

ビーム衝突点超伝導電磁石

I はじめに

ここでは SuperKEKB に設置された衝突点超伝導電磁石について述べる。超伝導, 超伝導電磁石の一般論については過去の OHO のテキストを参照してして下さい [1-4].

SuperKEKB は 7 GeV の電子と 4 GeV の陽電子を正面衝突させる周長 3 km の衝突型加速器 (コライダー) である。衝突によって生じる素粒子反応を Belle II と呼ばれる大型素粒子検出器を使って調べることを目的としている。図 1 に SuperKEKB の全体図を示す。Linac で加速された電子ビーム, 陽電子ビームは各々 HER(High Energy Ring), LER(Low Energy Ring) と呼ばれるメインリングに入射されて, 周回し, ビーム衝突点 (Interaction Point: IP) にて衝突する。尚, 各メインリングではビームエネルギーは変化しない。

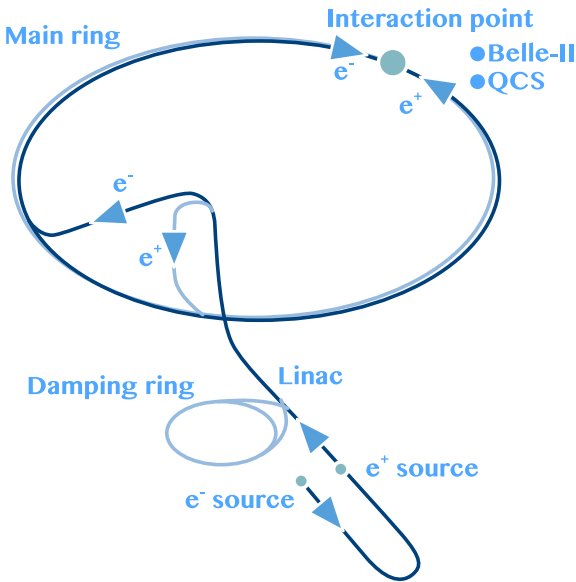


図 1: SuperKEKB 衝突点 (Interaction point) の位置 (図右上)

ビーム衝突点超伝導電磁石とは, ビーム衝突点領域 (Interaction Region:IR) に設置され, IP で

のビームサイズを小さくする役割を持つ電磁石システムである。呼び方は他にも最終集束磁石システム (Final Focus System), 低ベータ挿入磁石 (Low Beta Insertions) 等がある。これは通常, 4 極電磁石をダブレットもしくはトリプレットに配置したものとなっている。

SuperKEKB ではルミノシティを高めるためにナノビームスキームと呼ばれる方法を採用している。ナノビームスキームでは, 衝突点での交差角を大きくすることにより, 砂時計効果の制限を受けることなくルミノシティを高めることが出来る。衝突点でのビーム交差角を 2ϕ とするとルミノシティは簡略化のため衝突点におけるビーム間のクーロン力による集束効果 (ビーム・ビーム効果) を無視すると, 以下の式で表わされる [5, 6].

$$\mathcal{L} = \frac{N_+ N_- f}{4\pi\sigma_z \sin\phi \sigma_y^*} R_L \quad (1)$$

$$\sigma_y^* = \sqrt{\beta_y^* \epsilon_y} \quad (2)$$

ここで, N_+, N_-, f はそれぞれ 1 バンチに含まれる陽電子, 電子数, バンチが 1 秒間に衝突する回数である。また, $\epsilon_y, \beta_y^*, \sigma_y^*, \sigma_z$ はそれぞれ, 鉛直方向エミッタンス, IP における鉛直方向の β 関数, ガウシアンビームを仮定した時の IP における鉛直方向のビームサイズ, バンチ長である。ここでは電子・陽電子は同じビームサイズと仮定している。 R_L は有限交差角による減少等を補正する幾何学的補正係数である。

この式から β^* を小さく絞ることでルミノシティを高めることが出来ることがわかる。この役割を担うのがビーム衝突点電磁石である。SuperKEKB では低エミッタンス, 低 β_y^* ラティス設計により σ_y^* を KEKB の 1/20 とし、この部分のルミノシティゲインを 20 倍にしている。

SuperKEKB の衝突点に関するメインパラメーターを表 1 に示す。ここで上付きの * は IP での値を意味している。 $\epsilon_{x,y}$ は x, y 方向のビームエミッタンス, $\sigma_{x,y}^*$ は衝突点でのビームサイズ, σ_z はバンチ長を表わす。衝突点でのビームサイズ

は水平方向に、10 μm , 鉛直方向に 50 nm となる。

表 1: SuperKEKB メインパラメーター [7]. * は IP での値を示す. $\epsilon_{x,y}$ は x, y 方向のビームエミッタンス, $\sigma_{x,y}^*$ は衝突点でのビームサイズ, σ_z はバンチ長を表わす.

Parameter	LER	HER
β_x^* [mm]	32	25
β_y^* [mm]	0.27	0.30
ϵ_x [nm]	3.2	4.6
ϵ_y [pm]	8.64	11.5
σ_x^* [nm]	48	59
σ_y^* [μm]	10	11
σ_z [mm]	6	5

2 衝突点電磁石 (QCS) 概略

2.1 QCS 全体構成

SuperKEKB の衝突点電磁石は図 2 に示されるように、超伝導四極電磁石、超伝導補償ソレノイド、超伝導補正/キャンセル電磁石から構成される超伝導電磁石の複合体である。以下では各電磁石の概略について述べる。

2.1.1 超伝導四極電磁石

衝突点の β を絞るには高い磁場勾配の 4 極電磁石を IP 近傍に設置する必要がある。IP では Belle II 検出器から空間的な制限を受ける (図 2) ので SuperKEKB では衝突点電磁石として超伝導電磁石が採用された。SuperKEKB ではこの衝突点電磁石を“QCS”と呼んでいる。これは SuperKEKB のラティス設計において本電磁石を識別する名称であり、各アルファベットは **Quadupole**, **Colliding section**, **Superconducting** を意味している。以降では QCS と呼ぶ。

QCS は 2 台の 4 極電磁石を使って、IP 上で鉛直、水平方向にビームを集束する。このような 4 極電磁石の配置は一般的にダブレットと呼ばれている。また 3 台で集束する場合はトリプレットと呼ばれる。LHC の衝突点電磁石はトリプレットを採用している。IP 通過後、ビームプロ

ファイルを元に戻しビームを周回させるために、IP 下流側にも IP に対して対称なダブレットが設置される。このため、HER, LER の各リングにそれぞれ 4 台の 4 極電磁石が必要となる。即ち、QCS では合計 8 台の 4 極電磁石が用いられる。QCS の 4 極電磁石は以下のように名前が付けられている。

■ **LER** QC1LP, QC2LP, QC1RP, QC2RP

■ **HER** QC1LE, QC2LE, QC1RE, QC2RE

ここで QC は QCS の QC であり、数字の 1, 2 はそれぞれ鉛直、水平方向の集束を意味している。数字の次の文字、L/R はリング中心から見て衝突点の左側、右側に設置されるものをそれぞれ L, R として区別している。また最後の文字 P/E は電磁石が設置されるリング、Positron ring (LER), Electron ring (HER) を意味している。

2.1.2 超伝導補償ソレノイド

QCS は Belle II 検出器内に設置される。Belle II 内には発生粒子の運動量を分析するため、超伝導ソレノイドによる 1.5 T の磁場が印加されている。この磁場はビームにとっては望ましくない水平方向と鉛直方向の運動が結合する ($x-y$ カップリング) 現象の要因となる。この磁場を打ち消すため、Belle II ソレノイド磁場とは逆向きの磁場を発生する超伝導ソレノイド (補償ソレノイド) が 4 台設置される。ビーム軸に沿って積分された (Belle II ソレノイドと補償ソレノイドを合わせた) ソレノイド磁場が零になるように補償ソレノイドは設計された。

2.1.3 超伝導補正/キャンセル電磁石

各 4 極電磁石には 4 極磁場による誤差成分を補正するための 4 極電磁石 1 台に対し 4~5 台の超伝導補正電磁石が組込まれている。

また、衝突点に最も近い 4 極電磁石 (QC1LP, QC1RP) は陽電子リング (LER) に設置されるが、この位置は対向する電子リング (HER) に近接しており、4 極電磁石が発生する漏れ磁場の電子ビームへの影響は無視出来ない。補償ソレノイドによる磁場が 2 Tesla を越えるため、磁性体による磁気シールドは使用出来ない。この漏れ

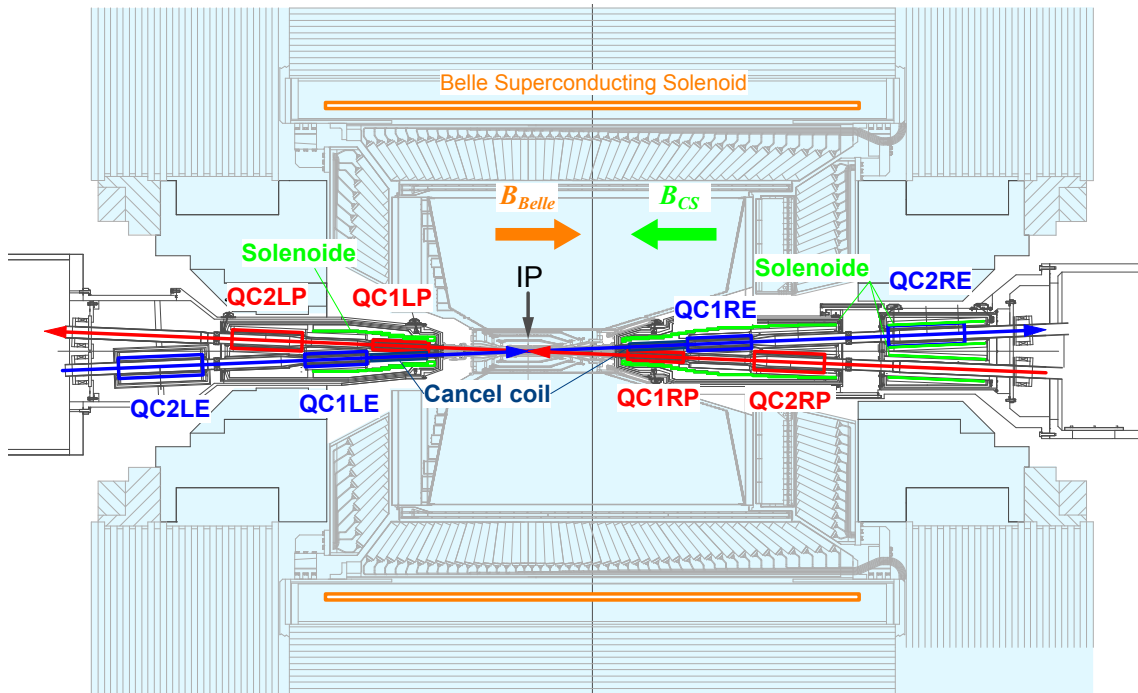


図 2: 衝突点領域 (IR). 図の左下か右上へ進む矢印が電子ビームライン (HER), 図の右下から左上に進む矢印が陽電子ビームライン (LER) を表わす。

磁場に対し、逆方向の磁場を発生し、打ち消すための超伝導キャンセル電磁石が HER に設置される。

補正電磁石/キャンセル電磁石の台数は計 43 台である。

2.2 クライオスタット

QCS を構成する超伝導電磁石は IP をはさんで 2 台のクライオスタット内に格納される。

クライオスタットは超伝導電磁石を格納し、その超伝導状態を保持するための低温容器であり、一番外側は真空容器となっており、その内側にヘリウム容器が格納されている。ヘリウム容器は冷凍機から送られてくる液体ヘリウムで超伝導電磁石を浸漬し、超伝導状態に保つものである。図 3, 4 に QCS-L, QCS-R のヘリウム容器の平面図を示す。QCS-L クライオスタット内にはヘリウム容器は 2 台設置されており、そのうちの 1 台に QC2LE が単独でヘリウム容器に格納されている。他の 3 台の四極電磁石はもう 1

台の容器に格納されている。QCS-R のヘリウム容器も同様の構成である。

各ヘリウム容器は室温からの熱侵入を小さくするために、8 本の支持ロッドで真空容器から支えられている。また、補償ソレノイド磁場と Belle II ソレノイドとの間には 52.6 kN/35.7 kN(QCS-L/-R) の電磁力が働く。この電磁力に耐えられるようにロッドの材料はチタン合金 (Ti-6Al-4V) となっている。

ヘリウム容器を含む各電磁石の断面図を図 5, 6 に示す。各断面図の最外層がヘリウム容器を表わしている。QC1E, QC2P には磁石本体のヨーク以外にも対向ビームラインに磁気シールドが、QC2LP, QC2RE には鉄製支持構造 (Iron support frame) が組込まれている。また、IR ではビーム起因による不要な (測定のバックグラウンドとなる) 放射線が発生し (Radiative Bhabha 散乱によって発生する γ 線等), 放射線損傷により Belle II 内の検出器の寿命が短くなってしま

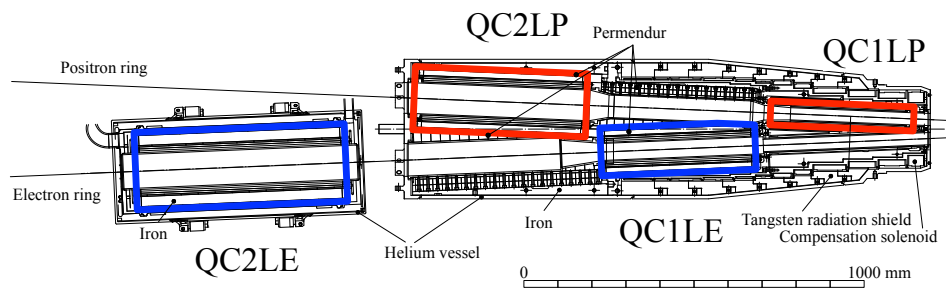


図 3: QCS-L のヘリウム容器内の四極電磁石 (平面図)

