それについては、[4] に詳しく触れられている。

## 4 ビーム位置測定データ

ここでは、測定例を示しながら、ビーム位置測定の実際について説明する。

### 4.1 波形データ

最初に、ADC によりデジタル化しただけの、波形データについて試みる。

図 27, 28 は、RCS に初めてビームを入射したとき (2007 年 10 月 4 日)、 $H^-$  ビームを  $H^+$  に変換する荷

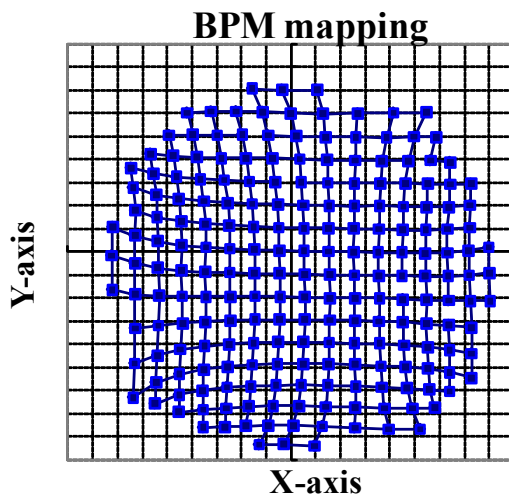


図 26: BPM のマッピング例。誤差を 10 倍に拡大している。

電変換foil、入射点前後の BPM (BigBPM1 及び BigBPM2) で、測定した信号波形である。通常は、シフトバンド電磁石と呼ばれる入射機器の通電時に発生する大きなノイズに隠れてしまっているが、この時は OFF 状態だったため、極めて小さな信号でも確認できた。この時の Linac の電流値は  $5mA$ 、マクロパルス長約  $50\mu s$  だが、chop していないビームは、マクロパルスの最初と最後しかわからない (図 27)。Chop したビームは、全て 22 個の中間パルスが確認できる (図 28)。図の下波形が、 $H^-$  ビーム、上波形が、荷電変換された  $H^+$  ビームで、電荷符号の違いにより、波形の極性が違う。

次に、通常の加速モードでの波形データを図 29、その拡大を図 30 に示す。このときの、Linac 電流値は、 $15mA$ 、マクロパルス  $500\mu s$  で、現在の最大ビームパワー  $300kW$  相当<sup>17</sup>になる。これらの波形データを FFT 処理し、周波数領域で表示したものが、図 31 である。2 バンチの入射直後のデータなので、周回周波数の 2 倍 (RF 周波数)  $0.938MHz$  毎のピークが、複数見られる。オンラインの位置計算は、この最大値をそれぞれ 4 電極で決定し、式 (3-23) を用いて実行される。

時には、中間バンチ 1 つだけを入射し、その 1 周毎の位置を見て、betatron 振動の様子を調べることがある。その際は、できるだけ高い Linac ピーク電流が望

<sup>17</sup>ビーム強度について、バンチあたり、パルス当たりの粒子数で表現する以外に、「仮に 25Hz で運転すれば、何ワットになる」という言い方もする。



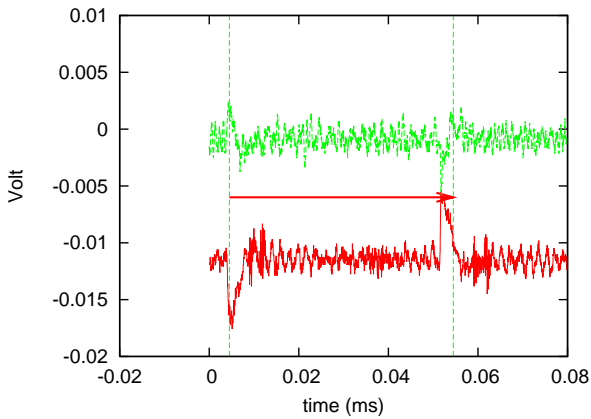


図 27: Chop していない  $H^-$ ,  $H^+$  ビームの生波形。矢印で示す長さ  $50\mu s$  のマクロパルスの最初と最後しか波形として確認できない。

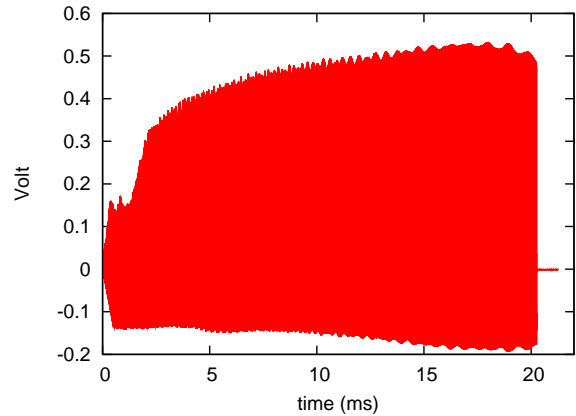


図 29: 通常の加速モードでの電極の生信号。0-20ms までの全時間を示す。粒子数  $2.55 \times 10^{13} ppp$ , BPM attenuator 0dB, gain  $\times 1$ 。

