

# 高周波窓などを例としたマイクロ波回路の設計

## 1. 概要

加速器で使用されるマイクロ波の立体回路の要素では、導波管に代表される規格化された汎用品以外に、大電力用高周波窓や高調波 (HOM) 減衰器のような、新たに設計が必要な機器がある。このような素子を新たに開発する際には、求められる仕様を満たす最適な設計を目標とすることになる。ところが、加速器で使用されるマイクロ波素子の開発では、設計手順を決めるための素子の性質がよく理解されていない場合がある。そのような場合には、最適な設計に近づけるために、素子の性質を調べ、設計の手順を決めていく作業から始めなければならない。この講義では、このような設計初期に必要な作業に注目し、高周波窓と HOM 吸収体を例として取り上げる。高周波窓を近似的にモデル化した等価回路とスミス図表を用いて、設計に必要なインピーダンス整合の性質を分析した方法を示す。また、マイクロ波の誘電体導波路として近似的にモデル化して設計に必要な性質を調べた、砲弾形 HOM 吸収体の設計についても簡単に説明する。

## 2. はじめに (高周波窓について)

### 2.1. このテーマについて

1989 年頃、筆者は、KEK 加速器の L-band クライストロン出力窓の開発に関わり、Pillbox 型高周波窓のコールドモデルを測定してインピーダンス整合が成立する寸法を決定する作業を行った。(まだ HFSS[7]のようなシミュレーションコードはなかった頃である。) 初期、選択したセラミックス (直径 190mm、厚さ 7.5mm) では、Pillbox 窓の円筒部の長さを変化させても、整合解を得ることができなかった。その後、厚さ 5mm のセラミックスでは、整合解が存在することがわかった。コールドモデルの形状は、S-band Pillbox 型高周波窓の形状をスケールしたものであったが、このような性質を理解するためには、新

たにインピーダンス整合の条件を分析しなければならなかった。当時、SLAC (Stanford 国立加速器研究所) の X-band クライストロン用 Pillbox 型高周波窓の設計において、高周波窓を分布定数回路で表される伝送線路とみなし、等価回路を用いた設計方法が使用されていたので、L-band 高周波窓のコールドモデルの分析に、この等価回路の方法を採用した。その結果、「セラミックスの厚さを薄くすることでインピーダンス整合の解を得ることができる」ことがわかった。この方法では、必要な等価回路の要素を、ネットワークアナライザを用いた測定により決定し、セラミックスの厚さや、円筒部の長さをパラメータとして、等価回路の入力インピーダンスを計算することにより、インピーダンス整合の条件を求めた。

しかし、このような手法を用いても、無数に存在する可能性のあるインピーダンス整合解全体を見渡すことは困難であった。そこで、筆者は、等価回路の入力アドミタンスの軌跡を、スミス図表上で描き、それらの幾何学的な性質を利用して、インピーダンス整合解の分析、分類を試みた。スミス図表を用いたインピーダンス整合の分析は、高周波回路を扱う際によく用いられる、ごく一般的な方法である。このような簡易な手法での分析ではあったが、様々な有益な情報を得ることができたので、この講義で、一例として紹介したい。なお、この「インピーダンス整合解の分析、分類」については、当時、KEK 加速器の高周波関連グループのセミナーで何度か発表し、改良を経て、現在の内容に至るまでに数年を要している。

### 2.2. 高周波窓

「高周波窓」とは、真空に保たれた加速空洞に、大電力高周波を導入する入力結合器や、高周波源であるクライストロンから高周波電力を取り出す出力回路において、真空と大気 (または、真空) との間を分ける要素部品である。加速器では、L、S、C、X の各周波数帯で、矩形導波管に対応する Pillbox 型高周波窓 (Fig.1) が多く使用されている。また、UHF 帯では、同軸管線路に対応す

る、同軸平板型高周波窓 (Fig.2) の使用例も多い。加速器においては、多くの場合、大電力 (例えば KEKB では、509MHz、1.2MW 連続波など。) に対応していることが求められる。窓部分の材質は、加速器分野では、実績のあるアルミナセラミックスが広く採用されている。

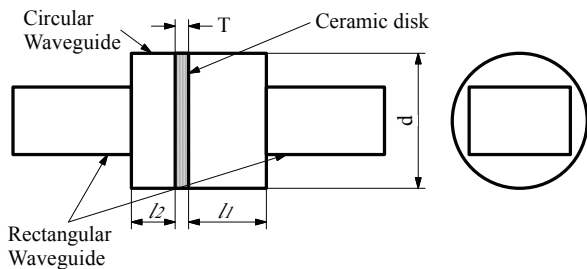


Fig. 1 : Pillbox 型高周波窓の概略図。

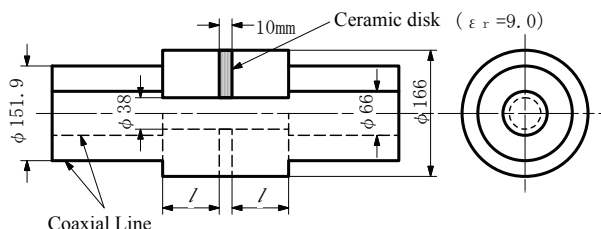


Fig. 2 : 同軸平板型高周波窓の例 (周波数 508.6MHz)。

高周波窓を設計製作する際に注意すべき事柄として、次の (1) ~ (6) があげられる。

(1) 反射率 ( $\Gamma$  の絶対値) が小さいこと (VSWR :  $\sim 1.1$  以下程度)。

高周波窓は、高周波伝送線路とみなすことができ、最大の効率で高周波電力を伝送することは、インピーダンス整合をとることにより達成される。このことに関しては、次章以降で詳しく説明する。

(2) 高電場にならないこと。

アルミナセラミックス内部の電場が大きくなると、平均通過電力が大きい高周波窓では、誘電損失による発熱が問題となる。また、ピーク電力が大きいパルスクライストロン出力窓などのセラミックス表面の電場は、放電の原因となる。セラミックス表面及び内部の電場を小さくできる、進行波型高周波窓のインピーダンス整合解を持

つ構造が、大電力パルスクライストロンの出力窓などで使用されている例がある。

セラミックス付近の電場の大きさと向きは、次に示すマルチパクタ放電に影響を与える。

(3) マルチパクタ放電の抑制。

大電力用高周波窓では、真空側の高周波窓付近から放出された電子が、高周波電磁場によって加速され、二次電子放出係数が 1 より大きいセラミックス表面に衝突し、放出電子数を増加させて持続的に起こる放電現象 (一面性マルチパクタ) を発生させることがある。条件によっては、セラミックスの破壊に至る可能性がある。通常、セラミックス表面の二次電子放出係数を下げてマルチパクタ放電を抑制するために、セラミックスの真空側表面に、1~10 nm 程度の窒化チタンコーティング (TiN coating) を施す。ただし、一般に「TiN コーティング」と記述されている数々の例では、その製法により、純粋な TiN、電気抵抗が大きい (絶縁体) 性質を持った、酸素を含む TiN(O) など様々であり、適用される膜厚も異なる。採用する場合には、注意が必要である [8][9]。

500MHz 帯の大電力クライストロンの出力窓の例では、セラミックス表面付近の電場の向きが、セラミックス表面に対して垂直に近い場合は、電場の向きが平行な場合に比べて、マルチパクタ放電によるセラミックスの発熱が大きい。このことから、一部のクライストロンの出力窓構造が、電場の向きがセラミックス表面に対して垂直に近くなる円筒型の高周波窓から、平行な向きになる同軸平板型高周波窓に変更された [9]。

セラミックス部分では採用されないが、溝構造などの形状を選択することで、マルチパクタ放電を抑制する方法がある。500MHz 帯の加速空洞用入力結合器の真空側同軸管外導体に溝を設けて、同軸管外導体の一面性マルチパクタ放電の抑制に成功した例がある [10]。

また、放出電子の軌跡を追いかけるシミュレーションにより、マルチパクタ放電を評価することも試みられている。

(4) アルミナセラミックスと導波管 (または、同軸管) との接合

Pillbox 型、及び、同軸平板型高周波窓のセラミックスは、接合（金ロウ、または、銀ロウ）が容易な円板（同軸円板）形状である。金属に接合されるアルミナセラミックスの外側面（同軸型では、外導体側と内導体側）は、通常モリブデン・マンガン法（Mo-Mn 法）でメタライズし、水素雰囲気炉または、真空雰囲気炉中で、銅のスリーブ（同軸型では、銅製の外導体と内導体）にロウ接合する。金ロウでの接合温度はロウ材によって異なるが、900~1000°C程度である[11]。

銅とアルミナセラミックスの線膨張係数は、それぞれ、約  $17 \times 10^{-6} \text{ K}^{-1}$ 、約  $7.7 \times 10^{-6} \text{ K}^{-1}$  と異なるため、ロウ接温度で銅スリーブ（同軸管では銅製外導体）とセラミックスの間にすき間が生じる。炉中ロウ付では、接合部のすき間管理が重要であり、0~50  $\mu\text{m}$  程度になるように設計される。通常は、線膨張係数が小さいモリブデン（Mo：線膨張係数、約  $5.0 \times 10^{-6} \text{ K}^{-1}$ ）やグラファイト（C： $4 \sim 5 \times 10^{-6} \text{ K}^{-1}$ ）を用いた治具を銅スリーブ（同軸管では銅製外導体）の外側に配置して、銅の熱膨張を押さえ込み、すき間が生じないようにする。

また、一般的に、セラミックスの線膨張係数が接合される金属と比べて小さい場合は、ロウ接工程の冷却時に、セラミックス側の接合境界に引っ張り応力が発生する[12][13]。この熱応力は、セラミックスの破壊を起こすことがある。同軸型高周波窓の内導体のロウ接では、この引っ張り応力を緩和させるために、線膨張係数が小さい Mo や、セラミックスを内導体内側に、同時にロウ接するなどの方法が採用されている[14]。

#### (5) 適切な冷却方法

平均通過電力が大きい、UHF 帯連続波（CW）クライストロンの出力窓や、加速空洞の入力結合器の高周波窓において、ロウ接された銅製外導体の外側に直接冷却水路を設けている構造が多く採用されていたが、この方法ではロウ接時に使用された Mo 製治具が水路に残って、Mo が冷却水に溶け出し、真空リークに至る銅の腐食を起こす可能性がある。ロウ接される銅部品は、厚さ 1mm 程度であるため、水圧による銅の変形を防ぐた

め、冷却水の圧力は、最大 0.3MPa（ゲージ圧）程度の低圧水としなければならない。実際に、KEKB 加速器の運転において、低圧の冷却水を供給するために、市販の冷却水チラーを用いた冷却水路システムを採用したところ、常伝導加速空洞（ARES）の入力結合器の高周波窓（定格 500kW）と、結合空洞減衰器の出力窓（定格 20kW）で、真空リークに至る腐食が発生した。原因は、このシステムで運転中に、Mo が冷却水に溶け出し、冷却水の pH が低下して、高周波窓の冷却水路の銅部品にエロージョン・コロージョンを発生させたためである[15]。この件では、冷却液の pH を 8 程度になるように調整された、船舶エンジン用防錆剤の水溶液を使用することで対応した。その後、シミュレーションによる詳細な熱解析を経て、伝導を利用した間接冷却方式（Mo に接液しない）の高周波窓を備えた、入力結合器と結合空洞減衰器が開発されている[16]。また、風冷方式の結合空洞減衰器も開発が進められている[17]。このようにセラミックス付近の冷却が必要な高周波窓を新たに設計する場合は、Mo に冷却水を接液させないような構造を採用することが望ましい。

また、高純度アルミナセラミックス（例えば、純度 99%以上）に対して Mo-Mn 法によるメタライズが可能となったため、セラミックスの選択において、誘電損失が小さい（loss tangent： $\sim 10^{-5}$  台）、高純度アルミナを採用することにより、セラミックスの発熱を抑えることができ、冷却の負担を小さくできるようになった。通常、二次電子放出係数は、高純度アルミナの方が従来品よりも大きいため、マルチパクタ放電に対して注意が必要であるが、発熱が問題となるタイプの高周波窓を新たに設計する際には、高純度アルミナセラミックスを検討すべきである。

#### (6) 共鳴モードの存在

比較的厚いセラミックスを使用する場合は、アルミナの比誘電率が 9~10 程度となるため、すべての伝搬モードで、セラミックス内部の遮断周波数が真空（または空気）の場合の遮断周波数より低くなる。そのため、セラミックス内部とその近

傍に共振モードが存在する（ゴーストモード）[18]。高調波成分を持つクライストロンの出力窓のような機器では、主周波数、高調波周波数に対して、共振周波数がぶつからないようにする。

Pillbox 型高周波窓では、円形導波管部分の直径の選び方によって、使用周波数に近い  $TM_{010}$ -like な共振モードが、円形導波管部分にできることがある。あらかじめ、シミュレーションなどで周波数を確認しておき、直径を変更すること等により、共振モードを離すように設計する。

### 3. 伝送線路と、スミス図表の取り扱い

#### 3.1. 分布定数回路を用いた伝送線路の分析

同軸管や導波管で構成されるマイクロ波の伝送線路（伝搬モードが決まっている）は、Maxwell 方程式を直接解く代わりに、交流理論を拡張した分布定数回路を用いて解析するより簡便な方法が、従来から使用されてきた。この講義で扱う同軸平板型高周波窓の場合、伝搬モードは TEM である同軸線路の組み合わせである。このような高周波窓の各部分の同軸線路では、電圧  $V$ 、電流  $I$ 、それらの比としての特性インピーダンスが定義でき、この節で述べる伝送線路の理論が適用できる。また、この講義で扱う Pillbox 型高周波窓の場合は、矩形導波管（伝搬モード： $TE_{10}$ ）と円形導波管（伝搬モード： $TE_{11}$ ）で構成されており、それぞれの導波管回路で、等価的な電圧、電流を考えると、伝送線路の理論が適用できる[19]。ただし、TE または、TM モードで伝搬する導波管回路では、特性インピーダンスを一義的に定義することができないため、注意が必要である。このような回路では、後述する、規格化インピーダンスと特性インピーダンスの比を用いて解析することになる。

線路の長さや、要素部品の大きさが波長と同程度になるマイクロ波の領域では、集中定数のみで記述される従来の交流理論では取り扱いが困難となる。このような場合、Fig.3 に示すような伝送線路の微小区間に、Fig.4 に示すように、導体の抵抗、インダクタンス等の回路定数が線路に沿って一様に分布していると考えられる。ここで単位長

当たりの直列抵抗を  $R[\Omega/m]$ 、インダクタンスを  $L[H/m]$ 、漏れコンダクタンスを  $G[S/m]$ 、及び、並列容量を  $C[F/m]$  で表す。

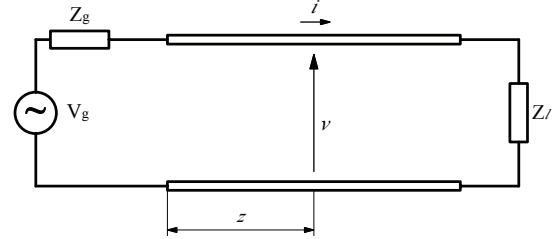


Fig. 3：伝送線路。

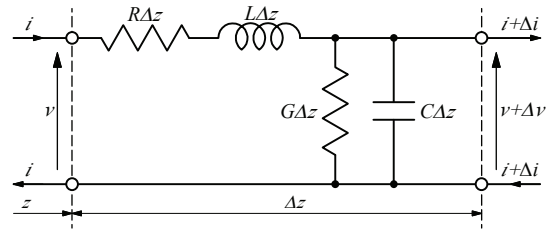


Fig. 4：伝送線路の微小区間についての等価回路。

Fig.4 の回路に Kirchhoff の法則を適用すると、次式が得られる。

$$-\frac{\partial v}{\partial z} = Ri + L \frac{\partial i}{\partial t} \quad (3-1)$$

$$-\frac{\partial i}{\partial z} = Gv + C \frac{\partial v}{\partial t} \quad (3-2)$$

(3-1)、(3-2)式が伝送線路の基本方程式であり、電信方程式 (telegrapher's equations) とも呼ばれている。

正弦波の伝搬については、

$$v = Ve^{j\omega t}, \quad i = Ie^{j\omega t} \quad (3-3)$$

とおく。V、I は一般に複素数であり、z の関数である。(3-3)、(3-1)、(3-2)より、

$$\frac{dV}{dz} = -(R + j\omega L)I \quad (3-4)$$

$$\frac{dI}{dz} = -(G + j\omega C)V \quad (3-5)$$

(3-4)、(3-5)式から、V と I を分離して、V と I についての波動方程式(3-6)、(3-7)を得る。

$$\frac{d^2V}{dz^2} = \gamma^2 V \quad (3-6)$$

$$\frac{d^2I}{dz^2} = \gamma^2 I \quad (3-7)$$

$$\gamma = \alpha + j\beta = \sqrt{(R + j\omega L)(G + j\omega C)} \quad (3-8)$$

方程式(3-6)、(3-7)での V、I の一般解は、

$$V = V_1 e^{-\gamma z} + V_2 e^{+\gamma z} \quad (3-9)$$

$$I = I_1 e^{-\gamma z} + I_2 e^{+\gamma z} \quad (3-10)$$

ここで、 $V_1$ 、 $V_2$ 、 $I_1$ 、 $I_2$  は、線路の送信端、受信端での境界条件によって決まる積分定数である。 $\gamma$  は伝搬定数 (propagation constant) と呼ばれ、一般に複素数である。ここで、 $e^{-\gamma z}$  の項は、+z 方向に伝搬する波を、 $e^{+\gamma z}$  の項は、-z 方向に伝搬する波をそれぞれ表している。(3-4)式に(3-9)式を代入して、(3-11) 式を得る。

$$I = \frac{\gamma}{R + j\omega L} (V_1 e^{-\gamma z} - V_2 e^{+\gamma z}) \quad (3-11)$$

(3-9)、(3-10)、(3-11)式から、+z 方向、-z 方向に伝搬する波の電圧、電流に注目すると、特性インピーダンス  $Z_0$  を次のように定義できる。

$$Z_0 = \frac{R + j\omega L}{\gamma} = \sqrt{\frac{R + j\omega L}{G + j\omega C}} \quad (3-12)$$

$$\frac{V_1}{I_1} = Z_0 = \frac{-V_2}{I_2} \quad (3-13)$$

従って、(3-10)式は、(3-14)式に変形できる。

$$I = \frac{V_1}{Z_0} e^{-\gamma z} - \frac{V_2}{Z_0} e^{+\gamma z} \quad (3-14)$$

(3-3)、(3-9)より、線路の電圧  $v(z,t)$  は、(3-15)式で表される。

$$v(z,t) = |V_1| \cos(\omega t - \beta z + \phi_1) e^{-\alpha z} + |V_2| \cos(\omega t + \beta z + \phi_2) e^{+\alpha z} \quad (3-15)$$

$\phi_1$ 、 $\phi_2$  は(3-9)式の複素数電圧  $V_1$ 、 $V_2$  の偏角である。(3-15) 式右辺の第 1 項と第 2 項は、それぞ

れ、+z 方向、-z 方向に進む波を表している。第 1 項の位相項に注目すると、

$$(\omega t - \beta z) - \{\omega t - \beta(z + \lambda)\} = 2\pi \quad (3-16)$$

$$\lambda = \frac{2\pi}{\beta} \quad (3-17)$$

を得る。また、位相速度  $v_p$  は、

$$v_p = \frac{\omega}{\beta} = \lambda f \quad (3-18)$$

で表される。導波管の場合には、(3-17)式の波長  $\lambda$  として、管内波長  $\lambda_g$  を用いる。

次に、(3-15)式右辺の第 1 項の  $e^{-\alpha z}$  の因子に注目すると、波が+z 方向に伝搬すると共に、振幅が指数関数的に減少することを示している。同様に、右辺第 2 項の  $e^{+\alpha z}$  の因子は、-z 方向に伝搬する波が指数関数的に減少することを示している。 $\alpha$  は線路の減衰定数 (attenuation constant) と呼ばれる。

ここまでの分布定数回路を用いた伝送線路の議論では、損失の効果が含まれているが、実際上多くの場合、線路の損失は非常に小さく、無視できる。このような無損失の場合は、 $R=G=0$  となる。位相定数は(3-8)式より、

$$\gamma = \alpha + j\beta = j\omega\sqrt{LC} \quad (3-19)$$

$$\beta = \omega\sqrt{LC} \quad (3-20)$$

$$\alpha = 0 \quad (3-21)$$

このように、無損失な伝送線路では、 $\alpha=0$  となり、伝搬定数は、 $\gamma=j\beta$  となる。この時、(3-12)の特性インピーダンスは、(3-22)式で表され、実数となる。

$$Z_0 = \sqrt{\frac{L}{C}} \quad (3-22)$$

無損失な伝送線路の複素電圧 V と複素電流 I の一般解は、(3-9)、(3-14)に(3-19)の伝搬定数と(3-22)の特性インピーダンスを代入して、(3-23)、(3-24) 式を得る。

$$V = V_1 e^{-j\beta z} + V_2 e^{+j\beta z} \quad (3-23)$$

$$I = \frac{V_1}{Z_0} e^{-j\beta z} - \frac{V_2}{Z_0} e^{+j\beta z} \quad (3-24)$$

また、波長  $\lambda$  と位相速度  $v_p$  は、(3-25)、(3-26)となる。

$$\lambda = \frac{2\pi}{\beta} = \frac{2\pi}{\omega\sqrt{LC}} \quad (3-25)$$

$$v_p = \frac{\omega}{\beta} = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad (3-26)$$

### 3.2. 終端された無損失な線路上の電圧、電流

Fig. 5 に示すように、特性インピーダンス  $Z_0$ 、長さ  $l$  の線路を、 $Z_l$  の負荷で終端した場合の伝送線路を考える。ここで、伝送線路は無損失とする ( $Z_0$  は実数)。また、 $Z_g$  は、高周波源  $V_g$  の内部インピーダンスを表しているが、 $Z_g = Z_0$  を仮定する。線路の始点  $z=0$  における電圧、電流を  $V_0$ 、 $I_0$  とすると、(3-23)、(3-24)式は、 $z=0$  において、

$$V_0 = V_1 + V_2 \quad (3-27)$$

$$I_0 = V_1/Z_0 - V_2/Z_0 \quad (3-28)$$

また、 $z=l$  における電圧、電流を  $V_l$ 、 $I_l$  とすれば、

$$V_l = V_1 e^{-j\beta l} + V_2 e^{+j\beta l} \quad (3-29)$$

$$I_l = V_1 e^{-j\beta l}/Z_0 - V_2 e^{+j\beta l}/Z_0 \quad (3-30)$$

さらに、高周波源の位置および負荷の位置では、

$$V_g = Z_g I_0 + V_0 \quad (3-31)$$

$$V_l = Z_l I_l \quad (3-32)$$

(3-27)~(3-32)式を用いて、 $V_1$ 、 $V_2$ 、 $V_0$ 、 $I_0$ 、 $V_l$ 、 $I_l$  の 6 個の未知数を求めることができる。 $V_1$  と  $V_2$  は、(3-33)、(3-34)式となる。

$$V_1 = \frac{V_g}{2} \quad (3-33)$$

$$V_2 = \frac{V_g}{2} \cdot \frac{Z_l - Z_0}{Z_l + Z_0} e^{-2j\beta l} \quad (3-34)$$

これらを、(3-23)、(3-24)式に代入することにより、線路上の任意の位置  $z$  における電圧  $V$  および電流  $I$  が次のように求められる。

$$V = \frac{V_g}{2} e^{-j\beta z} + \frac{V_g}{2} e^{-j\beta l} \cdot \frac{Z_l - Z_0}{Z_l + Z_0} e^{-j\beta(l-z)} \quad (3-35)$$

$$I = \frac{V_g}{2Z_0} e^{-j\beta z} - \frac{V_g}{2Z_0} e^{-j\beta l} \cdot \frac{Z_l - Z_0}{Z_l + Z_0} e^{-j\beta(l-z)} \quad (3-36)$$

(3-35)式の第1項は入射波を表している。第2項は反射波を表しているが、次のように解釈される。

$(V_g/2)e^{j\beta l}$  は負荷端子 ( $z=l$ ) に達した入射波であり、負荷  $Z_l$  で入射波の一部は消費されるが、残りに相当する

$$\Gamma_l = \frac{Z_l - Z_0}{Z_l + Z_0}, \quad |\Gamma_l| < 1 \quad (3-37)$$

だけ反射されて高周波源の方に戻ってくる。因子  $e^{-j\beta(l-z)}$  は、反射波が負荷端 ( $z=l$ ) から  $z=z$  の点まで伝搬する間の位相遅れ量を表している。 $\Gamma_l$  は位置  $z=l$  における電圧反射係数である。特別な場合として、 $Z_l = Z_0$  が成立するときは、 $\Gamma_l = 0$  となる。

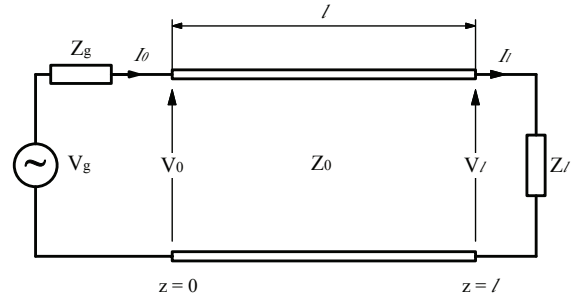


Fig. 5: 線路による信号の伝達。

### 3.3. 定在波

前述のように、一般に伝送線路には入射波と反射波が存在する。この  $z$  軸上を互いに反対方向に伝搬する二つの波が干渉することにより、 $z$  方向に伝搬しない定在波 (standing wave) ができる。この現象について無損失な線路で考えてみる。

(3-23)式を変形して(3-38)式を得る。

$$\begin{aligned}
V &= V_1 e^{-j\beta z} + V_2 e^{+j\beta z} \\
&= V_1 e^{-j\beta z} - V_2^* e^{-j\beta z} + V_2^* e^{-j\beta z} + V_2 e^{+j\beta z} \\
&= (V_1 - V_2^*) e^{-j\beta z} + 2|V_2| \cos(\beta z + \phi')
\end{aligned} \tag{3-38}$$

ここで、 $V_2 = |V_2| e^{j\phi'}$  である。

(3-38)式の第3式の第1項は、+z方向へ伝搬する波を表しているが、第2項は入射波の一部  $V_2^* e^{-j\beta z}$  と反射波  $V_2 e^{+j\beta z}$  とが干渉してzのどちら方向にも進まず、場所によってその大きさが変化する定在波を表している。

電圧の反射波と入射波との比を

$$\begin{aligned}
\Gamma &= \frac{V_2 e^{+j\beta z}}{V_1 e^{-j\beta z}} = \frac{V_2}{V_1} e^{+j2\beta z} = \left| \frac{V_2}{V_1} \right| e^{+j(2\beta z + \phi)} \\
&\equiv |\Gamma| e^{j\theta}
\end{aligned} \tag{3-39}$$

とおくと、 $\Gamma$  は線路上の任意の点  $z$  における電圧反射係数を表す。

(3-38)式の第1式と(3-39)式より、次式を得る。

$$V = V_1 e^{-j\beta z} (1 + \Gamma) \tag{3-40}$$

上式の絶対値をとると、

$$|V| = |V_1| |1 + \Gamma| \tag{3-41}$$

となる。電圧定在波の最大値と最小値の比を、電圧定在波比 (voltage standing wave ratio : VSWR) と呼び、(3-41)式から、(3-42)式で定義される。

$$\rho = \frac{|V|_{\max}}{|V|_{\min}} = \frac{1+|\Gamma|}{1-|\Gamma|} \tag{3-42}$$