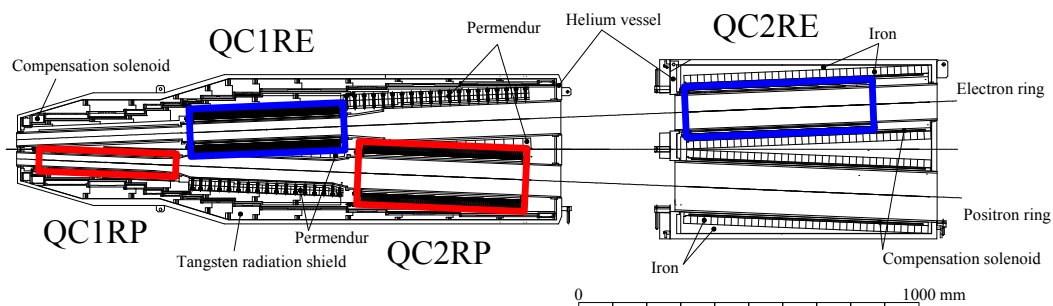


図 4: QCS-R のヘリウム容器内の四極電磁石 (平面図)

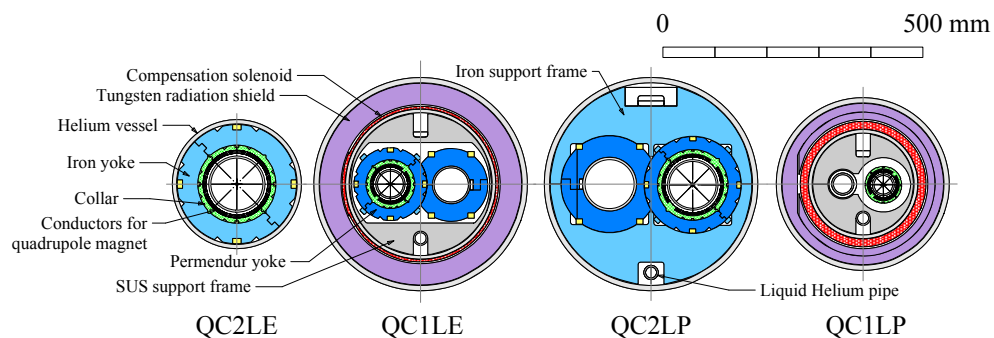


図 5: QCS-L 各主四極電磁石中心での断面図

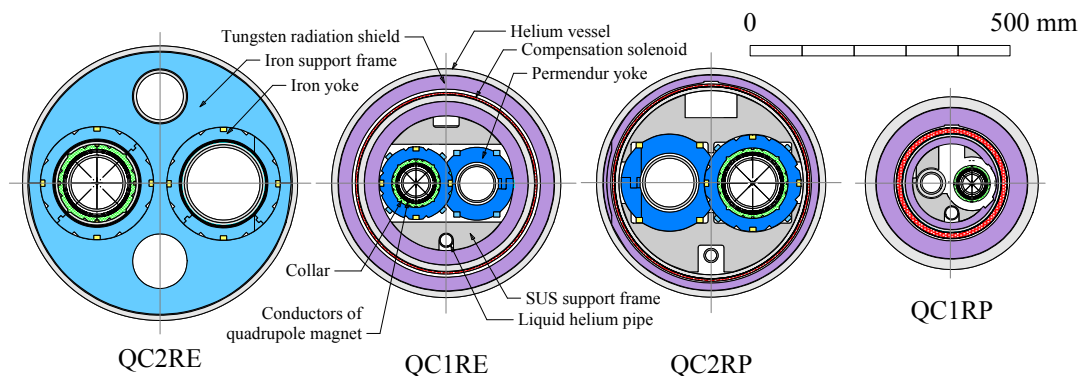


図 6: QCS-R 各主四極電磁石中心での断面図

う。この放射線から検出器を保護するため、IP 側の四極電磁石はタングステン遮蔽ブロックで覆われている。

2.3 KEKB と SuperKEKB の QCS の違い

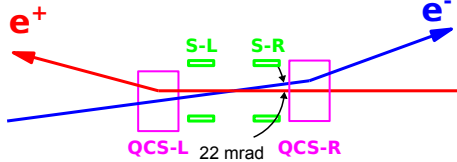


図 7: KEKB の衝突点電磁石システム

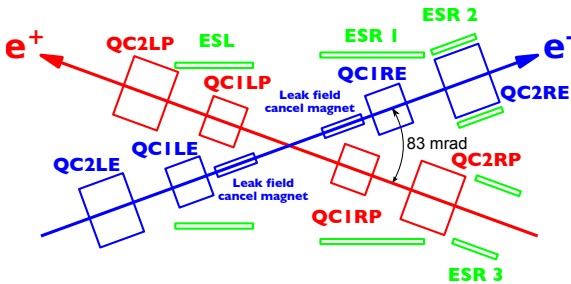


図 8: SuperKEKB の衝突点電磁石システム

図 7 に示すように KEKB ではビームの交差角は 22 mrad で、1 台の集束電磁石で電子、陽電子の 2 つのビームを集束させていた。また水平方向の収束には常伝導電磁石を用いていたため、超伝導 4 極電磁石の台数は 2 台であった。また補償ソレノイドの台数も 2 台であった。一方、SuperKEKB では、ナノビームスキームを採用したことによって衝突点の電子ビームと陽電子ビームの交差角は 22 mrad から 83 mrad に拡大された。このため HER と LER のビーム間距離が大きくなったので 1 台の 4 極電磁石で 2 つのビームを集束することが出来なくなった。このため電子・陽電子ビームに対して独立の 4 極電磁石が用いられることになり、4 極電磁石の台数は KEKB の 4 倍の 8 台となった(図 8)。また補償ソレノイドの台数も KEKB の 2 倍の 4 台である。

2.4 章のまとめ

- SuperKEKB の衝突点電磁石は超伝導電磁石で構成されており、QCS と呼ぶ。
- QCS の 4 極電磁石はダブルットに配置されており、HER、LER 各々に 2 組のダブルット

が設置されている。

- 各 4 極電磁石には 4~5 台の補正電磁石が組み込まれている。
- IP に最も近い LER の 4 極電磁石の隣の HER には漏れ磁場キャンセル電磁石が設置されている。
- Belle II ソレノイド磁場をビーム経路の積分として打ち消すための補償ソレノイドが 4 台設置されている。
- QCS を構成する超伝導電磁石は 2 台のクライオスタットに格納されている。
- KEKB の QCS と比較すると、SuperKEKB では四極電磁石の台数は 4 倍、補償ソレノイドの台数は 2 倍となっている。

3 四極電磁石

加速器において用いられる四極磁石 (Quadrupole magnet) は主にビーム集束・発散の役割を持つ。四極磁石はビーム軸を基準とした x (水平) 軸/ y (鉛直) 軸上に以下の磁場勾配を生成する(付録 B 参照)。

$$B_y(x) = Gx \quad (3)$$

$$B_x(y) = Gy \quad (4)$$

ここで G を磁場勾配と呼ぶ。

常伝導電磁石は鉄芯形状によって磁場勾配を形成するのに対し、超伝導電磁石はビーム軸に対して垂直な平面で切った断面上の導体の配置によって磁場勾配を形成する。この時の基本的なコイルの配置は 4 つのコイルをビームパイプを取り囲むように円筒形に組み合わせたものとなる(図 9)。この時、四極電磁石の磁力線は断面で見ると図 10 のようになる。

4 QCS 主四極電磁石

ここから QCS の 4 極電磁石本体の具体的な製作工程を見ながらその構造について述べる。

補正電磁石のスキュー 4 極電磁石と区別するため、集束の役割を担うものを主四極電磁石と呼ぶ。

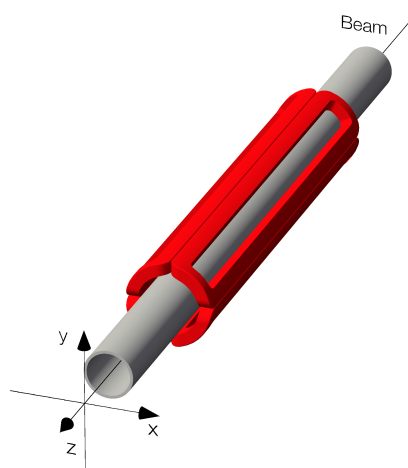
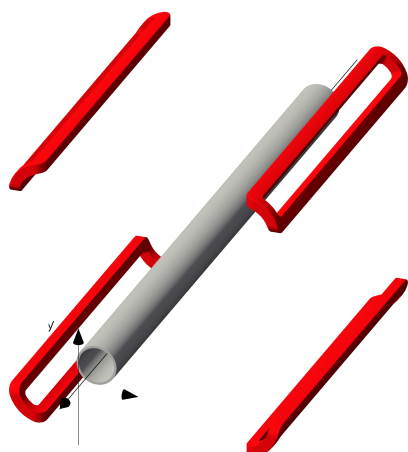


図 9: 4 極電磁石の簡略モデル. 4 つの鞍型コイルをビーム軸に沿って組み合わせて組立られる. 上: 4 コイル組立前. 下: 4 コイル組立後. 灰色のパイプが加速器のビームが通過する真空パイプ.

QCS の主四極電磁石の基本的な構造は前節で述べたものと同じである.

実際には必要な導体位置精度, 電磁力に対する機械的強度, 超伝導状態の保持等のために工学設計, 加工方法には工夫が施されている.

我々は 8 台ある主四極電磁石の内, QC1P と QC1E についてはまず実機と同じものをプロトタイプ機として KEK において製作し, 性能試験 (磁場測定) を実施した上で実機の製作に入った.

実機の製作はメーカーが行なったが, 製作用の巻線機, カラーリングプレス機等, 主な巻線,

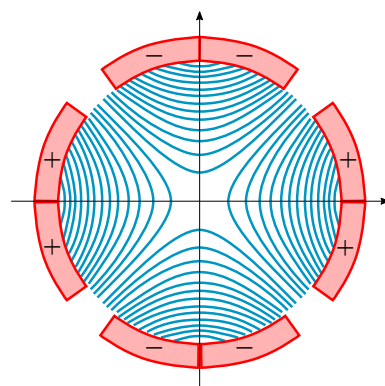


図 10: 四極電磁石磁力線

組立に必要な機器は, KEK 側が支給した. 製作途中に必要な磁場測定は, 工場にハーモニックコイル測定システムを持ち込んで実施した.

各四極電磁石が完成した後, 単体での性能を確認するため, 縦型クライオスタットを用いて液体ヘリウムに浸漬し, 定格励磁試験, 遮断試験, ハーモニックコイルによる磁場測定を実施した.

QCS の四極電磁石の定格励磁試験においてはクエンチトレーニング^{*1}の必要はなかった.

QCS 四極電磁石の主なパラメーターを表 2 に示す.

4.1 超伝導線材料

発生磁場が 1 Tesla を越えるような加速器用超伝導電磁石には通常 Rutherford cable と呼ばれる超伝導ケーブルが用いられることが多い. QCS の主四極電磁石に用いられている超伝導ケーブルも Rutherford cable である.

これは 5~13 μm の NbTi のフィラメントを 1000~3000 本入れ複合多芯超伝導線 (ストランド)(外形 ~1 mm 以下) を 10~30 本撚り合わせ,

^{*1} 超伝導電磁石の完成後, 最初に定格励磁する際, 途中でクエンチが発生することがある. クエンチ → 励磁 → クエンチ... を繰り返すことで徐々にクエンチ時の電流値が上昇し, 定格励磁に到達する. このような現象をトレーニングと言う. これは励磁の際に超伝導ケーブルが電磁力により変位することで内部でジュール発熱が生じて, 超伝導状態が破れるためである.

表 2: 四極電磁石のメインパラメーター [8].
I.D.(O.D.): 電磁石導体部の内 (外) 直径. G :
磁場勾配. GL : 磁場勾配の軸方向の線積分. I : 設
計電流. R_{ref} : 参照半径. Perm. (ヨーク材): パーメ
ンジュール.

	QC1P	QC1E	QC2P	QC2LE/RE
I.D. [mm]	25.0	33.0	53.8	59.3
O.D. [mm]	35.5	70.0	93.0	115.0
G [T/m]	76.4	91.6	32.0	36.4/40.9
GL [T]	25.5	34.2	13.1	19.5/16.5
$I_{\text{des.}}$ [A]	1800	2000	1000	1250/1350
R_{ref} [mm]	10	15	30	35
ヨーク材	-	Perm.	Perm.	鉄

それを成型し矩形にしたものである ([1, 3, 4]).
絶縁はポリイミドテープ等を用いてなされる.

ケーブル断面形状は主に、長方形と楔形 (キーストン) があるが, QCS に用いられているものは断面が楔形のものである. パラメーターを表 3 に示す [9]. フィラメント径は $8\text{ }\mu\text{m}$, フィラメント数は 2113 本, スtrand径は 0.492 mm , スtrand数は 10 本, QC1P, QC1E それぞれのキーストン開き角は 2.1° , 1.7° , ケーブル幅は 2.5 mm である. QC1E 用の Rutherford cable の断面模式図を図 11 に示す. また, QCS に用いられている Rutherford cable の模式図を図 12 に示す.

