



空洞型ビームモニタ

- OHO2006での講義の改訂版。
 - 当時は空洞BPMはユーザー施設では使われないマニアックなモニタだった。
 - 現在はXFELなどで広く使われている。
- 今回は、モニターの専門家/担当者でなくても理解しておいて損はない、程度の内容で、さらっと説明する。
- いかにか最低限の説明で全部説明するか。

OHOセミナー
2020.9.11
本田洋介(KEK)

導入

- 電極型BPMの似たような話を何度も聞かされて、既に飽きた頃と思われる。
- ここまで聞いた話は忘れて、別のもっと良いBPMの話をしてしよう。
- まず、なぜ空洞BPMか。

電極型ビーム位置モニタ

• 通常の電極型BPM

- 向かい合った電極の信号のバランスからビーム位置を計算。

$$y = S \times \frac{V_1 - V_3}{V_1 + V_3}$$
$$S \sim R/2$$

• 例えば、

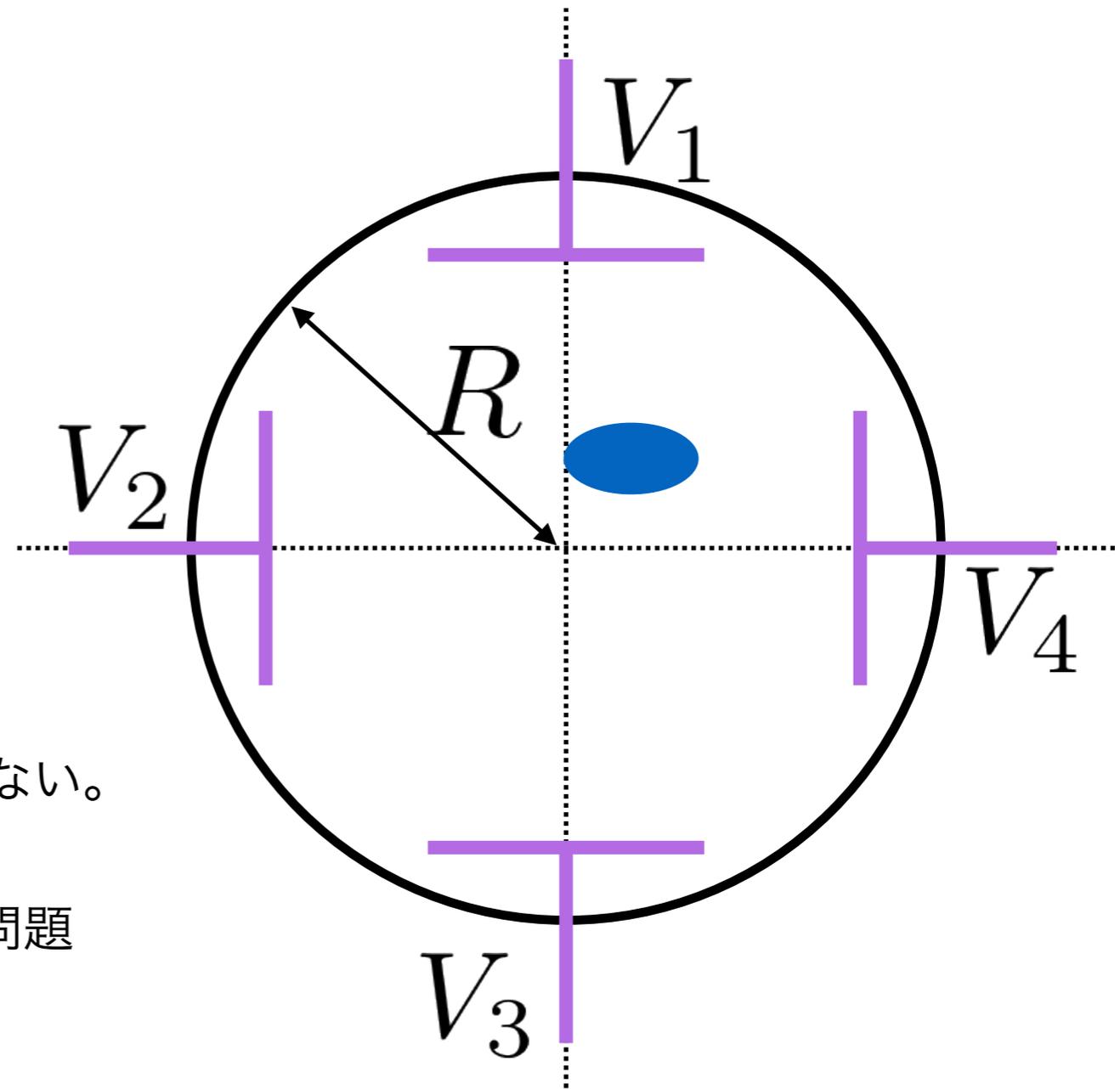
- $S=10\text{mm}$, $V_1=10001$, $V_2=9999$ で、
- $1\ \mu\text{m}$ の位置が得られる。

• 分解能(シングルショット)の限界

- 大きな数の僅かな違いを測定しなければならない。
 - 低ノイズで広いダイナミックレンジが必要
 - リニアリティ、4回路の個体差や安定性の問題
- サブ μm を実現するのは難しい。

• 複雑な構造

- 製造行程が多い、製造誤差も大きい。



空洞型ビーム位置モニタ

- ビームによって励起される空洞のダイポールモードを測定

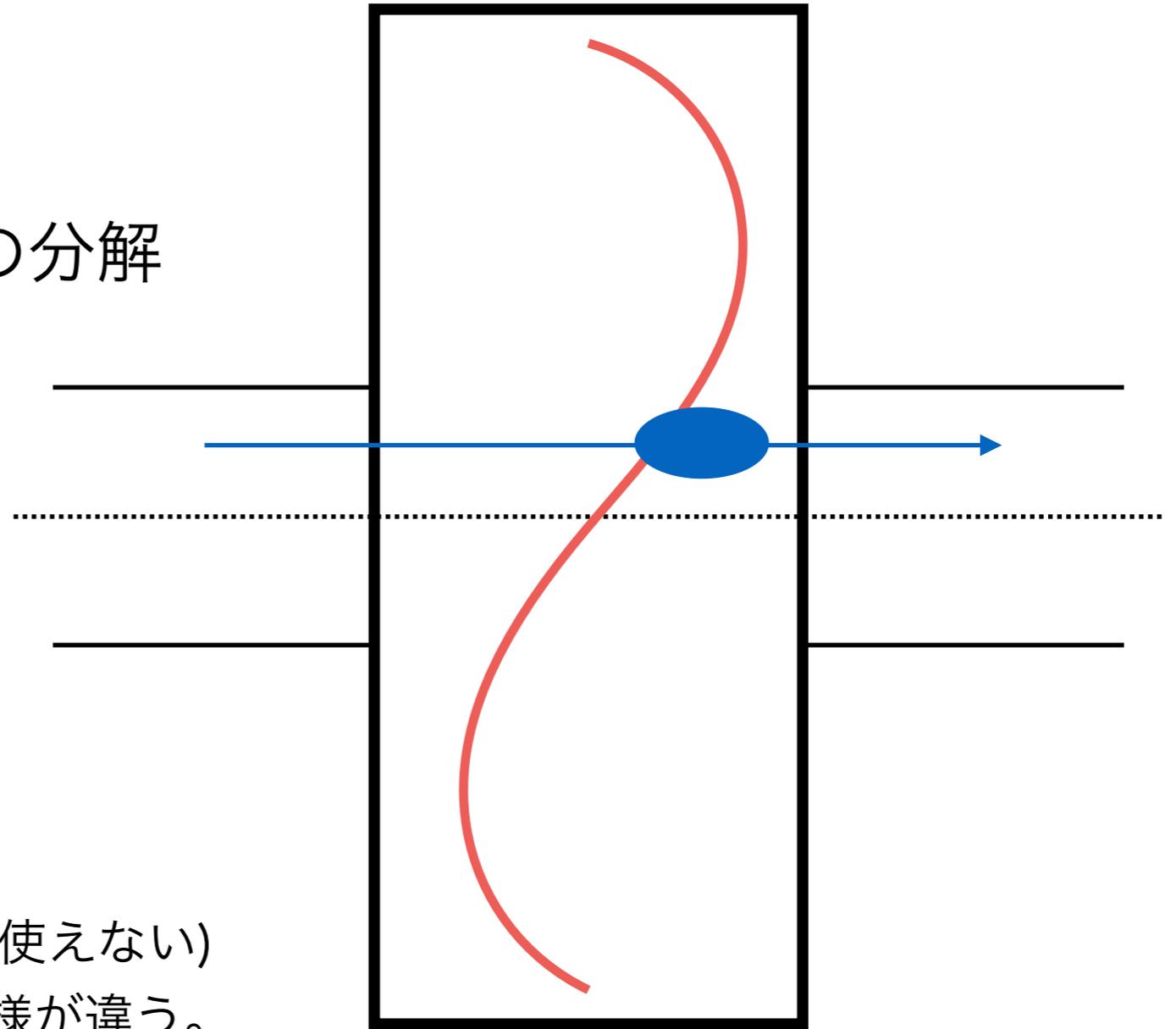
- 中央でゼロ (Nulling device)
- ゲインを上げれば、中央付近の分解能はいくらでも上がる。

- 特長

- 超高分解能、広レンジ
- 電氣的中心の信頼度が高い(機械加工)
- 構造が簡単、製作が容易、安価。

- ただし

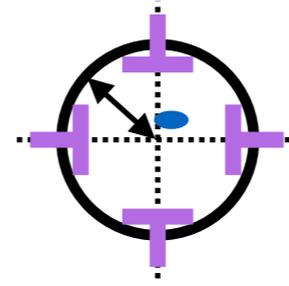
- インピーダンスが大きい(リングでは普通は使えない)
- 汎用化されていない。それぞれの施設で仕様が違う。



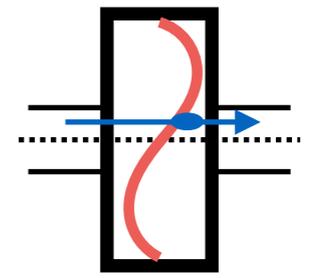
- XFELの、とくにアンジュレータ部では一般的なBPM。

比較

電極型



空洞型



分解能 (シングルショット)	せいぜい $1\mu\text{m}$ (リングでは多数回平均処理)	典型的に $0.3\mu\text{m}$ (熱ノイズ限界 $\sim 1\text{nm}$ @ 1nC)
ダイナミックレンジ	ダクトの半分くらい (マップが歪む)	ダクトいっぱい (分解能はやや悪くなる)
電気的中心精度	数 $100\mu\text{m}$ (検出回路の影響込だともっと悪い)	$10\mu\text{m}$ (回路によらない)
サイズ (長手方向)	ボタン型は小さい ストリップライン型は大きい	ストリップライン型と同じくらい
ビームダクト	形状やサイズはさまざま	大きなダクトには向かない (周波数が低くなる)
周波数	広帯域、 $<1\text{GHz}$	狭帯域、S,C,X-band
製作	複雑、高価	簡単、量産可、安価
インピーダンス	ボタンでうまく作れば小さい	大きい、リングには向かない
主な用途	リング, (リニアック, 輸送ライン)	XFEL, 輸送ライン, リニアック

内容

- 空洞共振器(電磁気学基礎)
- 空洞BPMの原理
- 空洞BPMの製作
- 空洞BPMの信号検出
- 空洞BPMの例
- おまけの話題(時間が余ったら)

空洞共振器 (電磁気学基礎)

- 今回はRF空洞の講義がなさそうなので一応。
 - ここは読み飛ばしてもらって良い。
- 歴代のOHOの講義では、これを説明して時間切れになるパターンがよくあった。

マクスウェル方程式

- 簡単のため、真空中(電荷,電流なし)のマクスウェル方程式。

$$\square^2 A_\mu = 0$$

- 簡単すぎるので、多少説明が必要か。

$$\square^2 = \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \nabla^2 \quad A_\mu = (\phi, \mathbf{A})$$

- 馴染みのやつは、

$$\begin{aligned} \mathbf{E} &= -\nabla\phi - \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} \\ \mathbf{B} &= \nabla \times \mathbf{A} \end{aligned}$$

マクスウェル方程式

- 馴染みのやつで書くと
- 真空中のマクスウェル方程式
 - 空洞共振器の話であれば、これだけで十分。(つまり、電荷,電流とか、誘電体とかは忘れてよい。)

- 導体の境界条件
 - (電荷と電流を忘れた代償であるが)

$$\begin{aligned}\nabla \cdot \mathbf{E} &= 0 \\ \nabla \times \mathbf{E} &= -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \\ \nabla \cdot \mathbf{B} &= 0 \\ \nabla \times \mathbf{B} &= \frac{1}{c^2} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\mathbf{E}_{\parallel} &= 0 \\ \mathbf{B}_{\perp} &= 0\end{aligned}$$

- フーリエ変換して単一周波数で考える。

$$\begin{aligned}\mathbf{E} &= \mathbf{E}_0 e^{i\omega t} \\ \mathbf{B} &= \mathbf{B}_0 e^{i\omega t}\end{aligned}$$

マクスウェル方程式

・初歩的なルール

$$\begin{aligned} \nabla \cdot \mathbf{E} &= 0 \\ \nabla \times \mathbf{E} &= -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \\ \nabla \cdot \mathbf{B} &= 0 \\ \nabla \times \mathbf{B} &= \frac{1}{c^2} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} E_{\parallel} &= 0 \\ B_{\perp} &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathbf{E} &= \mathbf{E}_0 e^{i\omega t} \\ \mathbf{B} &= \mathbf{B}_0 e^{i\omega t} \end{aligned}$$

✕ 真空中に電場や磁場の
電場の湧き出しや吸い込みは無い
(途中で切れたり、増えたりもない。)



マクスウェル方程式

・ルールの詳細

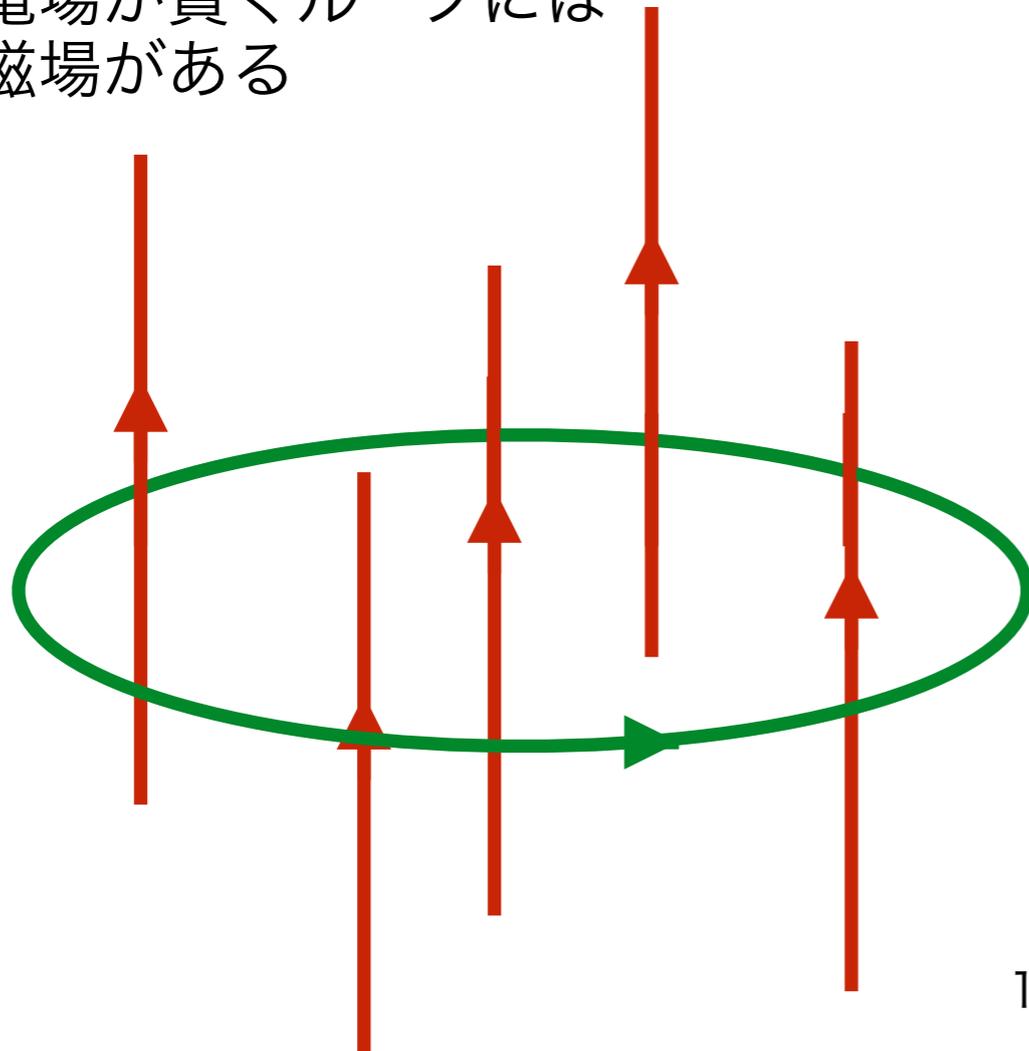
$$\begin{aligned}\nabla \cdot \mathbf{E} &= 0 \\ \nabla \times \mathbf{E} &= -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \\ \nabla \cdot \mathbf{B} &= 0 \\ \nabla \times \mathbf{B} &= \frac{1}{c^2} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}E_{\parallel} &= 0 \\ B_{\perp} &= 0\end{aligned}$$

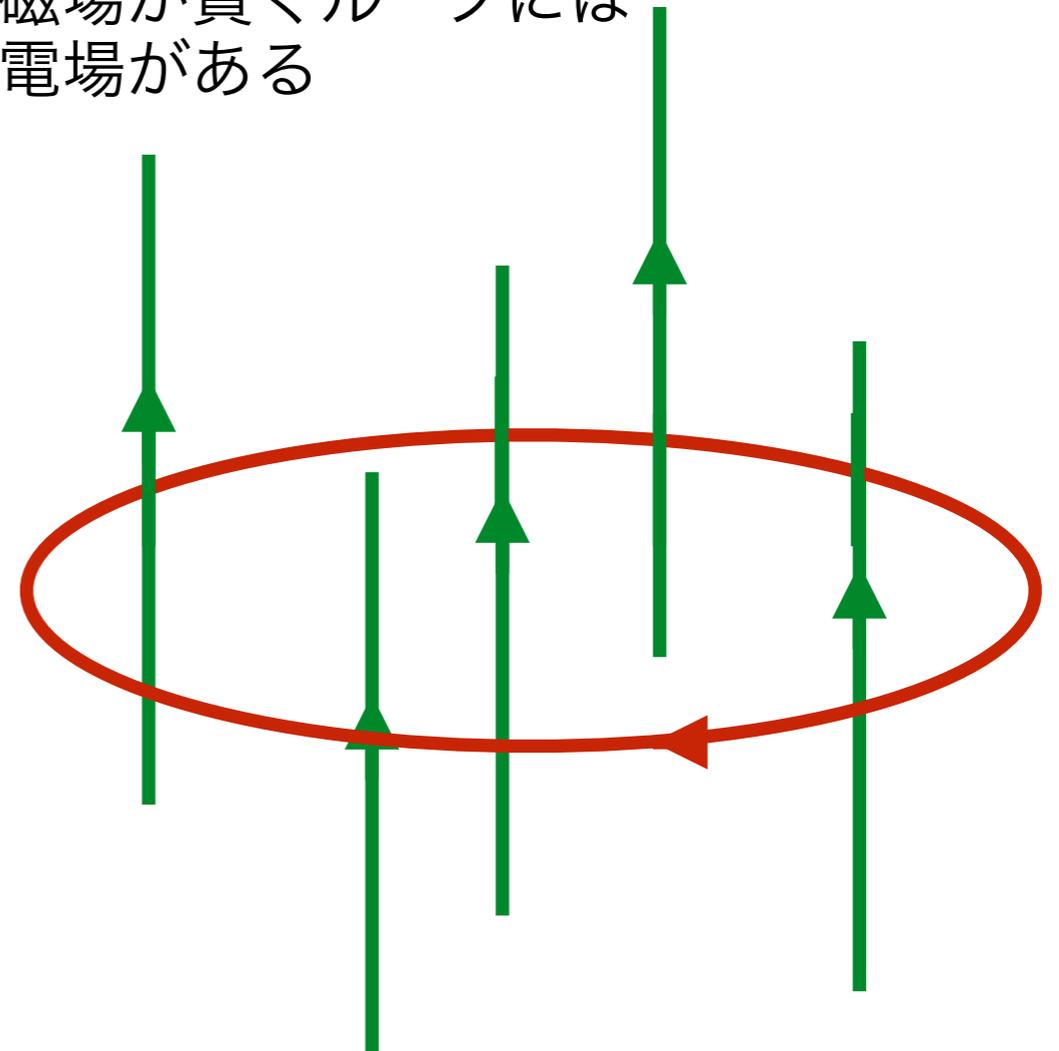
$$\begin{aligned}\mathbf{E} &= \mathbf{E}_0 e^{i\omega t} \\ \mathbf{B} &= \mathbf{B}_0 e^{i\omega t}\end{aligned}$$