### 3.4. 線路上の入力インピーダンス

線路上の任意の点  $z$  において、負荷方向を見た電圧と電流の比は、入力インピーダンスと呼ばれる。(3-35)、(3-36)、(3-37)式より、Fig.5 の線路上の入力インピーダンス  $Z_{in}(z)$  は、次のように求められる。

$$\begin{aligned}
Z_{in}(z) &= \frac{V}{I} = Z_0 \frac{(V_g/2)[e^{-j\beta z} + e^{-j\beta \ell} \Gamma_\ell e^{-j\beta(\ell-z)}]}{(V_g/2)[e^{-j\beta z} - e^{-j\beta \ell} \Gamma_\ell e^{-j\beta(\ell-z)}]} \\
&= Z_0 \frac{1 + \Gamma_\ell e^{-j2\beta(\ell-z)}}{1 - \Gamma_\ell e^{-j2\beta(\ell-z)}} = Z_0 \frac{1 + \Gamma(z)}{1 - \Gamma(z)}
\end{aligned} \tag{3-43}$$

ここで  $\Gamma_\ell$  は(3-37)式で表される負荷端子 ( $z = \ell$ ) の電圧反射係数、 $\Gamma(z)$  は、(3-35)式において、反射波 (右辺第2項) と入射波 (右辺第1項) との比をとることにより得られる。

$$\begin{aligned}
\Gamma(z) &= \frac{(V_g/2) e^{-j\beta \ell} \Gamma_\ell e^{-j\beta(\ell-z)}}{(V_g/2) e^{-j\beta z}} \\
&= \Gamma_\ell e^{-j2\beta(\ell-z)}
\end{aligned} \tag{3-44}$$

また、(3-37)式を用いて(3-43)式を変形すると、

$$Z_{in}(z) = Z_0 \frac{Z_\ell + jZ_0 \tan \beta(\ell-z)}{Z_0 + jZ_\ell \tan \beta(\ell-z)} \tag{3-45}$$

を得る。

このように、入力インピーダンスは観測点  $z$  により変化するため、伝送線路をインピーダンス変換器とみなすことができる。(3-45)式は、終端負荷  $Z_\ell$  を、特性インピーダンス  $Z_0$  長さ  $\ell-z$  の伝送線路を用いて、入力インピーダンス  $Z_{in}(z)$  に変換していることを表している。

受動回路では、

$$|\Gamma_\ell| < 1 \tag{3-46}$$

であり、

$$\Gamma_\ell = |\Gamma_\ell| e^{j\theta} \tag{3-47}$$

とおくことができるので、(3-44)式から

$$\Gamma(z) = |\Gamma_\ell| e^{-j\{2\beta(\ell-z) - \theta\}} \tag{3-48}$$

が得られる。伝送線路上の点  $z$  を、高周波源に近づけていく ( $\ell-z$  を大きくする) と、反射係数  $\Gamma$  は、複素平面上で、 $|\Gamma|$  と同じ絶対値を保ち、位相角が、時計周りに、 $\ell-z$  の変化  $\lambda_g/2$  に対して  $360^\circ$  の割合で回転することを表している (Fig. 6)。

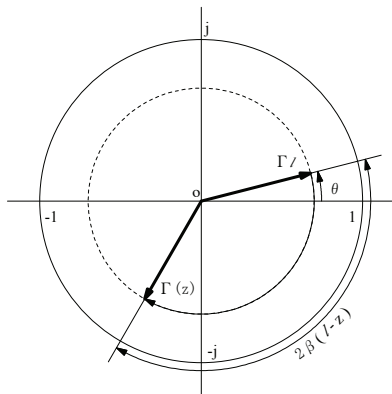


Fig. 6: 伝送線路上 (点  $z$ ) での反射係数。

ここで、 $Z_l = Z_0$  の場合を考えてみる。(3-37)、(3-44)式より、 $\Gamma_l = 0$ 、 $\Gamma(z) = 0$  となる。線路上の任意の点  $z$  では、反射が 0 となる。この時の点  $z$  から負荷側を見た入力インピーダンスは、(3-43) または、(3-45)式より、 $Z_{in}(z) = Z_0$  となる。

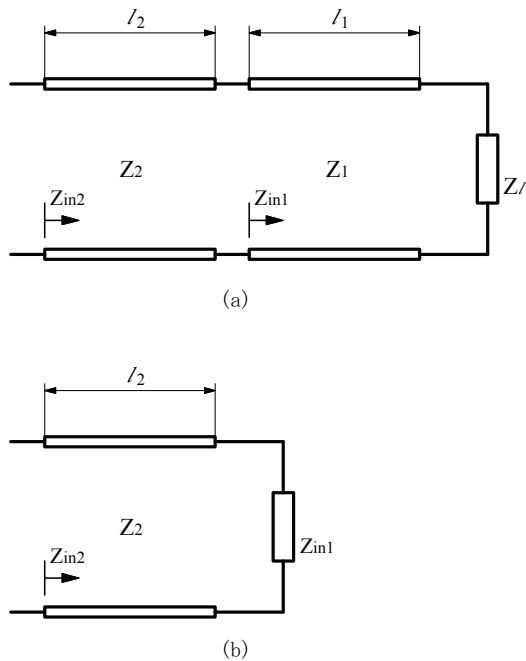


Fig. 7: 2 種類の特徴インピーダンスの線路が縦列接続されている場合の入力インピーダンスの求め方。

このように、内部インピーダンス  $Z_0$  (実数) の信号源に、入力インピーダンス  $Z_0$  の負荷を接続した場合、信号源への反射電力は 0 となり、最大効率で電力を取り出すことができる。このような状態をインピーダンス整合と呼んでいる。集中定数

回路の交流理論では、一般に、負荷インピーダンス  $Z$  と電源の内部インピーダンス  $Z_g$  との間に、 $Z = Z_g^*$  (複素共役) の関係が成立するとき、インピーダンス整合が行なわれているという。伝送線路のインピーダンス整合は、このような関係を適用したものであると考えられる (付録 8.5 節)。

また、(3-45)式のインピーダンス変換としての解釈を拡張すると、Fig.7(a) にあるような、 $Z_l$  で終端された、異なる特性インピーダンス  $Z_1$ 、 $Z_2$  を持つ、長さ  $l_1$ 、 $l_2$  の伝送線路の入力インピーダンスを計算することができる。まず、長さ  $l_1$  の線路の左端から負荷側を見た入力インピーダンスを、(3-45)式で、 $Z_0$  を  $Z_1$  に、 $l-z$  を  $l_1$  に置き換えて求め (=  $Z_{in1}$  とする)、次に、Fig.7(b) に示すように、 $Z_{in1}$  で終端した長さ  $l_2$  の線路の左端から見た入力インピーダンスを、(3-45)式で、 $Z_0$  を  $Z_2$  に、 $l-z$  を  $l_2$  に置き換えて同様に  $Z_{in2}$  を計算することができる。このような操作を続けることにより、複数の異なる特性インピーダンスの線路が、縦列 (cascade) に接続されている場合、入力インピーダンスを計算することができる。また途中に挿入された、集中定数的なインピーダンス素子やアドミタンス素子 (例えば、伝送線路の段差から生じるサセプタンスなど) も、含めて取り扱うことができる。

また、(3-45)式の両辺を特性インピーダンスで除した、規格化入力インピーダンスの形に変形すると、(3-49)が得られる。

$$\frac{Z_{in}(z)}{Z_0} = \frac{(Z_l/Z_0) + j \tan \beta(\ell - z)}{1 + j(Z_l/Z_0) \tan \beta(\ell - z)} \quad (3-49)$$

Fig.7 の計算に、(3-49)式を用いると、 $Z_l/Z_1$  と  $Z_1/Z_2$  の値が与えられていれば、 $Z_{in2}/Z_2$  を求められることがわかる。導波管の TE、TM モードを伝搬モードとして使用する場合は、特性インピーダンス (この例では、 $Z_1$  と  $Z_2$ ) を一義的に決めることができないため、規格化インピーダンスと特性インピーダンスの比を用いて、規格化入力インピーダンスを計算する。

後述の高周波窓の等価回路に見られるように、伝送線路に並列にサセプタンスが接続されているような場合は、入力インピーダンスと特性イン



ピーダンスの代わりに、入力アドミタンスと特性アドミタンスを用いるアドミタンス表示が便利である。(3-37)、(3-43)、(3-45)、(3-49)式に相当する関係は、(3-50)、(3-51)、(3-52)、(3-53)で表される。

$$\Gamma_\ell = \frac{Y_0 - Y_\ell}{Y_0 + Y_\ell} \quad (3-50)$$

$$Y_{in}(z) = Y_0 \frac{1 - \Gamma(z)}{1 + \Gamma(z)} \quad (3-51)$$

$$Y_{in}(z) = Y_0 \frac{Y_\ell + jY_0 \tan \beta(\ell - z)}{Y_0 + jY_\ell \tan \beta(\ell - z)} \quad (3-52)$$

$$\frac{Y_{in}(z)}{Y_0} = \frac{(Y_\ell/Y_0) + j \tan \beta(\ell - z)}{1 + j(Y_\ell/Y_0) \tan \beta(\ell - z)} \quad (3-53)$$

### 3.5. 線路の4端子網表示

前節で議論した分布定数回路の性質を持った伝送線路の、電圧と電流の関係に注目すると、Fig.8 に示す長さ  $l$  の伝送線路は、F 行列を用いて表すことができる。

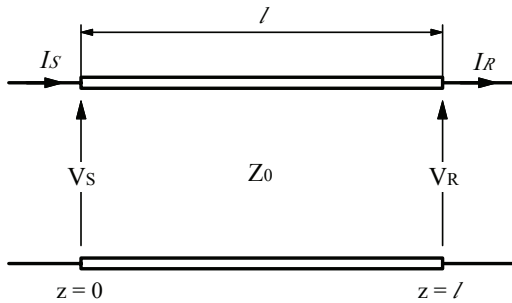


Fig. 8 : 線路の4端子網表示 (F 行列)。

(3-23)、(3-24)式より、

$$V_S = V_1 + V_2 \quad (3-54)$$

$$Z_0 I_S = V_1 - V_2 \quad (3-55)$$

$$V_R = V_1 e^{-j\beta\ell} + V_2 e^{+j\beta\ell} \quad (3-56)$$

$$Z_0 I_R = V_1 e^{-j\beta\ell} - V_2 e^{+j\beta\ell} \quad (3-57)$$

(3-56)、(3-57)式から、 $V_1$ 、 $V_2$ を求めると、

$$V_1 = e^{+j\beta\ell} (V_R + Z_0 I_R) / 2 \quad (3-58)$$

$$V_2 = e^{-j\beta\ell} (V_R - Z_0 I_R) / 2 \quad (3-59)$$

となる。これらを(3-54)、(3-55)式に代入して整理すると、

$$V_S = V_R \cos \beta\ell + jI_R Z_0 \sin \beta\ell \quad (3-60)$$

$$I_S = j \frac{V_R}{Z_0} \sin \beta\ell + I_R \cos \beta\ell \quad (3-61)$$

となる。これらを行列で表すと、

$$\begin{pmatrix} V_S \\ I_S \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \beta\ell & jZ_0 \sin \beta\ell \\ j \frac{1}{Z_0} \sin \beta\ell & \cos \beta\ell \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_R \\ I_R \end{pmatrix} \quad (3-62)$$

が得られる。この形式の4端子回路の行列は、F 行列 (基本行列) と呼ばれる。

ここで、Fig.8 の右端を負荷  $Z_\ell$  で終端した場合の、左端からみた入力インピーダンスを、F 行列を使って求めてみよう。

$$V_S = V_R \cos \beta\ell + jZ_0 I_R \sin \beta\ell \quad (3-63)$$

$$I_S = j \frac{V_R}{Z_0} \sin \beta\ell + I_R \cos \beta\ell \quad (3-64)$$

$$Z_\ell = \frac{V_R}{I_R} \quad (3-65)$$

より、

$$Z_{in} = \frac{V_S}{I_S} = Z_0 \frac{Z_\ell + jZ_0 \tan \beta\ell}{Z_0 + jZ_\ell \tan \beta\ell} \quad (3-66)$$

が得られる。このモデルは、Fig.5 と(3-45)式を用いて  $z=0$  とした場合と同じであり、入力インピーダンスの計算結果(3-66)式は、(3-45)式に一致する。

後述する同軸平板型高周波窓の等価回路のように、異なる特性インピーダンスを持つ複数の線路が縦列的 (cascade) に構成される場合は、前節のようなインピーダンス変換の計算を多数回行う代わりに、各線路の F 行列の積を計算することでも、入力インピーダンスを求めることができる。

伝送線路を表わす F 行列の要素には、特性インピーダンスを含む項が存在するため、特性インピーダンスを一義的に決めることができない、伝搬モードが TE、TM モードであるような導波管の場合は、(3-66)式のように行列ごとに規格化イン

ピーダンスを計算することによって、多段の線路の計算に対応できるが、複数の  $F$  行列の積を使用する場合は、工夫が必要である。このような場合は、伝送線路の特性インピーダンスで規格化した規格化  $F$  行列と、インピーダンス変換のための理想トランスを表わす  $F$  行列を用いることで、 $F$  行列の積から、規格化入力インピーダンスを求めることができる（付録 8.4 節を参照）。

### 3.6. スミス図表

3.4 節で取り上げたように、伝送線路上の点  $z$  から負荷側を見た規格化入力インピーダンス  $Z_{in}(z)/Z_0$  と反射係数  $\Gamma(z)$  との間には、(3-43)式に示されているように、反射係数の位相角の周期性 ( $360^\circ$ ) を除けば、1 対 1 の対応がある。そこで、

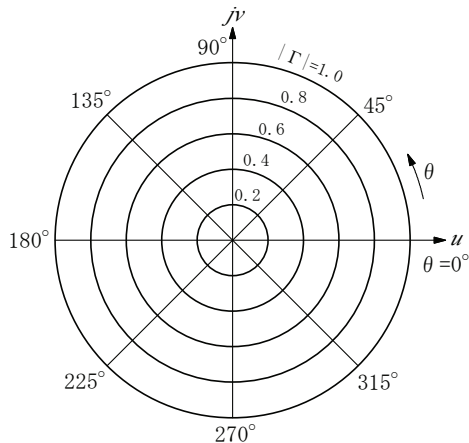


Fig. 9: スミス図表の基礎となる図（反射係数線図）。

伝送線路の任意の点における反射係数  $\Gamma = |\Gamma|e^{j\theta}$  を Fig.9 のような複素座標に描くと、同じ図表上に、Fig.10(a)、(b)のように、規格化入力インピーダンスの実数部  $r$  と虚数部  $x$  の図表を重ねて描くことができ、反射係数  $\Gamma$  に対応する規格化インピーダンスを読み出すことができる。また、逆に、線路上の規格化入力インピーダンスがわかれば、反射係数  $\Gamma$  を図表から求めることができる。このような手法では、面倒な計算を省略できる。また、入力インピーダンスの軌跡を幾何学的に分析することにより、伝送線路の性質を調べることができる利点がある。

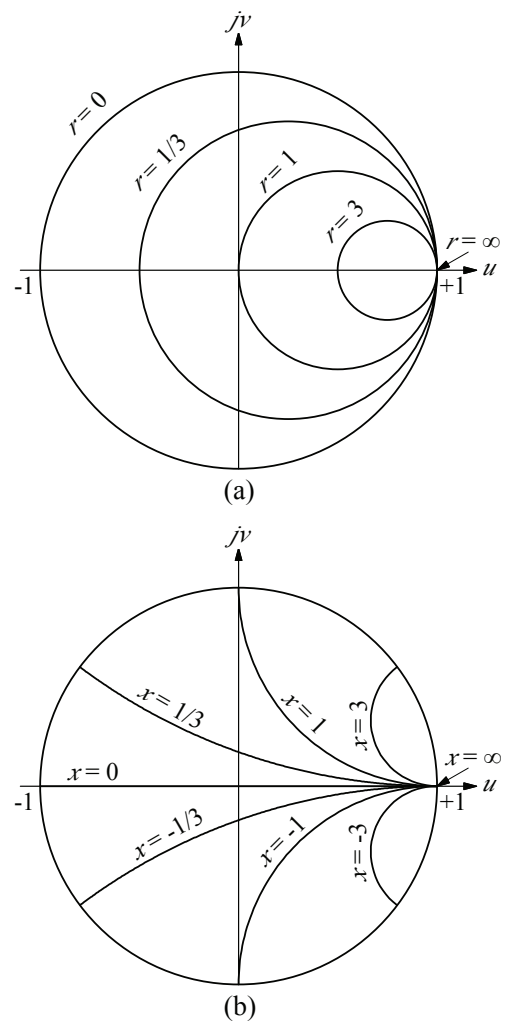


Fig. 10: スミス図表の基礎となる図、(a) 規格化抵抗値  $r$  一定の円群、(b) 規格化リアクタンス値  $x$  一定の円群。

ここで、規格化入力インピーダンス軌跡について考えてみる。反射係数  $\Gamma$  と規格化入力インピーダンスを(3-67)式のように、実数部と虚数部で表すと、(3-43)の関係を用いて(3-68)が得られる。

$$\Gamma = u + jv \quad , \quad \frac{Z_{in}}{Z_0} = r + jx \quad (3-67)$$

$$r + jx = \frac{1+(u+jv)}{1-(u+jv)} \quad (3-68)$$

(3-68) 式の両辺の実数部と虚数部をそれぞれ等しいとおいて、

$$r = \frac{1-u^2-v^2}{(1-u)^2+v^2}, \quad x = \frac{2v}{(1-u)^2+v^2} \quad (3-69)$$

を得る。この式を整理して、いずれも円を表す次式を得る。

$$\left(u - \frac{r}{1+r}\right)^2 + v^2 = \left(\frac{1}{1+r}\right)^2 \quad (3-70)$$

$$(u-1)^2 + \left(v - \frac{1}{x}\right)^2 = \left(\frac{1}{x}\right)^2 \quad (3-71)$$

(3-70)式は、 $r$ 一定の軌跡は円になることを示している。その中心は  $(r/(r+1), 0)$  の点で、半径は  $1/(r+1)$  である。これを図示したのが Fig.10(a)であり、 $r$  が零の場合には原点を中心とした半径 1 の円になる。 $r$  の増大と共に半径は小さくなり、 $r$  が  $\infty$  になると、 $(1,0)$  の点に一致する。次に(3-71)式は、 $x$  が一定の軌跡は円となることを示している。その中心は  $(1, 1/x)$  の点で、半径は  $1/|x|$  である。反射係数の絶対値が 1 より大きくないという条件から、上式で表される円の中で、 $|\Gamma|=1$  を表す単位円に含まれる部分を、規格化インピーダンスとして採用すべきである。これを描いたものが、Fig.10(b)である。

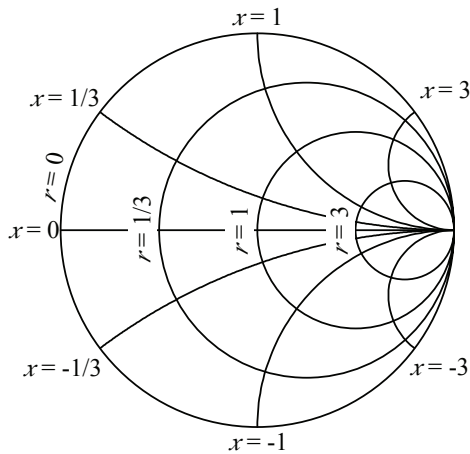


Fig. 11: インピーダンススミス図表の基本となる図。

Fig.9、Fig.10(a)、(b)、を 1 つの図表に重ね合わせたもの (Fig.11) が、一般にインピーダンススミス図表と呼ばれる線図の基本となるものである。ここでは、Fig.9 の座標は省略されている。一般に市販されているインピーダンススミス図表の例を Fig.12 に示す。

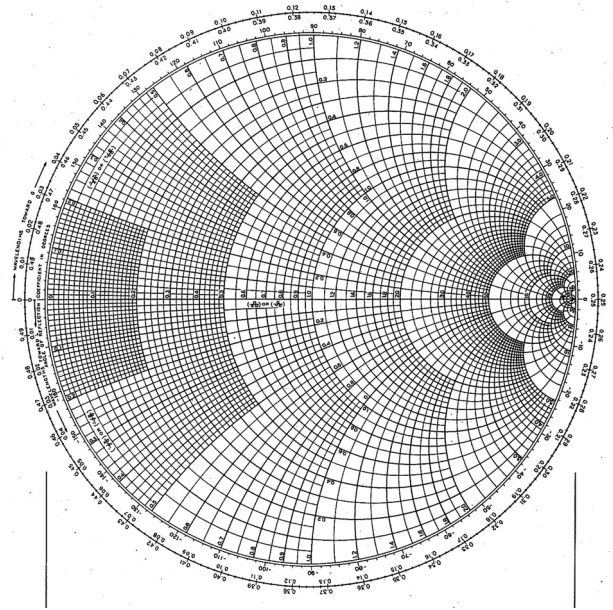


Fig. 12: スミス図表の例。

実際に使用する際には、入力アドミタンスを取扱う方が便利な場合も多い。規格化入力インピーダンスを扱った(3-67)~(3-69)式と同様に、規格化アドミタンスと反射係数の関係より、

$$\Gamma = u + jv, \quad \frac{Y_{in}}{Y_0} = g + jb \quad (3-72)$$

$$g + jb = \frac{1-(u+jv)}{1+(u+jv)} \quad (3-73)$$

$$g = \frac{1-u^2-v^2}{(1+u)^2+v^2}, \quad b = \frac{-2v}{(1+u)^2+v^2} \quad (3-74)$$

を得る。この式を整理して、いずれも円を表す次式を得る。

$$\left(u + \frac{g}{1+g}\right)^2 + v^2 = \left(\frac{1}{1+g}\right)^2 \quad (3-75)$$

$$(u+1)^2 + \left(v + \frac{1}{b}\right)^2 = \left(\frac{1}{b}\right)^2 \quad (3-76)$$

インピーダンススミス図表の場合と同様に、(3-75)式は、 $g$ 一定の軌跡は円になることを示している。その中心は  $(-g/(g+1), 0)$  の点で、半径は  $1/(g+1)$  である。(3-76)式は、 $b$  が一定の軌跡は円となることを示している。その中心は  $(-1, -1/b)$  の点で、半径は  $1/|b|$  である。反射係数を表す複

素座標に、(3-75)、(3-76)式で表される  $g$  一定の軌跡と  $b$  が一定の軌跡を重ねて描いたものが、Fig.13 であり、アドミタンススミス図表の基本となるものである。

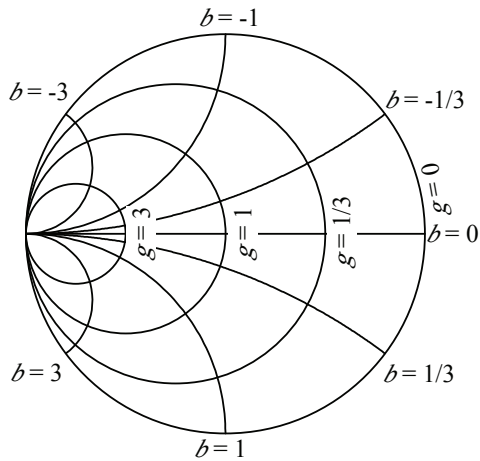


Fig. 13: アドミタンススミス図表の基本となる図。

反射係数と、規格化インピーダンス及び規格化アドミタンス両方との関係を図表化したものは、イミタンススミス図表と呼ばれる。Fig.14 は、イミタンススミス図表の基本となるものである。

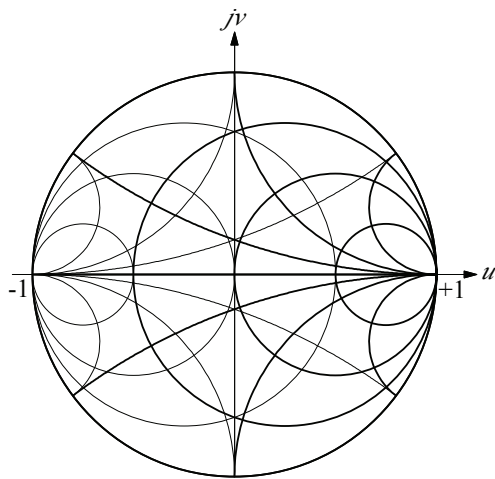


Fig. 14: イミタンススミス図表の基本となる図。

### 3.7. アドミタンススミス図表の例題

後述する高周波窓の等価回路は、3 種類の特性インピーダンス（または特性アドミタンス）を持つ伝送線路と 1 種類の容量性サセプタンスで構成されているので、アドミタンススミス図表を使用する予定である。ここで、基本的な伝送線路の例について、アドミタンススミス図表上での規格化入力アドミタンス軌跡を考えてみよう。例題においては、周波数は固定する。

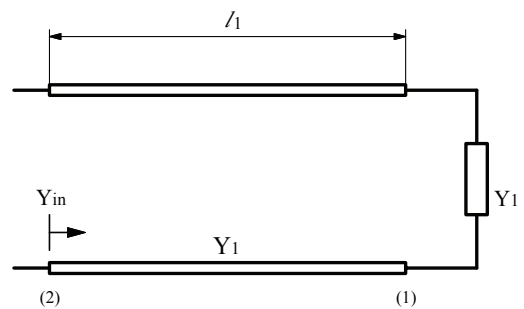


Fig. 15: 例 1 (特性アドミタンス  $Y_1$  の線路)。

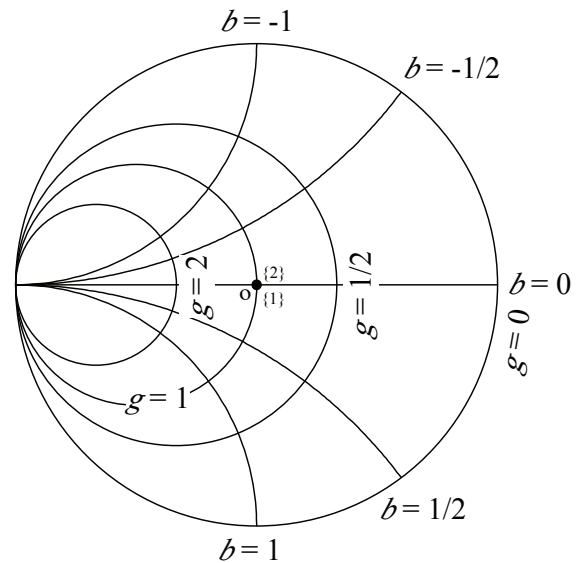


Fig. 16: 例 1 (アドミタンススミス図表上の軌跡)。

- 例 1: 特性アドミタンス  $Y_1$  長さ  $l_1$  の伝送線路の右端を  $Y_1$  で終端した場合(Fig.15)、左端から見た規格化入力アドミタンス  $Y_{in}/Y_1$  はどうなるか？  
 → 終端負荷の規格化アドミタンスは、 $Y_1/Y_1=1$  であり、(3-50)式を当てはめると、線路右端から終端負荷を見たときの反射係数は、 $\Gamma_l=0$  となる。

観測点を線路(Fig.15)の右端(1)から左端(2)まで移動すると、伝送線路は特性アドミタンス  $Y_1$  の一様な線路であるため、(3-48)式に示されるように反射係数の位相角が変化する。Fig.16 のアドミタンススミス図表上では{1}、{2}の点に対応するが、 $|\Gamma_l|=0$  であることから、位相角が変化しても同じ点(反射係数の座標原点)のまま変化しない。規格化入力アドミタンスの軌跡は、 $1+0j$  の点のままである。この伝送線路はインピーダンス整合が取れている状態である。

