

磁石と真空

—電磁石と電源—

1. はじめに

加速器においてビーム輸送を行うために不可欠な磁場は、常伝導電磁石や超伝導電磁石、永久磁石を必要に応じて選択し、磁極の形状や印可する電流パターン(永久磁石のみを使用する場合は必要ないが)を工夫することによって生成される。近年はコンピューターの発達に伴って磁場計算を行う事が容易になり、磁極の形状や電流量、漏れ磁場の影響等々を検討する際には2次元、3次元の静磁場計算を行う事が当たり前となった。さらには時間変化する磁場の磁場計算を行う事で、渦電流による発熱等のトランジェントな現象も実機製作前に検証することが可能となった。よく使われる磁場(電場)シミュレータとしては、Poisson Superfish¹⁾やMAFIA²⁾、OPERA³⁾などがある。

一方、電磁石に電流を供給する電源は、多くは商用交流電流(50又は60Hz)を、直流電流又はパターン電流に変換するものである。変換にはダイオードやスイッチング素子等の半導体素子が使用される。電源に使用されるスイッチング素子には様々な種類があるが、特に電力の大きな電源に使用されるスイッチング素子は、半導体技術の発展に伴ってサイリスタから自己消弧型のIGBTへと代わりつつある。さらには半導体素子としてSiCを使用したパワーデバイスの研究も進められており⁴⁾、今後ターンオン-オフ時間の短い、より高速な半導体素子が使用されるようになるであろう。

電磁石の設計と同様に、電源の設計においてもコンピューターによるシミュレーションは不可欠なものとなっており、電子回路シミュレータとしてはPSpice/OrCAD⁵⁾やLTSpice⁶⁾、Micro-Cap⁷⁾など、パワーエレクトロニクスや電力システムのシミュレータとしてはPSCAD/EMTDC⁸⁾などがよく使われているようである。

電磁石や電源は歴史ある分野であるため、このOHOにおいて何度となく講義が行われてきた⁹⁾。そこで今回は、J-PARC MRを例にとり、偏向電磁石や多極電磁石とそれらの電源について基礎的なことについては触れる程度にとどめ、電源からみた負荷としての電磁石およびその配線が磁場に与える影響について詳しく述べたいと思う。

2. 電磁石

荷電粒子が磁場によるローレンツ力を受ける事を利用して、加速器において加速対象の荷電粒子群(ビーム)を制御するために、電磁石が主に用いられている。加速器で用いられる電磁石には以下のものがある。

1) 偏向電磁石

ビーム軌道を曲げるために使用する。ビーム進行方向に対して垂直で一様な磁場を発生させる。線形加速器においては運動量やCharge to mass ratioに応じた選別等に使用され、円形加速器ではビーム閉軌道の生成に用いられる。

2) 四極電磁石

ビームの収束に使用する。光学系の凸レンズ、凹レンズと同じ役割を果たすが、四極電磁石1台では水平、垂直方向それぞれに逆のレンズとして働くため、2台以上を組み合わせて使用する。

3) 六極電磁石

ビームの運動量差に伴う閉軌道のズレや焦点位置のズレの補正に使用する。これらのズレは光学系で色収差とよばれるものと同じものである。運動量の差によって同じ磁場でも受けるローレンツ力が異なることで、閉軌道や焦点位置が運動量によって異なることを補正する。

4) 補正電磁石

偏向電磁石や四極電磁石の磁場の不完全性(磁極の製作誤差や磁石の設置アライメント誤差等)に伴うビーム軌道のズレの補正に使用する。六極電磁石もこれに含まれる。小型の偏向電磁石であるステアリング電磁石

や、90° 回転したスキュー四極電磁石等がある。

これらの電磁石の他にも偏向電磁石と四極電磁石の両方の磁場を生成する機能結合型電磁石や、八極電磁石やそれ以上の多極電磁石、ビーム入出射時に使用するキッカー電磁石やセプトム電磁石等がある。

2.1. 電磁石の起磁力

電磁石は起磁力を与えるコイル(電気回路)と磁束を導くコア(磁気回路)とからなる。コイルで発生させた磁束を集め、少ない電流で強い磁束密度を得るために、強磁性体の鉄又はその合金をコアとして用いる。電気回路、磁気回路はともに閉じているが、磁気回路を形成するコアは一部が途切れている。そこを磁極として磁極間の開口部に発生した磁場によってビームを誘導する。開口部に発生する磁場はコイルを流れる電流による磁場と、強磁性体のコアが磁化する事によって発生する磁場の和となる。

マクスウェル(Maxwell)の方程式を下に記す。

$$\text{div} \vec{B} = 0 \quad (2-1)$$

$$\text{rot} \vec{E} = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (2-2)$$

$$\text{div} \vec{D} = \rho \quad (2-3)$$

$$\text{rot} \vec{H} = \vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \quad (2-4)$$

ここで \vec{B} は磁束密度 [$\text{Wb}/\text{m}^2 = \text{T}$]、 \vec{H} は磁場強度 [A/m]、 \vec{E} は電場強度 [V/m]、 \vec{D} は電束密度 [C/m^2] であり、 $\vec{B} = \mu \vec{H}$ 、 $\vec{D} = \epsilon \vec{E}$ の関係にある。 \vec{j} は電流密度、 ρ は電荷密度、 ϵ は誘電率、 μ は透磁率である。起磁力の計算には(2-4)式を使用する。(2-4)式は微分形式であるが、これを積分形式に変換すると

$$\oint_C \vec{H} d\vec{s} = \iint_S \vec{j} d\vec{S} \quad (2-5)$$

となる。これは「任意の閉曲線 C に沿って線積分した磁場は、閉曲線 C で囲まれる任意の曲面 S を貫く全電流に等しい」というアンペール(Ampere)の法則である。

ここで、磁極の開口部を含む閉曲線 C をコイルを囲むようにとると、式(2-5)の右辺はコイルに流れる電流の和になり、左辺は磁極の磁束密度とコア中の磁束密度の和となる。コアに用いる鉄などの強磁性体では、コア中の磁束が飽和しない領域では比透磁率が大きいいため左辺への寄与を無視できる。電磁石を設計する最初の段階では、必要な電流は磁束密度と開口部の幅の積に比例すると考えてよい。

2.2. 偏向電磁石

偏向電磁石の形状としては、図1に示す3つが基本形としてあげられる。例えば KEKB の偏向電磁石はC型で、J-PARC MR の偏向電磁石はH型である。磁極の形状は上下が平行になっており、磁極の幅が広いほど磁場の一様性は良くなる。必要

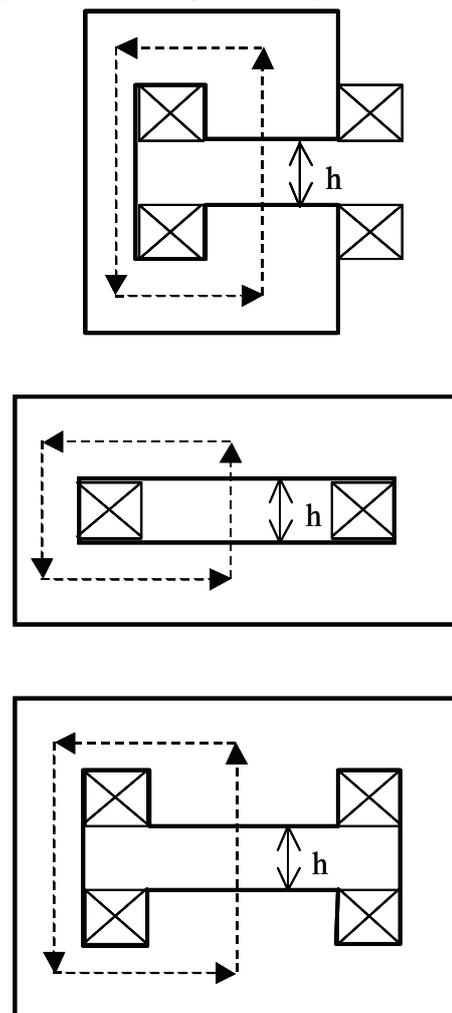


図1：偏向電磁石の基本形。上からC型、窓枠型、H型。四角形に×印はコイルを表す。

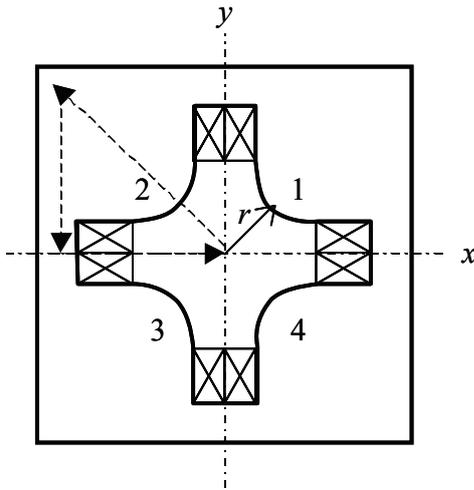


図2：四極電磁石の形状。1～4の磁極があり、1と3、2と4が同じ極性となる。

な磁場の一様性は、ビーム光学からの要求で決定されるが、上下平行な磁極形状のままでは電磁石本体の大きさや値段の制限から、達成することが困難な場合が多い。そこで、磁極に傾きをつけたり、磁極両端にシムを設けるなどして磁場を補正する。