赤 : 電場
緑 : 磁場

電場が貫くループには
磁場がある



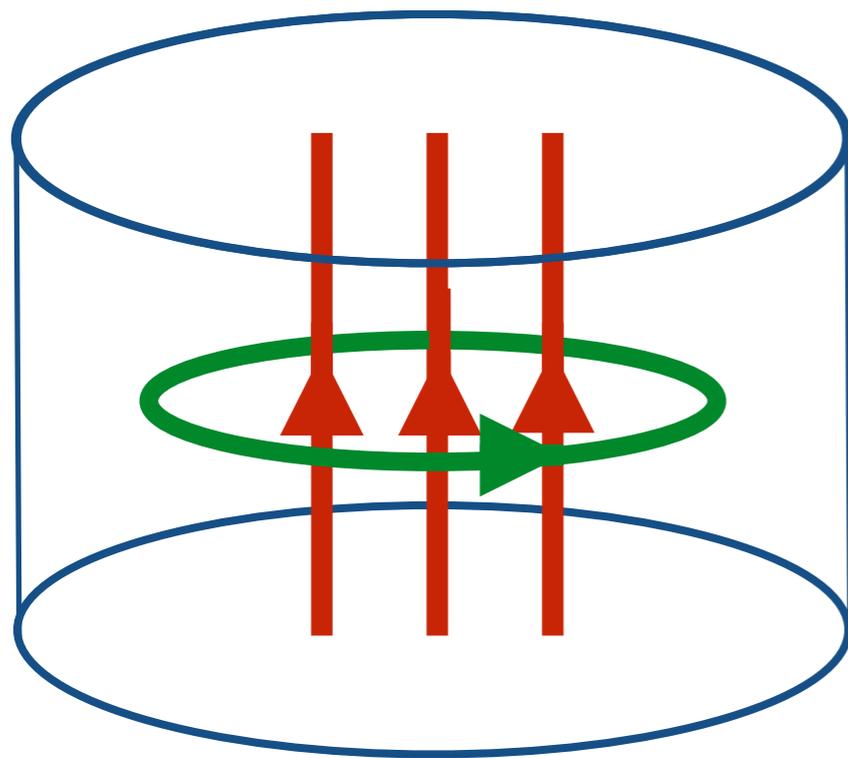
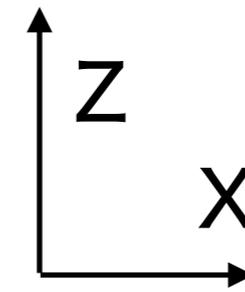
磁場が貫くループには
電場がある



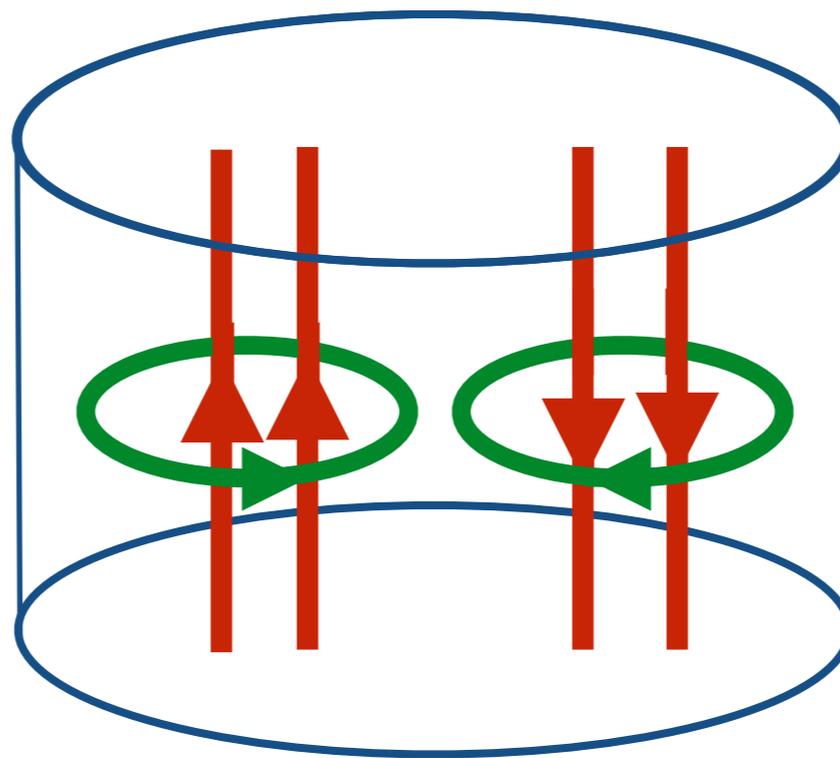
空洞共振器

- マクスウェル方程式と境界条件を満たす解
- 円筒空洞でのモードの例
- TMモード (B_z 成分がゼロのやつ)

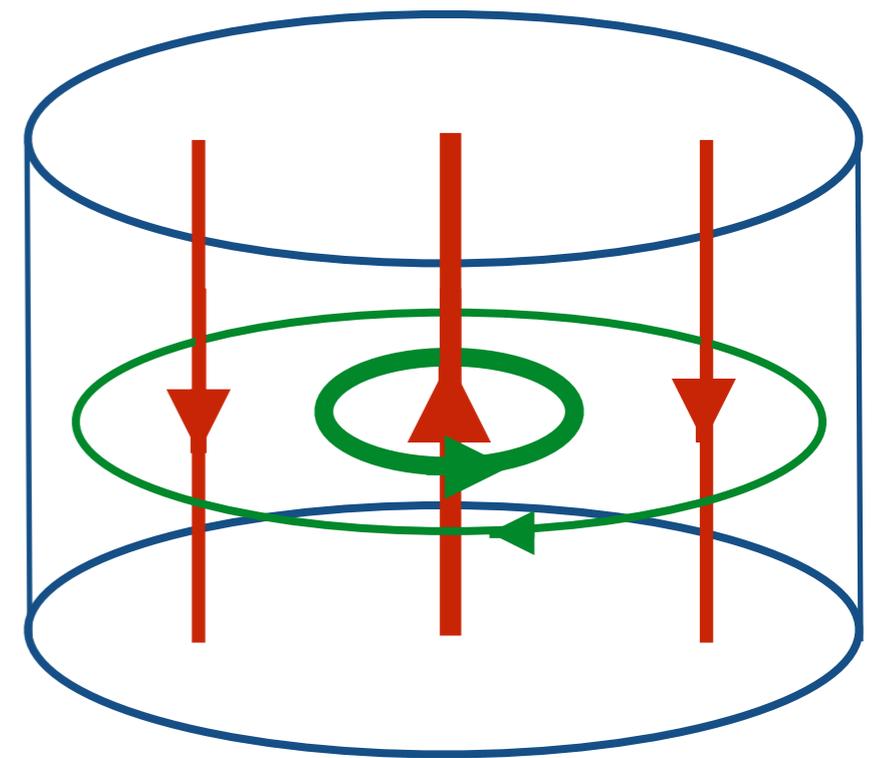
赤 : 電場
緑 : 磁場



TM010



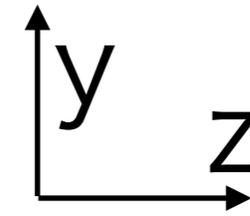
TM110



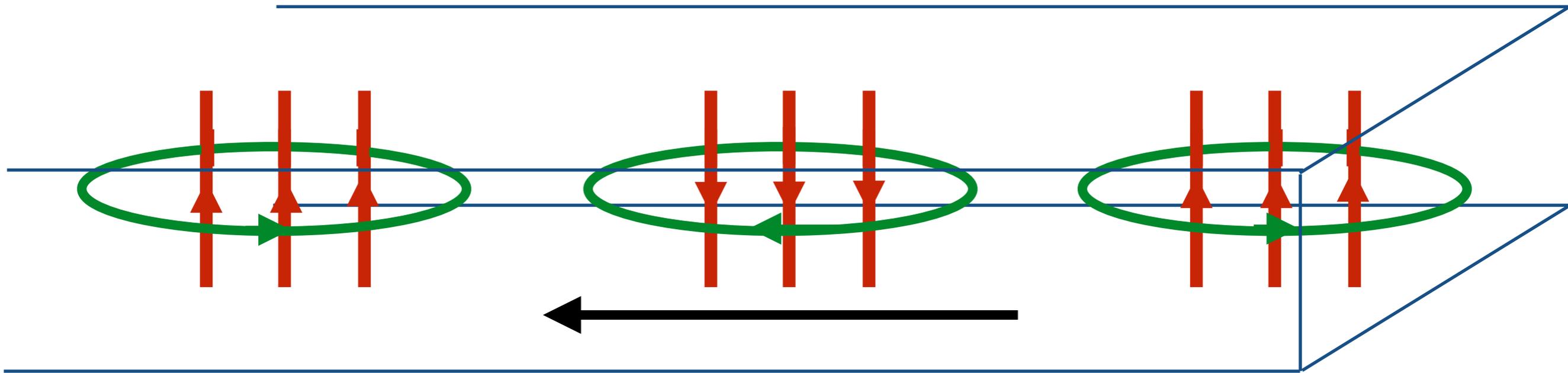
TM020

導波管

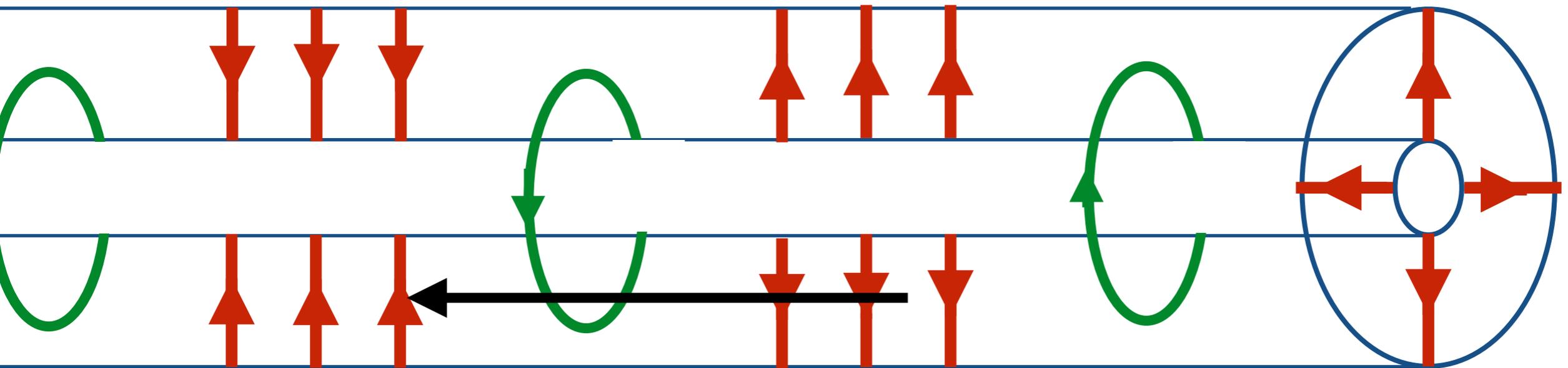
• 矩形導波管



赤 : 電場
緑 : 磁場

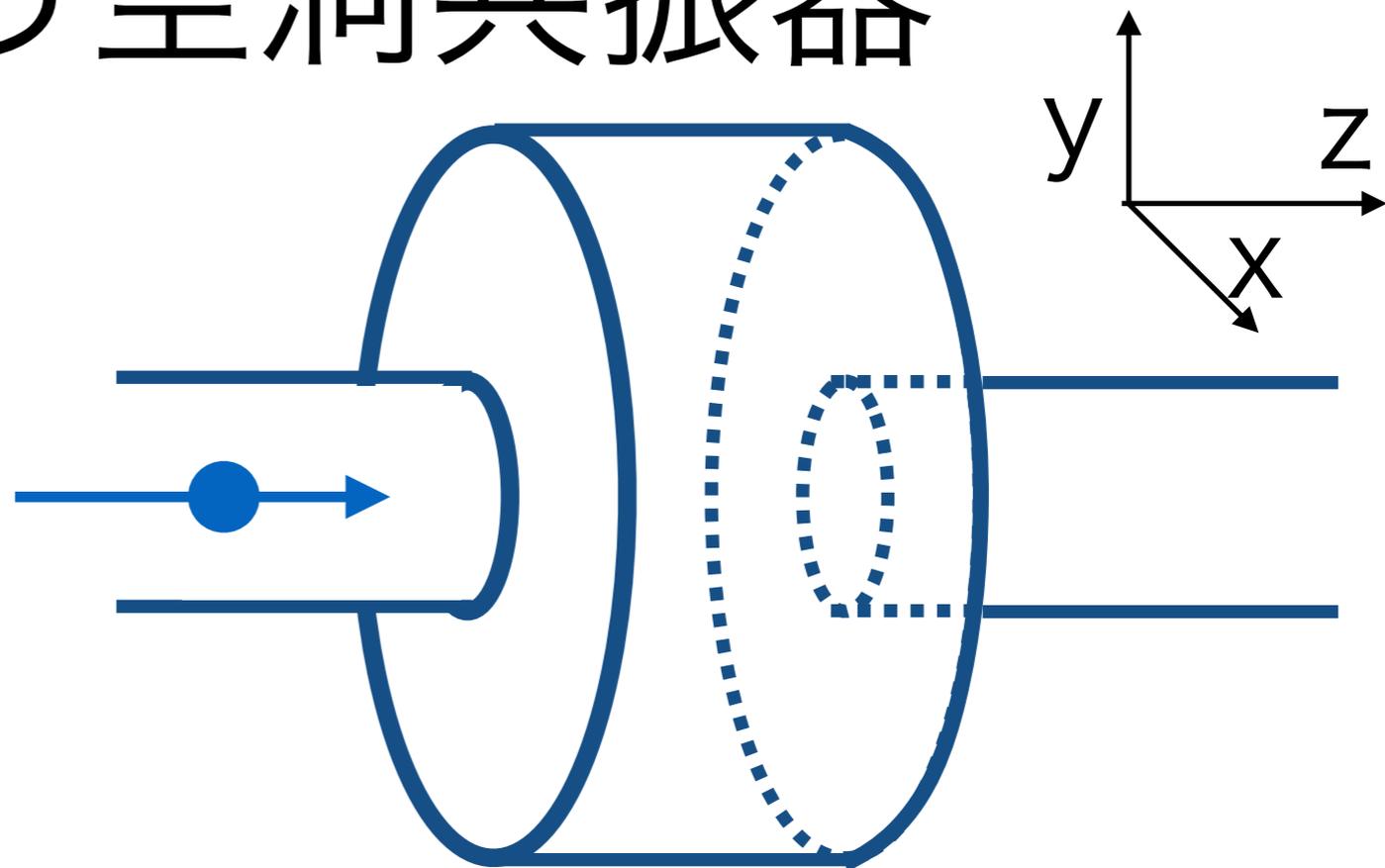


• 同軸導波管(ケーブル)

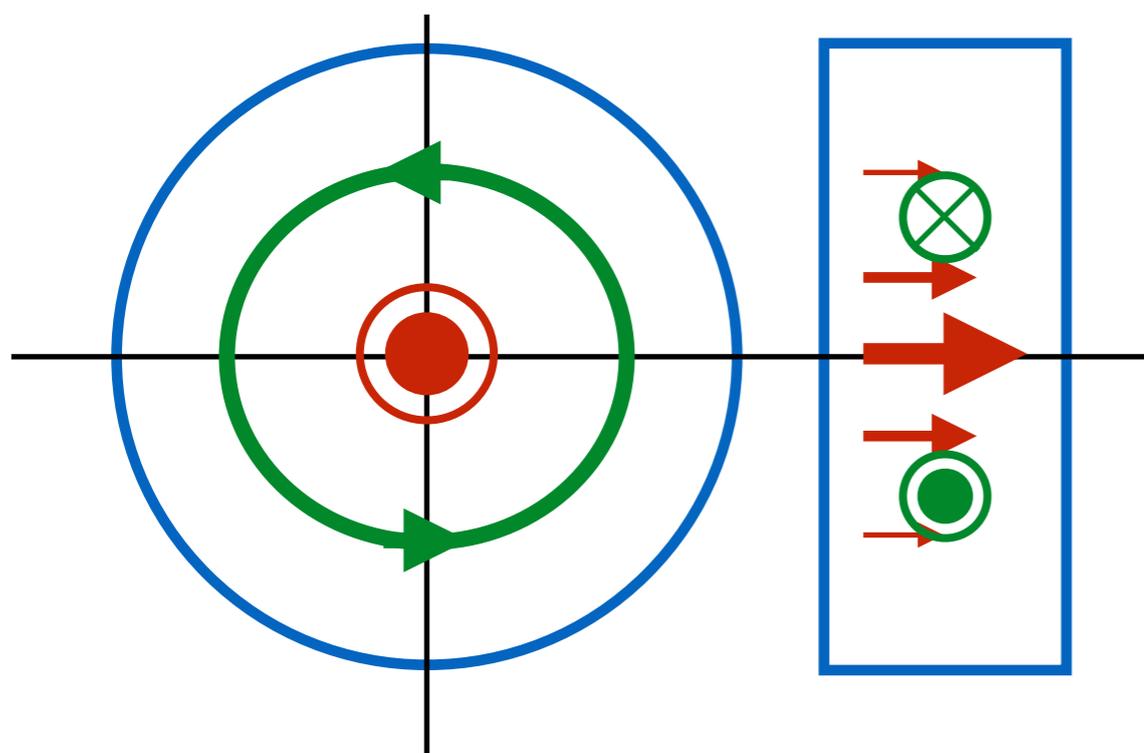


ここで扱う空洞共振器

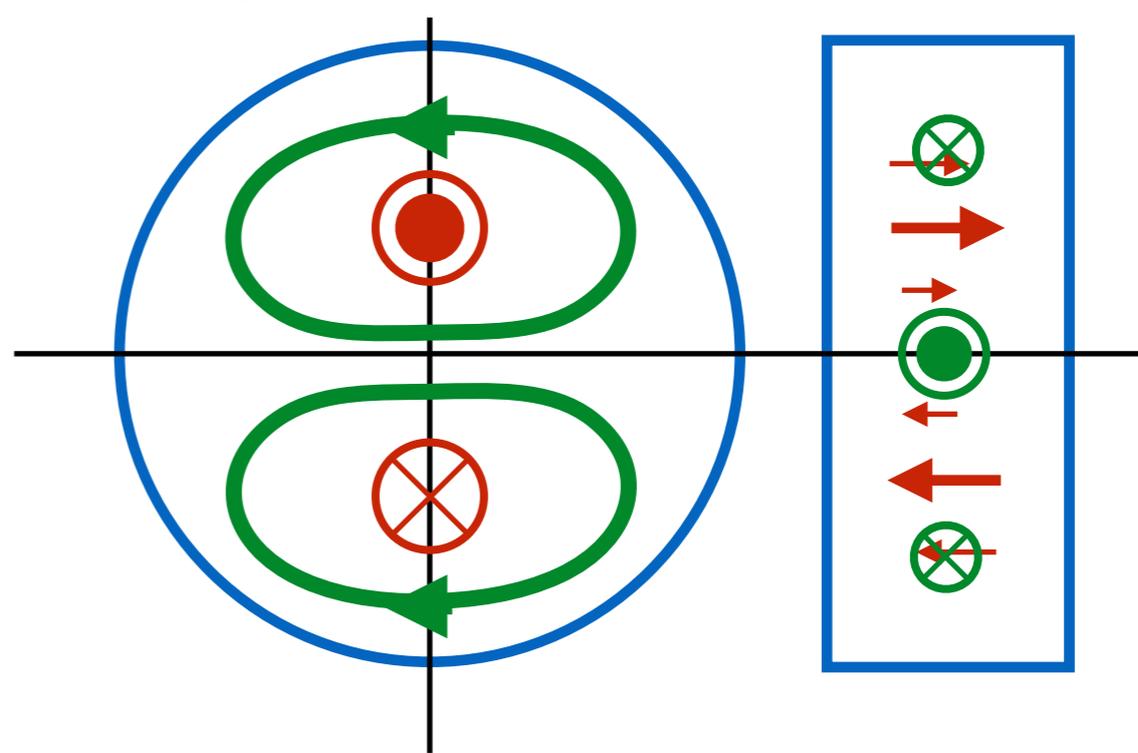
- 加速器でおなじみのやつは、円筒空洞にビームダクトがついたもの(加速空洞, BPM空洞)
- BPMでは、ダイポールモード(TM₁₁₀)を使う
- ダクトは忘れて考えて良い。