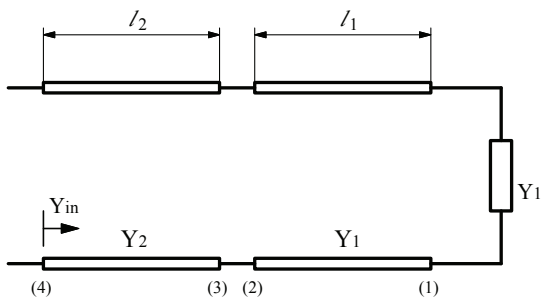


Fig. 17: 例 2 (特性アドミタンス  $Y_1$ 、 $Y_2$  の線路)。

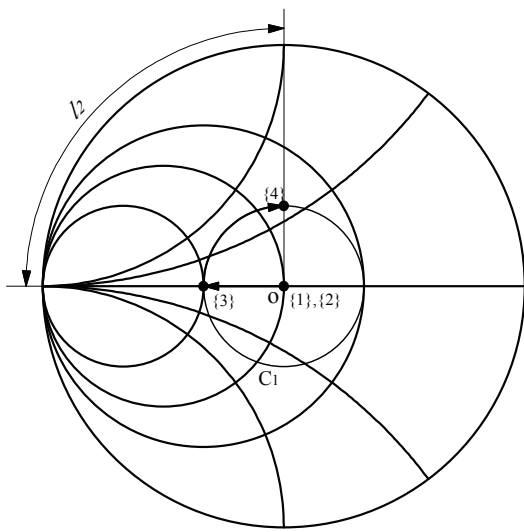


Fig. 18: 例 2 (アドミタンススミス図表上の軌跡)。

● 例 2 : Fig.17 に示すように、例 1 の伝送線路の左端に、特性アドミタンス  $Y_2$  長さ  $l_2$  の伝送線路を追加した場合、左端から見た規格化入力アドミタンス  $Y_{in}/Y_2$  はどうなるか。また、長さ  $l_2$  を変化した場合の入力アドミタンスはどのように

変化するか。スミス図表に具体的に軌跡を描くために、具体的に  $Y_1/Y_2=2$  を仮定する。

→ 例 1 の結果から、特性アドミタンス  $Y_1$  の線路の左端から見た規格化入力アドミタンスは、 $1+0j$  である。このことは、特性アドミタンス  $Y_2$  の右端から負荷側を見たときに、 $Y_1(1+0j)$  の負荷が接続されているとみなすことができ、 $Y_2$  の線路右端で見た規格化アドミタンスは、 $Y_1(1+0j)/Y_2$  となり、 $Y_1/Y_2=2$  を用いると、 $Y_2$  の線路右端(3)での規格化入力アドミタンスは  $2+0j$  となる。この点の反射係数  $\Gamma_{l_2}$  は(3-50)式を用いて、 $\Gamma_{l_2}=-1/3$  が得られる。長さ  $l_2$  を増加させていくと、左端から見た反射係数 ( $\Gamma_2$  とする) は(3-48)式により、 $|\Gamma_2|=|\Gamma_{l_2}|=1/3$  を保ち、偏角が  $-2 l_2(2\pi/\lambda_{g2})$  radian だけ変化する。すなわち、時計回りに  $2 l_2(2\pi/\lambda_{g2})$  radian だけ回転することになる。 $l_2 = \lambda_{g2}/8$  を選ぶと、回転角は、 $\pi/2$  radian となり、Fig.18 上の点{4}へ移動する。Fig.18 のスミス図表上では、この回転角を省略して  $l_2$  と表記している。(注意：特に断らない限り、今後このような表記法を採用する。) 規格化入力アドミタンスは、スミス図表から読み取ることができる。Fig.18 の点{4}の場合は、 $Y_{in}/Y_2=0.8-0.6j$  となる。長さ  $l_2$  を適当に変化させると、反射係数  $\Gamma_2$  は、Fig.18 中の円  $C_1$  の円周上の任意の点とすることができる。すなわち、長さ  $l_2$  を選ぶことにより、円  $C_1$  上の点に対応する入力アドミタンスをとることができることになる。

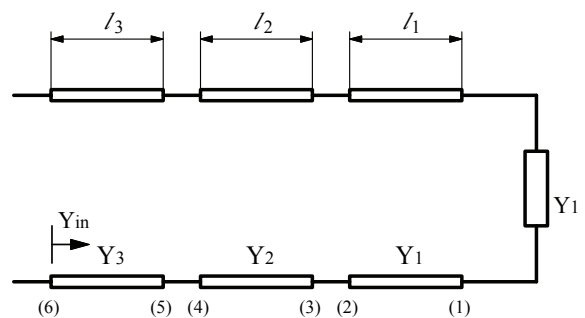


Fig. 19: 例 3 (特性アドミタンス  $Y_1$ 、 $Y_2$ 、 $Y_3$  の線路)。

● 例 3 : Fig.19 に示すように、例 2 の伝送線路 ( $l_2 = \lambda_{g2}/8$ ) の左端に、特性アドミタンス  $Y_3$  長さ  $l_3$  の伝送線路を追加した場合、左端から見た規格化

入力アドミタンスはどうなるか。この時、 $l_3 = \lambda_{g3}/16$  とする。スミス図表に具体的に軌跡を描くために、具体的に  $Y_1/Y_2 = 2$ 、 $Y_2/Y_3 = 1/3$  を仮定する。

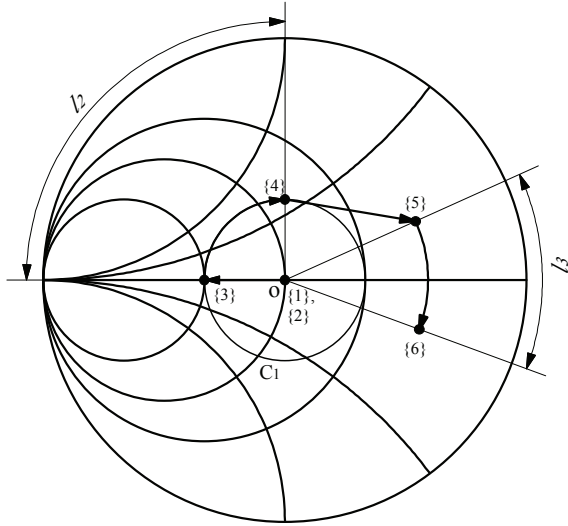


Fig. 20 : 例 3 (アドミタンススミス図表上の軌跡)。

→ 例 2 の結果から、特性アドミタンス  $Y_2$  の左端 (Fig.19 上の点 {4}) から見た規格化入力アドミタンスは、 $0.8-0.6j$  である。従って、特性アドミタンス  $Y_3$  の線路の右端 (Fig.19 上の点 {5}) から負荷側を見たときに、 $Y_2(0.8+0.6j)$  の負荷が接続されているとみなすことができる。 $Y_3$  の線路の右端 {5} で見た規格化入力アドミタンスは、 $Y_2(0.8+0.6j)/Y_3$  となり、 $Y_2/Y_3 = 1/3$  を用いると、 $0.8/3+0.6/3j$  となる。この点の反射係数  $\Gamma_B$  は(3-50)式用いて、 $\Gamma_B = 0.5405+0.2432j = |0.5927|\arg(0.4228 \text{ radian})$  が得られる。長さ  $l_3$  を増加させていくと、左端から見た反射係数 ( $\Gamma_3$  とする) は(3-48)式により、 $|\Gamma_3| = |\Gamma_B| = 0.5927$  を保ち、偏角が  $-2l_3(2\pi/\lambda_{g3}) \text{ radian}$  だけ変化する。すなわち、Fig.20 上の点 {5} から時計回りに  $2l_3(2\pi/\lambda_{g3}) \text{ radian}$  だけ回転することになる。規格化入力アドミタンスは、スミス図表から読み取ることができる。 $l_3 = \lambda_{g3}/16$  を選ぶと、偏角を時計回りに  $\pi/4$  だけ変化させることになり、Fig.20 上の点 {6} となる。点 {6} の規格化入力アドミタンスは、 $Y_{in}/Y_3 = 0.2637+0.1709j$  となる。

●例 4 : Fig.21 に示すように、例 3 の伝送線路で  $l_2$  が任意の長さをとることができるとき、 $Y_3$  の線路右端から見た規格化入力アドミタンスはどうなるか。スミス図表に具体的に軌跡を描くために、具体的に  $Y_1/Y_2 = 2$ 、 $Y_2/Y_3 = 1/3$  を仮定する。

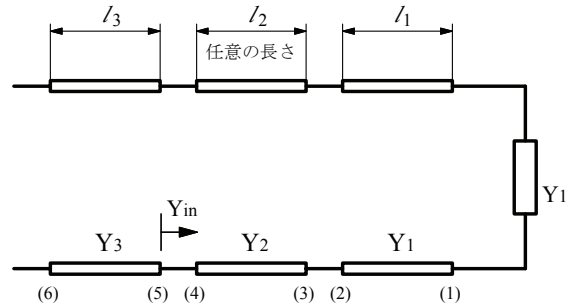


Fig. 21 : 例 4 (特性アドミタンス  $Y_1$ 、 $Y_2$ 、 $Y_3$  の線路)。

→ 例 2 で扱ったように、長さ  $l_2$  を変化させれば、 $Y_2$  の線路の左端からみた反射係数 (または、規格化入力アドミタンス) の軌跡は、Fig.18 また

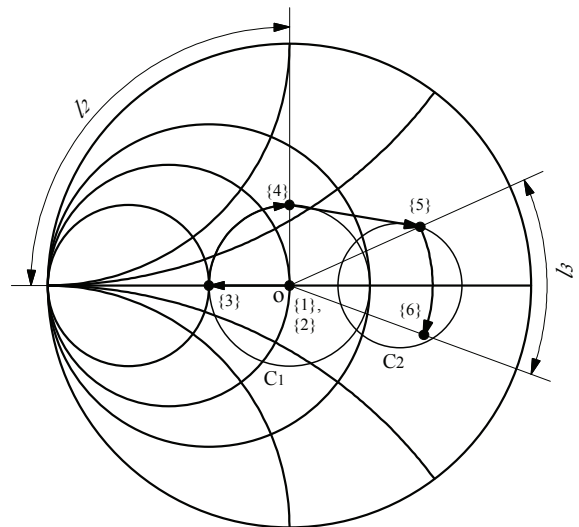


Fig. 22 : 例 4 (アドミタンススミス図表上の軌跡)。

は、Fig.22 上の円周  $C_1$  の任意の点をとることができる。従って、 $Y_3$  の線路の右端から見た規格化アドミタンスは、 $l_2$  の取り方により、円周  $C_1$  上の 1 つの点の規格化アドミタンスに  $Y_2/Y_3$  を乗じた値となる。 $l_2$  を連続的に変化させると、 $Y_3$  の線路の右端から見た規格化アドミタンスは、円周  $C_1$  上のすべての点の規格化アドミタンスに  $Y_2/Y_3$  を

乗じた円  $C_2$  の周上の点となる。(スミス図表上の中心  $o$  を中心点とする円周上の規格化アドミタンスに、正の実数を乗じた写像は円になる。付録 8.1 節参照。)

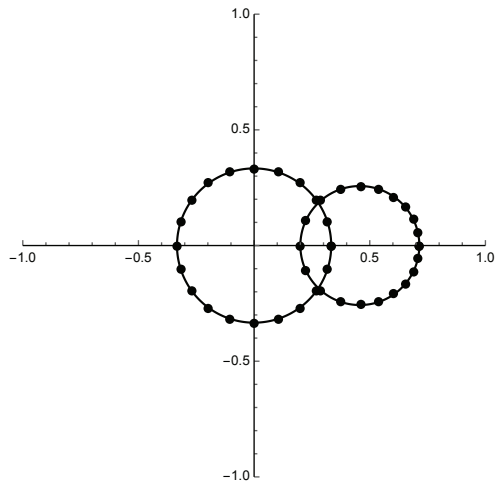


Fig. 23 : 例 4 (円  $C_1 \rightarrow$  円  $C_2$  の写像)。

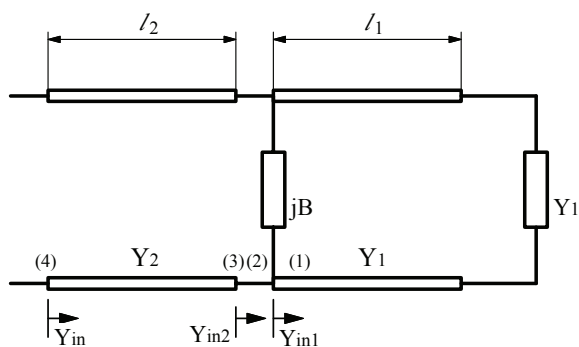


Fig. 24 : 例 5 (特性アドミタンス  $Y_1$ 、 $Y_2$  の線路間にサセプタンス  $jB$  が接続された場合)。

Fig.23 に示すように、円  $C_1$  上で 18 度毎に目印をつけ円  $C_2$  への写像を求めると、円  $C_2$  上への写像は、図形上の相似な点に対応していないことがわかる。円  $C_2$  上の目印の位置が疎に分布する部分と密に分布する部分がある。

$Y_3$  の線路の長さを  $l_3$  とすると、 $Y_3$  の左端からみた入力アドミタンスは、 $l_2$  と  $Y_2/Y_3$  によって決まる  $C_2$  上の点から、原点  $o$  を中心として時計回りに  $2l_3(2\pi/\lambda_{g3})$  radian だけ回転した点に対応することになる。 $Y_3$  の線路上の入力アドミタンスは、長さ  $l_2$  の選択により、円  $C_2$  の任意の点から、原点  $o$  を中心として、時計回りに回転させた点に対応させることができる。Fig.22 上の点{4}、{5}、{6}は、例 3 の定数を用いた場合の一例である。

●例 5 : Fig.24 に示すように、例 1 の伝送線路の左端に、容量性サセプタンス  $jB$  を接続し、さらに、特性アドミタンス  $Y_2$  長さ  $l_2$  の伝送線路を追加した場合、 $Y_1$  線路の左端 ( $jB$  を含む) からみた規格化入力アドミタンス  $Y_{in1}$  はどうなるか。 $Y_2$  の線路の右端からみた規格化入力アドミタンス  $Y_{in2}$  はどうなるか。また、長さ  $l_2$  を変化させた場合、 $Y_2$  線路の左端からみた規格化入力アドミタンス  $Y_{in}$  はどのように変化するか。スミス図表に具体的に軌跡を描くために、具体的に、 $jB/Y_1 = 0.2j$ 、 $Y_1/Y_2 = 2$  を仮定する。

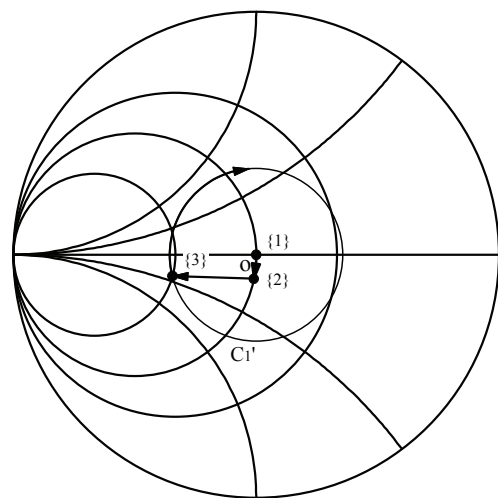


Fig. 25 : 例 5 (アドミタンススミス図表上の軌跡)。

→  $Y_1$  の線路上から負荷側をみた規格化アドミタンスは、サセプタンス  $jB$  より右側 (負荷側) では、 $1+0j$  である。サセプタンス  $jB$  が接続された点{2}では、規格化入力アドミタンスは、 $Y_{in1}/Y_1 = 1+jB/Y_1$  となる。この例では、 $1+0.2j$  となり、Fig.25 上の点{2}に対応する。 $Y_2$  の線路の右端からみた規格化入力アドミタンスは、 $Y_2$  の線路の右端に、 $(1 + jB/Y_1)Y_1$  のアドミタンスを接続した回路と等価であるから、 $(1 + jB/Y_1)Y_1/Y_2$  となる。この例では  $(1+0.2j) \times 2$  となり、Fig.25 上の点{3}に対応する。 $Y_2$  の線路の長さを  $l_2$  とすると、求めた規格化入力アドミタンスの点を、原点  $o$  を中心として、時計回りに  $2l_2(2\pi/\lambda_{g2})$  radian だけ回転して求められる。Fig.25 上の円  $C_1'$  は、 $l_2$  を変化さ

せることにより  $Y_{in}$  が取り得る規格化入力アドミタンスを示している。

## 4. 高周波窓の等価回路

### 4.1. インピーダンス整合の簡単な例

高周波窓のインピーダンス不整合の第一の原因は、セラミックスの誘電率が大きいことである。Fig.26 の上図に示すような同軸管にセラミックスを組み込んだ高周波窓について考えてみる。通常使用される高純度アルミナセラミックスの比誘電率  $\epsilon_r$  は約 9~10 であるため、セラミックス部分の同軸管の特性インピーダンスがセラミックスなしの場合の約 1/3 倍となり、後述の 4.1.2. の場合を除くと、インピーダンス不整合が生じる。

#### 4.1.1. セラミックスの厚さが波長に比べて十分に小さい場合

セラミック厚さ  $T$  が波長に比べて十分に小さい場合は、セラミックスは Fig.26 に示すように、容量性のサセプタンス  $jB_1$  と見なすことができ、次式で表される (式の導出は、付録 8.2 節参照)。

$$j \frac{B_1}{Y_1} \approx j(\epsilon_r - 1) \frac{2\pi T}{\lambda_0} \quad (4-1)$$

ここで、 $Y_1$  は同軸線路の特性アドミタンス、 $\lambda_0$  は同軸線路内の波長を表す。周波数が高くなると  $jB_1$  が大きくなり、反射率が増大する。このような伝送線路の場合は、 $jB_1$  を打ち消す誘導性サセプタンスまたは、誘導性リアクタンスを近くに置けば、反射率を小さくできることが容易に分かる。Fig.27 のような「チョーク型」の構造は、誘導性リアクタンスを与えることができる。この性質を利用して、500MHz 帯の加速空洞用入力結合器の高周波窓や、500MHz 帯の大電力 CW クライストロンの出力窓で、インピーダンス整合をとるために、チョーク構造が採用されている例がある [20][9]。

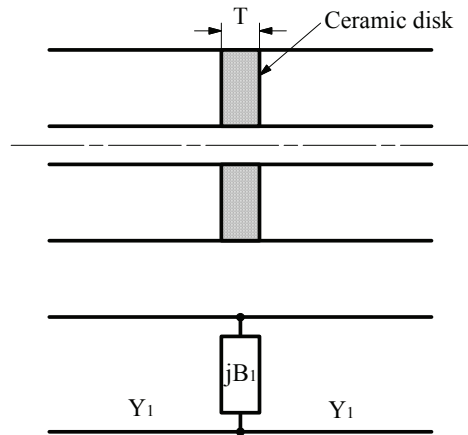


Fig. 26 : 同軸平板型セラミックスの高周波窓 (上図) と等価回路 (下図、セラミックス厚さ  $T$  が波長に比べて十分に小さい場合)。

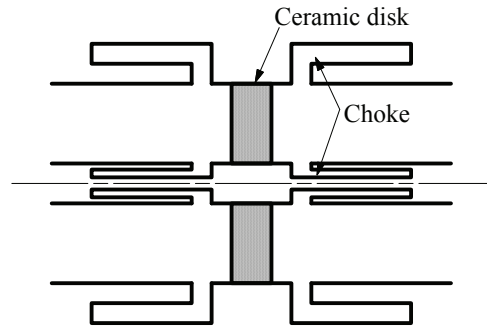


Fig. 27 : チョーク型の整合方法。

#### 4.1.2. セラミックスの厚さが、 $\lambda_{g(\text{ceramics})}/2$ の場合

セラミック厚さ、Pillbox 型高周波窓の円形導波管の長さ等が、波長と比べて無視できない大きさになると、前述の様な集中定数の取り扱いはできなくなる。セラミック部分や、インピーダンス整合に用いる要素 (例えば Pillbox 窓の円形導波管部分など) を分布定数の伝送線路として考えればよい。このとき、伝送線路上の場所によって、入力インピーダンスが変化し、集中定数の扱いでは出てこなかったさまざまな整合解が現れる。これらの整合解の分析にはスミス図表が強力な道具となる。

ここで、例として、Fig.26 の高周波窓に厚さ  $T = \lambda_{g(\text{ceramics})}/2$  のセラミックスを使用する場合を考えてみよう。伝搬モードは TEM とし、セラミッ



クスの比誘電率を 9 と仮定する。同軸線路の特性アドミタンスを  $Y_1$  とすると、セラミックス部分の特性アドミタンス  $Y_2 = 3Y_1$  であり、 $Y_1/Y_2 = 1/3$  となる。Fig.28 に伝送線路の等価回路を示す。負荷アドミタンス  $Y_1$  で終端している。

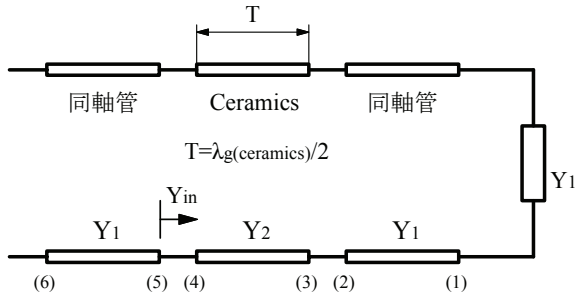


Fig. 28 : セラミックスの厚さが、 $T = \lambda_g(\text{ceramics})/2$  の場合の同軸平板型高周波窓の等価回路。

●解法 1 : (3-52)式を用いて、 $Y_1$  の右側の点(5)の入力アドミタンスを求めると、

$$Y_{in} = 3Y_1 \frac{Y_1 + j3Y_1 \tan \pi}{3Y_1 + jY_1 \tan \pi} = Y_1 \quad (4-2)$$

$Y_1$  となり、インピーダンス整合を満たしている。

●解法 2 : Fig.28 の等価回路上で、 $Y_1$  で終端された  $Y_1$  の線路左端の点(2)から負荷側を見た規格化入力アドミタンスは、 $1+0j$ 、 $Y_2$  の線路の右端の点(3)から負荷側を見た規格化入力アドミタンスは、 $(1+0j)(Y_1/Y_2) = 1/3+0j$  である。 $Y_2$  の線路の長さは  $\lambda_g(\text{ceramics})/2$  であることから、アドミタンスミス図表上で、 $Y_2$  の線路の規格化入力アドミタンスで描くと (Fig.29)、その軌跡は時計回りの 360 度の円となる。Fig.28 上の点(2)、(3)、(4)に対応する、Fig.29 上の点{2}、{3}、{4}が得られる。 $Y_1$  の線路の右端の点(5)からみた規格化入力アドミタンスは、点(4)の規格化入力アドミタンスを  $Y_1$  で規格化しなおして ( $Y_2/Y_1=3$  を乗じる) 得られ、 $1+0j$  となり、インピーダンス整合を満たしていることがわかる。

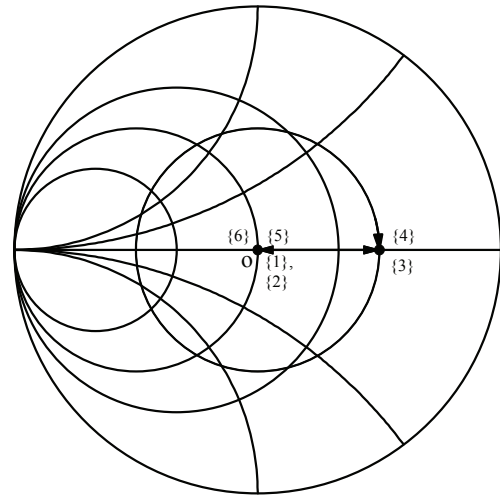


Fig 29 :  $T = \lambda_g(\text{ceramics})/2$  の場合の規格化アドミタンスの軌跡。

このようなセラミックス厚さ  $\lambda_g(\text{ceramics})/2$  (正の整数倍も可能) の整合解は、導波管部分にインピーダンス整合のための特別な構造を必要としないため、扱いやすい厚さを選ぶことができる周波数帯では、設計の際の候補となる。Pillbox 型や、同軸平板型 (オーバー・アンダーカット型) と比較すると、帯域が広く取れない性質がある。通常の矩形導波管では、長方形断面へのセラミックスのロウ接が難しいため、 $\lambda_g(\text{ceramics})/2$  型より容易に製作できる Pillbox 型が選択されることが多い。

#### 4.1.3. 同軸平板型高周波窓の例

Pillbox 型高周波窓や、同軸平板型高周波窓 (オーバー・アンダーカット型) のインピーダンス整合は、セラミックス部分の伝送線路の特性インピーダンスが小さくなる (同軸線路では約 1/3) ことから生じる反射を、線路のインピーダンスの違いと線路の長さで生じる反射と位相を利用して、打ち消していると考えられることができる。例えば、Fig.30 に示すオーバー・アンダーカット同軸平板型高周波窓 [21] では、セラミックス部分の断面が大きくなっているが、逆に、Fig.31 のようにセラミックス部分を小さく選んでも、インピーダンス整合をとることができる。実用的には、セラミックス部分を通過するエネルギー密度をより小さ

くできる、オーバー・アンダーカット型の方が、大電力用としては合理的な選択であると考えられる。

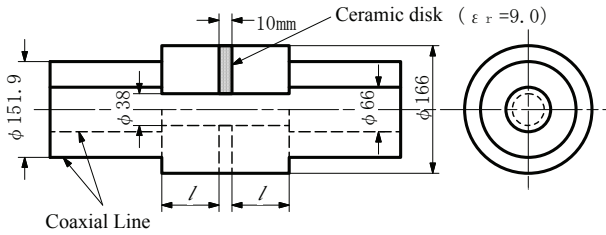


Fig. 30: オーバー・アンダーカット型同軸平板高周波窓の例 (周波数 508.6MHz)。

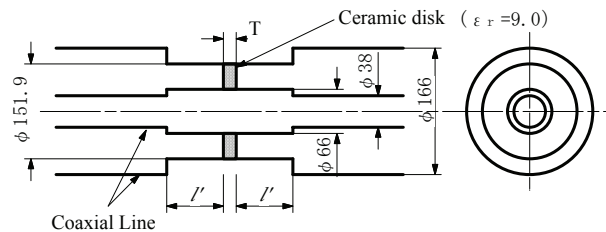


Fig. 31: オーバー・アンダーカット型 (Fig.30) に対して同軸構造を逆にした、同軸平板高周波窓の概略断面図 (周波数 508.6MHz)。

ここで、Fig.30 に示すオーバー・アンダーカット同軸平板型高周波窓のインピーダンス整合解 (今後、整合解と略す。) の一部の性質について考えてみる。この窓の整合解は、Fig.32 に示すように、寸法  $l$  を変化させたとき、 $l =$  約 19.5mm、 $l =$  約 87.8mm に整合解があることが、HFSS のシミュレーションや、後述する等価回路の計算によって容易に見いだされる。このように、少し寸法  $l$  を変化させただけで、2つの整合解が現れたことから、多数の整合解が存在することを予想される。

整合解全体を見渡すためには、グラフ等の図で表すことが効果的である。シミュレーションの結果をグラフに表すことも可能であるが、解釈が難しく、かつ、手間がかかりすぎて現実的ではない。そこで、筆者は、スミス図表上で等価回路のアドミタンス軌跡を追うことによって整合解を求め、さらに、その軌跡を分類して、整合解全体を見渡すことを試みた。その結果について、次節以降で詳しく述べる。

