

高周波加速管

1. はじめに

X線自由電子レーザー施設 SACLA[1]では、主加速装置として C バンド (5712MHz) 高周波技術を利用した 1.8m の常伝導加速管を 128 本使用して 8 GeV まで電子を加速する。

入射器を出て最初の C バンド加速管に入る電子のエネルギーは 400MeV で、電子速度と光速の差は 0.00008%ほどである。光速で伝搬する高周波とはほぼ同じ速度で移動しているため、電子は高周波と並走することができる。そのとき、高周波の電場を電子の進行方向に作用させることができれば、電子は進行方向に加速され続けてエネルギーを累積的に増加させることができる。

自由空間を伝搬する高周波は横波であるため、このままでは電子の進行方向へ加速できない。しかし、円筒状の金属管に高周波を流し込むと高周波の電磁場が歪み、中心軸方向電場成分を持つようにすることができる。管内で歪んだ電場の伝搬速度を電子の移動速度に同期させるため、中心に穴の開いた金属板 (ディスク) を等間隔に金属管内に配置したディスクロード型と呼ばれる構造体を用いる。これが高周波加速管である。

SACLA では電子のエネルギー獲得にチョークモード型と呼ばれる、通常のディスクロード型と異なる形状をした加速管を用いている。一方、RF デフレクターと呼ばれる、電子ビームの進行方向に対して垂直に加速する高周波加速管も SACLA には導入されている。ビームを横方向に振って何に使うのかと思われるが、極短電子バンチの時間構造 (進行方向の電子密度分布構造) 解析に用いる。詳細は 4 章で示すが、これもディスク形状が特徴的な加速管となっている。

このテキストでは SACLA 加速管のユニークな特徴に焦点を当てながら、高周波加速管の基礎的な性能を理解していく。高品質電子ビームの加速用として、どのような考え方と技術が用いられて、その加速管が考案されたのか、高周波シミュ

レーションを用いて物理的な概念の把握と解説を行っていく。

2. チョークモード加速管

2.1. C バンド

4GHz から 8GHz の周波数帯域を C バンドと呼ぶ。SACLA で用いられている 5712MHz (波長: 52.485mm) の C バンド加速技術は、高エネルギー物理学の研究に供される電子・陽電子衝突加速器研究のため、新竹博士らによって高エネルギー加速器研究機構 (KEK) にて開発が進められた [8-15]。

高周波加速のエネルギー変換効率 η はシャントインピーダンスと呼ばれるパラメータで表すことができる (詳細は後述)。電力に対する加速電場エネルギーの比を表しており、使用する周波数 f とシャントインピーダンス r_0 の関係は次式で与えられる。

$$\eta \propto r_0 \propto f^{1/2} \quad (2.1-1)$$

SACLA では行わないが、連続運転 (continuous wave、CW) やロングパルス運転などでは、運転周波数を 2 倍にするとエネルギー効率は約 1.4 倍となる。高エネルギー電子用の加速管では百万ワット (MW) を超える高周波電力が必要なため、加速管壁での発熱等の問題から連続運転することはできない。そのため、数 μ s 時間幅のパルスを繰り返す運転を行う。

加速管は入射器で集群された電子の塊を加速する。この電子の塊をバンチ (bunch) と呼ぶ。初段の C バンド加速管に入射するバンチの電荷は約 0.1~0.3nC (約 $0.6 \sim 1.9 \times 10^9$ 個) で、バンチの長さは約 0.1mm (0.3ps) である。

シングル (単一) バンチを加速する運転において、エネルギー効率は加速管内に蓄積される単位長さ当たりの高周波エネルギー w に反比例するため、運転周波数の 2 乗倍となる。

$$\eta \propto w^{-2} \propto f^2 \quad (2.1-2)$$

実際の加速器の運転モードはCWモードとシングルバンチモードの間であるため、効率のスケールリングもその間となる。よって、効率の観点からは、より高い運転周波数が望まれる。しかし、高周波機器の大きさは周波数が高くなるにつれて小さくなり、製作、加工の難度が上がってくる。また、より高い加速勾配を発生させるためには加速管内の高周波エネルギー密度を上げねばならず、それは大電力高周波機器の破損リスクを高めることになる。

エネルギー効率と製作難度、破損リスクを鑑みて、SACLAの主加速器では5712MHz Cバンドを選択した。Cバンドシステムは従来から使われてきたSバンド(2~4GHz)システムより高いパフォーマンスを持ち、シングルバンチの加速に40 MV/m、マルチバンチ(複数の電子バンチから成るビーム)加速で35MV/m以上の加速電圧を得ることができる。そのため、加速管の全長は短くなり、施設の建設コストも下がる。

現在、SACLAは繰り返し10~60pps(pulses per second)のシングルバンチモードで運転が行われている。Cバンド主加速システムはマルチバンチビームを加速できるようになっており、将来のアップグレードとして、複数ビームラインの運転と高い平均輝度の供給を視野に入れた加速装置である。

2.2. 主加速システムの構成

図2.2-1にCバンド主加速システムの構成図と実機の写真、表2.2-1に、そのパラメータを示す。50MWクライストロンは、時間長2.5μsの矩形パルス状に変調した高周波列を1秒間に60回出力する。出力高周波はWRI-48(WR-187)規格(幅47.55mm、高さ22.15mm)の真空導波管立体回路にて2本の加速管に分配される。この導波管内ではTE10と呼ばれる姿態(モード)で高周波は伝搬していく。2.5μsパルス波の後部0.5μsは位相が180°反転しており、SLEDと呼ばれる定在波型2連TE_{0,1,15}モード空洞からなるパルス圧縮器に投入されると、図のような時間幅0.5μs、ピーク電力6倍、平均4倍のパルスに圧縮される(詳

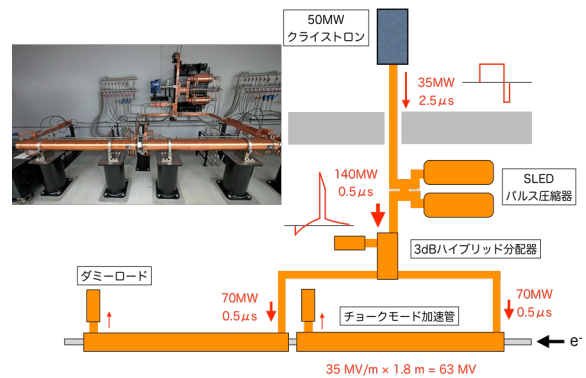


図 2.2-1 C バンド加速システム
加速管、クライストロン、立体回路と
経路途中のパルス波形

細は大電力高周波源の講義を参照)。圧縮されたパルス高周波は3dBハイブリッド分配器にてパルス波形とパルス幅を保ちながら電力は二分され、2本の1.8mチョークモード加速管へ投入される。加速管を通過した残りの高周波はダミーロードと呼ばれる高周波吸収体に吸収される。

マルチバンチで運転する場合、SACLA入射器で生成されるのは4.2ns間隔のバンチ列である。加速管に高周波エネルギーが充満するのに0.3μsかかるので、残りの0.2μs(200ns)で加速できるバンチ数は40バンチ程度である。

表 2.2-1 主加速システム

周波数	5712MHz
電子ビームエネルギー	8GeV
Cバンド加速管	128台
加速管全長	230m
クライストロン	64台
クライストロン最大出力	50MW
クライストロン出力パルス	2.5μs
運転繰り返し	60pps
SLEDパルス圧縮器	64台
SLED出力パルス幅	0.5μs
SLED電力増幅率(平均)	4倍
導波管規格	WRI-48

加速管入出口に繋がる導波管と SLED 用立体回路には100リッター毎分の排気速度を持つイオンポンプが接続されており、加速管の真空引きを行っている。この C バンド主加速システムを 64 セット、128 本の加速管を用いて 8GeV まで電子ビームを加速する。

2.3. チョークモード加速管

新竹博士の考案開発によるマルチバンチ運転に優れた加速管[9]で、図 2.3-1 に概形図を示す。また、表 2.3-1 に高周波性能を示す。この加速管は特殊形状の空洞を加工した銅製円盤を並べて、中心軸付近に小孔（アイリス、ビームを通すのでビームアイリスとも呼ぶ）を開けて積層した構造体である。円盤をシリンダー、円盤間を仕切る部分をディスク、シリンダーとディスクによる空間構造部をセルと呼ぶ。

SACLA の加速管は 89 の加速用セルを持つ。見方を変えると 1 本の銅管に対して、中心部にアイリスを開けたディスクを等間隔に複数装荷した構造体となっているので「ディスクロード型構造体 (disc-loaded structure)」の一種である。また、高周波が伝搬する円筒の導波管でもあるので“disc-loaded cylindrical waveguide”とも呼ぶ。

大電力高周波を供給する導波管立体回路へ接続するため、加速管の両端にはカプラーと呼ばれる専用セルを設けている。一方のカプラーからパ

ルス高周波が投入され、その高周波は 89 の加速セル群を減衰しながら通過していく。高周波の残りは、もう一方のカプラーから外部に吐き出されるようになっている。加速管内を高周波は進行波となって伝搬していくため、「進行波加速管 (traveling-wave beam-accelerating structure)」と呼ばれる。カプラーにはビームを通す直径 20mm のパイプが設けられており、高周波の入力側カプラーからビーム入射が行われる。ビームの流れる向きから、こちらを上流側とする。高周波の吐出側がビーム出射側となり、下流側になる。

加速セルを見てみよう (図 2.3-2)。加速管の直径 (シリンダー径) は 157mm で、複雑なセル形状に加工されている。これは次の 3 つの機能を持たせるためである。

- 1) ビーム加速空洞 (図 2.3-2 A 部)
- 2) チョーク構造 (図 2.3-2 B 部)
- 3) 高周波吸収部 (図 2.3-2 C 部)

これまでに用いられてきた多くの加速管にはチョーク構造や高周波吸収部がない。この 2 つが SACLA の高周波加速管の特徴で HOM (Higher-Order mode) と呼ばれる、空洞部の寄生共振による強いビーム不安定性を抑制し、マルチバンチ運転に対して安定したビーム加速を実現する。この特有のチョーク構造により、「チョークモード加速管」と命名されている。

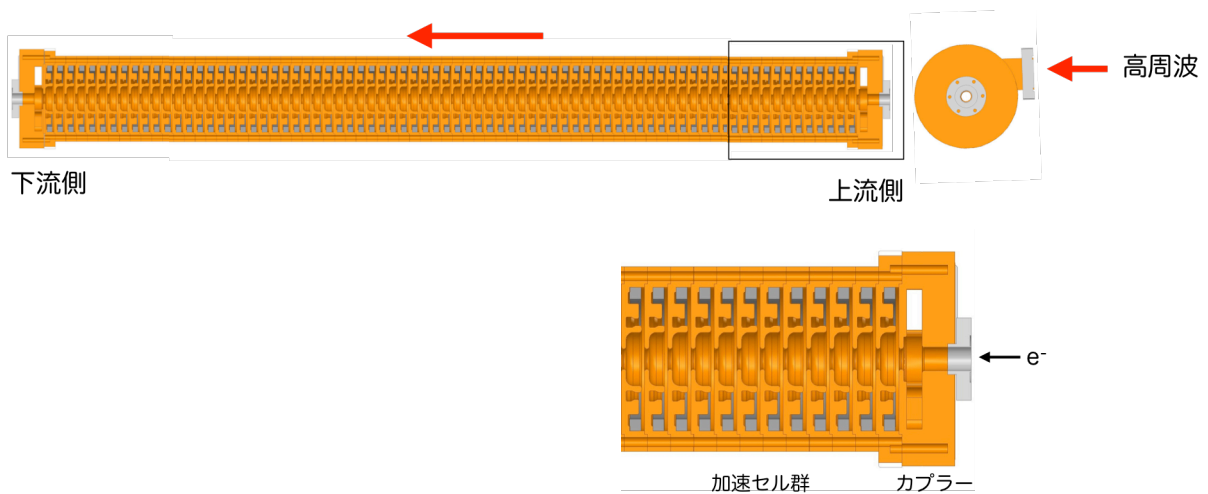


図 2.3-1 チョークモード加速管概形図 (断面)

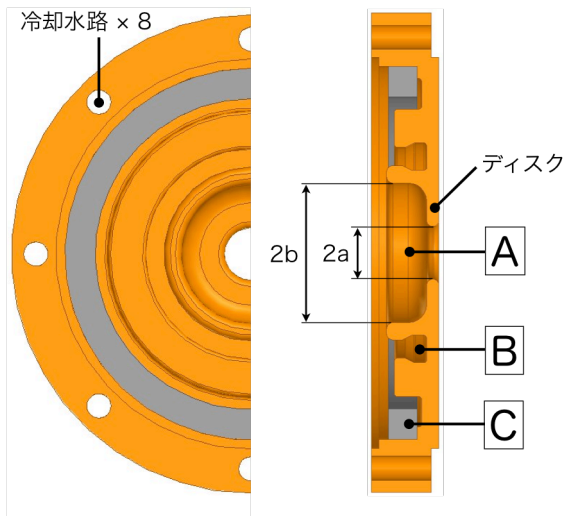


図 2.3-2 チョークモード加速セル構造

表 2.3-1 チョークモード加速管

周波数	5712MHz	
加速モード	TM ₀₁ -3 π /4	
加速タイプ	Quasi-CG	
空洞数	89 + 2 カプラー	
実効加速長	1791mm	
2a 径	上流側	17.3mm
	下流側	13.6mm
2b 径	上流側	45.7mm
	下流側	44.0mm
ディスク厚 d	4mm	
ϕ	10200~9900	
群速度 v_g	0.031c~0.013c	
シャントインピーダンス r_0	49.3~60.0M Ω /m	
減衰定数 τ	0.53	
フィリングタイム t_F	296ns	

2.4. 加速管内の高周波伝搬

高周波加速管の動作イメージを掴んでみよう。現在、HFSS [56]、CST Studio、MAFIA [57]やSUPERFISH [58]などの高周波シミュレーターを用いると複雑な構造をした加速管でも、管内の電磁場分布を知ることができる。

2.4.1. 高周波の入力

カプラーを通じて導波管と加速管を結合させ、高周波を加速管に供給（排出）する。カプラーの高周波伝搬状態を図 2.4-1 に示す。

大電力高周波を供給する外部導波管内では回転磁場が流れるように伝搬しており、カプラーの J 型導波路に流れ込む。カプラーには加速セルへ連結された空洞（カプラー空洞）があり、上下 2 箇所（カプラーアイリスと呼ぶ）で J 型導波路と繋がっている。このアイリスからカプラー空洞へ高周波が流れ込む。その結合口では、導波管内の回転磁場がカプラー空洞の回転磁場と巻き込むように結合する。

2 開口アイリスにしたのは、アイリスの付近の

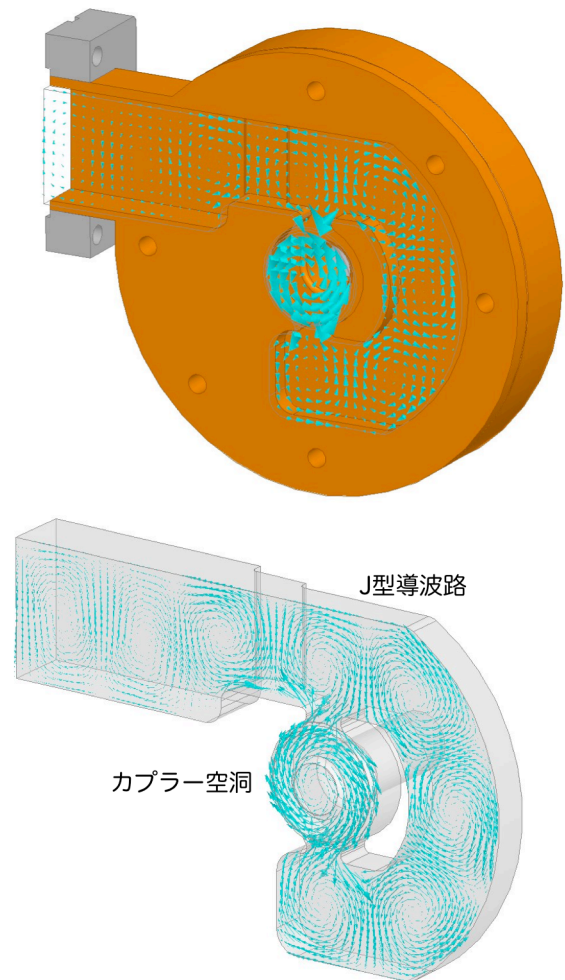


図 2.4-1 カプラーの断面図と磁場分布
空洞上下のアイリスで結合する

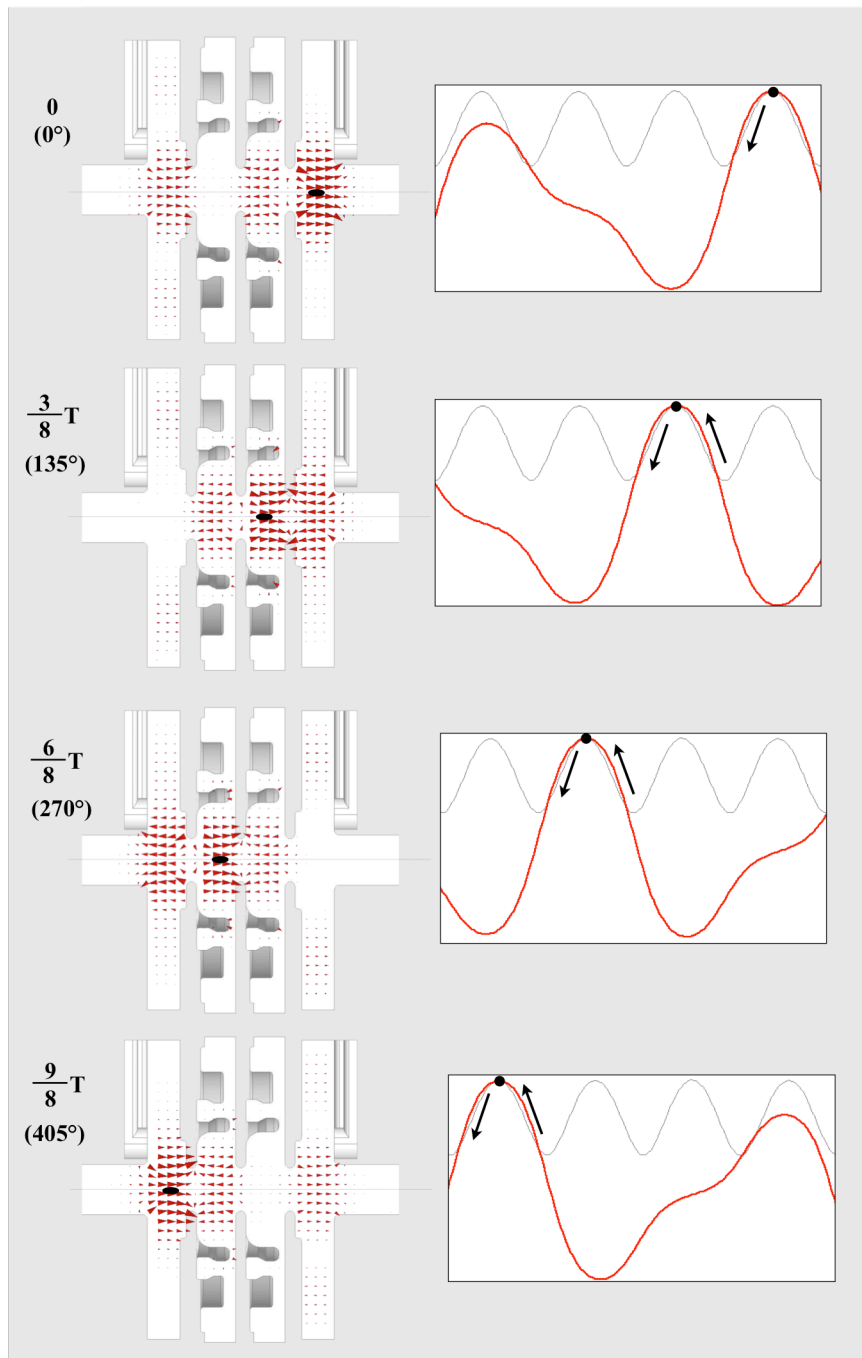


図 2.4-2 加速管の電場分布（左）と軸上電場強度（右）

T : 5712MHz の周期時間

電場強度を下げて放電の危険性を下げると共に空洞内の電磁場を対称にするためである。

2.4.2. 加速セル間の伝搬

カプラーに流れ込んだ高周波は空洞を繋ぐアイリスを通して隣接する加速セルへと伝搬してい

く。加速セル群を伝搬する高周波の電場分布を図 2.4-2 左に示す。図は $3/8$ 周期毎の時間変化を上から順に表している。図のモデルはコンピューターメモリの制約から 2つの加速セルにカプラーが接続されたものであるが、動作は 89 加速セルの場合と同じである。

加速空洞には中心軸と平行に強い電場が発生し、空洞中心を進む電子は、この電場によって加速される。磁場は空洞軸周りに回転するように発生するが、軸上には分布せず、軸から離れるに連れて大きくなる。この電磁場分布の姿態を TM01 モードと呼ぶ。空洞単体を見ると、5712MHz の円筒共振器のように振る舞って電場の向きと強さを変える。

電場の時間変化を追ってみると図のように上流から下流に向かって電磁場のピークが進んで行く。よって加速管内を伝搬する高周波は進行波となっている。隣接のセルとの関係を見ると、下流側セル(図の左側)の電場の位相は 135° ($3\pi/4$) 遅れており、上流側セル(図の右側)は 135° 進んでいる。このセル間の位相差(移相と呼ぶ)は、セルの形状によって決まる(設計者が設定できる)。セルの長さは 5712MHz での波長 52.485mm の $3/8$ 倍(位相換算 135°)、19.682mm に設定されているため、(ほぼ)光速で加速管の軸上を走る電子がセルを通過する時間も 5712MHz 周期の $3/8$ となる。つまり、電子は隣接セルに移動しても同じ高周波位相の電場を感じるようになる。よって、セル群を通過して行く電子は進行する高周波と同期して進み、電場による加速を絶えず受け、蓄積的にエネルギーを増やして行く。

セル移相は加速管の高周波特性の一つであるので、先の姿態と合わせて「TM01- $3\pi/4$ モード」加速管と呼ばれる。

電子が通過する軸上電場の強さの変化を図 2.4-2 右に示す。伝搬する高周波の波形は正弦波ではなく、大きく歪んでいる。これは、加速管内で空間高調波と呼ばれる波の群れが生じているためである。空間高調波の周波数は 5712MHz で等しいが、位相速度は高調波毎に異なっている。加速電場は、この空間高調波の重ね合わせとなって現れる。フーリエ変換をして加速の主成分(基本波と呼ぶ)と高次の高調波を取り出してみると図 2.4-3 (± 5 次まで表示)のようになる。 a_0 が加速基本成分で、それ以外が高次空間高調波である。光速の電子と位相速度が同期しているのは a_0 のみで、他の高調波の位相速度は光速より小さ

く、電子と同期しない。よって、電子に対する実効的な加速作用はなく、加速波を変調させるのみである。図 2.4-2 右の上部に描いた波線は a_0 の最大振幅となる位相(クレスト位相と呼ぶ)で移動する電子が受ける、変調された加速電場の大きさを示す。加速電場の大きさは空洞中央で最大、アイリス中央で最小となる。

図 2.4-4 はクレスト位相の電子が一つの空洞を横断する時、加速電圧を $3/48$ 周期毎にポーラー表示したものである。高調波は a_1, a_{-1}, a_2 を表示し、他の成分は a_0 の $1/500$ 以下なので非表示とした。番号 1、7 がアイリス(ディスク)の中心位置、4 が空洞中心位置となる。図の円は基本波 a_0 の軌跡である。 a_n の次数 n が 0 以上の場合は左回転し、負の場合は右回転する。加速電場の振幅、位相が共に空間高調波によって変調されている様子がよくわかる。高調波では a_{-1} が成分として大きく、加速電場は、ほぼ a_0 と a_{-1} の合成で占められる。アイリス位置で空間高調波は基本波を減じるように重なり合い、空洞中央部では基本波を強めるように重なり合うため、図 2.4-2 右のような加速電圧となる。高調波が重なり合う位置を dwell point と呼ぶ。

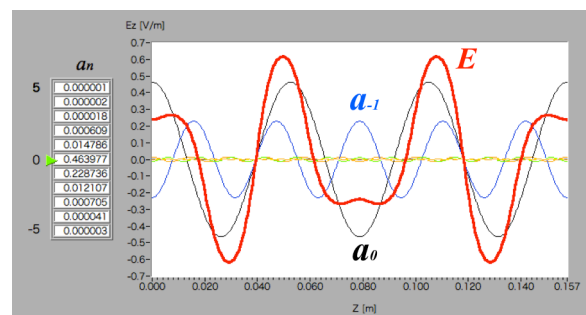


図 2.4-3 加速電場強度 E_z と空間高調波群 a_0 がビームと同期する加速成分(基本波)

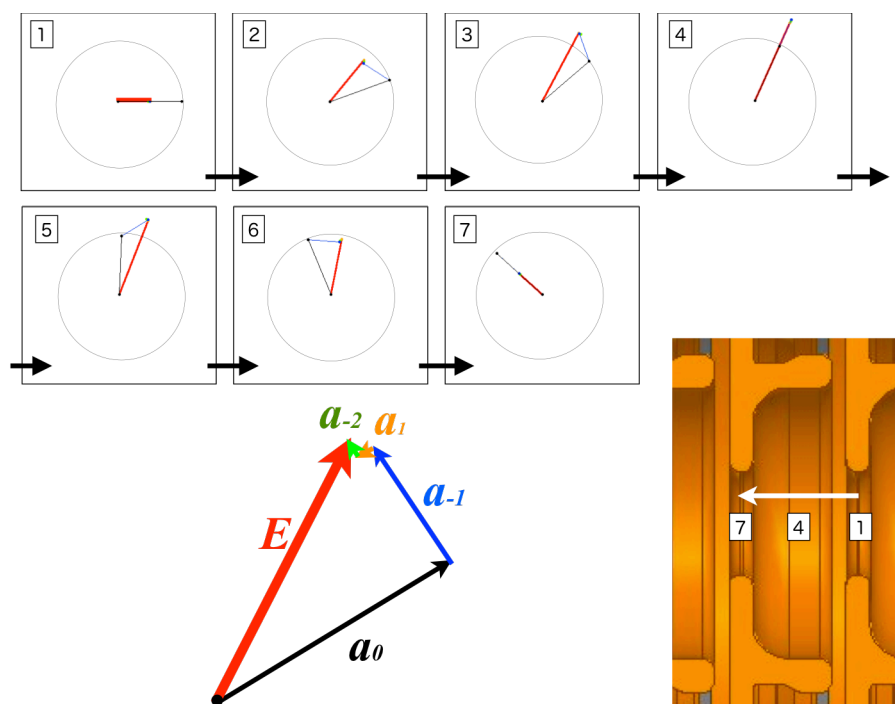


図 2.4-4 空間高調波のポーラー表示 (3/48 周期間隔)