モノポールモード

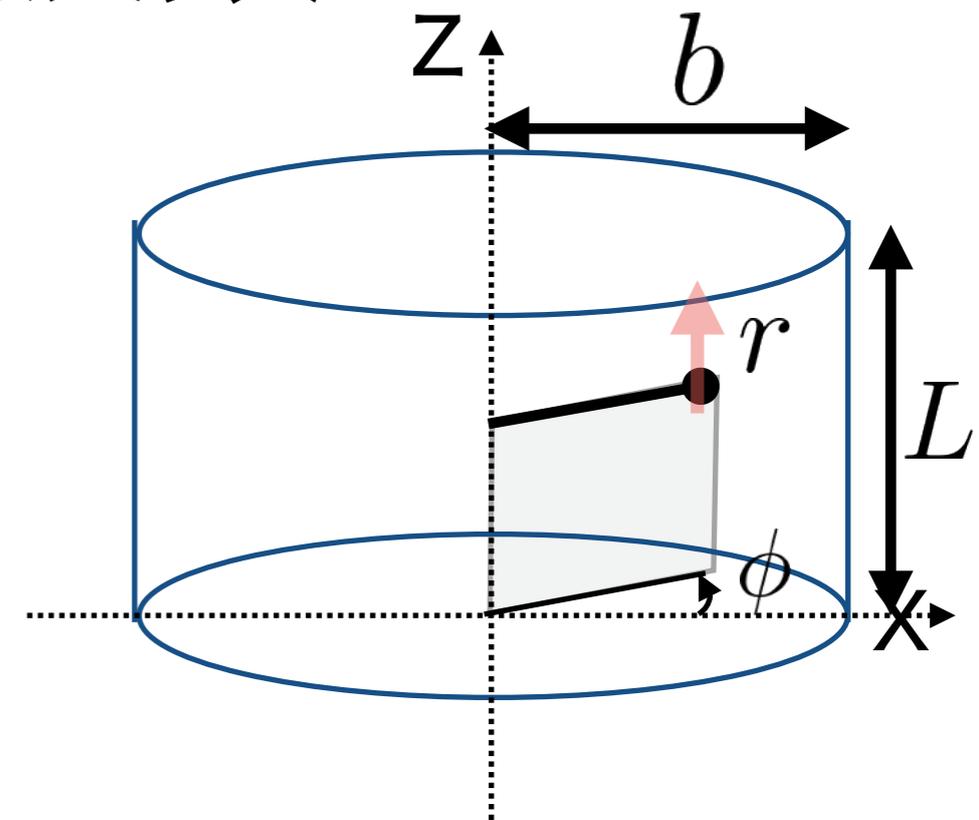


ダイポールモード



電場形状と周波数

- 一応、式で書いておく。
- 単純な円筒空洞の TM₀₁₀とTM₁₁₀の場合
 - 境界条件から想像できるように、
 - ベッセル関数のノードに壁が来る
- 円筒半径で周波数 ω が決まる。



モノポールモード (TM₀₁₀)

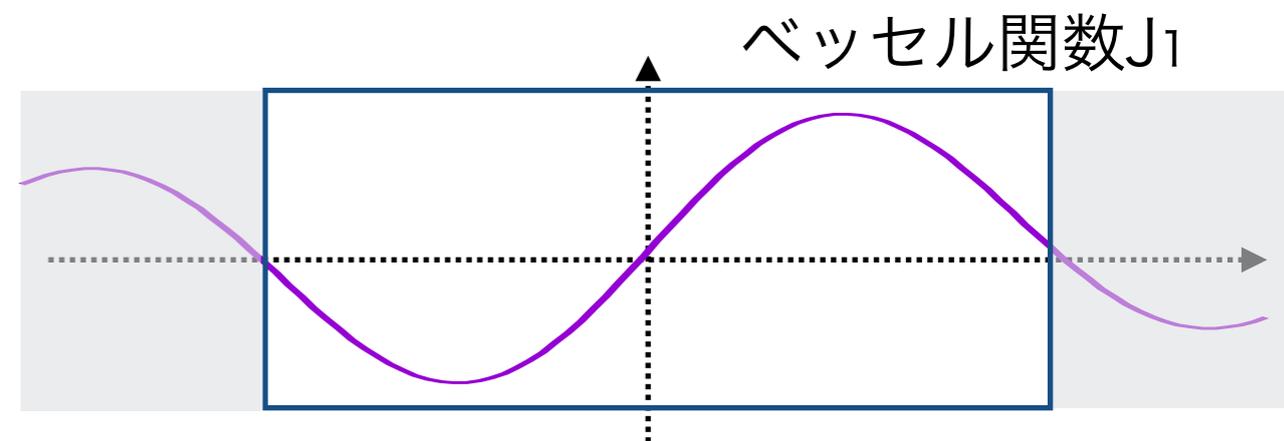
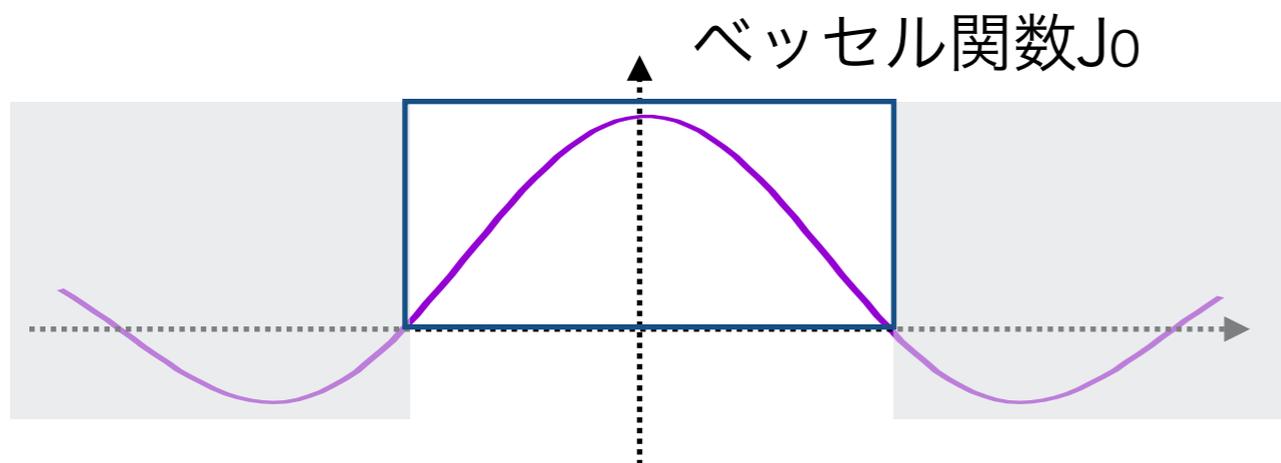
$$E_z = E_0 J_0(rk) e^{i\omega t}$$

$$k_{010} = \frac{\omega_{010}}{c} = \frac{2.41}{b}$$

ダイポールモード (TM₁₁₀)

$$E_z = E_0 \cos \phi J_1(rk) e^{i\omega t}$$

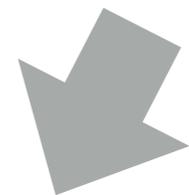
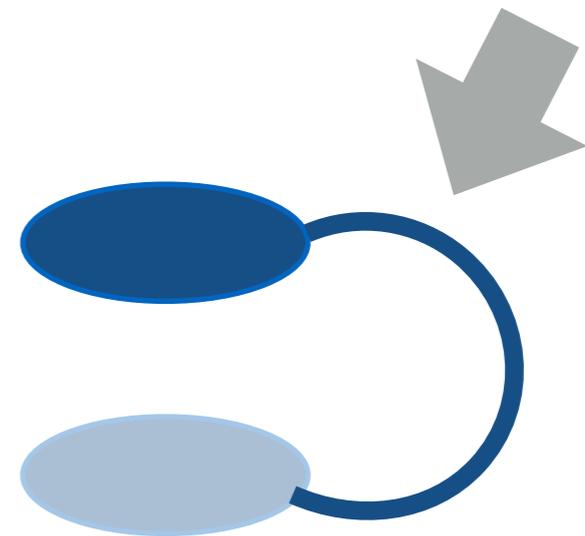
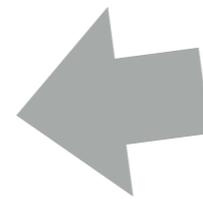
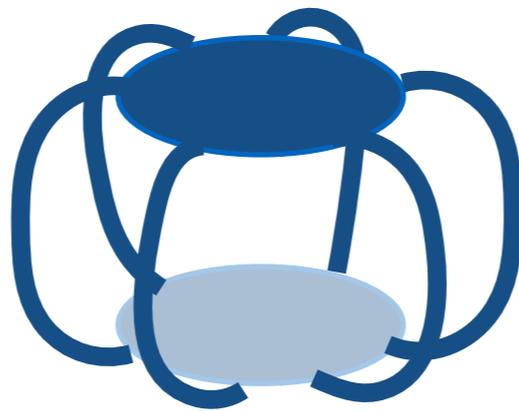
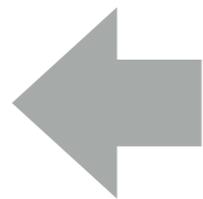
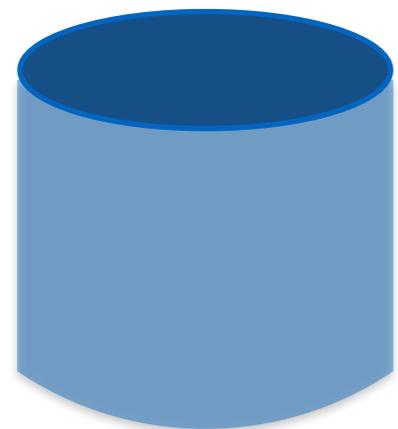
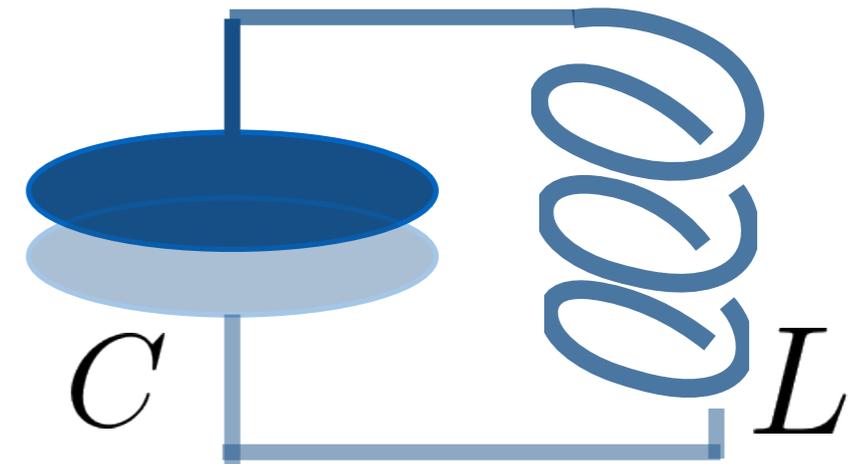
$$k_{110} = \frac{\omega_{110}}{c} = \frac{3.83}{b}$$



LC共振器から空洞共振器へ

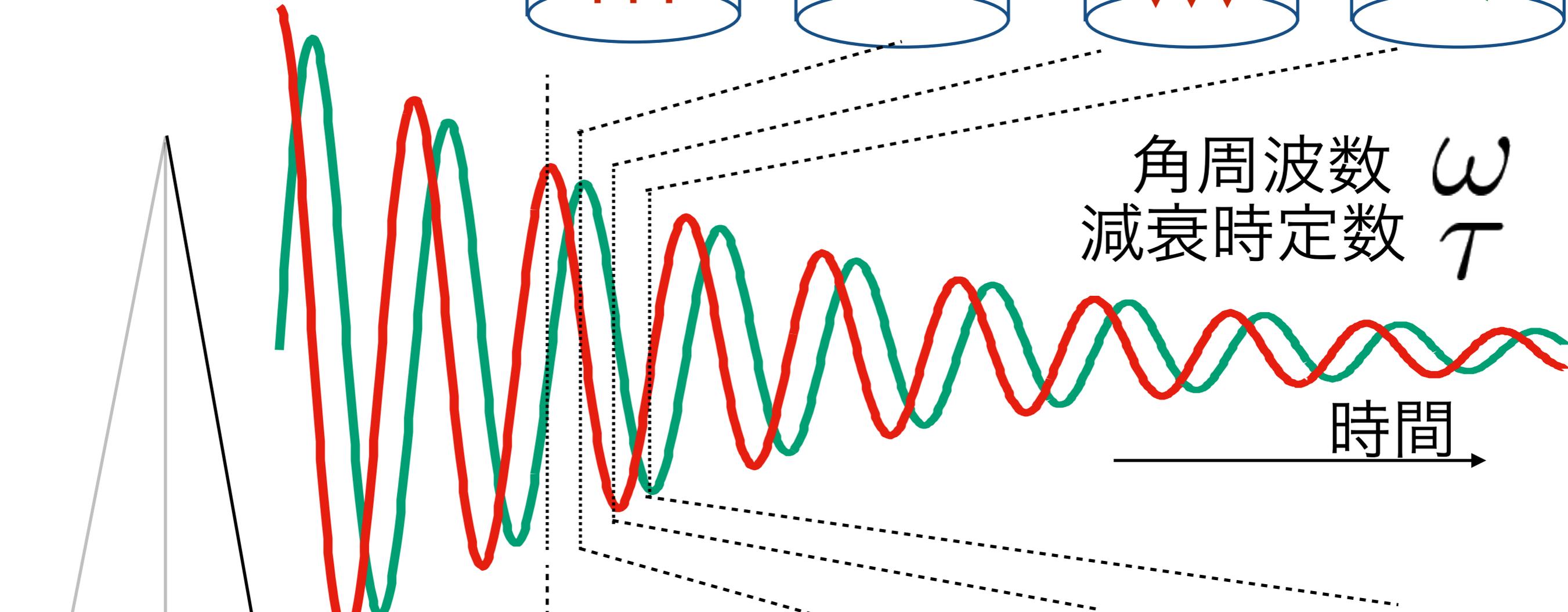
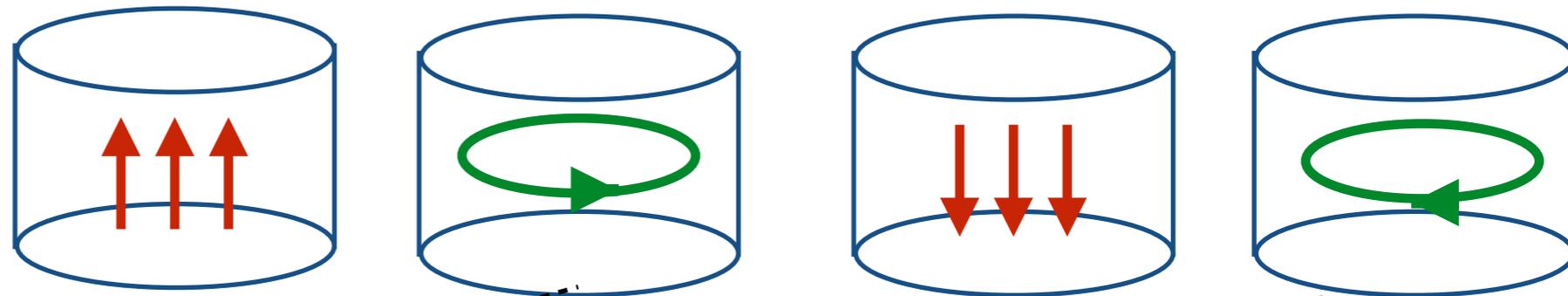
- ・集中定数回路の方が得意な人のために
- ・LC共振器で共鳴周波数(ω)を上げていくと、
 - ・Lを小さく
 - ・コイルの巻数減らす -> 並列 -> 板にする
 - ・Cを小さく
 - ・極板を遠ざける
- ・共振器の完成
 - ・端版はキャパシタの名残
 - ・外壁はコイルの名残

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$



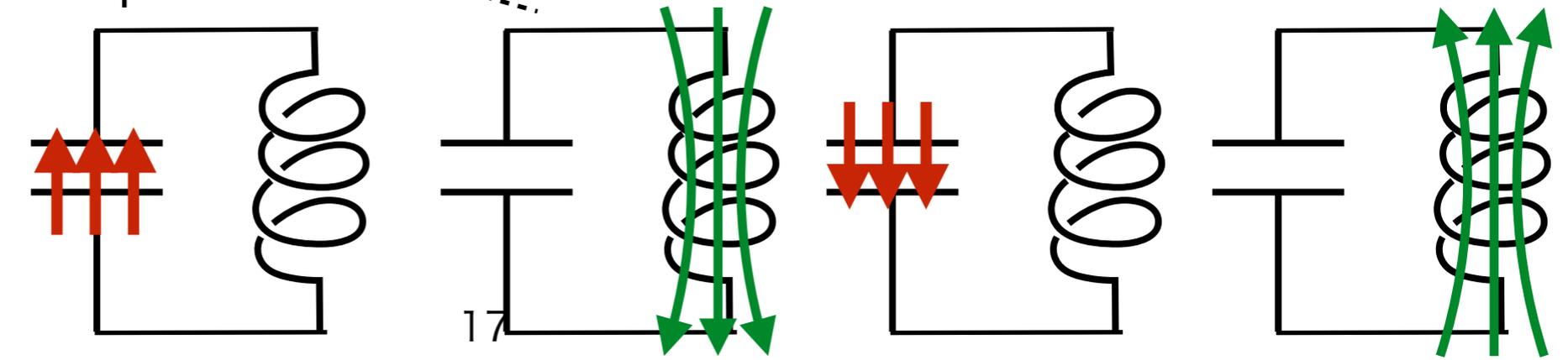
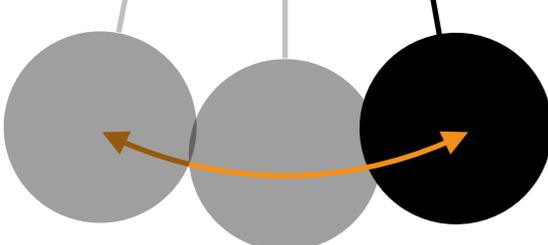
共振器のイメージ

- 振り子と同じ
- 減衰サインカーブ



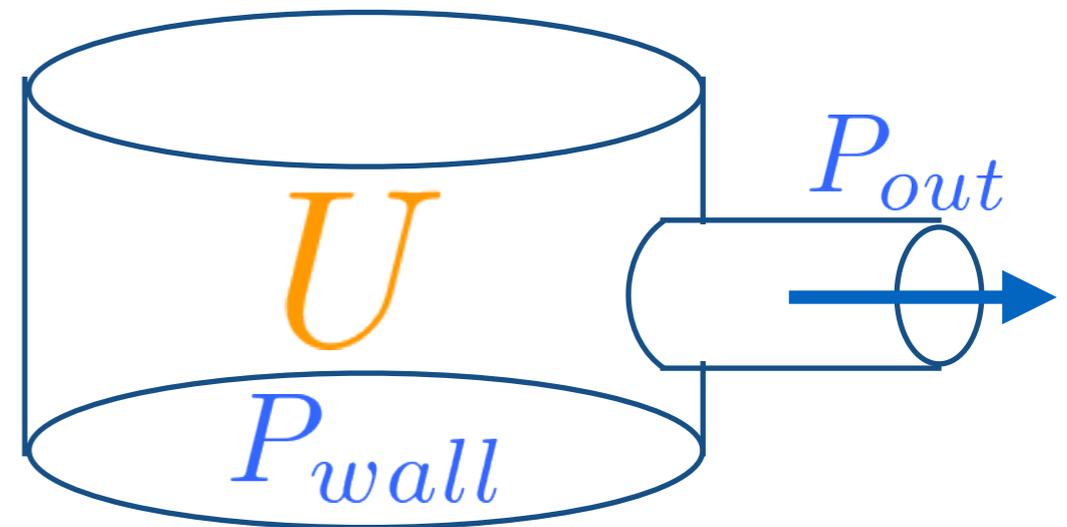
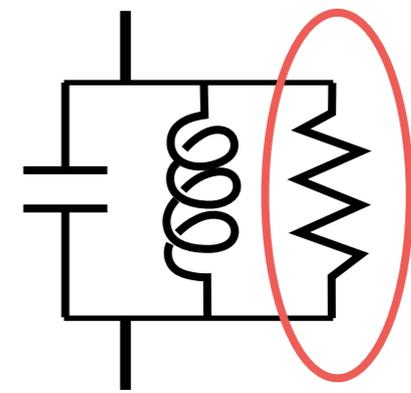
角周波数 ω
減衰時定数 τ

時間



Q値

- 減衰は、損失で決まる。
- Q値：空洞内の電磁気エネルギーが無くなる速さ
 - Q_0 ：内壁の熱として失われる部分(P_{wall})
 - 材質や表面の状態が決まる。
 - Q_{ext} ：信号として取り出される部分(P_{out})
 - ポートの設計で決まる。
 - Q_L ：熱か信号か区別せずに全体の損失(P)



$$P = P_{wall} + P_{out}$$

減衰時定数

- τ ：信号パワーが $1/e$ になる時間
- (振幅が $1/e$ になる時間は、 2τ)

$$U = \int \frac{1}{2} \left(\epsilon_0 |\mathbf{E}|^2 + \frac{1}{\mu_0} |\mathbf{B}|^2 \right) dV = \frac{1}{2} \epsilon_0 \int |E_z|^2 dV$$

$$Q_L = \frac{\omega U}{P} = \frac{\omega U}{P_{wall} + P_{out}} \quad \tau = \frac{Q_L}{\omega}$$