図1中の点線を閉曲線Cとして式(2-5)の積分を行うと

$$\frac{B_{Air} h}{\mu_0} + \frac{B_{Core} l}{\mu_0 \mu_r} = NI \quad (2-6)$$

が得られる。ここで B_{Air} [T]は開口部の磁束密度、 B_{Core} [T]はコア中の磁束密度、 h [m]は開口部の幅、 l [m]は閉曲線Cのうちコアを通過する長さつまり磁路長、 $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ [Vs/Am]は真空の透磁率、 μ_r はコアの比透磁率、 N [turn]はコイルのターン数、 I [A]はコイルに流す電流である。鉄の比透磁率は5000程度なので磁束密度が飽和していない場合は式(2-6)の左辺第二項は無視できる。

2.3. 四極電磁石

四極電磁石は図2のような構造をしており、その磁極形状は、水平、垂直方向をそれぞれ x 、 y として双曲線 $xy = r^2/2$ で与えられる。 r は磁極の内接円の半径である。開口部の磁場分布は

$$B_x = \frac{B_0}{r} y = G \cdot y \quad (2-7)$$

$$B_y = \frac{B_0}{r} x = G \cdot x \quad (2-8)$$

で与えられる。ここで B_0 は磁極上の磁束密度で、 G は磁場勾配と呼ばれる。

磁極の端が無限に x 又は y 軸に漸近すると、理想的な磁場が形成されるが、コイルを設置するスペースを確保するために、あるところで磁極を切断する必要がある。そのため、磁石の中心から離れるほどに磁場分布は式(2-7, 8)からずれていく。このずれを補償するために磁極を円弧で近似したり、磁極を切断するところにシムを設けたりする。シンクロトロンでは磁場制度が要求されるので、シムで補正する場合が多い。

図2中の点線に沿って式(2-5)の積分を行うと、コア中の磁束密度を無視して

$$\int_0^r \frac{B_r}{\mu_0} dr + \int_0^x \frac{B_x}{\mu_0} dx = NI \quad (2-9)$$

となる。左辺第一項は $B_r = \sqrt{B_x^2 + B_y^2} = G \cdot r$ 、 $r = \sqrt{x^2 + y^2}$ であり、左辺第二項は x 軸上で $B_x = 0$ であるためゼロとなるから式(2-9)は

$$\frac{G \cdot r^2}{2\mu_0} = NI \quad (2-10)$$

となる。

図2中の磁極1と3がN極で磁極2と4がS極の場合(A)とその逆に磁極1と3がS極で磁極2と4がN極の場合(B)とで、ビームが受けるローレンツ力は逆になる。(A)のときビームが垂直方向に収束、水平方向に発散の力を受けるならば、(B)のときはその逆に垂直方向に発散、水平方向に収束となる。

2.4. 六極電磁石

六極電磁石は図3のような構造をしており、その磁極形状は $3x^2y - y^3 = r^3$ で与えられる。開口部の磁場分布は

$$B_x = \frac{2B_0}{r^2} xy = 2G_3 \cdot xy \quad (2-11)$$

$$B_y = \frac{B_0}{r^2} (x^2 - y^2) = G_3 \cdot (x^2 - y^2) \quad (2-12)$$

で与えられる。四極電磁石の場合と同様に、磁極の端が $y = 0$ と $y = \pm\sqrt{3}x$ とに漸近すると理想的な六極磁場が形成されるが、コイルを設置するスペースを確保するために図3のように磁極の懐を大きくえぐる構造になっている場合が多い。そのため、磁極の両端にはシムを設け、磁場分布の改善を図っている。また、多極電磁石において、上下のコアを分割するだけでコイルを磁極に設置することができる場合はまれで、磁極ごとに分割して製作されることが多い。

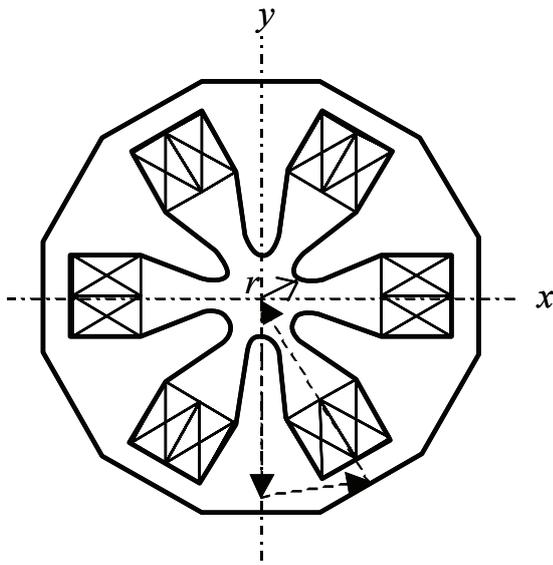


図3：六極電磁石の構造。y軸上の上側から順に1～6と番号を振ると、1と3と5、2と4と6が同じ極性となる。

四極電磁石の場合と同様に図3の点線に沿って式(2-5)の線積分を行うと、コア中の磁束密度を無視して

$$\frac{1}{3\mu_0} G_3 \cdot r^3 = NI \quad (2-13)$$

が得られる。

運動量に拡がりを持ったビームが偏向電磁石で曲げられると、運動量の大きな粒子は外側に、小さな粒子は内側の軌道をとる。それに対して式(2-12)の磁場は中心から水平方向に外れた粒子に対して、距離の二乗に比例する偏向磁場で曲げる効果を及ぼす。磁極のNとSが逆の六極電磁石を

並べることで、軌道中心から外れた粒子を収束させる効果がある。

また四極磁場による収束、発散の焦点距離も運動量によって異なる。運動量の大きな粒子の焦点距離は長くなり、小さな粒子の焦点距離は短い。それによってビームのチューンに幅が生じる。式(2-11, 12)をそれぞれ y 又は x で微分すると

$$\frac{\partial B_x}{\partial y} = 2G_3 \cdot y \quad (2-14)$$

$$\frac{\partial B_y}{\partial x} = 2G_3 \cdot x \quad (2-15)$$

となり、それぞれ y または x の符号によって磁場勾配の正負が異なる。これによって、中心から外れた粒子ほど距離に比例した収束又は発散の磁場を受けることがわかる。それによって、焦点距離の異なる粒子が、同じ焦点に収束されるように補正することが可能となる。

2.5. ヒステリシス

電磁石のコアには鉄やその合金がよく使用される。鉄やその合金は強磁性体と呼ばれ、外部磁場によって磁化される常磁性体のうち特に強く磁化されるものをいう。これに対して外部磁場と逆の向きに磁化されるものを反磁性体と呼ぶ。

磁性体に外部磁場 \vec{H} をかけたとき、磁性体内部の磁束密度 \vec{B} は次の式で表される。

$$\vec{B} = \mu_0 \vec{H} + \vec{M} \quad (2-16)$$

ここで μ_0 は真空の透磁率、 \vec{M} は磁化または磁化ベクトルと呼ばれ、磁石としての強さを表す。多くの磁性体において磁化 \vec{M} は

$$\vec{M} = \mu_0 \chi_m \vec{H} \quad (2-17)$$

の関係が成立する。 χ_m は磁化率といい、正負いずれの値も取り得る。正の時に常磁性体、負の時に反磁性体となる。これを式(2-16)に代入すると

$$\vec{B} = \mu_0 \vec{H} + \mu_0 \chi_m \vec{H} = \mu_0 (1 + \chi_m) \vec{H} \quad (2-18)$$

が得られる。 $1 + \chi_m = \mu_r$ として、 μ_r を比透磁率という。

外部磁場 \vec{H} と強磁性体であるコア中の磁束密度 \vec{B} は図4で示す関係をとる。まず、外部磁場が

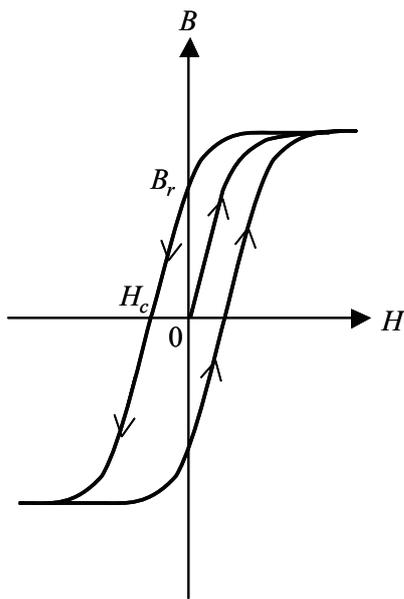


図4：磁性体の磁化ヒステリシス曲線(B-H 曲線)。 B_r は外部磁場 H がゼロになっても残る残留磁化、 H_c は磁性体中の磁束密度 B がゼロになる外部磁場(保磁力)。