表 3: QCS に用いられた NbTi 製ラザフォードケーブルのパラメーター [9]

	QC1P/1E
フィラメント径	$8\text{ }\mu\text{m}$
フィラメント数	2113
スランド径	0.498 mm
スランド数	10
キーストン角	$2.1^\circ / 1.7^\circ$
ケーブル幅	2.5 mm
臨界電流 (I_c) at 5 T, 4.22 K	316/308

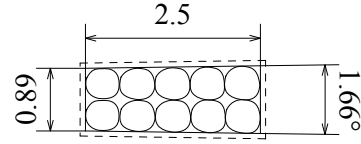


図 11: QC1E 用 Rutherford cable 断面模式図.

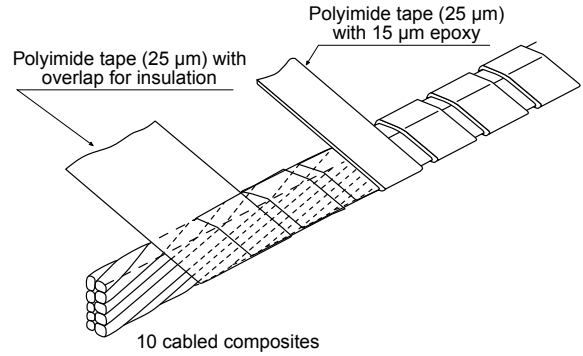


図 12: QCS4 極電磁石に用いられている Rutherford cable.

超伝導電磁石ケーブルは臨界電流, 磁場, 温度を越えると超伝導状態が破れる. 従って励磁電流はケーブルが感じる最大磁場, 温度において臨界電流値以下となるように設計される.

図 13 に QC1P と QC1E コイルの負荷曲線 (ロードライン) と, これに用いられる NbTi 製 Rutherford ケーブルの臨界電流磁場曲線を示す. 横軸, 縦軸はそれぞれケーブルに流れる電流, 磁場強度である. ここでロードラインはケーブルの最大経験磁場を関数として, その時の電流値をプロットしたものである. 臨界電流磁場曲線は使用される超伝導ケーブルの臨界電流 (I_c) を臨界磁場の関数としてプロットしたものである.

プロットのうち右上がりの曲線がロードラインで, 点線及び一点鎖線はそれぞれ QC1E, QC1P の Rutherford Cable 上の最大磁場を励磁電流を関数としてプロットしている.

グラフ中の右下がりの直線のうち, 細い実線 (赤), 太い実線 (青) はそれぞれ, 温度が 4.2 K , 4.7 K での QC1 に用いられている NbTi Rutherford cable の臨界電流磁場曲線である.

QC1P についてはソレノイド磁場中に設置されているので、ソレノイド磁場と自身の発生する磁場を重ね合わせたものである。そのため、電流値が零でも磁場は零になっていない。

超伝導線の電流もしくは磁場が増加し、ロードラインが臨界電流曲線を越えると超伝導状態が破れる。この交差点の電流値と実際の運転電流値との割合は超伝導状態を保持するためのマージンを表わす (ロードライン比と呼ばれる)。

ケーブルの経験磁場の計算誤差や多少の入熱に対してクエンチが発生しないように、電磁石の運転電流 I_{op} は I_c よりも低い値に設定される。(超伝導状態から常伝導状態に移り常伝導領域が拡大する現象をクエンチと言う。) QC1P 及び QC1E のロードライン比を表 4 に示す。QC1E で約 20% の電流マージンがあるように設計されている。ここで運転電流は衝突エネルギーが 12 GeV の時を想定している^{*2}。

表 4: QCS 四極電磁石のロードライン比 (I_{op}/I_c). I_{op} は衝突エネルギーが 12 GeV の時の運転電流値

Magnet	$I_{op}(12\text{GeV})$ [A]	I_c [A]	I_{op}/I_c [%]
QC1P	1773	2800	64
QC1E	1950	2500	78

4.2 導体配置

以下では加速器電磁石に特有の表現が出てくる。初めて見る方は付録 A、付録 B を参照して欲しい。

QCS の四極電磁石は純粋な 4 極磁場を発生するため、2 次元断面内で $\cos 2\theta$ の電流分布を持つように導体が配置される。楔形の Rutherford cable は 2 次元断面内で積み重ねて扇形になるように巻線した。コイル層数は 2 層でそれぞれ 3 ブロックの領域に分割されて、4 極磁石の Allowed

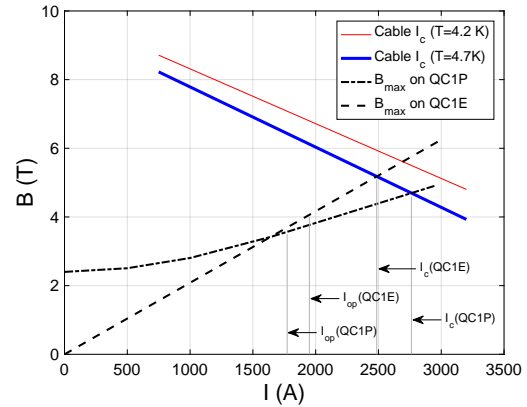


図 13: QC1P と QC1E のラザフォードケーブルの臨界電流とコイル上の最大磁場, 細い実線 (赤), 太い実線 (青) はそれぞれ, 温度が 4.2 K, 4.7 K での NbTi ケーブルの臨界電流磁場曲線。また実線と一点鎖線はそれぞれ, QC1E と QC1P のコイル上の最大磁場である。QC1E は自身が発生する磁場によるもので, QC1P は自身の発生する磁場と QC1P が設置される位置でのソレノイド磁場を重ね合わせた時の強度である。 I_{op} は衝突エネルギー 12 GeV の時の QCS の運転電流値である。

Multipole である 12 極 (b_6) 及び 20 極 (b_{10}) 成分が小さくなるように調整されている (図 14)。QC1P と QC1E の設計上の多極成分の大きさを表 5 に示す [9]。いずれも 1 unit (四極磁場成分に対して 1×10^{-4}) 以下と非常に小さな値となっている。コイルリード端部は 4 回対称が破れ, 3 次元計算では 8 極成分が発生しているが, 積分磁場で 1 unit 以下になるよう設計されている。

4.3 カラー

電磁力による導体の動きを抑えるための部品であり, コイルの外周部に組込まれる。カラーでコイルにあらかじめ圧縮応力を加えることによって, 導体に働く電磁力により, コイルが変位することを防ぐ。

カラー材として YUS130S (新日本製鐵社製) が用いられている。これは低温 (4.2 K) での機械的強度, 熱膨張率, 透磁率等の特性が加速器用超伝導カラーに最適化されたステンレス材である。

^{*2} SuperKEKB の通常運転での衝突エネルギーは 11 GeV であるが, 12 GeV での運転も考えられている。QCS では 12 GeV での運転電流値を定格電流に設定している。

表 5: 主四極電磁石の設計多極磁場成分

		QC1P	QC1E
2次元計算	b_6	0.10	-0.06
	b_{10}	-0.21	-0.34
3次元計算	b_4	0.24	-0.02
	b_6	0.54	-0.04
	b_8	0.01	0.05
	b_{10}	-0.21	-0.43

磁場参考半径: QC1P 10 mm, QC1E 15 mm

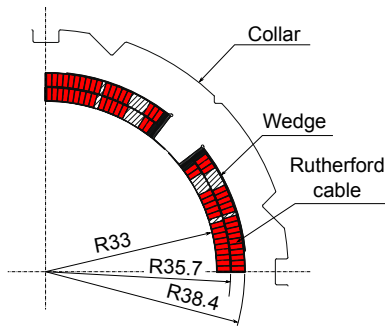


図 14: QC1E 導体断面. 赤色で塗りつぶされている部分が Rutherford cable の断面である. 台形が Rutherford cable 1 本分を表わしている. 斜線部はウェッジであり, スペーサーの役割を果たしている.

例えば透磁率は SUS316L が 4.2 K で 1.013 に対し, YUS130S は 1.0021 と常温での透磁率となっている [10]. また, 低温収縮によりプリストレスが減少しないように, 熱収縮は NbTi よりも大きい.

4.4 ヨーク

主四極電磁石からの対向ビームラインへの漏れ磁場の低減と発生磁場の増強のため, QC1P 以外の電磁石にはカラー外周部に磁性体ヨークが組み込まれている.

QC1E, QC2P は対向ビームラインとの距離が短く, 漏れ磁場を小さくする目的で飽和磁束密度が鉄よりも高い (2 Tesla 以上) パーマンジュールが使用されている. これは鉄とコバルトを 1 対 1 の割合で混ぜた合金である. QC2E は Belle II

磁場が減衰している位置に設置されているため, 鉄 (S10C) が用いられている.

4.5 製作工程

先にも述べたように QCS の電磁石は導体の配置で 4 極磁場を発生する. このため導体の位置は精度良く配置される必要がある. 熱収縮, ローレンツ力によりコイルが変形しないように製作されなければならない. 1 unit の精度を求める場合, 電磁石断面内でのコイルの変形量は 20~30 μm 以下である必要がある [4].

このような電磁石の製作方法は Fermilab で確立されており, QCS の主四極電磁石もこの方法に基づいて製作された. その工程の概略は以下の通りである.

1. コイル巻線
2. キュアリング
3. カラーリング
4. スプライス処理
5. コレクターの組込み

4.5.1 巻線



図 15: 巻線風景

コイルは 2 層でダブルパンケーキ巻と呼ばれる方法で巻線される. これは 2 層目と 1 層目の層間渡り部から 1 層目を巻き始め, 1 層目が終わると 2 層目を巻く方法である. ケーブルのリード端部が 1 層目と 2 層目の同じ位置に来るのでリード端部による漏れ磁場の影響が小さ



図 16: QC2LP の G10 製エンドスペーサー (KEK にて製作)

く出来る。また鞍型に巻線するためコイルは鞍型成形治具 (マンドレル) の上に載せて巻線を行なう (図 15)。各層の巻線時のテンションは約 100 N 程度とし、巻線のターン数ごとに張力は緩められて最終的には最初の半分程度の張力となるようにした。巻線時にコイルの間隔を決めるガラスエポキシ材 (G10) で作られたスペーサー (図 16)、ウェッジが設計された位置に挿入される。スペーサー、ウェッジは 25 μm の公差で製作された。

4.5.2 キュアリング



図 17: キュアリング

マンドレルに巻線されたコイルをコイル凸面を下にし、成形型枠にの凹面に合うように設置

し、上部から加圧して加温成形を行なう。加温することでケーブルの絶縁テープの表面に塗布されたエポキシ接着材を溶かす。この時の温度は約 130°C である。加温中は約 20 MPa でコイル成形型枠を加圧し、コイルを成形する (図 17)。コイルエンド部は治具を用いてコイルの軸中心方向に設計寸法分を押し込む。

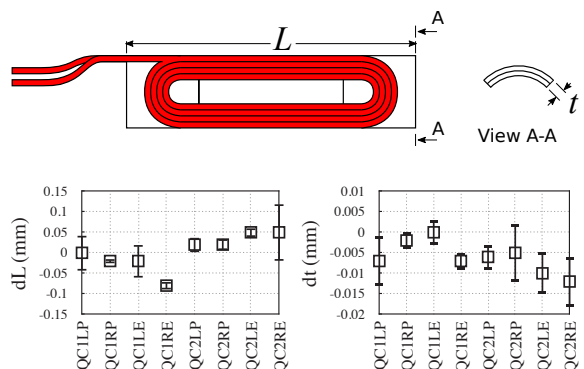


図 18: キュアリング後のコイル寸法. 左図: コイル長手方向の長さの設計値からのずれ. 右図: コイルの厚みの設計値からのずれ. エラーバーは製作されたコイル 4 極分の標準偏差。

図 18 にキュアリング後のコイル寸法を示す。左側のプロットは、各電磁石の 4 極分のコイル長 L の平均値の、設計値からのずれであり、エラーバーはコイル 4 極の標準偏差である。ここで QC1LP/RP、QC1LE/RE、QC2LP/RP、QC2LE、QC2RE の長さ L の設計値はそれぞれ、384、430、470、593、535 mm である。ずれはほぼ ± 0.1 mm 以下に抑えられている。また、図 18 の右側のプロットはコイルの動径方向の厚み t の設計値 (5.425 mm) からのずれであり、許容値 (± 0.025 mm) 以下であった。 L と t の定義は図 18 の上段の図に示す。

キュアリング後の QC1E 用コイルの写真を図 19 に示す。

4.5.3 カラーリング

カラーリングではカラーを用いて完成した 4 個のコイルを円筒状に組み立てる。図 20 にカラーリング工程を示す。

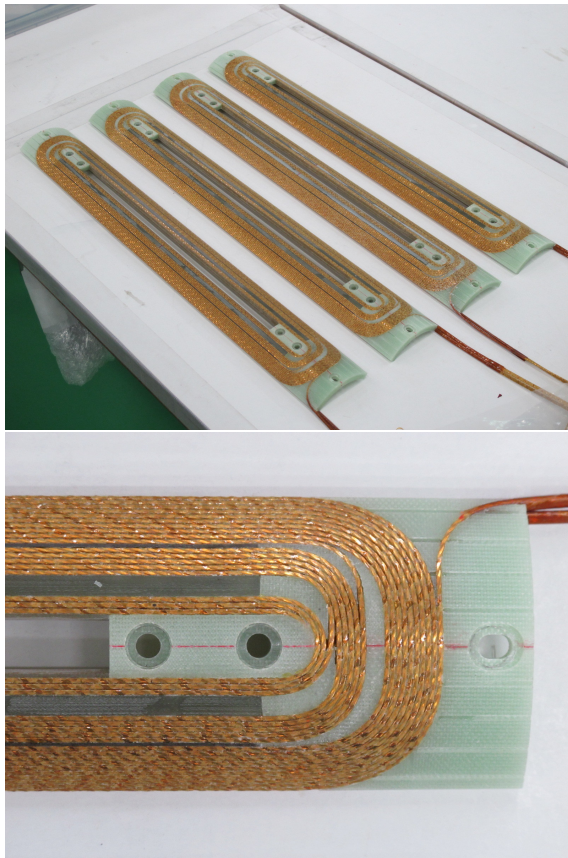


図 19: キュアーリング後の QC1E コイル, 下図はリードエンド部の拡大写真.