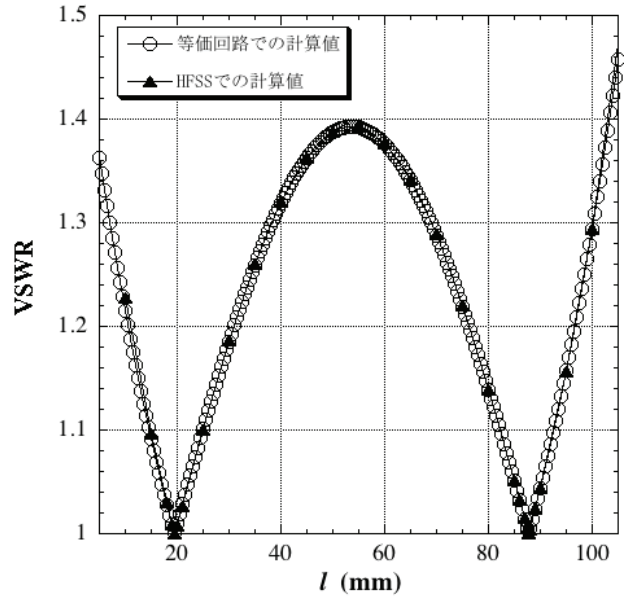


Fig. 32: 同軸平板型高周波窓の VSWR 計算値 (周波数 508.6MHz)。  $l = 19.5\text{mm}$ 、 $l = 87.8\text{mm}$  に整合解がある。

#### 4.2. Pillbox 型高周波窓の等価回

Fig.33 に示す Pillbox 型高周波窓の等価回路は、Fig.34 で表される [22]。ここで、矩形導波管と円形導波管部の伝搬モードは、それぞれ、 $TE_{10}$ 、 $TE_{11}$  とする。容量性サセプタンス  $jB$  は導波管形状が矩形から円形に不連続に変化する部分で生じる高次モードによるものである。 $Y_1$ 、 $Y_2$ 、 $Y_3$  はそれぞれ、矩形導波管、円形導波管、セラミック部円形導波管の特性アドミタンスである。矩形導波管や円形導波管では、特性アドミタンスを一義的に定義することができないため、実際の計算では、絶対値ではなく、それらの比 ( $Y_1/Y_2$ 、 $Y_2/Y_3$  等) を用いている。 $Y_1/Y_2$ 、 $jB/Y_1$  の値は、測定、または、HFSS 等のシミュレーションで簡単に求めることができる (具体的な方法の例については付録 8.3 節を参照)。 $Y_2/Y_3$  は、同じ形状の導波管で、内部の誘電率が異なる特性アドミタンスの比であるから、波動インピーダンスの比から求められる。

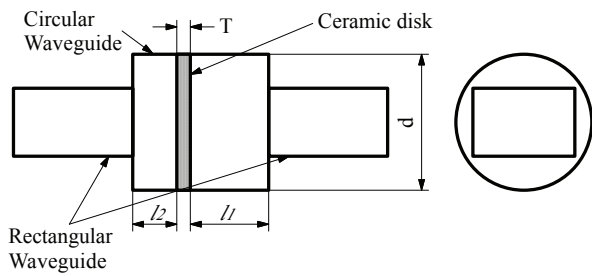


Fig. 33 : Pillbox 型高周波窓の概略図。

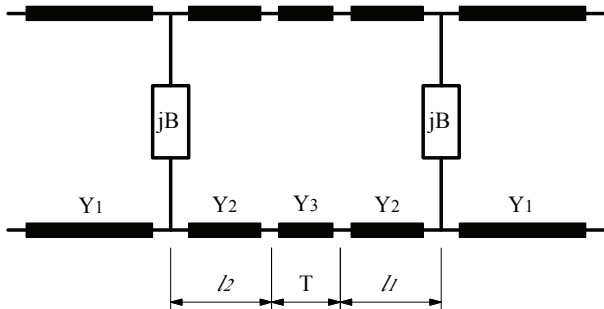


Fig. 34 : Pillbox 型高周波窓及び、同軸平板型高周波窓（オーバー・アンダーカット型）の等価回路。

#### 4.3. 同軸平板型高周波窓の等価回路

Fig.35 に示す同軸平板型高周波窓の等価回路は、Fig.34 で表され、Pillbox 型高周波窓の場合と同じ形となる[23]。

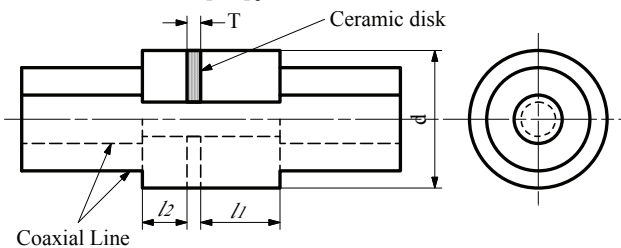


Fig. 35 : 同軸平板型高周波窓（オーバー・アンダーカット型）の概略図。

ここで、同軸管部の伝搬モードは、TEM とする。容量性サセプタンス  $jB$  は同軸管形状がステップ状に不連続に変化する部分で生じる高次モードによるものである。 $Y_1$ 、 $Y_2$ 、 $Y_3$  はそれぞれ、同軸管、オーバー・アンダーカット部同軸管、セラミックス部分同軸管の特性アドミタンスである。同軸管の TEM モードでは、前述の導波管とは異なり、特性アドミタンスの絶対値が定まる。 $Y_1$ 、 $Y_2$ 、 $Y_3$  の値は、電流と電圧の比で表され、

TEM モードの特性インピーダンスを求める式から算出される。 $jB$  の値は、近似計算、測定、HFSS のシミュレーション等により簡単に求めることができる。

#### 4.4. 等価回路の定数

4.2 節、4.3 節で述べたように、Fig.33、Fig.35 の高周波窓は同じ形の等価回路 (Fig.34) で表すことができる。したがって、両モデルに同じ整合解の分類が適用できる。ここでは、Pillbox 型の定数を用いて整合解の分類を行うことにする。

ここで、整合解の分類を説明するために、具体的な数値として、Table 1 の L-band Pillbox 型高周波窓の値を使用する。 $Y_1/Y_2$ 、 $jB/Y_1$  の値は、HFSS により求め、 $Y_2/Y_3$  は波動インピーダンスの比から求めた。整合解はスミス図表上のアドミタンス軌跡の形で分類し、後の章で一般的に議論する。

Table 1 : L-band Pillbox 型高周波窓の具体例

・周波数	1296MHz
・矩形導波管	WR650 (165.1×82.55mm) TE <sub>10</sub> モード 管内波長： $\lambda_{g(矩形)}=0.324$ m
・円形導波管	直径 190mm 長さ $l_1$ 、 $l_2$ TE <sub>11</sub> モード 管内波長： $\lambda_{g(円形)}=0.330$ m
・セラミックス	直径 190mm 厚さ T 比誘電率 $\epsilon_r=9.9$ TE <sub>11</sub> モード 管内波長： $\lambda_{g(ceramics)}=0.075$ m
・ $B/Y_1=0.3221$	
・ $Y_1/Y_2=1.921$	
・ $Y_2/Y_3=0.2286$	

## 5. スミス図表上でのアドミタンス軌跡

### 5.1. アドミタンススミス図表

第3章で述べたように、伝送線路中のある位置に信号源を置いて測定される反射係数 $\Gamma$ と、負荷側を見た入力アドミタンス $Y_{in}$ との関係は次式で表され、一対一の対応がある。

$$\frac{Y_{in}}{Y_0} = \frac{1-\Gamma}{1+\Gamma} \quad (5-1)$$

$$\Gamma = \frac{1-\frac{Y_{in}}{Y_0}}{1+\frac{Y_{in}}{Y_0}} \quad (5-2)$$

ここで、 $Y_0$ は測定点での線路の特性アドミタンスである。

アドミタンススミス図表 (Fig.36) は、反射率 $\Gamma$ を表す複素平面上に、(5-1)式によって関係付けられる規格化アドミタンス $Y_{in}/Y_0=g+jb$ の座標を目盛ったものである。

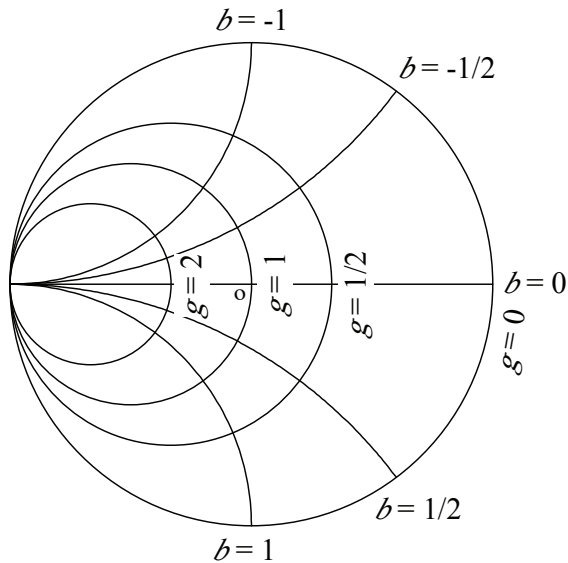


Fig. 36: アドミタンススミス図表。

### 5.2. 整合解のアドミタンス軌跡 (具体例)

等価回路 (Fig.34) にサセプタンス素子が含まれるため、スミス図表はアドミタンス図表 (Fig.36) を使用する。Fig.34 の等価回路と Table 1 の定数にしたがって、スミス図表上のアドミタンス軌跡を追ってみる。ここではパラメータの数を減らすため、矩形導波管断面寸法、円形導波管

直径 (=セラミックス直径)、周波数、セラミックスの比誘電率の値を固定してある。この操作により、 $jB/Y_1$ 、 $Y_1/Y_2$ 、 $Y_2/Y_3$ の値が、Table 1 に示してあるように定まる。

まず、Fig.37 に示すように、等価回路モデルの右側に終端負荷を接続して、負荷側を見た規格化アドミタンスの軌跡を調べる。各点での規格化アドミタンスは次の規則にしたがって変化する。

- 1) (2)の位置のように、サセプタンス (ここでは $Y_1$ で規格化した $jB/Y_1$ ) が接続されている場所では、等コンダクタンスの目盛りに乗って、サセプタンス増分が変化する。
- 2) (4)→(5)の位置のように、特性アドミタンスが変化する場合、測定点の特性アドミタンスで規格化する。この例の(5)の位置では、(4)の規格化アドミタンスに $Y_2/Y_3$ を乗ずる。
- 3) (3)→(4)の位置のように、同じ特性アドミタンス線路上で負荷からの距離が変化している場合、(反射係数 $\Gamma$ の位相のみ変化するため) アドミタンス軌跡はスミス図表の中心 $o$ を中心点として時計回りに回転する円弧となる。回転角は距離 $\lambda_g/2$ に対して360度の割合である。

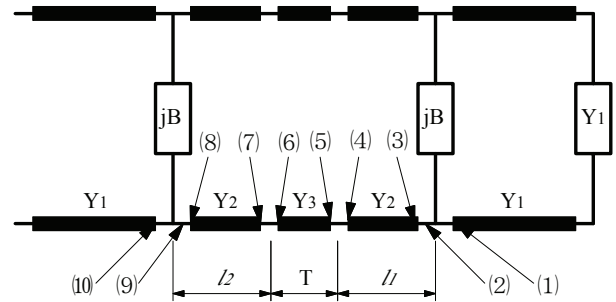


Fig. 37: Pillbox 型高周波窓及び、同軸平板型高周波窓 (オーバー・アンダーカット型) の等価回路。終端負荷 $Y_1$ が右端に接続されている。

インピーダンス整合とは、等価回路の左端から負荷側を見た規格化入力アドミタンスの値が1になることであり、(10)の位置の規格化アドミタンスが、スミス図表上の中心点 ( $\Gamma=0$ ) になることである。

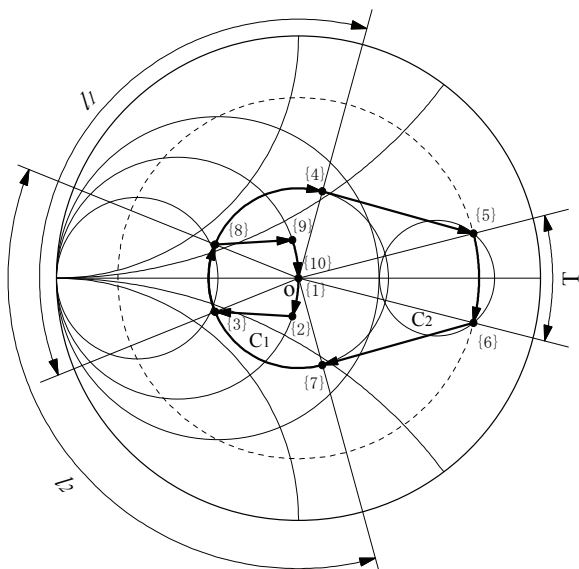
ここで、Fig.37 の等価回路の(1)~(10)の位置から負荷側を見た規格化アドミタンスをスミス図表 (Fig.38) の点{1}~{10}に対応させて説明する。

Fig.38 に示すように、等価回路 (Fig.37) の(1)の位置では、負荷側の規格化アドミタンスは  $Y_1/Y_1=1$  であるから、スミス図表では、中心点  $o$  の位置になる。

等価回路の(2)の規格化入力アドミタンスは  $1+jB/Y_1=1+0.3221j$  となり、スミス図表の点{2}で表される。

等価回路の(3)の規格化入力アドミタンスは  $(1+0.3221j)Y_1/Y_2=1.921+0.6188j$  となり、スミス図表の点{3}で表される。

等価回路の(3)→(4)位置では、スミス図表上では  $o$  を中心点として時計回りに回転する円弧で表わされる。この円弧が乗る円周を  $C_1$  とすると、点{4} ((4)の位置の規格化アドミタンス) は長さ  $l_1$  の取り方によって円  $C_1$  上の任意の位置に決めることができる。



**Fig. 38: 整合解のアドミタンス軌跡 (一例)。** 等価回路の (1) ~ (10) の位置から負荷側を見た規格化アドミタンスが点{1}~{10}に対応する。

等価回路の(5)の規格化アドミタンスは  $C_1$  上に存在する点{4}の規格化アドミタンスに  $Y_2/Y_3$  を乗じたものがある。ここで円  $C_1$  上の点の規格化アドミタンスに  $Y_2/Y_3$  を乗じて円  $C_2$  を得る。(スミス図表の中心  $o$  を中心点とする円上の規格化アドミタンスに、正の実数に乗じた写像は円になる。付録 8.1 節参照。) スミス図表上の点{5}は、 $l_1$  を決める

ことにより、 $C_2$  上の任意の位置に決めることができる。通常、セラミックスの比誘電率は 1 より大きいことから、 $Y_2/Y_3$  は 1 より小さな値となり、 $C_1 \rightarrow C_2$  の写像では  $C_2$  の中心点が必ず  $C_1$  の中心点の右側に位置する。

円  $C_1$  と  $C_2$  は、Table 1 で示す  $jB/Y_1$ 、 $Y_1/Y_2$ 、 $Y_2/Y_3$  の値が決まれば一意的に定まる。すなわち、矩形導波管断面寸法、円形導波管直径 (=セラミックス直径)、周波数、セラミックスの比誘電率の値が決まれば、円  $C_1$ 、 $C_2$  を描くことができる。逆に、これらの定数を変化させると、円  $C_1$ 、 $C_2$  の位置や大きさが変化して、異なる性質の整合解のグループが現れる。円  $C_1$ 、 $C_2$  の図形上の関係から整合解の一般的な分類を試みるが、これについては、第 6 章で議論する。

等価回路の(5)→(6)の規格化アドミタンスは、スミス図表上では  $o$  を中心点として時計回りの円弧で表され、円周角はセラミックスの厚さ  $T$  によって決まる。ここで、スミス図表上の点{6}が円  $C_2$  上になるようにセラミックス厚さ  $T$  を決めれば、(7)の位置の規格化アドミタンス (点{7}) が、スミス図表円  $C_1$  上に乗る。点{7}は、点{6}の規格化アドミタンスに  $Y_3/Y_2$  を乗じたものがある。(Fig.38 の{5}→{6}経路は一つの例である。)

等価回路の(7)→(8)では、スミス図表上では時計回りの円弧となり、点{8}は、長さ  $l_2$  の取り方によって円  $C_1$  上の任意の位置に決めることができる。Fig.38 に示すように、 $l_2$  を適当に選んで、{8}がスミス図表上の  $b=0$  の線 ( $\Gamma$  の実軸) に対して{3}と対称となるようにすれば、{9}、{10}の規格化アドミタンスが決まり、整合解となる。ちなみに、等価回路の(8)の、規格化アドミタンスは  $1.921-0.6188j$ 、(9)では、 $(1.921-0.6188j)Y_2/Y_1=1-0.3221j$ 、(10)の位置では、 $1-0.3221j+0.3221j=1$  となる。

逆に、Fig.37 の回路が整合解であるとする、等価回路上(10)から負荷側を見た規格化アドミタンスは 1 であり、表 1 の定数から、等価回路上の(9)、(8)の位置の規格化アドミタンスは、Fig.38 で示される点{9}、{8}でなければならない。スミス図表上{7}、{6}の点はそれぞれ円  $C_1$ 、 $C_2$  上に存在

することになり、{5}→{6}は、 $o$ を中心点とする円弧でかつ、{5}、{6}が $C_2$ 上の点でなければならない。

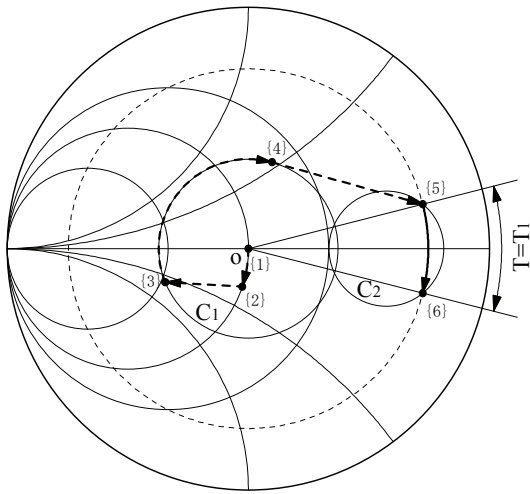


Fig. 39: 整合解のアドミタンス軌跡。{5}→{6}の経路が円 $C_2$ の内部となる場合。

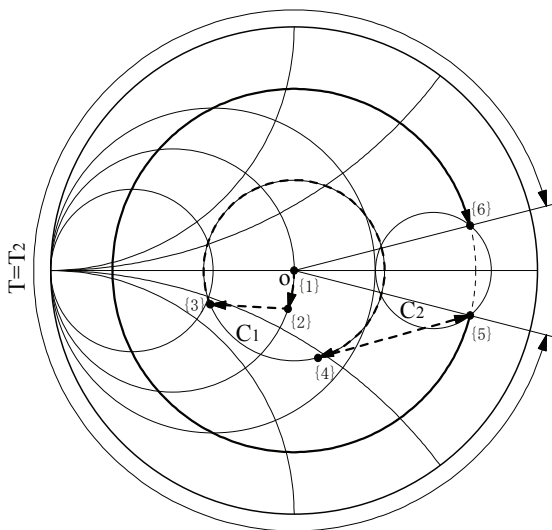


Fig. 40: 整合解のアドミタンス軌跡。{5}→{6}の経路が円 $C_2$ の外部となる場合。

ここで、今まで述べたスミス図表上での整合解のアドミタンス軌跡をまとめると、

- 1) 矩形導波管断面寸法、円形導波管直径 (=セラミックス直径)、周波数、セラミックスの比誘電率の値を決めれば、円 $C_1$ 、 $C_2$ が決まる。また、スミス図表上で、{1}、{2}、{3}、{8}、{9}、{10}の規格化アドミタンスが決まる。

- 2)  $l_1$ の長さを決めれば、 $C_1$ 上の{4}、 $C_2$ 上の{5}の規格化アドミタンスが定まる。 $l_1$ は任意の長さをとることができる。
- 3) スミス図表上の{5}→{6}の円弧軌跡で、{6}が $C_2$ 上になるようにセラミックスの厚さ $T$ を選べば、 $l_2$ の長さを調節して整合解を得られる。{6}が $C_2$ 上にならない。

スミス図表上の{5}→{6}の軌跡は、図形からFig.39～Fig.41に示す3種類の経路に分類できる。尚、Fig.41の{5}→{6}の経路では、 $l_1$ を適当に選ぶことによって、点{5}は円 $C_2$ 上の任意の点をとることができる。これらの整合解について次節以降で説明する。

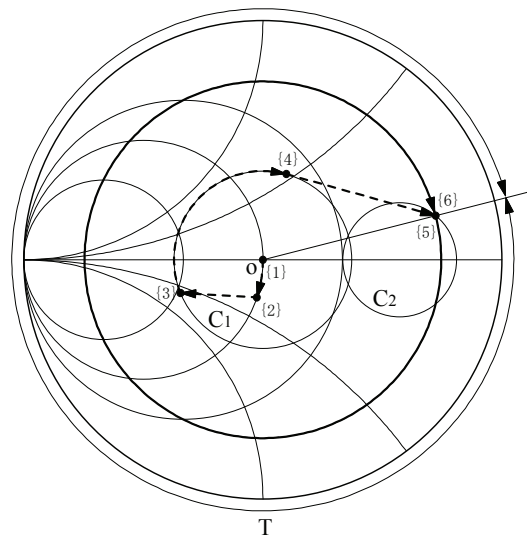


Fig. 41: 整合解のアドミタンス軌跡。{5}→{6}の経路が360度なる場合 ( $T=\lambda_{g(\text{ceramics})}/2$ の場合)。

整合解での $l_1$ 、 $l_2$ 、 $T$ の値は、スミス図表上の軌跡で360度回転しても元のアドミタンスとなることから、それぞれ、 $\lambda_{g(\text{円形})}/2$ 、 $\lambda_{g(\text{円形})}/2$ 、 $\lambda_{g(\text{ceramics})}/2$ の周期性がある。ここでは、特に断らない限り、アドミタンス軌跡の回転は360度を超えない範囲で議論することにする。

### 5.3. {5}→{6}の軌跡が円 C2 の内部になる場合

Fig.39 に示すように、スミス図表上の{5}→{6}の円弧軌跡（セラミックス部分の規格化アドミタンス）が円 C<sub>2</sub> の内部になる場合は、点{5}が円 C<sub>2</sub> の上側半分に乗らなければならない。点{4}は円 C<sub>1</sub> の上側半分の半円上に乗る。整合解のアドミタンス軌跡がセラミックスの中心に対して対称になるため、 $l_1=l_2$ である。

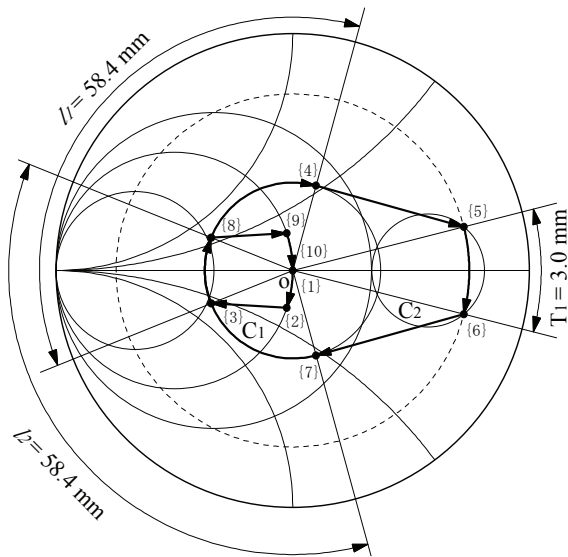


Fig. 42 : {5}→{6}の経路が円 C<sub>2</sub> の内部となる場合の一例 ( $T_1=3.0$  mm、 $l_1=l_2=58.4$  mm)。

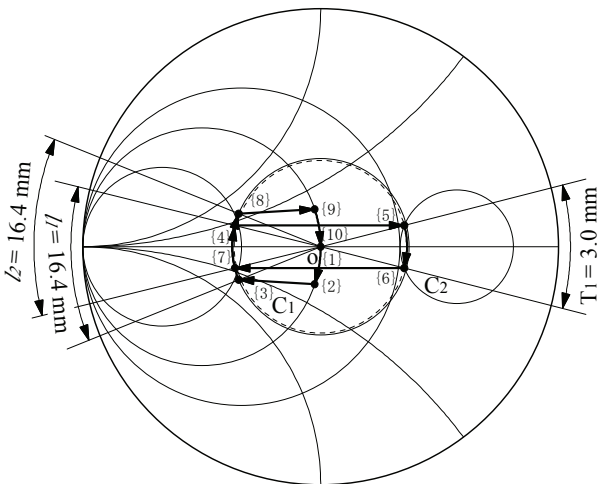


Fig. 43 : {5}→{6}の経路が円 C<sub>2</sub> の内部となる場合の一例 ( $T_1=3.0$  mm、 $l_1=l_2=16.4$  mm)。

Fig.42 の整合解の軌跡を見ると、点{5}とスミス図表の中心 o を結んだ直線が、点{5}の他にもう一

箇所と交わっていることが分かる。すなわち、Fig.42 と同じセラミックス厚さ  $T_1$  に対して、Fig.43 の軌跡をとる解が存在する。このことは、Fig.30、Fig.32 で示した  $l$  を変化させたときの 2 つの整合解の説明にほかならない。

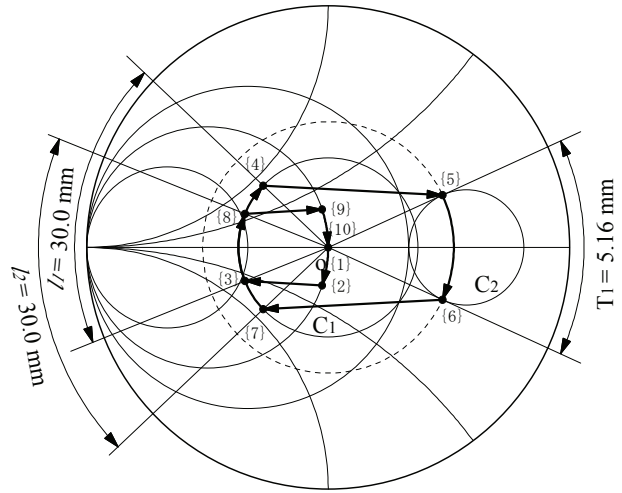


Fig. 44 : 接線解 ( $T_{1max}$ )

( $T_1 = T_{1max} = 3.0$  mm、 $l_1=l_2=30.0$  mm)。

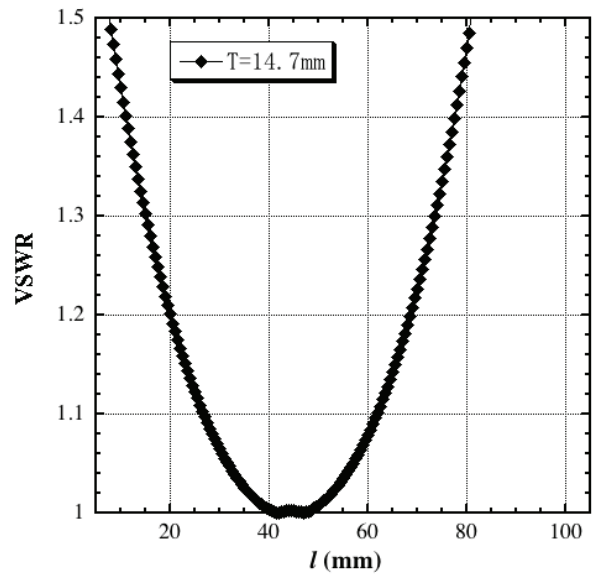


Fig. 45 : 接線解 ( $T_{1max}$ ) 近傍の特性。Fig.30 の同軸平板型高周波窓において、セラミックス厚さを 10→14.7mm に変更したもの。周波数：508.6MHz。VSWR は等価回路での計算値。

Fig.42 と Fig.43 の整合解を比較すると、セラミックス部分の規格化アドミタンス（{5}→{6}の軌跡）がより中心 o に近い Fig.43 の解の方が、定

在波が小さくなるため、セラミックス内の電場が小さくなる。

Fig.44のように、点{5}と中心oを結んだ直線が円C<sub>2</sub>に対して接線になるとき、Fig.42、Fig.43のような2つの $l_1 (=l_2)$ の解は1つに重なり、 $T_1$ は最大値(= $T_{1max}$ とする)となる。この解を接線解( $T_{1max}$ )と呼ぶことにする。