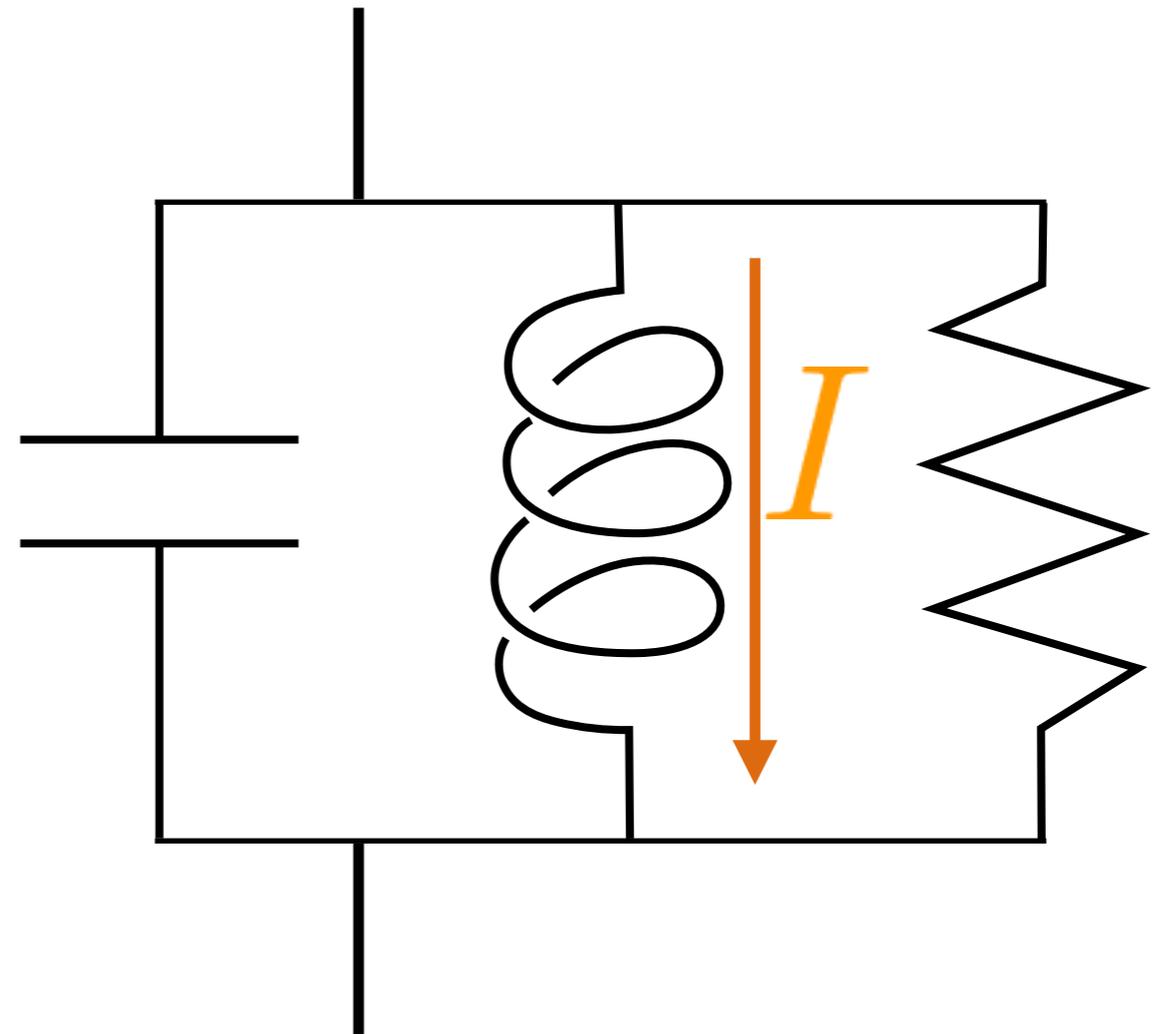
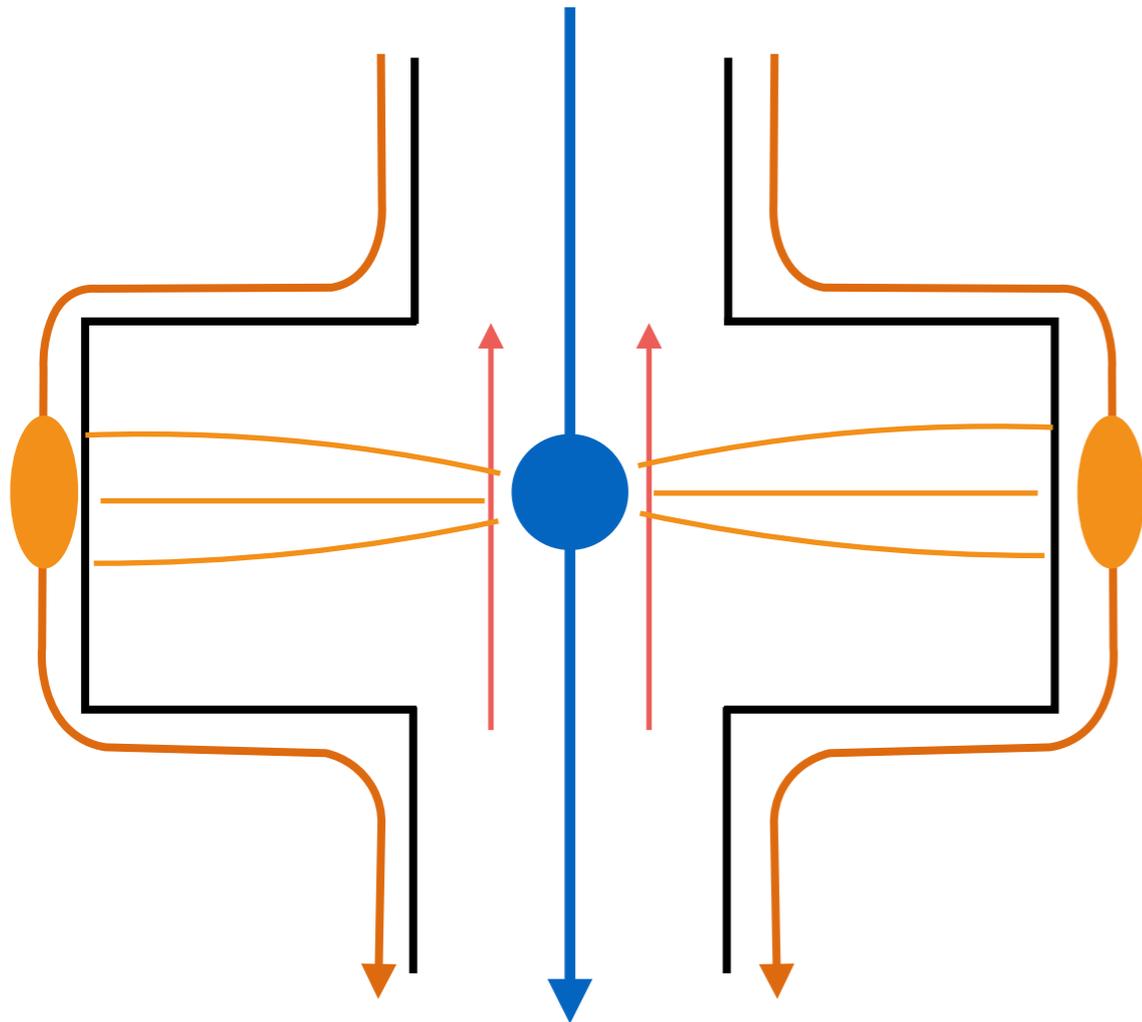
空洞BPMの原理

- そんな空洞共振器をBPMとして使うには
- この部分はOHO2006の内容とほぼ同じ

起電力

- ビームが空洞を通過すると、鏡像電荷が空洞壁を流れる。
- 電磁誘導による起電力が発生
 - 減速方向の電圧が発生する。
- LC回路に電磁場エネルギーが発生する。
 - ビーム通過後もエネルギーが振動しながら減衰する。

$$V = L \frac{dI}{dt}$$

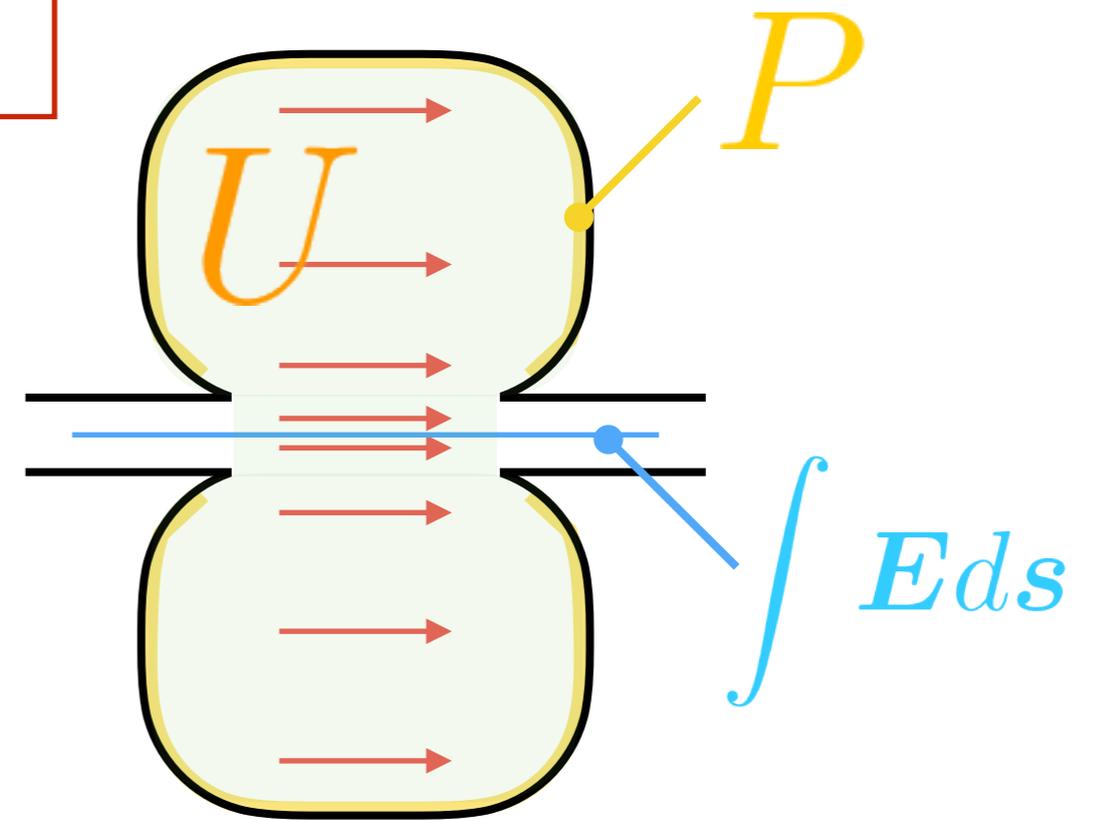


R/Q

・ビームとの相互作用は、R/Qで定まる。

- ・シャントインピーダンス (R)
 - ・空洞の加速効率の指標となる量
 - ・空洞壁面で消費されるエネルギー P と、
 - ・軌道に沿った電圧の2乗、の比
- ・Q値 (Q)
 - ・エネルギー損失の大きさ(小ささ)
 - ・内部の電磁場エネルギー U と、
 - ・周期あたりのエネルギー損失 P/ω の比率
- ・それらの比 (R/Q)
 - ・空洞内部の電磁場の形状を反映する量
 - ・壁の材質や損失にはよらない。

加速空洞のイメージ



$$R = \frac{|\int \mathbf{E} ds|^2}{P}$$

$$Q = \frac{\omega U}{P}$$

$$R/Q = \frac{|\int \mathbf{E} ds|^2}{\omega U}$$

走行時間

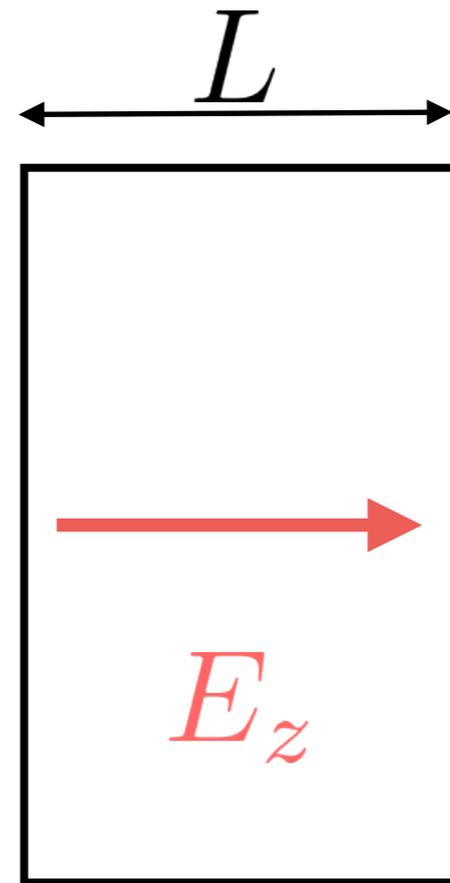
- ビーム軌道(s)に沿った電場の積分
 - 積分はビームの速度で進みながら行う。
 - 進んでいる間に電磁場の位相が変化する。

$$R/Q = \frac{\left| \int \mathbf{E} ds \right|^2}{\omega U}$$

- 実効的な電場が、ピーク電場 E_0 より少し減る方向に補正される。
- 走行時間係数 T: Tranjit-time factor

$$V = \int E_z ds = T E_0 L \cos \phi$$

$$T = \frac{\sin(\omega L/2c)}{\omega L/2c}$$



$$E_z = E_0 \cos(\omega t + \phi)$$

計算例

- E_z が与えられているので、
- 定義通りR/Qを計算する。

$$R/Q = \frac{|V|^2}{\omega U} \quad U = \frac{1}{2} \int \epsilon_0 |E_z|^2 dV$$

$$V = T \int_0^L E_z dz$$

モノポールモード(TM010)

$$E_z = E_0 J_0(rk) e^{i\omega t}$$

$$R/Q(x) = \frac{2J_0^2(xk)LT^2}{\omega\epsilon_0\pi b^2 J_1^2(bk)}$$

~ 一定

ダイポールモード(TM110)

$$E_z = E_0 \cos\phi J_1(rk) e^{i\omega t}$$

$$R/Q(x) = \frac{2J_1^2(xk)LT^2}{\omega\epsilon_0\pi(b^2/2)J_0^2(bk)}$$

$$\sim 50.5 \times \left(\frac{\omega}{c}\right)^3 LT^2 x^2$$

• 中心付近で、

• モノポールモードのR/Qは、一定

• ダイポールモードのR/Qは、中心からの距離の2乗に比例

ビームローディング

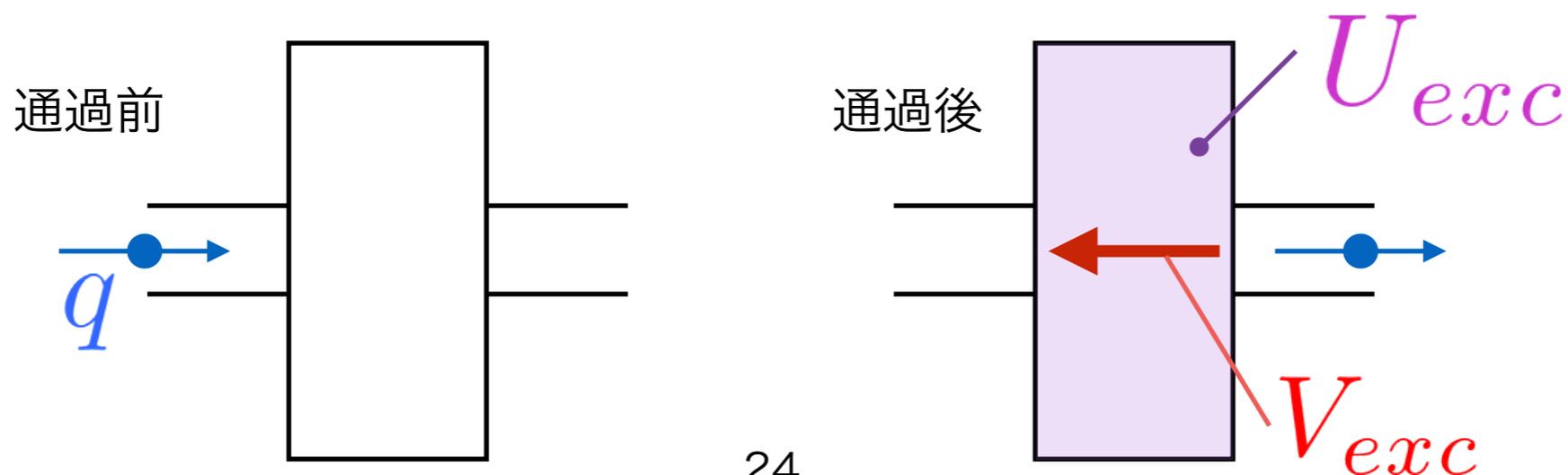
- 最初、空洞にエネルギーが無い状態として、
- 電荷 q の通過によって、空洞に励起される電圧は、

$$V_{exc} = \frac{\omega}{2} (R/Q) q$$

(ここでは証明略)

- 空洞に励起される電磁場エネルギーは、自身が励起する電圧の1/2に等しい (ビームローディングの基本定理)
- ビームは減速する (エネルギー保存則)

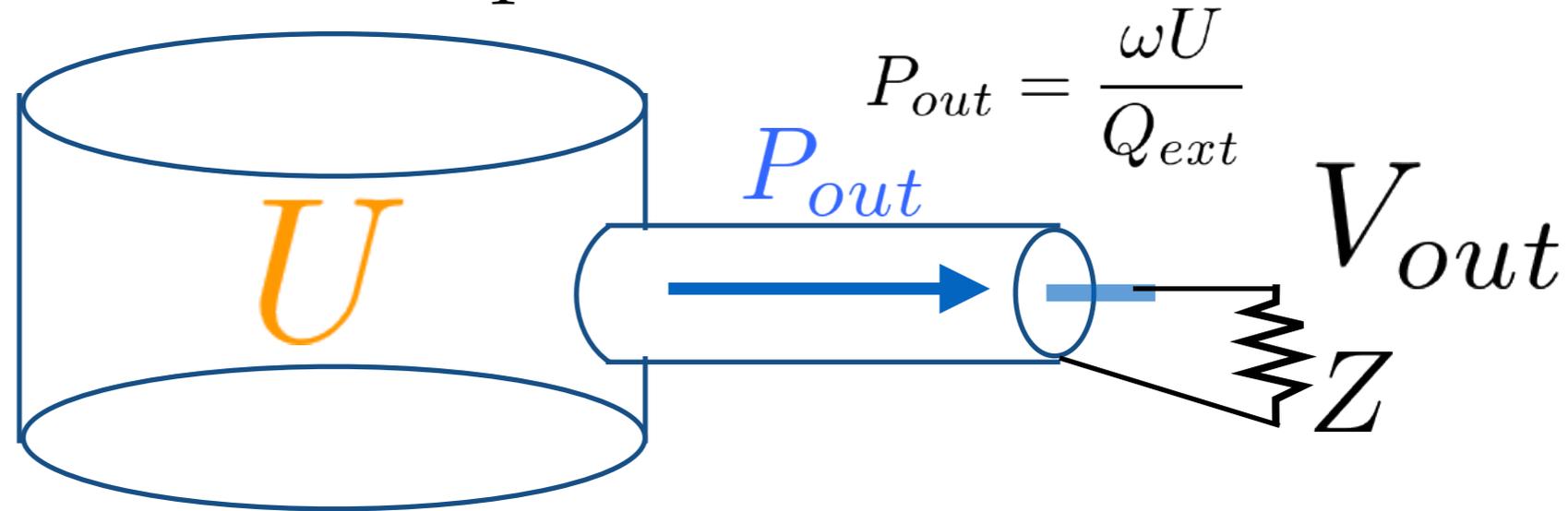
$$U_{exc} = \frac{\omega}{4} (R/Q) q^2 = \frac{1}{2} q V_{exc}$$