ゼロで、コア中の磁束密度がゼロの時から始まる。外部磁場を強くすると、それに比例してコア中の磁場も強くなっていくが、徐々にコア中の磁束密度は頭打ちとなり、ある限界に達する。このときの磁束密度を飽和磁束密度と言う。そこから外部磁場を弱くしてゼロにした場合、磁束密度はゼロにはならずある値 B_r をとる。これを残留磁束密度という。外部磁場の向きを逆にして徐々に強くしていくと磁束密度がゼロとなる。このときの外部磁場を保磁力 H_c と呼ぶ。また透磁率 $\mu = \mu_0 \mu_r$ はこの曲線の傾きとなるので、外部磁場によって値が変わる。一般的には傾きがほぼ一定となる領域での値が使用される。

電磁石において、外部磁場 \vec{H} はコイルに流れる電流が作る磁場であり NI に比例する。その視点で図4をみると、コアが飽和していない領域では磁極に発生する磁場はほぼ NI に比例するが、コアが飽和するに従って、磁場を2倍にするために2倍以上の NI が必要となってくる。また、コアが飽和するに従って、電磁石の開口部の磁場分布に生じる歪みが大きくなり、ビームを安定に制御

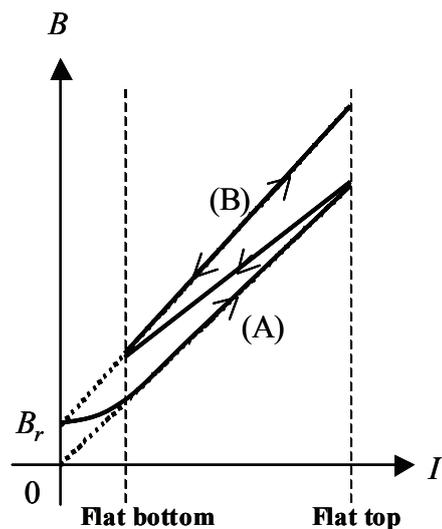


図5：B-I 曲線。電流がゼロのときの残留磁場を B_r とし、そこから電流が増加するに従って矢印の向きに磁場が増加する。

することが難しくなる。そのため、通常はコアが飽和しない領域で電磁石を設計する事が多い。

コアが飽和していない領域では、磁場は NI に比例すると書いたが、実際に電磁石の磁場と電流の関係を測定するとそう単純ではないことがわかる。図5にパターン運転する電磁石の磁場と電流の模式図を示す。ビーム入射時を Flat Bottom、ビーム取り出し時を Flat Top としている。まず、電流を流していない状態では、コアの残留磁化分の磁場 B_r が開口部に発生している。そこに1回目のパターン電流を流すと(A)のB-I曲線に従って磁場が発生する。このとき、電流をゼロに戻さず、Flat Bottomでの電流で止めたとする。すると、次にパターン電流を流したとき、磁場は(B)のB-I曲線に従う。

ここで問題となるのは、B-I 曲線を測定したときに(A)を測定したのか(B)を測定したのかである。DC 電磁石では、磁場強度を変更するたびに一度電流を 0 A に落としてから、再度必要な磁場まで電流をあげる事が多い。そのときには(A)のB-I 曲線をあらかじめ測定する必要がある。一方シンクロトロンなどのパターン運転する電磁石では通常、電磁石に流す電流は Flat Bottom と Flat Top の間を往復するパターンを連続して流す。一回のパターンごとに 0 A にすることはない。この

ときは(B)の B-I 曲線を測定しなくてはならない。図6に J-PARC MR の偏向電磁石で実際に測定した B-I 曲線の Flat Bottom 部分を示す。B init が(A)の場合、B pattern が(B)の場合である。一番左の測

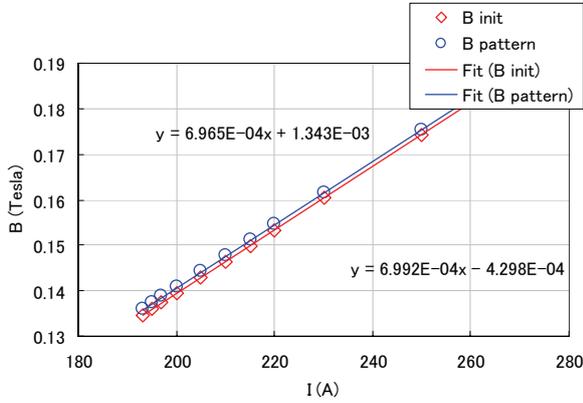


図6：J-PARC MR の偏向電磁石の B-I 曲線。下側の線に乗った菱形が電流をゼロ A から増加したときの磁場、上側の線に乗った丸が一度パターン通電した後に Flat Bottom の電流値から増加したときの磁場。

定点が Flat Bottom となり、このとき磁場の絶対値で約 1% 異なっている。また、傾きも 0.4% 異なる。

2.6. 電気回路としての電磁石

電磁石を電気回路としてみたとき、コイルのインダクタンスと抵抗が直列接続され、それらからアースに対して浮遊容量(キャパシタンス)が並列に接続されている (図7)。ここではそれぞれの要素について考えていく。

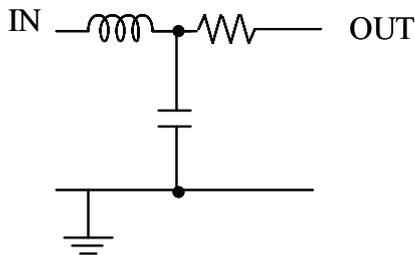


図7：電磁石の等価回路

まずインダクタンスだが、偏向電磁石の場合、開口部の高さを h 、磁極の幅を w_0 、磁極の長さを l_0 とする。 N ターンのコイルに I の電流を流したときに発生する磁束密度 B は式(2-6)より

$$B = \frac{\mu_0}{h} NI \quad (2-19)$$

となるので、全磁束が磁極間に集中していると仮定すると磁束 ϕ は

$$\phi = Bw_0l_0 = \frac{\mu_0}{h} NIw_0l_0 \quad (2-20)$$

となる。 N ターンのコイルを貫く全磁束は $N\phi$ であるから、インダクタンスの定義より

$$L = N \frac{d\phi}{dI} = \frac{\mu_0 N^2 w_0 l_0}{h} \quad (2-21)$$

が得られる。

実際には磁極の間にだけ磁束が集中していることはなく、磁極の外側に磁束が漏れ出している。そのため実効的な磁極の幅、長さをそれぞれ w 、 l とすると、磁極端に特別な加工をしていない場合、

$$w = w_0 + \frac{h}{2} \quad (2-22)$$

$$l = l_0 + \frac{h}{2} \quad (2-23)$$

または窓枠型の場合、コイル間の距離を w_a 、コイルの幅を w_c として

$$w = w_a + \frac{2}{3} w_c \quad (2-24)$$

という近似式がある。しかし、磁極端を加工する場合が多いので、2次元の磁場シミュレーションで磁場分布を計算して実効的な磁極幅、長さを求めた方がよいであろう。

以上のインダクタンスの計算は、一つの電磁石にひと続きのコイルが巻かれている場合である。第3章で述べるが、複数の電磁石の電気的な接続方法として、ひとつの電磁石の N 極側と S 極側を分離し、電源から出た電気配線が、電磁石の N 極側を順々に渡り、最後の電磁石で N 極から S 極に

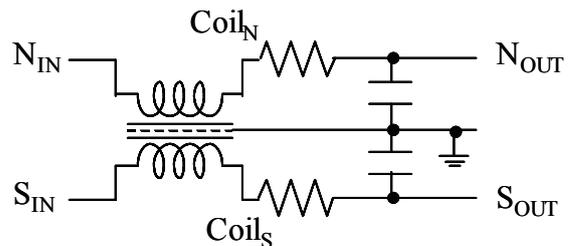


図8：N 極と S 極とを分離した配線の場合での電磁石等価回路。

接続して、S 極をわたって電源まで戻る配線方法がある。このときの電磁石の等価回路は図 8 に示すようになる。Coil_N、Coil_S の自己インダクタンス L_N 、 L_S はコイルのターン数が半分となるので、式 (2-21) よりそれぞれ磁石 1 台の場合の $\frac{1}{4}$ となる。

また Coil_N と Coil_S の結合定数 k は 0.96~0.99 程度であるので、相互インダクタンス M_{12} は

$$M_{12} = k \cdot \sqrt{L_N L_S} \quad (2-25)$$

となる。

コイルの抵抗値 R は

$$R = \frac{1}{\sigma} \frac{l_{coil}}{S_{coil}} \quad (2-26)$$

で得られる。ここで σ は電気伝導率、 l_{coil} はコイルの全長、 S_{coil} はコイルの断面積である。コイルによく用いられる銅の電気伝導率は $6 \times 10^7 [\Omega^{-1} \text{m}^{-1}]$ 程度である。