接線解( $T_{1max}$ )及びその近傍の解では、その幾何学的な性質から $l_1 (=l_2)$ の値を整合解から少しずらした場合の影響が小さくなる。すなわち、製造時の $l_1 (=l_2)$ の許容誤差を比較的大きくとれる。また、このモデルのような Pillbox 型高周波窓では、接線解( $T_{1max}$ )付近に周波数特性が広がる解が存在することが、等価回路や HFSS の計算で分かっている。

Fig.45に同軸平板型高周波窓(508.6MHz)の接線解( $T_{1max}$ )近傍の特性を示す。この例では、Fig.30の構造でセラミックス厚さを10mm→14.7mmとしている。(この構造では、 $T_{1max}=14.737$ mmである。) Fig.32のグラフと比較すると、接線解近傍では、 $l$ の許容誤差を大きくとれることが分かる。

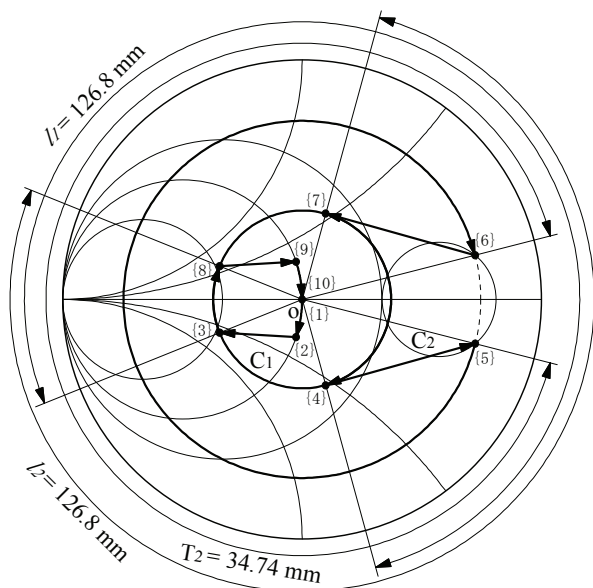


Fig. 46 : {5}→{6}の経路が円C<sub>2</sub>の外部となる場合の一例 ( $T_2=34.74$  mm、 $l_1=l_2=126.8$  mm)。

この節で述べたように、{5}→{6}の円弧軌跡が円C<sub>2</sub>の内部になる経路では、セラミックス厚さ $T_1$ は $0 < T_1 \leq T_{1max}$ の範囲内にとることができる。ま

た、{5}→{6}の円弧軌跡の中間点が反射係数 $\Gamma$ の実軸上の正の部分に乗るため、セラミックス内部での線路上での反射率分布を考えると、セラミックス内での線路上中心部の電場の大きさは、線路上のその付近の電場の極大値をとる。

#### 5.4. {5}→{6}の軌跡が円C<sub>2</sub>の外部になる場合

Fig.40に示すように、スミス図表上の{5}→{6}の軌跡(セラミックス部分の規格化アドミタンス)が円C<sub>2</sub>の外部になる場合は、点{5}が円C<sub>2</sub>の下側半分に、点{4}は円C<sub>1</sub>の下側半分に乗る。前節と同様に、整合解のアドミタンス軌跡がセラミックスの中心に対して左右対称になるため、 $l_1 = l_2$ である。ここでセラミックス厚さ $T_2$ を決めると、前節と同じように、Fig.46、Fig.47に示す $l_1$ が異なる2つの整合解が現れる。

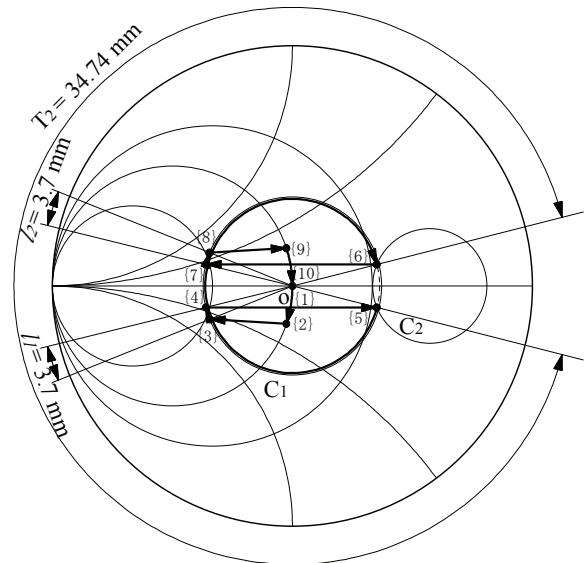


Fig. 47 : {5}→{6}の経路が円C<sub>2</sub>の外部となる場合の一例 ( $T_2=34.74$  mm、 $l_1=l_2=3.7$  mm)。

Fig.48に示すように、点{5}と中心oを結んだ直線が円C<sub>2</sub>に接するとき、 $l_1$ の異なる2つの整合解は重なって1つとなり、 $T_2$ は最小値(= $T_{2min}$ とする)となる。この解を接線解( $T_{2min}$ )と呼ぶことにする。 $T_{1max} + T_{2min} = \lambda_{g(\text{ceramics})}/2$ の関係がある。

接線解( $T_{2min}$ )でも、接線解( $T_{1max}$ )と同様に、製造時の $l_1 (=l_2)$ の許容誤差を比較的大きくとることができる。また、このモデルでは、接線解( $T_{2min}$ )付



近の整合解で、周波数特性が比較的広くなること  
が、等価回路や HFSS の計算で分かっている。  
この節で述べたように、{5}→{6}の円弧軌跡が円  
C<sub>2</sub> の外部になる経路では、セラミックス厚さ T<sub>2</sub>  
は  $T_{2min} \leq T_2 \leq \lambda_{g(ceramics)}/2$  の範囲にとることができる。  
また、{5}→{6}の円弧軌跡の中間点が反射率  $\Gamma$   
の実軸上の負の部分に乗るため、セラミックス内  
部での線路上での反射率分布を考えると、セラミ  
ックス内での線路上中心部の電場の大きさは、線  
路上のその付近の電場の極小値をとる。

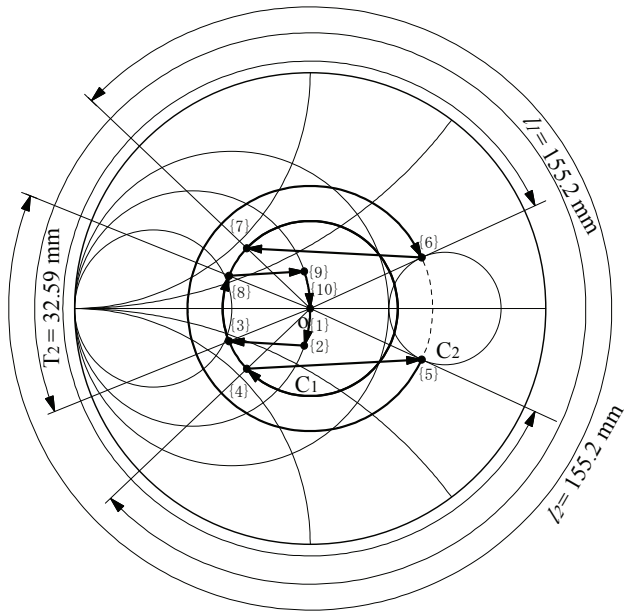


Fig. 48 : 接線解 (T<sub>2min</sub>)

(T<sub>2</sub> = T<sub>2min</sub> = 32.59 mm、l<sub>1</sub> = l<sub>2</sub> = 155.2 mm)。

### 5.5. {5}→{6}の軌跡が 360 度になる場合

Fig.41 に示すように、スミス図表上の{5}→{6}  
の軌跡（セラミックス部分の規格化アドミタ  
ンス）が 360 度の円周になる場合は、点{5}は円 C<sub>2</sub>  
の任意の場所に決めることができる。点{5}が反射  
係数  $\Gamma$  の実数軸と円 C<sub>2</sub> の交点にある場合のみ、l<sub>1</sub>  
= l<sub>2</sub> であり、それ以外の点では、l<sub>1</sub> ≠ l<sub>2</sub> の非対称な  
解となる。セラミックス厚さ T は、 $T = \lambda_{g(ceramics)}/2$   
となる。Fig.49 に解の一例を示す。

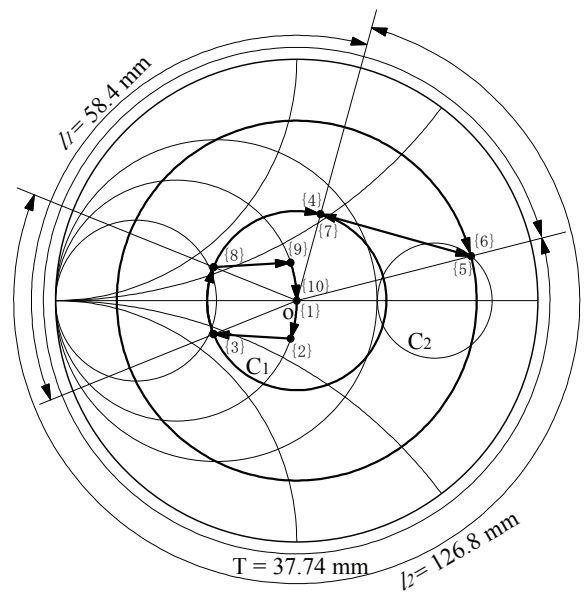


Fig. 49 : {5}→{6}の経路が 360 度なる場合の一  
例 (T =  $\lambda_{g(ceramics)}/2$ 、l<sub>1</sub> = 58.4mm、l<sub>2</sub> = 126.8 mm)。

### 5.6. 整合解のアドミタンス軌跡（具体例）の まとめ

この章で説明してきた「L バンド Pillbox 型高  
周波窓」の整合解のアドミタンス軌跡（具体例）  
をまとめると次のようになる。

(1) 矩形導波管断面寸法、円形導波管直径 (=セ  
ラミックス直径)、周波数、セラミックスの比誘  
電率の値を決めれば、円 C<sub>1</sub>、C<sub>2</sub> が決まる。セラ  
ミックス部分の規格化アドミタンスを表す{5}→  
{6}の円弧軌跡は、点{5}、点{6}共に円 C<sub>2</sub> 上になけ  
れば整合解とならない。

(2) {5}→{6}の円弧軌跡の取り方により、(3) ~  
(5) の 3 種類の整合解に分類される。

(3) {5}→{6}の円弧軌跡が円 C<sub>2</sub> の内部になる場合

- 1)  $0 < T_1 < T_{1max}$  の範囲内で T<sub>1</sub> を決めると 2 つの  
l<sub>1</sub> (= l<sub>2</sub>) について整合解が存在する。また、l<sub>1</sub> =  
l<sub>2</sub> となり、左右対称な構造となる。
- 2) 接線解(T<sub>1max</sub>)では、T<sub>1</sub> = T<sub>1max</sub> の最大値をとる。  
このとき、2 つの l<sub>1</sub> (= l<sub>2</sub>) の値について整合  
解は重なって 1 つとなる。また、製造時の l<sub>1</sub>

( $=l_2$ )の許容誤差を比較的大きくとれる、比較的広い周波数特性を持つ等の性質がある。

- 3) {5}→{6}の円弧軌跡の中間点が反射係数  $\Gamma$  の実軸上の正の部分に乗るため、セラミックス内部での線路上での反射率分布を考えると、セラミックス内での線路上中心部の電場の大きさは、線路上のその付近の電場の極大値をとる。
- 4)  $T_1$ についての2つの  $l_1 (=l_2)$ の値について解では、{5}→{6}の円弧軌跡がスミス図表の中心に近い解の方が、定在波の振幅が小さくなるため、セラミックス内電場が小さくなる。

#### (4) {5}→{6}の円弧軌跡が円 $C_2$ の外部になる場合

- 1)  $T_{2min} < T_2 \leq \lambda_{g(ceramics)}/2$  の範囲内で  $T_2$  を決めると2つの  $l_1 (=l_2)$ の値について整合解が存在する。また、 $l_1 = l_2$ となり、左右対称な構造となる。
- 2) 接線解( $T_{2min}$ )では、 $T_2 = T_{2min}$ の最小値をとる。このとき、2つの  $l_1 (=l_2)$ の値についての整合解は重なって1つとなる。また、製造時の  $l_1 (=l_2)$ の許容誤差を比較的大きくとれる、比較的広い周波数特性を持つ等の性質がある。
- 3) {5}→{6}の円弧軌跡の中間点が反射係数  $\Gamma$  の実軸上の負の部分に乗るため、セラミックス内部での線路上での反射率分布を考えると、セラミックス内での線路上中心部の電場の大きさは、線路上のその付近の電場の極小値をとる。

#### (5) {5}→{6}の軌跡が360度の円周になる場合

- 1)  $T = \lambda_{g(ceramics)}/2$  となる。
- 2) 点{5}が反射係数  $\Gamma$  の実数軸に乗る2つの場合以外は、 $l_1 \neq l_2$ の非対称な解となる。

(6)  $T_{1max} < T < T_{2min}$ の範囲のセラミックス厚さ  $T$  では整合解が存在しない。このことは特に注意しなければならない。

(7)  $T = T_0$ 、 $l_1 = l_{10}$ 、 $l_2 = l_{20}$ が整合解であるならば、 $T = T_0 + n_1 \lambda_{g(ceramics)}/2$ 、 $l_1 = l_{10} + n_2 \lambda_{g(円形)}/2$ 、 $l_2 = l_{20} + n_3 \lambda_{g(円形)}/2$ も整合解となる。ここで、 $n_1$ 、 $n_2$ 、 $n_3$ は任意の自然数である。(スミス図表での1回転の周期性。)

(8) 一般に、周波数特性は、 $T$ 、 $l_1$ 、 $l_2$ の小さい値の方が、周波数変化による位相差が小さくなるため、広帯域となる。接線解及び接線解近傍では図形の性質から、比較的広帯域となる。

(9) 一般に、アドミタンス軌跡がスミス図表の中心に近い方が、定在波成分が小さくなって進行波に近づくため、定在波による電場が小さくなる。

## 6. 整合解のアドミタンス軌跡の一般的取り扱い

### 6.1. 一般的な整合解の分類

第5章において、Lバンド Pillbox 型高周波窓の具体例を挙げて整合解の性質を説明した。その例では、矩形導波管断面寸法、円形導波管直径(=セラミックス直径)、周波数、セラミックスの比誘電率の値を固定して、円  $C_1$ 、 $C_2$ の図形上の考察から整合解の性質を調べた。ここで、これらのパラメータを変化させて、整合解のアドミタンス軌跡を分析してみる。

まず、上述のパラメータを適当に選ぶ(周波数は固定して議論する)。このとき、Fig.37の等価回路において、(3)→(4)の位置の規格化入力アドミタンスの軌跡は、 $l_1$ の長さを変化させたとき、スミス図表の中心  $o$  を中心点とした円弧になる。この円弧が乗る円周を前章と同様に円  $C_1$  とする。各パラメータを変化させると、円  $C_1$  は、 $o$  を中心点とするスミス図表内の任意の円にとることができる。

前章と同じように、等価回路上の各位置(1)~(10)の規格化アドミタンスをスミス図表上の点{1}~{10}に対応させると、点{5}は、円  $C_1$  上の点の規格化アドミタンスに  $Y_2/Y_3$  を乗じてできた円  $C_2$  上の点となる。ここで、セラミックスの比誘電率が1より大きいことから、 $Y_2/Y_3 < 1$  である。した

がって、円  $C_2$  は必ず円  $C_1$  の右側に位置することになる。(円  $C_2$  と反射係数  $\Gamma$  の実数軸との2つの交点は、円  $C_1$  と  $\Gamma$  の実数軸との対応するそれぞれの交点の右側となる。)

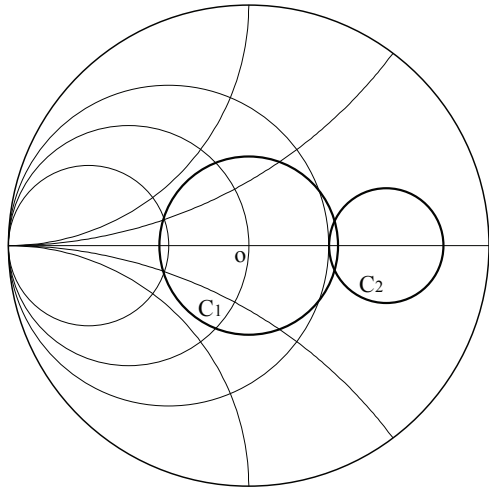


Fig. 50: 円  $C_2$  全体がスミス図表の中心  $o$  より右側に位置する場合。

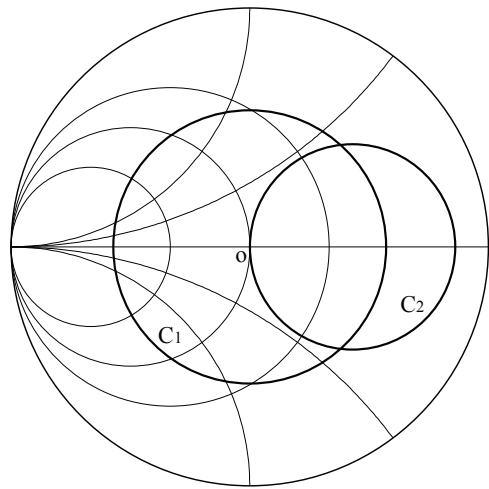


Fig. 51: 円  $C_2$  と反射係数  $\Gamma$  の実数軸との交点の一つがスミス図表の中心  $o$  となる場合。

円  $C_1$  と円  $C_2$  の幾何学的な配置は、整合解のアドミタンス軌跡の性質を考慮して、次の3種類に分類される。

- 1) 円  $C_2$  全体がスミス図表の中心  $o$  より右側に位置する場合 (Fig.50)。
- 2) 円  $C_2$  と反射係数  $\Gamma$  の実数軸との交点の一つがスミス図表の中心  $o$  となる場合 (Fig.51)。

- 3) 円  $C_2$  と反射係数  $\Gamma$  の実数軸との交点の一つがスミス図表の中心  $o$  の左側に位置する場合 (Fig.52)。

整合の条件はこれらの図形の位置関係によらず、前章と同様に、選択した  $l_1$  対して、点{5}、{6}が円  $C_2$  上に乗り、かつ、適当な  $l_2$  を選ぶことである。セラミックス厚さ  $T$  は、{5}→{6}の軌跡の円周角で決まる。

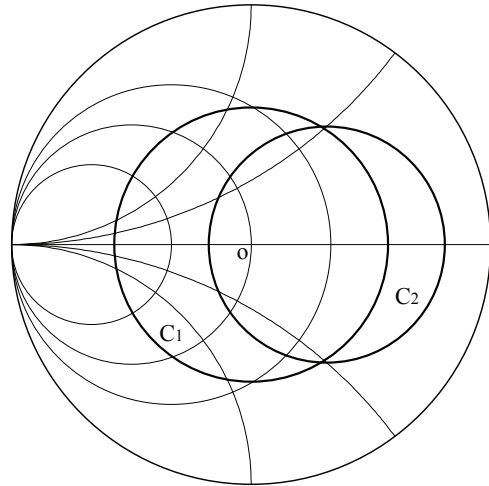


Fig. 52: 円  $C_2$  と反射係数  $\Gamma$  の実数軸との交点の一つがスミス図表の中心  $o$  の左側に位置する場合。

Fig.53 に示すように、円  $C_1$  上で18度毎に目印をつけ円  $C_2$  への写像を求めると、円  $C_2$  上への写像は、図形上の相似な点に対応していないことが分かる。円  $C_2$  上の目印の位置が疎に分布する部分、密に分布する部分があり、これらは、寸法の許容誤差や、周波数特性に多少影響を与える。

## 6.2. 円 $C_2$ 全体がスミス図表の中心 $o$ より右側に位置する場合

円  $C_2$  全体がスミス図表の中心  $o$  より右側に位置する場合 (Fig.50) の整合解の性質は、第5章で取り扱った例から得られた結果で表される (5.6節参照)。円  $C_1$ 、 $C_2$  の取り方により、セラミックス厚さ  $T$  は  $0 < T_1 < \lambda_g(\text{ceramics})/4$ 、 $\lambda_g(\text{ceramics})/4 < T_2 \leq \lambda_g(\text{ceramics})/2$  の範囲の値となる。 $T_{1\max} < T < T_{2\min}$  の範囲では整合解が存在しない。

一般に使用されている従来型の Pillbox 型高周波窓は、この分類の整合解で、Fig.42～Fig.44 の

整合解（{5}→{6}）の円弧軌跡が円  $C_2$  の内部になる場合）が多く採用されている。

Fig.46～Fig.48 の整合解（{5}→{6}）の円弧軌跡が円  $C_2$  の外部になる場合）が使用されている例は（筆者の知る限り）まだ存在していないようである。しかし、接線解( $T_{2min}$ )は、5 章の例では比較的広い周波数特性を持っており、実用性が高いと思われる。もっと高い周波数領域で、機械強度上問題ないセラミックス厚さを選択しなければならない場合には、1つの候補に上がる整合解ではなかろうか。

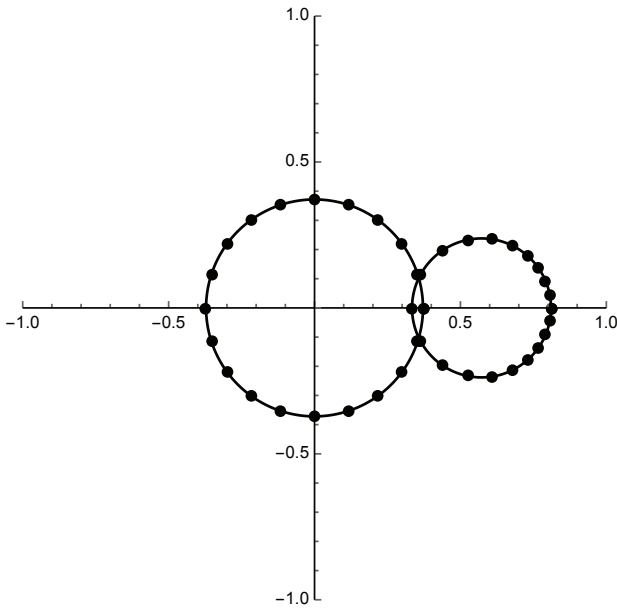


Fig. 53: 円  $C_1 \rightarrow C_2$  の写像 (Table 1 の定数で作図)。円  $C_1$  上に 18 度毎にマーカーを入れてある。座標軸は反射係数  $\Gamma$  の実数軸（横軸）と虚数軸（縦軸）。

### 6.3. 円 $C_2$ と反射係数 $\Gamma$ の実数軸との交点の 1つがスミス図表の中心 $o$ となる場合

第 5 章の Pillbox 型高周波窓の例において、円形導波管の直径を大きくすると、 $B/Y_1$  の値が大きくなり、円  $C_1$  の直径を大きくできる。また、矩形導波管の高さ(短辺の長さ)を低くすると、 $Y_1/Y_2$  の値が大きくなり、円  $C_1$  の直径を大きくできる。したがって、このような操作を行えば、Fig.51 に示すような円  $C_1$ 、 $C_2$  を容易に得ることができる。

円  $C_2$  と反射率  $\Gamma$  の実数軸との交点の 1つがスミス図表の中心  $o$  となる場合 (Fig.51) では、整合解のアドミタンス軌跡の分類は、前節の場合と同様に取り扱うことができる。ただし、中心  $o$  から円  $C_2$  に引いた接線は、反射率  $\Gamma$  の虚数軸と一致し、中心点  $o$  で接する。したがって、5.3 節、5.4 節で述べた接線解( $T_{1max}$ )と接線解( $T_{2min}$ )の 2つの接線解は 1つの解となる。 $T_{1max} = T_{2min} = \lambda_g(\text{ceramics})/4$  となり、接線解の性質から、接線解近傍では製造時の  $l_1 (= l_2)$  の許容誤差を比較的大きくとれる。

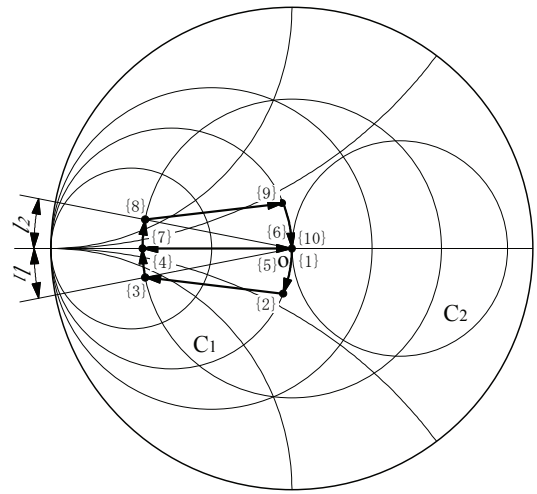


Fig. 54: 接線解の規格化アドミタンス軌跡。この整合解は進行波解である。

また、接線解では、{5}→{6}の軌跡が中心点となるため、セラミックス厚さ  $T$  がどのような値であっても整合条件を満足する。このことは、セラミックス部分の規格化入力アドミタンスが  $1+0j$  であり、セラミックス内の電磁波は進行波となっていることを表している。したがって、セラミックス内に定在波が存在せず、セラミックス内部とセラミックス表面付近の電場を小さくできる。この解は S.Yu.Kazakov によって提唱された進行波解の一例であり、ピーク電力が大きいパルスライストロンの出力窓等に使用されている[24]。また、進行波解において周波数帯域が最大となるセラミックスの厚さは、 $T=(2n-1)\lambda_g(\text{ceramics})/4$ 、( $n$ : 正の整数)に近い場合に得られることが示されている。このような周波数帯域が比較的に広がるセラミックス厚さの性質は、前述のように、接線解の幾何学的な性質からも説明できる。

Fig.54 に、この接線解のアドミタンス軌跡の一例を示す。Table 1 の定数の内、矩形導波管断面を 165.1mm×41.275mm (WR650 導波管の 1/2 の高さ) とし、円形導波管の直径を 195.42mm にしたものである。 $l_1 = l_2 = 165.537\text{mm}$  (スミス図表 1 回転分の周期解) とすると、HFSS での計算とよく一致する。

#### 6.4. 円 $C_2$ と反射係数 $\Gamma$ の実数軸との交点の 1 つがスミス図表の中心 $o$ の左側に位置する場合

前節と同様の方法で、充分大きな直径の円  $C_1$  を持つ構造を与えれば、Fig.52 のような円  $C_1$ 、 $C_2$  を得ることができる。

このような、円  $C_2$  と反射率  $\Gamma$  の実数軸との交点の 1 つがスミス図表の中心  $o$  の左側に位置する場合 (Fig.52) においても、第 5 章で述べた方法で整合解を分析することができる。5.2 節と同様に、

- 1) {5}→{6}の円弧軌跡が円  $C_2$  の内部になる場合
- 2) {5}→{6}の円弧軌跡が円  $C_2$  の外部になる場合
- 3) {5}→{6}の軌跡が 360 度の円周になる場合

の 3 種類の解に分類される。ただし、図形上の性質から、接線解は存在しない。

大きな直径の円  $C_1$  は、伝送線路での大きな定在波を表しているため、高電力の高周波窓では電場の大きさに注意しなければならない。この解の実用例は (筆者の知るかぎり) ない。

## 7. 等価回路モデルの注意点とまとめ

### 7.1. 等価回路モデルの注意点

これまでの議論は、Fig.34 の等価回路に基づいて行われてきた。等価回路が成立する条件として、次のような伝搬モードであることを仮定している。

Pillbox 型高周波窓	
矩形導波管	TE <sub>10</sub>
円形導波管	TE <sub>11</sub>
セラミックス部分	TE <sub>11</sub>
矩形→円形導波管の部分	高次モード波
同軸平板型高周波窓	