検出される信号

- ポートから取り出した信号を抵抗Zで受ける。

$$U_{exc} = \frac{\omega}{4} (R/Q) q^2$$



- ダイポールモードのR/Qは空洞中心からの距離の2乗に比例。
- 信号電圧は、R/Qの1/2乗に比例。

$$V_{out} = \sqrt{Z P_{out}}$$

- ダイポールモードの信号電圧
 - 空洞中心からの距離xに比例
 - 中心でゼロ
 - 電荷qに比例

$$= \frac{\omega q}{2} \sqrt{\frac{Z}{Q_{ext}} (R/Q)}$$

$$\sim qx$$

軌道角度信号

- 空洞中心を通過しても、軌道角度があると、ダイポールモード信号が出てしまう。

位置信号

$$V(x) = Ax\sqrt{L} \sin(\omega t)$$

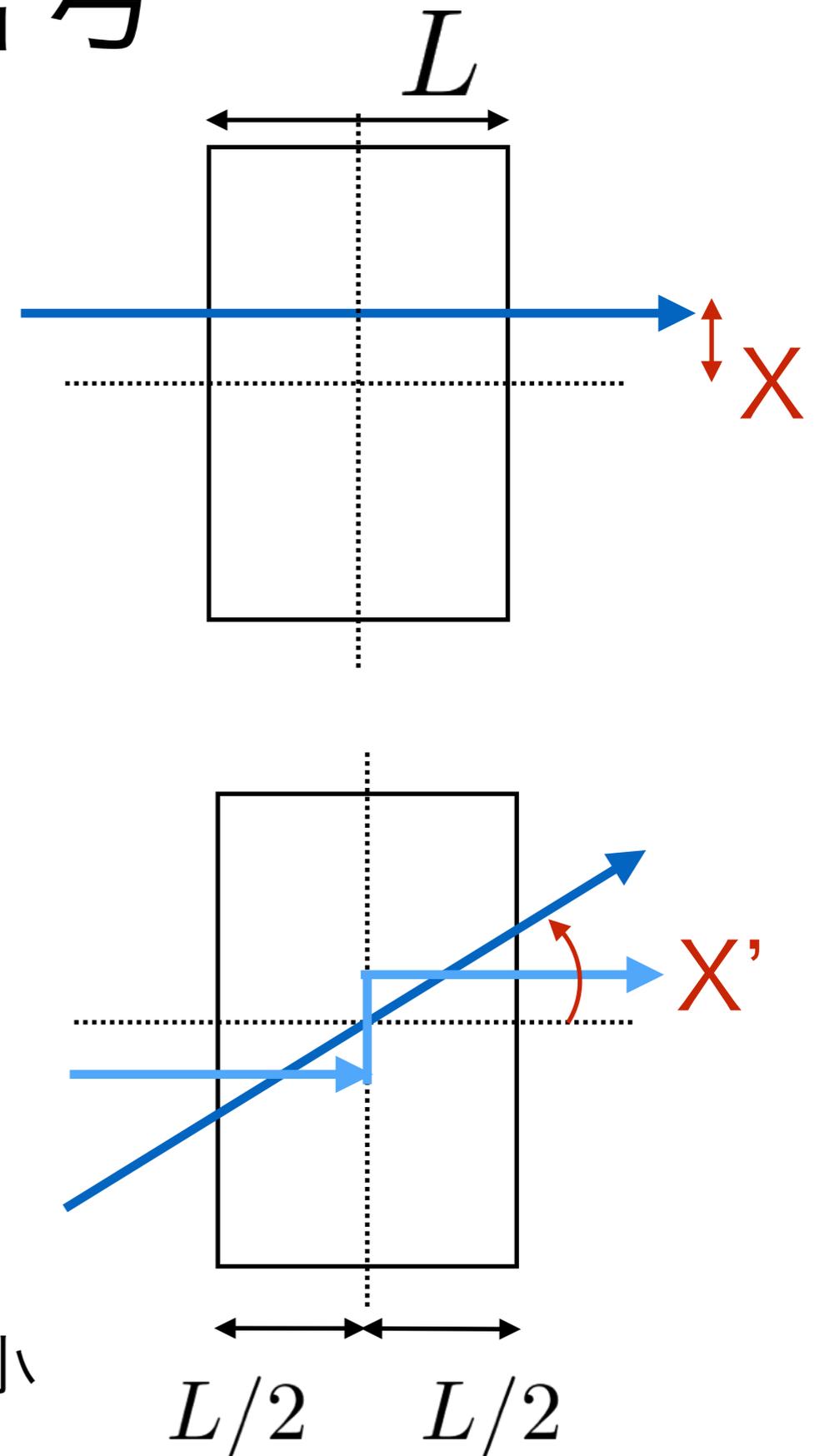
角度信号

$$V(x') = A \frac{x' L}{4} \sqrt{\frac{L}{2}} \sin\left(\omega\left(t + \frac{L}{4c}\right)\right)$$

$$- A \frac{x' L}{4} \sqrt{\frac{L}{2}} \sin\left(\omega\left(t - \frac{L}{4c}\right)\right)$$

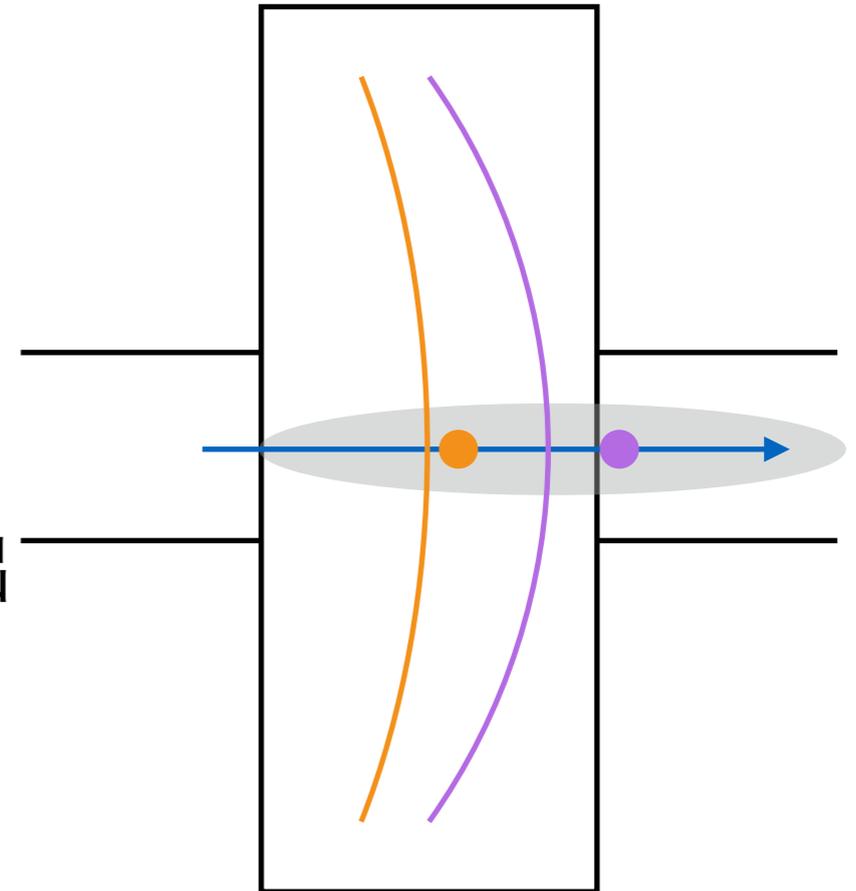
$$= Ax' \frac{L}{2} \sqrt{\frac{L}{2}} \sin\left(\frac{\omega L}{4c}\right) \cos(\omega t)$$

- 角度信号は、位相が90度違うので、位相検出(IQ分離)で区別できる。
- 角度と位置の感度比はLの2乗に比例。Lを小さくすると角度の影響を抑えられる。



バンチ長の効果

- 個々の粒子が出す信号のコヒーレントな足し合わせが、バンチ全体の信号。
 - バンチ長が扱う放射波長と比べて十分小さく無いと、位相が平均されて信号が減る。
- いわゆるフォームファクタ
 - BPMに限らずコヒーレント放射でいつも出て来るやつ
- 普通は周波数が高いほうが感度が良いが、バンチ長が長すぎると、逆になる場合もある。



$$V = V_0 \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{z^2}{2\sigma_z^2}\right) \cos\left(\frac{\omega z}{c}\right) dz$$

$$= V_0 \exp\left(-\frac{\omega^2 \sigma_z^2}{2c^2}\right)$$

他のモードの裾野

- ダイポールモードだけを見たい場合、その他のモードは邪魔。とくにモノポールモードは邪魔。
- モノポールモードは周波数が違うが、
 - 共鳴ピークはローレンツ関数
 - 裾野はずっと伸びている。
 - ずっと強く励振される。
 - 位相は90度ずれる。(オフピーク)

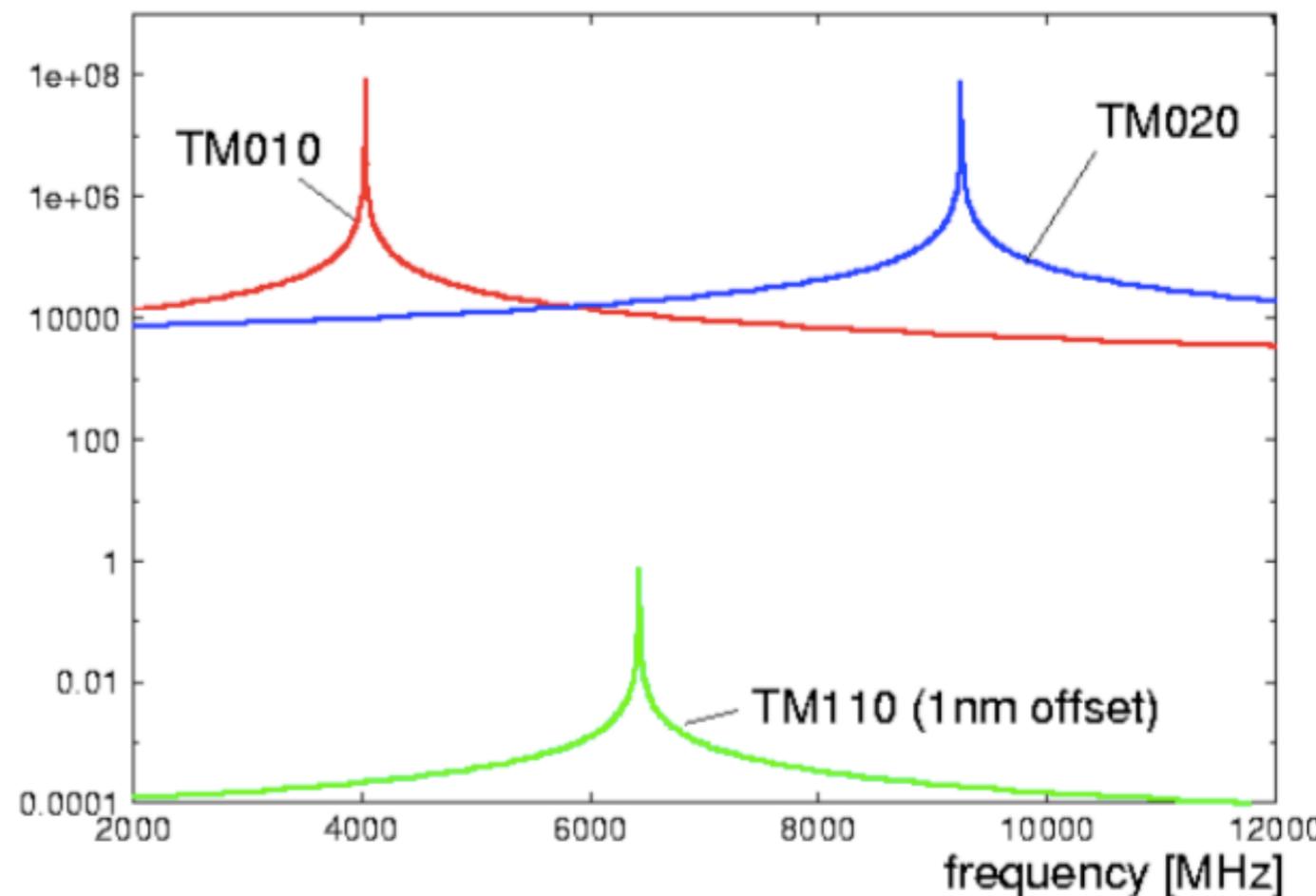
共鳴のローレンツ関数

$$\frac{f_0 / (2Q_L)}{\sqrt{(f_0 / (2Q_L))^2 + (f - f_0)^2}}$$

ATFの空洞BPMの例

Mode	f_0	R/Q [Ω]	Q_L
010	4.03 GHz	14300	8000
020	9.25 GHz	9880	8000
110	6.43 GHz	1.17×10^{-12} (1nm)	6000

振幅比



信号のまとめ

- ダイポールモードは
 - ビーム軌道が空洞中心のとき、信号ゼロ
 - ビーム位置と電荷に比例する振幅
 - 90度ずれた位相で角度信号が出る。
- 非常に強く励起されるモノポール信号の裾野が混ざるが、これも90度ずれた位相。

$$V = V_{position} + iV_{angle} + iV_{tail} + V_{noise}$$

- やること
 - ビーム電荷を同時にモニタし、電荷に比例する部分を規格化
 - 位相を検出し、角度信号とモノポール裾野を除去

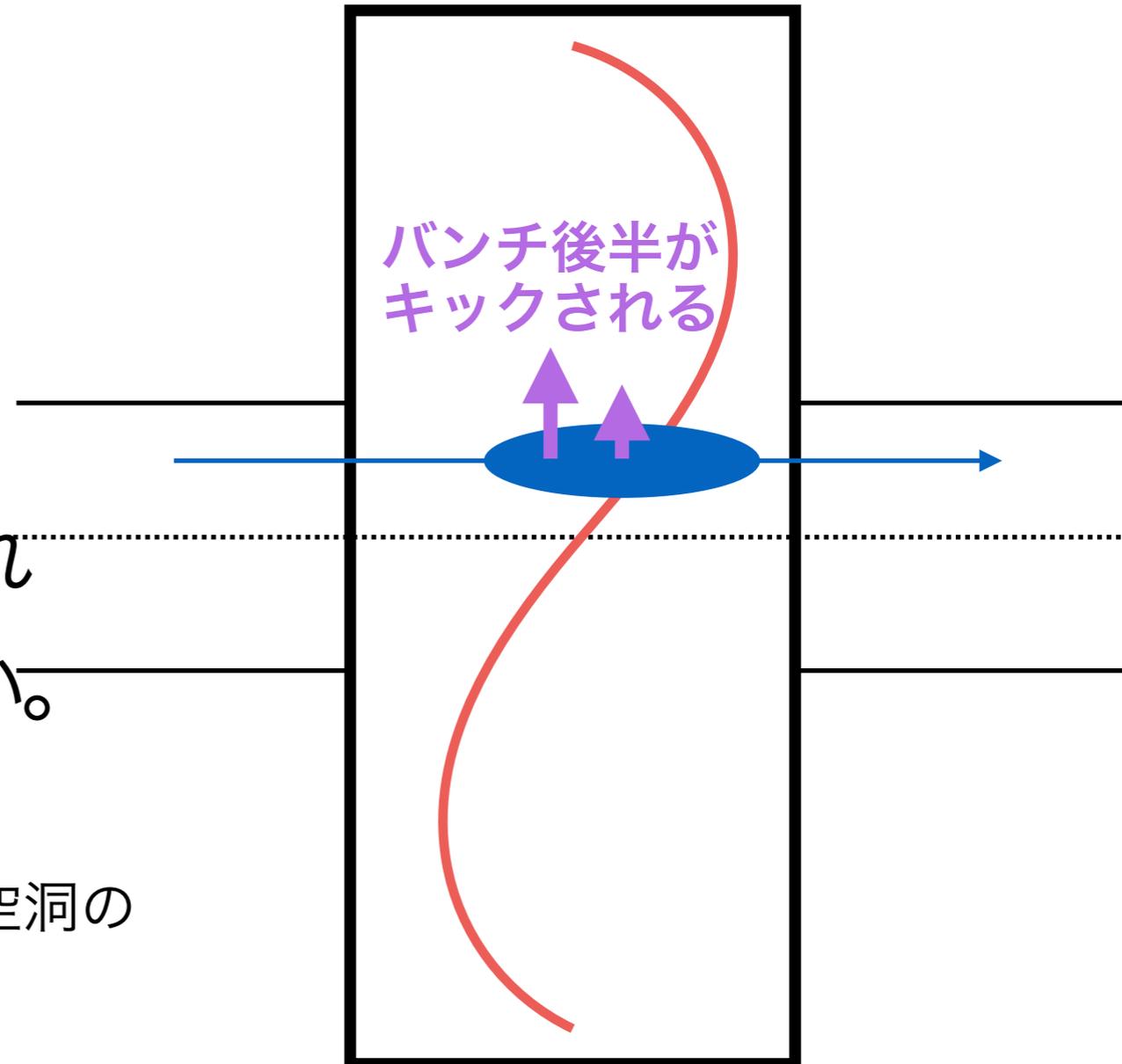
キック

- BPMは本当に非破壊なのか
- Panofsky-Wenzelの定理
 - ビームに前後方向にかかる力が、横方向に変化するなら、
 - 横方向の力がバンチの前後で変化する。

$$\frac{\partial}{\partial z} \mathbf{F}_{\perp} = \nabla_{\perp} \mathbf{F}_{\parallel}$$

- ビームは空洞の中央に調整されるので、この影響は結局効かない。

- ATFでは、バンチが長く、レファレンス空洞のオフセンターでこの影響がある。



空洞BPMの製作

- ATFの空洞BPMを作った経験を踏まえて
- この部分もOH006とほぼ同じ

周波数

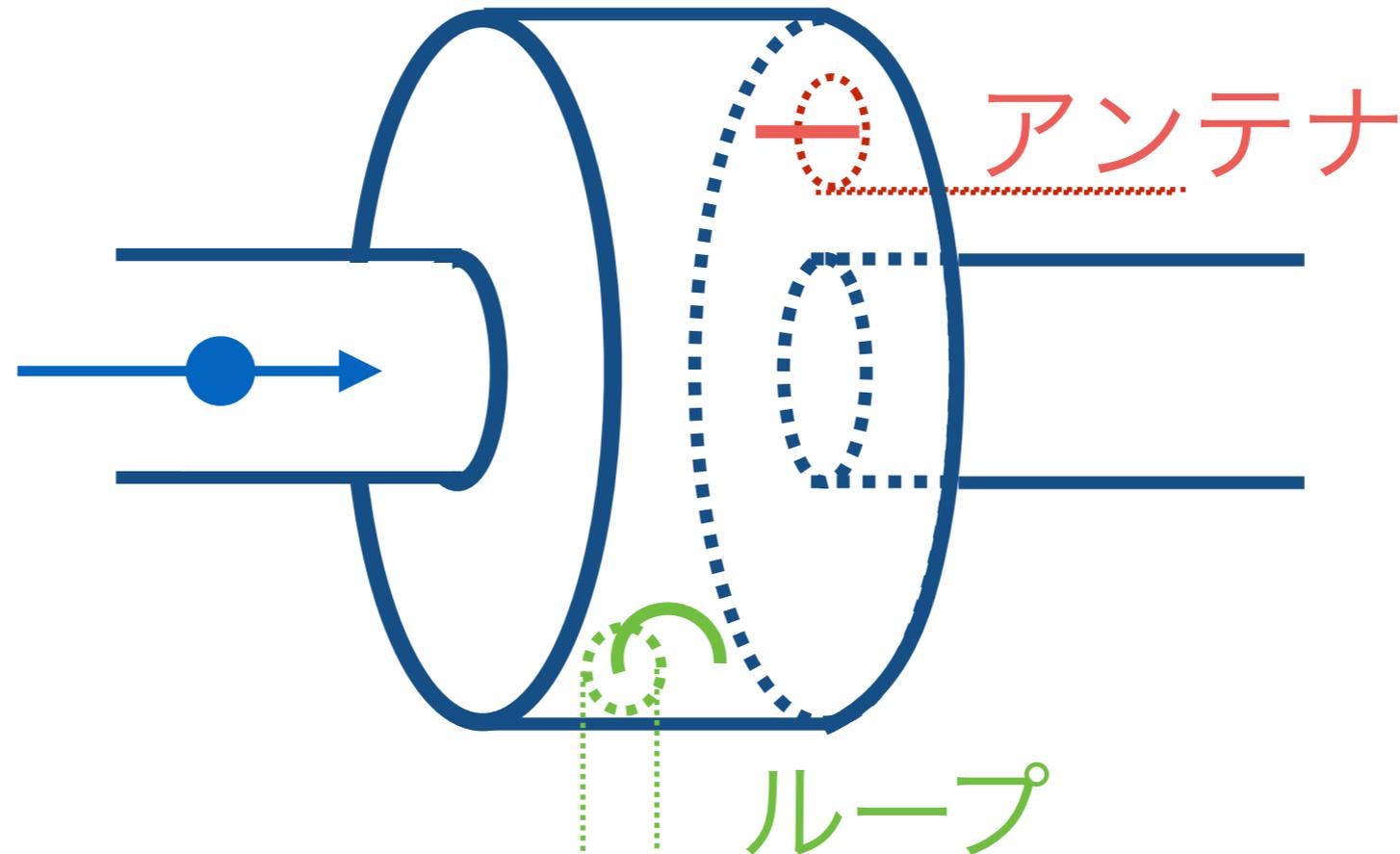
- 空洞直径
- 一般には、周波数が高いほど感度が高い。
 - バンチ長の効果は要注意。(ATFの場合(30ps)、~6GHzが最大)
- ビームダクトサイズでだいたい制限される。
 - 周波数にたいしてダクトが大きすぎると、固有モードにならない。
 - 直径20mmでは6GHzでOK。直径40mmでは<3GHz (かなりごつい)。
- そもそも周波数が高いほうが、小さくて作りやすい、安価。
 - 最近では高周波RFの回路部品も安価になった。
- あとは細かい話
 - リニアックの周波数とはずらしたほうが、ノイズが入らない。
 - マルチバンチの場合、あえて周波数を整数倍にあわせて、足し合わせるようにしたいか。(ATFの場合、 $357\text{MHz} \times 18 = 6426\text{MHz}$)
 - 加速器のマスタ発振器と検出回路のL.O.を整数倍比関係をもたせるか。L.O.をビーム同期しやすい。
 - XY混合をさけるためにあえて円筒ではなく矩形とかにするか。