コイルの抵抗で消費される電力は熱となるため、冷却の観点からはコイルの抵抗は小さい方が望ましい。しかし、コイルの断面積や長さは設計上の制約で決定されることが多い。そこで式(2-6, 10, 13)の磁場が NI に比例することから、ターン数を増やし、電流を減らすことによって、抵抗による熱損失は減少する。ところが、式(2-21)で示したように電磁石のインダクタンスはターン数の二乗に比例する。時間変化しない磁場であれば問題とならないが、シンクロトロン用の電磁石のように、ビームの運動量に応じて磁場を時間変化させる電磁石では、インダクタンスが大きいと必要な最大電圧が大きくなる等の、様々な問題を生じる。高々 1Hz 程度のパターン繰返し周期でもインダクタンスによる最大電圧の上昇は問題となるので、コイルのターン数と電流のバランスは慎重に検討しなければならない。

浮遊容量とはコイルとコアの間に生じるキャパシタンスである。その大きさは磁極長あたり数 nF/m ~ 数十 nF/m 程度である。おおまかな計算としてはキャパシタンスの定義から、コイルとコア間の絶縁材の誘電率を ϵ とし、コイルとコアの隙間を d 、接する面積を S_{cc} とし、キャパシタンス C は

$$C = \frac{\epsilon S_{cc}}{d} \quad (2-27)$$

で得られる。

これらの電磁石の電気回路的な定数は、電源の設計には不可欠である。できれば電源の設計には実際の電磁石を測定して得た値を用いたが、電磁石が完成してから電源の設計を始めることができるのはまれで、多くは電磁石の設計と電源の設計とを並行して進める。そのため、電磁石の設計としては、以上の計算から得られる値が常識的なものとなるように、必要な電流値やコイルのターン数、断面積を決定することが大切である。

3. 電磁石の配線

3.1. 電線

電磁石への電力の供給には電線が用いられる。取り回しや絶縁のとりやすさから、導体が絶縁体で覆われた絶縁電線がよく用いられる。J-PARC MR においては、電線の代わりにホローコンダクターを用いる計画もあったが、数万カ所におよぶ継ぎ手での水漏れ防止が保証できないとして、結局電線による配線となった。絶縁体にはポリエチレンやビニルが用いられる。

交流や直流の電圧は省令¹⁰⁾により次の 3 つに分類される。

- 1) 低圧：直流 750V 以下、交流 600V 以下
- 2) 高圧：直流 750V を超える。交流 600V を超え、7000V 以下
- 3) 特別高圧：7000V を超える

電線のもっとも大きな需要は交流の送電線であるため、電線の定格電圧も 600V、3300V、6600V

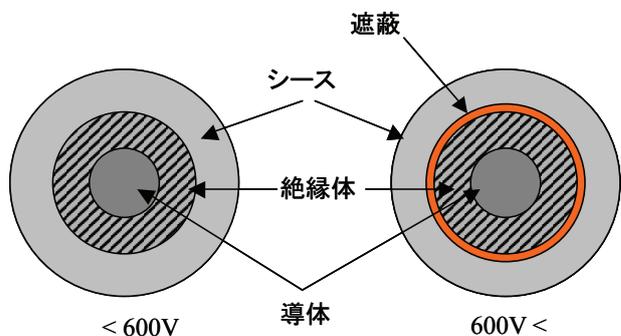


図 9：ケーブルの模式図

という交流電圧表示をされていることが多い。図9にケーブルの構造を示す。シースがあるものをケーブル、無い物を電線と呼ぶ。中心の導体は一般的に軟銅線が用いられる。場合によっては無酸素銅、銀やスズとの銅合金、メッキ線、アルミ導体なども使われることがある。導体の周りにはポリエチレンやビニルの絶縁体があり、さらにその周りをシース(外皮)で覆っている。シースには絶縁体と同じ塩化ビニル混和物やポリエチレン、架橋ポリエチレンが用いられる。

600Vを超える場合、絶縁体とシースの間に遮蔽層がある。遮蔽層には銅テープや銅編組が用いられる。遮蔽層は接地点に接続することで導体周りの境界条件を一定にする役割がある。遮蔽層がない場合、電線周辺に尖った導体があるとそこと銅線の間で電場が集中し、絶縁体が発熱する場合がある。J-PARC MRでは難燃性のエコ電線、エコケーブルを使用している。エコとは絶縁体やシースの材料にハロゲンや鉛を使用していない事を表す。そのため、放射線によってハロゲン化水素(特にフッ化水素)が発生する心配がなく、比較的安全である。

3.2. 配線と磁場リップル

電源から電磁石に供給される電流には、必要な電流(ある一定の値であったり、時間変化するパターン電流であったりする)以外の電流成分が含まれている。これをまとめて、電流ノイズと言ったり電流リップル(リップル)と言ったりする。電流リッ

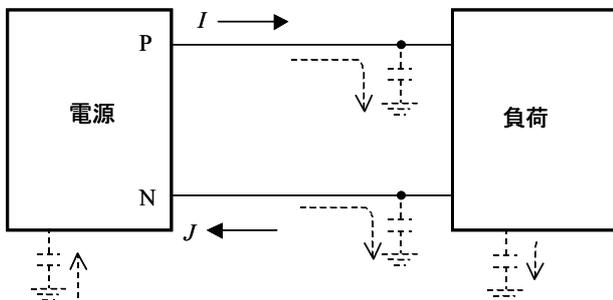


図10：電流リップルのノーマルモードとコモンモード。実践の矢印の向きに流れる電流をノーマルモード、点線の矢印の向きに流れる電流をコモンモードと呼ぶ。コモンモードは浮遊容量を介してグラウンドに流れ込む。

プルには二つのモードがあり、一つは電源の出力端の一方から出てもう一方に戻ってくるノーマルモード、もう一つは電源の二つの出力端から同位相で出力されるコモンモードである。例えば電源の出力端の一つPから出る電流を I 、もう一方のNに入る電流を J とすると、ノーマルモード電流は $(I+J)/2$ 、コモンモード電流は $(I-J)/2$ である(図10)。 I と J には次の関係が成り立つ。

$$I = (I+J)/2 + (I-J)/2 \quad (3-1)$$

$$J = (I+J)/2 - (I-J)/2 \quad (3-2)$$

ノーマルモード電流リップルは、出力電流と同様に配線された電線を伝わり、負荷を経由して電源に戻る。一方コモンモード電流は図10中で点線で示した静電容量を経由してグラウンド(アース)を伝わって電源に戻る。静電容量を点線で描いたのは、明示的にコンデンサがケーブルや負荷とグラウンドとの間に接続されていなくとも、またグラウンドが銅線等によって明示的に配線されていなくとも、ただ導体が存在するだけで、その導体と大地との間に静電容量が発生することを表している。この静電容量を浮遊容量と呼び、コモンモード電流はインピーダンスが最も低いルートを経由して電源に戻る。

ビームに影響を与えるのは電磁石の磁場である。電流にリップルがいくらのついても、磁場に現れなければビームにとって問題とはならない。では、このノーマルモードとコモンモードの電流リップルはどうであろうか？偏向電源と電磁石が1対1で接続されている場合を図11にします。電磁石の等価回路としては図8のモデルを使用する。このとき電磁石に流れる電流 I_{mag} は式(3-1)と式(3-2)の和となり、コモンモードはキャンセルされる。

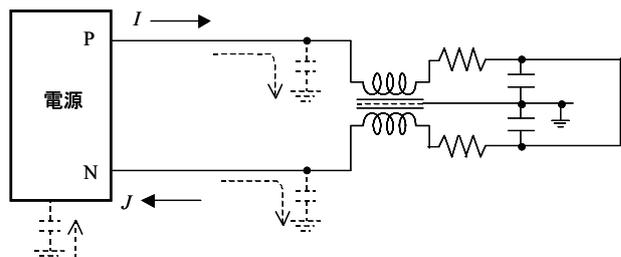


図11：電源と偏向電磁石を1対1で接続した場合の模式図。偏向電磁石の起磁力は $N(I+J)$ となる。

$$I_{mag} = \left(\frac{I+J}{2} + \frac{I-J}{2} \right) + \left(\frac{I+J}{2} - \frac{I-J}{2} \right) = I+J \quad (3-3)$$

多極電磁石では磁極間の接続が問題となる。たとえば四極電磁石の場合、2つずつのN極とS極

のコイルを NSNS と接続する場合(イ)と NNSS と接続する場合(ロ)とがある。(イ)の場合図 1 2 (a) に示すようにコモンモード電流がダイポール磁場を発生させる。一方(ロ)の場合、図 1 2 (b) に示すようにコモンモード電流はスキュー八極成分