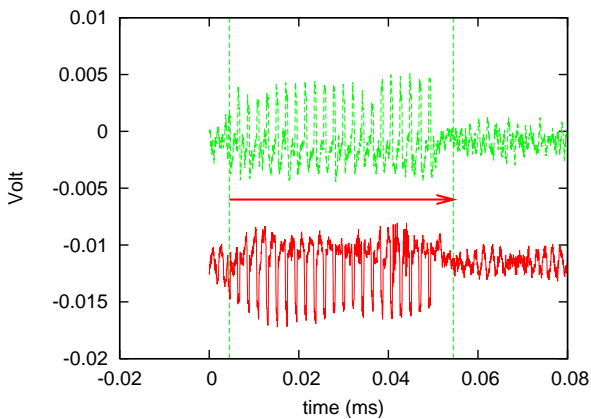


図 28: Chop した  $H^-$ ,  $H^+$  ビームの生波形。他の条件は、図 27 と同じ。22 の中間パルスが確認できる。

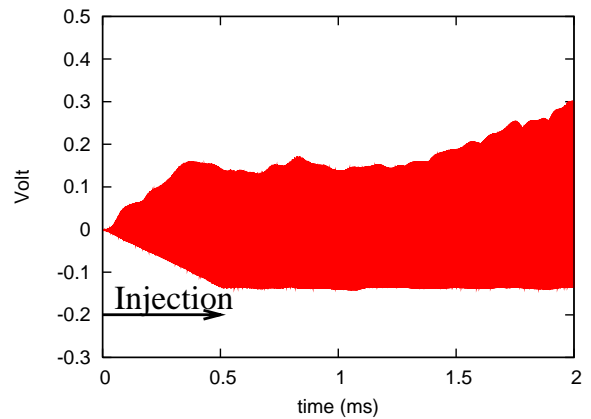


図 30: 図 29 の拡大図。0-2ms までの時間を示す。0.5ms まで、入射が続くため、信号の振幅は、徐々に大きくなっているのが分かる。

ましい。現在最大の  $30mA$  であれば、図 32、増幅率 10 倍で  $20mV$  弱位の信号レベル、は得られる。これくらいで  $2 \sim 3mm$  の精度で、位置決定することができる。

## 4.2 COD 測定 of データ

次に、RCS での COD 測定モードでのデータを示す。信号処理回路の項で述べたように、online データは、 $1ms$  毎、 $100\mu s$  の平均値で、 $20ms$  の間に高々 20 点である。この間を補間するため、 $20ms$  の全波形データに対し、offline 解析で、 $100\mu s$  毎、つまり 200 点のサブセットデータを用意し、online 計算と同じアルゴリズムで COD データを生成した。まず、通常の加速

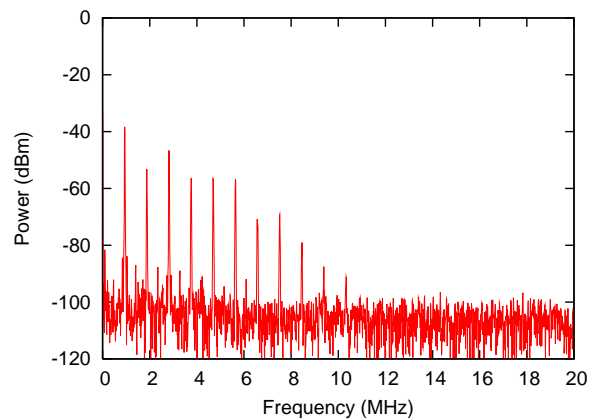


図 31: 図 30 の信号を FFT したものの。

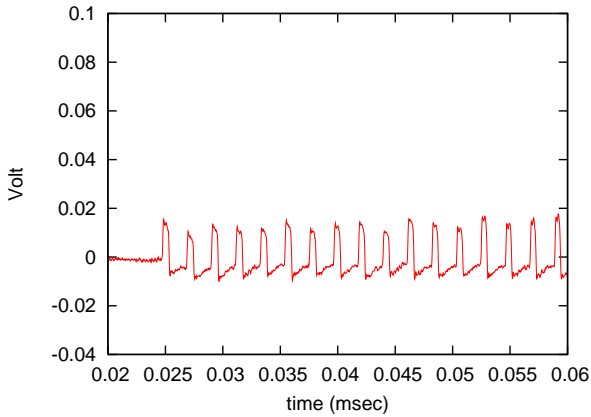


図 32: Linac ピーク電流 30mA で、1 中間バンチのみ入射したときの電極生波形。パルス判別の為の十分な信号強度があるのが分かる。増幅率は、10 倍。

モードでの、dispersion がある場所、ない場所、それぞれの水平方向の位置の 20ms 間の変化を図 33 に示す。淡い色 (緑色) が次節で述べるバンチ毎の位置測定によるもので濃い色 (赤色) がこの COD 測定モードによるものである。Dispersion のない場所でも、加速モードの時は、1kHz の振動が見られるが、これについては、後述する。図 34 の DC モードについてみると、Dispersion のある場所でのみ、シンクロトロン振動による変動がみられる。また、加速、DC モードどちらの場合でも、入射直後のバンチ毎の位置は、大きく振動しているように見られる。

次に、リング一周分の軌道について見る。図 35 上が、絶対位置のデータである。補正電磁石でビームを蹴る前、蹴った時の差分を図 35 下に示す。これは、一か所  $s_A$  で、dipole kick  $\Delta\theta$  を与えた時に得られる任意の場所  $s_n$  での COD となっている。

$$\Delta x_n = \frac{\sqrt{\beta_n \beta_A}}{2 \sin \pi \nu} \cos(\pi \nu - |\phi_n - \phi_A|) \Delta \theta \quad (4-1)$$

ここで、 $\beta_n$ ,  $\phi_n$ ,  $\nu$  は、位置  $s_n$  での  $\beta$  関数、位相、そして betatron tune である。