カラーは厚み 3 mm のリング上の板を半割りにしたもので、外周側にキー溝が切られている。カラーは絶縁シートを含めたコイル外周の半径に合わせた内半径で製作されている。

最初に、製作された 4 つのコイルを円筒形のカラーリングマンドレルの周囲に取り付けて円筒形に組み立て、カラーを 1 段ごとに分割面の角度を 90 度変えて積み上げていく。始めはカラーは最後まではまっていなかったので、キー溝の位置が段ごとにずれている (図 20-(1),-(2))。油圧シリンダーを使ってまずカラーを四方から加圧しキー溝よりも 1 mm 細い仮キーを差し込む。仮キー挿入後にカラーリングマンドレルを引き抜く。

この状態から図 20-(3) のようにカラーに 4 方向から油圧シリンダーを使って 60 MPa の予備

応力 (プリストレス) を加える。これにより各段のカラーのキー溝が一致するようになるので、本キーをカラー外周に加工されたキー溝にはめ込む。その後、油圧シリンダーの圧力をゆるめる。この工程で用いられたカラーリングプレスの写真を図 21 に示す。

コイルはカラーを押し広げる向きにストレスを持っているが、カラーに嵌め込まれたキーによってカラーは広がらない。この状態でコイルの残留予備応力が 30 MPa となるように設計されている。図 22 はカラーリング後の QCS-L の主 4 極電磁石である。

4.5.4 スプライス

組み合わせられた 4 つのコイルのリードをリードエンド部ではんだ溶接により、直列に繋ぎ合わせる。このときクエンチ電圧検出用のリード線 (電圧タップ) も溶接する。

4.5.5 ヨーキング

QC1P 以外のカラー外周部にヨーク (パーメンジュールもしくは鉄) を組込む (図 20-(4))。

4.5.6 コレクターの組み込み

Brookhaven National Laboratory にて製作されたコレクター/キャンセル電磁石を主 4 極電磁石の内側に挿入する。主 4 極電磁石と補正/キャンセル電磁石の磁場面の位相角の関係は巻線された補正/キャンセル電磁石のサポートボビン上のキーと主四極電磁石端板のキー溝によって精度良く決められる [11]。

図 23 に組み立てられた QCS4 極電磁石の構造を示す。

図 24 は完成後の QC1LE の外観写真を示す。図 24 において、写真左側が IP 側となる。IP 側には QC1LP からの漏れ磁場を打ち消すためのキャンセル電磁石が設置されている。反 IP 側に見えているのは QC1LE 主 4 極電磁石のパーメンジュールヨークである。この内側にキャンセル電磁石と同じボビンに巻線された 4 台の補正電磁石が挿入されている。

図 25 は完成後の QC1LP の外観写真である。QC1LP の内側に補正電磁石が 3 台挿入されてい

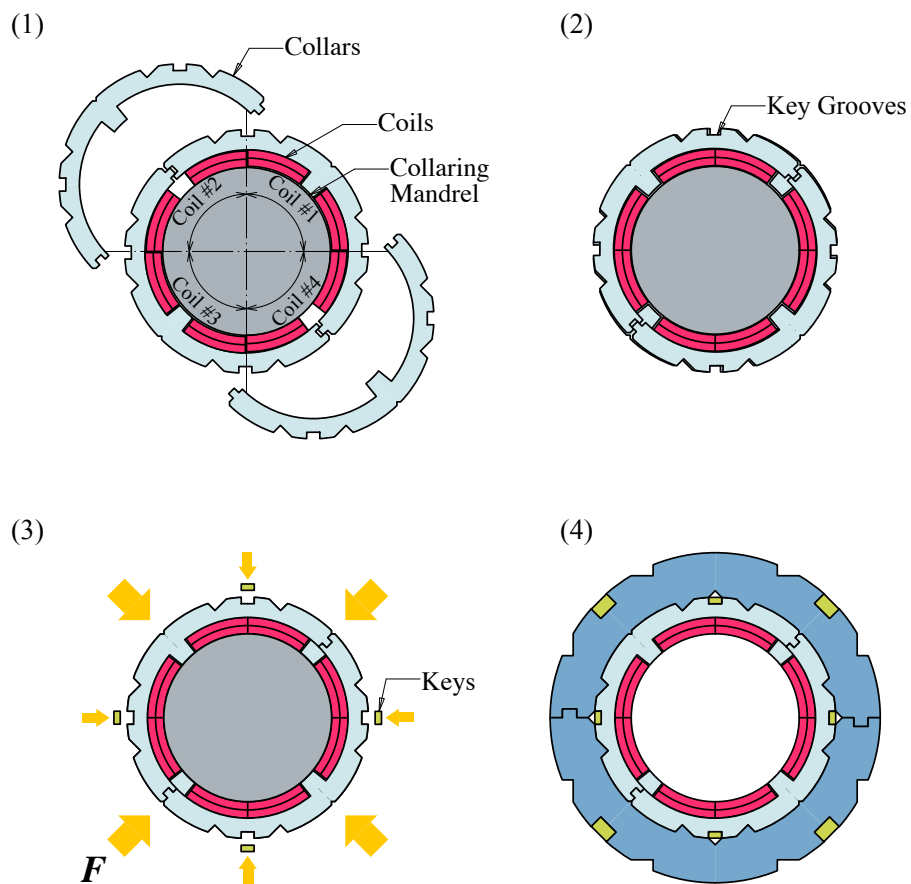


図 20: カラーの組込み方法. (1),(2) リングが 2 分割されたカラーを電磁石の外周部に組み込んでいく. 厚みは 3 mm で 1 つの電磁石あたり 128(QC1P), 143(QC1E) 段積み上げる. 一段ごとに分割部が 90 度回転するようにする. (3) 油圧シリンダーにより 4 方向からカラーにプリストレスを与える. プリストレスを保持するためにカラーキー溝にキーを挿入する. (4) ヨークを組み込む.

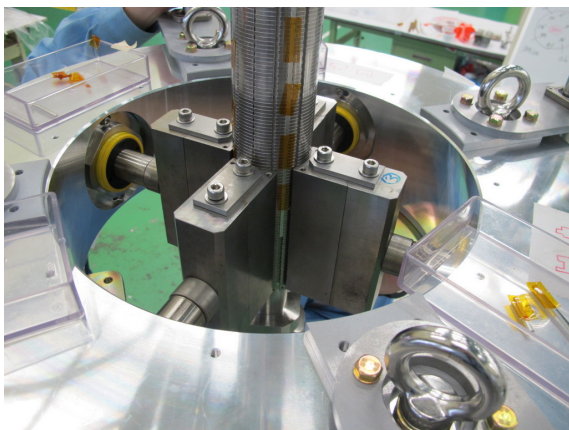


図 21: カラーリングプレス機

る. 写真に見える QC1LP 外側の円筒は 8 極補正電磁石である.

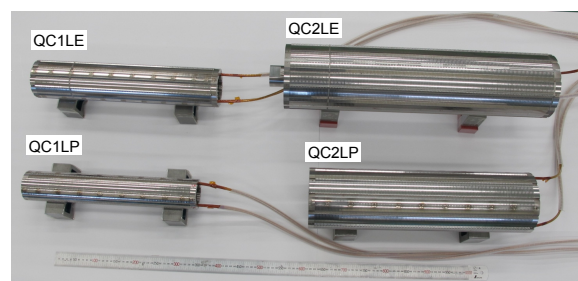


図 22: カラーリング後の QCS-L 主四極電磁石

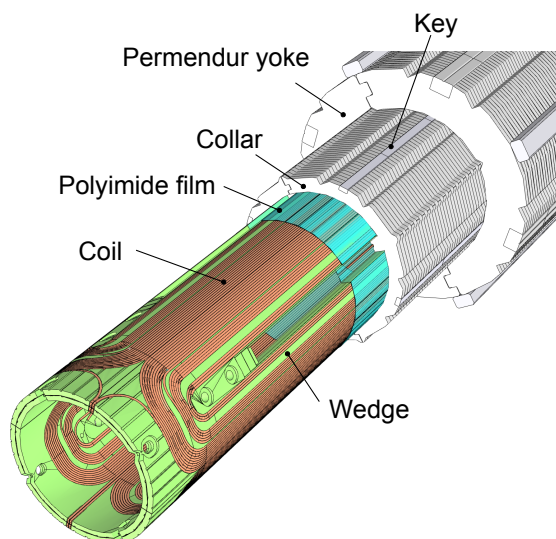


図 23: QC1LE の内部構造の模式図

4.6 章のまとめ

- QCS 主四極電磁石は NbTi 製 Rutherford cable が $\cos 2\theta$ 巻きされた構造によって四極磁場を生成する。
- 各主四極電磁石の運転電流に対する電流マージンは 20% 以上である。
- 主四極電磁石の多極磁場成分は 3 次元モデルにおいて 1 units 以下で設計されている。
- 電磁力によるケーブルの変位を抑えるためカラーによって予備応力を与えた構造となっている。
- 対向ビームラインへの漏れ磁場を小さくするため QC1P 以外の電磁石には磁性体ヨークが設置されている。

5 補償ソレノイド

Belle II 検出器内には粒子の運動量分析のために、1.5 T のソレノイド磁場が生成されている。そこで、衝突点から ± 4 m の距離で積分したソレノイド磁場成分が零となるような補償ソレノイドが QCS に設置される。

補償ソレノイドは ESL, ESR1, ESR2, ESR3 の 4 台から構成されている。ESL は QCS-L 側に設置される。また ESR1 は QCS-R に設置され、

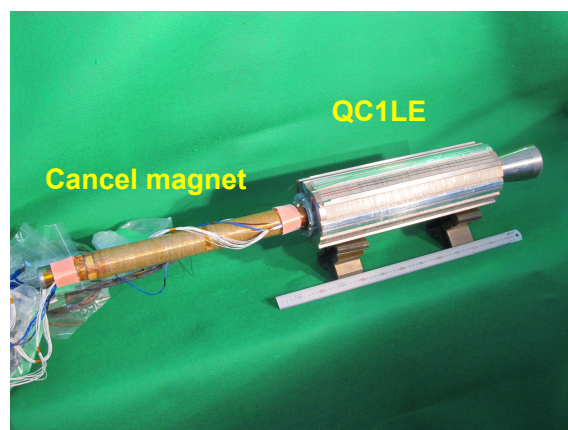


図 24: 完成した QC1LE. 図左側が IP 側である。IP 側にキャンセル電磁石が設置されている。

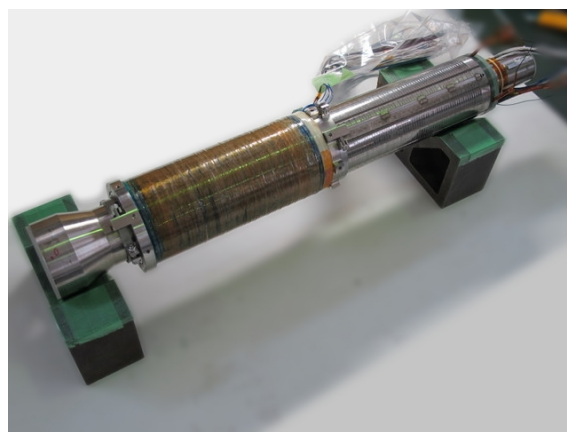


図 25: 完成した QC1LP. 右上が IP 側, 左下が反 IP 側である。反 IP 側に QC1LP の外側取り付けられているのは補正 8 極電磁石である。

QC1RP, QC1RE, QC2RP を覆う位置に設置される。ESR2 と、ESR3 はそれぞれ QC2RE とその対向ビームラインに設置される。ESL と ESR1 のソレノイド軸は Belle II ソレノイド軸と同じ軸上に設置される。一方、ESR2, ESR3 はそれぞれ HER, LER の軸に合うように設置される。

既に述べたように、HER-LER ビームラインは IP において 83 mrad の交差角を持ち、IP から離れるとビームライン間の距離が大きくなる。従って両ビームラインが通過する ESL, ESR1 の内径は IP からの距離によって拡大させる必要がある。また、軸方向の位置によって磁場強度を変

化させなければならない。このためソレノイドは軸方向に分割された構造となっている。またソレノイドは自身のローレンツ力によりフープ力以外に軸方向の圧縮応力が発生するが、分割によってこの応力を分散させることが出来る。ESL, ESR1 のソレノイドの分割数はそれぞれ 12, 15 である。図 26 に IR 上での補償ソレノイドと QCS のヨークを表示する。

HER 軸に沿って IP からの距離を関数としたソレノイド磁場分布の計算値を図 27 に示す。実線が QCS ヨーク, 補償ソレノイド, Belle II ソレノイドが有る場合の磁場分布, 点線は QCS ヨーク, 補償ソレノイドが無い場合 (Belle II ソレノイドのみ) の磁場分布を表わしている。横軸の原点は IP である。IP では 1.5 T の磁場が発生しているが, QC1LP 及び RP の位置でそれぞれ ESL, ESR1 によって, 磁場を反転させている。QC1LE, QC1RE, QC2RP の位置では補償ソレノイドにより Belle II ソレノイドの磁場は打ち消されてほぼ零になっている。これらの位置での補償ソレノイドは主四極電磁石のヨークが飽和しないように Belle II ソレノイド磁場をアクティブにシールドする役割を持っている。