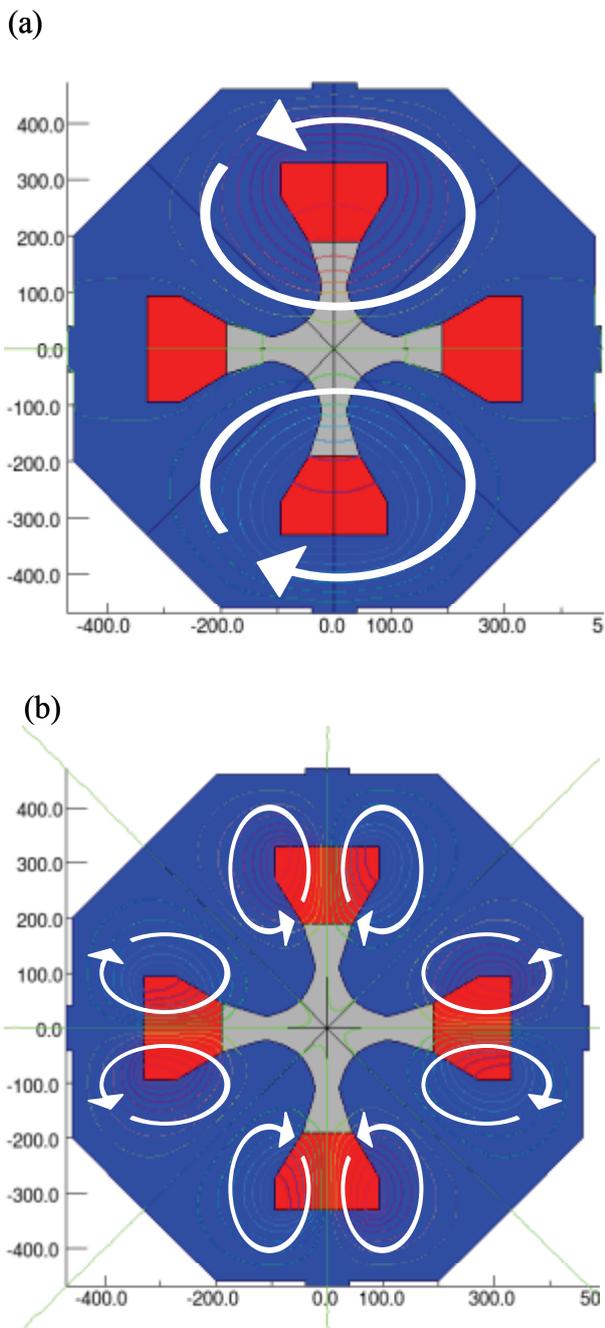


図 1 2 : 四極電磁石においてコモンモードが発生させる磁場。(a)磁極を NSNS の順に接続した場合。(b)磁極を NNSS の順に接続した場合。矢印は磁力線の向きを表す。

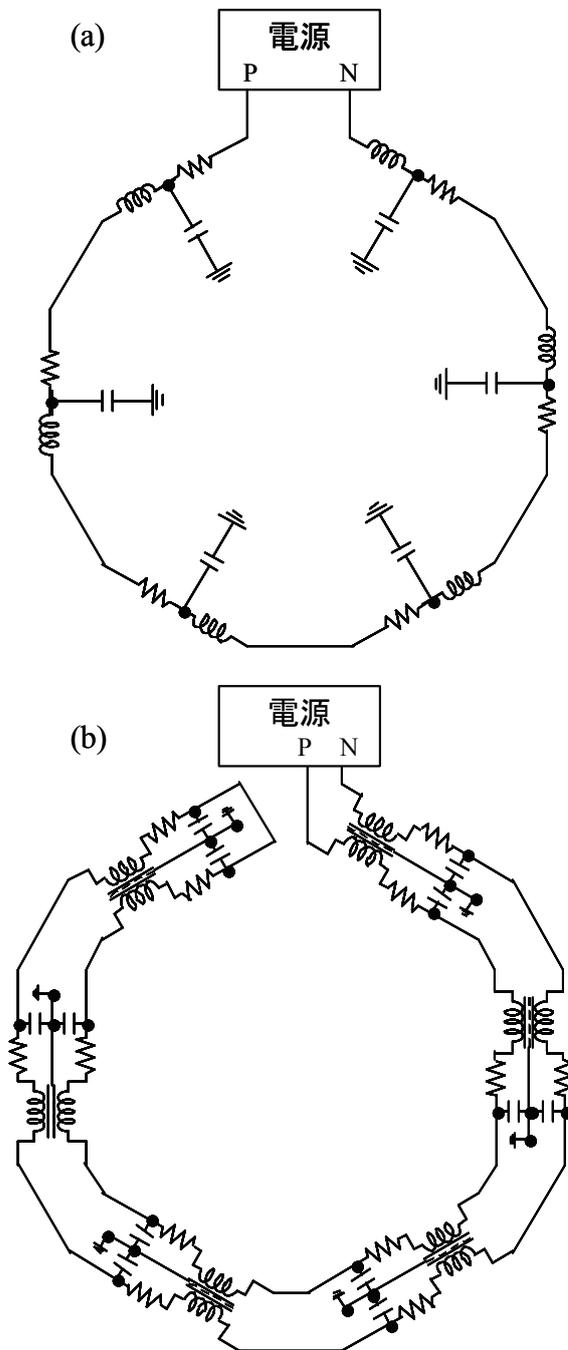


図 1 3 : 電磁石の配線方式。(a)電磁石 1 台の N 極と S 極を接続したのち次の電磁石に接続する方式 (b)電磁石の N 極側と S 極側を別々に接続し、片方の端に電源に接続、もう片方の端を短絡する方式

を発生させる。コモンモード電流が同じ大きさの場合、図 1 2 (a)のダイポール磁場よりも(b)のスキュー八極磁場のほうが磁束密度は小さく、ビームへの影響も小さくなる。接続方法としては NSNS のほうがコイルを順々に接続することになるので製作が簡単であるが、磁場の性能を考慮すると難しくとも NNSS と接続したほうがよい。これは他の多極電磁石でも同様である。

では、一台の電源に複数台の電磁石を接続する場合はどうであろうか。一般的に加速器の電磁石は特殊な電磁石や補正電磁石を除き、一台の電源に同じ種類の電磁石すべてを接続する。多極電磁石の磁極を N…NS…S と接続するとして図 8 の等価回路で上側を N 極、下側を S 極とそれぞれの磁極をまとめたものとする。すると、一台の電磁石の N 極と S 極を接続し、次の電磁石の N 極側へと接続を続ける場合(ハ：図 1 3 (a))と、電磁石の N 極側だけを最後の電磁石まで接続し、最後の電磁石で S 極側に渡って電源まで戻る場合(ニ：図 1 3 (b))が考えられる。(ハ)の場合、図 8 の等価回路は図 7 の等価回路と等しくなる。

(ハ)の場合は接続するケーブル長は加速器一週分でよいが、(ニ)の場合は単純にその 2 倍必要である。またケーブルの接続箇所も(ハ)の場合は電磁石一台あたり二箇所ですむが、(ニ)の場合は倍の四箇所必要となる。そのため加速器が大きくなればなるほど、そのコストが問題となってくる。

電磁石の磁場リップルがどうなるか考えるために、電源に最も近い電磁石の磁場を例にとる。(ハ)の場合、電源に最も近い電磁石に流れる電流は $2I$ または $2J$ である。 I と J は式(3-1, 2)で示したようにノーマルモードとコモンモードの和または差である。そのため、磁場にもノーマルモードとコモンモードの両方が磁場リップルとして発生する。電源から離れた電磁石にも同様に、N 極側コイルと S 極側コイルに同じ電流が流れるため、磁場にはノーマルモードとコモンモードの両方の磁場リップルが発生する。例外として電磁石の台数が奇数の場合、電源から最も遠い電磁石のみ、ノーマルモードだけの磁場リップルとなる。

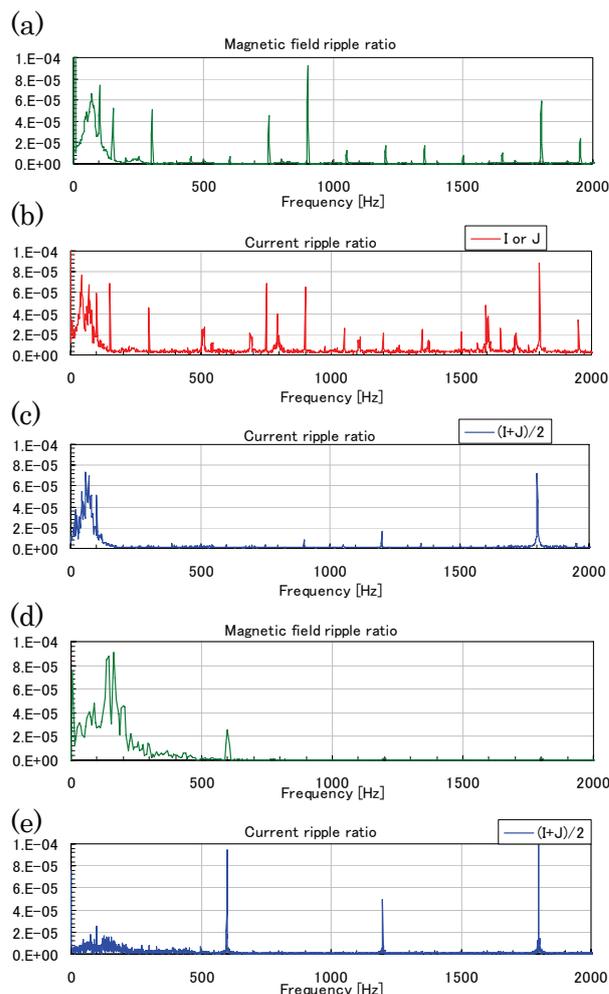


図 1 4 : J-PARC MR における配線と磁場リップル、電流リップルの FFT。電源と電磁石は四極電磁石の QFX ファミリー。(a) (A) の場合の磁場リップル(QFX-164)。(b) (A) の場合の I または J の電流リップル。(c) (A) の場合のノーマルモード電流リップル。(d) (B) の場合の磁場リップル(QFX-164)。(e) (B) の場合のノーマルモード電流リップル。