### 4.3 バンチ毎の位置測定データ

RCS では、一旦全波形データを記録した上で、offline 解析によって、バンチ毎 (1 バンチの時は、一周毎) の位置を計算している。このデータは、RF clock のような、バンチ毎の区切り情報を有していないので、まず、波形データを実際に見て、見て区切りをする。そ

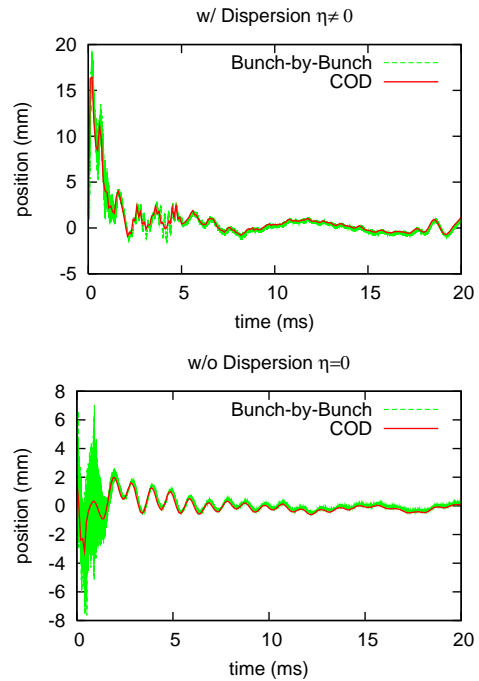


図 33: 通常加速モードでの 20ms 間の位置の変化。上は dispersion のある BPM、下は dispersion のない場所の BPM データである。

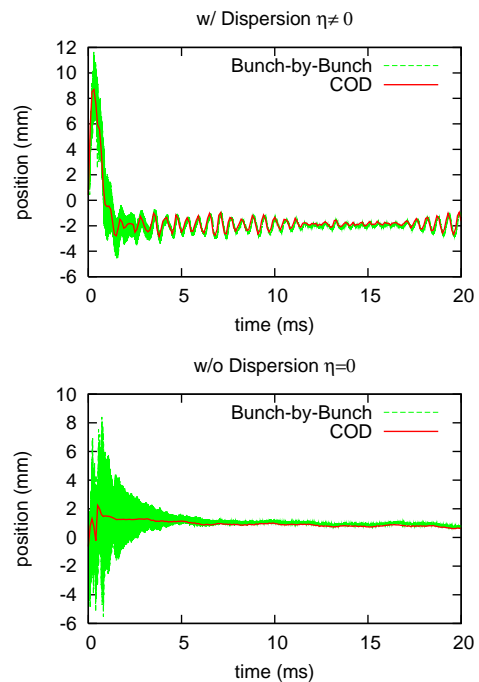


図 34: 加速しない DC モードでの 20ms 間の位置の変化。図 33 と同様、上は dispersion のある BPM、下は dispersion のない場所の BPM データである。

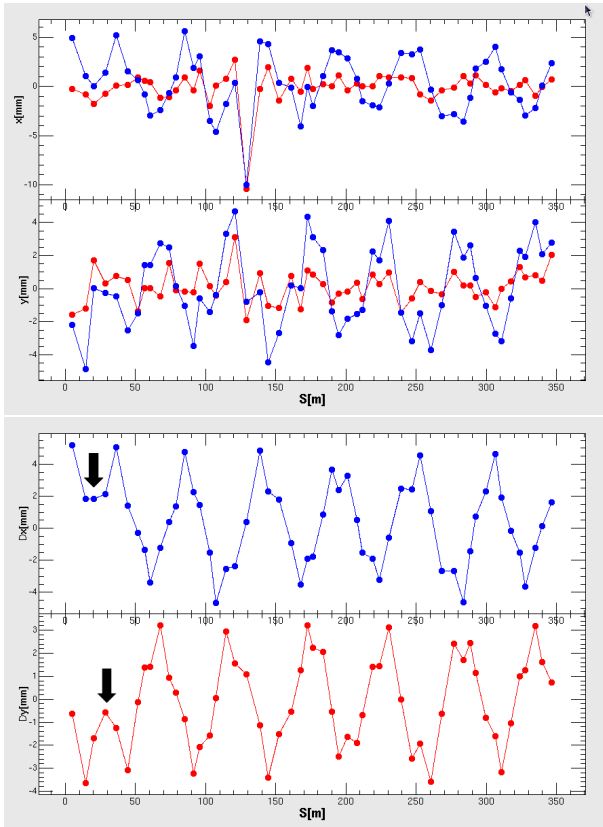


図 35: リンゲ一周の COD。上が絶対値、下が補正電磁石の kick 有無の差分データ。矢印は、kick を与えた補正電磁石の場所を示す。

して、振幅を求め、各電極での信号の大きさを決める。後は、COD 測定モードと同じ式により、位置を計算する。実際のデータは、前節で紹介した通りである。

この応用例として、入射ビームの観測を行っている。RCS では、空間電荷効果緩和の為、painting と言って、最初に決めた位相空間の領域になるべく均等にビームを入射する<sup>18</sup>。電磁石などが存在しないドリフトスペース上の 2 台の BPM ペアを使い、位置と傾き、すなわち、位相空間上の位置を決め、1 中間バンチ入射で、betatron 振動を観察する。それを入射点まで遡ることにより、実際に位相空間の何処にビームが入射されているかを実験的に確かめる [20]。