ソレノイドコイルの超伝導線材は、断面サイズ 0.932 mm×1.384 mm の NbTi モノリスケープルである。補償ソレノイドのパラメーターを表 6 に示す。

表 6: 補償ソレノイドパラメーター

	ESL	ESR1	ESR2, 3
コイルブロック数	12	15	1
運転電流 [A]	390	450	151
蓄積エネルギー [kJ]	106	244	1.6
インダクタンス [H]	2.5	8.8	0.14
コイル内最大磁場 [T]	3.5	3.2	0.48
ロードライン比	0.53	0.51	0.11
コイル総ターン数	4610	6237	1356

6 超伝導補正電磁石 (コレクター), 超伝導漏れ磁場キャンセル電磁石

ここでは補正電磁石と漏れ磁場キャンセル電磁石について述べる。補正電磁石は主 4 極電磁石もしくは QC1RE/1RP と QC2RE/QC2RP の間に設置される。主 4 極電磁石で発生した高次の多極成分と 4 極磁場の位置ずれ等を補正し、ビーム運転の微調整に用いられる。

これらの電磁石は米国の Brookhaven 国立研究所 (BNL) との共同研究によって開発された。BNL が持つ特殊技術である Direct Winding 法によって製作された。これは接着材を表面に塗布した超伝導線を超音波で加熱し、ポビン表面に巻かれた絶縁シートに接着するものであり、CAD 上のデータに基づいて導体を様々な形状に設置することが出来る (図 28)。

補正電磁石, キャンセル電磁石に使用されている超伝導線の線径は 0.351 mm, Cu/NbTi 比は 1.0, NbTi フィラメント径は 5.5 μm , NbTi フィラメント数は 2113, 温度 4.2 K, 磁場強度 4 T における臨界電流値は 156 A である。

漏れ磁場キャンセル電磁石は LER に設置される QC1LP と QC1RP が発生する HER への漏れ磁場を打ち消すための電磁石で, HER に設置される (図 29)。キャンセル電磁石は B_3, B_4, B_5, B_6 成分を発生する電磁石 4 台から構成される。HER 軸への漏れ磁場の 6 極成分のプロファイルとキャンセル電磁石を励磁した時のプロファイルを図 30 に示す。

キャンセル電磁石は QC1E の IP 側に設置される。このため, QC1E とキャンセル電磁石は同じポビンに巻線される。このように製作されたキャンセル電磁石と QC1LE 補正電磁石を図 31 に示す。

7 主 4 極電磁石の磁場性能

製作された 4 極電磁石の磁場性能評価はハーモニックコイルを用いて行なった [12, 13]。磁場性能評価は縦型クライオスタットを使った 4 極

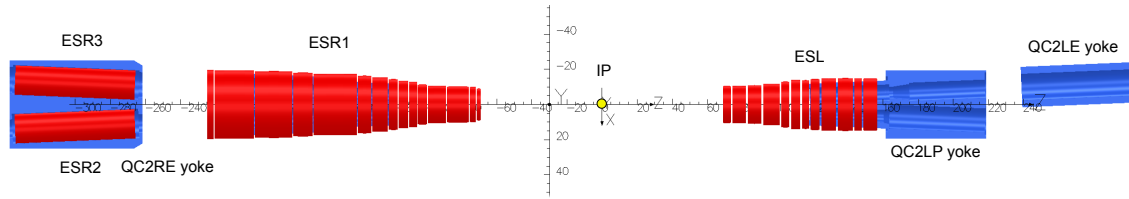


図 26: 補償ソレノイド (赤色) と QCS ヨーク (青色) の IR での位置. 四極電磁石は表示されていない. 軸の単位は cm.

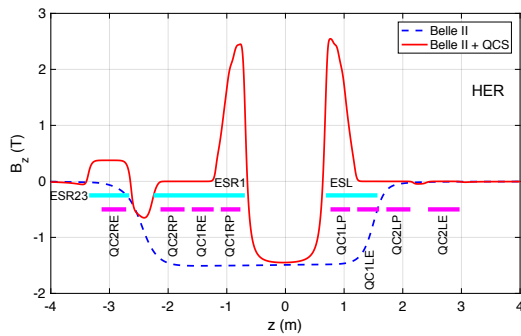


図 27: IR のソレノイド磁場分布 (HER 軸上). 実線: QCS 補償ソレノイド有り, 点線: QCS ヨークおよび QCS 補償ソレノイド無し. ソレノイド磁場のビーム軸方向成分. 磁場プロファイルの下に書かれている水平線は補償ソレノイドの z 方向の位置, 4 極電磁石の z 方向の位置を示している. (QC1P, QC2P は LER 軸上)

電磁石単体での評価 [14] と, IR にインストールされた状態で評価を行なった. ここでは IR での磁場測定結果について述べる.

表 7: 磁場測定時のソレノイド励磁電流

Solenoid	Belle II	ESL	ESR1	ESR2,3
Current [A]	4096	404	450	151

7.1 磁場の電流依存性

四極電磁石のヒステリシス, ヨークの磁氣的飽和の 4 極及び多極磁場に対する影響を見るために磁場の電流依存性の測定を行った. 使用する電源はユニポーラ電源 [15] であるため $0 \text{ A} \rightarrow$ 定格電流 $\rightarrow 0 \text{ A}$ というサイクル (2 サイクル) で

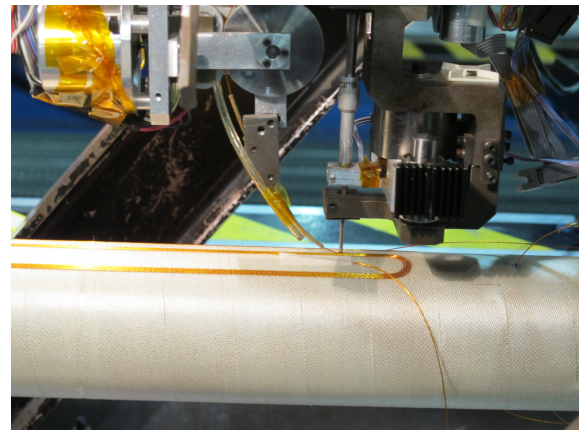


図 28: Direct winding 法によるコレクター電磁石の巻線の様子 (於 Brookhaven National Laboratory).

測定した. 測定点ごとに電流値を固定してハーモニクコイル (ロングコイル) の波形を測定した. Belle II ソレノイド及び QCS の補償ソレノイドは表 7 の電流値に設定した. 図 32 に 2 サイクル分の Transfer function の測定値を励磁電流の関数としてプロットした. 上段, 下段のプロットはそれぞれ QC1P, QC1E の測定結果である. プロット内の矢印は電流変化の方向である. ここで Transfer function は以下の式で定義される.

$$T = \int_{z_1}^{z_2} G(z) dz / I \quad (5)$$

z_1, z_2 はハーモニクコイルのビーム軸方向の IP 側と反 IP 側端部の位置である. G, I はそれぞれ 4 極磁場勾配, 励磁電流である.

QC1P は運転電流 (1625 A) 付近において 0.2%, QC1E は (運転電流: 1577 A) 0.04% 程度の up ramp

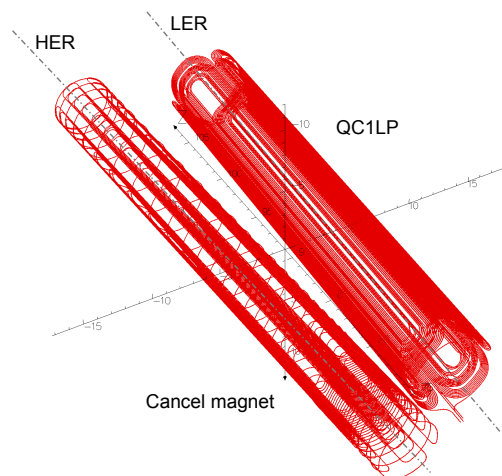


図 29: 漏れ磁場キャンセル電磁石と QC1LP

(電流を変化させる時に低い電流値から高い電流値に設置) と down ramp (高い電流値から低い電流値に設定) に違いが見られた。QC1E は外側にヨークが取り付けられているので電流値が 1600 A を越えるとヨークの磁気飽和の影響が見られるが、問題のない大きさである。ヒステリシスの原因は超伝導電磁石特有の Persistent Eddy Current によるものである。

実際の運転ではヒステリシスの影響を考慮して、up ramp の電流で磁場設定を行なっている。

7.2 誤差多極磁場成分

測定された各電磁石の多極磁場成分を図 33 に示す。各プロットの横軸は多極磁場成分の次数、縦軸は多極磁場の大きさである。対応する電磁石、測定電流値、参照半径は各プロット内に表示されている。上段のプロットが QCS-L、下段が QCS-R クライオスタットに格納されている四極電磁石である。

QC1 電磁石について $n \leq 10$ の多極磁場成分は (QC1LP を除き) 1 unit 以下となっている。QC1LP については $n=3$ のみが 1 unit を少し越える程度でその他の成分は 1 unit 以下となっている。この $n=3$ の誤差磁場は補正電磁石によって十分補正可能な大きさである。ビーム光学から要請される誤差磁場の大きさは QC1 については 1 unit 以下であり、この要請は満たされている。

QC2 については QC2RE を除いて多極磁場成分は 5 units 以下となっている。QC2RE については $n=3,4$ において大きな誤差磁場が発生している。ソレノイド電流をすべて切った時の QC2RE の多極磁場成分を下段右端に示した。ソレノイドを切るとこの誤差磁場が 2 units のレベルまで減少していることがわかる。

7.3 軸方向プロファイル

ビーム軸方向に沿って測定した磁場プロファイルを図 34 に示す。図 34-a),b),c),d) はそれぞれ、次数 $n=2,3,4,6$ 各成分のビーム軸 (HER) に沿ったプロファイルである。十字、丸及び一点鎖線はそれぞれ、測定値のスキュー成分、ノーマル成分、そして計算値のノーマル成分である。計算はソレノイド磁場なし、QC1LE ヨーク有りの 3D モデルの計算値 (OPERA3D/TOSCA) である。

4 極成分のプロファイルは測定値と計算値は良く合っている。磁石端部において 6 極、8 極、12 極成分の誤差磁場 (いずれも 10 units 程度) が発生している。ビームへの影響はビーム光学シミュレーションによって調べる必要がある。

7.4 磁場性能評価のまとめ

多極磁場成分は QC2RE を除き数ユニット以下であり、良好な結果が得られた。QC2RE に発生した大きな誤差磁場は軸方向のスキャンの結果から鉄ヨークの入口出口の形状に起因するものと考えられる [13]。ここで発生しているノーマルの 6 極成分は補正電磁石で対応可能である。QC1LE の軸方向プロファイルはエンド部で 6 極成分が発生していたが、全体として設計値からの大きなずれは見られなかった。

8 おわりに

SuperKEKB の QCS の超伝導電磁石について紹介した。時間の都合により、クライオスタットの設計、室温側から低温側へ電磁石に電流を供給するための電流リード、クエンチ検出器、Single Stretched Wire 法による QCS4 極電磁石の位置測定、ソレノイド磁場の測定等については割愛した。また、励磁用電源については本セミナーの大

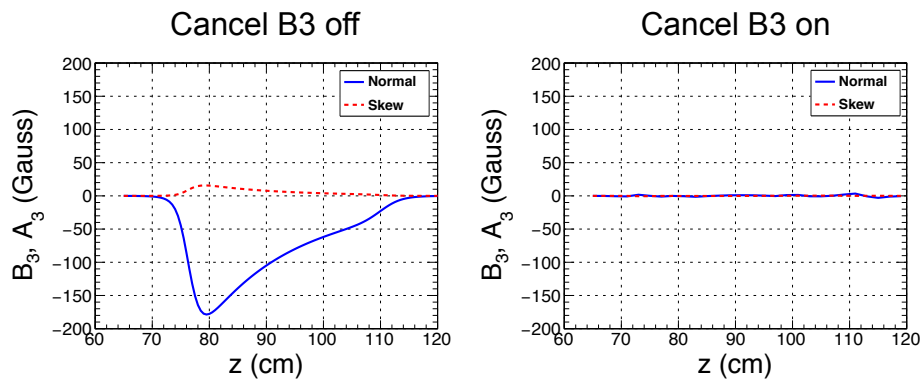


図 30: B_3 キャンセル電磁石による漏れ磁場のキャンセル (計算値). 横軸は IP からの距離. 左図: HER 軸上の QCIP による漏れ磁場の 6 極成分のプロファイル. 右図: B_3 キャンセルコイルを励磁した時のプロファイル.