一方(ニ)の場合、最初の電磁石に流れる電流は式(3-3)と同じ物となり、さらに次の電磁石に流れる電流も、さらにその次の・・・とすべての電磁石に流れる電流が式(3-3)と同じ物となる。そのため、磁場リップルはノーマルモードのみとなる。実際に J-PARC MR の電磁石において、電磁石の磁極接続は(イ)、電磁石間の接続は(ハ)の場合(A)と、電磁石の磁極接続は(ロ)、電磁石間の接続は(ニ)の場合(B)とで、電流リップルと磁場リップルの測定を行った。図 1 4 にその FFT 結果を示す。

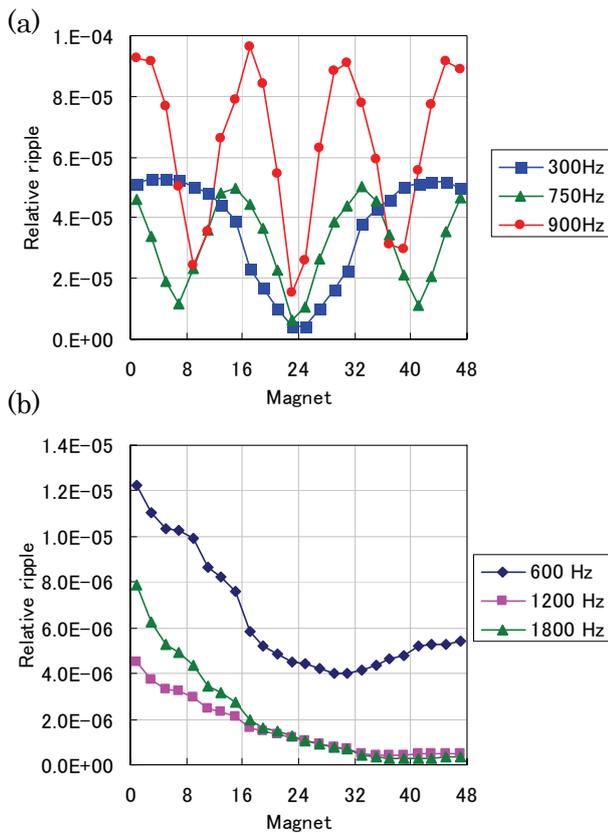


図 1 5 : 磁場リップルの場所依存性。(a) (A)の場合での磁場リップル。Magnet 番号 0 と 48 から電源に接続している。各周波数で定在波が存在する。(b) (B)場合の磁場リップル。Magnet 番号 0 から電源に接続している。電源から遠くなるにつれて磁場リップルが減衰している。

(A)の場合は、磁場リップルにノーマルモード電流の周波数成分だけでなく、コモンモード電流の周波数成分も現れていることがわかる。一方(B)の場合は磁場リップルには 600Hz と 100~200Hz 付近の周波数成分のみが残り、ノーマルモード電流リップルとよく一致する。このように磁場リップルにノーマルモード電流リップルのみが現れる配線方法を対称化配線と呼んでいる。

対称化配線のメリットは磁場リップルがノーマルモード電流によるものとなるだけではない。横軸に電磁石の番号、縦軸に磁場リップルの各周波数の強度をプロットすると図 1 5¹¹⁾のようになる。(A)の場合、図 1 5 (a)を見るとわかるとおり、電磁石の場所ごとに磁場リップルの各周波数成

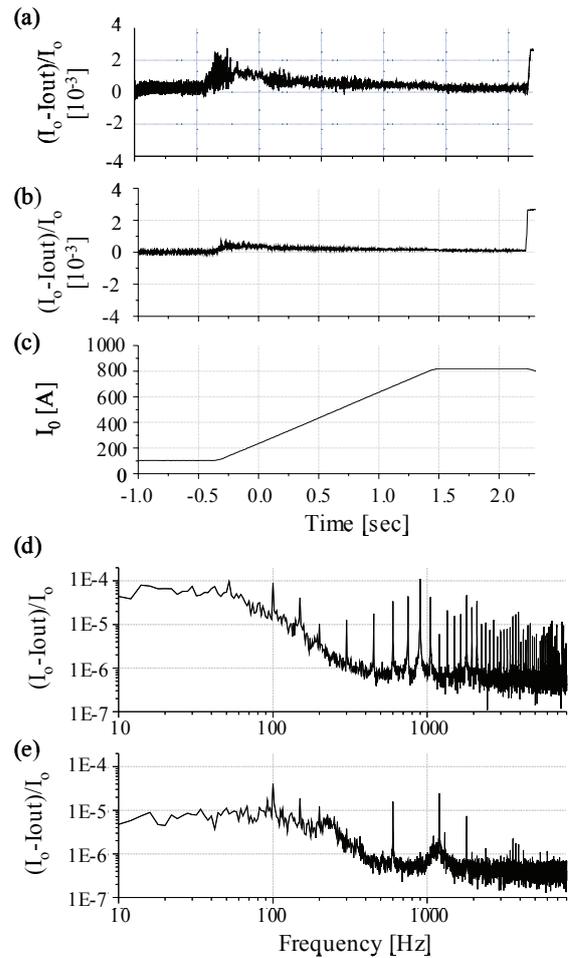


図 1 6 : QFR 電源の電磁石配線対称化前後の電流偏差とその FFT。電流偏差はノーマルモード電流から電流指令値を引き、電流指令値で割った値。(a)配線対称化前の電流偏差。(b)配線対称化後の電流偏差。(c)電流指令値。(d)配線対称化前の電流偏差の FFT。(e) 配線対称化後の電流偏差の FFT。

分の強度が異なり、全体で見ると定在波が存在していることがわかる。一方(B)の場合は図 1 5 (b) が示すとおり、電源から遠くなるにつれて減衰していることがわかる。このように配線を対称化することによって、磁場リップルの場所依存性を減少させることができる。

配線の対称化によって、電源からの出力電流リップルが減少する例もある。図 1 6¹²⁾に J-PARC MR の QFR 電源の例を示す。電磁石配線を対称化する前には電流リップルに多くの周波数成分が存在したが、配線対称化によって電源の整流リッ

ブルとその高調波のみ(600, 1200, 1800Hz)となった。さらに、電源の安定性が向上したため、100Hz以下の領域でも電流リップル成分が減少していることがわかる。

3.3. 共振

図14中で(A)の配線のときの磁場リップル(図14(a))と電流リップル(図14(b))は周波数とピーク強度の割合がよく合っているのに対して、(B)の対称化配線のときの磁場リップル(図14(d))と電流リップル(図14(e))がピーク強度の割合においてよくあっていない。特に電流リップルで見えている1200Hzと1800Hzが磁場リップルでほとんど見えていない。これは、(B)の対称化配線のときに、電磁石の配線端子の両端に電磁石に並列に抵抗を取り付けたためである。この抵抗の役割についてここで述べる。

図17で電磁石一台のインピーダンスと位相を示す。図8の等価回路において片側コイルの自己インダクタンスを25mH、結合係数を0.98、抵抗を25mΩ、浮遊容量を25nFとしてLTSpiceで計算した。これはJ-PARC MRの偏向電磁石とほぼ同じパラメータである。0.1Hz以下の周波数においてはほぼ抵抗成分のみで、0.1Hz以上になるとインダクタンス成分が主となる。一方、同じ電磁石を5台直列に接続しときのインピーダンスと位相は図18のようになる。ここで、1kHzから20kHzの間でインピーダンスと位相が大きく変化している周波数があることがわかる。これは電磁石コイルのインダクタンスと浮遊容量のキャパシタンスが共振を起こしたためである。

インダクタンス L とキャパシタンス C を直列に接続した場合、そのインピーダンス Z は

$$Z = j \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right) \quad (3-4)$$