図 36 は、MR での入射後 200 周分の周回毎の位置測定例である。この位置データより、入射エラーや、ベータトロンチューンの測定をしている。

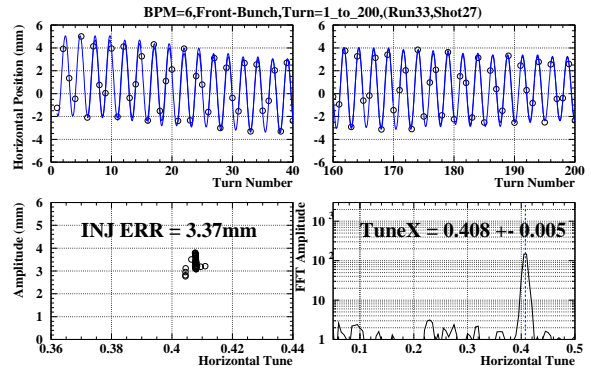


図 36: MR の BPM による、入射エラー、チューンの測定例 [16]。

#### 4.4 Beam Optics 光学パラメータの測定

冒頭に述べたように、ビーム位置、軌道と言った直接的な測定以外でも、磁場や、高周波空洞等、ビーム条件を変える前後で BPM の COD を測定し、その変化で光学系のパラメータの測定ができる。例えば、ある補正電磁石の kick を与える前後で、同じ場所でのビーム位置の変化を得る。先の式 (4-1) から、single kick と測定場所が同じであれば、

$$\Delta x(s_n) = \frac{\beta(s_n)}{2 \sin \pi \nu} \cos(\pi \nu) \Delta \theta \quad (4-2)$$

となるので、 $\beta(s_n)$  が決定できる。

また、ベータトロン tune の測定は、(必ずしも「ビーム位置の決定」という手順を必要としない) BPM の対向電極の差信号をリアルタイムスペクトルアナライザーに入れ、直接周波数解析し、算出する。図 37 は、スペクトルアナライザーで見た典型的な画面で、これから、周回周波数  $f_{rev}$ 、サイドバンドの周波数  $\Delta f$  を求め、tune の小数部  $\Delta \nu = \Delta f / f_{rev}$  を決定する。

この他にも、RF 加速空洞の周波数設定変化をノブとし、COD の変化、や tune の変化をみると、dispersion や chromaticity の測定ができる。意図的に大きな、 $\Delta p/p$  のビームを作れば、dispersion  $\eta \neq 0$  の場所で、 $(\Delta p/p)\eta$  の寄与分だけが、COD の変化として現れる。

#### 4.5 BPM を使った磁石のリプル観測

電磁石の発生する磁場は、意図しない時間的な変動 (リプル) などを伴ってはいけない。しかし、現実には、半導体スイッチの on/off 等により電磁石電源が

<sup>18</sup>ベンキで特定の領域を隙間なく塗るような感じなので、これをペインティング入射と呼ぶ。

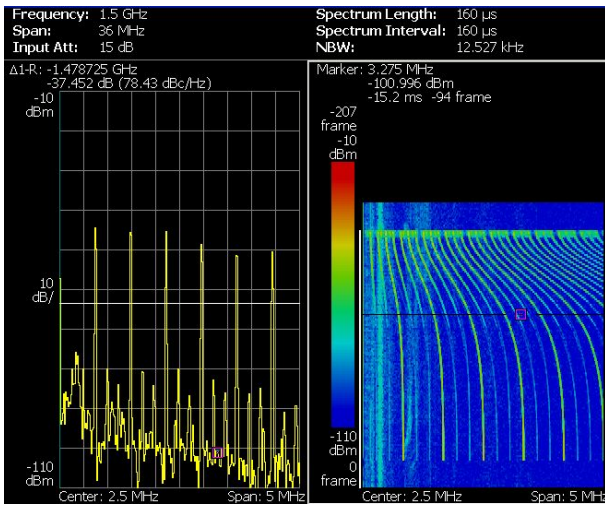


図 37: リアルタイムスペクトルアナライザの表示。周回周波数及びその高調波 (6 本のスペクトル) に、sideband のスペクトルが観測できる。これから、tune を計算する。

リップルを持ち、それが、磁場にまで出て、実際にビームを揺らすことがある。図らずも、我々は、BPM の位置や tune 測定を通じて、ビームを使ったリップル磁場、電源のリップル測定をしている。J-PARC では、MR の初期運転時に、四極電磁石のリップルで非常に大きなみられ、チューンが大きく変動するのが観測された。これは、四極電磁石のリップルによるもので、ケーブルの引回し、電源の様々な対称化などの方策で、抑制し、安定な運転につなげている [21]。

また、RCS でも当初、不思議な現象「2~3分周期で水平方向の COD が振動している」ことが、観測された。1ms 毎 20 点のオンラインデータのみでは、分かり難かったが、前節でみたように、200 点の COD データを見ると 1kHz の ripple があることが分かった。また、独立な方法、異なる検出器、理想ダイオード検波回路を使った測定でも、図 38 に示すように、同じ ripple があることを確かめた。これは、偏向電磁石の交流電源が、半導体素子 IGBT (Insulated Gate Bipolar Transistor) からくる 1kHz のリップルを持っており、この IGBT の素周波数 (キャリアー周波数) が J-PARC のタイミングシステムと非同期なため、うなりのように 2~3 分周期で変動していることが分かった。現在、リップル自体の抑制にまでは、至っていないが、トリガーを同期化することにより、2~3 分周期の変動は、止まった [22]。ショット毎の再現性が確保されるようになり、ビーム試験でショット毎の比較が、で