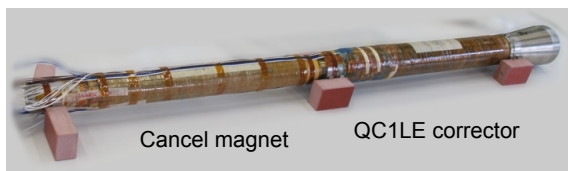


図 31: キャンセル電磁石と QC1LE 補正電磁石

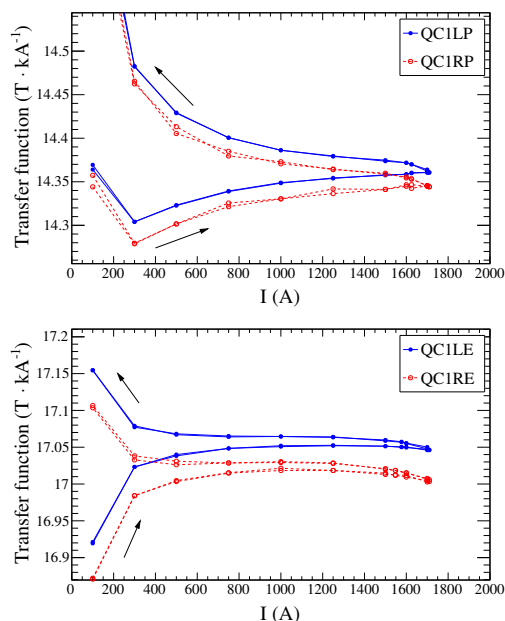


図 32: 測定された 4 極磁場成分の Transfer function. 上図: QC1LP (実線) and QC1RP (破線). 下図: QC1LE (実線) and QC1RE (破線).

木氏によるテキストが参考になると思う.

QCS の実機の製作は 2013 年 6 月に開始され, 2016 年の 2 月に QCS が完成し, IR に設置された (図 35). IR での磁場測定を経て, 2017 年 5 月に Belle II が衝突点にインストールされて, QCS が Belle II にインストールされた (図 36).

製作時に発生したトラブルとしてクライオスタット内の放電がある. これはクライオスタットを組立後の耐電圧試験時に発生したものである. 放電が発生した場所はクライオスタット内であったので, クライオスタットを分解して修理を行なった. この作業に 2 ヶ月を要した. 原因は組立時に補償ソレノイドの絶縁が破れたことによるものであった. また, IR インストール後の耐電圧試験でも電流リード部で絶縁不良が発生した. 1 週間程の遅れとなった. 放電トラブルは放電箇所によっては時間のロスとなるので, 絶縁処理は注意深くなされなければならない. また, QCS の建設では大事な工程の区切りでは絶縁・耐電圧試験を実施しており, その過程で今回発見されたもので, 実際の運転で問題が発生するのを防ぐためにはこのようなチェックは重要である.

本テキスト作成時点 (2019 年 7 月) で QCS は Phase-2(2018/3~7) と Phase-3(2019/3~7) の運転期間を経験した. QCS 電磁石システムとして

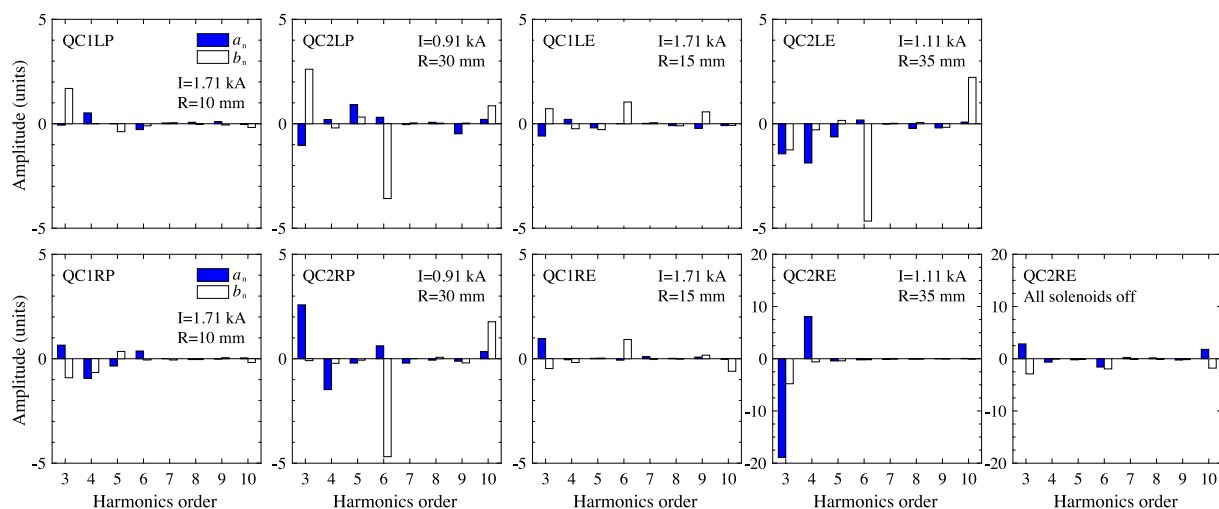


図 33: 測定された主四極電磁石の高次磁場成分. 一番右下のプロットを除き, Belle II と補償ソレノイドは励磁されている. 塗りつぶしは skew 成分, 白抜きは normal 成分である.

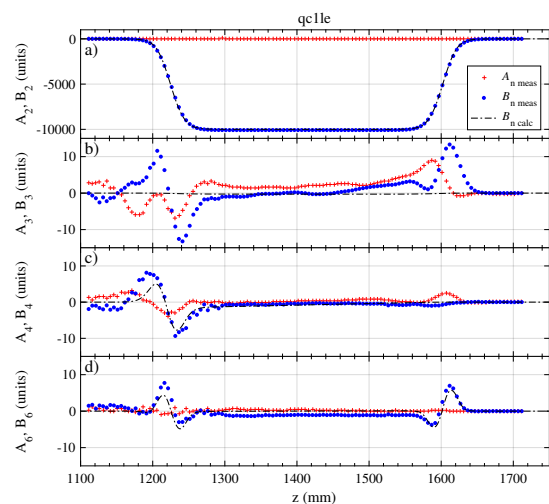


図 34: ビーム軸に沿った QC1LE 主四極電磁石のプロファイル. 十字と丸印はそれぞれ測定されたスキューとノーマル成分である. 一点鎖線は計算で得られたノーマル成分である. a) 4 極成分, b) 6 極成分, c) 8 極成分, d) 12 極成分

は大きな問題はなく順調に運転された. QCS の役割は β_y^* を小さくすることであるが, Phase-3 までに 2 mm まで順調に絞ることが出来た.

そのような状況で, ビームによるクエンチが予想以上に多発した. クエンチ事象の回数は

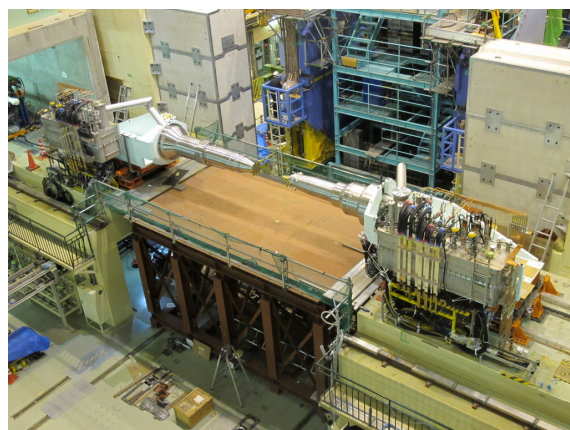


図 35: Belle II (写真右上) のインストール前に IR に設置された QCS-L(写真右) と QCS-R(写真左).

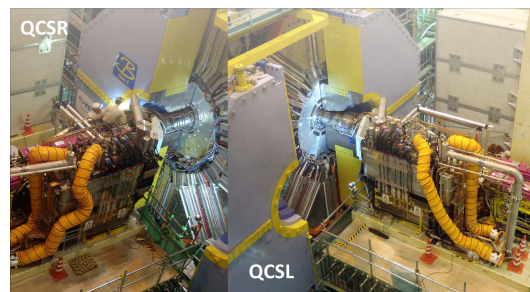


図 36: Belle II のインストール後に IR に設置された QCS-L と QCS-R.

Phase-2, Phase-3 の各々の期間に 27 回, 6 回であった。これに伴い、Belle II による Fast abort の導入、リング内に設置されているコリメーターの調整を実施することにより、頻度は初期に比べて半分以下に減らすことが出来たが、完全に防ぐことは出来ていない。ビームが QCS 電磁石付近でロスし、そこで発生した粒子が超伝導電磁石の導体にエネルギーを落とすことによって、クエンチすると考えられているが、詳細な原因については不明である。今後はこのクエンチの原因を突き止めて改良していく必要がある。

付録 A 磁場の表現方法

ここでは磁場がどのように表現されているのかを示す。加速器に用いられる磁石はビーム軸垂直な平面上の 2 次元磁場分布が与えられ、それを満たすように 2 次元で設計される。実際は必ずしもビーム軸と電磁石の中心軸は一致していない (設計上のビーム軸にオフセットがあったり斜めに通過したりする) が、ここではビーム軸と電磁石の軸は一致すると考える。ここで座標系を図のように原点を通過してビーム軸に水平面内で垂直に交わる直線として x 軸を定義する。また y 軸は原点を通る鉛直方向の直線として定義する。

x, y 平面に平行な磁場を $H(x, y)$ と定義する。スカラーポテンシャルを $\phi(x, y)$ と置くと

$$H_x(x, y) = -\frac{\partial \phi}{\partial x} \quad (6)$$

$$H_y(x, y) = -\frac{\partial \phi}{\partial y}. \quad (7)$$

またベクトルポテンシャルを $A(x, y)$ とすると (2 次元の場合ベクトルポテンシャルは $x-y$ 平面に垂直な成分のみとなる),

$$B_x = \mu H_x = \frac{\partial A}{\partial y} \quad (8)$$

$$B_y = \mu H_y = -\frac{\partial A}{\partial x}. \quad (9)$$

ここで $\mu = 1$ とすると,

$$\frac{\partial A}{\partial x} = \frac{\partial \phi}{\partial y} \quad (10)$$

$$\frac{\partial A}{\partial y} = -\frac{\partial \phi}{\partial x} \quad (11)$$

と書ける。複素座標系での位置座標を

$$\vec{z} = x + iy \quad (12)$$

とすると式 (10), (11) はコーシー・リーマンの方程式となり、また、

$$W(\vec{z}) = -(A + i\phi) + \text{const} \quad (13)$$

とすると $W(\vec{z})$ は z の解析関数となる。この量は加速器では使いにくいので、磁束密度で表わす。

$$dW(\vec{z}) = -\left(\frac{\partial A}{\partial x} + i\frac{\partial \phi}{\partial x}\right)dx - \left(\frac{\partial A}{\partial y} + i\frac{\partial \phi}{\partial y}\right)dy \quad (14)$$

$$= -\left(\frac{\partial A}{\partial x} + i\frac{\partial \phi}{\partial x}\right)dx + -\left(-\frac{\partial \phi}{\partial x} + i\frac{\partial A}{\partial x}\right)dy \quad (15)$$

$$= \left(-\frac{\partial A}{\partial x} - i\frac{\partial \phi}{\partial x}\right)d\vec{z} \quad (16)$$

$$= (B_y(x, y) + iB_x(x, y))d\vec{z} \quad (17)$$

即ち

$$\frac{dW(\vec{z})}{d\vec{z}} = B_y(x, y) + iB_x(x, y) \quad (18)$$

であり、

$$\vec{B}(\vec{z}) \equiv B_y(x, y) + iB_x(x, y). \quad (19)$$

とすると、 $\vec{B}(x, y)$ は W の z に対する導関数であるから、これも z の解析関数となる。ちなみに、 $z = x + iy$ の類推から $B_x + iB_y$ としたいかもしれないが、これは解析関数にはならない。

ここで、 $\vec{B}(\vec{z})$ が解析関数であることが示されたので、これを以下のように展開することが出来る。

$$B(z) = \sum_{n=1}^{\infty} [C(n) \exp(-in\alpha_n)] \left(\frac{\vec{z}}{R_{\text{ref}}}\right)^{n-1} \quad (20)$$

ここで $2n$ は磁極の数となる。例えば $n = 1$ の場合は 2 極磁場、例えば $n = 2$ の場合は 4 極磁場を表わしている。また R_{ref} は定数であり、参照半径と呼ばれている。 $r = R_{\text{ref}}$

$\vec{z} = r \exp(i\theta)$ とすると、

$$B_x(r, \theta) = \sum_{n=1}^{\infty} C(n) \left(\frac{r}{R_{\text{ref}}}\right)^{n-1} \sin[(n-1)\theta - n\alpha_n] \quad (21)$$

$$B_y(r, \theta) = \sum_{n=1}^{\infty} C(n) \left(\frac{r}{R_{\text{ref}}}\right)^{n-1} \cos[(n-1)\theta - n\alpha_n] \quad (22)$$

と書ける.