同軸管部分	TEM
セラミックス部分	TEM
同軸管のステップ部分	高次モード波

Pillbox 型高周波窓では、 $l_1$ 、 $l_2$  の長さが比較的短い場合に、TM<sub>11</sub> モードが円形導波管、セラミックス部分に現れることが知られている[25]。通常、使用周波数は、TM<sub>11</sub> モードの遮断周波数以下になるように設計されているが、 $l_1$ 、 $l_2$  が短いと、矩形→円形導波管の部分で発生した TM<sub>11</sub> 波が十分に減衰しないで次のセラミックス部分まで到達する。すなわち、等価回路上のサセプタンス  $jB$  と他の要素との近接効果が現れていると考えられる。このような場合、等価回路の計算では正しい値が得られないため、特に注意が必要である。

第 5 章で取り上げた L バンド高周波窓の実際の設計では、 $l_1$ 、 $l_2$  が小さい場合、等価回路計算値はコールドモデル測定値から少し外れた。しかし、設計の最初のモデルを決める作業においては、等価回路を使用した検討作業は充分有効であった。特に、解の存在しないセラミックス厚さの情報は非常に有益であった。尚、TM<sub>11</sub> 波が充分減衰するように  $l_1$ 、 $l_2$  の長さを決めた場合は、等価回路の計算は HFSS の計算値とよく一致する。

通常使用されている同軸平板型高周波窓の場合は、TEM モードと結合し、かつ、軸対称である高次モード波の遮断周波数が、使用周波数よりもかなり高くなるため、等価回路の計算がよく合う。例えば、Fig.32 のグラフで、 $l=10\text{mm}$  でも、HFSS の計算値とほぼ一致している。しかし、 $l$  が小さい場合には注意すべきであることは言うまでもない。

### 7.2. 高周波窓のまとめ

通常よく採用されている Pillbox 型、及び、同軸平板型高周波窓の簡単なモデルについて、スミス図表を用いて整合解を分析した。

- 1) スミス図表上の 2 つのアドミタンス軌跡の円を使って整合解を簡単に表す手法を示した。

- 2) この手法により、整合解の多くの性質が明らかになった。例えば、2つの  $l$  の値で整合解が存在する性質、接線解の性質、解が存在しないセラミックス厚さ等の条件、定在波解から進行波解に移行する様子等が挙げられる。
- 3) 高周波窓の用途に応じて、これらの性質を利用した高周波窓の設計が可能になった。
- 4) 使用されることがない（現実に応用可能な）いくつかの整合解が見つかった。特に、接線解 ( $T_{2min}$ ) は、実際に応用可能な解であると考えている。
- 5) スミス図表上の2つの円の位置関係の違いで整合解全体を分類した。これによって、すべての整合解を見渡すことができた。

このような知見は、高周波窓を設計する際に、出発点となるモデルを決めるのに役立つと考えられる。スミス図表の幾何学的な性質で表した整合解に、もっと分かりやすい物理的な解釈を与えることができれば、さらに理解が進むのではなかろうか。

スミス図表は、1939年にスミス氏 (Phillip H. Smith) によって発表されたものである[26]。当時は、電卓さえ存在しなかった時代であり、スミス図表には、面倒な計算を省略できる様々な目盛りが載せられている。今日では、計算機の発達により、スミス図表を利用する機会が少なくなった。しかし、入力インピーダンスや反射係数の軌跡を考察する上で、この図表を利用することは、現在でも非常に有効な手法である。筆者の関わった仕事では、ここで扱った高周波窓の分析の他に、ドアノブ型同軸導波管変換器の設計、チョーク型同軸平板高周波窓の分析などでも、スミス図表を用いた手法を使用した例がある[27]。

## 8. 高周波窓関係の付録

### 8.1. $C_1 \rightarrow C_2$ の写像

スミス図表上で、反射係数の絶対値が一定 ( $|\Gamma_1| = \text{constant}$ ) の円周  $C_1$  上の点が表す規格化アドミタンスに正の実数  $a$  を乗じた写像を考える。ここで、 $C_1$  上の点が表す規格化アドミタンスを  $Y_1$  で表し、 $Y_1 \rightarrow aY_1 (=Y_2)$  の写像を計算する。

$$Y_1 = \frac{1-\Gamma_1}{1+\Gamma_1} \quad (8-1)$$

$$Y_2 = aY_1 \quad (8-2)$$

規格化アドミタンス  $Y_2$  の軌跡が表す反射係数を  $\Gamma_2$  とすると、

$$\Gamma_2 = \frac{1-Y_2}{1+Y_2} = \frac{1-aY_1}{1+aY_1} \quad (8-3)$$

となる。(8-3)式に(8-1)式を代入すると、

$$\Gamma_2 = \frac{(1+a)\Gamma_1+1-a}{(1-a)\Gamma_1+1+a} \quad (8-4)$$

が得られる。(8-4)式は、同じ複素座標上での、 $\Gamma_1 \rightarrow \Gamma_2$  への写像を表している。

ここで、 $a=1$  の場合は、 $\Gamma_2=\Gamma_1$  となり、 $|\Gamma_1| = \text{constant}$  が表す円  $C_1$  は同じ円  $C_1$  に写像される。

$a \neq 1$  の場合、(8-4)式の形式は、一次分数変換の一例であり、その性質はよく知られている。(8-4)式を変形すると、(8-5)式が得られる。

$$\Gamma_2 = \frac{1+a}{1-a} - \frac{4a}{(1-a)^2} \frac{1}{\Gamma_1 + \frac{1+a}{1-a}} \quad (8-5)$$

ここで、 $a$  は正の実数であり、 $a \neq 1$  であるので、(8-5)式右辺の分母にある  $|(1+a)/(1-a)| > 1$  となり、 $\{\Gamma_1 + (1+a)/(1-a)\}$  は原点を通らない円となる。原点を通らない円を表す複素数の逆数は円となる（詳しくは数学の参考書を参照のこと）。さらに実数を乗じ、それに実数を加えても円となる。(8-5)式は円  $C_1 \rightarrow$  円  $C_2$  の写像を表す。

### 8.2. 同軸平板型窓のセラミックス厚さが波長に比べて十分に小さい場合の近似計算

Fig. 26 に示す同軸平板型高周波窓において、「セラミックス厚さ  $T$  が波長  $\lambda_{g(\text{ceramics})}$  に比べて十分に小さい場合には、セラミックス部分の伝送線路を(8-6)式に示す容量性サセプタンス（集中定数）とみなすことができる」ことを説明する。

$$j \frac{B_1}{Y_1} \approx j(\epsilon_r - 1) \frac{2\pi T}{\lambda_0} \quad (8-6)$$

まず、Fig.26 のモデルを同軸管特性アドミタンス  $Y_1$  で終端すると、伝送線路の等価回路は、

Fig.55 で表される。ここで、線路  $Y_2$  (セラミックス部分) 左端の点(4)からみた規格化入力アドミタンス  $Y_{in2}/Y_2$  を求める。(3-53)式を適用して、

$$\frac{Y_{in2}}{Y_2} = \frac{(Y_1/Y_2) + j \tan \beta_2 T}{1 + j(Y_1/Y_2) \tan \beta_2 T} \quad (8-7)$$

セラミックスの比誘電率を  $\epsilon_r$  とすると、

$$\beta_1 = \frac{2\pi}{\lambda_0} \quad (8-8)$$

$$\beta_2 = \frac{2\pi}{\lambda_0/\sqrt{\epsilon_r}} = \beta_1 \frac{Y_2}{Y_1} = \beta_1 \sqrt{\epsilon_r} \quad (8-9)$$

ここで、 $j\beta_1$ 、 $j\beta_2$  は  $Y_1$ 、 $Y_2$  の線路の伝搬定数であり、 $\lambda_0$  は、 $Y_1$  の線路 (同軸管、TEM モード) の管内波長である。

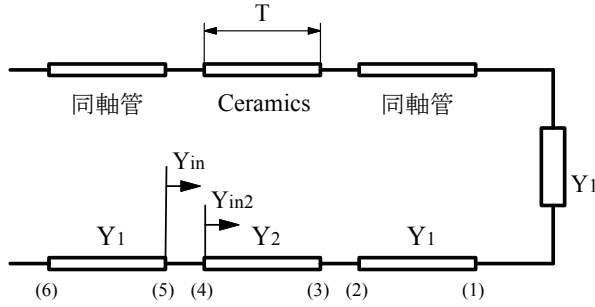


Fig. 55 : 同軸平板型窓を伝送線路で表した等価回路。

信号源側の  $Y_1$  線路の右側の点(5)からみた規格化入力アドミタンス  $Y_{in}$  は、 $\beta_2 T$  が十分に小さいとして、

$$\begin{aligned} \frac{Y_{in}}{Y_1} &= \frac{Y_2 (Y_1/Y_2) + j \tan \beta_2 T}{Y_1 1 + j(Y_1/Y_2) \tan \beta_2 T} \\ &= \frac{1}{(\cos \beta_2 T)^2} + j \left\{ \frac{Y_2}{Y_1} - \frac{Y_1}{Y_2} \right\} \tan \beta_2 T \\ &= \frac{1}{1 - \left(\frac{Y_1}{Y_2}\right)^2 + \left(\frac{Y_1}{Y_2}\right)^2 \frac{1}{(\cos \beta_2 T)^2}} \\ &\approx 1 + j(\epsilon_r - 1) \frac{2\pi T}{\lambda_0} \end{aligned} \quad (8-10)$$

を得る。(8-10)式は、Fig.56 の等価回路の規格化入力アドミタンスを表しているときみなすことができる。したがって、

$$j \frac{B_1}{Y_1} \approx j(\epsilon_r - 1) \frac{2\pi T}{\lambda_0} \quad (8-11)$$

を得る。

Pillbox 型高周波窓の場合でも、セラミックス厚さ  $T$  が  $\lambda_{g(\text{ceramics})}$  に比べて十分に小さい場合は、同軸線路の場合と同様にして、セラミックス部分の伝送線路を集中定数の容量性サセプタンスで近似することができる。ここでは、結果のみを(8-12)式に記しておく。

$$j \frac{B_1}{Y_1} \approx j(\epsilon_r - 1) \frac{\omega \lambda_{g1}}{c \lambda_0} T \quad (8-12)$$

ここで、 $c$  は光速、 $\lambda_0$  は自由空間の波長、 $\lambda_{g1}$  は、Pillbox 型窓の円形導波管部分の管内波長  $\lambda_{g(\text{円形})}$  である。

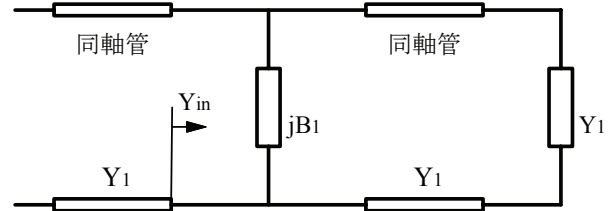


Fig. 56 : 同軸平板型窓を容量性サセプタンスで表した等価回路。  $T \ll \lambda_{g(\text{ceramics})}$  の場合。

$T \ll \lambda_{g(\text{ceramics})}$  の場合は、このようにして求めた、セラミックス部分の伝送線路を表す容量性サセプタンスを用いて、Pillbox 型高周波窓 (または、同軸平板型高周波窓) の整合解を調べることができる。具体的には、Fig.34 の  $Y_3$  の線路を容量性サセプタンス  $jB_1$  で置き換え、スミス図表または、インピーダンスの計算によって整合解を求めることになる。スミス図表で整合解を分析すると、5.3 節で扱った「{5}→{6}の軌跡が円  $C_2$  の内部になる場合」の整合解に類似した性質を持つことがわかる。すなわち、整合解を得られるセラミックス厚さ  $T$  は、最大値  $T_{\max}$  を持ち、 $0 < T < T_{\max}$  の範囲内で  $T$  を決めると2つの  $l_1 (= l_2)$  について整合解が存在する。また、 $l_1 = l_2$  となり、左右対称な構造となる。 $T = T_{\max}$  では、解は1つとなる。しかし、この等価回路では、5.4 節で扱った「{5}→{6}の軌跡が円  $C_2$  の外部になる場合」に対応する整合解は現れない。その理由は、 $T \ll \lambda_{g(\text{ceramics})}$  の場合の近似であるからと考えられる。

### 8.3. Fig.34 の等価回路の定数 $Y_1/Y_2$ 、 $jB/Y_1$ の求め方。

Table 1 内のこれらの定数は、HFSS のシミュレーション結果を使用して算出した。具体的なシミュレーションモデルの概略を Fig.57 に、対応する伝送線路の等価回路を Fig.58 に示す。

矩形導波管 (TE<sub>10</sub>モード) の端部 (4) を port1 に、円形導波管 (TE<sub>11</sub>モード) の端部 (1) を port2 に指定して、port1 における S<sub>11</sub> をシミュレーションにより求める。port2 は、円形導波管 (TE<sub>11</sub>モード) の特性アドミタンスで終端されているとみなされる。この時、各々の導波管は、不連続部の点(2)、(3)で発生する高次モードが port まで到達しないように、十分な長さ ( $\lambda_g$  程度) を持つように設定する。

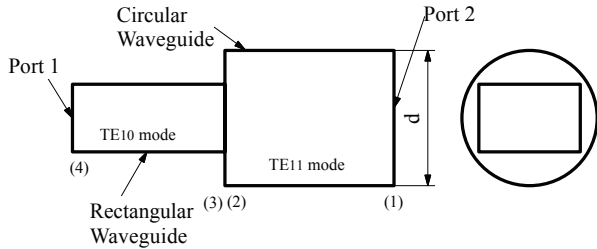


Fig. 57 : 等価回路の定数  $Y_1/Y_2$ 、 $jB/Y_1$  の求め方。HFSS で用いたシミュレーションモデルの概略。

このシミュレーションで得られた S<sub>11</sub> は、Fig.58 上の点 (4) からみた反射係数  $\Gamma_{(4)}$  と等しい。 $\Gamma_{(4)}$  に対して(3-48)式を適用して、点(3)から右側をみた反射係数  $\Gamma_{(3)}$  を求めることができる。 $\Gamma_{(3)}$  に対して(5-1)式を適用して、規格化入力アドミタンス  $Y_{in}/Y_1$  が(8-13)式の形で得られる。

$$\frac{Y_{in}}{Y_1} = a + jb \quad (8-13)$$

一方、Fig.58 上の点(3)から右側をみた規格化入力アドミタンスは、等価回路より、(8-14)式で表される。

$$\frac{Y_{in}}{Y_1} = \frac{Y_2}{Y_1} + \frac{jB}{Y_1} \quad (8-14)$$

(8-13)式と(8-14)式を比較して、 $Y_1/Y_2$ 、 $jB/Y_1$  を求めることができる。

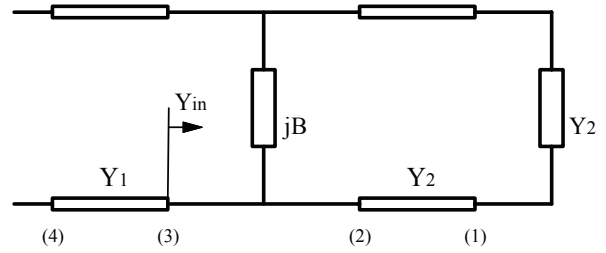


Fig. 58 : 等価回路の定数  $Y_1/Y_2$ 、 $jB/Y_1$  の求め方。HFSS で用いたシミュレーションモデルに対応する伝送線路の等価回路。

### 8.4. Fig.37 の等価回路を F 行列を用いて分析する手法

終端負荷を接続した同軸平板型高周波窓及び Pillbox 型高周波窓の等価回路は、Fig.59 (Fig.37 と同じ) で表すことができる。

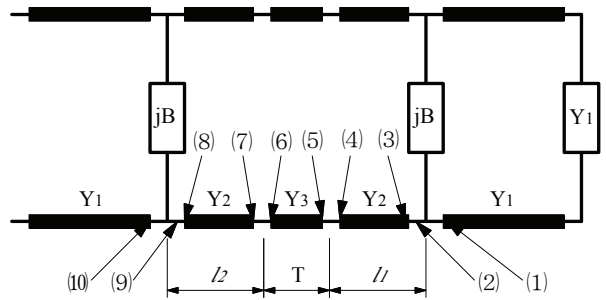


Fig. 59 : Pillbox 型高周波窓及び、同軸平板型高周波窓 (オーバー・アンダーカット型) の等価回路。終端負荷  $Y_1$  が右端に接続されている。

同軸平板型高周波窓の場合、Fig.59 に対応する F 行列は、(8-15)式で表される。

$$\begin{pmatrix} V_S \\ I_S \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ jB & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos \beta_2 l_2 & jZ_2 \sin \beta_2 l_2 \\ j \sin \beta_2 l_2 / Z_2 & \cos \beta_2 l_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos \beta_3 T & jZ_3 \sin \beta_3 T \\ j \sin \beta_3 T / Z_3 & \cos \beta_3 T \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ jB & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_R \\ I_R \end{pmatrix} \quad (8-15)$$

$$\frac{V_R}{I_R} = Z_1 \quad (8-16)$$

ここで、 $Z_1=1/Y_1$ 、 $Z_2=1/Y_2$ 、 $Z_3=1/Y_3$  とする。入力インピーダンスは、 $V_S/I_S$  で表される。インピーダンス整合の条件は、 $V_S/I_S=Z_1$  である。



次に、Pillbox 型高周波窓の場合を考える。導波管の TE、TM モードでは、特性インピーダンスを一義的に決めることができないため、 $Z_2$ 、 $Z_3$  が行列内の要素に含まれている(8-15)式のような F 行列の積は、数値計算では使用できない。このような場合は、まず、F 行列をその線路の特性インピーダンス  $Z_0$  で規格化し、さらに、等価回路上で特性インピーダンスが変化する場所に、インピーダンス変換のための理想トランスを置いて、その F 行列を追加することによって、線路の各特性インピーダンスで規格化する。通常の F 行列の要素を(8-17)式で表すと、特性インピーダンス  $Z_0$  で規格化した F 行列  $F_n$  は、(8-18)式で定義される。

$$F = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} \quad (8-17)$$

$$F_n \equiv \begin{pmatrix} A & B/Z_0 \\ CZ_0 & D \end{pmatrix} \quad (8-18)$$

理想トランスを追加する場所は、Fig.59 上の点(2)~(3)の間、点(4)~(5)の間、点(6)~(7)の間、点(8)~(9)の間である。Fig.59 で表される Pillbox 型高周波窓の計算で使用した F 行列を(8-19)式に示す。

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} V_S \\ I_S \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ jB/Y_1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sqrt{Z_2/Z_1} & 0 \\ 0 & \sqrt{Z_1/Z_2} \end{pmatrix} \\ &\begin{pmatrix} \cos \beta_2 l_2 & j \sin \beta_2 l_2 \\ j \sin \beta_2 l_2 & \cos \beta_2 l_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sqrt{Z_3/Z_2} & 0 \\ 0 & \sqrt{Z_2/Z_3} \end{pmatrix} \\ &\begin{pmatrix} \cos \beta_3 T & j \sin \beta_3 T \\ j \sin \beta_3 T & \cos \beta_3 T \end{pmatrix} \\ &\begin{pmatrix} \sqrt{Z_2/Z_3} & 0 \\ 0 & \sqrt{Z_3/Z_2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos \beta_2 l_1 & j \sin \beta_2 l_1 \\ j \sin \beta_2 l_1 & \cos \beta_2 l_1 \end{pmatrix} \\ &\begin{pmatrix} \sqrt{Z_1/Z_2} & 0 \\ 0 & \sqrt{Z_2/Z_1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ jB/Y_1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_R \\ I_R \end{pmatrix} \quad (8-19) \end{aligned}$$

$$\frac{V_R}{I_R} = 1 \quad (8-20)$$

規格化入力インピーダンスは、 $V_S/I_S$  で表される。インピーダンス整合の条件は、 $V_S/I_S=1$  である。

この手法は、2.1 節でも紹介したように、1988 年頃、SLAC の X-band クライストロン用 Pillbox

型高周波窓の設計において使用されていたものである[22]。

## 8.5. インピーダンス整合について (雑感)

3.4 節で述べたように、内部インピーダンス  $Z_0$  (実数) の信号源に、入力インピーダンス  $Z_0$  の負荷を接続した場合、信号源への反射電力は 0 となり、最大効率で電力を取り出すことができる。このような状態をインピーダンス整合と呼んでいる。集中定数回路の交流理論では、一般に、負荷インピーダンス  $Z$  と電源の内部インピーダンス  $Z_g$  との間に、 $Z=Z_g^*$  (複素共役) の関係が成立するとき、インピーダンス整合が行なわれているという。伝送線路のインピーダンス整合においても、このような関係が成り立つようである。

第 4 章~6 章で取り上げた高周波窓の整合解のスミス図表上のアドミタンス軌跡を調べると、すべての例において、線路上の任意の点で入力アドミタンス (負荷側を見る) と出力アドミタンス (信号源側を見る) とが、複素共役の関係にあることがわかる。このことから、交流理論におけるインピーダンス整合の定義が、伝送線路 (無損失) にもそのまま適用できるのではないかと予想している。(すでに証明されているであろうが) 簡潔な証明、または、反例を求む。

## 9. 高調波吸収体の高周波特性

### 9.1. 概要（高調波吸収体関係）

加速器で使用される高調波（HOM）減衰器のような、誘電体(磁性体)を用いた電波吸収体の吸収特性は、吸収体内部を伝搬する電磁波伝搬モード(通常表面波モード)の性質の影響を大きく受ける。吸収体の設計において、考慮すべきことである。特に、損失が小さい場合（loss tangent < 0.3程度）、無損失での伝搬モードの性質から、吸収特性を予想できる。例えば、KEKB 常伝導加速空洞用砲弾形 SiC セラミックスの場合、伝搬モード(表面波 HE<sub>11</sub>-like)の性質により、ある条件を境にして(f→高、直径→大、誘電率→大)吸収率が急激に増加する性質を持つ。

### 9.2. KEBB 常伝導加速空洞用 HOM 吸収体

KEKB のようなビーム電流が大きい（最大 2A 程度）加速器では、加速空洞においてビームが励起する高調波モードがビーム不安定性を引き起こすため、加速空洞に HOM 減衰器が備えられている。筆者は、1994～1998 年頃、KEKB 常伝導加速空洞用の HOM 減衰器の開発、設計、量産に関わった。特に SiC セラミックスを用いた砲弾形 HOM 吸収体の開発において、設計に必要な高周波特性を調べ、HOM 減衰器の設計に適用した。ここでは、実際に設計に採用された、砲弾形 SiC セラミックスの吸収特性の解析について取り扱う。Fig.60 に現行の S-KEKB 常伝導加速空洞に備えられている砲弾形 SiC セラミックスの形状を示す。

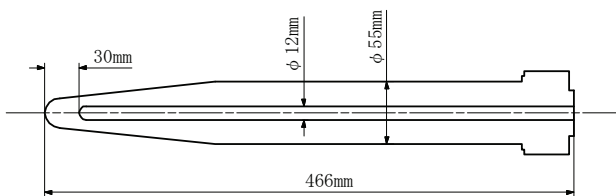


Fig. 60：砲弾形 SiC セラミックスの概略図。

SiC セラミックスを使用したマイクロ波吸収体は、1982～1983 年頃、KEK の松本浩らによって開発され、電子線形加速器の S-band ダミーロードとして真空中で使用されていた。KEKB 加速空

洞用の砲弾形 SiC セラミックスの開発においては、当時、10 年以上の運転実績をもつ S-band ダミーロードを参考にして進められた。

## 10. 砲弾形 SiC セラミックスを用いた HOM 吸収体の周波数特性

### 10.1. シミュレーションによる解析

KEKB 空洞用 HOM 減衰器では、周波数：0.8～2GHz、反射係数： $|\Gamma| < 0.2$ 、吸収電力：砲弾形 SiC セラミックス 1 本あたり 1.25kW などの性能が要求されていた。S-band ダミーロードの形状を、L-band 付近で最適な吸収特性が得られるように変更することを目指したが、当時は明確な設計指針が存在しなかったため、「電波吸収体がどのようにして電磁波を吸収するのか」という問題から出発しなければならなかった。幸い、3次元高周波シミュレーションコード（HFSS）が使用できたため、使用予定の SiC セラミックスの誘電率データを使用して、吸収体の直径、周波数などをパラメータとして、平行平板線路（TEM モード）内での吸収率の周波数特性を調べることから始めた。Fig.61～Fig63 に結果を示す。

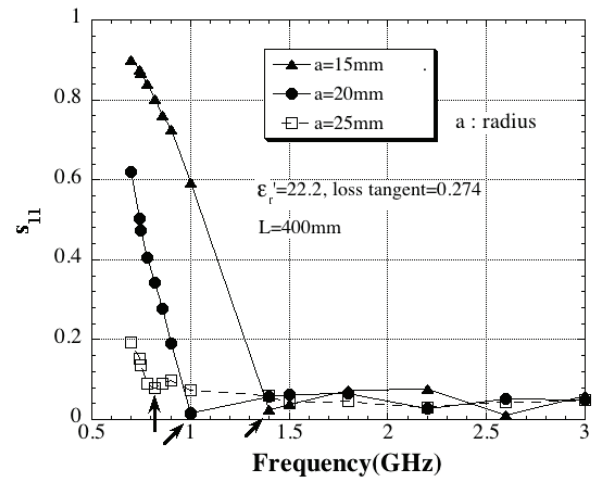


Fig. 61：砲弾形吸収体からの反射率の周波数特性。半径 15mm、20mm、25mm、長さ 400mm。HFSS による計算値（ノーズコーン部 100mm。水路なし。）。

シミュレーションの結果を見ると、低い周波数領域では吸収率が小さく、Fig.61、Fig.62 上の矢印で示された周波数（critical frequency： $f_c$ とす

る)を境にして急激に吸収率が大きくなること分かる。SiCセラミックスの直径を大きくすると、 $f_c$ は減少し、あたかも円形導波管の遮断周波数のような振る舞いが現れた。また、複素比誘電率の虚数部を一定( $\epsilon_r''=6$ )にして、実数部を15、22、30にした場合のシミュレーションにおいても、同様の結果が得られた (Fig.62 参照)。Fig.63 に示すように、砲弾形吸収体の先端部のテーパ部分 (nosecone) がない構造 (円柱) のシミュレーションでも遮断周波数のような振る舞いが現れている。

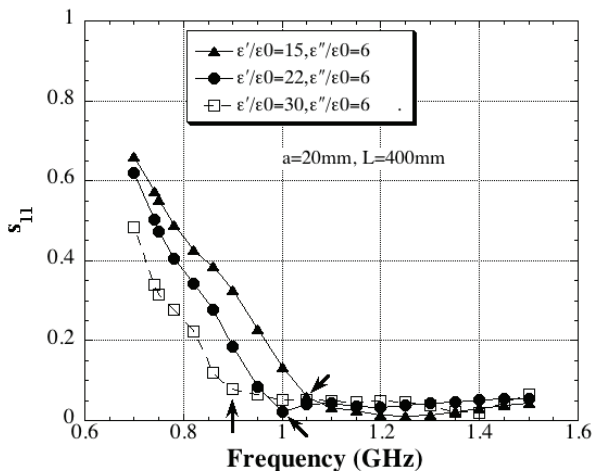


Fig. 62 : 砲弾形吸収体からの反射率の周波数特性。半径 20mm、長さ 400mm。  $\epsilon_r''=15$ 、22、30、  $\epsilon_r''=6$ 。HFSS による計算値 (ノーズコーン部 100mm。水路なし。)