時定数

- 総合的に決める、2パターンの考え方がある。
- 高Q
 - 減衰するまでにサンプリングを多くとれる、デジタル波形処理。
 - 飽和した場合も減衰テイルが長いので情報がとれる。
 - Cuで製作。スロットサイズでカップリングを調整。
 - ATF, LCLS
- 低Q
 - アナログIQ検出に向いている。
 - 多バンチで信号が重ならないように、速い減衰。
 - SUSで製作。スロットも大きく。
 - SACLA

単純なカプラ

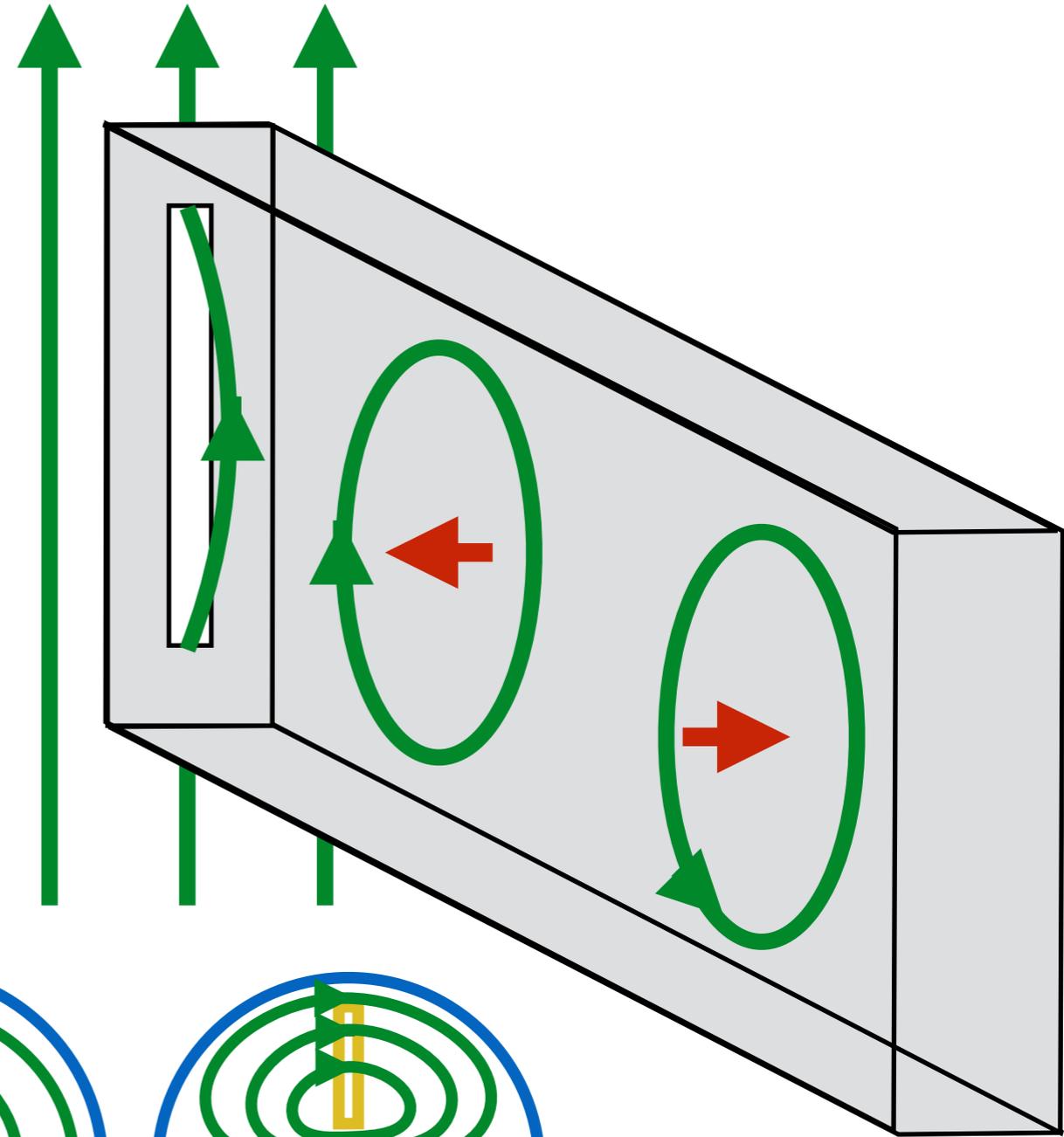
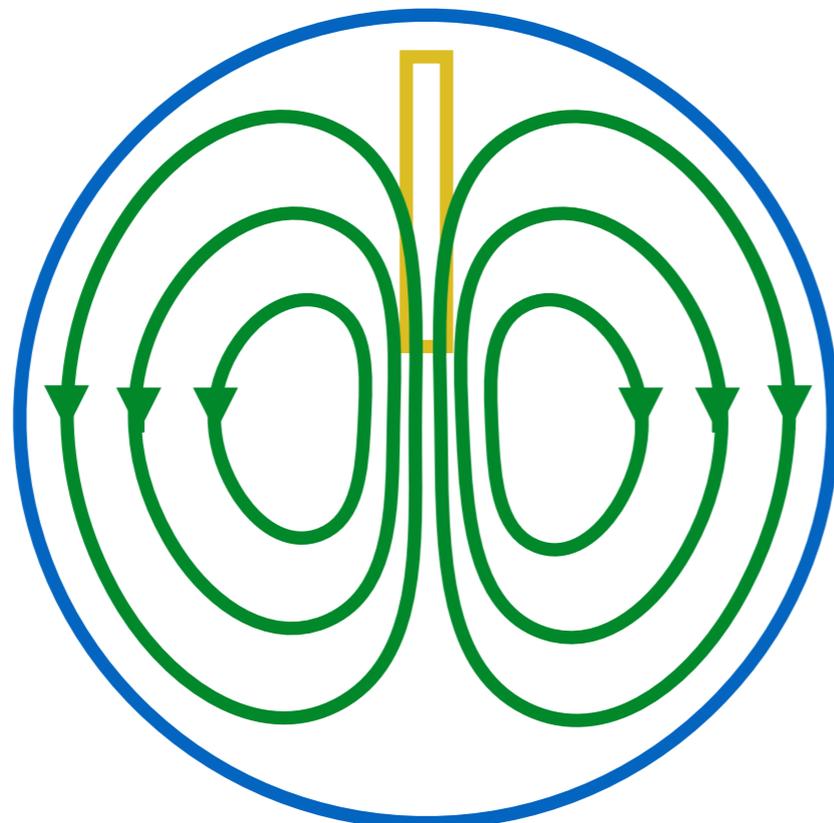
- 信号を取り出すには、単純には、、、
 - アンテナカップリング
 - 電場の強いところに同軸の内導体を突き出す。
 - ループカップリング
 - 磁場の強いところにループアンテナを入れる。



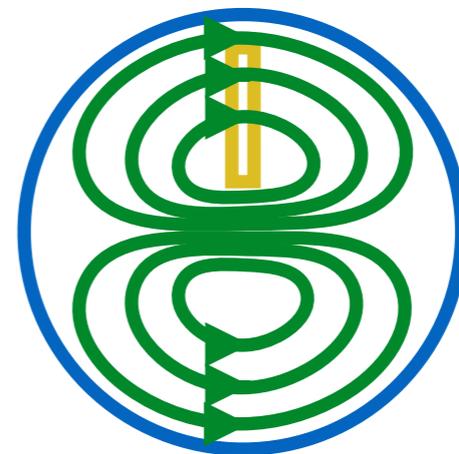
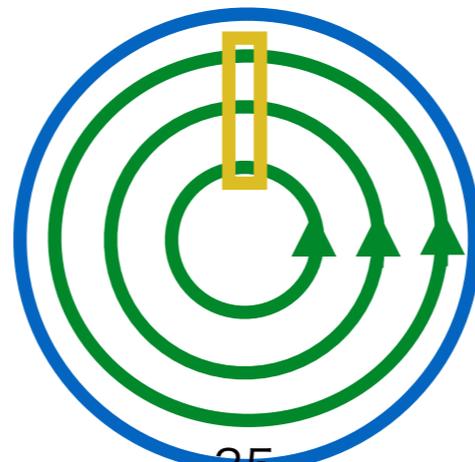
- ダイポールモード以外のモードにも結合が避けられない。
- モード形状を歪ませる恐れもある。
- 単純なカプラでは性能が出せない。³⁴

選択的カップラ

- 望みの方向のダイポールモードだけを読み出す工夫
 - Common mode free coupler
 - スロット構造の磁場カップリング

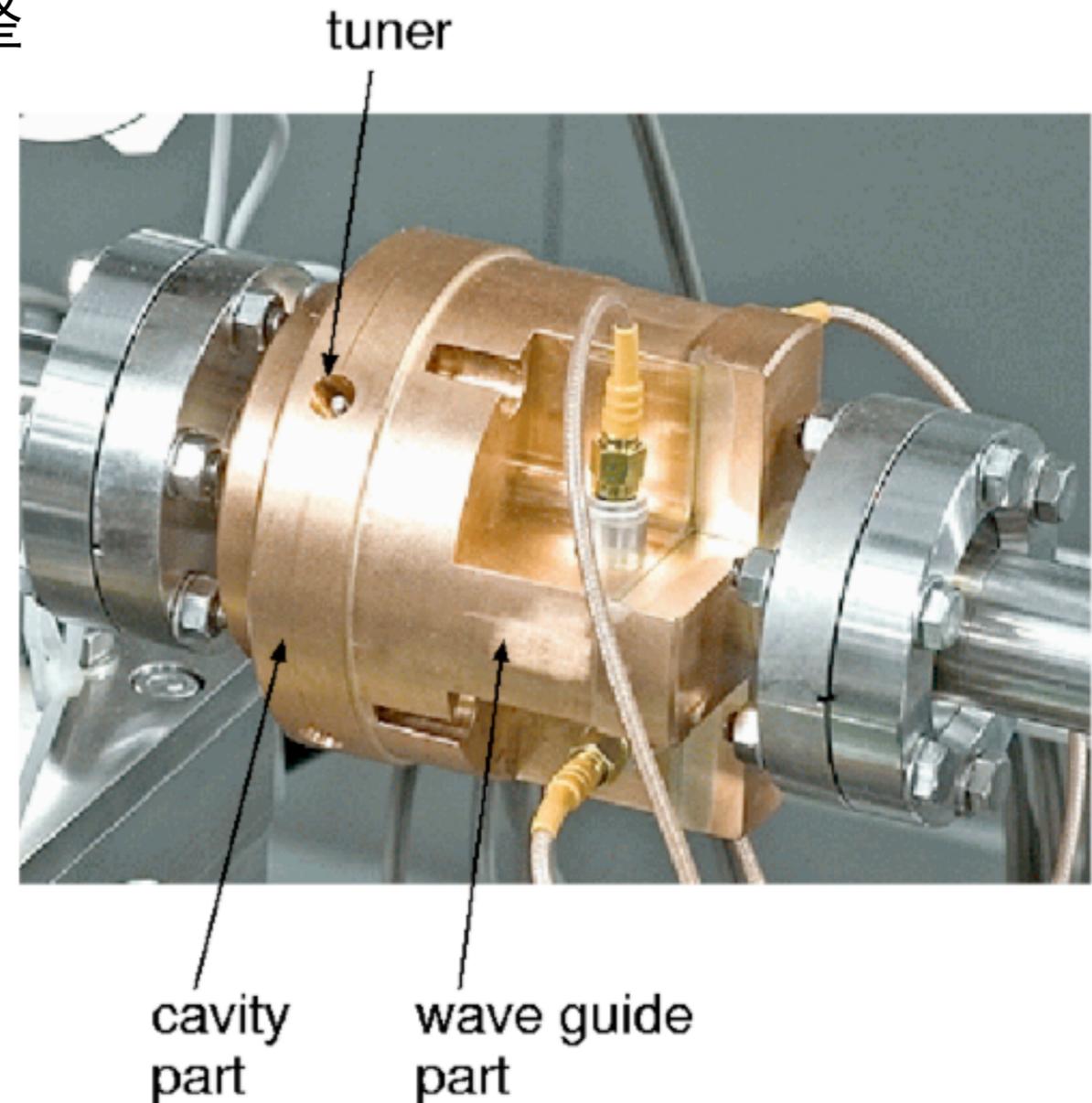
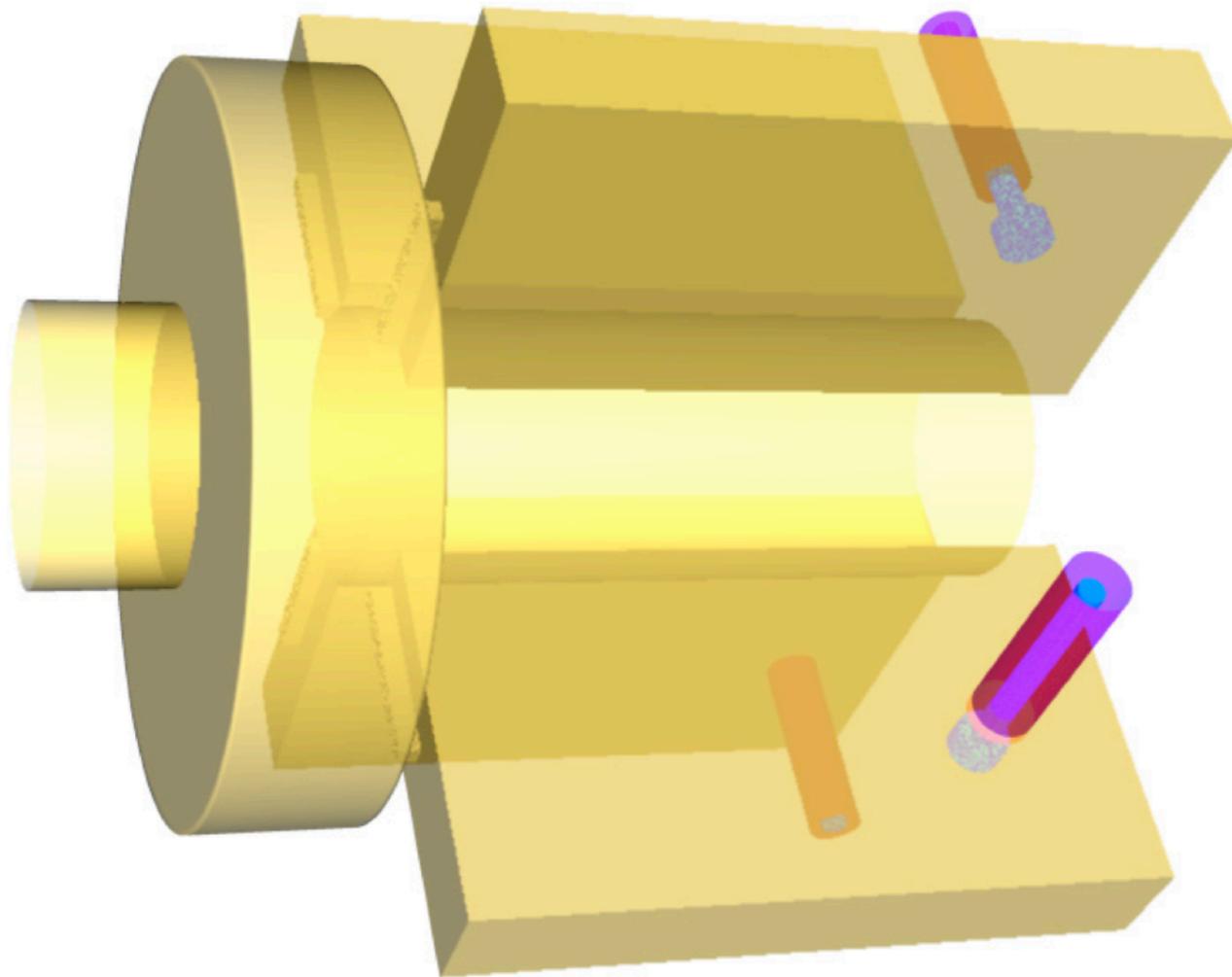


- モノポールや直交方向のダイポールとは結合しない。
- モノポールTM010は導波管のカットオフ
- スロットの固有モード形状への影響は小さい。



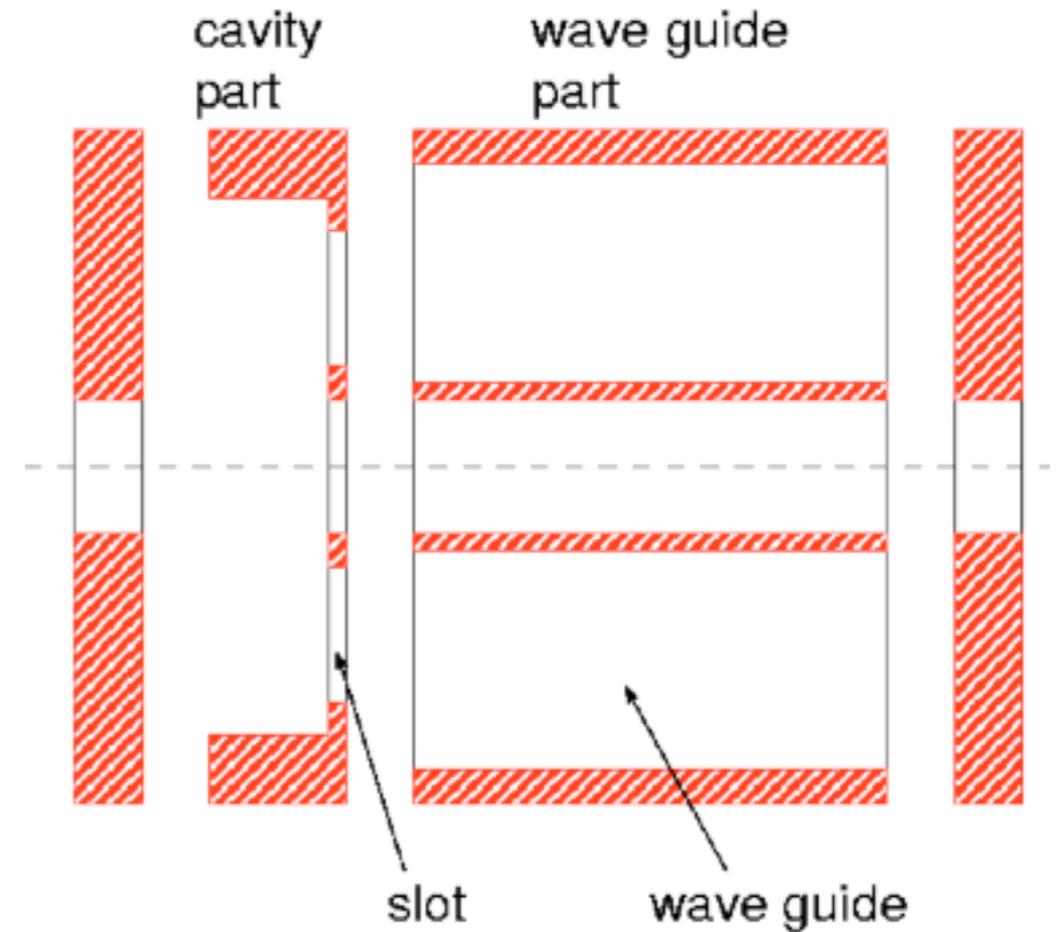
BPMの構造

- 円筒空洞
- スロットカップリング
 - 対称性を考慮し4ポート。原理的にはXYの2ポートでも良い。
- 導波管から同軸ケーブルに変換して取り出し。
- 時定数(QL)は、スロットのサイズで調整