上式の展開係数を実数と虚数の項に分ける.

$$C(n) \exp(-in\alpha_n) = B_n + iA_n \quad (23)$$

B_n をノーマル項, A_n をスキュー項と呼ぶ. B_n は $y=0$ で鉛直成分のみとなる. A_n は水平成分のみとなる. スキュー項があると, x 方向と y 方向の運動の結合が発生するので, 通常ゼロとなるように設計される. この式を式 (21), (22) に代入すると以下の式が得られる.

$$B_x(r, \theta) = \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{r}{R_{\text{ref}}} \right)^{n-1} [B_n \sin(n-1)\theta + A_n \cos(n+1)\theta] \quad (24)$$

$$B_y(r, \theta) = \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{r}{R_{\text{ref}}} \right)^{n-1} [B_n \cos(n+1)\theta - A_n \sin(n-1)\theta] \quad (25)$$

B_r, B_θ で表わすと,

$$B_r(r, \theta) = \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{r}{R_{\text{ref}}} \right)^{n-1} [B_n \sin(n\theta) + A_n \cos(n\theta)] \quad (26)$$

$$B_\theta(r, \theta) = \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{r}{R_{\text{ref}}} \right)^{n-1} [B_n \cos(n\theta) - A_n \sin(n\theta)] \quad (27)$$

となる. ここでピュアな 4 極磁石 ($B_n = A_n = 0, n \neq 2$) の発生する磁場は以下となる.

$$B_r(r, \theta) = \left(\frac{r}{R_{\text{ref}}} \right) [B_2 \sin(2\theta) + A_2 \cos(2\theta)] \quad (28)$$

$$B_\theta(r, \theta) = \left(\frac{r}{R_{\text{ref}}} \right) [B_2 \cos(2\theta) - A_2 \sin(2\theta)] \quad (29)$$

x 軸 (メディアンプレーン) 上 ($\theta = 0, r = x$) では,

$$B_x(x) = \frac{x}{R_{\text{ref}}} A_2 \quad (30)$$

$$B_y(x) = \frac{x}{R_{\text{ref}}} B_2 \quad (31)$$

$A_2 = 0, G = B_2/R_{\text{ref}}$ とすると,

$$B_x(x) = 0 \quad (32)$$

$$B_y(x) = Gx \quad (33)$$

となる. 従って 4 極磁場というのはメディアンプレーン上では, 電磁石中心からの距離に比例して強くなる磁場である. G のことを磁場勾配と呼ぶ. また, y 軸上 ($\theta = \pi/2 \text{ rad}, r = y$) では

$$B_x(y) = Gy \quad (34)$$

$$B_y(y) = 0 \quad (35)$$

となる. B_n, A_n は式を見るとわかるように, $r = R_{\text{ref}}$ における磁束密度の大きさであるので, 単位は SI 単位系では T(テスラ), cgs 単位系では Gauss となる.

実際の電磁石では工作誤差や, コイル端部の巻線非対称性等から, メインの磁場成分以外の成分が発生する. $2n$ 極の誤差磁場成分にはメインの磁場成分で規格化した以下のような量が用いられる.

$$a_n = \frac{A_n}{C(m)} \times 10^4 \quad (36)$$

$$b_n = \frac{B_n}{C(m)} \times 10^4 \quad (37)$$

$$C(m) = \sqrt{A_m^2 + B_m^2} \quad (38)$$

a_n, b_n の単位は "units" と呼ばれる無次元量である. 10^4 のファクターがかかっているのは, 通常, 加速器用の超伝導電磁石では誤差多極磁場成分の許容範囲はメイン磁極成分に対し 10^{-4} のオーダーであるからである. また大文字と小文字は使い分けられていることに注意が必要である.

A.1 章のまとめ

- 2 次元近似では $z = x + iy$ の解析関数が $B_y + iB_z$ であり, z で級数展開することが出来る.
- 級数展開の係数の実数部をノーマル, 虚数部をスキューと呼ぶ.
- 4 極磁場は電磁石中心からの距離に比例して強くなる磁場である.
- 誤差磁場を表わすのに "units" というメイン磁場強度で規格化された値が用いられる.

付録 B 4 極磁場の発生

先にも述べた様に加速器用の 4 極電磁石は純粋な 4 極成分のみの磁場を発生することが求められる。その他の多極磁場成分は誤差磁場となり、加速器の性能を悪化させる。

超伝導電磁石では基本的にはコイル形状のみで磁場を発生するので、最適なコイル形状がどのようなものかここで紹介する。

B.1 楕円導体による 4 極磁場の発生

ここで、理想的な 4 極電磁石の電流分布を求めてみる [16]。

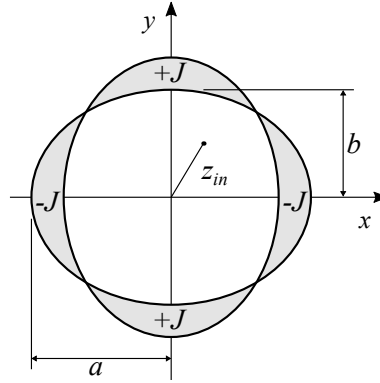


図 37: 純粋なノーマル 4 極磁場の発生

電流密度が J で断面が楕円の導体を流れる電流による磁場は [17] によると、

$$B_{in}(\vec{z}) = \frac{\mu_0 J}{a+b} [bx - iay] \quad (39)$$

$$B_{out}(\vec{z}) = \frac{\mu_0 J}{2} \left[\frac{2ab}{\vec{z} + \sqrt{\vec{z}^2 - (a^2 - b^2)}} \right]. \quad (40)$$

ここで a, b はそれぞれ x, y 軸に沿った楕円半径である (図 37)。この楕円を軸回りに 90 度回転し、電流の向きを反転させたものを重ね合わせると、

$$B_{in}(\vec{z}_{in}) = \frac{\mu_0 J}{a+b} [bx - iay] - \frac{\mu_0 J}{a+b} [ax - iby] \quad (41)$$

$$= \frac{\mu_0 J}{a+b} [-(a-b)x - i(a-b)y] \quad (42)$$

$$= \frac{\mu_0 J(a-b)}{a+b} (x + iy) \quad (43)$$

$$= \frac{\mu_0 J(a-b)}{a+b} \vec{z}_{in} \quad (44)$$

となり、1 次のみの関数で表わされるので、純粋な 4 極磁場である。ここで磁場勾配は

$$G = \left(\frac{\partial B_y}{\partial x} \right) = \left(\frac{\partial B_x}{\partial y} \right) = \frac{\mu_0 J(a-b)}{a+b} \quad (45)$$

となる。これを見ると電流密度 J を一定にして、アパーチャー ($b = \text{const}$) を確保しつつ磁場勾配を上げるためには a を大きくすれば良い。ただし、これにより総電流量は増える。

B.2 フィラメント電流による磁場

次にフィラメント電流 (断面が十分細い導体を通る電流) を考えてみる. フィラメント電流が円柱座標系で半径 a の位置にあるとすると, $r < a$ での磁場について考える. 複素磁場は以下のようになる.

$$\vec{B}_{\text{in}}(\vec{z}) = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \frac{1}{\vec{z} - \vec{a}} \quad (46)$$

$$= - \left(\frac{\mu_0 I}{2\pi a \exp(i\phi)} \right) \left[1 - \left(\frac{r}{a} \exp(i(\theta - \phi)) \right) \right]^{-1} \quad (47)$$

ここで,

$$\vec{z} = r \exp(i\theta) \quad (48)$$

$$\vec{a} = a \exp(i\phi). \quad (49)$$

である. 数学公式

$$(1 - x) = \sum_{n=1}^{\infty} x^{n-1} \quad (50)$$

を用いて,

$$\vec{B}(\vec{z}) = - \left(\frac{\mu_0 I}{2\pi a \exp(i\phi)} \right) \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{r}{a} \right)^{n-1} \exp(i(n-1)(\theta - \phi)) \quad (51)$$

$$= - \left(\frac{\mu_0 I}{2\pi a} \right) \sum_{n=1}^{\infty} \exp(-in\phi) \left(\frac{R_{\text{ref}}}{a} \right)^{n-1} \left(\frac{\vec{z}}{R_{\text{ref}}} \right)^{n-1} \quad (52)$$

ここで, 参照半径 (R_{ref}) を導入した. 式 (20) より,

$$C(n) = \left| \frac{\mu_0 I}{2\pi a} \right| \left(\frac{R_{\text{ref}}}{a} \right)^{n-1} \quad (53)$$

$$\alpha_n = \phi + \frac{\pi}{n} \quad (I > 0 \text{ の場合}) \quad (54)$$

$$\alpha_n = \phi \quad (I < 0 \text{ の場合}) \quad (55)$$

となる. 式 (23) より, ノーマルとスキュー成分は以下のように書ける.

$$B_n = - \frac{\mu_0 I}{2\pi a} \left(\frac{R_{\text{ref}}}{a} \right)^{n-1} \cos(n\phi) \quad (56)$$

$$A_n = \frac{\mu_0 I}{2\pi a} \left(\frac{R_{\text{ref}}}{a} \right)^{n-1} \sin(n\phi). \quad (57)$$

これが複素平面上の点 $a \exp(i\phi)$ にある線電流 I が参照半径上に生成する多極磁場成分である.

B.3 磁性体の影響

ここでは内部が空芯となっている円筒状の強磁性体の内部に線電流がある場合について考える. 鏡像法を用いると鏡像電流は

$$a' = R_{\text{yoke}}^2 / a \quad (58)$$

$$I' = \left(\frac{\mu_r - 1}{\mu_r + 1} \right) I \quad (59)$$

$$\phi' = \phi \quad (60)$$

と表わせる。フィラメント実電流と鏡像電流を合わせた磁場の振幅と位相は式 (23) より

$$C(n) \exp(-in\alpha_n) = -\left(\frac{\mu_0}{2\pi}\right) \left[\frac{I}{a} \left(\frac{R_{\text{ref}}}{a}\right)^{n-1} + \frac{I'}{a'} \left(\frac{R_{\text{ref}}}{a'}\right)^{n-1} \right] \exp(-in\phi) \quad (61)$$

$$= -\left(\frac{\mu_0 I}{2\pi a}\right) \left(\frac{R_{\text{ref}}}{a}\right)^{n-1} \left[1 + \left(\frac{\mu_r - 1}{\mu_r + 1}\right) \left(\frac{a}{R_{\text{yoke}}}\right)^{2n} \right] \exp(-in\phi) \quad (62)$$

となる。 $\mu_r \gg 1$ と考えると、 $(a/R_{\text{yoke}})^{2n}$ の割合で磁場は強くなる。

QCS の QC1E と呼ばれる 4 極電磁石はパーメンジュールと呼ばれる磁性体がヨークとして外周部に組み込まれている。ここで $a = 36 \text{ mm}$, $R_{\text{yoke}} = 47 \text{ mm}$ であるので、磁性体による 4 極成分 ($n = 2$) 磁場の振幅の増加分はヨークなしの場合を 1 とすると $(a/R_{\text{yoke}})^4 = 0.35$ となる。

B.4 純粋な 2m 極磁場の発生

2m 極の磁場を発生するにはどのような電流分布が必要なのかここで見てみる。前節で考えたフィラメント電流が方位角方向 ($r = a$ の円周上) に分布しているとする。ここでは電流が方位角方向に分布を持っていると考える。この時の生成される多極磁場成分は式 (62) より、

$$\int_0^{2\pi} C(n) \exp(-in\alpha_n) d\phi = -\left(\frac{\mu_0}{2\pi a}\right) \left(\frac{R_{\text{ref}}}{a}\right)^{n-1} \left[1 + \left(\frac{\mu_r - 1}{\mu_r + 1}\right) \left(\frac{a}{R_{\text{yoke}}}\right)^{2n} \right] \int_0^{2\pi} I(\phi) \exp(-in\phi) d\phi \quad (63)$$

となる。上式右辺の積分は

$$I(\phi) = I_0 \cos(m\phi) \quad (64)$$

とすると、三角関数の直交性より $\cos(m\phi)$ の項のみがゼロではない。この場合、

$$C(m) \exp(-im\alpha_m) = -\left(\frac{\mu_0 I_0}{2a}\right) \left(\frac{R_{\text{ref}}}{a}\right)^{m-1} \left[1 + \left(\frac{\mu_r - 1}{\mu_r + 1}\right) \left(\frac{a}{R_{\text{yoke}}}\right)^{2m} \right] \quad (65)$$

$$C(n) = 0 \quad (n \neq m) \quad (66)$$

となる。

即ち式 (23) より

$$B_m = -\left(\frac{\mu_0 I_0}{2a}\right) \left(\frac{R_{\text{ref}}}{a}\right)^{m-1} \left[1 + \left(\frac{\mu_r - 1}{\mu_r + 1}\right) \left(\frac{a}{R_{\text{yoke}}}\right)^{2m} \right] \quad (67)$$

$$B_n = 0 \quad (n \neq m) \quad (68)$$

$$A_n = 0 \quad (69)$$

となる。 $n = m$ のスキュー成分のみ発生させたい場合は $I(\phi) = I_0 \sin(m\phi)$ とすれば良い。理想的な 4 極磁場を得るための、電流分布は $I(\phi) = I_0 \cos(2\phi)$ となるので、

$$B_2 = -\left(\frac{\mu_0 I_0}{2a}\right) \left(\frac{R_{\text{ref}}}{a}\right) U_2 \quad (70)$$

が得られる。このような電流分布を $\cos 2\theta$ (コサイン 2 シータ) 分布と呼んでいる。

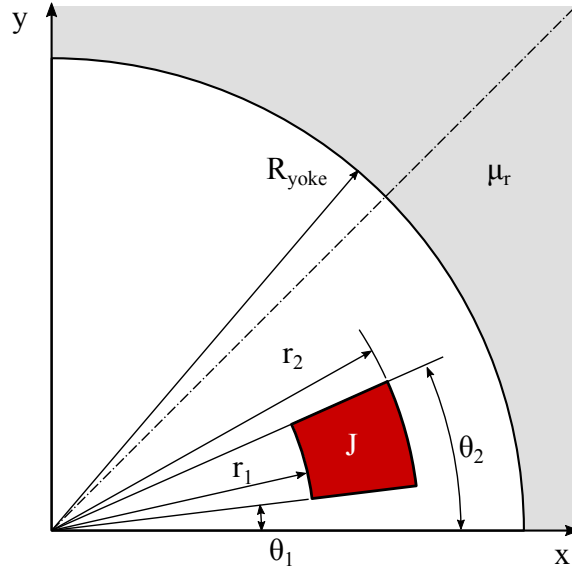


図 38: 扇形導体断面図

B.5 導体断面が扇形の場合

超伝導線は臨界電流密度, 機械的性質等から加速器電磁石に用いられる断面形状にはそれ程自由度はない. QCS の 4 極電磁石に用いられている導体の断面は台形であり, 断面が近似的に扇形になるように巻線されている. ここでは断面形状が扇形の場合について調べる. 図 38 に断面図を示す. 式 (62) において $a = r, I = Jrdrd\phi$ とすると,

$$\begin{aligned}
 C(n) \exp(-in\alpha_n) &= - \int_{\theta_1}^{\theta_2} \int_{r_1}^{r_2} \left(\frac{\mu_0 J}{2\pi r} \right) \left(\frac{R_{\text{ref}}}{r} \right)^{n-1} \left[1 + \left(\frac{\mu_r - 1}{\mu_r + 1} \right) \left(\frac{r}{R_{\text{yoke}}} \right)^{2n} \right] \exp(-in\phi) r dr d\phi \quad (71) \\
 &= - \left(\frac{\mu_0 J}{2\pi} \right) \\
 &\quad \left\{ \int_{\theta_1}^{\theta_2} \int_{r_1}^{r_2} \left(\frac{R_{\text{ref}}}{r} \right)^{n-1} \exp(-in\phi) dr d\phi + \left(\frac{\mu_r - 1}{\mu_r + 1} \right) \int_{\theta_1}^{\theta_2} \int_{r_1}^{r_2} \left(\frac{R_{\text{ref}}}{r} \right)^{n-1} \left(\frac{r}{R_{\text{yoke}}} \right)^{2n} \exp(-in\phi) dr d\phi \right\} \quad (72)
 \end{aligned}$$

ここでまず上式の積分中を第 1 項目と第 2 項を分けて計算する.