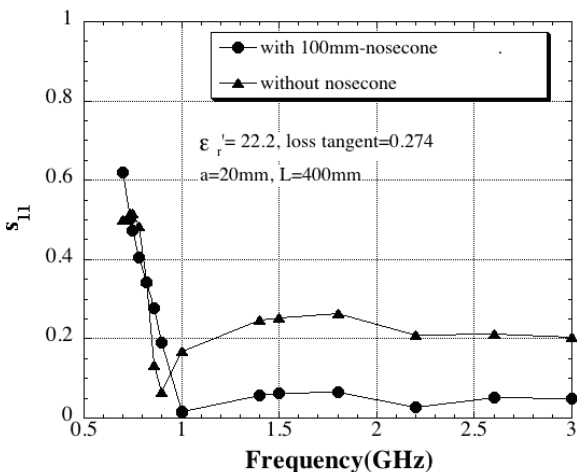


Fig. 63 : 砲弾形吸収体からの反射率の周波数特性。ノーズコーンの有無の効果。

このような結果から、設計においては、砲弾形 SiCセラミックス内の伝搬モードに着目すべきであると判断し、単純な無損失の円柱形誘電体導波路の性質を調べた。

## 10.2. SiC 吸収体の中の伝搬モード

SiC 吸収体の中の伝搬モードを調べるために、無損失の誘電体円柱 (水路なし) を平行平板内に置いた 2 次元モデルを考え、HFSS のシミュレーションを実施した。Fig.64 に結果を示す。

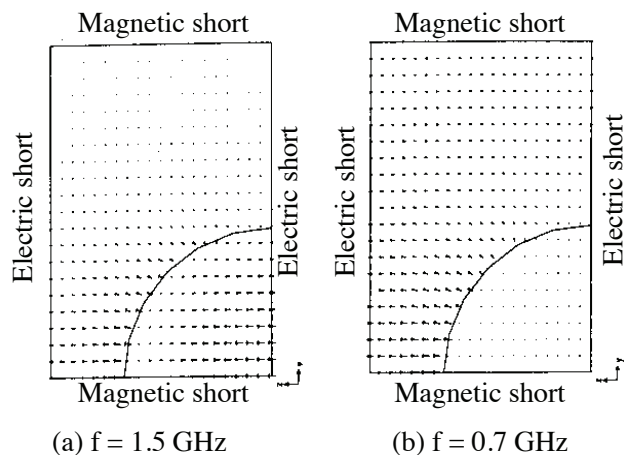


Fig. 64 : 2 次元無損失モデルでの伝搬モードの電場分布。半径 20mm、 $\epsilon_r''=22$ 。誘電体円柱断面の 1/4 の部分。

このモデルでは、1.5GHz 以下では TEM モードと結合する伝搬モードは、Fig.64 で示したモードのみである。(a)1.5GHz、(b)0.7GHz の線路の位相速度は、それぞれ、 $9.44 \times 10^7$  m/sec、 $2.19 \times 10^8$  m/sec である。位相速度が光速より小さいことから、伝搬モードは表面波モードであると考えられる。Fig.64 の(a)、(b)の電場分布は、円柱状誘電体導波路の  $HE_{11}$  モードのようである。(a)1.5GHz では、多くに電場が誘電体内を伝搬し、(b)0.7GHz では、大部分の電場が誘電体外部を伝搬している。

## 10.3. 誘電体導波路の理論を用いた解析

砲弾形 SiC 吸収体の高周波特性を、無損失の円柱状誘電体導波路の性質を調べることによって、分析する。円柱状誘電体導波路の伝搬モードの解は、多くの教科書で扱われている。ここでは、川

上彰二郎氏の著書を参考にして記述する[28]。座標系として、円柱座標  $r$ 、 $\theta$ 、 $z$  を用い、電磁波は  $z$  方向に伝搬するものとする。円柱状誘電体の半径を  $a$  とし、誘電体内部と外側の誘電率をそれぞれ、 $\epsilon_1$ 、 $\epsilon_2$  とする。誘電体内部の  $z$  方向の電磁場は、(10-1)~(10-3)式で表される。

$$E_z = A_n J_n(\beta_t r) \cos(n\theta + \delta_n) e^{j\omega t} \quad (10-1)$$

$$H_z = B_n J_n(\beta_t r) \sin(n\theta + \delta_n) e^{j\omega t} \quad (10-2)$$

$$\beta_t = (\omega^2 \epsilon_1 \mu_0 - \beta^2)^{1/2} \quad (10-3)$$

また、誘電体外部の  $z$  方向の電磁場は、(10-4)~(10-6)式で表される。

$$E_z = C_n K_n(\alpha_t r) \cos(n\theta + \delta_n) e^{j\omega t} \quad (10-4)$$

$$H_z = D_n K_n(\alpha_t r) \sin(n\theta + \delta_n) e^{j\omega t} \quad (10-5)$$

$$\alpha_t = (\beta^2 - \omega^2 \epsilon_2 \mu_0)^{1/2} \quad (10-6)$$

ここで、 $J_n$  は、第 1 種ベッセル関数、 $K_n$  は第 2 種変形ベッセル関数である。 $E_r$ 、 $E_\theta$ 、 $H_r$ 、 $H_\theta$  は、 $E_z$ 、 $H_z$  の関数となっている。(10-4)、(10-5)式の中の  $K_n$  は、大きな  $r$  の値に対しては指数関数的に減少する関数である。

$r = a$  での電場と磁場の接線方向成分 ( $E_z$ 、 $E_\theta$ 、 $H_z$ 、 $H_\theta$ ) が、誘電体円柱の内外で保存することを境界条件として適用すると、(10-7)式を得る。

$$\begin{aligned} & (\eta_1 + \eta_2)(\epsilon_1 \eta_1 + \epsilon_2 \eta_2) \\ & = n^2 \left( \frac{1}{u^2} + \frac{1}{w^2} \right) \left( \frac{\epsilon_1}{u^2} + \frac{\epsilon_2}{w^2} \right) \end{aligned} \quad (10-7)$$

ここで、

$$u = \beta_t a \quad (10-8)$$

$$w = \alpha_t a \quad (10-9)$$

$$\eta_1 = \frac{J_n'(u)}{u J_n(u)} \quad (10-10)$$

$$\eta_2 = \frac{K_n'(w)}{w K_n(w)} \quad (10-11)$$

である。さらに、 $u$  と  $w$  は、(10-12)式の関係で結ばれている。

$$u^2 + w^2 = \omega^2 (\epsilon_1 - \epsilon_2) \mu_0 a^2 \equiv v^2 \quad (10-12)$$

(10-7)式から、 $HE_{11}$ モード ( $n = 1$ ) の  $u$  と  $w$  の関係を数値計算で求めることができ、結果を Fig.65 に示す。一方、(10-12)式は  $u$ - $w$  座標上では円周で表され、その半径は、 $\omega a ((\epsilon_1 - \epsilon_2) \mu_0)^{1/2} \equiv v$  となる。Fig.65 上の曲線と(10-12)式の円の交点によって  $HE_{11}$ モードの解が求められる。(10-12)式の半径  $v$  が小さい場合でも ( $v = 0$  でも)、解を表す曲線の交点が存在する。このことは、 $HE_{11}$ モードに遮断周波数が存在しないことを意味する。

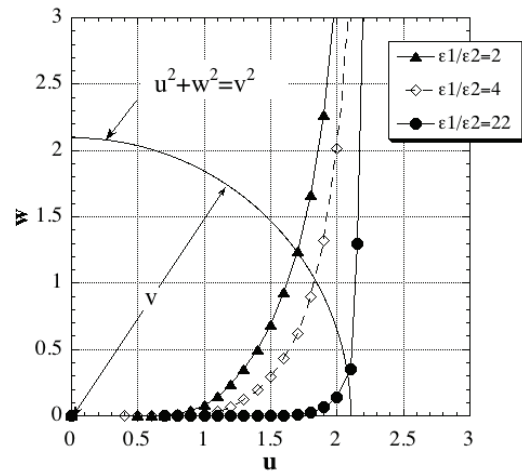


Fig.65: 数値計算によって求められた  $HE_{11}$ モード ( $n=0$ ) に対応する  $u$  と  $w$  の関係。1/4 の円は、(10-12)式で与えられる円の一例である。

誘電体円柱の外部の電磁場の大きさを評価するために、 $w (= \alpha_t a)$  の値に注目してみる。 $w$  が十分に大きい場合は、 $r$  の増加に伴って  $K_1(wr/a)$  の値は急速に減衰し (Fig.66 に  $K_1(x)$  のグラフを示す)、円柱外部の伝搬モードの電磁場は円柱の表面付近に集中する。Fig.65 の曲線は、特に  $\epsilon_1/\epsilon_2$  が大きい場合、 $u$  のある値以上で急激に  $w$  が増加する。この  $u$  の値以上では、(10-13)式の半径  $v$  の少しの増加に対して、 $w$  は急に増大する。ここで、この変化に対応する半径  $v$  を  $v_t$  と定義する。 $v$  の値が  $v_t$  より小さい場合は、電磁場は円柱外部に広がり、誘電体円柱内部では、わずかな電磁場が伝搬する。一方、 $v$  の値が  $v_t$  より大きい場合は、電磁場は誘電体円柱内部および、円柱外部の表面

にごく近い部分を伝搬する。ここで、誘電体円柱が小さな誘電損失を持つと仮定すると、 $v = v_t$  の値の前後で吸収率が急に変化することになる。(10-12)式で表されているように、 $v$  は  $\omega$ 、 $a$ 、 $\epsilon_1$  の関数であるので、損失を持つ誘電体円柱の吸収特性はこれらのパラメータに強く依存する。

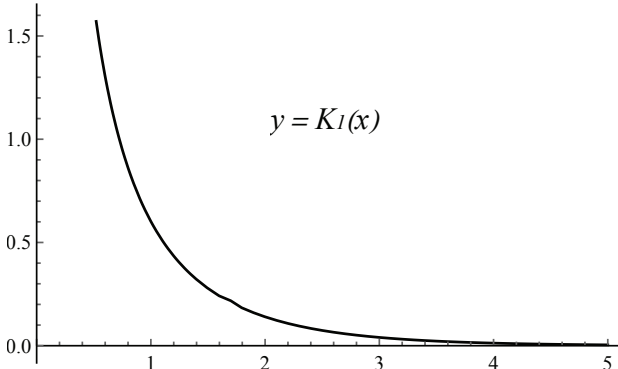


Fig. 66 :  $y = K_1(x)$  のグラフ。x が大きくなるにつれて急速に減少する。

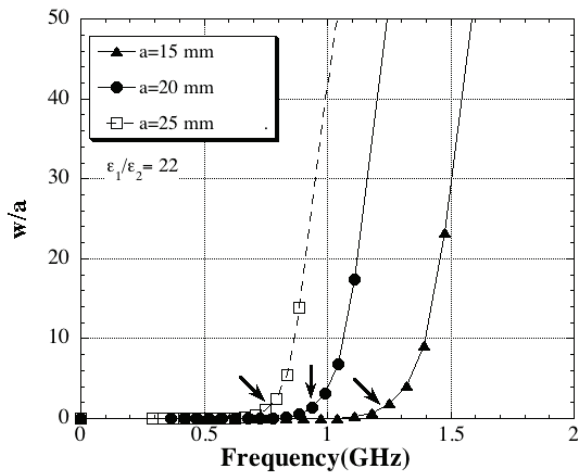


Fig. 67 :  $w/a (= \alpha_t)$  の周波数特性。3 種類の半径のモデル。

Fig.67 は、 $w/a (= \alpha_t)$  の周波数特性を、誘電率を固定して、3 種類の誘電体半径のモデルについて描いたものである。Fig.68 は、同様に、半径を固定して 3 種類の誘電率のモデルについて描いたものである。Fig.67、Fig.68 の曲線において、 $w/a$  が急に変化する矢印で示した周波数 ( $v = v_t$  に対応する) は、砲弾形 SiC 吸収体のシミュレーションから得られた、Fig.61、Fig.62 の吸収率が急変する周波数  $f_c$  の特徴にほぼ一致している。

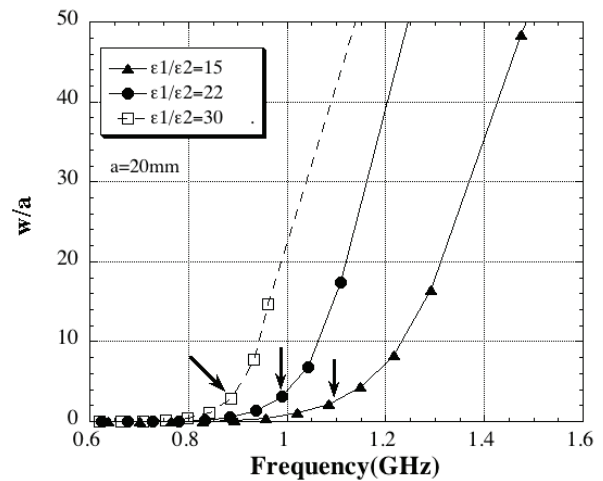


Fig. 68 :  $w/a (= \alpha_t)$  の周波数特性。3 種類の誘電率のモデル。

#### 10.4.まとめ

TEM モードまたは矩形導波管の  $TE_{10}$  モードから円柱形誘電体に励起される代表的な伝搬モードは、 $HE_{11}$  である。また、この  $HE_{11}$  モードには、遮断周波数が存在せず、理論上は 0Hz 以上の電磁波が伝搬可能である。しかし、SiC セラミックスのような比誘電率が大きい（例えば、約 20@1GHz）誘電体円柱では、無損失の場合、円柱の直径と誘電率を固定すると、周波数の変化に対して、円柱に沿って進む  $HE_{11}$  モードの電磁場分布が急激に変化する周波数  $f_c$  が存在する。周波数  $f$  が  $f_c$  より低い場合は、大部分の電磁波は円柱の外側を伝搬する。周波数  $f$  が  $f_c$  より高い場合は、大部分の電磁波は、円柱内部を伝搬ようになり、円柱外部の電磁場は表面から離れるとともに急激に指数関数的に減少する。

このような円柱状誘電体導波路（無損失）に、小さな誘電損失（loss tangent < 0.3 程度）を与えた場合を考察すると、電磁場分布は無損失導波路の電磁場で近似できるため、 $f_c$  を境にして、吸収特性が大きく変化することが予想される。すなわち、 $f < f_c$  では大部分の電磁波が円柱の外側を伝搬するため、吸収率が極めて小さいことが予想され、 $f > f_c$  では、大部分の電磁波が円柱内部を伝搬することから、吸収率が高くなることが予想される。このように、砲弾形 SiC セラミックスの吸収

率の周波数特性は、無損失の円柱状誘電体導波路の性質で説明できる。

無損失の円柱状誘電体の考察結果をふまえ、SiCセラミックスの誘電率、HFSSによるシミュレーションの結果も考慮して、KEKB常伝導空洞用のSiCセラミックスの直径を55mmに決定した。なお、砲弾形SiCセラミックスを用いたKEKB常伝導空洞用HOM減衰器の最終的な設計では、加速空洞から引き出された矩形のHOM導波管(TE<sub>10</sub>モード)の端部にSiC吸収体2本を備える構造が採用され、空洞1台あたり4個のHOM導波管が設けられている[29]。

表面波モードに着目した、マイクロ波吸収体の高周波特性の分析方法は、砲弾形吸収体のみならず、KEKBで採用されているタイル状SiCセラミックスを用いたHOM減衰器や、吸収体をビームダクト内面に取り付けたダクト形HOM減衰器においても適用できる[30]。誘電率(または透磁率)の虚数部分が大きくなると、無損失モデルで予想される $f_c$ がそのままでは適用できなくなるが、大まかな定性的な説明には無損失モデルを適用できる。

## 11. 高調波吸収体関係の付録

### 11.1. SiCセラミックスの高周波誘電特性

#### 11.1.1. SiCセラミックス

第9章~10章で取り上げたHOM吸収体では、SiCセラミックスが使用されている。その大きな理由は、入手可能なSiCセラミックスの中に、マイクロ波領域で、吸収体に適した複素比誘電率( $\epsilon_r = \epsilon'_r - j\epsilon''_r$ )の比較的大きな実数部および虚数部を有している製品が存在することである。したがって、SiCセラミックスの電波吸収体としての性質(高周波誘電特性)を知ることは、前述のHOM吸収体の設計において重要なことである。

SiCセラミックスが加速器に関連した電波吸収体として適している性質を持つことは、1982年頃にNGK社のM.Watanabe、KEKの松本浩らによって明らかにされた[31]。1983年の第8回リニアック研究会で、KEK電子直線型加速器のS

バンドダミーロードに応用されていることが発表されている[32]。その後、1990年台始め頃には、KEKの伊澤正陽らによって、500MHz帯の加速空洞用のダクト形HOM減衰器が開発され、吸収体としてSiCセラミックスが採用された[33]。

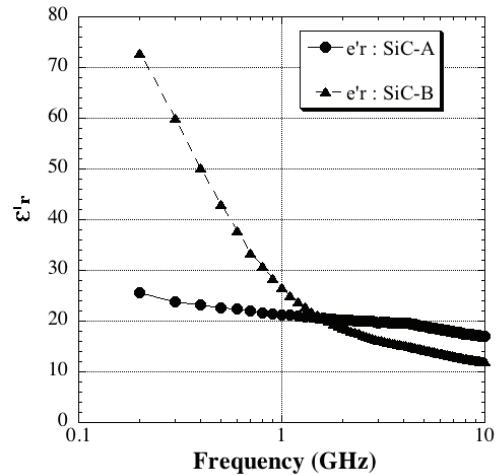


Fig. 69 : SiCセラミックスの比誘電率実数部。SiC-A、SiC-B。

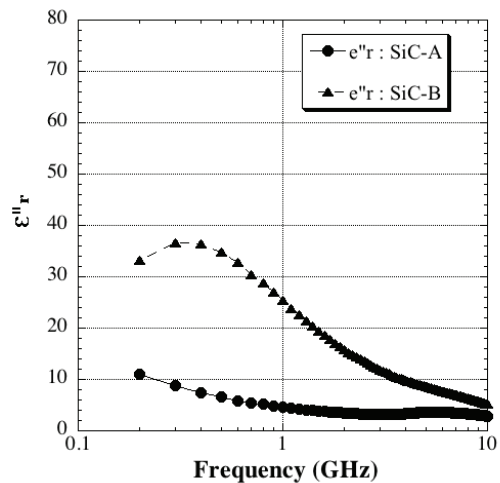


Fig. 70 : SiCセラミックスの比誘電率虚数部。SiC-A、SiC-B。

筆者は、1993年頃からKEKB常伝導加速空洞(ARES空洞)用のHOM減衰器の開発に関わった。前述のKEKで採用された実績のあるSiCセラミックスを参考にし、複数社のSiCセラミックス製品サンプルの誘電率を測定することによって、最終的に2種類のSiCセラミックスの製品を選択した。ARES空洞用導波管型HOM減衰器に取り付けられている砲弾形SiCセラミックス(SiC-Aと略す)と、ARES空洞の溝付きビーム

パイプの溝部分に取り付けられている SiC タイル (SiC-B と略す) である。これらの SiC セラミックスの代表的な比誘電率の実数部と虚数部を Fig.69 と Fig.70 に示す。

竹内保直 (筆者) らは、ARES 空洞用の 2 種類の SiC セラミックスの量産時に、SiC セラミックスの高周波誘電特性を管理する中で、このような特性が現れるメカニズムを考察した。その結果、前田邦裕 (日立製作所) らが 1985 年に提案した SiC セラミックス (BeO 添加) の誘電率発現モデルと同じモデルに到達し、その後、このモデルの検証を行ってきた。さらに、SiC-B の製造過程で原料内の不純物であるアルミニウム (Al) の量を調整することにより、高周波誘電特性の緩和時間を変化させてマイクロ波領域の誘電率を制御することを試みた。また、S-KEKB のダンピングリング用加速空洞に使用されている HOM 減衰器用の SiC タイルでは、この方法を応用して製造した。

#### 11.1.2. 2 層コンデンサモデル

単結晶 SiC は、エネルギーギャップが約 3eV である半導体としてよく知られており、ワイドギャップ半導体素子への応用が注目されている材料である。その比誘電率は、約 6~10 である。一方、多結晶焼結体である SiC セラミックス (SiC-A、SiC-B) の比誘電率は、Fig.69、Fig.70 で示されているように、実数部、虚数部ともに大きな値を持っている。特に、SiC-B の特性は、典型的な緩和型誘電分散特性を示している。このような、単結晶と多結晶の誘電特性の違いは、SiC セラミックスに適用される「低抵抗結晶粒内と高抵抗結晶粒界」の構造モデルで説明できる。

SiC セラミックスに関しては、1980 年代に、前田邦裕 (日立製作所) らによって BeO 添加ホットプレス SiC セラミックスの構造と性質について詳しく研究されている。1) この SiC セラミックスでは比較的抵抗が小さい半導体からなる結晶粒内 ( $10^{-1}\Omega\text{m}$  以下) と、粒界近傍のキャリア空乏層からなる抵抗の大きい部分から構成される構造を持つことが確認された。2) 誘電率の性質を明らかにするために、Fig.71 に示す構造モデル

と等価回路が提案された。3) 結晶粒内のキャリア濃度を増加させた時の誘電率の変化を調べる目的で、アルミナを添加した SiC サンプルが製作され、その誘電分散特性が測定された。その結果、誘電分散特性がキャリア濃度に強く依存することが確認された[34][35][36]。

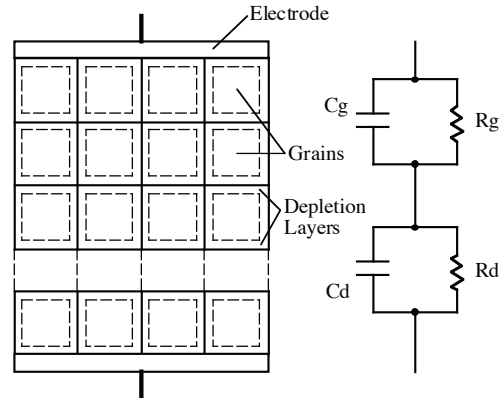


Fig. 71 : BeO 添加されたホットプレス SiC セラミックスの 2 層モデルとその等価回路。

一方、KEK の竹内保直らは、KEKB-ARES 空洞の溝付ビームパイプ型 HOM 減衰器に採用された常圧焼結  $\alpha$  型 SiC セラミックス (SiC-B) が、マイクロ波領域で、典型的な Debye 型誘電分散特性をもつことを見だし、その原因を次のように分析した[37]。1) このセラミックスでは、焼結助材としてホウ素 (B) が添加されていることから、結晶粒内 (粒径約  $5\mu\text{m}$ ) は p 型の不純物半導体となることが予想される。2) SiC セラミックスでアクセプタとして働く不純物の影響は、その溶解度の違いから、 $\text{BeO} < \text{B} < \text{Al}$  の順にキャリア濃度が増加することが知られている[38]。従って、このセラミックスの結晶粒内の抵抗値は、前述の BeO 添加品の値 ( $10^{-1}\Omega\text{m}$  以下) より小さいことが期待される。3) しかし、実際のセラミックスの体積抵抗率は約  $2 \times 10^3 \Omega\text{m}$  と大きい。4) このような考察と物性値をもとに、この SiC セラミックスが、前述の BeO 添加ホットプレス SiC セラミックスで発見された「低抵抗結晶粒内と高抵抗結晶粒界」の特徴を持つと仮定すると、誘電分散特性が Fig.71 の等価回路 (いわゆる、Maxwell-Wagner の 2 層コンデンサモデル[39]) によって (11-1)、(11-2) 式のように表される。

$$\epsilon'_r = \epsilon_{r\infty} + \frac{\epsilon_{r0} - \epsilon_{r\infty}}{1 + \omega^2 \tau^2} \quad (11-1)$$

$$\epsilon''_r = \frac{(\epsilon_{r0} - \epsilon_{r\infty})\omega\tau}{1 + \omega^2 \tau^2} + \frac{\sigma}{\epsilon_0 \omega} \quad (11-2)$$

体積抵抗率約  $2 \times 10^3 \Omega\text{m}$  では (11-2) 式の右辺第 2 項は、0.2GHz 以上の周波数で 0.05 以下となり無視できる。その結果、(11-1)、(11-2) 両式は、(11-3) の Debye の式で表され、SiC-B が持つ Debye 型誘電分散特性を説明できる。

$$\epsilon_r = \epsilon_{r\infty} + \frac{\epsilon_{r0} - \epsilon_{r\infty}}{1 + j\omega\tau} \quad (11-3)$$

ここで、緩和時間  $\tau$  は、 $\tau = R_g R_d (C_g + C_d) / (R_g + R_d)$  で定義される。 $C_g$ 、 $R_g$  は、結晶粒内の容量及び抵抗を表し、 $C_d$ 、 $R_d$  はキャリア空乏層からなる粒界部分の容量および抵抗を表す。 $\sigma$  は  $R_g$  と  $R_d$  を直列に接続したときの電気伝導度に対応する。このモデルでは、 $R_g \ll R_d$ 、 $C_g \ll C_d$  であるから、緩和時間は、 $\tau \approx R_g C_d$  となり  $R_g$  と  $C_d$  で決まる時定数で表される。 $R_g$  は、粒内のキャリア濃度と移動度で決まる。 $\epsilon_{r0}$ 、 $\epsilon_{r\infty}$  は、それぞれ、 $\omega \rightarrow 0$ 、 $\omega \rightarrow \infty$  での  $\epsilon'_r$  の極限值を表し、 $R_g \ll R_d$ 、 $C_g \ll C_d$  の条件では、 $\epsilon_{r0} \propto C_d$ 、 $\epsilon_{r\infty} \propto C_g$  となる。

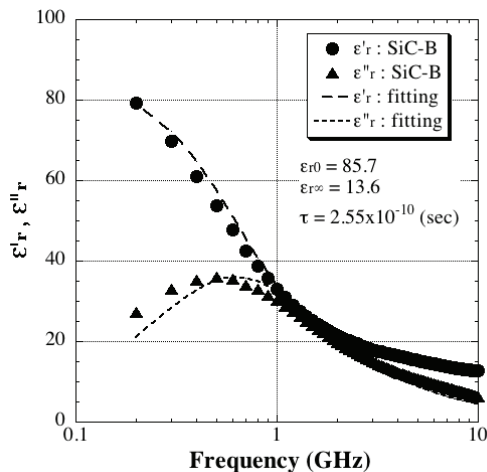


Fig. 72 : SiC-B の比誘電率測定値を Debye の式に当てはめて、回帰曲線を得た。

Fig.72 に SiC-B の比誘電率の測定値を用いて、(11-3)式の Debye の式で fitting した結果を示す。誘電率の測定値は、Debye の式によく一致しており、誘電率発現のモデル (2 層コンデンサモデル)

で説明されていることになる。この fitting によって、 $\epsilon_{r0}$ 、 $\epsilon_{r\infty}$ 、 $\tau$  の値が得られる。

### 11.1.3. 誘電率の温度特性

SiC-B と SiC-A のサンプルの誘電率を、約 30~80°C の間の 6 点で測定した結果を Fig.73、Fig.74 に示す。特に SiC-B の誘電率の変化が大きいことがわかる。ここで、SiC-B の誘電率の温度特性に注目する。SiC-B の試料の温度が上昇するにつれて、 $\epsilon''$  が極大となる緩和周波数  $f_r$  (Debye モデルでは  $f_r = 1/(2\pi\tau)$ ) が大きく変化し、高くなっていることが分かる。測定データに Debye の特性 (11-3) 式を当てはめて、 $\epsilon_{r0}$ 、 $\epsilon_{r\infty}$ 、 $\tau$  の値を得た。その結果、温度上昇 (約 50K) に伴って  $\epsilon_{r0}$  は 20%程度増加し、 $\epsilon_{r\infty}$  はほとんど変化せず、緩和時間  $\tau$  が約 1/3 に急激に減少していることが分かった (Fig.75)。