部品

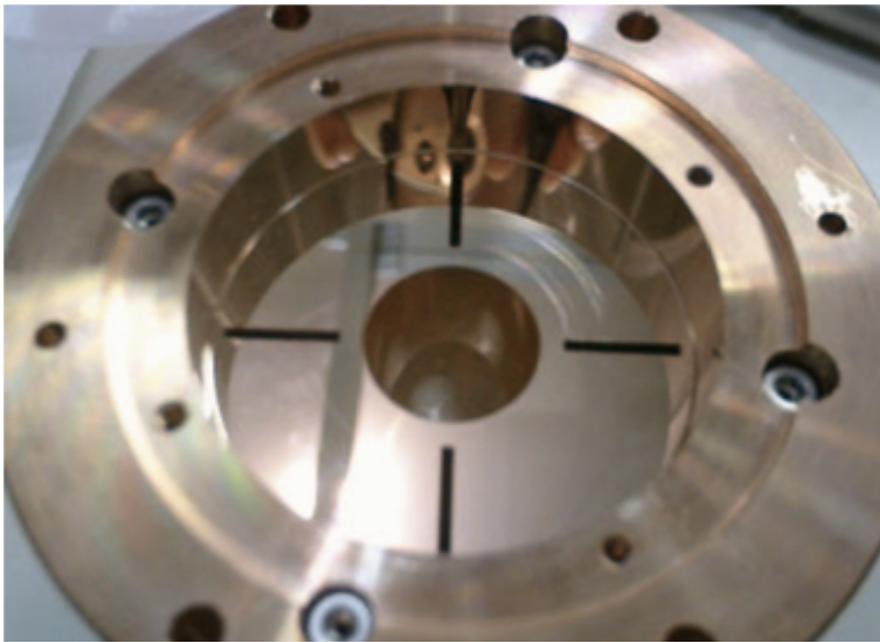
- 割とパーツは少ない。
 - 空洞部は旋盤加工
 - スロットを放電加工
 - 導波管部は放電加工
 - 両側の蓋
 - フランジ
 - 同軸アンテナフィードスルー
 - チューナーピン



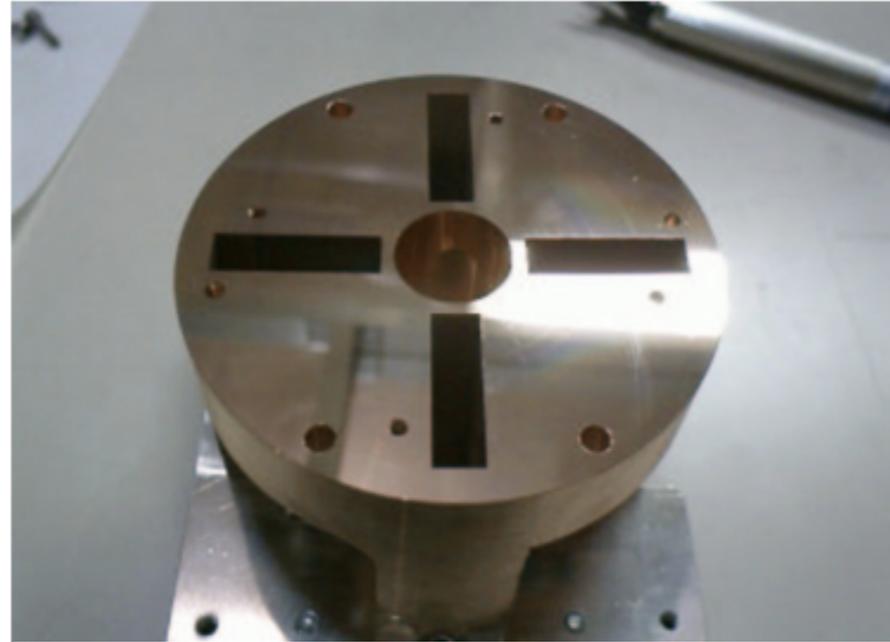
- ATF2での量産時 (PALとの共同研究)
 - これらを1回で銀ロウ付け(チューナー, フィードスルー, フランジも)
 - しかも4空洞を同時ロウ付け

部品

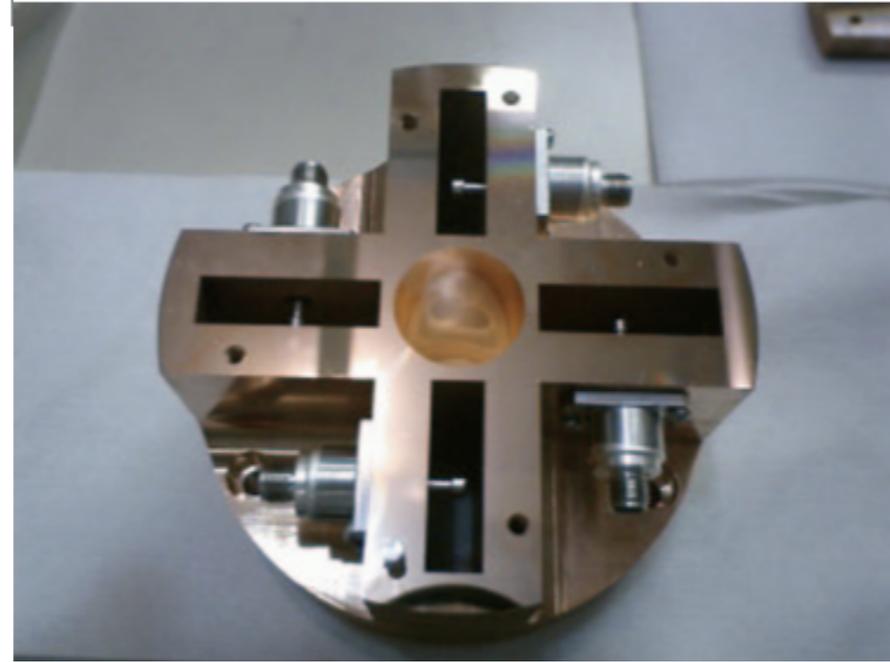
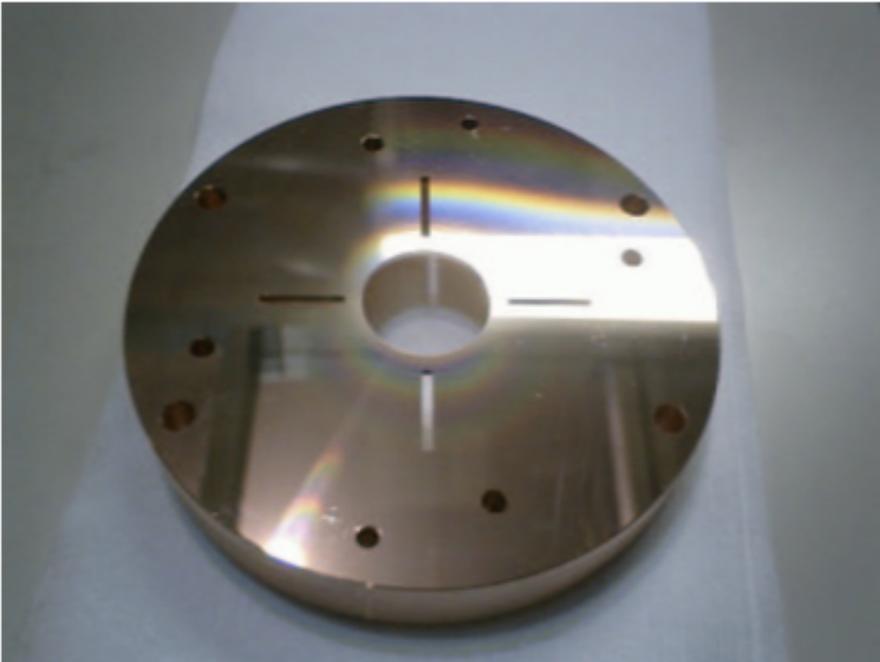
空洞部



導波管部

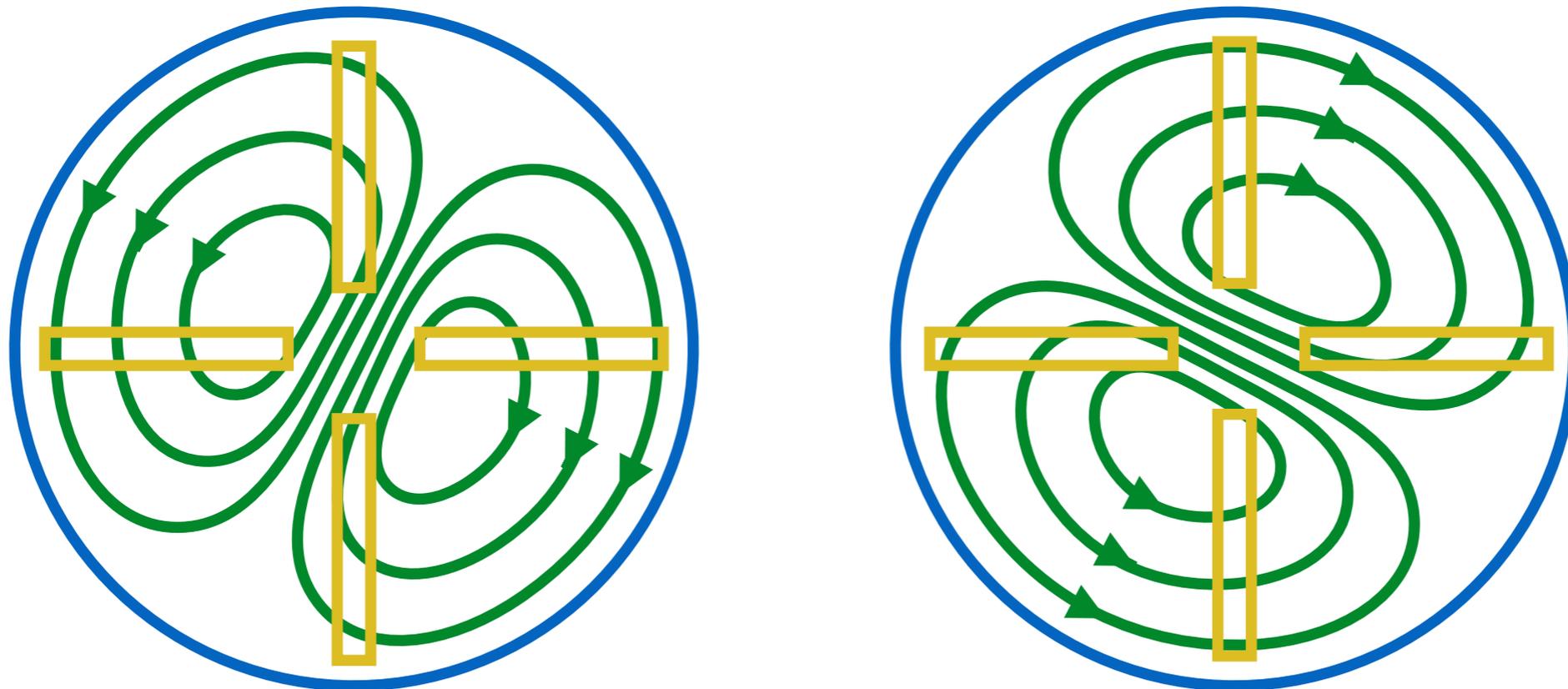


前後端版



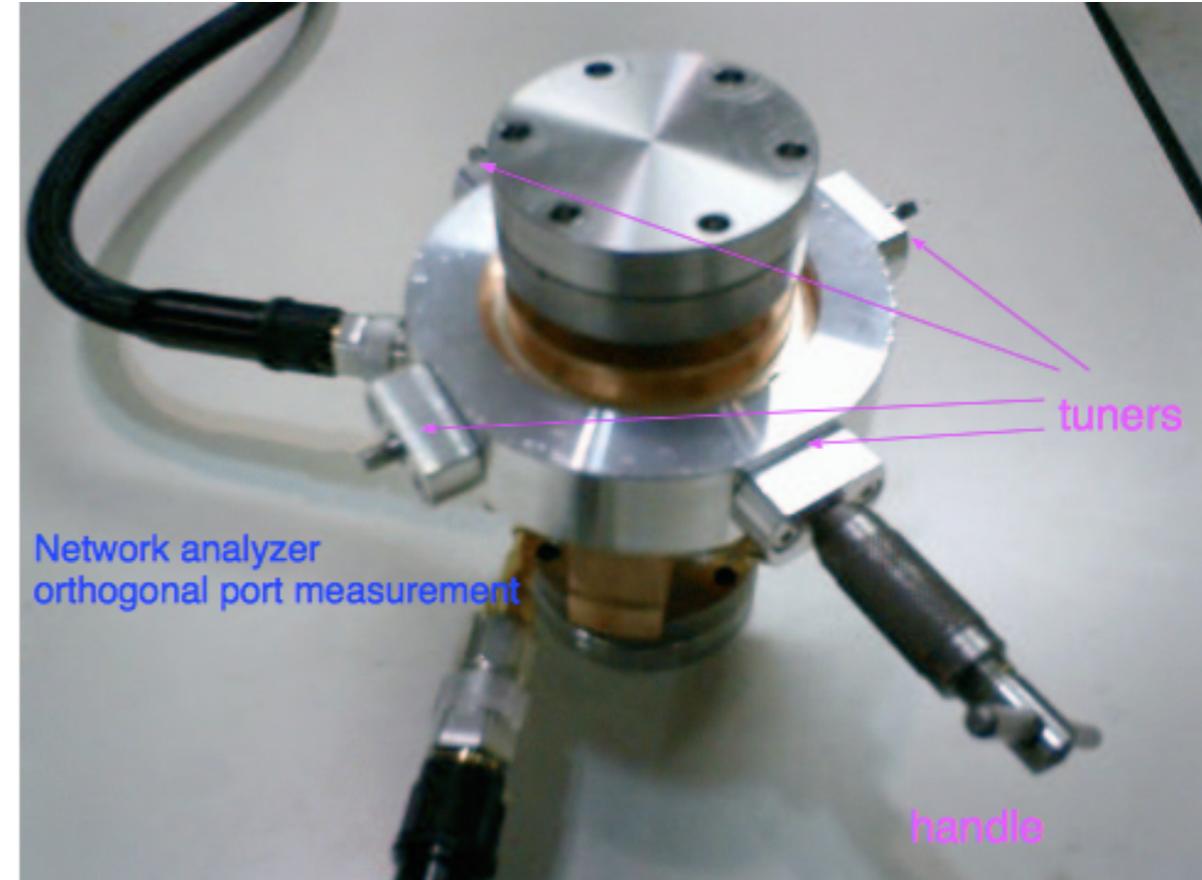
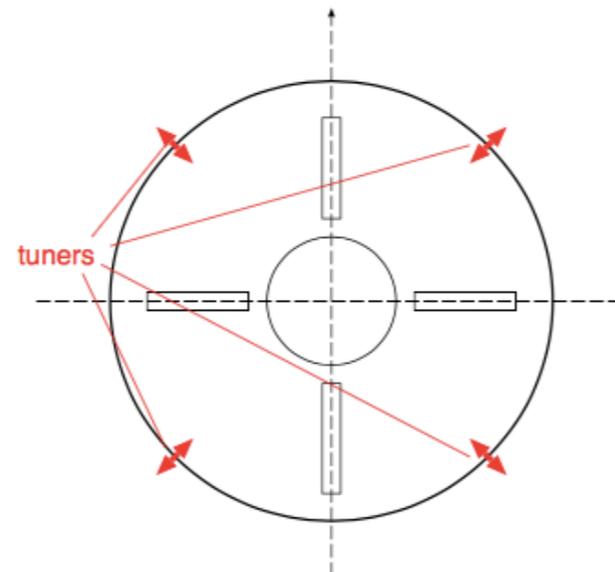
XY混合

- 円筒空洞の場合、X方向とY方向のダイポールモードは縮退している。
- 円筒対称性が僅かに崩れると、
 - 縮退が解ける
 - そのときの固有モード軸は、X,Y方向(スロットの方向)とは限らない。
- 水平、垂直の信号が混ざってしまう。
- これを完全に回避するには、矩形空洞にして、周波数を分離。



空洞の調整

- 円筒空洞側面の4箇所を押し引きするチューナー
 - 周波数を調整する。
 - XY混合を最小化する。(こっちが優先)
- ネットワークアナライザで、X-port to Y-portの透過を測定
 - 透過率を最小に。
 - 典型的に、-25dB(製作後) -> -50dB (調整後)