2.5. 加速セルの構造

2.3 章で述べたように加速セルは 3 つの機能を持つ空間で構成されている。

2.5.1. 加速空洞

加速空洞はアイリスの開いた円筒（ピルボックス）に近い形状となっており、アイリス直径を $2a$ 、空洞直径を $2b$ で表す。図 2.5-1 に HFSS で計算した 5712MHz の空洞内の電磁場分布を示す。この電磁場の姿態は円筒共振器の TM_{010} モードに類似しており、この空洞の場合も TM_{010} モードと呼ぶ。中心上には軸方向に平行な電場成分のみがあり、この軸方向に電子ビームが加速される。

チョークモード加速管では 89 空洞の $2a$ 、 $2b$ はセルによってすべて異なり、上流から下流に向けて $2a$ は $42\mu\text{m}$ ずつ小さくなっていく。 $2b$ は $3\pi/4$ モードの加速周波数が 5712MHz になるように選定されている。

高周波エネルギーは内壁の抵抗により減衰しながら加速管を流れていく。よって同一形状にすると、加速電場は上流側から下流側に向かって小

さくなる。加速管内の高周波エネルギーの流れる速度は $2a$ のサイズに依存する（大きいほど、早く流れ出る）。 $2a$ を変えることで各空洞の加速電場が上流から下流まで均一になるようにエネルギーの流量を整えることができる。つまり、エネルギー量が多い上流では早い流れでセルへの残留を少なくし、下流では遅い流れにして残留を多くするのである。このように全セルの加速電場を一定にする構造形式を「定加速勾配（Constant Gradient、CG）型」と呼ぶ。実際の加速管では厳密に均一の電場になっていないため、準定加速勾配（Quasi-CG）型と呼ばれている（詳細は 5 章に示す）。

加速空洞の加速効率を表す単位長さあたりのシャントインピーダンス r_0 は加速電場 E とパワー P で次式のように定義される。測定で得たチョークモード加速管の平均 r_0 は $52\text{M}\Omega/\text{m}$ である。

$$r_0 = -\frac{E^2}{dP/dz} \quad (2.5.1-1)$$

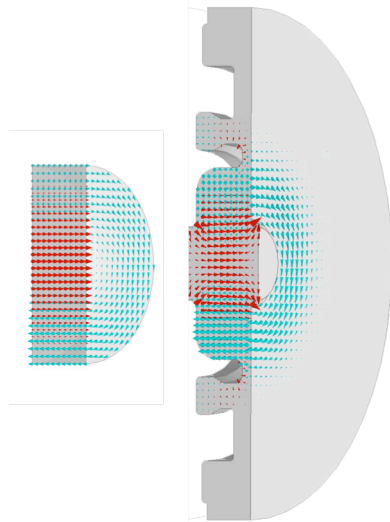


図 2.5-1 TM010 加速モード電磁場
左：ピルボックス 右：加速空洞

Q (Quality factor) は空洞共振器としての品質を示し、空洞内の蓄積エネルギーと 1 サイクルあたりの空洞内消費エネルギーの比を表す。

$$Q = -\omega \frac{w}{dP} \quad (2.5.1-2)$$

w は単位長さあたりの蓄積エネルギーで E の 2 乗をかけたものに比例する。よって Q が大きい程、少ない電力で必要電場を発生することができる。 r_0/Q はシャントインピーダンスを Q で割った値で (2.5.1-1)、(2.5.1-2) 式より次式のようになる。これは空洞の材質に依存しないパラメータである。

$$\frac{r_0}{Q} = \frac{E^2}{\omega w} \quad (2.5.1-3)$$

高周波の減衰定数 τ は加速管内でのパワー減衰量を表し、投入パワー P_{in} 、排出パワー P_{out} を用いて次式で定義する。チョークモード加速管では 0.53 である。よって高周波パワーは加速管内で約 65.4% 失われる。

$$\tau = -\frac{1}{2} \ln \frac{P_{out}}{P_{in}} \quad (2.5.1-4)$$

空洞長 D (シリンダー長) は 19.682mm、全空洞で一定である。

2.5.2. チョーク構造

クライストロンから加速管へ供給されるのは 5712MHz のビーム加速用大電力高周波のみである。しかし、加速管に電子ビームを通すとビーム自身が図 2.5-2 のような加速高周波以外の電磁場を誘起する。これをウェイク場 (wake fields) と呼ぶ。

マルチバンチ運転において、このウェイク場によって空洞の HOM 共振が生じると、HOM の電磁場が持続的に空洞内に残留する。この HOM の中にはビーム方向に垂直な電磁場を持つものがあり、後続のバンチと作用して、バンチを横方向に揺動して挙動を不安定性にする。これをビーム不安定性 (beam instability) と言う。チョーク構造は空洞の加速モードを選択的に空洞内へ封じ込め、ウェイク場は空洞外へ取り出すために設けられたもの (フィルター) である。

チョークは図 2.5-3(a) のように空洞共振周波数の $1/4$ 波長 ($\lambda/4$) の長さを持つラジアル線路 (円盤状の高周波伝送路) を空洞の隅に設け、このラジアル線路の端部で直角方向に長さ $\lambda/4$ の狭幅の円筒溝を切り込んだ構造体である。この円筒溝は $\lambda/4$ の短絡された同軸線路を形成することになるので、ラジアル線路と円筒溝とで半波長となって共振を起こす。従ってラジアル線路と円筒溝の接続

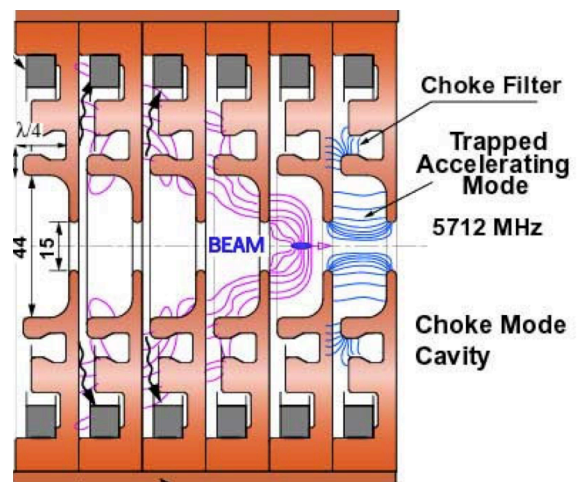


図 2.5-2 加速管内のウェイク場 [1]

部（図 2.5-3 の A 部）で電圧最大、壁電流ゼロの定在波ができる。チョーク構造の入口（B 部）は円筒溝の短絡点から $\lambda/2$ の位置にあるので電圧はゼロとなり（ショート状態）、ギャップであるのに、あたかも空洞壁があるかのように電氣的に振る舞う。そこで図 2.5-3(b)のように A 部に開口部を設けても、この位置に空洞周波数の高周波電流が流れないため、外部への電流流出はなく、空洞の加速共振モードは空洞とチョーク構造部に封じ込められる。チョークの周波数帯域は、あまり広くないので、加速モードに対して選択的に封じ込め作用が働く。

この加速管が $3\pi/4$ モードに設定されたのは、セル長を長くしてチョーク構造を組み込むスペースを設けるためである。

空洞には無限種の HOM が存在する。ピルボックス型空洞の HOM の幾つかを図 2.5-4 に示す。円筒座標系の θ 方向の節（ふし）の出方によって、モノポール（monopole）、ダイポール（dipole）等に分類される。

HOM は加速モードと異なる共振周波数と空洞円筒壁を流れる電流を持つ。よって、HOM 電流に対して封じ込め機能は働かず、空洞からチョーク構造に回り込んだ後、C 開口部を通り、その外部へ流れ出す。図 2.5-3(c)に TM110 モードの流れ出す様子を示す。ただし、HOM の周波数がチョーク共振周波数の奇数倍となっていると、やはり

チョーク作用が働く。しかし、対象となる HOM の数は限られるので（周波数が高くなると HOM による不安定性は小さくなっていく）、空洞やチョーク構造の形状を微調整することによって回避可能である。

チョークモード加速管の初モデルは 1994 年 S バンド周波数にて製作され、大電力試験とビーム試験が行われた[15]。その結果、小さいながら空洞に捕縛される 18GHz 付近の共振があったが、空洞形状の調整で回避できた。その後、C バンドへスケールダウンと更にセル形状の最適化が行われ、加速管長を 1.8m に整えたものが SACLA で使用されている。

チョーク構造を設けた場合、空洞のみの場合と比べると同量の加速電場を得るのに蓄積エネルギーが 10%増加する一方、パワーロスが 30%増加する。よって、 r_0/Q は 10%低下、 Q は 15%低下してしまう。一方、チョーク構造部の蓄積エネルギーは空洞内蓄積エネルギーよりも十分低いため、チョーク周波数が加速モード周波数から $\pm 0.16\%$ 離調されても Q 値の低下は 2%に収まる[9]。これは、チョーク構造の製作において機械の加工公差内に十分収まる量である。

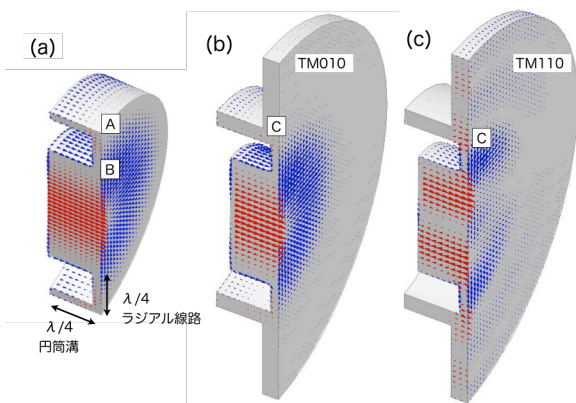


図 2.5-3 チョーク構造
空洞内電場と壁の表面電流

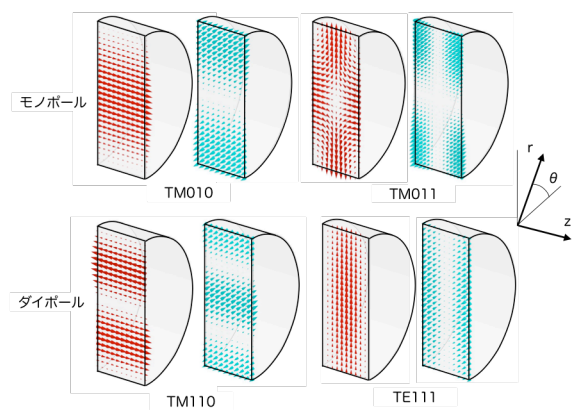


図 2.5-4 ピルボックスの共振モード
左：電場 右：磁場

2.5.3. 高周波吸収部

空洞外部へ流れ出た HOM パワーが空洞へ逆流しないようにチョーク構造の開口部外側にリング状の炭化ケイ素 (SiC) 製の高周波吸収体を配置している。

1セル内で吸収される HOM パワーは 2 W 程度であるため、SiC 吸収体をセル壁に接合して直接冷却する必要はない。また、加速管は、ろう付にて組み立て接合を行うので、高温になっても吸収体の位置がずれないようにする必要がある。以上の理由から、SiC 吸収体はタングステンのバネにて保持されている。

SiC 吸収体により HOM の Q は 10、またはそれ以下に下げることができている。マルチバンチ運転では、バンチの間隔は 4.2ns、5712MHz の 24 サイクルである。 Q が 10 程度であれば、HOM は 10 サイクル程度で減衰するため、次のバンチが通過する 4.2ns 後方(図の 1.26m 位置)に HOM の電磁場は空洞にほとんど (不安定を起こすほど) 残っていない (図 2.5-5)。

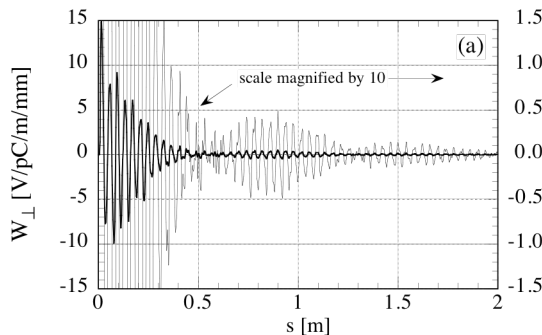


図 2.5-5 ウェイク場の減衰 [14]

2.5.4. 水冷却構造

図 2.3-2 に示すようにシリンダー外周付近に直径 8mm の冷却チャンネルを 8 本、等間隔に設けている。カウンターフロー (チャンネル交互に流す向きを変える) にて各チャンネルに 2.5 リットル毎分 (総量 20 リットル毎分) の純水を流し、加速管軸方向の温度勾配を低減させるように冷却

を行っている。この加速管では主な熱発生源である空洞内壁がチョーク構造に覆われている。よって、そこでの熱はチョーク溝の 4mm 厚の壁から高周波吸収体収納部を経て冷却することになるため、通常のディスクロード型に比べてディスク先端部での温度上昇が大きくなる。

2.5.5. カプラー

カプラーと導波管との高周波受け渡しがうまくいかないと、カプラーで高周波パワーが反射され、加速管に高周波エネルギーを供給できなくなる。また、カプラーから加速セルへの高周波移相が合わないと加速管内に定在波が立って放電などの危険が高くなる。カプラーは導波管の TE10 モードを加速管の TM01 モードに変える変換器 (変成器) と見ることできる。

カプラー部の構造を図 2.5-6 に示す。先に述べたように 2 開口のデュアルフィード型で高周波を供給する。外部導波管と接続された J 型導波路がカプラー空洞を取り囲むように配置されている。分岐導波管を用いて 2 開口に導波管を接続する場合に比べ、このカプラーで採用している J 型は導波管と一接続で済み、コンパクトな構造である。J 型導波路のサイズ (幅 35mm、高さ 13mm) は、高周波供給導波管幅 WRI-48 サイズ (幅 47.55mm、高さ 22.15mm) よりも小さい。そのため、変成部 (中間高さを持つ段差) を設け、サ

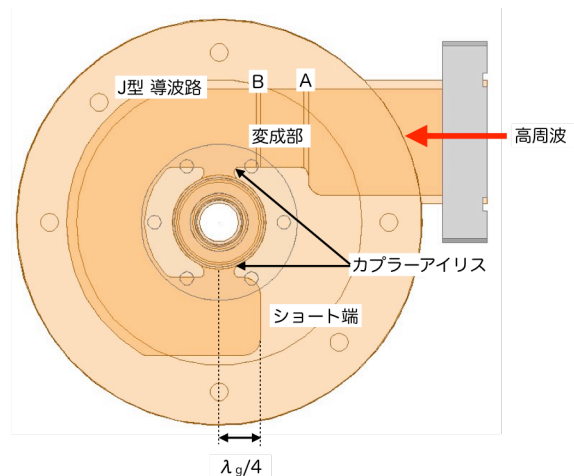


図 2.5-6 J 型デュアルフィードカプラー

イズの変換が行われる。この変成部がないと、高周波の一部が接続部の段差で反射される（導波管のインピーダンスが整合しない状態と呼ぶ）。変成部の段差Aで生じる反射波と段差Bでの反射波の位相が反転して打ち消し合い、結果として反射波はなくなる。

カプラーアイリス間の距離は導波路内波長 λ_g の2倍、導波路のショート端から下側アイリス中心までの距離は、 $\lambda_g/4$ となっている。これにより両アイリス部で同等の電磁場がカプラー空洞の電磁場と結合するようになっている。

1つのカプラーアイリスでも高周波の投入はできるが、単一のアイリスで行うとセル内の電磁場分布が、この開口部に引き寄せられるように歪む。アイリスが無ければ、カプラー空洞内の磁場は中心軸周りに同心円を描くように分布する（図2.4-1）。しかし、アイリスがあると、この磁場がアイリスへ漏れ込み、磁場中心がアイリス側へずれていく。すると、ビームが通るセル中心にビーム進行方向に直角な磁場が生じるため、ビームはローレンツ力によって横方向にキックを受け、ビーム軌道が変わってしまう。上下方向2つのアイリスから同等に結合させれば、磁場は楕円状に歪むが磁場の偏在は無く、ビームキックは生じない。また、カプラーセルへ投入される電力が2分割されて投入されるため、アイリス部の電場を下げ、放電を抑制する効果も持つ。

3. 加速管の基本高周波特性

3.1. 円筒管

加速管の基本形状は金属の円筒である。金属面に対して電場は垂直に、磁場は平行にならなければならないため、円筒の境界形状にあった電磁場分布となって高周波は円筒内を伝搬する。

円筒内の分布を求めてみよう。最初にディスクを装荷していない円筒を考える。高周波は因子 $e^{j\omega t - \gamma z}$ を持って z 方向へ伝搬するものとする。円筒座標系 (r, θ, z) でMaxwell方程式を書き換えると次のようになる。

$$\frac{\partial^2 E_z}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial E_z}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 E_z}{\partial \theta^2} + k_c^2 E_z = 0 \quad (3.1-1)$$

$$E_r = -\frac{\gamma}{k_c^2} \left(\frac{\partial E_z}{\partial r} + \zeta_{TE} \frac{1}{r} \frac{\partial H_z}{\partial \theta} \right) \quad (3.1-2)$$

$$E_\theta = \frac{\gamma}{k_c^2} \left(-\frac{1}{r} \frac{\partial E_z}{\partial \theta} + \zeta_{TE} \frac{\partial H_z}{\partial r} \right) \quad (3.1-3)$$

$$\frac{\partial^2 H_z}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial H_z}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 H_z}{\partial \theta^2} + k_c^2 H_z = 0 \quad (3.1-4)$$

$$H_r = \frac{\gamma}{k_c^2} \left(\frac{1}{\zeta_{TM}} \frac{1}{r} \frac{\partial E_z}{\partial \theta} - \frac{\partial H_z}{\partial r} \right) \quad (3.1-5)$$

$$H_\theta = -\frac{\gamma}{k_c^2} \left(\frac{1}{\zeta_{TM}} \frac{\partial E_z}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial H_z}{\partial \theta} \right) \quad (3.1-6)$$

$$k^2 = \omega^2 \mu \epsilon \quad (3.1-7)$$

$$\gamma^2 = k_c^2 - k^2 \quad (3.1-8)$$

ここで ζ_{TE} 、 ζ_{TM} は電波インピーダンス（wave impedance）と呼ばれるもので、次式で定義される。

$$\zeta_{TE} = \frac{j\omega\mu}{\gamma} \quad \zeta_{TM} = \frac{\gamma}{j\omega\epsilon} \quad (3.1-9)$$

円筒管を伝搬する高周波は、 z 方向成分の有無によって次の2タイプに分類される。

(1) $E_z \neq 0$ 、 $H_z = 0$

TM波（Transverse Magnetic wave）

(2) $E_z = 0$ 、 $H_z \neq 0$

TE波（Transverse Electric wave）

ビーム加速には E_z 成分が必要なのでTM波を用いる。変数分離を行って

$$E_z(r, \theta) = R(r)\Phi(\theta) \quad (3.1-10)$$

(3.1-1)式に代入すると

$$\frac{r^2}{R} \frac{d^2 R}{dr^2} + \frac{r}{R} \frac{dR}{dr} + k_c^2 r^2 = -\frac{d^2 \Phi}{\Phi} \quad (3.1-11)$$

となる。左辺は r のみの関数、右辺は θ のみの関数なので、任意の r 、 θ で成立するには定数となる必要がある。この定数を m^2 とおくと

$$\frac{d^2 R}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dR}{dr} + \left(k_c^2 - \frac{m^2}{r^2} \right) R = 0 \quad (3.1-12)$$

$$\frac{d^2 \Phi}{d\theta^2} + m^2 \Phi = 0 \quad (3.1-13)$$

となる。(3.1-12)式はベッセルの微分方程式である。円筒半径 $r=b$ で $R=0$ とならなければならないので、 R は第1種ベッセル関数 (第1種円筒関数、図 3.1-1) となる。(3.1-12)、(3.1-13)式より E_z は次のようになる。

$$E_z = E_{mn} J_m(k_c r) \sin(m\theta + \theta_0) \quad (3.1-14)$$

これと $H_z=0$ を(3.1-2)~(3.1-6)式に代入すると次式が得られる。

$$E_r = -\frac{\gamma}{k_c^2} \frac{\partial E_z}{\partial r} = -\frac{\gamma}{k_c} E_{mn} J'_m(k_c r) \sin(m\theta + \theta_0) \quad (3.1-15)$$

$$E_\theta = -\frac{\gamma}{k_c^2} \frac{1}{r} \frac{\partial E_z}{\partial \theta} = -\frac{\gamma m}{k_c^2} E_{mn} \frac{J_m(k_c r)}{r} \cos(m\theta + \theta_0) \quad (3.1-16)$$

$$H_r = -\frac{E_\theta}{\zeta_{TM}} = j \frac{\omega \epsilon m}{k_c^2} E_{mn} \frac{J_m(k_c r)}{r} \cos(m\theta + \theta_0) \quad (3.1-17)$$

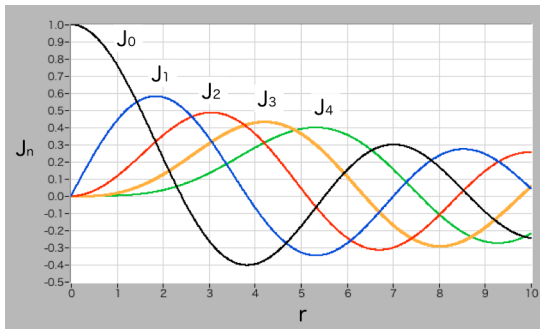


図 3.1-1 ベッセル関数

$$H_\theta = \frac{E_r}{\zeta_{TM}} = -j \frac{\omega \epsilon}{k_c} E_{mn} J'_m(k_c r) \sin(m\theta + \theta_0) \quad (3.1-18)$$

$$k_c = \frac{\rho_{mn}}{b} \quad (3.1-19)$$

ρ_{mn} は、 $J_m(k_c b) = 0$ を満たす n 番目の根を表す。指標 m と n で識別される高周波の姿態を TM mn モードと呼ぶ。 $r=0$ で $E_z \neq 0$ となるのは $m=0$ の時である。 m 、 n の次数が高いものが TM 型の HOM である。

TM モードと同様にして TE モードも計算できる。円筒半径で H_z の境界条件 ($\frac{\partial H_z}{\partial r} \Big|_{r=b} = 0$) を考慮すると

$$H_z = H_{mn} J_m(k_c r) \cos(m\theta + \theta_0) \quad (3.1-20)$$

$$H_r = -\frac{\gamma}{k_c^2} \frac{\partial H_z}{\partial r} = -\frac{\gamma}{k_c} H_{mn} J'_m(k_c r) \cos(m\theta + \theta_0) \quad (3.1-21)$$

$$H_\theta = -\frac{\gamma}{k_c^2} \frac{1}{r} \frac{\partial H_z}{\partial \theta} = \frac{\gamma m}{k_c^2} H_{mn} \frac{J_m(k_c r)}{r} \sin(m\theta + \theta_0) \quad (3.1-22)$$

$$E_r = \zeta_{TE} H_\theta = j \frac{\omega \mu m}{k_c^2} H_{mn} \frac{J_m(k_c r)}{r} \sin(m\theta + \theta_0) \quad (3.1-23)$$

$$E_\theta = -\zeta_{TE} H_r = j \frac{\omega \mu}{k_c} H_{mn} J'_m(k_c r) \cos(m\theta + \theta_0) \quad (3.1-24)$$

となる。ただし、TE モードに対しては

$$k_c = \frac{\rho'_{mn}}{b} \quad (3.1-25)$$

である。 ρ'_{mn} は $J'_m(k_c b) = 0$ を満たす n 番目の根を表す。

加速管では TM01 モードを使用するので

$$E_z(r, \theta) = E_0 J_0(k_c r) \quad (3.1-26)$$

$$E_r = \frac{\gamma}{k_c} E_0 J_1(k_c r) \quad (3.1-27)$$

$$E_\theta = H_r = H_z = 0 \quad (3.1-28)$$

$$H_\theta = j \frac{\omega \epsilon}{k_c} E_0 J_1(k_c r) \quad (3.1-29)$$

となる。ただし、 $\theta_0 = \pi/2$ とした。電磁場の分布は図 3.1-2 のようになる。高周波が z 方向に減衰せずに伝搬し続けるためには、 γ が虚数でなければならない。よって、(3.1-8)式より $k > k_c$ となる必要がある。つまり、次式の波長より短い波長でなければ管内を伝搬できない。

$$\lambda_c = \frac{2\pi b}{\rho_{01}} \quad (3.1-30)$$

これをカットオフ波長と呼ぶ。また、周波数に換算すると

$$f_c = \frac{c}{\lambda_c} = \frac{c\rho_{01}}{2\pi b} \quad (3.1-31)$$

これをカットオフ周波数と呼ぶ。
伝搬係数 β を次のように定義する。

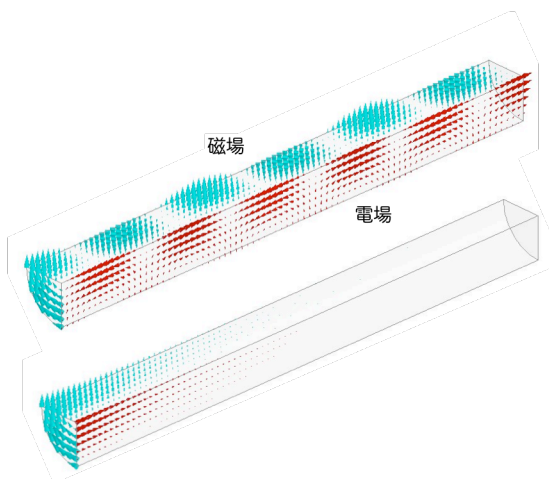


図 3.1-2 直径 46mm 円筒管内電磁場分布
上 : 5.7GHz 下 : 4.9GHz

4.9GHz 波はカットオフ周波数 (5.0GHz) より低いので、この円筒内を伝搬できない

$$\frac{\gamma}{j} = \beta = \sqrt{k^2 - k_c^2} = \frac{\sqrt{\omega^2 - \omega_c^2}}{c} \quad (3.1-32)$$