きるようになった。

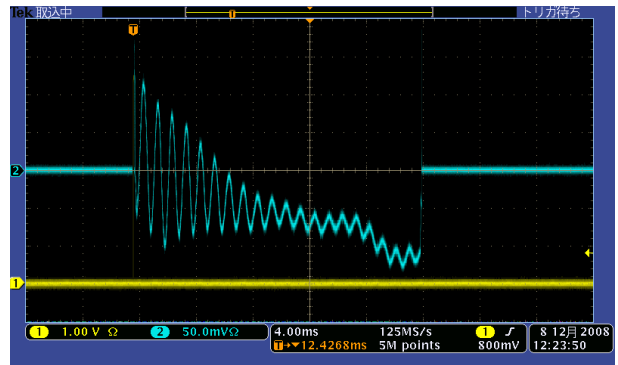


図 38: 別の検出器、回路方式で測定した RCS の水平方向 COD のリップル。横軸は時間、縦軸が位置に比例する電圧である。トリガー系の改造前は、このリップルが 2~3 分周期で変化するのが観察された。

## 5 測定精度

この章では、測定分解能と絶対精度 (BPM の offset) について議論する。これまで、製作時、製作後の計測、据付時の計測等を行ってきたが、最後は、ビーム自身を使った校正作業、測定精度の推定が必要になる。

### 5.1 近傍に段差のある BPM

初期の設計段階では、真空容器間はスムーズにつながるようにしていた。しかし、機器の制約上、要求仕様上、RCS でも MR でも BPM の隣に、結果的に段差ができてしまった部分がある (図 39)。このような場所では、据付前の校正マッピングでは役に立たず、後で述べる Beam を使った測定等で測定値の補正が必要になる。

### 5.2 3-BPM 法

BPM の位置の測定分解能の推定に、3-BPM 法という方法がある [23]。線形 lattice を仮定し、dispersion のない所では、任意の 3 箇所の BPM での位置  $x_1, x_2, x_3$  の関係は、係数  $A, B$  を使って、

$$x_3 = Ax_1 + Bx_2 \quad (5-1)$$

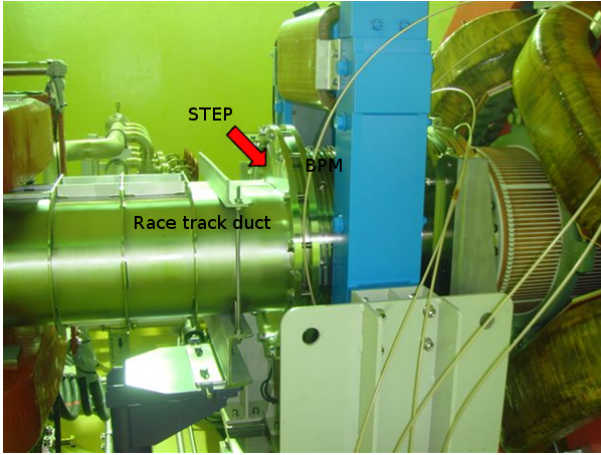


図 39: 隣接するダクトと真空容器ない面に段差のある BPM 検出器。矢印部分で、レーストラック断面と円形断面の BPM の段差がある。

とかける。各位置での傾き  $x'_1, x'_2, x'_3$  も使って書くと、

$$\begin{pmatrix} x_2 \\ x'_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} m_{11} & m_{12} \\ m_{21} & m_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x'_1 \end{pmatrix} \quad (5-2)$$

$$\begin{pmatrix} x_3 \\ x'_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} n_{11} & n_{12} \\ n_{21} & n_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_2 \\ x'_2 \end{pmatrix} \quad (5-3)$$

となるので、結局、係数は、

$$A = -\frac{n_{12}}{m_{12}} \quad (5-4)$$

$$B = \frac{m_{12}n_{11} + m_{22}n_{12}}{m_{12}} \quad (5-5)$$

となる。但し、 $m_{12} = m_{21}$ 、 $m_{11}m_{22} - m_{12}^2 = 1$  を使っている。ただ、既に [23] で指摘されているように、BPM の測定値  $x_i$  に offset  $\Delta_i$  が含まれている場合は、式 (5-1) 右辺に別項  $C$  が加わる。残念ながらこの方法で offset を決めることはできないので、別の方法で決める必要がある。

$$C = \frac{n_{12}}{m_{12}} \Delta_1 - \frac{m_{12}n_{11} + m_{22}n_{12}}{m_{12}} \Delta_2 + \Delta_3 \quad (5-6)$$

ここで、多数回の測定を行うと、 $A, B$  もそれから決定できる [9]。図 40 は、3 つの BPM の相関を調べるため、複数の補正電磁石で kick 量を変えながら取った測定値を 3 次元的にプロットしたものである。この例は、原点を含まないので、 $C \neq 0$  ではあるが、式 (5-1) を満たしている。さらに、BPM の分解能が全て同じ  $\sigma$  だとすると、

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \{x_{3n} - (Ax_{1n} + Bx_{2n})\}^2} \quad (5-7)$$

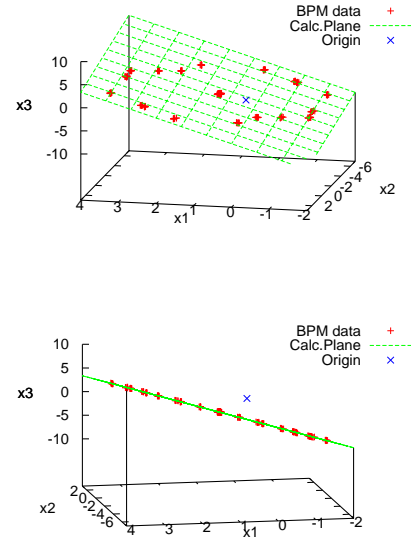


図 40: 3 つの BPM の測定値。上下は測定点が同一平面上にあることが分かるよう参照角度を変更した。

として、分解能が推定できる。

### 5.3 Beam Based Alignment (BBA)

次に、ビームを使った、BPM の offset 推定について述べる。普通設計軌道は、四極電磁石の中心を通っている。ビームが四極電磁石の (磁場) 中心を通っていれば、そこで強さを変えても、ビームが蹴られることはなく、全体の軌道は、影響を受けない。そういう位置が探し出せれば、その時の位置が、その四極電磁石での中心である。それと、近傍の BPM の測定値を比較し、ゼロでなければ、それが offset である。これも 3-BPM 法と同様、線形 lattice を仮定、ビーム輸送系でもリングでも適応できる。ただ、リングの場合は、少し複雑になる。