で与えられる。ここで ω は角周波数、 j は虚数単位である。このとき、 $Z = 0$ となる各周波数 ω_0 を直列共振周波数といい、

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad (3-5)$$

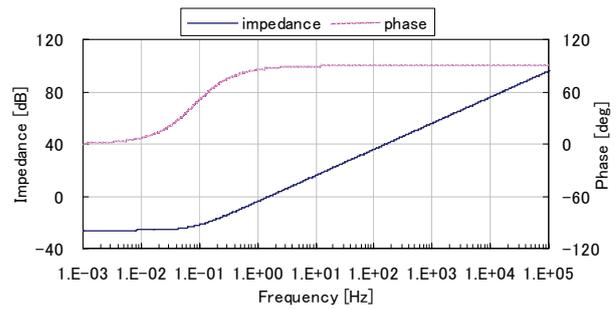


図17：電磁石一台でのインピーダンスと位相

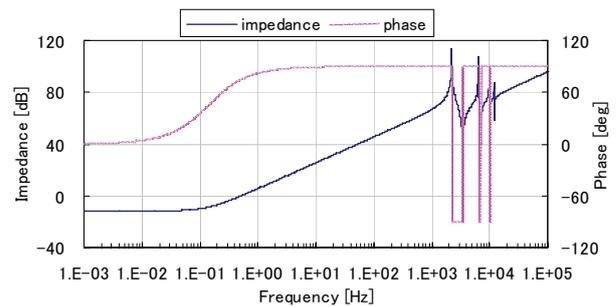


図18：電磁石5台でのインピーダンスと位相

となる。また、インダクタンス L とキャパシタンス C を並列に接続した場合、そのインピーダンス Z の逆数アドミッタンス Y は

$$Y = j \left(\omega C - \frac{1}{\omega L} \right) \quad (3-6)$$

で与えられ、 $Y = 0$ となる各周波数 ω_0 を並列共振周波数といい、

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad (3-7)$$

となる。並列共振を反共振と呼ぶ場合もある。

実際には電磁石の浮遊容量に加えて、ケーブルの浮遊容量も加わるため、図18に表れている以上の共振点が存在する。理想的な共振点において

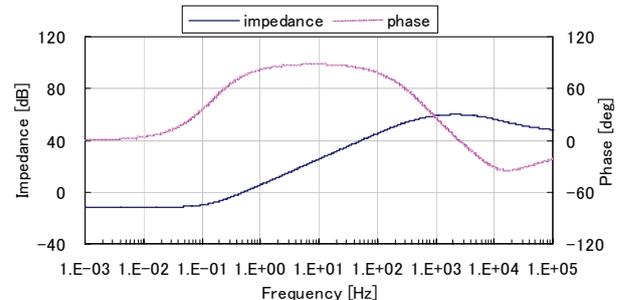


図19：コイルに並列に100Ωの抵抗を取り付けた場合のインピーダンスと位相

はインピーダンスがゼロまたは無限大となる。問題となるのはインピーダンスがゼロとなる共振点で、電圧がなくともその共振周波数の電流リップルが流れることを意味する。電源の出力電圧と出力電流とで周波数成分が異なるのはこのためである。

この共振点をなくすためにはコイルのインダクタンスに並列に抵抗を入れるとよい。図 1 9 に 100Ω の抵抗をコイルに並列に入れた場合のインピーダンスと位相を示す。共振点がなくなっていることがわかる。抵抗のみをコイルに並列に接続すると、直流電流を流した場合でも、コイルに流れる電流がコイル抵抗と並列抵抗との分流となり、指令電流値からオフセットがでる。このオフセットを嫌って、直列に接続した抵抗とコンデンサを、電磁石コイルに並列に接続する場合もある。その場合、直流電流に対するオフセットはなくなるが、コンデンサとコイルのインダクタンスとの間で新たな共振が生まれるため、慎重な検討が必要である。

4. 電源

4.1. 電源の性能

加速器用の電磁石電源としてはその用途に応じて様々なものが存在する。DC 出力の電源や、 μ 秒オーダーの性能を要求されるパルス電源、数 Hz ~ 数十 Hz の周期でパターン出力が要求される共振電源などなど。出力する電力にしても、高電圧低電流から、低電圧高電流、高電圧高電流まで幅広い。ここではシンクロトロンの偏向電磁石などに電力を供給する電源について述べるにとどめる。この電源は数秒周期で加速するビームの運動量に応じたパターン電流を出力する。電流は数十 A から 1000A 程度、電圧は 100V 程度から数 kV の幅となる。必要な電圧 V と電流 I は、負荷の電磁石のリアクタンス L と抵抗 R を用いて次のようにかける。

$$V = L \frac{dI}{dt} + RI \quad (4-1)$$

電源に要求される性能で最も重要なものは出力電流の電流偏差である。電流指令値を I_{ref} 、出力電流を I_{out} として、電流偏差 dI を次の式で定義する。

$$dI = \frac{I_{out} - I_{ref}}{I_{ref}} \quad (4-2)$$

ここで注意すべきは、分母が電流指令値 I_{ref} となっている点である。一般的な電源の性能として、電流偏差の分母は電源の定格出力電流となることが多い。加速器用の電磁石電源にとって重要なのはビームが感じる磁場偏差 \approx 電流偏差であるから、電磁石電源の性能として電流偏差の分母は電流指令値とするのが正しい。

電磁石電源を設計する際、定格出力電流はビーム取り出し時に必要な電流値に余裕を持たせた値となる。一方ビーム入射時に必要な電流は、加速器の設計にもよるがビーム取り出し時の数分の 1 から 10 分の 1 程度である。そのため、電流偏差の分母を定格出力電流としたときと、電流指令値としたときとでは、最大で 10 倍程度も電流偏差の大きさが異なることがあり得る。また、電流偏差の大きさとして、時間軸でみた電流偏差の peak-peak を言う場合と、FFT した後の周波数成分のピーク値で言う場合とがある。この場合 FFT 後の周波数成分のピーク値は、時間軸でみた電流偏差の peak-peak の約 1/10 程度となる。そのため、電源性能として電流偏差を用いるときには、電流偏差の分母が電流指令値か定格出力電流か、時間軸でみた peak-peak 値か FFT 後の周波数成分のピーク値かによって、最大で 2 桁も値が異なることがあり得る。

電源からの出力電流の測定には DCCT が用いられる。市販されている DCCT の中で、もっとも測定精度が高い DCCT では周波数成分の RMS で 10^{-6} ~ 10^{-7} となっている。ここでも測定精度の分母は定格測定電流値となっているため、電源の定格出力電流を測定できる DCCT において、その 1/10 の電流の測定精度は 10 倍悪い。現状の加速器用電磁石電源に要求されている電流偏差性能は 10^{-5} ~ 10^{-6} であり、DCCT の測定限界に近づきつつある。これ以

上の精度の電源を製作するために、より高精度の DCCT の開発は重要な研究課題である。

4.2. 電力変換

電源とは電気エネルギーの形態を変化させる物であるとも言える。これを電力変換といい、交流 (AC) と直流 (DC) の組み合わせを考えると 4 通り存在する。それぞれに名称があり、表 1 に示したようになる。ここでは大電力の変換器でよく用いられる名称のみを記した。加速器の電磁石電源としては AC-DC 変換器(整流器)と DC-DC 変換器(チョッパ)の組み合わせがよく用いられるようである。

表 1 電力変換の名称

電力変換の形	名称
DC-DC 変換	スイッチングレギュレータ チョッパ
DC-AC 変換	インバータ
AC-DC 変換	整流器(コンバータ)
AC-AC 変換	サイクロコンバータ マトリクスコンバータ

4.3. 電力増幅

さて、図 20 は電磁石電源の電力の流れを表した物である。(1) の矢印が示すように、交流電流を適当なパターン電流に変換して負荷に供給している。これは 4.2 で述べた電力変換である。一方 (2) の矢印が示すのは、負荷に流したい電流パターンを電源が増幅して、いわゆるアンプの役割を電源がはたしている。

電力変換器と電力増幅器とでは最優先課題が異なる。変換器で重要視されるのは変換効率であり、増幅器で重要視されるのは基準信号に忠実な増幅である。そのため一般的な増幅器であるオーディオアンプなどでは、電力の変換効率が最大でも 25% でとても低い。電磁石電源としては、ランニングコストである電気代を下げるために変換効率は高い方が良いし、ビーム制御のためには指令値への忠実度も高くなくてはならない、と変換

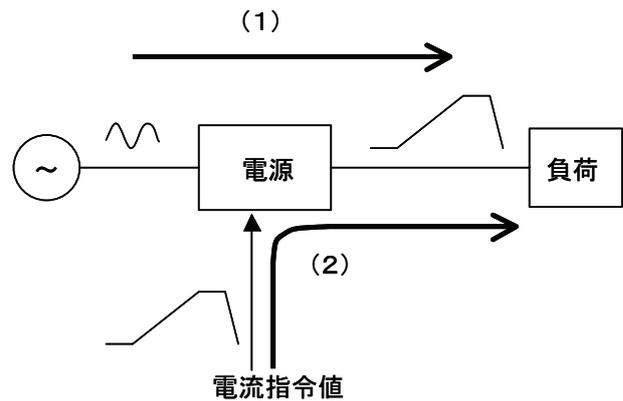


図 20 : 電力変換 (1) と電力増幅 (2)