これらを用いて因数 $e^{j(\omega t - \beta z)}$ を含めて各電磁場成分を書き改めると

$$E_z = E_0 J_0(k_c r) e^{j(\omega t - \beta z)} \quad (3.1-33)$$

$$E_r = j \frac{\beta}{k_c} E_0 J_1(k_c r) e^{j(\omega t - \beta z)} \quad (3.1-34)$$

$$H_\theta = j \frac{\omega \epsilon}{k_c} E_0 J_1(k_c r) e^{j(\omega t - \beta z)} \quad (3.1-35)$$

となる。周波数と伝搬係数の関係を図示すると図 3.1-3 のようになり、 $\beta/c = \pm 1$ の直線を漸近線とする双曲線となる。双曲線上の点と原点を結ぶ傾き ω/β は波頭が進む位相速度で

$$v_p = \frac{\omega}{\beta} = \frac{c}{\sqrt{1 - \left(\frac{\omega_c}{\omega}\right)^2}} \quad (3.1-36)$$

となって光速よりも速くなる。よって電子とは同期できず、加速管として働くことができない。

円筒管を伝搬する高周波は、その周波数によって位相速度が変わる。これを分散と呼ぶ。よって図 3.1-3 は分散曲線、あるいは、Brillouin ダイアグラムと呼ばれる。分散を持つ媒体中では、波のエネルギーは群速度で伝搬される。群速度は

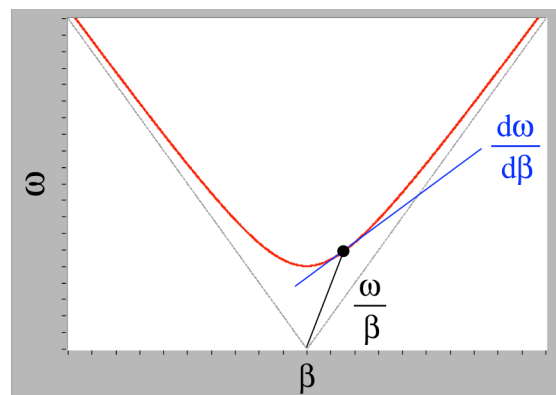


図 3.1-3 円筒管の分散曲線

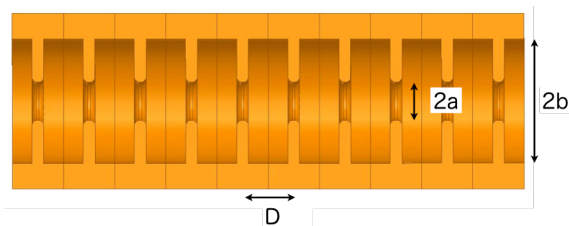


図 3.1-4 ディスクロード管

$d\omega/d\beta$ で与えられるので円筒管内高周波の群速度は(3.1-32)式より

$$\frac{d\omega}{d\beta} = c \sqrt{1 - \left(\frac{\omega_c}{\omega}\right)^2} \quad (3.1-37)$$

となって光速よりも常に小さくなる。この2つの速度の間には $v_p \times v_g = c^2$ の関係がある。よって、位相速度を下げる (β を大きくする) と群速度は上がってくる。

一定の電力 P を円筒管に入れる場合、電子に同期させようとして位相速度を光速に近づける程、 E^2 が P/v_g に比例するため、電場の大きさ E は小さくなっていく。以上より単純な円筒管は電子加速装置としては役に立たない。そこで群速度を小さく抑えたまま、高周波の位相速度を光速にする (電子と同期させる) 工夫として、中心に穴 (アイリス) を開けたディスクを周期的に配置させたディスクロード型と呼ばれる円筒構造体を用いる (図 3.1-4)。ディスク間隔 D が伝搬高周波の半波長、もしくは、その整数倍に近くなると各ディスクでの反射波は互いに重なり合って定在波をなし、電磁波の伝搬が大きく阻害される。よって群速度は光速よりも十分小さな値となる。次節でディスクロード構造体の高周波伝搬特性を示す。

3.2. ディスクロード構造体の等価回路解析

3.2.1. パスバンド

ディスクロード構造体の高周波伝搬特性を知るため、等価回路を用いた解析法を用いる。各空洞は2章で見たようにピルボックス共振器のよう

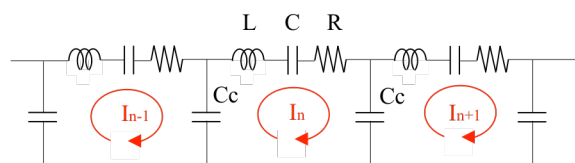


図 3.2-1 加速管の等価回路

に振る舞うので LCR 等価共振回路で表すことができる。ビーム加速を行う TM01 モードは図 2.5-1 から解るように中心軸付近のアイリス部では電場が支配的で、セル間の結合は電場にて行われる。よって、加速管全体の等価回路はコンデンサーを介した図 3.2-1 のようになる。

n 番目の空洞に流れる電流を I_n とすると、コイルのインピーダンスは $j\omega L$ 、コンデンサーは $1/j\omega C$ で表されるのでキルヒホッフの法則により次式が成り立つ。

$$-\frac{I_{n-1}}{j\omega C_c} + \left(\frac{2}{j\omega C_c} + R + j\omega L + \frac{1}{j\omega C} \right) I_n - \frac{I_{n+1}}{j\omega C_c} = 0 \quad (3.2.1-1)$$

フロケの定理よりセル間位相差を $\gamma D = (\alpha + j\beta)D$ と表すと、 $I_{n-1} = I_n e^{\gamma D}$ 、 $I_{n+1} = I_n e^{-\gamma D}$ とおける。これを代入して整理すると次のようになる。

$$\frac{1}{j\omega C} \left\{ 1 + \frac{2C}{C_c} \left(1 - \frac{e^{-\gamma D} + e^{\gamma D}}{2} \right) \right\} + j\omega L + R = 0 \quad (3.2.1-2)$$

$\gamma = \alpha + j\beta$ を代入して実数部と虚数部に分けると次式が得られる。

$$\frac{1}{\omega C} \left\{ 1 + \frac{2C}{C_c} (1 - \cosh \alpha D \cos \beta D) \right\} - \omega L = 0 \quad (3.2.1-3)$$

$$-\frac{1}{\omega C} \frac{2C}{C_c} \sinh \alpha D \sin \beta D + R = 0 \quad (3.2.1-4)$$

ここで

$$k = 2 \frac{C}{C_c} \quad (3.2.1-5)$$

$$\frac{1}{Q} = \omega CR \quad (3.2.1-6)$$

とおく。回路の減衰 (αD) が小さい場合、(3.2.1-3)、(3.2.1-4)式は次のように近似できる。

$$\frac{1}{\omega C} \left\{ 1 + k(1 - \cos \beta D) \right\} - \omega L = 0 \quad (3.2.1-7)$$

$$\frac{1}{Q} = k \alpha D \sin \beta D \quad (3.2.1-8)$$

(3.2.1-7)式を ω について解くと

$$\omega(\beta) = \omega_{cell} \sqrt{1 - \frac{k}{1+k} \cos \beta D} \quad (3.2.1-9)$$

$$\omega_{cell} = \sqrt{\frac{1}{L} \left(\frac{1}{C} + \frac{2}{C_c} \right)} = \sqrt{\frac{1+k}{LC}} \quad (3.2.1-10)$$

ω_{cell} はセル単体の共振周波数を表す。 k はセル間の結合の強さを表しており、通常の加速管では1に比べて十分小さい（チョークモード加速管では0.015~0.036）ので、次のように近似できる。

$$\begin{aligned} \omega(\beta) &\approx \omega_{cell} \sqrt{1 - k \cos \beta D} \\ &\approx \omega_{cell} \left(1 - \frac{k}{2} \cos \beta D \right) \end{aligned} \quad (3.2.1-11)$$

分散曲線は図 3.2-2 のようになる。よって限られた周波数帯域の高周波しか、構造体内を伝搬することができない。この周波数幅をパスバンドと呼ぶ。また、そのモードが通過できない周波数領域をストップバンドと呼ぶ。パスバンドの幅 ω_{BW} と k の関係は、(3.2.1-11)式より

$$\omega_{BW} = \omega(\pi/D) - \omega(0) = k \omega_{cell} \quad (3.2.1-12)$$

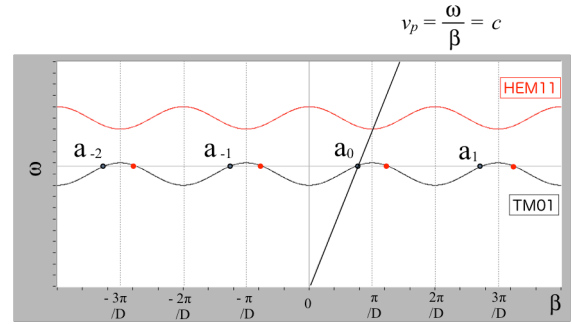


図 3.2-2 ディスクロード構造体分散曲線

となる。よってバンド幅から k を計算することができる。 $\beta D = \pi/2$ の時、 ω の値はセル周波数 ω_{cell} と一致するので

$$k = \frac{\omega_{BW}}{\omega_{cell}} = \frac{f_{BW}}{f_{\pi/2}} \quad (3.2.1-13)$$

ディスクアイリスを大きくすると結合度 k は大きくなるため、パスバンドは広がる。

ディスクロード管での位相速度 v_p (ω/β) も周波数によって変わるので分散関係を持つ。よって群速度 v_g は分散曲線の微分で与えられるので

$$v_g = \frac{d\omega}{d\beta} = \frac{1}{2} \omega_{cell} \frac{kD \sin \beta D}{\sqrt{1 - k \cos \beta D}} \approx \frac{1}{2} \omega k D \sin \beta D \quad (3.2.1-14)$$

となる。群速度は高周波特性を表す重要なパラメータである。

(1) 構造体内の高周波パワーは蓄積エネルギーが群速度で流れていることと等価である。

$$w \cdot v_g = P \quad (3.2.1-15)$$

w は E の 2 乗に比例するので入力パワーが一定の場合、小さい v_g の方が高い加速電場が得られることになる。

(2) 構造体内に高周波エネルギーが充満されるまでにかかる時間（フィリングタイム）は群速度に依存し、構造体端部カップラーから高周波エネルギーを入れた場合、もう片方の端部カップラーに到達する時間を表す。加速管として運転に必要なパ

ルス時間を短くするには、群速度が大きいほうが望ましい。

減衰係数 α は(3.2.1-8)、(3.2.1-14)式より次のように書ける。

$$\alpha = \frac{\omega}{2v_g Q} \quad (3.2.1-16)$$

パスバンド内の周波数によってセル移相が変わり、それに従って加速管内の電場分布も異なってくる。図 3.2-3 に $\pi/4$ の整数倍となる移相モードの電場分布例を示す。

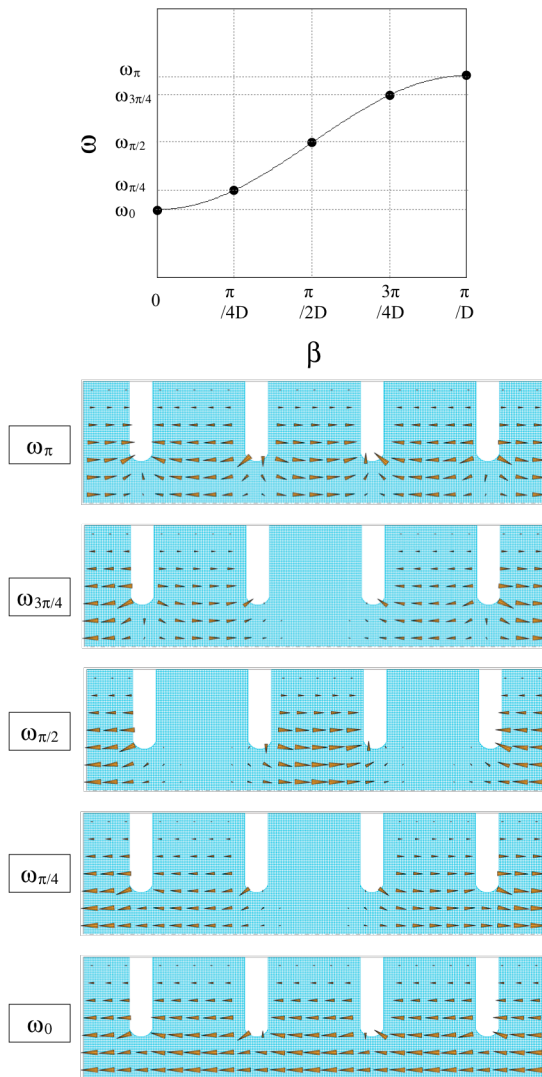


図 3.2-3 モード別電場分布

3.2.2. 空間高調波

パスバンド内の周波数で加速管を運転すると周期的界条件を満たし、同じ周波数ではあるが位相速度の異なる空間高調波が無数に現れる(図 3.2-2 のパスバンド曲線と直線の交点群 a_n)。その内、 $v_p=c$ となる直線とパスバンド曲線との交点での高周波が(ほぼ)光速の電子と同期することができる。

加速電場は空間高調波の合成波であるので TM01 モードの E_z は、3. 1 節と同様に計算すると次式のようなフーリエ成分を持つ。

$$E_z = \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n J_0(k_{cn} r) e^{j(\omega t - \beta_n z)} \quad (3.2.2-1)$$

$$E_r = j \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n \frac{\beta_n}{k_{cn}} J_1(k_{cn} r) e^{j(\omega t - \beta_n z)} \quad (3.2.2-2)$$

$$H_{\theta} = \frac{j}{\zeta} \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n \frac{k_0}{k_{cn}} J_1(k_{cn} r) e^{j(\omega t - \beta_n z)} \quad (3.2.2-3)$$

$$\beta_n = \beta_0 + \frac{2\pi n}{D} \quad (3.2.2-4)$$

$$k_{cn}^2 = k^2 - \beta_n^2 \quad (3.2.2-5)$$

ζ は構造体内部媒質の特性インピーダンス(平面波の電波インピーダンス)と呼ばれるもので、真空の場合、約 377 ($\sim 120\pi$) Ω である。 β_0 は $n=0$ の基本波の伝搬係数で、移相は $\beta_0 D$ 、他の高調波の移相は基本波に対して 2π の整数倍だけ異なる(3.2.2-4)式に D を掛ければよい)。空間高調波の位相速度と群速度は次のようになる。

$$v_{pn} = \frac{\omega}{\beta_n} = \frac{\omega}{\beta_0 + \frac{2\pi n}{D}} = \frac{\omega}{\beta_0} \frac{1}{1 + \frac{2\pi n}{\beta_0 D}} \quad (3.2.2-6)$$

$$v_{gn} = \frac{\partial \omega}{\partial \beta_n} = \frac{\partial \omega}{\partial \beta_0} = v_{g0} \quad (3.2.2-7)$$

よって空間高調波は基本波と同じ群速度を持つ。

パスバンド内で $v_{pm} = c$ となる 1 つの高調波（通常、基本波が設定される）のみが電子と同期し、累積的に電子を加速して行く。加速管の設計において、図 2.4-3 で見たように最も高い加速電場を発生させることができる移相を選択し、その a_0 成分が最大となるような加速管構造にすることが大切である。

図 3.2-2 のパスバンド高調波を見ると、位相の伝搬方向とエネルギーの伝搬方向が同じもの（位相速度と群速度の符号が同じ）と、位相の伝搬方向とエネルギー伝搬速度が逆方向になるもの（位相速度と群速度の符号が逆）がある。位相とエネルギー伝搬方向が同じになる場合、進行波（forward wave）と呼び、逆方向になるものを後進波（backward wave）と呼ぶ。SACLA では、チョークモード加速管は進行波型で、RF デフレクターは後進波型である。

$n=0$ の基本モードは $v_p = c$ 、 $\beta_0 = k$ 、 $k_{c0} = 0$ と選択するので $J_0(0)$ で一定となり、加速電場は r に依存しない。よって r 方向に有限の分布（ビーム断面）を持つバンチ内の全ての電子は同じ強さの加速電場で加速されることになる。

3.2.3. カプラー

カプラー空洞と導波管（外部回路）は図 2.4-1 で見たように主に磁場の混合によって結合している。よって外部回路とカプラー空洞、隣接空洞の等価回路は図 3.2-4 のようになる。結合部のインダクタンスを L_c とし回路方程式を書くと次のようになる。

$$-j\omega L_c I_0 + \left\{ j\omega(L + L_c) + \frac{1}{j\omega} \left(\frac{1}{C} + \frac{1}{C_c} \right) + R \right\} I_1 - \frac{I_2}{j\omega C_c} = 0 \quad (3.2.3-1)$$

フロケの定理より隣接セルの電流は $I_2 = I_1 e^{-\gamma D}$ と書ける。

$$L' = L + L_c \quad \frac{1}{C'} = \frac{1}{C} + \frac{1}{C_c} \quad (3.2.3-2)$$

とするとカプラー空洞の角振動は次のように書ける。

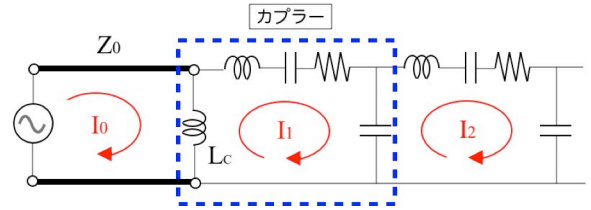


図 3.2-4 カプラーの等価回路

$$\omega_c^2 \equiv (L + L_c)^{-1} \left(\frac{1}{C} + \frac{1}{C_c} \right) = \frac{1}{L' C'} \quad (3.2.3-3)$$

これを用いると(3.2.3-1)式は次のようになる。

$$\frac{j\omega L_c I_0}{I_1} = \frac{1}{\omega_c C'} \left\{ j \left(\frac{\omega}{\omega_c} - \frac{\omega_c}{\omega} \right) + \frac{1}{Q} + j \frac{\omega_c C'}{\omega C_c} e^{-\gamma D} \right\} \quad (3.2.3-4)$$

左辺はカプラーの入力インピーダンスを表すので、これが外部回路の特性インピーダンス Z_0 と等しいときに整合する。よって左辺を Z_0 として変形すると

$$\omega_c C' Z_0 = j \left(\frac{\omega}{\omega_c} - \frac{\omega_c}{\omega} \right) + \frac{1}{Q} + j \frac{\omega_c C'}{\omega C_c} e^{-\gamma D} \quad (3.2.3-5)$$

となる。ここで外部回路の Q を次のように表す。

$$\frac{1}{Q_{ex}} = \omega_c C' Z_0 \quad (3.2.3-6)$$

また、カプラーセルの形状が加速セルと大きく変わらない場合、セル間の結合は小さいので $\frac{C'}{C_c} \approx \frac{C}{C_c} = \frac{k}{2}$

よって(3.2.3-5)式は次のようになる。

$$\frac{1}{Q_{ex}} = j \left(\frac{\omega}{\omega_c} - \frac{\omega_c}{\omega} \right) + \frac{1}{Q} + j \frac{k}{2} \frac{\omega_c}{\omega} e^{-\alpha D} (\cos \beta D - j \sin \beta D) \quad (3.2.3-7)$$

実数部と虚数部を比較して

$$\frac{1}{Q_{ex}} = \frac{1}{Q} + \frac{k}{2} \frac{\omega_c}{\omega} e^{-\alpha D} \sin \beta D \quad (3.2.3-8)$$

$$\frac{\omega}{\omega_c} - \frac{\omega_c}{\omega} + \frac{k}{2} \frac{\omega_c}{\omega} e^{-\alpha D} \cos \beta D = 0 \quad (3.2.3-9)$$

ここで外部との結合の強さを

$$\beta_{ex} \equiv \frac{Q}{Q_{ex}} \quad (3.2.3-10)$$

で表すと(3.2.3-8)式より

$$\beta_{ex} = 1 + \frac{kQ}{2} \frac{\omega_c}{\omega} e^{-\alpha D} \sin \beta D \approx 1 + \frac{kQ}{2} \sin \beta D \quad (3.2.3-11)$$

と表せる。また(3.2.3-9)式より

$$\omega_c = \frac{\omega}{\sqrt{1 - \frac{k}{2} e^{-\alpha D} \cos \beta D}} \approx \omega \left(1 + \frac{k}{4} \cos \beta D \right) \quad (3.2.3-12)$$

となる。加速空洞は βD だけ位相が互いにずれた両隣の2空洞と結合しているため、運転周波数が $-\frac{k}{2} \omega_{cell} \cos \beta D$ 変調される。一方、カプラー空洞と外部回路との結合は強く、カプラー空洞と外部回路は同位相で振動するので、カプラー空洞を変調させる効果はない。よって、周波数の変化は片側の加速セルとの結合だけになるため、変調量は半分となる。加速管の Q は高いことが多いので(~ 10000) $1/Q \sim 0$ 、(3.2.1-14)、(3.2.3-8)式より

$$Q_{ex} = \frac{\beta D}{v_g / c} \quad (3.2.3-13)$$

と書ける。また、(3.2.1-11)、(3.2.3-12)式より

$$\omega_c = \frac{\omega_{cell} + \omega}{2} \quad (3.2.3-14)$$

となる。

3.3. 他の性能パラメータ

シャントインピーダンス、 Q 、群速度以外の加速管高周波性能を表すパラメータを以下に示す。

3.3.1. 運転周波数

加速管の基本パラメータは運転周波数に依存する。少ない消費電力で高い加速電場を発生させるには、シャントインピーダンスを高くしなければならない。加速管内壁を流れる電流 i_{wall} と単位長さあたりの内壁抵抗 R_{wall} には次のような関係がある。

$$\frac{dP}{dz} \propto i_{wall}^2 \cdot R_{wall} \quad (3.3.1-1)$$

軸方向の電場は壁電流を b で割ったものに比例するので

$$E \propto \frac{i_{wall}}{b} \quad (3.3.1-2)$$

R_{wall} は内壁材質の抵抗率 ρ を電流が流れる表面積で割ったものに等しいので

$$R_{wall} = \frac{\rho}{2\pi b \cdot \delta} \quad (3.3.1-3)$$

ここで δ は表皮深さで、 μ を内壁の透磁率としたとき、次式で表される。

$$\delta = \sqrt{\frac{2\rho}{\omega\mu}} \quad (3.3.1-4)$$

b は ω に反比例するので

$$r \propto f^{1/2} \quad (3.3.1-5)$$

となる。よってエネルギー効率の観点からは周波数が高いほうが望ましい。しかし、高い周波数で大電力を発生する高周波源を用意することが困難になってくるので、むやみに周波数の高い加速管を作ることはできない。よって、運転周波数は画一的に選択できず、技術的な問題や製作、運転コスト等のバランスによって決める必要がある。

3.3.2. 減衰係数 α

加速管内の高周波パワーの減衰率を表し、 z の関数である。減衰定数 τ は加速管の長さを L として α と次の関係を持つ。

$$\tau = \int_0^L \alpha(z) dz \quad (3.3.1-6)$$

α は(3.2.1-16)式から解るように群速度、 Q に強く依存する。

3.4. 加速型式

3.4.1. 定インピーダンス型

加速管内を伝搬する進行波の高周波パワーは加速管出口近くになるほど減衰する。加速管の全セルの形状が等しい時、各空洞のシャントインピーダンスは一定となるので「定インピーダンス型 (Constant Impedance、CI 型もしくは CZ 型 : Z はインピーダンスの略記号)」と呼ぶ。この場合、 α は一定で (3.3.1-6)式より

$$\tau = \alpha L \quad (3.4.1-1)$$

である。(2.5.1-2)、(3.2.1-15)、(3.2.1-16)式より

$$\frac{dP}{dz} = -\frac{\omega}{v_g} P = -2\alpha P \quad (3.4.1-2)$$

$$P(z) = P_0 e^{-2\alpha z} \quad (3.4.1-3)$$

となる。 P_0 は、加速管入り口の入力パワーを表す。よってパワーは加速管に沿って指数関数的に減少していく。 $E \propto \sqrt{P}$ より

$$E(z) = E_0 e^{-\alpha z} \quad (3.4.1-4)$$

となる。ここで、 $E_0 \propto \sqrt{P_0}$ とおいた。加速管内の消費パワーは

$$P_c = P(L) - P(0) = P_0(1 - e^{-2\tau}) \quad (3.4.1-5)$$

となる。フィリングタイムは加速管入口に入力したパワーが加速管出口に到着した時間である。 v_g は一定なので

$$t_F = \frac{L}{v_g} = \frac{L}{\frac{\omega L}{2Q\tau}} = \frac{2Q\tau}{\omega} \quad (3.4.1-6)$$

となる。加速管の単位長さあたりのシャントインピーダンス(2.5.1-1)式に(3.4.1-2)式を代入すると

$$r_0 = \frac{E_0^2}{2\alpha P_0} = \frac{E_0^2}{2\frac{\tau}{L} P_0} \quad (3.4.1-7)$$

となる。よって

$$E_0 = \sqrt{\frac{r_0 P_0}{L}} \sqrt{2\tau} \quad (3.4.1-8)$$

である。加速管全体の加速電圧は

$$\begin{aligned} V_a &= \int_0^L E(z) dz = E_0 \int_0^L e^{-\alpha z} dz \\ &= \sqrt{r_0 P_0 L} \sqrt{\frac{2}{\tau}} (1 - e^{-\tau}) \end{aligned} \quad (3.4.1-9)$$