初期軌道を  $x_1(s)$  とすると、Hill の方程式は、focusing function  $K(s)$  と、エラー磁場  $-\Delta B/B\rho$  を使って次のように書ける。

$$x_1''(s) + K(s)x_1(s) = -\frac{\Delta B}{B\rho} \quad (5-8)$$

ここで、 $s = s_A$  にある 1 台の四極電磁石の強さを  $\Delta K$  だけ変える、それに伴う軌道の変位を  $x_1 + x_2$  と書くことにする。そうすると、

$$(x_1 + x_2)'' + (K(s) + \Delta K)(x_1 + x_2) = -\frac{\Delta B}{B\rho} \quad (5-9)$$

となる。ここで、式 (5-9) から (5-8) を差引くと、

$$x_2'' + K(s)x_2 = -\Delta K[x_1(s_A) + x_2(s_A)] \simeq -\Delta Kx_1(s_A) \quad (5-10)$$

となる。一旦、 $\Delta Kx_2(s_A)$  は、小さいとして無視すると、これは、 $\Delta Kx_1(s_A)$  を single kick とする COD の式になる。つまり、以下のように書ける。

$$x_2(s_n) = a_{nA}\Delta Kx_1(s_A) \quad (5-11)$$

ここで、

$$a_{nA} = \frac{\sqrt{\beta(s_n)\beta(s_A)}}{2\sin\pi\nu} \cos(\pi\nu - |\phi(s_n) - \phi(s_A)|) \quad (5-12)$$

であり、 $\beta(s_n)$ ,  $\phi(s_n)$  は、 $\beta$  関数、位置  $s_n$  での位相、そして、 $\nu$  は、tune である。このように一台ずつ制御できる場合は、KEKB などでも普通に実施されている [24]。

次に、一度に複数台の四極電磁石の設定が変わる場合 (J-PARC RCS もそうだが、一台ずつ独立に制御できない場合) について考える。例えば、3 台の四極電磁石  $s = s_A, s_B, s_C$  が同時に変わる場合、軌道の変化  $x_2$  に対する式は、次のようになる。

$$x_2'' + K(s)x_2 = -\Delta K[x_1(s_A) + x_1(s_B) + x_1(s_C)] \quad (5-13)$$

この解は、

$$x_2(s_n) = \Delta K[a_{nA}x_1(s_A) + a_{nB}x_1(s_B) + a_{nC}x_1(s_C)] \quad (5-14)$$

となる。

そうして、収束力の変った四極電磁石の中に dipole の仮想 element を置き、光学モデルを使うと、変位した COD( $x_2$ ) がフィットできて、これらの dipole kicks  $\Delta kx_1$  が決められる。これを元々の四極電磁石の磁場勾配 (× 磁極長さ) の変化量  $\Delta K$  で割ることにより、これら四極電磁石での最初のビーム軌道、位置  $x_1(s_A), x_1(s_B), x_1(s_C)$  が決定できる。図 41 は、BBA の結果を使った COD 補正で、改善されているのが分かる [25]。

先程無視した  $\Delta Kx_2$  及び高次の  $\Delta K$  項の影響、について調べてみる。まず、四極電磁石 1 台の場合は、

$$x_{2m} = -a_{mn}\Delta K_n(x_{1n} + x_{2n}) \quad (5-15)$$

であり、特に、 $m = n$  の場合

$$x_{2n} = -a_{nn}\Delta K_n(x_{1n} + x_{2n}) \quad (5-16)$$

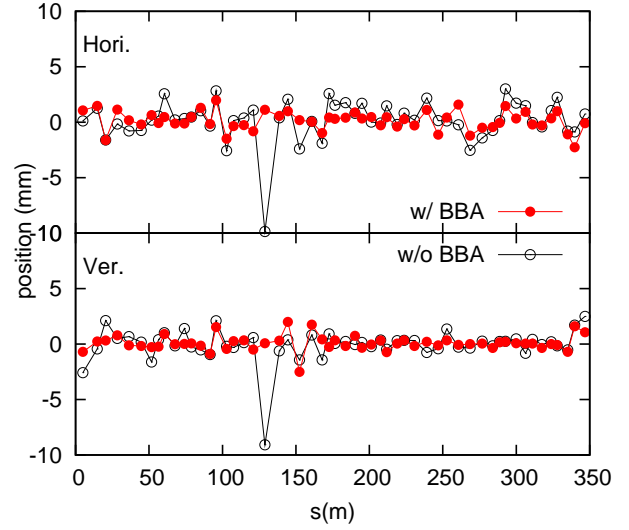


図 41: BBA の結果を使う前の COD 補正と BBA の結果を使った COD 補正 [25]。

となるので、定数  $x_{2n}$  は、決める事ができて、

$$x_{2n} = -\frac{a_{nn}\Delta K_n x_{1n}}{1 + a_{nn}\Delta K_n} \quad (5-17)$$

である。つまり、任意の場所  $m$  での軌道変化分  $x_{2m}$  は、以下のように書くことができる。

$$\begin{aligned} x_{2m} &= -a_{mn}\Delta K_n(x_{1n} + x_{2n}) \\ &= -a_{mn}\Delta K_n(x_{1n}) \left(1 + \frac{-a_{nn}\Delta K_n}{1 + a_{nn}\Delta K_n}\right) \\ &= -a_{mn}\Delta K_n(x_{1n}) \left(\frac{1}{1 + a_{nn}\Delta K_n}\right) \\ &= -\frac{a_{mn}\Delta K_n(x_{1n})}{1 + a_{nn}\Delta K_n} \end{aligned} \quad (5-18)$$