器と増幅器の両方の性能を高めなくてはならない。

ここでは増幅器としての電源の安定性について考える。まず電源への入力 $x_i(t)$ に対して、出力が $y_i(t)$ で表されるとする。これに対して $i = 1, 2, \dots, n$ の n 個の入力 $x_i(t)$ の重ね合わせ

$$x(t) = \sum_{i=1}^n a_i x_i(t) \quad (4-3)$$

に対して、出力が

$$y(t) = \sum_{i=1}^n a_i y_i(t) \quad (4-4)$$

で表されるとき、この電源を線形系または線形システムという。

線形システムへの入力が正弦波の時、その出力応答を周波数伝達関数と呼ぶ。式(4-3, 4)が成り立つ線形システムでは、入力のフーリエ成分を $X(\omega)$ 、出力のフーリエ成分を $Y(\omega)$ とすると、周波数伝達関数 $G(\omega)$ は

$$G(\omega) = \frac{Y(\omega)}{X(\omega)} \quad (4-5)$$

で表される。周波数伝達関数 $G(\omega)$ の周波数依存性を示す図をボーデ図とよび、縦軸に $|G(\omega)|$ を dB で、位相を度で表し、横軸には対数目盛で周波数をとる。

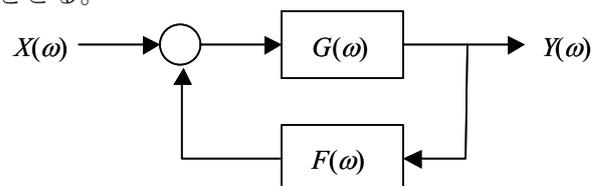


図 21 : フィードバックのある系

図 2 1 で示すように出力信号の一部を取り出して入力に加えることをフィードバックと呼ぶ。電磁石電源においては、出力電流を DCCT など で測定してフィードバック制御を行っている。フィードバックを切ったときの伝達関数を開ループ (open-loop) 伝達関数といい、フィードバックを入れたときの伝達関数を閉ループ (closed-loop) 伝達関数と呼ぶ。図 2 1 において開ループ伝達関数は $G(\omega)$ で、フィードバック伝達関数は $F(\omega)$ である。入力が $X(\omega)$ のとき、 $G(\omega)$ への入力は $X(\omega) + F(\omega)Y(\omega)$ であるから、出力 $Y(\omega)$ は

$$Y(\omega) = G(\omega)[X(\omega) + F(\omega)Y(\omega)] \quad (4-6)$$

である。これを入力と出力の関係として解くと

$$Y(\omega) = \frac{G(\omega)}{1 - F(\omega)G(\omega)} X(\omega) \quad (4-7)$$

となる。閉ループ伝達関数を $G_f(\omega)$ とすると

$$G_f(\omega) = \frac{G(\omega)}{1 - F(\omega)G(\omega)} \quad (4-8)$$

となる。

このとき $|1 - F(\omega)G(\omega)| < 1$ ならば $|G_f(\omega)| > |G(\omega)|$ となり、フィードバックによって伝達関数が大きくなるので、正のフィードバック (positive feedback) といい、 $|1 - F(\omega)G(\omega)| > 1$ ならば $|G_f(\omega)| < |G(\omega)|$ となってフィードバックによって伝達関数が小さくなるので、負のフィードバック (negative feedback) という。電源のフィードバック制御においては、電流偏差がゼロとなる用に制御するので、基本的に負のフィードバックである。

いま、電源の開ループ伝達関数が $A(\omega)$ であるとき、これに $F(\omega) = -\beta$ の負のフィードバックをかけるとこの系の閉ループ伝達関数 $A_f(\omega)$ は式(4-8)から

$$A_f(\omega) = \frac{A(\omega)}{1 + \beta A(\omega)} \quad (4-9)$$

となる。そこで、開ループの増幅度が十分大きい、つまり $|\beta A(\omega)| \gg 1$ の周波数範囲では、閉ループ伝達関数は周波数によらず一定の値

$$A_f(\omega) = \frac{1}{\beta} \quad (4-10)$$

をとる。また、開ループの増幅度が変化しても、閉ループの増幅度はほとんど変わらない。

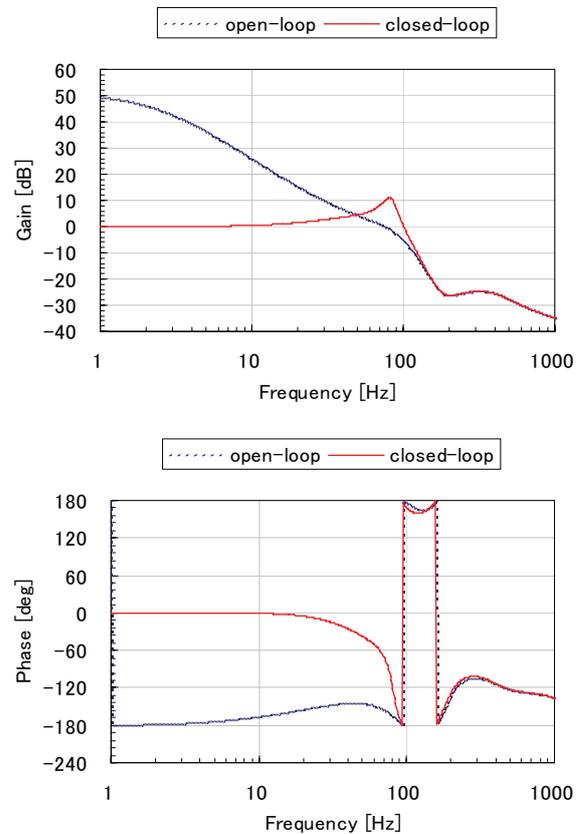


図 2 2 : 開ループ伝達関数と閉ループ伝達関数のボデー図。上はゲイン、下は位相。

図 2 2 に開ループ伝達関数と閉ループ伝達関数のボデー図の例を示す。開ループ伝達関数のゲインが 0 dB をクロスするところが、この系の周波数帯域となる。たとえ一周期が長い電流パターンであっても、電流の変曲点での変化量が大きいときは、広い周波数帯域が必要となる。またこの例では閉ループ伝達関数のゲインが 70 ~ 90Hz 付近において正となっている。このため、70 ~ 90Hz の発振が起りやすくなっており不安定であると言える。これを改善するにはフィードバックゲインを小さくして、閉ループ伝達関数のゲインが正にならないようにするか、開ループ伝達関数の位相遅れをもっと小さくする必要がある。

5. おわりに

以上、駆け足ではあるが電磁石と電源について、その電気回路的な特性や配線の重要性に視点を置いて述べたつもりである。電磁石や電源については過去の OHO⁹⁾を参照していただいた方が、より詳しく載っているであろう。ただ、配線の対称化や電力増幅器としての電源の安定性についてはあまり書かれてないように感じたので、今回書かせていただいた。

加速器の電磁石配線の対称化についての理論的背景は佐藤健次氏や土岐博氏の論文^{13, 14)}が参

考となる。また、加速器学会誌にいくつか記事^{12, 15, 16)}が載っている。

電源については、パワーエレクトロニクスを用いた電力変換器としての面も重要ではあるが、電流指令値に忠実に電流を出力する増幅器としての電源についてももっと考慮した方が良いのではないだろうか。この点については裳華房の「エレクトロニクスの基礎」¹⁷⁾を参考にさせていただいた。

参考文献

- [1] http://laacg1.lanl.gov/laacg/services/download_sf.html
- [2] http://www.aetjapan.com/software/3dsim_mafia.html
- [3] <http://www.vectorfields.com/index.php>
- [4] http://www.aist.go.jp/aist_j/press_release/pr2009/pr20090804/pr20090804.html
- [5] <http://www.cadence.com/products/orcad/pages/default.aspx>
- [6] <http://www.linear-tech.co.jp/designtools/software/>
- [7] <http://www.spectrum-soft.com/index.shtml>
- [8] <https://pscad.com/index.cfm?>
- [9] 昨年も「2. ビーム輸送の基礎ービーム光学と電磁石の基礎」として中山久義氏による講義があった。それ以前では2001年や2003年のOHOで電磁石と電源の講義が行われているので参照いただきたい。
- [10] 電気設備に関する技術基準を定める省令 第二条
- [11] S. Igarashi, et al, “MAGNETIC FIELD RIPPLE MEASUREMENT OF THE J-PARC MR MAIN MAGNETS”, Proc. of Particle Accelerator Society Meeting 2009, p557-559.
- [12] S. Nakamura, et al, “J-PARC MRにおける電磁石電源の問題点と対策”, 加速器学会誌 2009年6巻4号, p292-301.
- [13] K. Sato and H. Toki, Nucl. Instrum. Methods Phys. Res., Sect. A **565** (2006) 351.
- [14] H. Toki and K. Sato, Journal of the Physical Society of Japan, **78** (2009) 094201mata
- [15] K. Sato, “重イオン・シンクロトロン加速器技術と物理”, 加速器学会誌 2006年3巻1, 2, 3号
- [16] K. Sato, “交直変換器である電源の交流系統の新方式のフィルターの提案と他の変換器への応用”, 加速器学会誌 2007年4巻4号
- [17] 霜田光一、桜井捷海, “エレクトロニクスの基礎(新版)”, 裳華房, 1983