となる。 $V_0 = \sqrt{r_0 P_0 L}$ とすると

$$\frac{V_a}{V_0} = \sqrt{\frac{2}{\tau}} (1 - e^{-\tau}) \quad (3.4.1-10)$$

よって、 $\tau = \frac{1}{2}(e^{-\tau} - 1)$ となる $\tau \sim 1.26$ で最大のエネルギーゲインとなる。一方、加速管全体に蓄積されるエネルギー W は w を積分することによって得られる。

$$W = \int_0^L w dz = \int_0^L \frac{P_0}{v_g} e^{-2\alpha z} dz = P_0 t_F \frac{1 - e^{-2\tau}}{2\tau} \quad (3.4.1-11)$$

$$\frac{W}{P_0 t_F} = \frac{1 - e^{-2\tau}}{2\tau} \quad (3.4.1-12)$$

3.4.2. 定勾配型

定加速勾配型（CG）ではアイリス径を絞って群速度を小さくして減衰係数 α を大きくさせ、単位長さあたりの加速管内消費パワーを一定にする。ここでシャントインピーダンスと Q がアイリス径に依存しないと仮定すると加速電場は入口から出口まで一定になる。

$$\frac{dP}{dz} = -2\alpha(z)P = \text{一定} \quad (3.4.2-1)$$

$$\frac{dP}{dz} = -\frac{P_0 - P_L}{L} \quad (3.4.2-2)$$

加速管入口から距離 z 下流点における通過パワーは

$$P(z) = P_0 - \frac{P_0 - P_L}{L} z \quad (3.4.2-3)$$

となる。減衰係数 α と減衰定数 τ の間には (3.3.1-7) 式の関係がある。 $P_L = P(L) = P_0 e^{-2\tau}$ を (3.4.2-3) 式に代入すると

$$P(z) = P_0 \left(1 - \frac{1 - e^{-2\tau}}{L} z \right) \quad (3.4.2-4)$$

$$\frac{dP}{dz} = -P_0 \frac{1 - e^{-2\tau}}{L} \quad (3.4.2-5)$$

となる。また、(3.4.2-1)、(3.4.2-4) 式より

$$v_g(z) = \omega \frac{L}{Q} \left(\frac{1}{1 - e^{-2\tau}} - \frac{z}{L} \right) \quad (3.4.2-6)$$

となる。フィリングタイムは

$$\begin{aligned} t_F &= \int_0^L \frac{dz}{v_g(z)} = \int_0^L \frac{dz}{\omega \frac{L}{Q} \left(\frac{1}{1 - e^{-2\tau}} - \frac{z}{L} \right)} \\ &= \frac{2Q\tau}{\omega} \end{aligned} \quad (3.4.2-7)$$

となって CI 型と同じ値となる。加速管のシャントインピーダンスの式 (2.5.1-1) に (3.4.2-5) を代入すると

$$r_0 = \frac{E^2}{P_0 \frac{1 - e^{-2\tau}}{L}} = \frac{L}{P_0 (1 - e^{-2\tau})} E^2 \quad (3.4.2-8)$$

と表せる。これより

$$E = \sqrt{\frac{r_0 P_0}{L} (1 - e^{-2\tau})} \quad (3.4.2-9)$$

となる。よって加速管全体の加速電圧は

$$V_a = \int_0^L E dz = L \sqrt{\frac{r_0 P_0}{L} (1 - e^{-2\tau})} = \sqrt{r_0 P_0 L (1 - e^{-2\tau})} \quad (3.4.2-10)$$

となる。 $V_0 = \sqrt{r_0 P_0 L}$ より

$$\frac{V_a}{V_0} = \sqrt{1 - e^{-2\tau}} \quad (3.4.2-11)$$

一方、加速管に蓄積されるエネルギーは

$$W = \int_0^L w dz = \frac{QP_0}{\omega} (1 - e^{-2\tau}) = \frac{P_0 t_F}{2\tau} (1 - e^{-2\tau}) \quad (3.4.2-12)$$

$$\frac{W}{P_0 t_F} = \frac{1 - e^{-2\tau}}{2\tau} \quad (3.4.2-13)$$

高周波入力エネルギーに対する加速管内蓄積エネルギーの τ 依存性も CI 型の場合と同じになる。

3.4.3. 加速型式の比較

エネルギーゲインに関して、CI 型は (3.4.1-9) 式、CG 型は (3.4.2-10) 式で与えられる。これを図 3.4-1(a) に示す。エネルギーゲインは CG 型の方が良く、 τ が大きくなる程、差が大きくなる。蓄積エネルギー変換効率は CI 型、CG 型ともに同じ値で、 τ が低い程、高くなる。エネルギー変換効率とエネルギーゲインの積を図 3.4-1(b) に示す。

CG 型の効率が少し良い。両方とも $\tau \sim 0.38$ で最大となる。

図 3.4-2 に両型の加速管内の電場分布を示す。CI 型では消費電力が加速管入口で大きく、出口で小さくなるので、加速管温度分布が不均一となってしまう。そして入口での電場が大きい場合、カプラー付近での放電が問題となる可能性があるので注意を要する。他にも CG 型が CI 型に比べて優れている点は以下の通りである。

- 1) 周波数誤差に強い。
- 2) ビームローディングによる変動が少ない。
- 3) 不安定性に対する感受性が小さい。

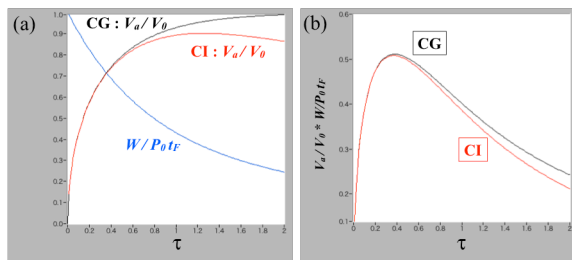


図 3.4-1 CI型、CG型エネルギーゲインと蓄積エネルギーの τ 依存性

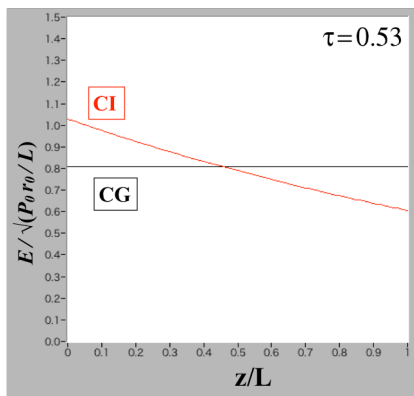


図 3.4-2 加速管内の電場分布 ($\tau = 0.53$)

3.5. ビームローディング

3.5.1. ビームへのエネルギー伝達

加速管でマルチバンチ電子ビームの加速を行う時、加速電場からビームへエネルギー伝達が行われていくため、加速電場の減少と分布の変化が生じる。後続の電子は、この変化した電場により少ないエネルギーゲインとなる。この効果をビームローディングと呼ぶ。ここでは以下の仮定にてビームローディングを取り扱う。

- (1) 電子は相対論的で加速管を光速で通過するため、電子の移動時間は他の電子から影響を受けない。
- (2) 外部回路からの励起で加速管を伝搬している高周波の分布はビームの有無に依存しないとす。ビームが加速管をデチューンしない限り、これは有効である。しかし、数十アンペアを超える大電流の場合は、この仮定は成り立たなくなる。
- (3) ビームのバンチ構造や空間高調波への影響は考慮しない。
- (4) 外部回路からの電力によって生成された加速管内の電磁場とビームが誘起する電磁場の重ね合わせが成り立つものとする。この場合、各電磁場の振幅と位相は独立に取り扱える。

ビーム電流がある場合、電力消散のつり合いから次式から成り立つ。

$$\frac{dP}{dz} = \frac{dP_{wall}}{dz} - iE \quad (3.5.1-1)$$

ここで右辺第 1 項は加速管内壁での損失、第 2 項 i はビームの加速管内平均電流を表す。パワーと電場の間には次式が成り立つ。

$$E^2 = 2\alpha r_0 P \quad (3.5.1-2)$$

両辺を微分すると

$$E \frac{dE}{dz} = r_0 P \frac{d\alpha}{dz} + \alpha r_0 \frac{dP}{dz} \quad (3.5.1-3)$$

シャントインピーダンスの定義より

$$r_0 = -\frac{E^2}{\frac{dP_{wall}}{dz}} \quad (3.5.1-4)$$

であるから、これと(3.5.1-1)、(3.5.1-2)式を(3.5.1-3)式に代入すると次式が得られる。

$$\frac{dE}{dz} = \frac{E}{2\alpha} \frac{d\alpha}{dz} - \alpha E - i\alpha r_0 \quad (3.5.1-5)$$

3.5.2. CI型加速管の場合

セル構造が一定なので

$$\frac{d\alpha}{dz} = 0 \quad (3.5.2-1)$$

(3.5.1-5)式に代入すると E は z の関数で次のようになる。

$$E(z) = E_0 e^{-\alpha z} - ir_0(1 - e^{-\alpha z}) \quad (3.5.2-2)$$

右辺の第1項は外部パワーによる電場、第2項はビームが誘起する電場である。電子は、この両方の電磁場を感じる。電子が加速される位相を ϕ とすると

$$E(z) = (E_0 \cos \phi) e^{-\alpha z} - ir_0(1 - e^{-\alpha z}) \quad (3.5.2-3)$$

となる。第2項がビーム位相に因らないのはビーム励起電場が高周波源による電場に依存しないためである。ビームのエネルギーゲインは(3.5.2-3)式を加速管長で積分することによって得られる。

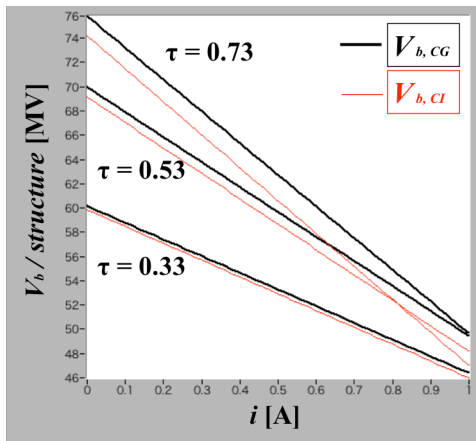


図 3.5-1 加速電圧の電流依存性

$$\begin{aligned} V_{b,CI} &= \int_0^L E(z) dz \\ &= (E_0 \cos \phi) L \frac{1 - e^{-\tau}}{\tau} - ir_0 L \left(1 - \frac{1 - e^{-\tau}}{\tau} \right) \end{aligned} \quad (3.5.2-4)$$

3.5.3. CG型加速管の場合

$$\alpha(z) = \frac{\omega}{2v_g Q} = \frac{1}{2L \left(\frac{1}{1 - e^{-2\tau}} - \frac{z}{L} \right)} \quad (3.5.3-1)$$

より

$$\frac{d\alpha}{dz} = 2\alpha^2 \quad (3.5.3-2)$$

となるので(3.5.1-5)式に代入して積分すると

$$E(z) = E_0 + \frac{ir_0}{2} \ln \left\{ 1 - \frac{z}{L} (1 - e^{-2\tau}) \right\} \quad (3.5.3-3)$$

ビームのエネルギーゲインは、この式を加速管長で積分することによって得られる。

$$V_{b,CG} = \int_0^L E(z) dz = E_0 L \cos \phi + \frac{ir_0 L}{2} \left(1 - \frac{2\tau e^{-2\tau}}{1 - e^{-2\tau}} \right) \quad (3.5.3-4)$$

図 3.5-1 に加速電圧の加速型式別ビーム電流依存性を示す。ここで、チョークモード加速管のパラメータ、 $r_0 = 52 \text{M}\Omega/\text{m}$ 、 $P_0 = 80 \text{MW}$ 、 $L = 1.8 \text{m}$ を使用した。フィリング時間を $t_F = 0.33 \sim 0.73$ としてみると、CG型の方がビームローディングの影響が少ない。また、 τ が大きい程、エネルギーゲイン差は大きくなる。現在の加速管において、 τ は 0.4 から 0.7 に設定されることが多いが、ビームローディングの減少、フィリング時間の短縮、エラー耐性に関しては減衰係数が小さい方が望ましい。

4. RF デフレクター

SACLA にて高輝度 SASE レーザーを発振させるために規格化スライスエミッタンス $1\pi \text{ mm} \cdot \text{mrad}$ 、長さ 30fs でピーク電流 3kA に圧縮した電子バンチビームが必要である。バンチの時間構造（進行方向の電子分布構造）を確認するには、fs 時間単位でバンチ長やスライスエミッタンスを知らなければならない。そのため、ビーム進行方向に対して垂直に加速電磁場を発生する加速管を用いた診断システムが用いられている。この加速管が C バンド RF (Radio Frequency) デフレクター (RF deflector、RF deflecting structure) である。図 4-1 にデフレクターの概形図、表 4-1 に高周波特性を示す。

SACLA のデフレクターは、アイリスが RAIDEN と呼ばれる特殊形状のディスクロード型構造体である。加速管の両端にはカプラーがあるが、高周波の投入はチョークモード加速管と異なり、ビーム下流側から行き、上流に向けて高周波を流す。これはデフレクターの運転モードが後進波 HEM11 であるためである。

表 4-1 RF デフレクターの高周波特性（実機）

周波数	5712MHz
ビーム偏向電圧 V_T	30 MV
加速モード	HEM11- $5\pi/6$
加速タイプ	CI
空洞数	77+2 カプラー
実効長 L	1706mm
群速度 v_g	-0.021c
Q	8900
シャントインピーダンス r_T	21M Ω /m
減衰定数 τ	0.54
フィリングタイム t_F	270ns
運転高周波位相	0 または 180°
解析ビームエネルギー	1.4GeV
解析バンチ長	< 200fs

4.1. バンチの時間構造診断システム

バンチ圧縮が完了したエネルギー1.4GeV の電子ビームを解析するため、長さ約 15m のスペースに解析システムが組み込まれている。図 4.1-1 にそのシステムを示す。RF デフレクター 2 台で垂

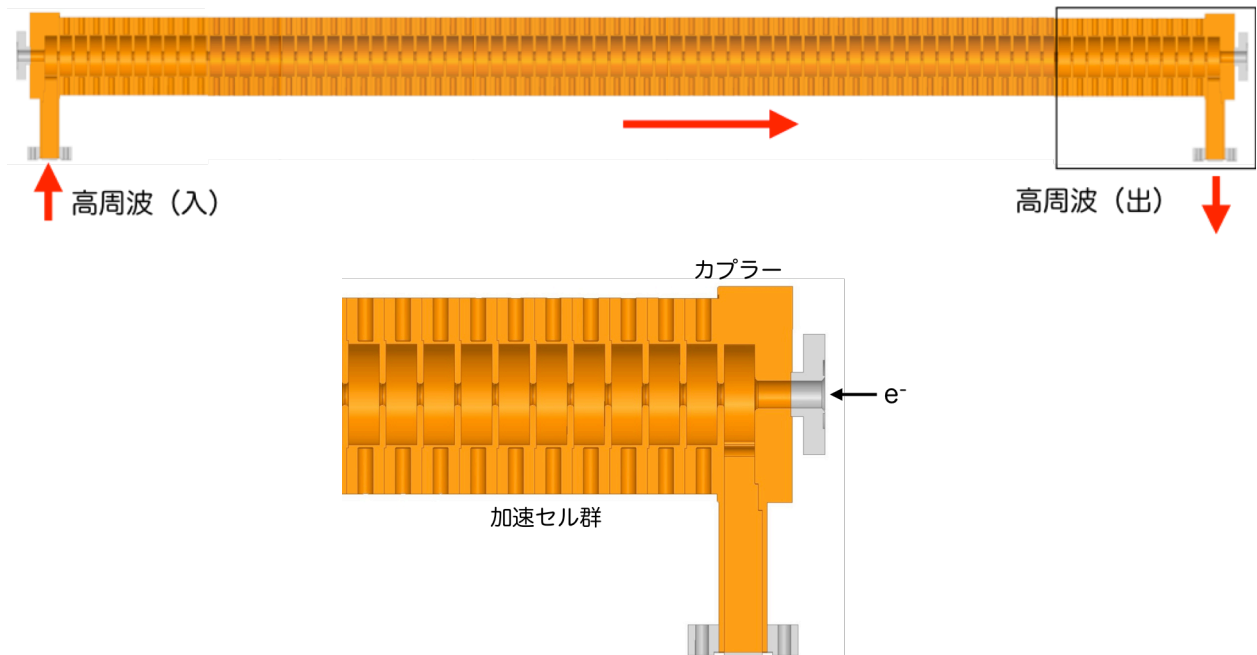


図 4-1 RF デフレクター概形図（断面図）

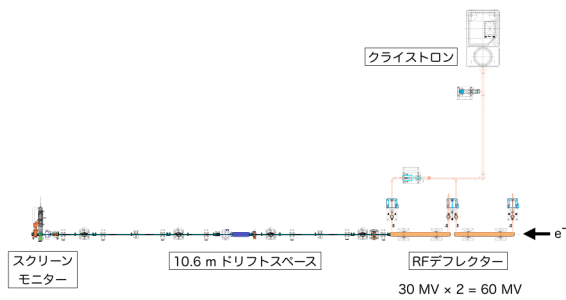


図 4.1-1 バンチ時間構造解析システム

直方向（以下、y 方向とする）に 60MV の偏向電圧を発生する。

RF デフレクターに用いる C バンド高周波システムはパルスコンプレッサー-SLED を使用しないことを除いて、チョークモード加速管とほぼ同じ機器構成である（図 4.1-2）。SLED が無いのは必要パワーをクラストロンのみで供給できるためである。50MW のクラストロン出力は立体回路で 2 分割される。デフレクターまでの導波管で約 12% ロスするので、各デフレクターに投入されるのは 22MW である。デフレクターの群速度は $0.27 \mu\text{s}$ であるが、許容電力に余裕を持たせるため、運転は $1 \mu\text{s}$ パルス仕様としている。

図 4.1-3 に RF デフレクターの電子バンチへの作用を示す。チョークモード加速管とは異なり、バンチがデフレクター内を通過する際、最大電磁場となるクレストではなく、高周波のゼロクロス位相にバンチの重心を乗せる。すると重心からの距離に比例した力を受け、バンチ前方部とバンチ後方は逆方向へキックされる。バンチ内の電子で横方向運動量を得たもの（重心からずれた位置にいる電子）は、デフレクターを抜けてドリフト

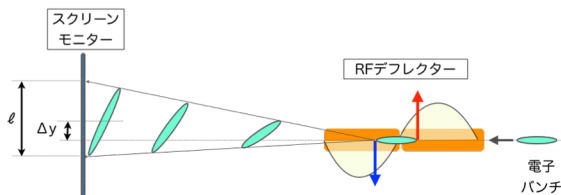


図 4.1-3 電子バンチへの作用

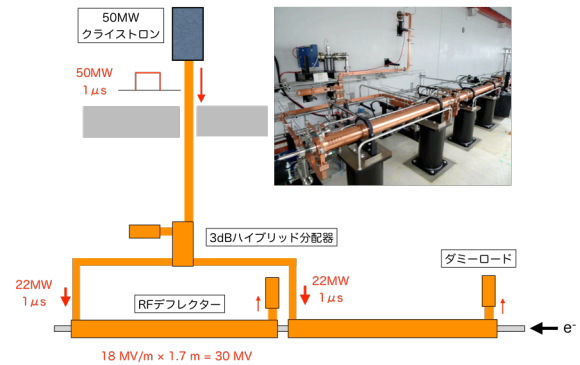


図 4.1-2 RF デフレクター高周波システム

するにつれて上下方向へ移動して行く。そしてデフレクター下流に設置したスクリーン型プロファイルモニターに衝突する。そのプロファイル像の y 方向のずれがビーム進行方向（時間方向）の位置に対応し、スクリーン上の輝度が電荷量に対応するので、バンチの時間構造が射影されることになる。モニター上の射影バンチ長 l 、重心位置変化 Δy と偏向電圧（電場と磁場キック換算値との和） V_T の関係は次式で与えられる。

$$l = \frac{eV_T L_d}{cp_z} k \sigma_z \cos \phi_a \quad (4.1-1)$$

$$\Delta y = \frac{eV_T L_d}{cp_z} \sin \phi_a \quad (4.1-2)$$

L_d はデフレクターとスクリーンモニター間のドリフト距離、 k はデフレクターの波数、 ϕ_a はゼロクロスからの位相ずれ、 σ_z はバンチ長、 p_z はバンチの進行方向運動量を表す。(4.1-2)式よりゼロクロス位相ではバンチの重心移動は生じない。SACLA でのドリフト長は 10.6m で、バンチのスクリーン上の伸張係数は、デフレクター 2 台 (60MV) で 52 fs/mm である。

4.2. HEM11 モード

加速管にはビームの進行方向（中心軸）に垂直な電磁場成分を持つ多くの HOM が存在する。その中で周波数が最も低いダイポールモードが HEM11 モードで、横方向のシャントインピーダンスが大きい。そのため、RF デフレクターでは

HEM11 モードを採用している。高周波特性は、分散関係、空間高調波、 Q など、TM01 モードと同様の解析で得られる。ただし、このモードには軸上に軸方向電場が存在しないことや横方向に偏向している電場と磁場を持つ等の特徴を持つ。

4.2.1. ハイブリッドモード

偏向面（ビームが横方向へ力を受けて運動する面とする）を y 方向として計算したピルボックス空洞の TM110 モード電磁場分布を図 4.2-1 に示す。ピルボックスの場合、中心軸付近には軸と直交する x 方向磁場が生じる。軸上には軸方向の電場成分を持たないが、中心軸から y 方向にずれると軸付近では、ずれ位置に比例した z 方向電場成分が生じる。共振周波数は TM010 モードの約 1.5 倍である。

ピルボックスにビームパイプを設けると、その開口部近傍では E_y 成分を持つ TE モードに似た姿態となる。よって純粋な TM モードではなくなり、TE モードと混合した電磁場分布とみてよい。空洞の中心軸を通過する電子に対して TM110 成分の磁場と TE111 成分の電場は互いにキャンセルすることなく、電子を同じ方向にキックする。これにより、このモードは大きなキック力を持つことになる。このように TM11 モードと TE11 モード

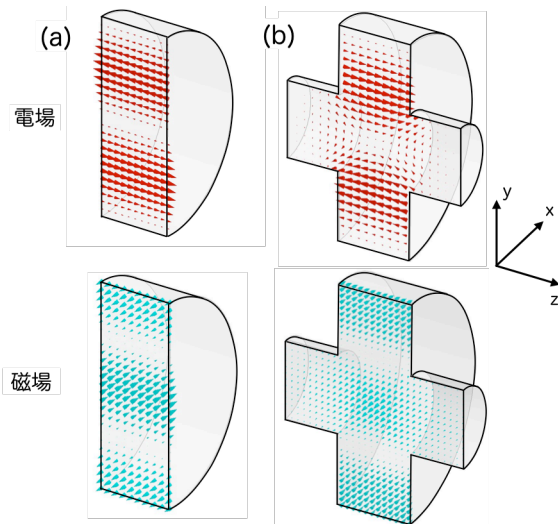


図 4.2-1 ピルボックス TM110 モード
ビームパイプ (a) なし (b) あり

ードが混成したハイブリッドモードであるため、HEM (Hybrid E and M mode) 11 と呼ばれる。ディスクロード型加速管や RF デフレクター等のセルを連結した加速管のダイポールモードがハイブリッドになるのは、ディスクのアイリスが原因である。

ディスクロード型加速管の HEM11 モード基本波に対して中心軸近傍の電磁場成分は次のような近似式で表される [34]。

$$E_z = jE_0 kr \sin \theta \quad (4.2.1-1)$$

$$\zeta H_z = jE_0 kr \cos \theta \quad (4.2.1-2)$$

$$E_r = E_0 \left[\left(\frac{kr}{2} \right)^2 + \left(\frac{ka}{2} \right)^2 \right] \sin \theta \quad (4.2.1-3)$$

$$E_\theta = -E_0 \left[\left(\frac{kr}{2} \right)^2 - \left(\frac{ka}{2} \right)^2 \right] \cos \theta \quad (4.2.1-4)$$

$$\zeta H_r = E_0 \left[\left(\frac{kr}{2} \right)^2 - \left(\frac{ka}{2} \right)^2 + 1 \right] \cos \theta \quad (4.2.1-5)$$

$$\zeta H_\theta = E_0 \left[\left(\frac{kr}{2} \right)^2 + \left(\frac{ka}{2} \right)^2 - 1 \right] \sin \theta \quad (4.2.1-6)$$

一方、

$$E_x = E_r \cos \theta - E_\theta \sin \theta \quad (4.2.1-7)$$

$$E_y = E_r \sin \theta + E_\theta \cos \theta \quad (4.2.1-8)$$

であるので(4.2.1-3)、(4.2.1-4)式を代入すると

$$E_x = E_0 \left(\frac{kr}{2} \right)^2 \sin 2\theta \quad (4.2.1-9)$$

$$E_y = -E_0 \left(\frac{kr}{2} \right)^2 \cos 2\theta + E_0 \left(\frac{ka}{2} \right)^2 \quad (4.2.1-10)$$

となる。磁場についても同様にして

$$\begin{aligned} \zeta H_x &= \zeta H_r \cos \theta - \zeta H_\theta \sin \theta \\ &= E_0 \left(\frac{kr}{2} \right)^2 \cos 2\theta + E_0 \left[1 - \left(\frac{ka}{2} \right)^2 \right] \end{aligned}$$

(4.2.1-11)

$$\zeta H_y = \zeta H_r \sin\theta + \zeta H_\theta \cos\theta$$

$$= E_0 \left(\frac{kr}{2} \right)^2 \sin 2\theta \quad (4.2.1-12)$$

となる。よって電荷 e の粒子が受ける力は

$$F_x = e(E_x - \zeta H_y) = 0 \quad (4.2.1-13)$$

$$F_y = e(E_y + \zeta H_x) = eE_0 \quad (4.2.1-14)$$

$$F_z = eE_z = jeE_0 kr \sin\theta \quad (4.2.1-15)$$

となって電子は電磁場によって一様に y 方向へ力を受ける。また加速管内のパワー P を計算すると

$$\begin{aligned} P &= \frac{1}{2} \Re \left(\iint_S \mathbf{E} \times \mathbf{H}^* \cdot d\mathbf{S} \right) \\ &= \frac{\pi a^2 |E_0|^2}{2 \zeta} \left(\frac{ka}{2} \right)^2 \left[\frac{4}{3} \left(\frac{ka}{2} \right)^2 - 1 \right] \end{aligned} \quad (4.2.1-16)$$