複数台の場合、例えば、 $n, l, s$  の 3 箇所と同時に  $K$  が変化した場合以下のようなになる。方程式は、上と全く同様に

$$\begin{aligned} x_2''(s) + K(s)x_2(s) + \Delta K_n(x_{1n} + x_{1l} + x_{1s}) \\ + \Delta K_n(x_{2n} + x_{2l} + x_{2s}) = 0 \end{aligned} \quad (5-19)$$

であり、その任意の場所  $m$  での解は、

$$\begin{aligned} x_{2m} &= -\Delta K [a_{mn}(x_{1n} + x_{2n}) + \\ &\quad a_{ml}(x_{1l} + x_{2l}) + a_{ms}(x_{1s} + x_{2s})] \end{aligned} \quad (5-20)$$

である。 $m = n, m = l, m = s$  の場合で夫々、

$$\begin{aligned} x_{2n} &= -\Delta K [a_{nn}(x_{1n} + x_{2n}) + \\ &\quad a_{nl}(x_{1l} + x_{2l}) + a_{ns}(x_{1s} + x_{2s})] \end{aligned} \quad (5-21)$$

$$x_{2l} = -\Delta K [a_{ln}(x_{1n} + x_{2n}) + a_{ll}(x_{1l} + x_{2l}) + a_{ls}(x_{1s} + x_{2s})] \quad (5-22)$$

$$x_{2s} = -\Delta K [a_{sn}(x_{1n} + x_{2n}) + a_{sl}(x_{1l} + x_{2l}) + a_{ss}(x_{1s} + x_{2s})] \quad (5-23)$$

となる。ここで、 $\vec{x}_1 = \begin{pmatrix} x_{1n} \\ x_{1l} \\ x_{1s} \end{pmatrix}$ ,  $\vec{x}_2 = \begin{pmatrix} x_{2n} \\ x_{2l} \\ x_{2s} \end{pmatrix}$  及

び  $A = \begin{pmatrix} a_{nn} & a_{nl} & a_{ns} \\ a_{ln} & a_{ll} & a_{ls} \\ a_{sn} & a_{sl} & a_{ss} \end{pmatrix}$ 、 $I$  は  $3 \times 3$  の単位行列、  
を使うと

$$\begin{aligned} \vec{x}_2 &= -\Delta K A (\vec{x}_1 + \vec{x}_2) \\ &= -\Delta K A \vec{x}_1 - \Delta K A \vec{x}_2 \quad (5-24) \end{aligned}$$

$$(I + \Delta K A) \vec{x}_2 = -\Delta K A \vec{x}_1 \quad (5-25)$$

であり、 $\vec{x}_2$ ,  $\vec{x}_1 + \vec{x}_2$  について、それぞれ

$$\vec{x}_2 = (I + \Delta K A)^{-1} (-\Delta K A) \vec{x}_1 \quad (5-26)$$

$$\begin{aligned} \vec{x}_1 + \vec{x}_2 &= (I + \Delta K A)^{-1} \{ (I + \Delta K A) - \Delta K A \} \vec{x}_1 \\ &= (I + \Delta K A)^{-1} \vec{x}_1 \quad (5-27) \end{aligned}$$

などとなる。最終的に、

$$x_{2m} = -\Delta K [ a_{mn} \quad a_{ml} \quad a_{ms} ] (I + \Delta K A)^{-1} \vec{x}_1 \quad (5-28)$$

となる。

## 6 おわりに

以上、ビーム位置モニタ、BPM について述べてきた。ビーム位置の測定は、もちろん重要ではあるが、非常に安定な運転が確立されてくると、より重要になってくるのは、機器の放射化につながるビームロス  
の測定であり、その低減である。そういった意味では、ビーム全体の重心位置しか教えてくれない BPM は、ビームの良否を判定する第一線のモニタではなくなる。プロファイルや、さらに、全体の分布 (実空間だけでなく、位相空間上も) の周辺にあるビームハローは、ビーム損失し易く、その測定、低減がより重要となる。

チューンも全体の coherent tune だけでなく、incoherent tune の分布 (simulation で計算した分布しか見

たことがないが) の測定ができればよいだろう。電流モニタ、ロスモニタだったら、悪くても  $10^{-4}$ 、できれば、 $10^{-5}$ ,  $10^{-6}$  の感度が必要になってくる。

BPM に限らずビームモニタ関係について、木代氏 [26] を始め過去の OHO でも取り上げられている [23, 4]。平松氏の教科書 [9] は、実例を多く取り入れに非常に優れている。冊子の入手は、難しいかもしれないが、いまやネットで (過去を含む) 文献も容易に検索できるようになったので活用すべきである。飛山氏のテキスト [19] は、電氣的モニタ全般について触れられており、かつ式が少なく、概観を掴むには優れている。ただ、より深い理解に至るには、やはり自分で計算したり、経験を伴わないと身に付かないのかもしれない。