$n \neq 2$ の場合

$$(1\text{st term}) = \frac{1}{2-n} R_{\text{ref}}^{n-1} (r_2^{2-n} - r_1^{2-n}) \int_{\theta_1}^{\theta_2} \exp(-in\phi) d\phi \quad (73)$$

$$= \frac{R_{\text{ref}}}{2-n} \left[\left(\frac{r_2}{R_{\text{ref}}} \right)^{2-n} - \left(\frac{r_1}{R_{\text{ref}}} \right)^{2-n} \right] \frac{i}{n} [\exp(-in\theta_2) - \exp(-in\theta_1)] \quad (74)$$

$n = 2$ の場合

$$(1\text{st term}) = R_{\text{ref}} \ln(r_2/r_1) \int_{\theta_1}^{\theta_2} \exp(-in\phi) d\phi \quad (75)$$

$$= R_{\text{ref}} \ln(r_2/r_1) \frac{i}{n} [\exp(-in\theta_2) - \exp(-in\theta_1)] \quad (76)$$

次に第2項を計算する.

$$(2\text{nd term}) = \left(\frac{\mu_r - 1}{\mu_r + 1} \right) \frac{1}{n+2} \frac{R_{\text{ref}}^{n-1}}{R_{\text{yoke}}^{2n}} (r_2^{n+2} - r_1^{n+2}) \int_{\theta_1}^{\theta_2} \exp(-in\phi) d\phi \quad (77)$$

$$= \left(\frac{\mu_r - 1}{\mu_r + 1} \right) \frac{R_{\text{ref}}}{n+2} \left(\frac{R_{\text{ref}}}{R_{\text{yoke}}} \right)^{2n} \left[\left(\frac{r_2}{R_{\text{ref}}} \right)^{n+2} - \left(\frac{r_1}{R_{\text{ref}}} \right)^{n+2} \right] \frac{i}{n} [\exp(-in\theta_2) - \exp(-in\theta_1)] \quad (78)$$

ここで, 第1項と2項をまとめると,

$n \neq 2$ の時,

$$C(n) \exp(-in\alpha_n) = - \left(\frac{\mu_0 J R_{\text{ref}}}{2\pi n} \right) \left\{ \frac{1}{2-n} \left[\left(\frac{r_2}{R_{\text{ref}}} \right)^{2-n} - \left(\frac{r_1}{R_{\text{ref}}} \right)^{2-n} \right] + S_n \right\} i [\exp(-in\theta_2) - \exp(-in\theta_1)] \quad (79)$$

$$B_n = - \left(\frac{\mu_0 J R_{\text{ref}}}{2\pi n} \right) \left\{ \frac{1}{2-n} \left[\left(\frac{r_2}{R_{\text{ref}}} \right)^{2-n} - \left(\frac{r_1}{R_{\text{ref}}} \right)^{2-n} \right] + S_n \right\} [\sin(n\theta_2) - \sin(n\theta_1)] \quad (80)$$

$$A_n = - \left(\frac{\mu_0 J R_{\text{ref}}}{2\pi n} \right) \left\{ \frac{1}{2-n} \left[\left(\frac{r_2}{R_{\text{ref}}} \right)^{2-n} - \left(\frac{r_1}{R_{\text{ref}}} \right)^{2-n} \right] + S_n \right\} [\cos(-in\theta_2) - \cos(-in\theta_1)] \quad (81)$$

ここで

$$S_n = \left(\frac{\mu_r - 1}{\mu_r + 1} \right) \frac{1}{n+2} \left(\frac{R_{\text{ref}}}{R_{\text{yoke}}} \right)^{2n} \left[\left(\frac{r_2}{R_{\text{ref}}} \right)^{n+2} - \left(\frac{r_1}{R_{\text{ref}}} \right)^{n+2} \right] \quad (82)$$

とした.

$n = 2$ の時,

$$C(n) \exp(-in\alpha_2) = - \left(\frac{\mu_0 J R_{\text{ref}}}{4\pi} \right) [\ln(r_2/r_1) + S_2] i [\exp(-2i\theta_2) - \exp(-2i\theta_1)] \quad (83)$$

$$B_2 = - \left(\frac{\mu_0 J R_{\text{ref}}}{4\pi} \right) [\ln(r_2/r_1) + S_2] [\sin(2\theta_2) - \sin(2\theta_1)] \quad (84)$$

$$A_2 = - \left(\frac{\mu_0 J R_{\text{ref}}}{4\pi} \right) [\ln(r_2/r_1) + S_2] [\cos(2\theta_2) - \cos(2\theta_1)] \quad (85)$$

B.6 4極電磁石の場合

4極電磁石の場合, $\theta = \pi/4$ の軸に対し対称な位置にリターン導体が置かれる. また, 2つ目のコイルは y 軸に対して対称, これら2つのコイルはメディアアンブレーションに対し対称な位置に3つ目と4つ目のコイルが設置される (図 39).

これらの8つの扇形の電流ブロックを足し合わせると,

$n \neq 2$ の場合,

$$B_n = - \left(\frac{\mu_0 J R_{\text{ref}}}{\pi n} \right) \left\{ \frac{1}{2-n} \left[\left(\frac{r_2}{R_{\text{ref}}} \right)^{2-n} - \left(\frac{r_1}{R_{\text{ref}}} \right)^{2-n} \right] + S_n \right\} \left[\sum_{k=1}^4 (-1)^{k-1} \cos \frac{n(k-1)}{2} \pi \right] [\sin(n\theta_2) - \sin(n\theta_1)] \quad (86)$$

$$A_n = 0 \quad (87)$$

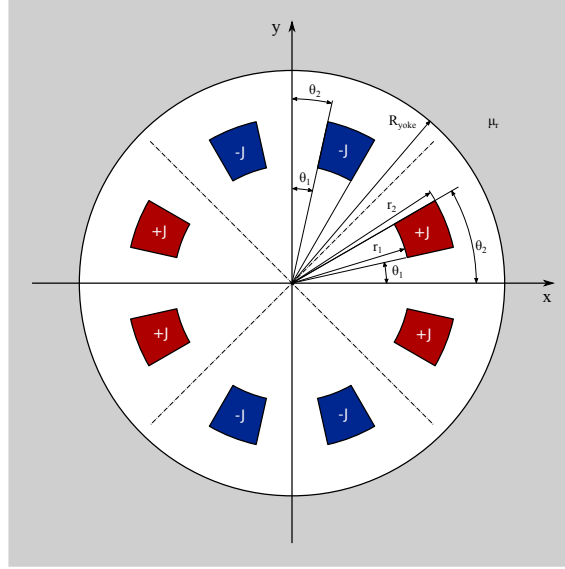


図 39: 4 極扇形導体断面図

$n = 2$ の場合,

$$B_2 = - \left(\frac{4\mu_0 J R_{\text{ref}}}{\pi} \right) [\ln(r_2/r_1) + S_2] [\sin(2\theta_2) - \sin(2\theta_1)] \quad (88)$$

$$A_2 = 0 \quad (89)$$

となる. 式の導出は読者にまかせる. また $n = 2(2k+1), k \in \mathbb{Z}$ 以外は zero となる. この時の n を Allowed Multipole と呼ばれている. コイルが完全に対称に作られている場合, Allowed Multipole のみが発生する. 従ってコイル設計では 4 極以外の Allowed Multipole を小さくするように設計される. 4 極電磁石の Allowed multipole は 12 極 ($n = 6$), 20 極 ($n = 10$), 28 極 ($n = 14$), ... である. ここで, コイル形状で $\theta_1 = 0$ とする. 12 極成分をゼロにするには $\theta_2 = \pi/6$ となるようにする.

さらに高次の磁場を消去するためには扇形ブロックの数を増やす. これにより自由度が増えより高次の項を小さくすることが出来る.

参考文献

- [1] 土屋 清澄. “超伝導電磁石”. Japanese. In: *OHO 加速器セミナーテキスト*. 1987.
- [2] 新富 孝和. “超伝導の基礎と応用”. Japanese. In: *OHO 加速器セミナーテキスト*. 1992.
- [3] 大内 徳人, 尾崎 俊幸, and 土屋 清澄. “超伝導電磁石”. Japanese. In: *OHO 加速器セミナーテキスト*. 1992.
- [4] 荻津 透. “加速器用超伝導磁石”. Japanese. In: *OHO 加速器セミナーテキスト*. 2011.
- [5] 大西 幸喜. “ルミノシティフロンティア”. Japanese. In: *OHO 加速器セミナーテキスト*. 2004.
- [6] 船越 義裕. “SuperKEKB のマシンパラメータ～ナノビーム方式と低エミッタンス”. Japanese. In: *OHO 加速器セミナーテキスト*. 2011.
- [7] Yuki Yoshi Ohnishi et al. “Accelerator design at SuperKEKB”. In: *Progr. Theor. Exp. Phys.* 2013.3 (Mar. 2013), 03A011. DOI: 10.1093/ptep/pts083.
- [8] N. Ohuchi et al. “DESIGN OF THE SUPERCONDUCTING MAGNET SYSTEM FOR THE SuperKEKB INTERACTION REGION”. In: *Proceedings of NA-PAC*. Pasadena, California, Sept. 2013, p. 759. URL: <http://accelconf.web.cern.ch/accelconf/pac2013/papers/weoda1.pdf>.
- [9] 大内 徳人. “SuperKEKB ビーム最終集束用超伝導電磁石の製作”. In: *加速器* 15.4 (2018), pp. 253–262.
- [10] 札軒 富美夫 et al. “超伝導加速器用極低温非磁性ステンレス鋼 [YUS130S] の開発”. Japanese. In: *まてりあ* 40.2 (2001), pp. 181–183. DOI: 10.2320/materia.40.181.
- [11] Norihito Ohuchi et al. “Design and Construction of the SuperKEKB QC1 Final Focus Superconducting Magnets”. In: *IEEE Trans. Appl. Supercond.* 25.3 (2015), p. 4001204. DOI: 10.1109/TASC.2014.2364858.
- [12] N. Ohuchi et al. “MAGNETIC FIELD MEASUREMENT SYSTEM FOR THE SuperKEKB FINAL FOCUS SUPERCONDUCTING MAGNETS”. In: *Proceedings of IPAC*. Dresden, Germany, June 2014, p. 2693. URL: <http://accelconf.web.cern.ch/AccelConf/IPAC2014/papers/wepri087.pdf>.
- [13] Y. Arimoto et al. “SUPERCONDUCTING MAGNET SYSTEM FOR THE INTERACTION REGION OF SUPERKEKB - MAGNETIC MEASUREMENT OF QUADRUPOLE MAGNETS WITH HARMONIC COILS -”. In: *Proceedings of the 15th Annual Meeting of Particle Accelerator Society of Japan*. Nagaoka, Japan, Aug. 2018, THP065.
- [14] Y. Arimoto et al. “Magnetic Measurement for Superconducting-Quadrupole-Magnets of Final-Focus System for SuperKEKB”. In: *Proceedings of the 7th Int. Particle Accelerator Conf. (IPAC'16)*. Busan, Korea, 2016, THPOR004. ISBN: 978-3-95450-147-2. DOI: doi : 10 . 18429 / JACoW - IPAC2016 - THPOR004. URL: <http://jacow.org/ipac2016/papers/thpor004.pdf>.
- [15] 大木俊征 and 中村衆. “SuperKEKB 電磁石電源 -高安定度電源の開発-”. In: *低温工学* 53.3 (2018), pp. 146–153. DOI: 10.2221/jcsj.53.146.
- [16] A. K. Jain. “CERN-98-05”. In: ed. by S. Turner. CERN, 1988. Chap. “Basic theory of magnets”, pp. 1–26. DOI: 10.5170/CERN-1998-005.
- [17] Richard A. Beth. “An Integral Formula for Two - Dimensional Fields”. In: *Journal of Applied Physics* 38.12 (1967), pp. 4689–4692. DOI: <http://dx.doi.org/10.1063/1.1709204>. URL: <http://scitation.aip>.

org/content/aip/journal/jap/38/12/
10.1063/1.1709204.