となる。よってアイリス径が

$$a < \frac{\sqrt{3}}{k} = \frac{\sqrt{3}}{2\pi} \lambda \approx 0.276 \cdot \lambda \quad (4.2.1-17)$$

の場合、 $P < 0$ なので後進波である。アイリス径を大きくしていくと $P > 0$ となって進行波へと変わる。

4.2.2. RF デフレクター内の高周波伝搬

カプラーから加速セル群を伝搬する高周波の電磁場分布を図 4.2-2 に示す。ただし、計算メモリの都合で 5 セルモデルとしている。各セルの空洞部中心部には、 x 方向（紙面に垂直）に強い磁場（TM₁₁ 成分）が発生して、光速で通過する電子に対してローレンツ力が y 方向に働く。アイリスには y 方向に強電場（TE₁₁ 成分）が生じて、電子を y 方向に加速する。

隣接するセルとの移相は 150° で時間変化を追ってみると、上流から下流に向かって電場と磁場が進んで行く。セルの長さは波長の $5/12$ （位相換

算 150° ）に設定されているため、（ほぼ）光速でデフレクターの軸上を走る電子は進行する電磁場と同期して進むことができる。

電子が通過する軸上電磁場の強さを図 4.2-2 右に示す。デフレクター内を伝搬する高周波の波形も空間高調波のために大きく歪んでいる。位相速度が光速電子と同期しているのは基本波のみで、他の高調波の位相速度は光速より小さくなって電子と同期しない。よって高調波による実効的な加速作用はなく、加速波を変調させるだけである点はチョークモード加速管と同じである。図の上部波線がクレスト位相にある電子が加速電磁場から受ける力である。磁場はセル中央で最大振幅、アイリスで最小、一方、電場はセル中央で最小、アイリスで最大となる。クレスト位相に電子がある場合は電場、磁場のキックを交互に受けて重心位置を変えていくが、時間構造診断時のようにゼロクロス位相にある場合、累積する重心移動は生じない。

4.2.3. パスバンド

RF デフレクターはディスクロード型であるため、3.2.1 節と同様の等価回路解析が行える。ただし、アイリス径が波長に比べて小さい場合、アイリス付近には隣接セルに流れる磁場が多く分布し、セル間の結合は磁場で行われる。この時の等価回路はコイルを介した図 4.2-3 のような回路となる。

n 番目セルに流れる電流を I_n とすると、キルヒホッフの法則により次式が成り立つ。

$$-j\omega L_c I_{n-1} + \left(2j\omega L_c + R + j\omega L + \frac{1}{j\omega C} \right) I_n - j\omega L_c I_{n+1} = 0 \quad (4.2.3-1)$$

3.2.1 節と同様の計算を行うと次式を得る。

$$\omega(\beta) = \frac{\omega_{cell}}{\sqrt{1 - \frac{k}{1+k} \cos \beta D}} \approx \frac{\omega_{cell}}{\sqrt{1 - k \cos \beta D}} \quad (4.2.3-2)$$

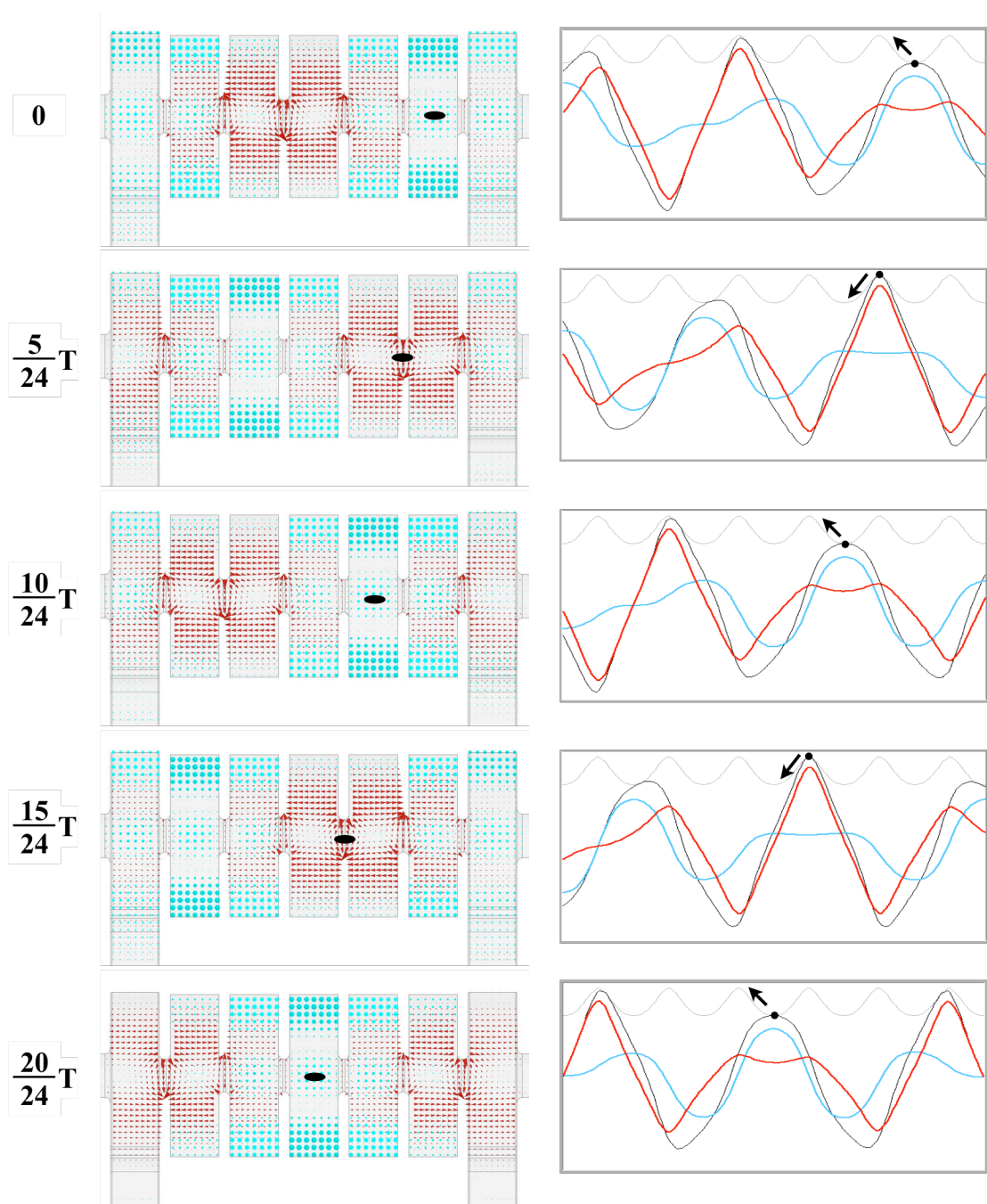


図 4.2-2 RF デフレクター内の電磁場分布

黒印：クレスト位相の電子

$$k = 2 \frac{L_c}{L} \quad (4.2.3-3)$$

$$\omega_{cell} = \frac{1}{\sqrt{(1+k)LC}} \quad (4.2.3-4)$$

分散曲線を描くと図 3.2-2 (上) のようになる。電場でセル間結合した場合と異なり、0 モードより π モードの周波数が低くなる。

空間高調波が発生し、その合成波が電子ビームと作用するのは前節で述べたとおりである。群速度は分散曲線の微分で与えられるので、基本波で

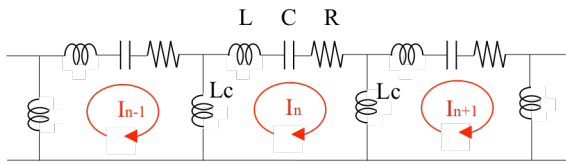


図 4.2-3 HEM11 モードの等価回路

は位相速度と符号が異なり、後進波となる。よってエネルギーが伝搬する方向と位相変化が伝搬する方向が逆となるので後進波加速管を運転する場合、下流側（電子ビーム出射側）から上流側（ビーム入射側）に向けて投入することになる。

アイリス径を大きくしていくとアイリス部の TE11 成分が大きくなり、セル間結合は電場で行われるようになる。従って、アイリス径の拡大により群速度はマイナスからプラスへと変化していく。アイリスが大きい場合、TM11 と TE11 のモード間結合を正確に取り扱う必要がある。興味のある読者は文献[36-38,59,60]を参照していただきたい。

4.3. RAIDEN

図 4.3-1 に RF デフレクターのセル構造を示す。空洞を繋ぐアイリスは円形ではなくレーストラック形である。アイリス形状は半径 R_a の 2 つの半円と 2 本の水平方向直線部 L_a から構成される。この構造を “racetrack-shaped iris-coupling deflection structure”、省略して RAIDEN と呼んでいる。垂直方向に偏向面を固定した HEM11 モード後進波を励振させるために、この非軸対象構造の RAIDEN を用いる。

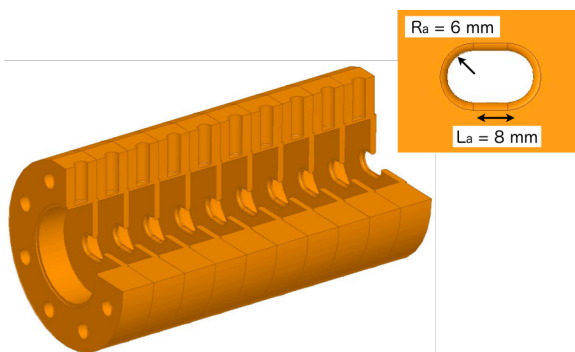


図 4.3-1 RAIDEN

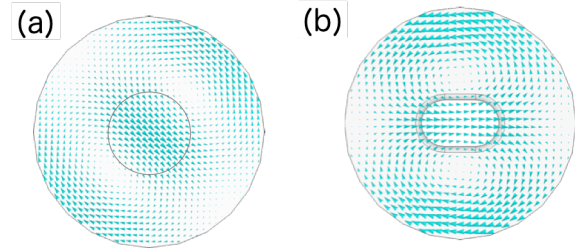


図 4.3-2 ディスクロード構造との磁場分布比較

(a) ディスクロード (b) RAIDEN

セルが完全軸対称構造体の場合、2次縮退している HEM11 モードの偏向面は方向が定まらない。つまり、アイリスが真円だと偏向面がどちらへ向くかわからない（図 4.3-2）。実際の加速管では、カップラーによって偏向面が一旦決まるが、加速管を伝搬して行く途中で、チューニングや製作加工誤差等による不完全軸対称セルにより、偏向面が変わる（回転する）可能性がある。意図しない偏向面の回転を防ぐために SACAL の RF デフレクターは RAIDEN を用いて軸対称性を破る。

縮退が解けると互いに直交する偏向面を持つ 2 つの HEM11 モードが周波数を変えて現れる。 L_a が水平方向になるように設置すると、垂直方向の偏向面を持つ y モードは、アイリス付近で水平磁場を持つ。RAIDEN は水平方向にアイリス開口が広いので、隣接セルとの磁場結合が大きくなる（図 4.3-2）。一方、水平方向の偏向面を持つ x モードはアイリス付近で垂直方向磁場を持つため、隣接セルへの磁場漏れが小さく、弱い結合となる。よって y モードのみ、広いパスバンドを持つ。図 4.3-3 に MAFIA を用いて計算した $R_a = 6\text{mm}$ 、 $L_a = 8\text{mm}$ の x、y 両モードのパスバンドを示す。y モードのみ、パスバンドが拡大するので、移相の大きい y モードは x モードのパスバンドから外れ、大きい群速度を持つようになる。よって、これらの y モードはパスバンドの重なりから外れ、x モードと混合することなく、安定に励起することができる。

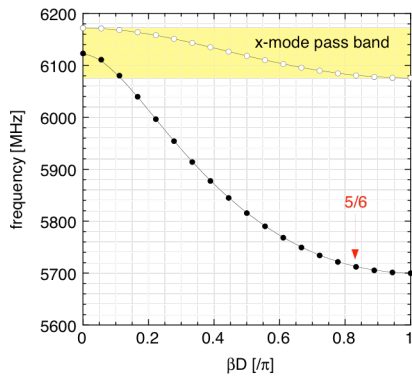


図 4.3-3 パスバンド

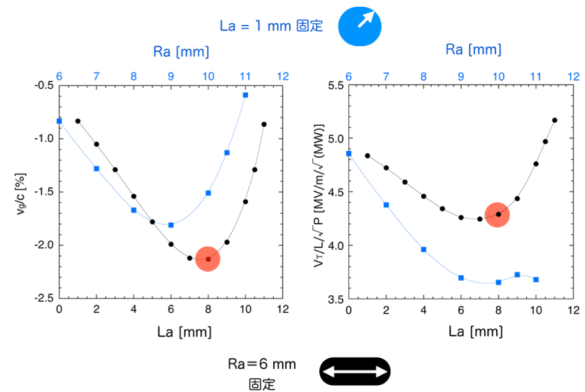


図 4.3-5 群速度、電圧のアイリス依存性

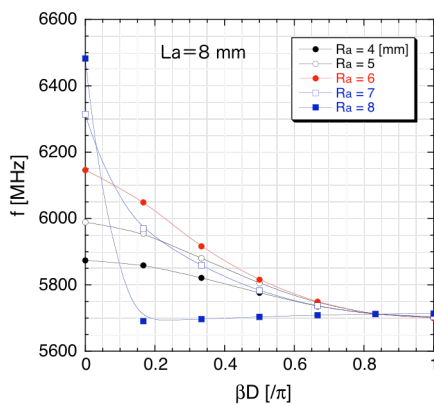


図 4.3-4 分散曲線のアイリス依存性

ディスクロード管でアイリス径を拡大すると後進波から進行波に変わるように（4.2.1-17 式参照）、RAIDEN においてもアイリスの拡大で同様の現象を起こす。 L_a を 8mm に固定して R_a を大きく変えた時の分散曲線を図 4.3-4 に示す。COS 関数の関数から大きく変化し、 $R_a = 8 \text{ mm}$ まで大きくすると群速度が正の進行波になってしまう。

加速管の型式としては先に述べたように CG 型の方が優れる点が多いが、開発期間の短縮や製造工程の簡素化、投入電力が低めの 22MW 電力運転を行う等を考慮して、CI 型 RAIDEN とした。

図 4.3-5 に HEM11 $5\pi/6$ -y モードの電力で規格化した偏向電圧と群速度のシミュレーション結果を示す。 R_a を大きくしてセル間結合を高めて群速度を上げるよりも、アイリスを適切な長さで扁平化の方が速い群速度を持つことがわかる。また、RAIDEN はビーム偏向方向に幅が狭いため、

電場を集中させ、より高い加速勾配を生成することができる。横方向シャントインピーダンスとして次の定義を用いた。

$$r_T = -\frac{1}{2} \frac{E_T^2}{dP/dz} \quad (4.3-1)$$

TM01 モードのシャントインピーダンスのように $1/2$ を付けない定義を用いる場合も多い。本書では横方向シャントインピーダンスに $1/2$ を付ける慣習とした。

以上より SACLA 用 RF デフレクターは、光速比で約 2.1% の群速度（チョークモード加速管と同程度）を持つ $R_a = 6 \text{ mm}$ 、 $L_a = 8 \text{ mm}$ の $5\pi/6$ -y モードを採用した。

4.4. カプラー

RF デフレクターのカプラー空洞は導波管と 1 開口アイリスで結合している。1 開口結合では電磁場の歪みが非対称になるが、カプラーセル内径の中心軸をビームラインに対してアイリスとは逆側へオフセットさせて、非対称性の影響を減じている。オフセット量はビーム軸上で、 E_z の積分値が 0 となるように設定した。

カプラーの構造と磁場分布を図 4.4 に示す。導波管の E 面（導波管の電場と平行になる管面）幅とカプラー空洞のセル長が異なるので、チョークモード加速管の場合と同様にステップによってインピーダンス整合させて接続している。

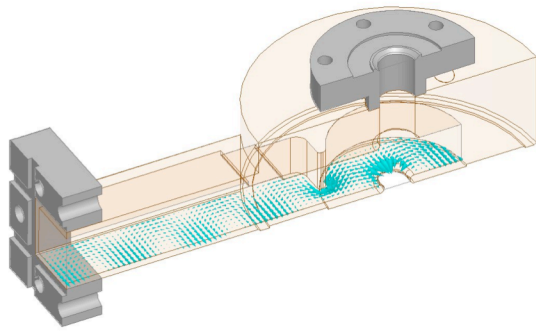


図 4.4 RFデフレクター用カップラー

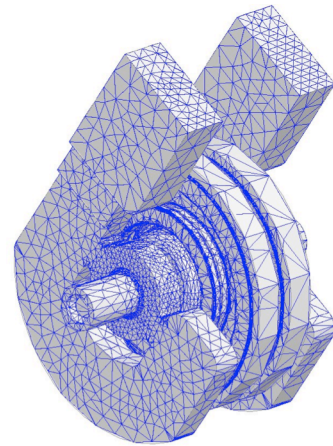


図 5.1-1 2.4.2 節の計算モデル

5. 加速管の設計と製作

これまでは加速管の特徴と高周波特性について述べてきた。この章では、その特性が加速管の設計と製作にどのように関連しているのかを示す。

5.1. チョークモード加速管

5.1.1. 加速セル設計

2～3章で述べたように加速管の性能はシャントインピーダンス、 Q 、減衰定数で決まる。セル構造が複雑な形状をしているので解析的に解くことが難しい。よって、高周波性能、及び、セル形状の最適化は高周波シミュレーターを用いて行う。シミュレーターでの計算において、2次元解析では小さな三角形や四角形、3次元解析では四面体や直方体によって網の目状（メッシュ）に分割された集合体としてモデルを近似する（図 5.1-1）。分割したメッシュの大きさによって計算誤差も異なってくることは認識しておく必要がある。

チョークモード加速管の場合、 $TM_{01-3\pi/4}$ モードが加速モードであること、チョーク構造の周波数が加速モードと同じ 5712MHz であること、 HOM がチョークを抜けて高周波吸収部へ流れ込むこと等を考慮しながらセルの形状計算を進めて行く。89セルのモデル計算は計算機のメモリ制限から行うことができない。よって 10 種類程度の $2a$ に対して、 $3\pi/4$ モードが現れる少数マルチセルモデル、もしくは、周期境界モデルを作成し、

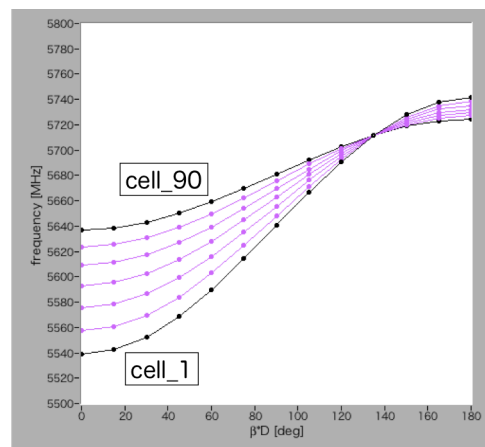


図 5.1-2 2a の異なるセルの分散曲線

分散曲線を計算して $3\pi/4$ モードの周波数が 5712MHz になるように空洞形状を調整する。周波数調整の後、軸上電場分布を計算し、フーリエ変換にて加速基本波成分を求めてシャントインピーダンスを計算する（図 2.4-5、付録 8.2）。また、モデルの蓄積エネルギーと表面ロスパワーから(2.5.1-2)式を用いて Q を計算する。分散曲線の微分から群速度が計算できるので、減衰係数も求めることができる。

エネルギー変換効率を考えると 0.4 程度が良いが、加速電圧（獲得エネルギー）は低くなってしまふ。 τ が大きい程、加速電圧は大きくなるが、フィリングタイムが長くなって運転効率が悪くなる（図 3.4-1）。また、群速度が小さくなるので

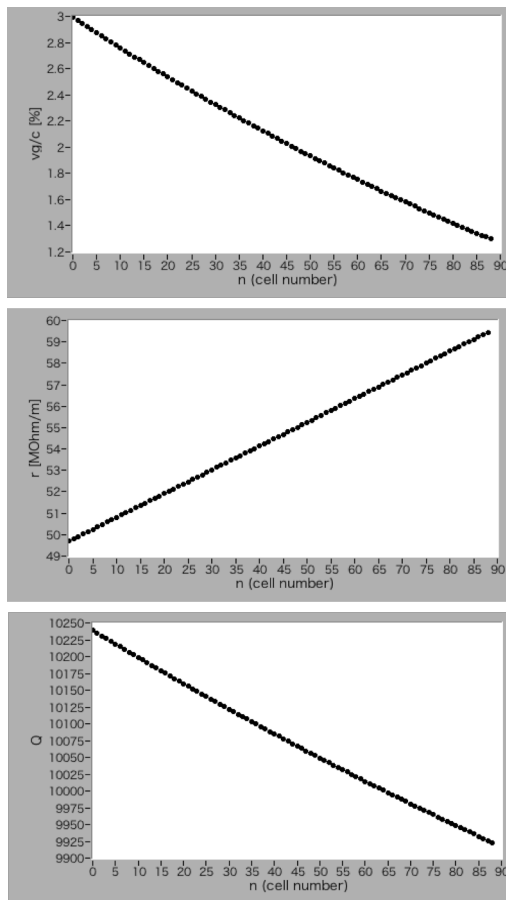


図 5.1-3 各セルの高周波特性

加工誤差などの周波数エラーによって位相誤差も大きくなる。

$$\frac{d\theta}{df} = \frac{1}{v_g} \frac{\theta}{f} \quad (5.1.1-1)$$

よって理論上可能な最大電圧の 90%で、高周波源の運転パルス時間を考慮してフィリングタイムが 0.3μs となる $\tau=0.53$ を選択している。

チョークモード加速管は CG 方式を採用している。アイリス径 2a を 42μm ずつ線形に縮小して、群速度を小さくする。3章での計算式を元に、フィリングタイムが設計値 0.3 μs、要求される加速電場 35MV/m (70MW 入力時) 以上になるように 2a サイズを決める。セル番号 1、15、30、45、60、75、90 (仮想セル) の分散曲線の計算結果を図 5.1-2 に、2a の関数として高周波シミュレータ

ーで計算し、セル番号と対応付けた群速度、シャントインピーダンス、 Q を図 5.1-3 に示す。群速度は 2a に比例せず、シャントインピーダンス、 Q も、2a と共に変化するので正確な CG とならない。このような場合が quasi-CG 型である。実機の 2a 配列で計算したセル加速電圧の分布を図 5.1-4 に示す。加速管中央部で高く、両端部で少し低い。ただし、その差は 4%程度である。正確な CG 型となるように 2a を整えることもできるが、この quasi-CG 型の電場分布で十分であり、製造コストや管理を考慮すると 2a の微調整を行うことに大きなメリットはない。

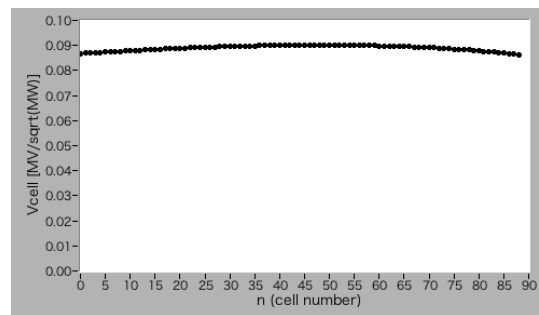


図 5.1-4 セル加速電圧分布

5.1.2. 加速管本体の製作

シミュレーション設計での計算誤差は運転に求められる精度には達していない。そのため、2a サイズの異なる数種類の CI 型モデル管を製作し、実測と追加工にて各部の寸法と高周波特性を測定する。

モデル管、及び、実機加速管はクラス 1 無酸素銅をセル形状に加工し、ろう付けによる接合にて組み立てを行った。チョーク構造のため、ディスクとシリンダーを一体として図 2.3-2 のように銅板に空洞、チョーク構造、吸収体収納部を加工している。銅材に内部欠陥 (極小空房等) があり、高周波に曝される加工表面に、その欠陥が出ると放電の原因や切削油、表面処理液の残留による真空悪化を及ぼすことがある。そのため、高温高压のアルゴンガス雰囲気中で HIP (Hot Isostatic Press) 処理した材料を使用している。

空洞内面は先端 R0.5 のダイヤモンドカッターを使用した超精密旋盤にて表面粗さ 0.1 μm (Rz) 以下の鏡面加工にて仕上げた。空洞部のディスク、内径部の加工寸法精度は 2 μm 以下で、結合アイリスの R 部は少し精度が落ちて 5 μm 以下である。これらの加工誤差による周波数の変化量は $\pm 100\text{kHz}$ 程度で加速性能に問題となる量ではない。また、チョーク構造部の必要精度は $\pm 30\mu\text{m}$ である。チョーク構造内の電場強度は低いので表面粗さも 3~6 μm 程度で十分である。よって、チョーク構造の製作には特殊加工機は必要なく、通常の旋盤にて加工できる。

空洞はセルの内部にあり、セルを接合して組み立ててしまうと外部からアクセスできない。従って、通常のディスクロード加速管で行われるような、セル外壁を押して変形（空洞表面に窪みを作るのでディンプリングと呼ぶ）させて周波数調整（チューニング）することができない。そのため、2b を 0.2% 小さな値で初期製作し、精密調整加工のみで周波数と移相を必要精度まで追い込んだ。セル周波数の調整手順は以下の通りである。

(1) $\pi/2$ モードと $3\pi/4$ モードの周波数の相関はシミュレーション (図 5.1-2)、及び、モデル CI 管の高周波測定によって知ることができる。空洞単体の周波数は $\pi/2$ モード周波数と一致するため、各空洞の共振周波数が対応する 2a サイズの $\pi/2$ モード周波数となるように 2b の修正加工を行う。