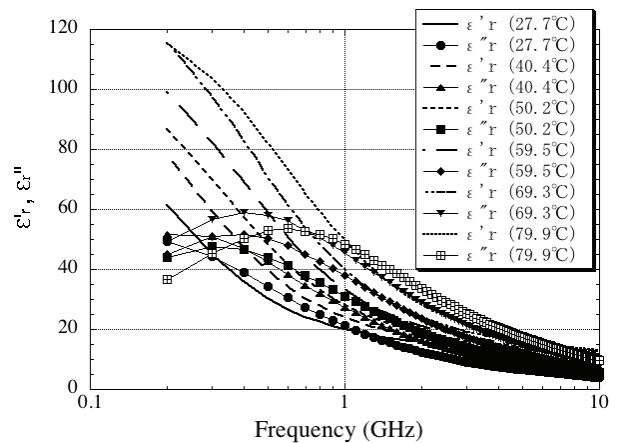


Fig. 73 : SiC-B の比誘電率測定値 (温度 27.7~79.9°C)。

ここで、Fig.71 のモデルを立ち返ってこの温度特性を考察してみる。 $\tau \approx R_g C_d$  であるが、 $\epsilon_{r0}$  の変化が  $\tau$  の変化に比較して小さいことから  $C_d$  の変化は小さい。したがって、主に  $R_g$  が変化して  $\tau$  が大きく変わったと考えられる。 $R_g$  の温度特性は粒内の移動度とキャリア濃度の温度特性で表される。文献によると、 $\alpha$  型 SiC セラミックスの代表的な構造である 6H-SiC の不純物のエネルギーレベルは、p 型の場合、B (ホウ素) : 0.3~0.723eV、Ga (ガリウム) : 0.317~0.333eV、Al (アルミニウム) : 0.19~0.49eV である[40]。kT (k : ボル



ツマン定数、 $T$ ：絶対温度)の値が  $300\text{K}$  で約  $0.026\text{eV}$  に対応するため、 $0.3\text{eV}$  程度のエネルギーレベルの不純物に対しては、室温付近でのキャリア濃度の温度特性は不純物領域である可能性がある。不純物領域であるとする、 $R_g$ の温度特性は、キャリア濃度の影響が大きく現れる。そこで、不純物領域でのキャリア濃度の温度依存性  $\exp(-\Delta E/2kT)$  を利用すると、 $\tau$ の温度依存性は、近似的に  $\exp(\Delta E/2kT)$  で表される[41]。ここで、 $\Delta E$  は不純物のエネルギーレベルである。Fig.75 に示した実線の曲線は、この関数形を誘電率から求めた  $\tau$  に当てはめたものである。ほぼこの関数形に一致していることが分かる。この fitting から、不純物のエネルギーレベル  $\Delta E$  が求められ、 $\Delta E \approx 0.36\text{eV}$  が得られた。この値は、B (ホウ素)、Al、Ga 等の不純物のエネルギーレベルに近い値である。誘電率の温度特性 ( $\tau$ の温度特性)は、見方を変えると、粒内の室温付近でのキャリア濃度が、不純物領域にあることを示しているように見える。

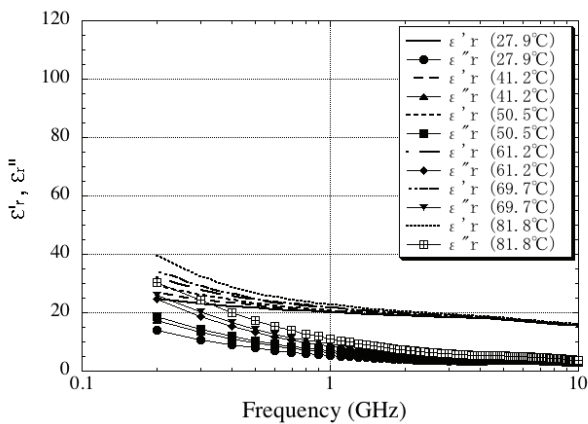


Fig. 74 : SiC-A の比誘電率測定値 (温度 27.9~81.8°C)。

さらに、SiC-A、SiC-B の誘電率を低温側 (液体窒素温度まで) で測定した結果、Fig.75 で示された緩和時間の温度依存性 (キャリア濃度に強く依存している) から予測されるように、液体窒素温度付近では、キャリア濃度が減少し、 $\tau$ が大きくなることによって、 $0.2\text{GHz}$  以上では  $\epsilon''_r$  が 0 に近づき、吸収体としての性質がなくなることがなくなることがわかった[42]。

誘電率発現のモデルを検証するためには、1985 年の前田邦裕らの発表[35]にあるように、SiC セラミックスの製造段階で結晶粒内のキャリア濃度を変化させてみるのが、理解しやすい方法であると考えられるが、筆者らはユーザであるので、製造段階の実験ではなく、誘電率の温度特性に注目した。温度を変化させることにより「実質的に結晶粒内のキャリア濃度を変化させる」実験を選択した。前述のように、このような温度特性の結果についても、誘電率発現モデルで説明可能であった。

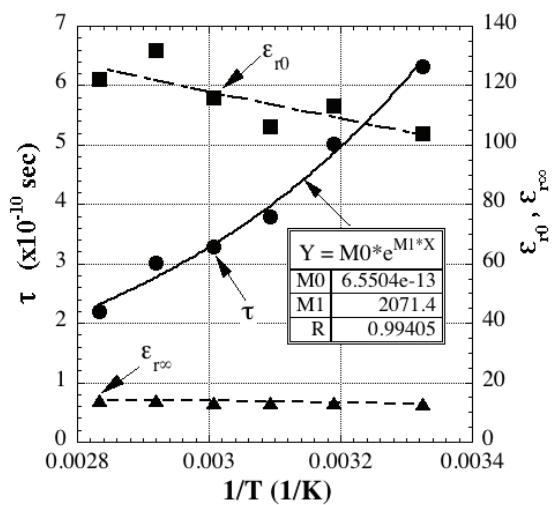


Fig. 75 :  $\epsilon_{r0}$ 、 $\epsilon_{r\infty}$ 、 $\tau$  の温度特性 (SiC-B)。

#### 11.1.4. アルミニウムのドーピングによるキャリア濃度の調整

2009~2011年に、S-KEKB 加速器で使用する HOM 吸収体の R&D として、SiC-B の製造会社の協力を得て、結晶粒内のキャリア濃度を増加させる実験を実施した。キャリア濃度を変化させることによって、緩和時間  $\tau$  を制御することを試みた[43][44]。

もともと SiC-B の原料内には、不純物としてアルミニウム (Al) が含まれており、焼結助剤のホウ素 (B) とともに、結晶粒内を p 型半導体するアクセプタとして働くことが予想される。結晶粒内のキャリア濃度 (p 型) に最も影響を与える不純物である Al を選び、SiC-B の製造過程でアルミニウム化合物を添加して、Al 含有率の大きい数種類のサンプルを製作した。その結果、Al 含有率の増

加 (180~530wtppm) に伴って主として誘電緩和時間が減少することを確認した。Fig.76、Fig.77 に異なる Al 含有率 (180~530wtppm) の SiC-B サンプルに対する比誘電率の実数部と虚数部を示す。また、Fig.78 に、Al 含有率の増加に伴う  $\epsilon_{r0}$ 、 $\epsilon_{r\infty}$ 、 $\tau$  の変化を示す。

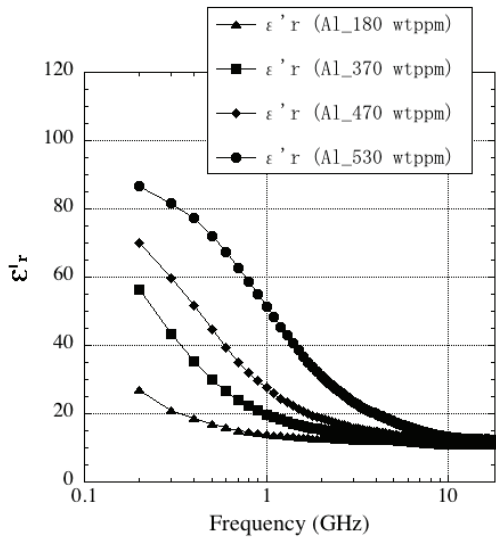


Fig. 76: Al 含有率の異なる試料の比誘電率実数部 (測定値)。Al 含有率 180~530 wtppm。

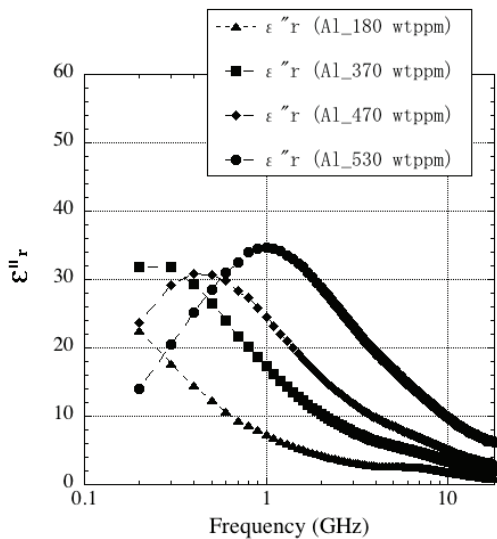


Fig. 77: Al 含有率の異なる試料の比誘電率虚数部 (測定値)。Al 含有率 180~530 wtppm。

このように、Al 含有率を調整することによって、SiC セラミックスの誘電緩和時間を制御することができる。Al 含有率をさらに増加させたサンプル (650~2100wtppm) では、比透磁率の実数

部  $\mu'_r$  が、約 1GHz 以上の周波数で 1 より小さくなる測定結果が得られている [43]。

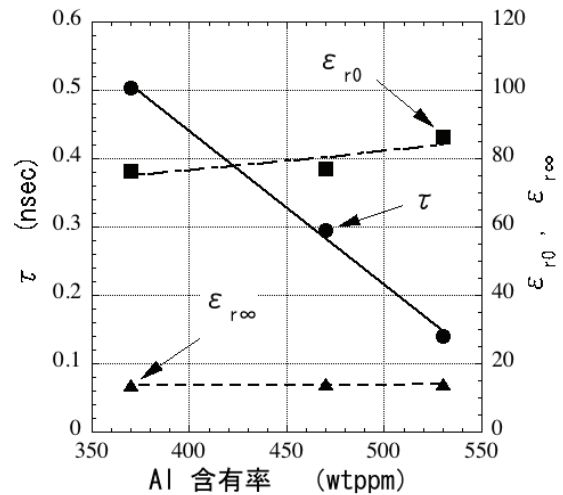


Fig. 78: Al 含有率の増加に伴う  $\epsilon_{r0}$ 、 $\epsilon_{r\infty}$ 、 $\tau$  の変化 (SiC-B)。

## 11.2. 導波管型 HOM 減衰器の低レベル RF 測定と大電力 RF 試験

### 11.2.1. 低レベル RF 測定

第 9 章、10 章で議論した砲弾形 SiC セラミックスが、KEKB 常伝導加速空洞用導波管型 HOM 減衰器に採用された。概略を Fig.79 に示す。

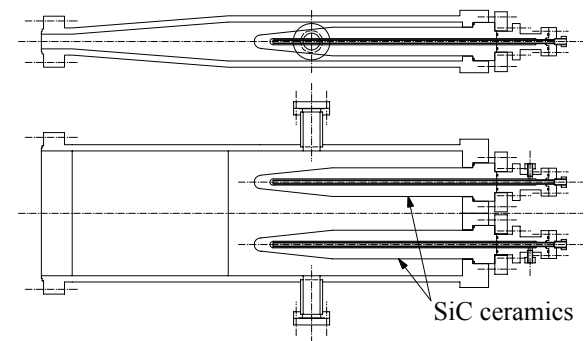


Fig. 79: ARES 空洞の導波管型 HOM 減衰器の構造。

空洞に接続される矩形導波管のフランジ部分の内面寸法は、240×28 mm である。吸収特性が変化する周波数  $f_c$  付近 (約 0.7GHz) の特性も測定するために、ネットワークアナライザに接続される同軸導波管変換器の矩形導波管は WR975 を選択し、HOM 導波管フランジ (240×28 mm) との間には、Fig.80 に示すように 1000mm のテ

一パ導波管を用いた。Fig.80 は、基準面を校正 (TRL 法) する際のセットアップを示している。0.7~1.1GHz の周波数範囲で基準面の校正を実施した。校正後、Fig.79 の HOM 導波管 (水路の水を含む) を基準面に接続して、 $S_{11}$  を測定した。

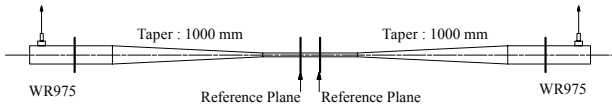


Fig. 80 : 低レベル RF 測定のための導波管基準面の校正。

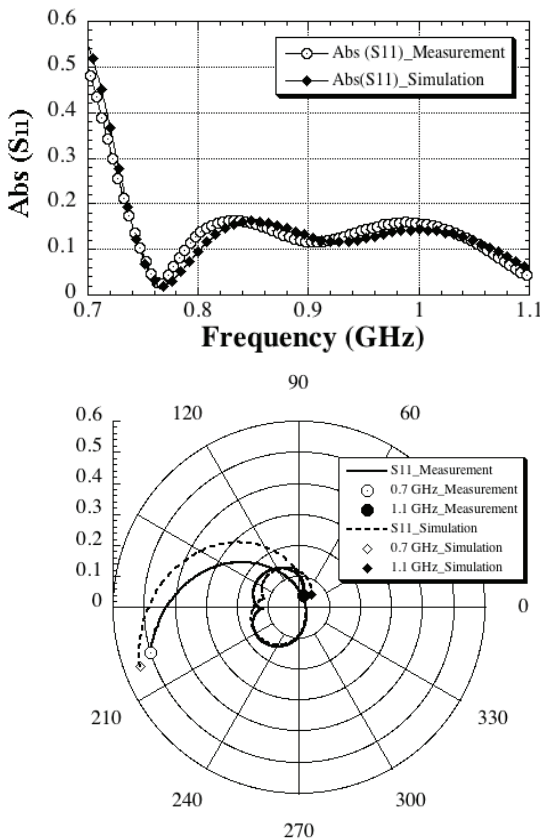


Fig.81 : ARES 用導波管型 HOM 減衰器の反射係数 (測定値と計算値の比較)。下図は、 $S_{11}$  の極座標表示。

Fig.81 に、 $S_{11}$  の測定値と、RF シミュレーション (MW STUDIO) の結果を比較して示す。RF シミュレーションでは、測定した HOM 吸収体と同じ焼結ロットで製造された SiC サンプルの誘電率測定値を用いた。これらより、1) 円柱状誘電体導波路を用いた理論的モデルから予想される、 $f_c$  (約 0.7GHz) 以下での反射率の増大傾向が、測

定によっても確認された、2) 測定結果が計算値とよく一致することから、誘電率測定、RF シミュレーション、反射係数測定 of 3 者に矛盾なく整合性がある、が分かった[45]。

### 11.2.2. 大電力 RF 試験

KEKB で使用した、ARES 空洞用導波管型 HOM 減衰器について、S-KEKB のための R&D として、大電力 RF 試験を 2009 年に実施した[45]。大電力試験は、L バンド (1.25GHz) のクライストロンを使用して、真空雰囲気と大気雰囲気中で吸収電力約 20kW まで実施した。ここでは、砲弾形 SiC セラミックスの温度分布を測定した、大気雰囲気での大電力試験の結果を取り上げる。

Fig.82 に大気雰囲気での大電力試験の装置の概略を示す。大気雰囲気での試験では、HOM 導波管を Fig.82 に示す覗き穴付に変更して実施した。導波管には、温度測定用の覗き穴が計 20 箇所 (E 面に A~J の 10 箇所、両脇 H 面に、a~j の 10 箇所) に設けられている。放射温度計で表面温度を測定した。冷却水流量は 7 L/min。

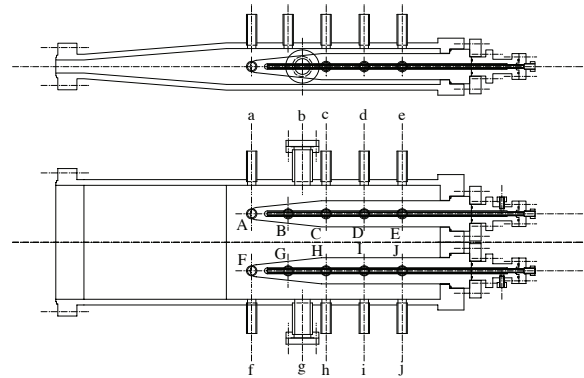


Fig. 82 : 大気雰囲気中での大電力 RF 試験。

Fig.83 に大気中試験での E 面から測定した SiC (片側) の表面温度上昇と反射係数を示す。吸収電力 2.5kW 以下ではテーパ部の点 B の温度が高いが、5~10kW では先端付近の点 A の温度が急激に上昇している。点 A の温度は 20kW のとき 320°C であった。反射係数は 5~10kW で上昇し、10kW 以上でほぼ一定となっている。反射係数が上昇する吸収電力は、点 A の温度上昇が急な吸収電力の範囲と一致している。

砲弾形 SiC セラミックス (SiC-A) の高周波誘電特性は、製造会社での測定結果によると、緩和周波数が約 10MHz 付近に存在する、緩和型誘電分散特性を有している。1GHz 付近では、誘電率の実数部と虚数部は、緩和特性の裾の部分にあたるため、実数部、虚数部ともに SiC-B に比べて小さい。また、1GHz 付近では緩和周波数が離れていることから、温度上昇に伴う緩和周波数 (緩和時間) の変化の影響を受けにくく、SiC-B に比べて誘電率の変化は小さい。しかし、実際には Fig.74 に見られるように、温度上昇とともに、誘電率の実数部、虚数部ともに、少しずつ増加する。

遠い先端部分の温度が上昇する。するとさらに、誘電率が大きくなり、先端での損失が増加する。

このような温度上昇のメカニズムが考えられるため、先端部の設計では、特に注意が必要である。

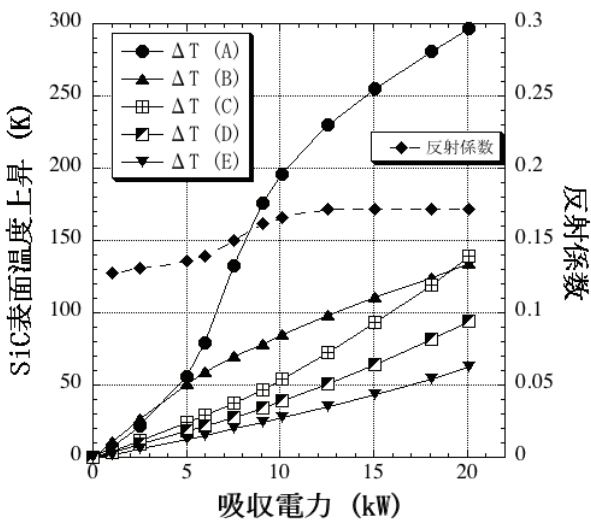


Fig. 83 : ARES 用導波管型 HOM 減衰器の大電力 RF 試験。

5~10kW での先端部温度上昇と反射率の上昇の原因は、「先端部温度上昇→誘電率上昇→電磁波吸収特性変化→SiC 先端部から電磁波が内部を伝搬→先端部温度上昇」のメカニズムで説明できる。すなわち、2.5kW 以下では、第 9 章、10 章で議論したように、表面波の性質から大部分の電磁波が、直径の小さい先端部では吸収体外部を伝搬して先端部の発熱は小さい。RF 電力が大きくなると、→ 先端部分の温度が上昇する、→ SiC セラミックスの結晶粒内のキャリア濃度が増加する、→ 誘電緩和時間が減少 (緩和周波数が増加) し、→ 1.25GHz 付近の誘電率の実数部虚数部ともに増加、→ 大部分の電磁波が先端部から吸収体内部を伝搬するようになり、→ 冷却水路から

## 12. おわりに

この講義では、今回の OHO のテーマである、「マイクロ波の基礎」を考慮し、筆者の関わった仕事の中から、二つのテーマを選択して議論した。高周波窓における伝送線路とスミス図表の取り扱い、HOM 吸収体の周波数特性などは、最先端の話題ではないが、加速器関連のマイクロ波技術の習得の出発点となりうる基礎的な題材であると考えている。お役に立てれば幸いです。

最後に、OHO'17 の講師の機会を与えていただきました、小林幸則主幹、道園真一郎主幹に深く感謝いたします。

## 参考文献

第 3 章の記述に際しては、[1]~[4]の文献を参考にしました。第 4 章~第 6 章は、主に、[5]の文献を参考にしています。また、第 9 章~第 10 章は、主に、[6]の文献を参考にしています。

- [1] 絵面栄二、「マイクロ波伝送と信号解析の基礎 (加速器設計シリーズ)」、KEK Internal 2003-3.
- [2] 中島将光、「マイクロ波工学」、森北出版 (1975) .
- [3] 牧本利夫、松尾幸人、「マイクロ波工学の基礎」、廣川書店 (1964) .
- [4] David M. Pozar, “Microwave Engineering”, 4<sup>th</sup> edition, John Wiley & Sons, Inc., 2011.
- [5] 竹内保直、「高周波窓のインピーダンス整合解 (Pillbox 型、及び、同軸平板型について)」、KEK Preprint 2001-124.
- [6] Y. Takeuchi, et al., “The SiC Absorber for the KEKB ARES Cavity”, EPAC96, KEK Preprint 96-59.
- [7] ANSYS HFSS, ANSYS 社の高周波 3 次元電磁界解析ソフトウェア.
- [8] S. Michizono, et al., “TiN coatings on alumina radio frequency windows”, J. Vac. Sci. Technol. A10 (1992) pp. 1180-1184.
- [9] S. Isagawa, et al., “DEVELOPMENT OF HIGH POWER CW KLYSTRONS FOR TRISTAN”, IEEE Particle Accelerator Conference, Washington, D. C., U.S.A., March 16 - 19, 1987, Proceedings, pp.1934, KEK Preprint 87-7.
- [10] T. Abe, et al., “Multipactoring suppression by fine grooving of conductor surfaces of coaxial-line input couplers for high beam current storage rings”, Physical Review Special Topics - Accelerators and Beams 13, 102001 (2010).
- [11] 高塩治男、他編「実用セラミックス接合とハイテクろう付」、産業技術サービスセンター (1987) .
- [12] K. Suganuma, et al., “Effect of Thickness on Direct Bonding of Silicon Nitride to Steel”, J. Am. Ceram. Soc., 68 [12] C-334 - C-335, 1985.
- [13] 菅沼克昭、「セラミックス/金属接合における熱応力」、セラミックス 41 (2006) No.6 pp. 434-439、日本セラミックス協会.
- [14] 吉野一男、他「同軸平板型高周波窓の内導体金具の構造最適化」、加速器学会 2010、THPS036.
- [15] 竹内保直、他「高周波窓冷却水路の腐食」、第 14 回 加速器科学研究発表会 2003, KEK Preprint 2003-122.
- [16] 吉野一男、他「高純度アルミナ材の利用による KEKB ARES 空洞用 RF 窓の間接冷却化」、加速器学会 2008、TP013.
- [17] 影山達也、他「強制風冷式同軸型カップラ」、加速器学会 2017、WEP053.
- [18] M. P. Forrer and E. T. Jaynes, “Resonant Modes in Waveguide Windows”, IRE Transactions on Microwave Theory and Techniques, March, 1960, pp. 147-150.
- [19] 参考文献 [1]、付録 A.8.
- [20] S. Noguchi, et al., “COUPLERS-EXPERIENCE AT KEK”, Proceedings of the 4<sup>th</sup> Workshop on RF Superconductivity, Vol. 1, pp. 397-412, KEK Report 89-21.
- [21] F. Naito, et al., “The Input Coupler for the KEKB ARES Cavity”, APAC98, KEK Preprint 98-44. 「オーバー・アンダーカット型」、「チョーク型」という分類は、この文献で行われている。
- [22] W. R. Fowkes, SLAC, Private communicateon.
- [23] 馬場斉、「連続出力 1.2MW クライストロン of WX-152D 同軸導波管型セラミック出力窓と矩形導波管同軸導波管結合器の設計」、GEMINI DESIGN REPORT (KEK Progress Report 86-4), pp. 560-576. この文献では、チョーク型の等価回路が記述されているが、オーバー・アンダーカット型に応用できる。

- [24] S.Yu.Kazakov, "Increased Power RF-Window", BINP Preprint 92-2, Protvino, 1992.
- [25] S. Yamaguchi et al., "Trajectory Simulation of Multipactoring Electrons in an S-band Pillbox RF Window", IEEE Trans. Nucl. Sci., Vol.39, pp. 278-281, 1992.
- [26] 内藤喜之、「情報伝送入門」、昭晃堂、1976。  
この文献の 6.3 節で、1939 年にスミスによって発表されたスミスチャートと、1937 年（電気通信学会誌）に水橋東作によって発表された同種の図表が解説されている。
- [27] 竹内保直、「UHF 大電力クライストロンの出力素子のインピーダンス整合解」、加速器学会 2016、TUP029.
- [28] 川上彰二郎、「光導波路」、朝倉書店（1980）.
- [29] T. Kageyama, et al., "HOM-Damped Structure of the ARES Cavity", Proceedings of the 13th Symposium on Accelerator Science and Technology, Osaka, Japan, Oct., 2001, pp.226-228.
- [30] 竹内保直、「表面波モードに着目したマイクロ波吸収体の高周波特性解析」、加速器学会 2012、THPS102.
- [31] M.Watanabe et al., "PROPERTIES OF SiC CERAMICS AND APPLICATION FOR MICROWAVE ABSORBER", Proc. 7th Meeting on Linear Accelerator, 1982.
- [32] H. Matsumoto et al., "APPLICATION OF THE SiC CERAMICS FOR MICROWAVE ABSORBER", Proc. 8th Meeting on Linear Accelerator, 1983.
- [33] M. Izawa et al., "Characteristics of a SiC microwave absorber for a damped cavity", Rev. Sci. Instrum. 66 (2), February 1995, pp. 1910-1912.
- [34] K. Maeda, et al., "Grain-boundary Effect in Highly Resistive SiC Ceramics with High Thermal Conductivity", pp. 260-268 in Advances in Ceramics, Vol. 7, Additives and Interfaces in Electronic Ceramics, ed. M. F. Yan and A. H. Heuer, American Ceramics Society, Columbus, OH., 1984.
- [35] K. Maeda, et al., "Dielectric Behavior of SiC Ceramics with BeO Addition", Extended Abstract of Electronics Div. 21-E-85, Annual Meeting, Am. Ceram. Soc., 1985.
- [36] 前田邦裕, 私信.
- [37] Y. Takeuchi, et al., "RF Dielectric Properties of SiC Ceramics and their Application to Design of HOM Absorbers", PAC2005- WPAT010, 2005.
- [38] Y. Takeda et al., "Effects of Additives on Thermal Conductivity and Electrical Resistivity of SiC Ceramics", Yogyo Kyokai-shi 95, [9], 1987, Ceramic Society of Japan (in Japanese).
- [39] R. Von Hippel, "Dielectrics and Waves", pp. 228-234, John Wiley & Sons, Inc., New York, 1954.
- [40] "Properties of Silicon Carbide", ed. G. L. Harris, INSPEC, Inst. Elect. Eng., London, 1995, pp. 87-92.
- [41] S. M. Sze, "Physics of Semiconductor Devices", 2nd edition, A Wiley-Interscience publication, Chapter 1.
- [42] 竹内保直、沢村勝「低温領域での SiC セラミックスの高周波誘電特性」、加速器学会 2013、SAP059.
- [43] 竹内保直、他「SiC セラミックスの高周波誘電特性の制御」、加速器学会 2010、WEPS072.
- [44] 竹内保直、他「HOM 吸収体で使用する SiC セラミックスの高周波誘電特性の制御」、加速器学会 2011、TUPS137.
- [45] 竹内保直、他「砲弾形 SiC セラミックスを用いた KEKB ARES 空洞用 HOM 吸収体の大電力試験」、加速器学会 2009、FPACA56.