## 謝辞

J-PARC のビームモニタグループの全ての方に感謝します。これらの方の助力なしには、BPM システムは、完成しなかった。中でも外山毅氏には、設計当初より色々指導を頂いた。また、BPM データの詳細な解析については、手島昌己氏の助言がきっかけになった部分が多い。平松成範氏の教科書は常に参考になり、RCS の BBA についても、励まし色々な助言を頂いた。

筆者が J-PARC RCS のビームモニタの設計を始めた頃、ビームモニタに留まらず、RCS の全体設計も指導され、お世話になった故木代純逸氏にも大変感謝したい。幸い、J-PARC のビーム強度は、稼働以来順調に増加している。さらに、設計のビームパワー、1MW を是非早期に実現したい。

最後に、OHO の講義という貴重な機会を頂いた古屋貴章氏、山崎良成氏に感謝します。

## 参考文献

- [1] S. Sato, et. al., "Beam Position Monitor and Its Calibration in J-PARC Linac" *Proceedings of PAC07*, p.4072-4074., Albuquerque, New Mexico, USA (2007)
- [2] J.H. Cupérus, *Nucl. Instr. Meth.* **145** (1977) 219-231.
- [3] R.E. Shafere, "Beam Position Monitor Sensitivity for Low- $\beta$  Beams", *AIP conf. proc.* **319**, (1994) p.303-308. (Proc. of the **BIW93**).

- [4] 外山 毅, “ビームインストルメント” OHO 2009 (2009)
- [5] T. Toyama, et. al., “Performance of the Main Ring BPM during the Beam Commissioning at J-PARC” *Proceedings of IPAC’10*, p.981-983., Kyoto, Japan (2010)
- [6] R.E. Shafer, “Beam Position Monitoring, 10. Directional coupler pickup electrodes”, AIP conf. proc. **249**, (1990) p.617.
- [7] E. Schulte, “Beam Position Monitors (Pick-Ups) and Q measurement”, p.129, “Beam Instrumentation” CERN-PE-ED 001-92, revised Nov. 1994 (1994).
- [8] K. Satou, et al., “Estimation of Eddy Current in the BPM Generated by an AC-Mode Steering Magnet for J-PARC RCS using the CODE OPERA3D” *Proceedings of 2<sup>nd</sup> Annual Meeting of Particle Accelerator Society of Japan and 30<sup>th</sup> Linear Accelerator Meeting in Japan*, Tosu, Japan, E.19-21 (2005) (Japanese)
- [9] 平松成範, 「加速器のビームモニター」, KEK Internal 2004-4 文部科学省高エネルギー加速器研究機構平成 15 年度技術部職員専門研修
- [10] S. Sato, et. al., “Developments of the Calibration Tools for Beam Position Monitor at J-PARC LINAC” *Proceedings of 2005 PAC*, p.2777-2779., Knoxville, Tennessee, USA (2005)
- [11] 三浦昭彦氏, Private Communications.
- [12] 中島将光, 「マイクロ波光学」, 森北出版 (1975), p.62-67.
- [13] R.Reeder, et al., “Analog-to-Digital Conversion Clock Optimization” *Analogue Dialogue* 42-02 (2008)
- [14] H. Takahashi, N. Hayashi and M. Sugimoto, “Synchronized Data Distribution and Acquisition System Using Reflective Memory for J-PARC 3GeV RCS” *Proceedings of EPAC 2008*, p.1553-1555., Genova, Italy (2008)
- [15] EPICS, Experimental Physics and Industrial Control System.  
<http://www.aps.anl.gov/epics/>
- [16] S. Hatakeyama, et al., “The Data Acquisition System of Beam Position Monitors in J-PARC Main Ring” *Proceedings of IPAC’10*, p.2698-2700., Kyoto, Japan (2010)
- [17] R. Brun, et al., “ROOT Data Analysis Framework”, CERN.  
<http://root.cern.ch/drupal/>.
- [18] M. Tejima, et al., “Shot-by-shot Beam Position Monitor System for Beam Transport Line from RCS to MR in J-PARC” *Proceedings of IPAC’10*, p.978-980., Kyoto, Japan (2010)
- [19] 飛山真理, “電子加速器のビームモニター概要～電気的モニター～” OHO 2008 (2008)
- [20] P.K. Saha, et al., “Direct observation of the phase space footprint of a painting injection in the Rapid Cycling Synchrotron at the Japan Proton Accelerator Research Complex” *Phys. Rev. ST Accel. Beams* 12, 040403 (2009)
- [21] 中村 衆, 他, “J-PARC MR における電磁石電源の問題点と対策” 「加速器」 **6** (2009) p.292-301.
- [22] Y. Watanabe, et al., “Suppression Scheme of COD Variation Caused by Switching Ripple in J-PARC 3GeV Dipole Magnet Power Supply” *Proceedings of IPAC’10*, p.3242-3244., Kyoto, Japan (2010)
- [23] 諏訪田 剛, “ビーム計測 I” OHO 2002 (2002).
- [24] M. Masuzawa et al., “Beam-based Calibration of Beam Position Monitors and Measurements of the Sextupole Magnet Offsets at KEKB”, *Proceedings of EPAC2000*, Vienna, Austria (2000) WEP5A16, p1780-1782.
- [25] N. Hayashi, et al., “Beam Based Alignment of the Beam Position Monitor at J-PARC RCS” *Proceedings of IPAC’10*, p.1005-1007., Kyoto, Japan (2010)
- [26] 木代純逸, “シンクロトロン of ビームモニター” OHO’86 (1986)