(2) 同じ 2a のセルを 6 台スタックした CI 管の両側に試験専用型カップラーを取り付けて、外部から高周波を供給し、非共振ビーズ法 (以下、ビーズ法) による測定によって、 $3\pi/4$ モードの周波数の測定を行う。周波数がずれているセルがあれば修正加工する。試験専用カップラーにはチューナーを設けてあり、2a 寸法の異なる加速管に対してインピーダンス整合する (カップラーで反射しない) ことができる。

非共振ビーズ法 (反射法) とは導波管などの非共振の高周波伝送路に、波長に比べて十分小さい摂動体 (高周波を小さく乱すもの。ビーズと呼ぶ) を挿入して、その反射波から伝送高周波の振幅と

位相の情報を得る方法である。摂動体位置の伝搬高周波の電磁場とビーズによる反射係数 Γ には次のような関係がある [53]。

$$2P(\Gamma_p - \Gamma_a) = -j\omega(\alpha_e \varepsilon E^2 - \alpha_m \mu H^2) \quad (5.1.2-1)$$

P は入力高周波の電力、 Γ_p はビーズを入れた時の反射係数、 Γ_a はビーズを入れる前の反射係数、 α_e 、 α_m はビーズ形状に依存する係数である。

シミュレーションで得られた反射波の振幅と位相をポラー表示したのが図 5.1-5(a) である。ビーズを 1 セル分、移動させると反射波の位相差は、 $-135^\circ \times 2 = -270^\circ$ となるので、加速管内でビーズを移動させていくと 4 つの花弁 (petal) を繰り返す軌跡を描いていく。花弁の方向がずれることは空洞の位相、つまり、周波数がずれていることを表す ((5.1.1-1) 式参照)。

糸に固定した直径 3mm の金属球ビーズをカップラーのビームポートから加速管の中心軸に沿って移動させて得られた振幅と位相のデータをポラー表示したのが図 5.1-5(b) である。シミュレーションと同様の 90° 毎の 4 つの花弁軌跡を描き、位相が良く調整されて揃っていることがわかる。花弁が少し変形しているのは、ビーズが有限の大きさを持ち、電磁場を歪ませるためである。ビーズを小さくすれば花弁の変形は小さくなるが SN が悪くなり測定誤差は大きくなる。これら

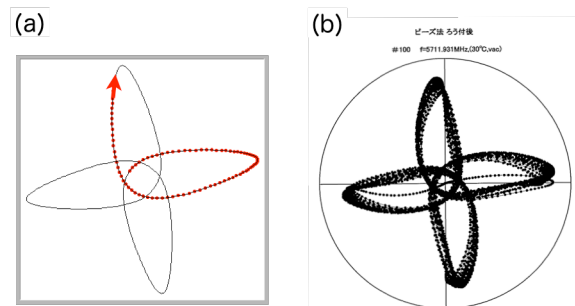


図 5.1-5 ビーズ法のポラー表示
(a) シミュレーション (b) 測定結果

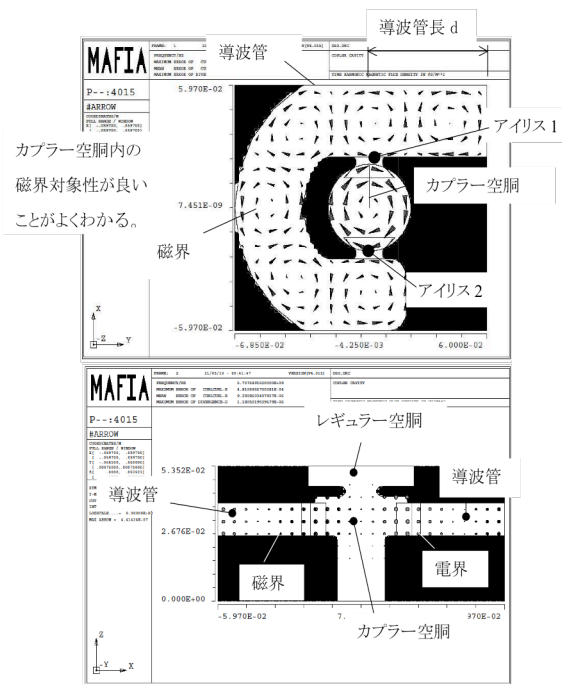


図 5.1-6 カプラーの MAFIA 設計モデル [49]

の測定と調整加工により、セル単体周波数、 $3\pi/4$ モード周波数、いずれも誤差 $\pm 150\text{kHz}$ 以内で揃えることができる。

チョーク構造の周波数測定には特別な治具を製作して行った。加速セルを金属板でショートすると共に、金属板の中央部に設けたアンテナからセル内へ高周波を流し込む。そしてチョーク構造に漏れ込む高周波を2つのピックアップアンテナにて測定した。その結果、各加速管のチョーク構造の平均周波数は $5706\sim 5715\text{MHz}$ の間にあり、必要な帯域内 $5712\pm 11\text{MHz}$ (Q 値2%の劣化目安)に収めている。

5.1.3. カプラー

カプラーのアイリス幅やカプラー空洞径などの形状サイズは MAFIA を用いて求めた [49]。チョークモード加速管はカプラー空洞と加速空洞の形状が大きく異なるため、(3.2.3-13)式による Q_{ex} は使えない。そこで MAFIA 計算結果から描いた同調曲線を求め、その曲線の変曲点から求めた。計算モデルの例を図 5.1-6 に示す。導波管の終端までの距離 d を変えて共振周波数を求め、 d

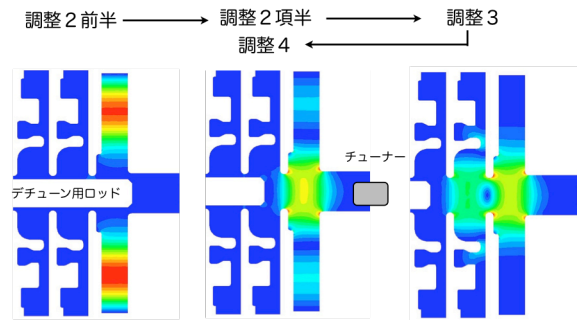


図 5.1-7 カプラーの調整

と共振時の管内波長 λ_g との関係図を描いていく。これが同調曲線である。同調曲線の傾きが最大となるところが、カプラー空洞の共振周波数で、その傾きから Q_{ex} を求めることができる。計算モデルのアイリス幅を変えて同調曲線を求め、カプラー空洞の共振周波数と Q_{ex} のアイリス幅依存性を計算した。その結果、目標となる Q_{ex} は上流側で55、下流側で139である。この値になる時のアイリス幅とカプラー空洞の径を設計値とした。

カプラーも加速空洞と同様、実測と修正加工を繰り返して調整した。VSWR が目標値 1.05 (反射パワー 0.06%未満に相当)以下となるように調整を行っていった。カプラーの調整にはカプラー空洞の移相と導波管との結合度が独立に調整できる Kyle 法 [48] が用いられることが多い。しかし、前述のようにカプラーセルと加速セルの構造が大きく異なっているため、この方法では必要精度で調整することができない。そこで、文献[49]で述べられている手法を用いて調整を行った。ノーダルシフト法を応用したもので、以下にその手順を示す。

1. 周波数調整が終了しているセルを数個スタックしたものに未調整カプラーを取り付ける。
2. カプラー空洞に金属ロッドを挿入してカプラー空洞を仮想ショート状態でデチューン (離調) して反射波の位相を測定し、基準位相とする (図 5.1-7)。その後、隣接空洞 (第2セルの空洞) をデチューンし、反射波を測定する。基準位相との位相差が 180° になる周波数がカプラー空洞の共振周波数を示す。

3. 第3セルの空洞をデチューンし、5712MHzで反射波位相差が180° (-135° × 2 (往復) × 2セル差) になるように、カプラー空洞ヘチューナーを挿入して空洞共振周波数を調整する (カプラー空洞の必要周波数が確定)。
4. 手順3でカプラー空洞の周波数を調整した後、カプラー空洞をデチューンして基準位相の取り直しを行う。次に第2セル空洞をデチューンし、5712MHzでの反射波の位相差が-270° (-135° × 2 (往復)) になるようにアイリス幅を調整加工する。調整後、反射波が180° となっている周波数がカプラー空洞の周波数である。
5. チューナーを抜き、手順3で測定した周波数となるように空洞径を修正加工していく。

この手法により、製作した加速管128本の入出力カプラーのVSWRは入力側で平均1.036、出力側で平均1.029になり、十分な特性を持つように調整できた。

5.1.4. ろう付け接合

加速管の接合は、ろう付けで行った。加速セルとカプラーのチューニングを行った後、セルのスタック面に設けた溝に銀ろうワイヤーを設置し、真空炉にて加熱し、接合を行った。

ろう付けを行う際、真空炉内で本体が高温に曝されるので材質強度が落ちる (焼鈍効果) と共に接合時の変形も生じる。そこで、ろう付けによるセル変形量を確認するため、2a、2b径の異なる4種類の6セル管モデルを用いて共振周波数を5712±0.1MHzに調整後、実機の製作時と同じ荷重を与えて、ろう付け前後の周波数変化を測定した。その結果、周波数が約300kHz上昇することがわかった。この結果をふまえて、ろう付け前加工による基準共振周波数は5711.7MHzとしてある。

5.1.5. 低電力RF試験

接合後にビーズ法で測定した高周波特性を図5.1-8に示す。入力カプラーから各セルまでの移相誤差の積み重ねである累積移相誤差の最小値

は5712MHz±0.2MHzの間にあり、その値は±5°以下である。この移相誤差はビーズ法による加速管中央位置での電場位相から求めている。クレスト位相で加速する場合、この誤差によるエネルギーゲインの減少は0.4%以下、SACLAでの加速には十分な高周波性能となっている。電圧分布も計算値 (図5.1-4) をほぼ再現している。

加速管は内部を真空引きし、本体温度が一定になるように温調運転する。チョークモード加速管の運転温度は30°Cである。測定時は通常大気環境で行うので、測定周波数を運転条件へ補正換算することが必要である。

線膨張率 α の金属において周波数は加速管のサイズに反比例するので、測定時の温度 T_0 から ΔT 温度変化した時の周波数は

$$\frac{f(T_0 + \Delta T)}{f(T_0)} = \frac{l(T_0)}{l(T_0) \cdot (1 + \alpha \cdot \Delta T)} \quad (5.1.5-1)$$

$$f(T_0 + \Delta T) = \frac{f(T_0)}{1 + \alpha \cdot \Delta T} \approx f(T_0) \cdot (1 - \alpha \cdot \Delta T) \quad (5.1.5-2)$$

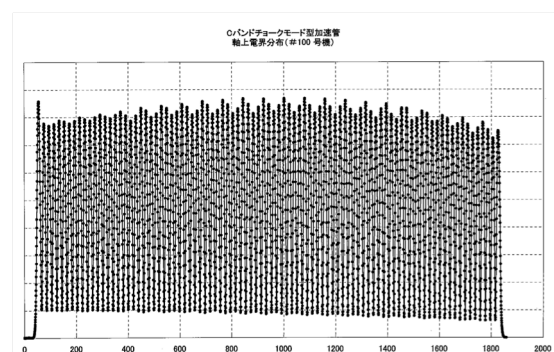
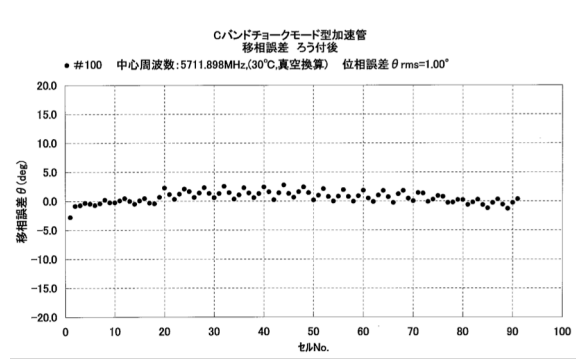


図 5.1-8 累積移相誤差(上)と電場分布(下)

となる。銅製の 5712MHz 加速管の場合、線膨張率は 20℃の時 $1.65 \times 10^{-5} [1/K]$ （「理科年表」より）であるから本体温度が一樣に 1℃上昇すると、周波数は約 94kHz 下がる。

湿度によって大気の誘電率が変化するため周波数も変化する。比誘電率 ϵ と大気圧との間には次のような実験式がある。

$$\epsilon_{air} = 1 + 0.0002074 \cdot \frac{P_d}{T_A + 273} + \left(0.00019198 + \frac{0.99992}{T_A + 273} \right) \frac{P_w}{T_A + 273} \quad (5.1.5-3)$$

ここで、 T_A は大気温度 [°C]、 P_d は乾燥大気の方圧 [mmHg]、 P_w は蒸気の方圧 [mmHg] を表す。真空での換算周波数は

$$f_{vac} = f_{air} \sqrt{\epsilon_{air}} \quad (5.1.5-4)$$

となる。通常、湿度の管理として乾燥窒素を加速管に充満、フローさせながら測定する ($P_w = 0$)。温度 20℃の乾燥窒素フローでの測定結果と比較する場合、真空にすると約 1.5MHz 周波数が上昇する。測定やチューニング時には、これらの影響を見込んでおく必要がある。

群速度は実際にパルスを加速管に入れて、その遅れ時間を測定する。また、加速管から出てくるパルス高の変化から減衰定数を実測することができる。群速度が測定できれば、(3.4.2-7)式より加速管の Q を算出できる。

5.2. RF デフレクターの設計・製作

5.2.1. 加速セルの製作

セルの各寸法は電磁場シミュレーター (MAFIA 及び HFSS) と試作により決定した。シミュレーション結果を元に 7 個のセルをスタックした定在波管モデル (5 加速セル+両端 2 ハーフセル、図 5.2-1) を製作して、2b 寸法、高周波特性、接合前後の周波数変化等の確認を行った。デフレクタ

ーは CI 管なので製作モデルは 1 種類である。そのデータを元に実機のセル寸法を決定した。ハーフセルとは加速セルの半分型で、0.5 セルとも表記する。

加速セルの材質はチョークモード加速管と同様、HIP 処理を施したクラス 1 無酸素銅である。製作した加速セルはディスクとシリンダーを一体としたカップ構造となっている (図 5.2-2)。これはレーストラック型アイリスの向きを揃えるため、アイリスの直線部分と平行となる基準面をシリンダー外周部に設けている。また、冷却水用の穴を 8ヶ所、チューニングする為の穴を軸対称に上下 1ヶ所ずつ計 2ヶ所に設けた。RF デフレクターはチョーク構造を設けないので、チューニング穴から金属棒にて空洞面を押し込み、ディンプリングにて周波数調整を行った。ディスク平坦部と空洞内面は超精密旋盤にてチョークモード加速管と同様の鏡面仕上げ ($Rz 0.1$) としている。アイリスはレーストラック型であるために、旋盤加工が適用できない。そこでエンドミルを用いたフライス加工にてレーストラック孔とアイリス R 部を形成した後、電解研磨で仕上げた (表面粗さ: $RMS 0.5 \mu m$ 以下)。

セルスタックを行う前に隣り合う 2セル毎に端板法 (図 5.2-3) で測定対象セル以外をデチューンしてセル周波数を調整加工で揃え、セル毎のバラツキを抑えた。その後、セルスタックを行い、 $5\pi/6$ モード共振周波数が 5711MHz となるように 2b を調整加工した。周波数を 1MHz 低くした

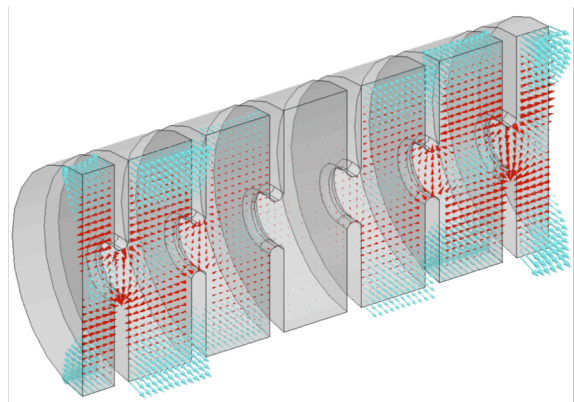


図 5.2-1 定在波モデル管の電磁場分布

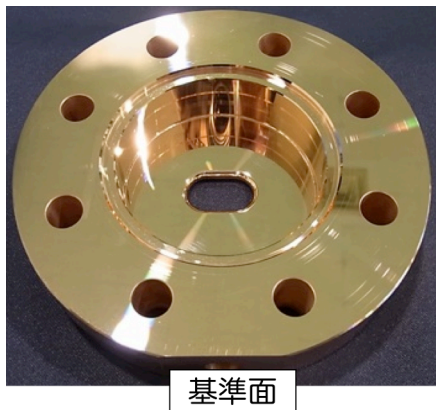


図 5.2-2 加工された加速セル

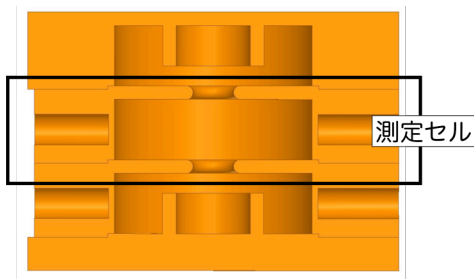


図 5.2-3 端板法によるセル周波数

のは、ディンプリングで周波数を上げる調整を行うためである。

5.2.2. 冷却

RFデフレクターはCI型なのでセルによって消費電力の差が大きく、高周波出口側セルは入力側セルの約 1/3 である。チョークモード加速管のようなカウンターフローでは、大電力運転での本体温度勾配を小さくすることができない。そこで冷却水は、すべて高周波入力側から出力側に向けて流すようにした。流量は 20 リットル毎分である。こうすることで消費電力の高いセルには供給水温で冷却し、電力の低いセル側で加速管本体からの熱吸収で 0.6°C 温度上昇した水で冷却することになる。

定格運転条件で ANSYS[56]による熱構造解析の結果、全セルでの周波数差はカウンターフローに比べて 1/10 程度となり、±10kHz 以下である。

図 5.2-4 に解析結果を示す。また、最大入力時に水温を 1.15°C 下げることによって本体の熱膨張を抑え、 $5\pi/6$ モードの周波数が 5712MHz に維持できることも解析結果から得られた。

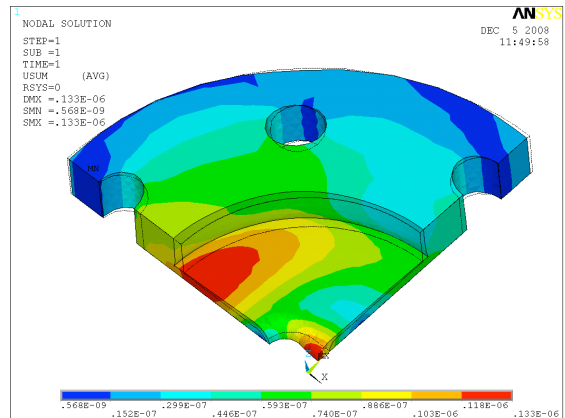
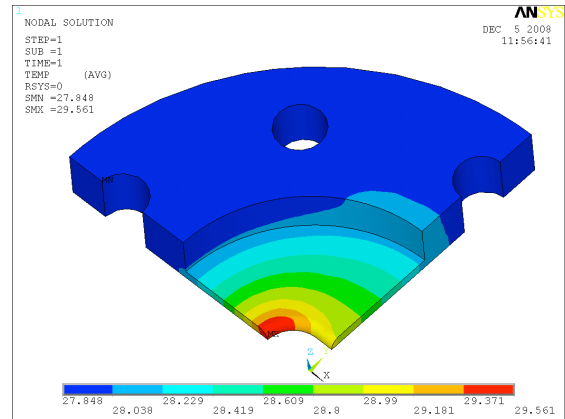


図 5.2-4 熱構造解析結果例

電力入力側セルで冷却水温度調整状態

(上) 温度 (下) 変形量

5.2.3. カプラー

導波管とカプラーアイリスとの間にあるステップ、アイリス寸法、空洞径は HFSS によるモデル計算と試作により決定した。

ステップの高さと長さはシミュレーションにて VSWR が 1.05 以下となる寸法を算出した。カプラーアイリス幅はシミュレーションで得られた値でモデルカプラーを製作し、低電力高周波測定にて検証した。ノーダルシフト法による手順は以下の通りである。ただし、金属ロッドでは空洞をデチューンできない（電場と磁場でデチューン

位置が異なる) ので、ハーフセルの開口部に金属板を取り付けたものをショートとして用いた。調整手順は以下の通りである。

1. 加速セルとハーフセルを必要数積み重ね、モデルカプラーを取り付ける。
2. 加速セルスタックを 2.5 セルにした時と 5.5 セルに変えた時の反射波の位相差が 180° ($150^\circ \times 2$ (往復) $\times 3$ セル差) となるようにカプラーセルのビーム穴からチューナーを挿入してカプラー周波数を調整する。
3. 加速セル部を 1.5 セル、2.5 セル、3.5 セルと変えていった時の反射波位相差が、それぞれ 300° となるようにアイリス幅を調整加工することで最適寸法を決定した。

アイリス幅の調整後、モデルカプラー 2 台を両端に含む 9 セルの後進波管測定にて、上流、下流の VSWR が 1.1 (反射パワー、約 0.2%) 未満であり、ビーズ法での累積移相誤差 ± 5.0 度以下であることを確認した。

5.2.4. ろう付け接合

セルの接合は 3 工程に分けて真空ろう付けで行った。手順は以下の通りである。

1. 加速セル 77 個の一体化 (加速管中央部)
2. カプラー 2 組の組立
3. 加速管中央部と両端カプラーとの接合

レーストラック型アイリスの加工誤差による周波数の影響が大きく、セルの組合せを変えるとセル周波数が変わってしまう。そのため、加速管中央部を先に接合してチューニングを施し、ほぼ完成した後に加速管中央部とカプラーセルを組み合わせてカプラー空洞の 2b 寸法調整を行う必要があった。そのため、上記のろう付け手順を採用した。

加速管中央部のチューニング時、カプラーは仮組み状態でチューナーを用いて上下流の VSWR が 1.1 以下となるように調整しておく。加速管中央部のチューニング後に、再度チューナーで調整し、この時のカプラー周波数を目標値としてカプラー空洞の 2b 調整加工を行う。この時点では共振周波数 5711.9MHz 程度までチューニングして

おき、全体ろう付け完了後に 5712MHz となるように最終的な周波数調整を行った。

5.2.5. チューニング

チューニングは、ビーズ測定結果から計算した散乱ベクトルを用いる手法[54]で行った。最初にノーダルシフト法を試みたが、金属ロッドによる HEM11 モードのデチューンが困難であったため、このチューニング手法を用いた。

RF デフレクターではディスクのアイリス部に電場が集中するので、このアイリス部の高周波位相データを用いてチューニングを行う。n 番目のディスク部の高周波振幅を A_n 、位相を ϕ_n 、加速波成分を $a_n \cdot e^{j\psi_n}$ 、反射波成分を $b_n \cdot e^{j\varphi_n}$ とすると

$$A_n \cdot e^{j\theta_n} = a_n \cdot e^{j\psi_n} + b_n \cdot e^{j\varphi_n} \quad (5.2.5-1)$$

である。また、セルで生じている散乱波は反射波の上流からの入力と下流への出力との差から算出でき、

$$S_n \cdot e^{j\theta_n} = b_n \cdot e^{j\varphi_n} - b_{n+1} \cdot e^{j(\varphi_{n+1} + 5\pi/6)} \quad (5.2.5-2)$$

と表される。ネットワークアナライザーで測定する反射波係数 (S パラメータ) において、チューニング前の値を S_{11}^0 、周波数の合ったセル反射のない状態 (チューニング目標) を S_{11} とする。散乱波がセルから高周波投入口へ戻るまでの減衰等を考慮すると n 番目セルによる反射量 U_n は次のようになる。

$$U_n \equiv |S_{11} - S_{11}^0| = \text{Re}(S_n \cdot e^{j(\theta_n + \pi/2)}) \cdot K_n \quad (5.2.5-3)$$

K_n はカプラーをデチューンした時の S_{11} (S_{11}^*) より得られる係数で次式のようにになる。

$$K_n = \sqrt{|S_{11}^*| / a_n} \cdot (A_n / a_3)^2 \quad (5.2.5-4)$$

ビーズ法で全てのセルに対して A_n を測定し、その値から各アイリス部の a_n 、 b_n を算出する。その b_n を用いて(5.2.4-2)式より S_n を計算し、(5.2.5-3)式

よりチューニング目標となる S_{11} を得ることが出来る。

目標値算出後、ビーズを RF デフレクターから取り出し、ネットワークアナライザーにて S パラメータを測定しながら、この反射係数の差が得られるようにセルをディンプリングしてチューニングする (図 5.2-5)。ビーズ測定には直径 3mm の金属ビーズを用いて 0.4mm ピッチで計測した。指標として、各セルの反射成分 b_n が a_n の 2% 以下となるように小さく抑え、加速管全体周波数を運転周波数になるように調整した。調整精度は位相で約 0.3° である。

5.2.6. 低電力 RF 試験

製作完了後に行った低電力 RF 試験の測定結果を図 5.2-6 に示す。ビーズ法による測定結果は、加速管が $5\pi/6$ (150°) であるから、花卉は $150^\circ \times 2 = 300^\circ$ 毎に描かれる。よって図のように軌跡の花卉数は 6 となる。累積移相誤差は 2° 以下で、その周波数は 5712.00MHz となり良好にチューニングができています。 Q の測定値は計算値の約 80% であった。これはディンプリングによる低下が主な原因 (約 12%) である。また、フィリングタイムは 269ns で計算どおりであった。VSWR は上下流とも 1.1 以下に調整できた。

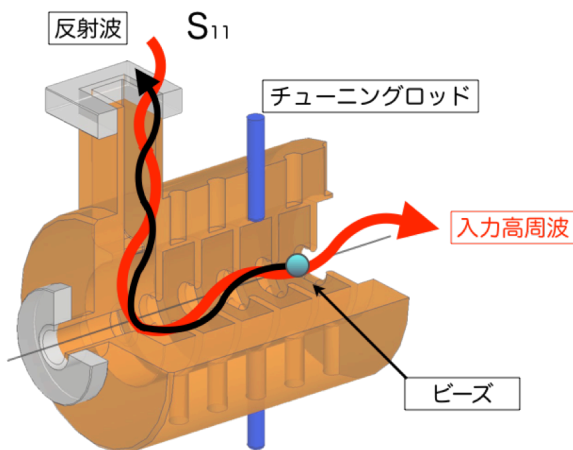


図 5.2-5 ビーズ法によるチューニング

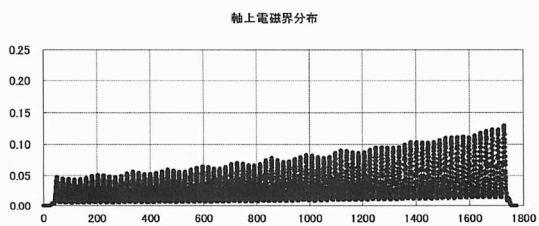
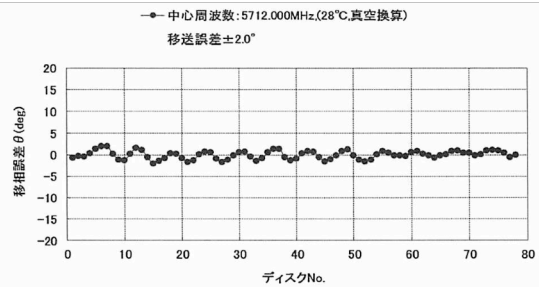
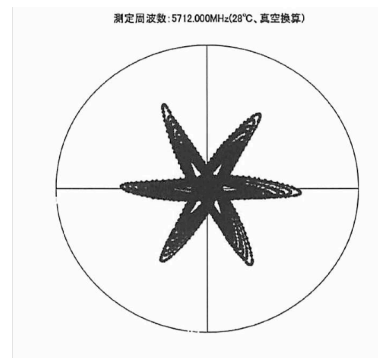


図 5.2-6 RF デフレクターの高周波特性

6. 大電力試験と運転

6.1. チョークモード加速管

加速管と高周波機器、及び、真空装置をコンクリート製シールドルームに収納できるテストスタンドと呼ばれる試験室にて、プロトタイプ管と量産加速管 3 本に対して大電力高周波運転試験とコンディショニング効果の確認試験を行った。高電場による放電頻度や電子ビームを加速する際に不純成分となる加速管内表面から放出される暗電流の量と分布を測定した。

図 6.1-1 にテストスタンドに設置した加速管の写真を示す。実機と同じ機器構成で大電力の生成・伝送システムを組み立てている。加速管で発生する放射線防護用コンクリートシールドの厚さは側壁で 1m、天井で 0.5m である。特に放射線

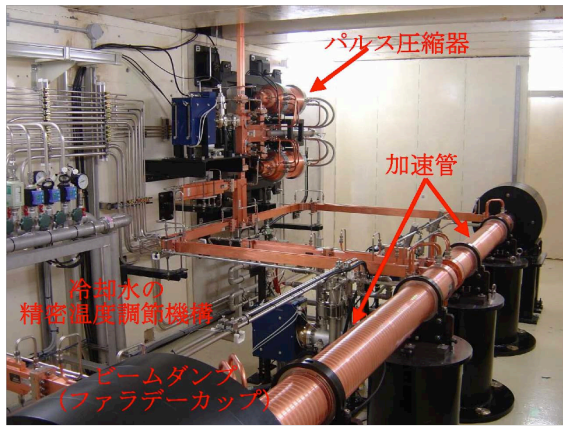


図 6.1-1 テストスタンドシールド内写真 [25]

量が高くなると予想される加速管の軸方向には局所的に鉛ブロック (5cm 厚×2 列) を積み重ねた移動式の架台を複数用意した。

6.1.1. 加速管の真空

5 台のイオンポンプを大電力高周波の投入時にガス放出源となる主要機器の近くに接続して真空排気している。クライストロン出力部は 50 リッター毎分の排気速度を持つポンプ、それ以外は 100 リッター毎分のポンプを使用している。排気チャンバーにはコールドカソードゲージ(CCG)真空計を設置して真空値の監視を行う。

6.1.2. 加速管の冷却

加速管本体温度 1°C 当たりの加速位相変化量は N をセル数とすると次のようになる。

$$N \frac{d\theta}{dT} = N \frac{d\theta}{df} \frac{df}{dT} = \frac{N}{v_g} \frac{\theta}{c} \frac{df}{dT} \approx 10 [^\circ / ^\circ\text{C}] \quad (6.1.2-1)$$

位相変化を 1° 以下に抑えるためには、加速管温度変化を ±0.1°C 以下に抑えなければならない。一方、加速管を定格出力で 60pps の繰り返しで運転する場合、2.16kW の発熱となる。

$$P_{loss} = P_0 \eta_{WG} (1 - e^{-2\tau}) T_p f_p / N \quad (6.1.2-2)$$

クライストロン出力 $P_0 = 50\text{MW}$ 、導波管でのパワー損失率 $\eta_{WG} = 0.88$ 、 $T_p = 2.5\mu\text{s}$ 、 $f_p = 60\text{pps}$ 、 $N = 2$ 台である。

20 リッター毎分の純水を加速管本体内に設けた 8 水路に分けてカウンターフローで流し、冷却を行った。最大出力時、加速管内壁での高周波損失により冷却水温度が約 1.5°C 上昇する。しかし、カウンターフローによって水温の影響が均等可されるので、加速管方向の温度勾配を小さく抑えることができる。

加速管本体 3 カ所に白金のシース型測温抵抗体を取り付けて温度計測を行った。加速管中央の測定温度と設定温度 $30 \pm 0.1^\circ\text{C}$ との偏差を求め、冷却水ヒーターにフィードバックをかけて本体温度が一定となるように冷却水温度を自動調整した。ヒーター制御による冷却水温の安定性は ±0.03°C である。

6.1.3. 暗電流の測定

暗電流の測定のため、加速管の上下流にファラデーカップとしてブランクフランジと鉄製ビームダンプ (直径 55 cm、長さ 32 cm) を周囲より絶縁させて、電荷をピコアンメーターで測定した。加速管下流にはコアモニターを設置して時間分布を測定した。暗電流のプロファイル測定のため、加速管の下流にデマルケストのスクリーンモニターを設置してカメラで観測した。

6.1.4. 大電力試験とコンディショニング

高周波の投入は 0.1μs の狭い高周波パルス幅から始めて、定格の 2.5μs まで広げて行く。これは最初から大電力を投入して大きな放電によって加速管を痛めてしまうことを防ぐためである。

パルス幅を固定し、シーケンサーによる自動コンディショニングシステムを用いて、加速管、導波管、クライストロンなどの真空度を監視しながらモジュレータの充電電圧を徐々に上げて高周波出力を増やして行く。真空のインターロック閾値は $1 \times 10^{-5}\text{Pa}$ に設定して、放電による真空悪化時にはモジュレータ出力を停止させて真空の回復を待つ。真空が良くなれば運転を再開、この過

程を繰り返して加速管を大電力運転に慣らして行く。これをコンディショニング（または、プロセッシング、エージング）と言う。定格運転よりも高い、クライストロン最大出力 50MW、パルス幅 2.5 μ s、繰り返し 60pps (40MV/m 相当) の投入が可能になるまでに約 200 時間を要した。通常、コンディショニングは定格運転を超える電力まで行って加速管の大電力耐性を上げておく方が定格での運転も安定になる。また、高い加速電圧が必要になった際にも短時間で対応できる。

図 6.1-2 に運転のパルス波形を示す。加速管を出て、ダミーロードへ流れる高周波パワーは入力 の 34%、減衰定数 τ は 0.53 であるから大電力運転においても設計どおりの高周波特性であった。測定したパルス遅延は 300ns でこれも設計値どおりであった。この 2 つの測定から、大電力運転においても加速管の Q の低下は、ほとんど生じていないことがわかる。また、加速管入力高周波と排出高周波の位相差もモニターしており、加速管内部で移相変動をもたらす損傷や放電が生じていないことも確認した。

SLED を通して各加速管に 53MW の電力を供給すると、軸上加速電場は 32 MV/m、表面最大電場は 89MV/m となる。この高電場によって生じる加速管の銅表面から放出される暗電流の測定結果を表 6.1-1 に示す。コンディショニングの進行と共に暗電流は減少していく。電場と暗電流の関係は Fowler-Nordheim (F-N) の放出理論により次式に従い、表面の微細な凸凹状態に依存する倍

増係数 β は F-N プロットの傾きから求められる。

$$\frac{d[\log_{10}(I/E_s^{2.5})]}{d(1/E_s)} = -\frac{2.84 \times 10^9 \phi^{1.5}}{\beta} \quad (6.1.4-1)$$

ϕ は銅の仕事関数で 4.5eV とした。エージング時に求めた β も同表に示す。コンディショニングによって β が減少していることから、表面の凸凹が改善されていることがわかる。

表 6.1-1 暗電流測定結果 [23]

運転時間 [hr]	パルス幅 [ns]	加速電圧 32MV 時の下流側暗電流 [pC/pulse]	β
31	700	59	143
160	700	94	79
	1400	177	72
235	700	89	77
	1400	151	73

図 6.1-3 にスクリーンモニターによる暗電流のプロファイルを示す。広がりには FWHM で約 9mm、加速管下流のアイリス径は直径 14mm であることから大きく広がらず、加速管から流れ出すことがわかった。ビーム中心軸付近の強度が減っているのは、暗電流の生成場所が加速管表面であるので軸に対して角度を持つためと考えられる。

加速電場 40MV/m にて約 470 時間のコンディショニングにより暗電流は 57pC/pulse から

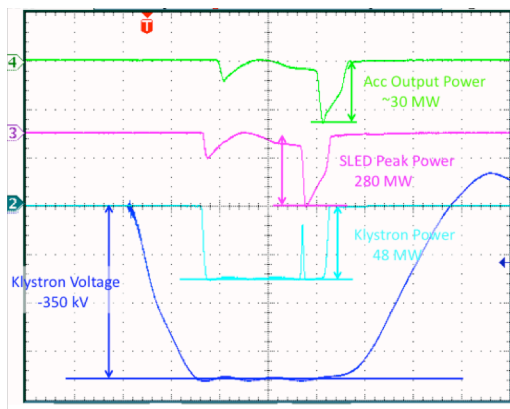


図 6.1-2 高周波運転パルス波形 [30]

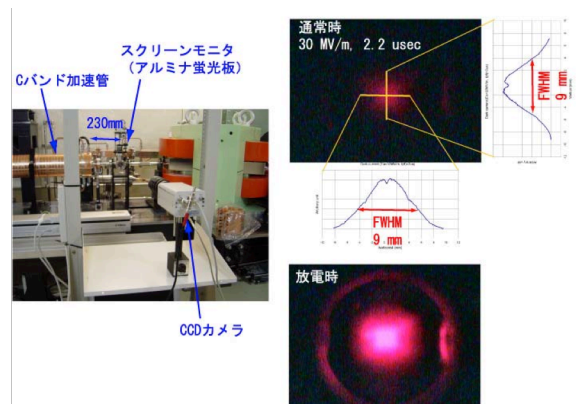


図 6.1-3 暗電流のプロファイル [23]

35pC/pulse まで減少した (図 6.1-4)。SACLA 運転時のバンチ電荷量は 100~300pC/pulse であり、これと比較すると暗電流は無視できず、ビームエネルギーが 3GeV、8GeV となる位置にシケインを設けて暗電流を取り除き、下流の光源アンジュレーターに流れるのを防いでいる。

加速管内の放電による真空悪化は、コンディショニング初期に 10 回/日 (39 MV/m 運転) 程度の頻度であったが、200 時間のコンディショニングによって半分程度まで減少した。500 時間のコンディショニング後、規定運転の 35MV/m では停止頻度が 1 回/日未満となり、十分な安定度で運転が可能となった。

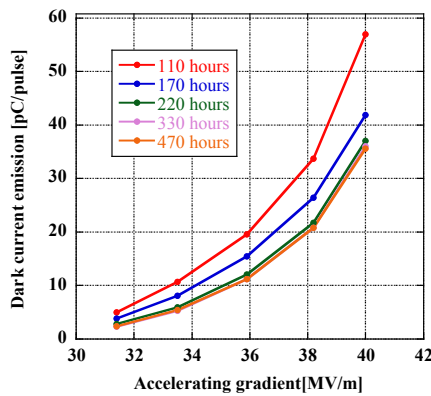


図 6.1-4 暗電流の加速電場依存性 [30]

6.1.5. 8GeV 加速運転

SACLA の加速器収納トンネルに量産された 128 本の加速管を設置後、2010 年 10 月からコンディショニングを開始した。8GeV の運転には 36 MV/m 以上が必要であるため、37~38 MV/m の設定でコンディショニングを行った。10 pps での運転 (節電要請による) 330 時間、60 pps での運転 220 時間、計 550 時間のコンディショニングによって、8GeV のビーム加速運転に成功した。加速管の真空悪化による停止頻度はコンディショニング初期の 1/10、運転停止頻度 0.5 回/時間まで減少した。

6.2. RF デフレクター

RF デフレクターの大電力コンディショニングは C バンド主加速器の大電力試験を行ったテストスタンドを使用した。実機用機器を持ち込んでレイアウトし、運用時とほぼ同じ条件を再現して試験を行った。デフレクター本体温度は精密温調システムにて 28°C で一定になるようにヒーターで冷却水温度を調整した。

6.2.1. 大電力試験

RF デフレクターの大電力コンディショニングの到達目標は、運転繰返し 60pps、高周波パルス幅 1.0 μs、加速管最大入力各 22MW (クライストロン最大出力時) とした。

コンディショニングの開始時はパルス幅をチョークモード加速管と同様に 0.1μs とし、クライストロン出力パワーを徐々に 50MW まで上げていった。到達後は目標の 1.0μs まで徐々にパルス幅を広げ、約 40 時間後に目標パルス幅、最大出力での連続運転が達成された。インターロック停止頻度は放電による真空悪化が 9 割を占め、その内の半分が 2 本のデフレクターの接続部であった。2 台のデフレクターでそれぞれ起こる放電の影響を受けるため、頻度が高くなると考えられる。図 6.2-1 はクライストロン出力 45 MW、RF パルス幅 1μs の条件で方向性結合器から計測した RF 波形を示す。この測定から、RF 耐電力、フィリングタイムが十分に要求値を満たしていることがわかる。

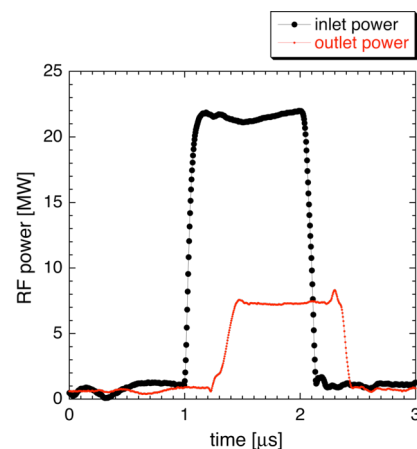


図 6.2-1 大電力運転時のパルス波形

6.2.2. 時間構造解析性能

テストスタンドでの大電力コンディショニング終了後、RF デフレクターは SACLA 加速器収納部へ移設され、2010 年 12 月末にシステム全体の組立が完了した。2011 年 1 月より機器立ち上げを行い、時間構造診断の運用を開始した。 $V_T = 60\text{MV}$ での時間構造解析では、射影長 1mm あたりの換算バンチ時間は約 50fs で設計通りの性能を発揮した。現在、SACLA ビーム調整時には運転繰返し 10pps、RF パルス幅 1.0 μs 、クライストロン出力 45MW で運用されている。

RF デフレクターの真空度は運転時間の増加と共に徐々に下がり、 $1 \times 10^{-7} \text{ Pa}$ 以下まで低下した。半年間で運転時間は 2800 時間に達し、1 日当りの停止頻度は 0.8 回まで低下した。本体の温度安

参考文献

- [1] 理化学研究所, “SCSS X-FEL Conceptual Design Report”, 2005.
- [2] P. M. Lapostolle and A. L. Septier (ed), “Linear Accelerators”, North-Holland Publishing Co., 1970.
- [3] R. E. COLLIN, “Foundations for Microwave Engineering”, McGraw-Hill, Inc. 1992.
- [4] E. L. Ginzton, “Microwave Measurement”, McGraw-Hill, Inc. 1957.
- [5] 中島将光「マイクロ波工学」森北出版 1975.
- [6] 藤沢和男「改版マイクロ波回路」コロナ社 1972.
- [7] OHO テキスト、特に OHO’84、OHO’90、OHO’95、OHO’02.
- [8] T. Shintake, “ANALYSIS OF THE TRANSIENT RESPONSE IN PERIODIC STRUCTURES BASED ON A COUPLED-RESONATOR MODEL”.
- [9] T. Shintake, Jpn. J. Appl. Phys. 31, (1992), p.1567.
- [10] T. Shintake, PAC93, Washington, D. C., (1993) p.1048.
- [11] H. Matsumoto et al., EPAC96, Sitges (1996), p.489.
- [12] C. Suzuki et al., PAC97, Vancouver (1997), p.536.

定性を考慮して、必要時に即時測定ができるように RF デフレクターも常に大電力高周波運転を行っている。そのため、時間構造計測のオン/オフの切り替えは運転タイミングを 10 μs ずらすことで対応している。

7. 終わりに

X 線自由電子レーザー SACLA で使用されている C バンド加速管の特徴と設計、製作を通して高周波加速管について解説を行いました。読者の方々にとって、高周波加速管、高周波技術、加速器への興味と理解の一助となれば幸いに思います。最後に伝統ある OHO での講義と講義録執筆の機会を与えていただいた理化学研究所、大竹雄次博士と関係者の皆様に心より感謝いたします。

- [13] H. Matsumoto, et al., LINAC98, Chicago (1998), p.261.
- [14] N. Akasaka et al., LINAC98, Chicago (1998), p.588.
- [15] T. Shintake et al., PAC99, New York (1999), p.3411
- [16] T. Inagaki et al., PAC07, New Mexico (2007), p.2766.
- [17] K. Shirasawa et al., PAC07, New Mexico (2007), p.2095.
- [18] T. Sakurai et al., PAC09, Vancouver (2009), p.1072.
- [19] T. Hasegawa et al., IPAC10, Kyoto (2010), p.1488.
- [20] 三浦禎雄 他 第 28 回リニアック技術研究会 プロシーディングス (2003) WP-31.
- [21] T. Inagaki et al., 第 1 回加速器学会年会プロシーディングス (2004) p.281.
- [22] S. Takahashi et al., 第 1 回加速器学会年会プロシーディングス (2004) p.329.
- [23] T. Inagaki et al., 第 2 回加速器学会年会プロシーディングス (2005) p.343.
- [24] T. Inagaki et al., 第 4 回加速器学会年会プロシーディングス (2007) p.269.
- [25] T. Inagaki et al., 第 5 回加速器学会年会プロシーディングス (2007) p.548.
- [26] S. Miura et al., 第 5 回加速器学会年会プロシーディングス (2007) p.571.

- [27] S. Miura et al., 第6回加速器学会年会プロシーディングス (2008) p.1024.
- [28] T. Sakurai et al., 第6回加速器学会年会プロシーディングス (2008) p.882.
- [29] S. Miura et al., 第7回加速器学会年会プロシーディングス (2010) p.798.
- [30] T. Sakurai et al., 第7回加速器学会年会プロシーディングス (2010) p.836.
- [31] K. Shirasawa et al., 第8回加速器学会年会プロシーディングス (2011) p.45.
- [32] T. Sakurai et al., 第8回加速器学会年会プロシーディングス (2010) p.836.
- [33] T. Hashirano et al., 第4回加速器学会年会プロシーディングス (2007) p.466
- [34] O. H. Altenmueller et al., SLAC-PUB-17 (1963)
- [35] G. A. Loew and O. H. Altenmueller, SLAC-PUB-135 (1965)
- [36] H. Hahn, Rev. Sci. Instr. 34 (1963) p.1094.
- [37] M. Bell and H. Hereward, CERN Rpt. 65-37 (1965).
- [38] P. Bernard et al., CERN Rpt. 68-30 (1968).
- [39] R. Akre and et al., PAC01, Chicago (2001) p.2353.
- [40] R. Akre et al., EPAC02, Paris (2002), p.1882.
- [41] H. Ego et al., IPAC11, San Sebastian (2011), p.1221.
- [42] H. Ego et al., 第8回加速器学会年会プロシーディングス (2011) p.36.
- [43] T. Sakurai et al., 第8回加速器学会年会プロシーディングス (2011) p.1233.
- [44] T. Hashirano et al., 第8回加速器学会年会プロシーディングス (2011) p.1319.
- [45] 五十嵐康仁「高電界加速のためのリニアック加速管に関する研究」KEK Report 2003-9 (2004) .
- [46] H. Matsumoto, LINAC96, Geneva (1996) p.626.
- [47] K. Togawa et al., 第8回加速器学会年会プロシーディングス (2011) p.960.
- [48] E. Westbrook, SLAC-TN-63-103 (1963).
- [49] 三浦禎雄「進行波加速管の精密インピーダンス調整方法」(学位論文) 2006.
- [50] E. Feenberg, J. App. Phys, 17 (1946), p.530.
- [51] E. Jaynes, Proc. of IRE 42 (1954), p.1508.
- [52] L. C. Maier and J. C. Slater, J. Appl. Phys, 23 (1952), p.68.
- [53] C. W. Steele, Trans. Microwave Theory Tech. 14(2), p.70 (1966).
- [54] T. Khabiboulline et al., Internal Report DESY M-95-02 (1995).
- [55] K. Watanabe et al., CLC X-BAND TECHNICAL NOTE, GLCX-012 (2005).
- [56] <http://ansys.jp>
- [57] <http://www.cst.com>, <http://aetjapan.com/>
- [58] http://laacg.lanl.gov/laacg/services/download_sf.p.html
- [59] K. L. F. Bane and R. L. Gluckstern, SLAC-PUB-5783, 1992
- [60] K. A. Thompson et al., SLAC-PUB-6032, 1993
- [61] W. H. Panofsky and W. A. Wenzel, Rev. Sci. Instr. November (1956), p.967.
- [62] M. J. Browman, PAC93, Wahington D. C., (1993) p.800.

8. 付録

8.1. ウェイク

8.1.1. ウェイク場

完全導体円筒管の中心を進む高エネルギーの相対論的電子バンチビームは進行方向にローレンツ収縮しており、パイプ面に鏡像電荷を誘起する。この鏡像電荷は電子ビームと同じ速度、同じ方向に進むので、ビームは鏡像電荷と電磁場を形成し、安定に運動する。しかし、加速管のように内壁に凹凸がある場合、鏡像電荷の進行方向は管面に沿って曲げられる。この時、鏡像電荷は制動放射を起し、この放射された電磁波がセル内で散乱され、構造体に応じた電磁場分布を形成する。この電荷によって誘起された電磁場のことをウェイク場 (wake fields) と呼ぶ。ビームが、このウェイク場から力を受けて振幅が増大する振動を起し、ビームの運動が不安定になることがある。これをビーム不安定性 (beam instability) と呼ぶ。

バンチの先頭部によるウェイク場がバンチの後部に影響を与える場合を「短距離ウェイク場」と呼ぶ。加速管の基本構造は軸対称であるが、ビームが軸からずれて通過する時に生じる非軸対称のウェイク場によって横方向にキックを受ける。ビーム軸からのずれを r とすると、 $a^{-3.5}r$ に比例するキック力となる。よってアイリス径 a をできるだけ大きくし (シャントインピーダンスへの影響が大きくない範囲)、加速管のアライメントを良くすれば、この短距離ウェイク場のビームへの影響を小さくすることができる。

マルチバンチビーム運転においてウェイク場が高い Q を持つ (長時間に渡って持続する) HOM となってセルに残留すると後続バンチ群が、そのウェイク場によって力を受ける。影響がこのように長距離に及ぶ場合、「長距離ウェイク場」と呼ぶ。更に後続のバンチが同期するようにウェイク場を積み重ねて励起して行くとビームへの悪影響が深刻になり、パルス内のビーム列の後半部が失われるパルス短縮現象やビーム全体の損失を招く。これを “beam break up”、または、“beam

blow up” 略して BBU と呼ぶ。この長距離ウェイク場を抑えて安定にビームを加速するには、後続バンチが通過するまでにウェイク場を減衰させるか、マルチバンチによるウェイク場が積み重ならないようにすればよい。前者の方針を取ったものが SACLA のチョークモード加速管であり、後者の方針をとったものとして離調型加速管がある [59, 60]。SACLA 入射部の S バンド加速管は離調型を採用しているが、このテキストでは詳細は述べない。面白いアイデアの加速管であるので上記文献を参照していただきたい。

8.1.2. ウェイク関数

加速管を点電荷 q (ウェイク場を生成する先行粒子) が s 方向に光速で通過したとする (図 8.1)。これより距離 z だけ遅れて電荷 e (ウェイク場を受けるテスト粒子) が s 方向に光速でこの構造部分を通るときに受ける力を考える。ここでは図のような円筒座標系で粒子の運動を記述する。加速管の中で先行粒子によって誘起された電場、及び、磁場を $\mathbf{E}(r_0, \theta_0, r, \theta, s, t)$ 、 $\mathbf{B}(r_0, \theta_0, r, \theta, s, t)$ とするとテスト粒子が受け取る力は

$$\text{(縦方向)} \quad F_s = eE_s \quad (8.1.2-1)$$

$$\text{(横方向)} \quad \mathbf{F}_T = e(\mathbf{E}_T + c\mathbf{e}_s \times \mathbf{B}) \quad (8.1.2-2)$$

である。ここで E_s は電場の s 方向 (縦方向、進行方向) 成分、 \mathbf{e}_s は s 方向の単位ベクトル、 \mathbf{E}_T は電

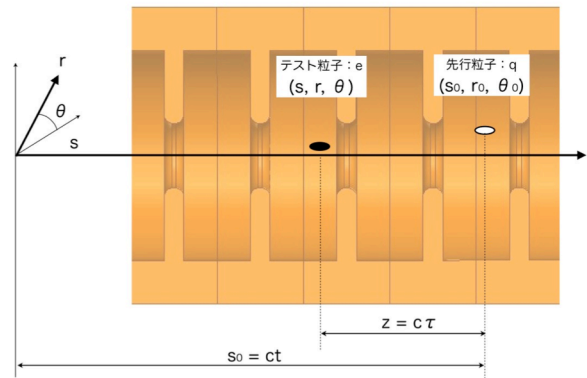


図 8.1 ウェイク計算用の円筒座標系

場の横方向成分を表す。テスト粒子は縦方向の力によってエネルギーが変化する。このエネルギー変化量を eq で割ったものを縦方向ウェイク関数 (Longitudinal wake function) と定義する。先行粒子とテスト粒子との距離を z ($\equiv c\tau$: τ はテスト粒子の時間の遅れを表す) で表すとウェイク関数は次式で表される。

$$W_s(r_0, \theta_0, r, \theta, z) = -\frac{1}{eq} \int ds F_s(r_0, \theta_0, r, \theta, t = \frac{s+z}{c}) \quad (8.1.2-3)$$

(r_0, θ_0) は先行粒子の横方向位置、 (r, θ) はテスト粒子の横方向位置を表す。先行粒子が点電荷ではなく線密度を持つとき、エネルギー変化量を eq で割ったものがウェイクポテンシャル (Wake potential) である。これはウェイク関数の重ね合わせになる。

$$V_s(r_0, \theta_0, r, \theta, z) = -\frac{1}{eq} \int ds' W_s(r_0, \theta_0, r, \theta, z-s') \lambda(s') \quad (8.1.2-4)$$

横方向ウェイク関数 (Transverse wakefunction) も同様に

$$W_T(r_0, \theta_0, r, \theta, z) = \frac{1}{eD} \int ds F_T(r_0, \theta_0, r, \theta, t = \frac{s+z}{c}) \quad (8.1.2-5)$$

と定義できる。ただし、 D は先行粒子のダイポールモーメントで

$$D = qr_0 \quad (8.1.2-6)$$

である。

8.1.3. ウェイク関数の性質

加速管のように軸対称構造の場合、ウェイク場を対称軸に関する回転モーメントで展開する。先行粒子の電荷密度を

$$\rho_e = \frac{q}{r_0} \delta(s-ct) \delta(r-r_0) \delta(\theta) \quad (8.1.3-1)$$

とする。ただし、ここでは $\theta_0 = 0$ とした。これをフーリエ級数で展開すると

$$\rho_e = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{q}{\pi r_0 (1 + \delta_{m0})} \delta(s-ct) \delta(r-r_0) \cos m\theta \quad (8.1.3-2)$$

と表される。ただし、

$$\delta_{m0} = \begin{cases} 1 & (m=0) \\ 0 & (m \neq 0) \end{cases} \quad (8.1.3-3)$$

である。この電荷密度を用いて図 8.1 の円筒座標系で Maxwell 方程式を解くことにより

$$\frac{1}{q} \int ds F_s(r_0, \theta_0, r, \theta, t = \frac{s+z}{c}) = -\sum_{m=0}^{\infty} er_0^m W_{s,m}(z) r^m \cos m\theta \quad (8.1.3-4)$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{q} \int ds F_T(r_0, \theta_0, r, \theta, t = \frac{s+z}{c}) \\ = \sum_{m=1}^{\infty} er_0^m W_{T,m}(z) m r^{m-1} (\mathbf{e}_r \cos m\theta - \mathbf{e}_\theta \sin m\theta) \end{aligned} \quad (8.1.3-5)$$

が得られる。 \mathbf{e}_r 、 \mathbf{e}_θ はそれぞれ r 方向、 θ 方向の単位ベクトルを表す。 $W_{s,m}(z)$ と $W_{T,m}$ をそれぞれ m 次の縦方向ウェイク関数、横方向ウェイク関数と呼ぶ。これらは加速管の形状に依存する。通常、最も低い次数項 (縦方向は $m=0$ のモノポール、横方向は $m=1$ のダイポール) が支配的に寄与する。よって、通常の加速管では縦方向ウェイク関数は 0 次成分、横方向ウェイク関数は 1 次成分を取り扱い、 $W_s \equiv W_{s,0}$ 、 $W_T \equiv W_{T,0}$ と表す。

先行粒子は光速で移動するのでウェイク場はそれを追いついて前に出られない。よって

$$W_s(z < 0) = 0 \quad (8.1.3-6)$$

$$W_T(z < 0) = 0 \quad (8.1.3-7)$$

となる。

8.1.4. インピーダンス

一般にインピーダンスは周波数の関数で電気回路では電圧を電流で割ったものをインピーダンスと定義する。ここでも同様にインピーダンスを定義する。

ウェイク場を周波数領域で見てみよう。最初に縦方向について考える。加速管の中をある密度分布を持った電荷が光速で通過しているとする。この時の電流は電荷の線密度に光速をかけたものに等しいので $I(\tau)$ ($\tau = t - \frac{s}{c}$) とする。このとき、加速管内の電圧を

$$V(\tau) = \int ds E_s(t = \frac{s}{c} + \tau) \quad (8.1.4-1)$$

とする。そして電流と電圧の角振動数 ω の成分

$$\tilde{I}(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} d\tau I(\tau) e^{j\omega\tau} \quad (8.1.4-2)$$

$$\tilde{V}(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} d\tau V(\tau) e^{j\omega\tau} \quad (8.1.4-3)$$

を用いてインピーダンスを

$$Z_s(\omega) \equiv -\frac{\tilde{V}(\omega)}{\tilde{I}(\omega)} \quad (8.1.4-4)$$

と定義する。

$$V(\tau) = -\int d\tau' W_s[c(\tau - \tau')] I(\tau') \quad (8.1.4-5)$$

であるから

$$\begin{aligned} \tilde{V}(\omega) &= -\int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\tau}{2\pi} \int d\tau' W_s[c(\tau - \tau')] I(\tau') e^{j\omega\tau} \\ &= -\int_{-\infty}^{\infty} d\tau'' W_s(c\tau'') e^{j\omega\tau''} \times \tilde{I}(\omega) \end{aligned} \quad (8.1.4-6)$$

従って

$$Z_s(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} d\tau W_s(c\tau) e^{j\omega\tau} \quad (8.1.4-7)$$

となってインピーダンスはウェイク関数のフーリエ変換になっている。次にダイポールモード $D(\tau)$ を持った電荷が通過するとき、横方向電圧 $V(\tau)$ を

$$\mathbf{V}_T(\tau) = \int ds \left[\mathbf{E}_T(t = \frac{s}{c} + \tau) + c \mathbf{e}_s \times \mathbf{B}(t = \frac{s}{c} + \tau) \right] \quad (8.1.4-8)$$

と定義する。 $\mathbf{V}_T(\tau)$ 、 $D(\tau)$ の周波数 ω の成分を $\tilde{V}_T(\omega)$ 、 $\tilde{D}(\omega)$ としてダイポールモードのインピーダンスを

$$Z_T(\omega) \equiv \frac{1}{j} \frac{\tilde{V}_T(\omega)}{\tilde{D}(\omega)} \quad (8.1.4-9)$$

で定義する。

$$\mathbf{V}_T(\tau) = \int d\tau' \mathbf{W}_T[c(\tau - \tau')] D(\tau') \quad (8.1.4-10)$$

より

$$\begin{aligned} \tilde{V}_T(\omega) &= \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\tau}{2\pi} \int d\tau' W_T[c(\tau - \tau')] D(\tau') e^{j\omega\tau} \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} d\tau'' W_T(c\tau'') e^{j\omega\tau''} \times \tilde{D}(\omega) \end{aligned} \quad (8.1.4-11)$$

となる。従って

$$Z_T(\omega) = \frac{1}{j} \int_{-\infty}^{\infty} d\tau W_s(c\tau) e^{j\omega\tau} \quad (8.1.4-12)$$

となるのでダイポールモードもインピーダンスはウェイク関数のフーリエ変換である。ウェイク関数は実数であるから

$$Z_s(-\omega) = Z_s^*(\omega) \quad (8.1.4-13)$$

$$Z_T(-\omega) = -Z_T^*(\omega) \quad (8.1.4-14)$$

という関係が成り立つ。 Z^* は Z の複素共役を表す。このようにウェイク場はインピーダンスで表記され、加速管の HOM インピーダンスと周波数領域で重なると強く HOM が励起される。

8.1.5. ビームブレイクアップ

ビーム電流の増加に伴い、ある閾値を超えるとパルス後半部が消失し始める。消失量はビーム電流の増加によって顕著となり、やがてはビーム電流の大半を失うようになる。このビームの消失現象がビームブレイクアップ (BBU) である。SLAC の S バンド加速管を例にとると、数フィート長の加速管でマイクロ秒オーダーのパルス長を持つビームを加速する際、BBU は 500mA 程度のビーム電流で現れる。複数台の加速管を用いる場合、加速管のいたるところで発生し、BBU の電流閾値は約 10mA 程である[2]。

BBU には regenerative 型、cumulative 型と呼ばれているものがあり、共に HEM11 モードとの作用によって生じる。両 BBU ともバンチの横方向変位からノイズ的に立ち上がってくるが、詳細メカニズムは異なる。

regenerative 型は 1 台の加速管内で生じる。電子と同じ進行方向に位相速度をもって伝搬する HEM11 モードがノイズ的に生じているとする。位相速度がバンチの速度と異なるため、やがて進行方向のある所で位相が 180° 反転することになる。バンチは HEM11 モードの偏向面方向に振られており、やがて同期位相からずれて横方向にオフセットされたバンチは減速電場を受けることになる (図 4.2-2)。この減速によってバンチがセルに落としたエネルギーは HEM11 モードが、通常、後進波であることから加速管上流へ向かう。そのため、後続のバンチが HEM11 モードから受ける横方向への揺動力は大きくなる。これが繰り返して行われるため、パルス後方になるほどバンチの振動は大きくなっていく。そしてバンチによる HEM11 生成エネルギーが加速管内の損失エネルギーを上回るビーム電流になると、この振動は指数関数的に増加して行き、やがてビーム損失を引き起こす。

cumulative 型は複数の加速管によるものである。先行バンチが生成した HEM11 モードの横方向電磁場によって後続バンチが振られ、また、この振られてバンチが更に HEM11 モードのエネルギーを増加させる。横方向にずれが大きくなった

バンチは加速管下流のセルで HEM11 モードを強く励起する。これを繰り返すことによって、バンチを振る力は増大し、やがてバンチは加速管アイリス部に衝突して失われていく。この効果はコヒーレントに蓄積的に行われる。

8.2. シャントインピーダンス

H_a 、 E_a を空洞内で正規化した磁場、電場の強度を表すとする。

$$\iiint_V H_a^2 dV = \iiint_V E_a^2 dV = 1$$

共鳴状態にある電場と磁場を、それぞれ、 $\mathbf{E} = e_a \mathbf{E}_a$ 、 $\mathbf{H} = h_a \mathbf{H}_a$ で表すとする。空洞内の電磁場のエネルギーを W とすると

$$W = \frac{1}{2} \iiint_V \epsilon |\mathbf{E}|^2 dV = \frac{1}{2} \epsilon e_a^2 \quad (8.2-1)$$

$$W = \frac{1}{2} \iiint_V \mu |\mathbf{H}|^2 dV = \frac{1}{2} \mu h_a^2 \quad (8.2-2)$$

が成り立つ。(8.2-1)、(8.2-2)式より

$$e_a = e^{jkz} \sqrt{\frac{2W}{\epsilon}} \quad (8.2-3)$$

$$h_a = e^{jkz} \sqrt{\frac{2W}{\mu}} \quad (8.2-4)$$

と表せる。

8.2.1. longitudinal shunt impedance

ビームが通過する空洞ギャップの軌道上電圧 (空洞ギャップ電圧) V_c は次式で与えられる。

$$V_c = \int_0^L E_z dz = \int_0^L e_a E_{a,z} dz = \sqrt{\frac{2W}{\epsilon}} \int_0^L E_{a,z} e^{jkz} dz \quad (8.2.1-1)$$

一方、シャントインピーダンス r_0 は

$$r_0 = \frac{(V_c/L)^2}{P/L} \quad (8.2.1-2)$$

で与えられる。(8.2.1-2)式に(8.2.1-1)式を代入すると

$$r_0 = \frac{2W}{\epsilon PL} \left| \int_0^L E_{a,z} e^{jkz} dz \right|^2 \quad (8.2.1-3)$$

となる。ここで

$$Q = \omega \frac{W}{P} \quad (8.2.1-4)$$

を用いると

$$r_0 = \frac{2Q}{\epsilon \omega L} \left| \int_0^L E_{a,z} e^{jkz} dz \right|^2 \quad (8.2.1-5)$$

となる。電波インピーダンス ζ を用いると次のようになる。

$$\frac{r_0}{Q} = \frac{2\zeta}{kL} \left| \int_0^L E_{a,z} e^{jkz} dz \right|^2 \quad (8.2.1-6)$$

8.2.2. transverse shunt impedance

Panofsky-Wenzel の定理[61]より次式が成り立つ。

$$\mathbf{p}_\perp = \frac{e}{v} \int_0^L [\mathbf{E}_\perp + (\mathbf{v} \times \mathbf{B})_\perp] dz = -j \frac{e}{\omega} \int_0^L \nabla_\perp E_z dz \quad (8.2.2-1)$$

粒子の速度は、ほぼ光速 ($v \approx c$) とする。両辺に j をかけると次式になる。

$$\int_0^L j [\mathbf{E}_\perp + (\mathbf{v} \times \mathbf{B})_\perp] dz = \frac{c}{\omega} \int_0^L \nabla_\perp E_z dz \quad (8.2.2-2)$$

ここでは偏向面が y 方向であるとする (x 方向に関して以下同様)。 E_z を 1 次項で近似すると

$$E_z(y) \approx E_z(0) + y \cdot \frac{\partial E_z}{\partial y} \Big|_{y=0}$$

$$\frac{\partial E_z}{\partial y} \Big|_{y=0} = \frac{E_z(y) - E_z(0)}{y}$$

となるので、(8.2.2-2)式の右辺は

$$\begin{aligned} \frac{c}{\omega} \int_0^L (\nabla_\perp E_z)_y dz &= \frac{c}{\omega} \int_0^L \frac{E_z(y) - E_z(0)}{y} dz \\ &= \frac{c}{\omega} \frac{V_z(y) - V_z(0)}{y} \end{aligned} \quad (8.2.2-3)$$

となる。一方、左辺は次のようになる。

$$j \int_0^L (E_y + jcB_x) dz = \int_0^L (jE_y - \zeta H_x) dz = V_y \quad (8.2.2-4)$$

ただし、磁場の符号はモードに依る。よって

$$V_y = \frac{c}{\omega} \frac{V_z(y) - V_z(0)}{y} \quad (8.2.2-5)$$

と書ける。横方向シャントインピーダンスを次式で定義する。

$$r_y \equiv \frac{|V_y/L|^2}{2P/L} \quad (8.2.2-6)$$

一方、

$$V_y = \int_0^L (jE_y - \zeta H_x) dz = \sqrt{\frac{2W}{\epsilon}} \int_0^L (jE_{a,y} - H_{a,x}) e^{jkz} dz \quad (8.2.2-7)$$

と表せるので

$$V_{a,y} = \int_0^L (jE_{a,y} - H_{a,x}) e^{jkz} dz \quad (8.2.2-8)$$

とおくと

$$|V_y|^2 = \frac{2W}{\epsilon} |V_{a,y}|^2 \quad (8.2.2-9)$$

と表せる。(8.2.2-9)式を(8.2.2-6)式に代入すると

$$r_y = \frac{W}{\epsilon PL} |V_{a,y}|^2 = Q \frac{|V_{a,y}|^2}{\epsilon \omega L} = Q \frac{\zeta}{kL} |V_{a,y}|^2 \quad (8.2.2-10)$$

よって

$$\frac{r_y}{Q} = \frac{\zeta}{kL} |V_{a,y}|^2 \quad (8.2.2-11)$$

である。

8.2.3. シヤントインピーダンス測定

空洞共振器内部へ小さな金属片（ビーズ）などを挿入すると共振状態が摂動を受ける。摂動を受けている時の電場、磁場を \mathbf{E} 、 \mathbf{H} とする。ビーズによる摂動を受けていない電磁場に対して

$$\text{rot}\mathbf{E}_a = k_a \mathbf{H}_a \quad (8.2.3-1)$$

$$\text{rot}\mathbf{H}_a = k_a \mathbf{E}_a \quad (8.2.3-2)$$

が成り立つ。空洞内壁面を S_0 、摂動体を入れて変化した空洞体積を V' 、摂動体の表面を S_1 、体積を dV とすると境界条件は次のようになる。

$$\mathbf{n} \times \mathbf{E} = 0 \quad \mathbf{n} \cdot \mathbf{H} = 0 \quad (\text{on } S_0, S_1) \quad (8.2.3-3)$$

$$\mathbf{n} \times \mathbf{E}_a = 0 \quad \mathbf{n} \cdot \mathbf{H}_a = 0 \quad (\text{on } S_0) \quad (8.2.3-4)$$

$$\mathbf{n} \times \mathbf{E}_a \neq 0 \quad \mathbf{n} \cdot \mathbf{H}_a \neq 0 \quad (\text{on } S_1) \quad (8.2.3-5)$$

摂動が小さい場合、共振モードは変化しないので空洞内の電磁場を次のように表す。

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_a \iint\limits_{V'} \mathbf{E} \cdot \mathbf{E}_a dV \quad (8.2.3-6)$$

$$\mathbf{H} = \mathbf{H}_a \iint\limits_{V'} \mathbf{H} \cdot \mathbf{H}_a dV \quad (8.2.3-7)$$

境界条件を考慮すると

$$\text{rot}\mathbf{E} = \mathbf{H}_a k_a \iint\limits_{V'} \mathbf{E} \cdot \mathbf{E}_a dV \quad (8.2.3-8)$$

$$\text{rot}\mathbf{H} = \mathbf{E}_a \left(k_a \iint\limits_{V'} \mathbf{H} \cdot \mathbf{H}_a dV - \iint\limits_{S_1} (\mathbf{n} \times \mathbf{H}) \cdot \mathbf{E}_a dS \right) \quad (8.2.3-9)$$

Maxwell 方程式に代入して整理すると

$$\begin{aligned} \left(k_a^2 + \varepsilon\mu \frac{d^2}{dt^2} \right) \iiint\limits_{V'} \mathbf{H} \cdot \mathbf{H}_a dV &= k_a \iint\limits_{S_1} (\mathbf{n} \times \mathbf{H}) \cdot \mathbf{E}_a dS \\ &= k_a \iint\limits_{V'} \mathbf{H} \cdot \mathbf{H}_a dV \iint\limits_{S_1} (\mathbf{n} \times \mathbf{H}_a) \cdot \mathbf{E}_a dS \\ &= -k_a \iint\limits_{V'} \mathbf{H} \cdot \mathbf{H}_a dV \iint\limits_{S_1} \mathbf{n} \cdot (\mathbf{E}_a \times \mathbf{H}_a) dS \end{aligned} \quad (8.2.3-10)$$

時間因数 $e^{j\omega t}$ で変化するので

$$-\varepsilon\mu\omega^2 + k_a^2 = -k_a \iint\limits_{S_1} \mathbf{n} \cdot (\mathbf{E}_a \times \mathbf{H}_a) dS \quad (8.2.3-11)$$

となる。また

$$\begin{aligned} \text{div}(\mathbf{E}_a \times \mathbf{H}_a) &= \mathbf{H}_a \cdot \text{rot}\mathbf{E}_a - \mathbf{E}_a \cdot \text{rot}\mathbf{H}_a \\ &= k_a (H_a^2 - E_a^2) \end{aligned} \quad (8.2.3-12)$$

面積分を体積積分に書き換えると次式が得られる。

$$\iint\limits_{S_1} \mathbf{n} \cdot (\mathbf{E}_a \times \mathbf{H}_a) dS = k_a \iiint\limits_{dV} (H_a^2 - E_a^2) dV \quad (8.2.3-13)$$

(8.2.3-11)式に代入して

$$\omega^2 = \omega_a^2 \left\{ 1 + \iiint\limits_{dV} (H_a^2 - E_a^2) dV \right\} \quad (8.2.3-14)$$

となる。よって摂動体を入れて生じる周波数シフトから摂動体位置の電磁場の強さが測定できる。半径 a の金属球を入れた場合、(8.2.3-14) 式の右辺の積分を行うと次のようになる [52]。

$$\omega^2 = \omega_a^2 \left\{ 1 + 4\pi a^3 \left(\frac{H_a^2}{2} - E_a^2 \right) \right\} \quad (8.2.3-15)$$

半径 a 、比誘電率 ϵ_r の誘電体球を使用した場合は電場のみ摂動を与えるので次のようになる。

$$\omega^2 = \omega_a^2 \left(1 - 4\pi a^3 \frac{\epsilon_r - 1}{\epsilon_r + 2} E_a^2 \right) \quad (8.2.3-16)$$

TM01 のように軸上に電場しかない場合は $H_a=0$ となるので金属球でも電場分布の測定ができる。ただし、球の大きさによっては磁場を無視することはできない。この測定値と(8.2.1-5)式からシャントインピーダンスが得られる。

RF デフレクターの場合は電場と磁場が軸上に分布するので金属球と誘電体球の測定データを組み合わせるか、摂動対象が、ほぼ E_z となる金属針を軸からオフセットさせて測定し、(8.2.2-5)式を使用して計算する。

8.3. ノーダルシフト

加速管のチューニングでよく用いられるノーダルシフトについて簡単に述べる。詳細は文献[4, 50, 51]を参照のこと。

インピーダンスの異なる2つの高周波線路1、2（特性インピーダンスを Z_1 、 Z_2 、波数を β_1 、 β_2 とする）が図 8.2 のように無損失のカップリングネットワークで接続している場合を考える。2側のある位置で可動板や棒でショートさせる。すると全反射が生じて線路2で定在波が立つ。この時の1側でできる電圧の節を測定する。

各伝送路での高周波は1つのモードで伝搬しているものとする。カップリングネットワークでの不連続性によって高次モードが励起されるが、この高次モード波はカップリングネットワークから離れると直ぐに減衰する。以下はカップリングネットワークから十分離れた位置で測定する場合に成り立つ。

四端子ネットワークでの電圧、電流についてネットワークパラメータ ABCD を用いて次のように表す。

$$V_1 = AV_2 + BI_2 \quad (8.3-1)$$

$$I_1 = CV_2 + DI_2 \quad (8.3-2)$$

考えている系は無損失なので

$$\begin{vmatrix} A & B \\ C & D \end{vmatrix} = AD - BC = 1 \quad (8.3-3)$$

である。入出力インピーダンス Z_{in} 、 Z_{out} は次式のように定義される。

$$Z_{in} = \frac{V_1}{I_1} \quad Z_{out} = \frac{V_2}{I_2} \quad (8.3-4)$$

よって Z_{in} と Z_{out} の間には次の関係がある。

$$Z_{in} = \frac{AZ_{out} + B}{CZ_{out} + D} \quad (8.3-5)$$

ここで2側を Z_2 で整端すると、定在波は1側にのみ生じる（図 8.2a）。1側の電圧最大となる位置を図の1-1で表し、その時のVSWRを r とする。すると次式が成り立つ。

$$rZ_1 = \frac{AZ_2 + B}{CZ_2 + D} \quad (8.3-6)$$

次に2側でショートさせると高周波は全反射されるので、1、2両側に定在波が立ち、電圧の節が生じる（図 8.2b）。位置1-1が定在波電圧の節になるように2側のショートを移動させる。この時の2側のショート位置を2-2とする。この時、入出力インピーダンスは $Z_1=0$ 、 $Z_2=0$ となるので(8.3-6)式より、 $B=0$ でなければならない。よって

$$rZ_1 = \frac{AZ_2}{CZ_2 + D} \quad (8.3-7)$$

rZ_1 と Z_2 は実数であり、無損失ネットワークでは係数 A 、 D は実数、 B 、 C は虚数であるので $C=0$ とならなければならない。よって

$$\frac{rZ_1}{Z_2} = \frac{A}{D} \quad (8.3-8)$$

となる。以上の結果を(8.3-5)式に入れると

$$\frac{Z_{in}}{Z_1} = r \frac{Z_{out}}{Z_2} \quad (8.3-9)$$

となる。この式より2側を整合させるとカップリングネットワークのVSWRを測定できる。

位置 2-2 から距離 x_2 の位置にショートをしずらすと位置 2-2 のインピーダンスは

$$Z_{out} = jZ_2 \tan \beta_2 x_2 \quad (8.3-10)$$

となる。1 側においては位置 1-1 から右に節がずれるので、その位置までの距離を x_1 とすると入力インピーダンスは同様に

$$Z_{in} = jZ_1 \tan \beta_1 x_1 \quad (8.3-11)$$

となる。よって

$$\tan \beta_1 x_1 = r \tan \beta_2 x_2 \quad (8.3-12)$$

が成り立つ。

1 側を導波管、2 側を加速管とした場合、(8.3-12) 式よりセルの空洞周波数が等しければ、加速管に入れたショート棒位置をセル長分ずらしても 1 側（導波管側）の測定点のインピーダンス、従って、移相は変わらない。しかし、空洞の周波数がずれていると β_2 の値が変わるので測定点の移相がずれる。従って、このずれを無くすように空洞をチューニングしていけば加速管の移相を整えることができる。

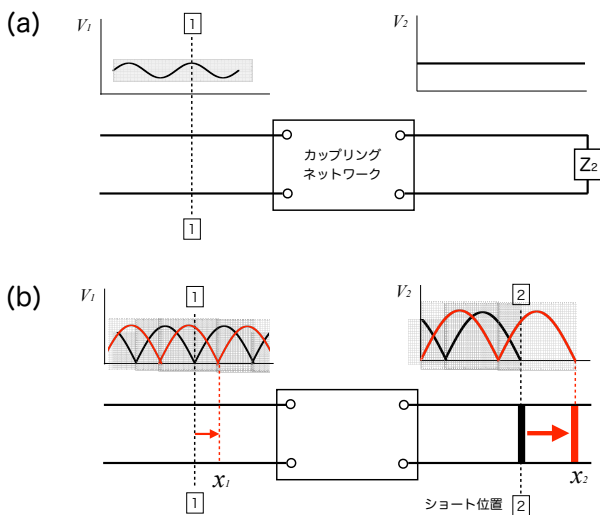


図 8.2 ノーダルシフト