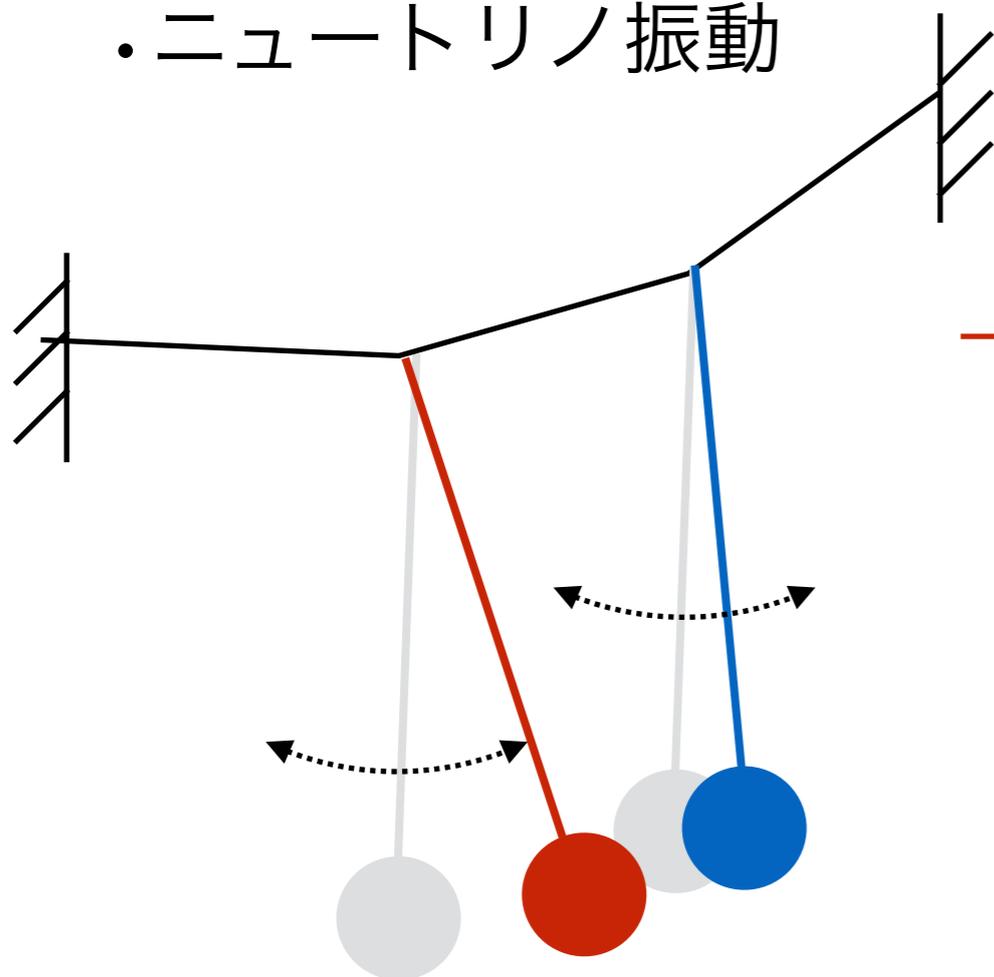


XY混合

- 2つの固有モードがあって、
 - 励起の状態と、
 - 時間発展の固有状態が僅かに異なる。

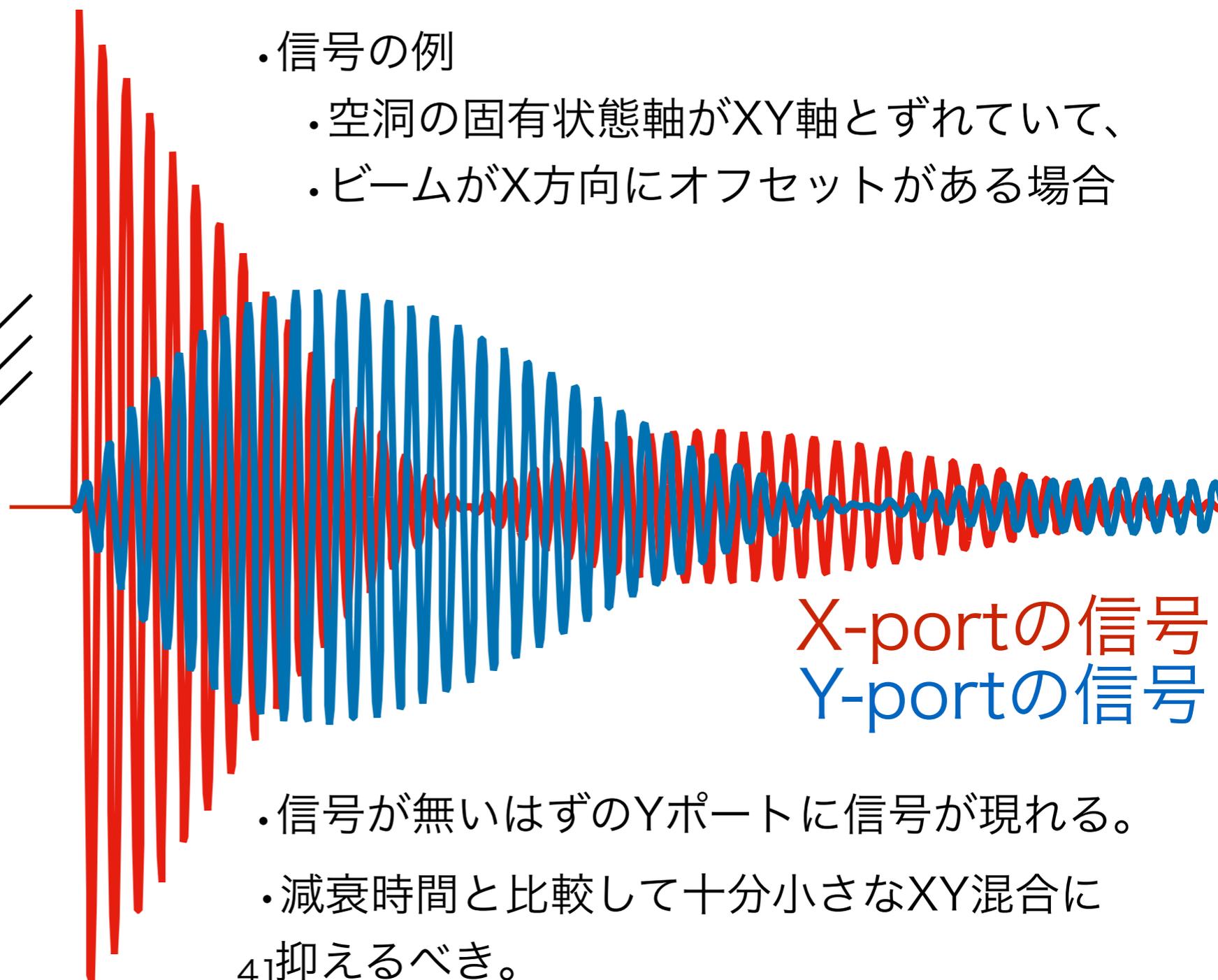
• アナロジー

- 連成振り子
- ニュートリノ振動



• 信号の例

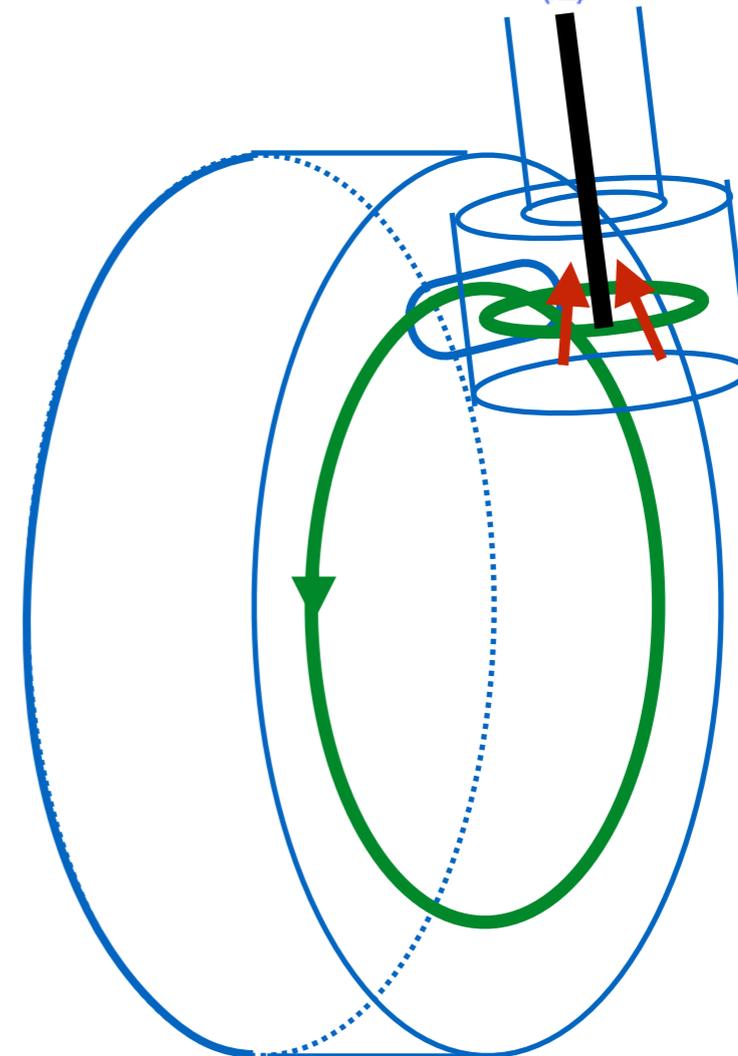
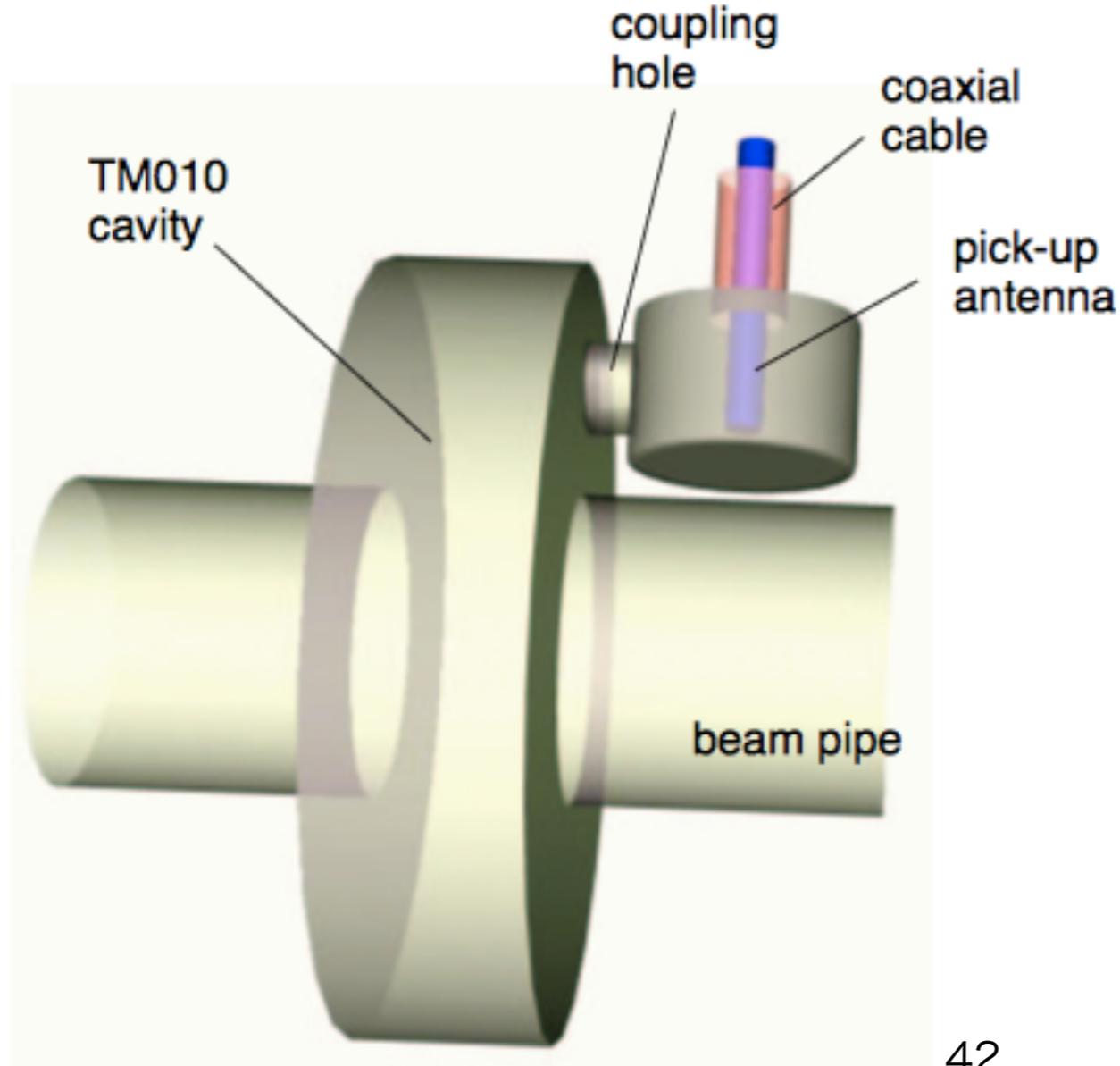
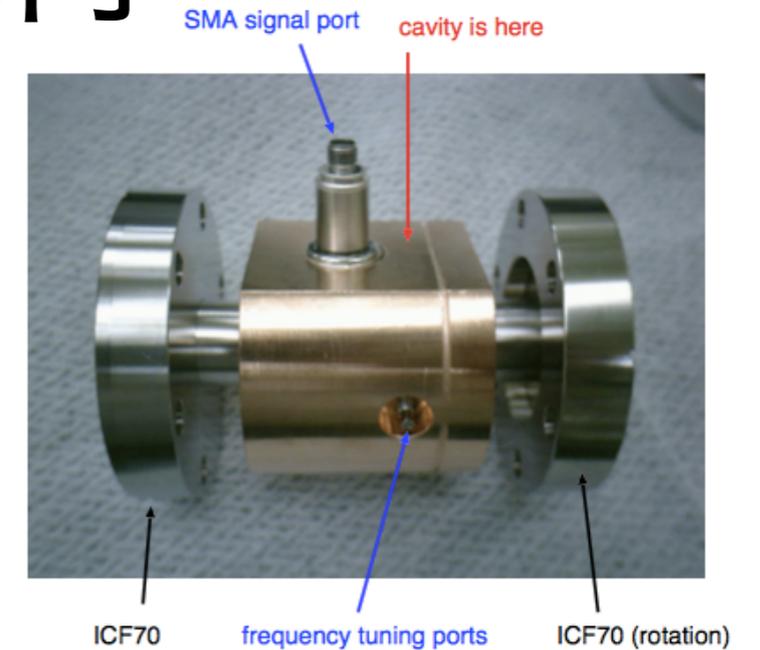
- 空洞の固有状態軸がXY軸とずれていて、
- ビームがX方向にオフセットがある場合



- 信号が無いはずのYポートに信号が現れる。
- 減衰時間と比較して十分小さなXY混合に抑えるべき。

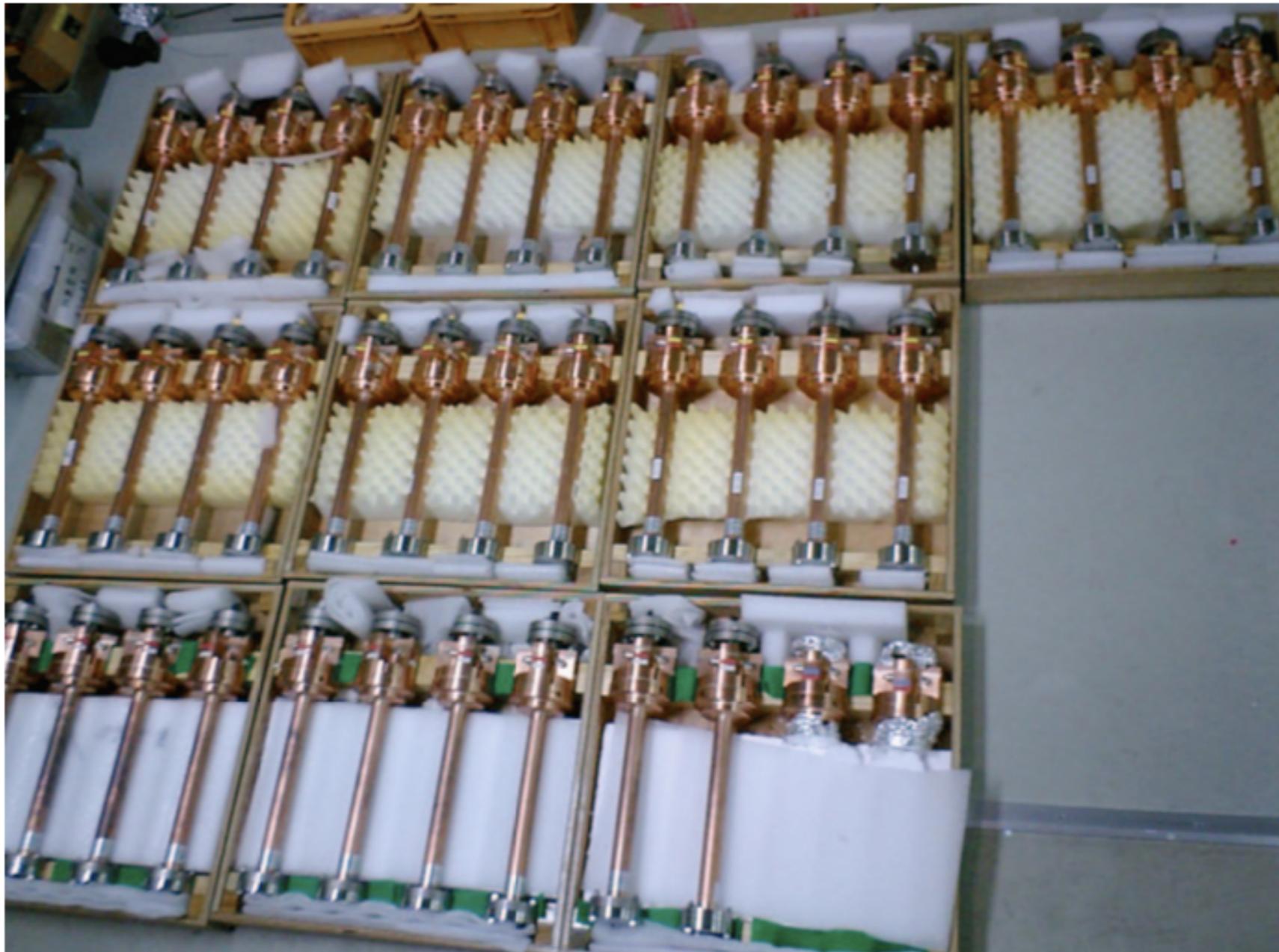
レファレンス空洞

- モノポールモードの周波数をBPM空洞と合わせた空洞。
 - バンチ電荷の効果を規格化
 - バンチ長の効果も規格化(BPM空洞と同じだけ受ける。)
- ある意味、どんなんでも良い。
- 各BPM空洞に一体化でも良い。
- ATFではBPM空洞と同じ手順で作れる簡単な構造とした。



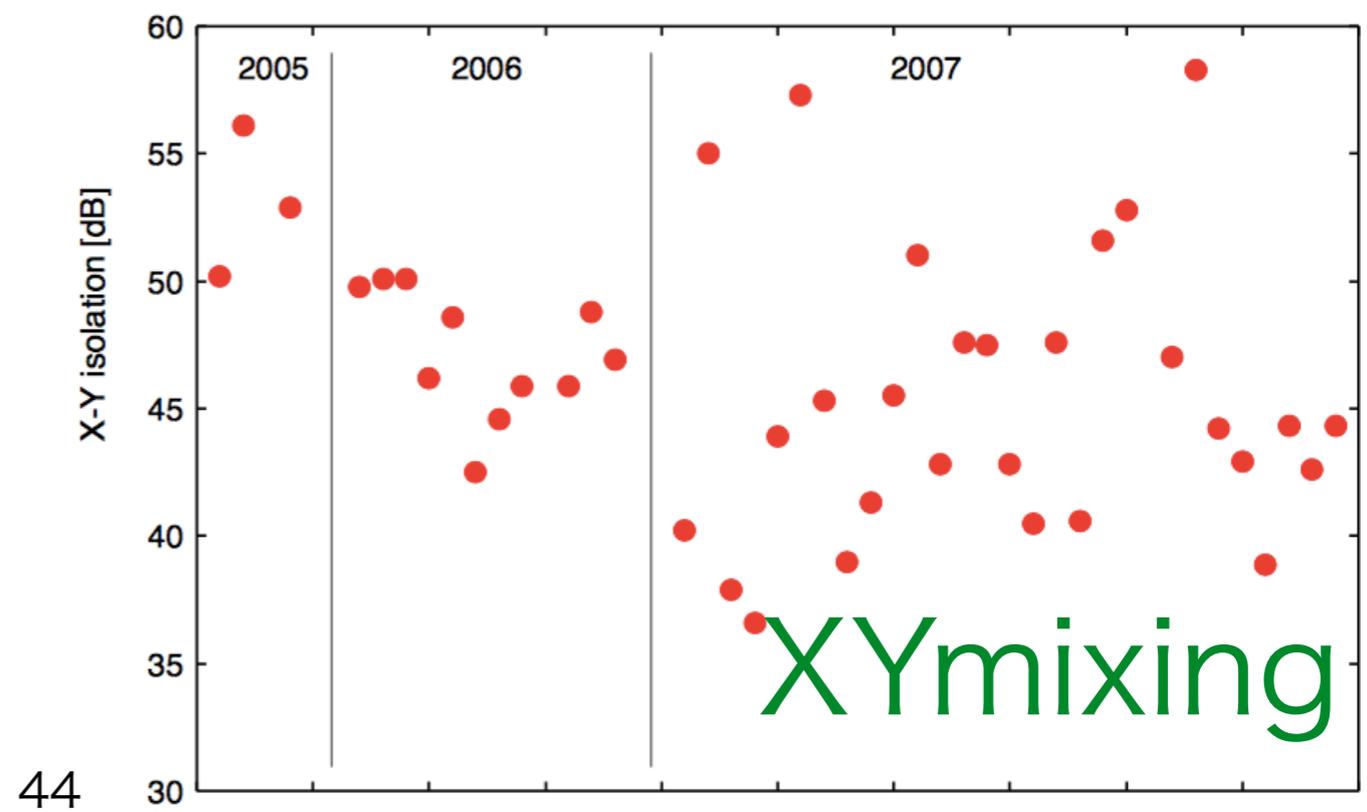
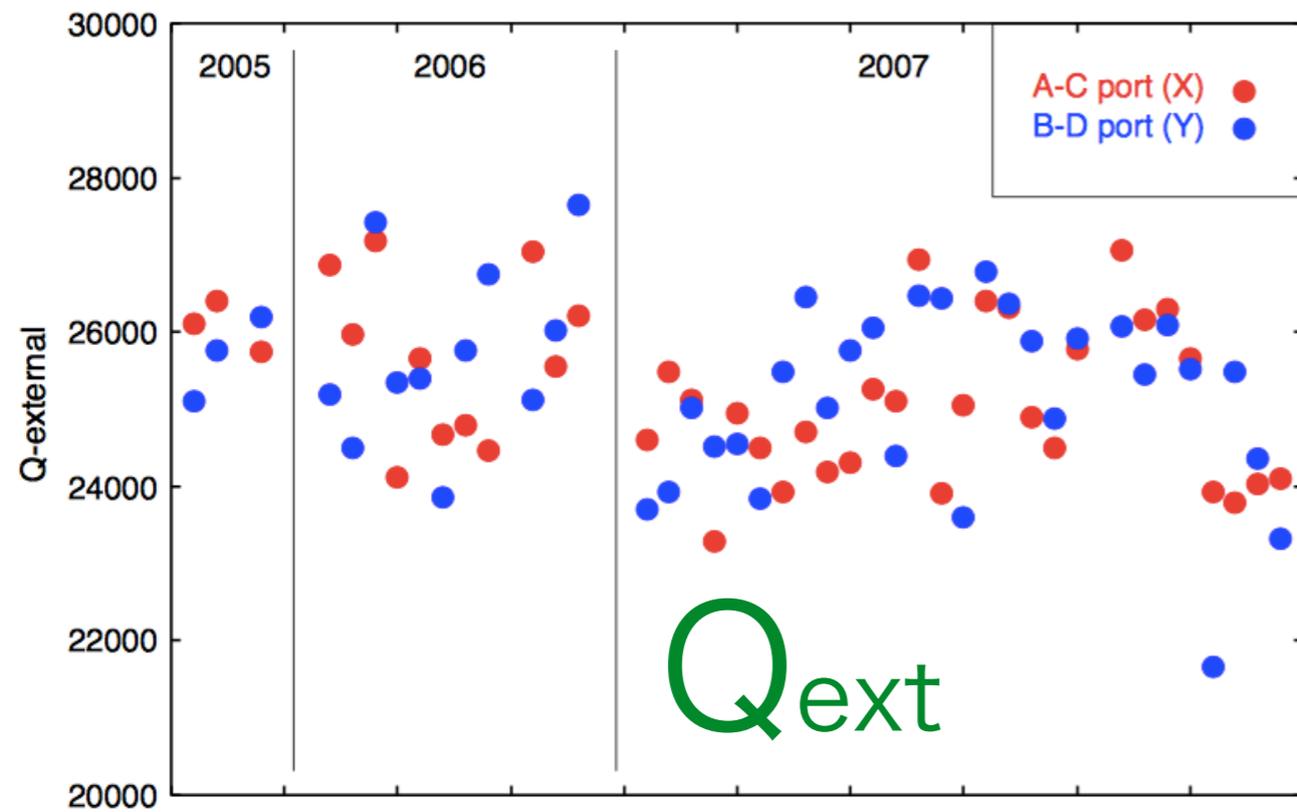
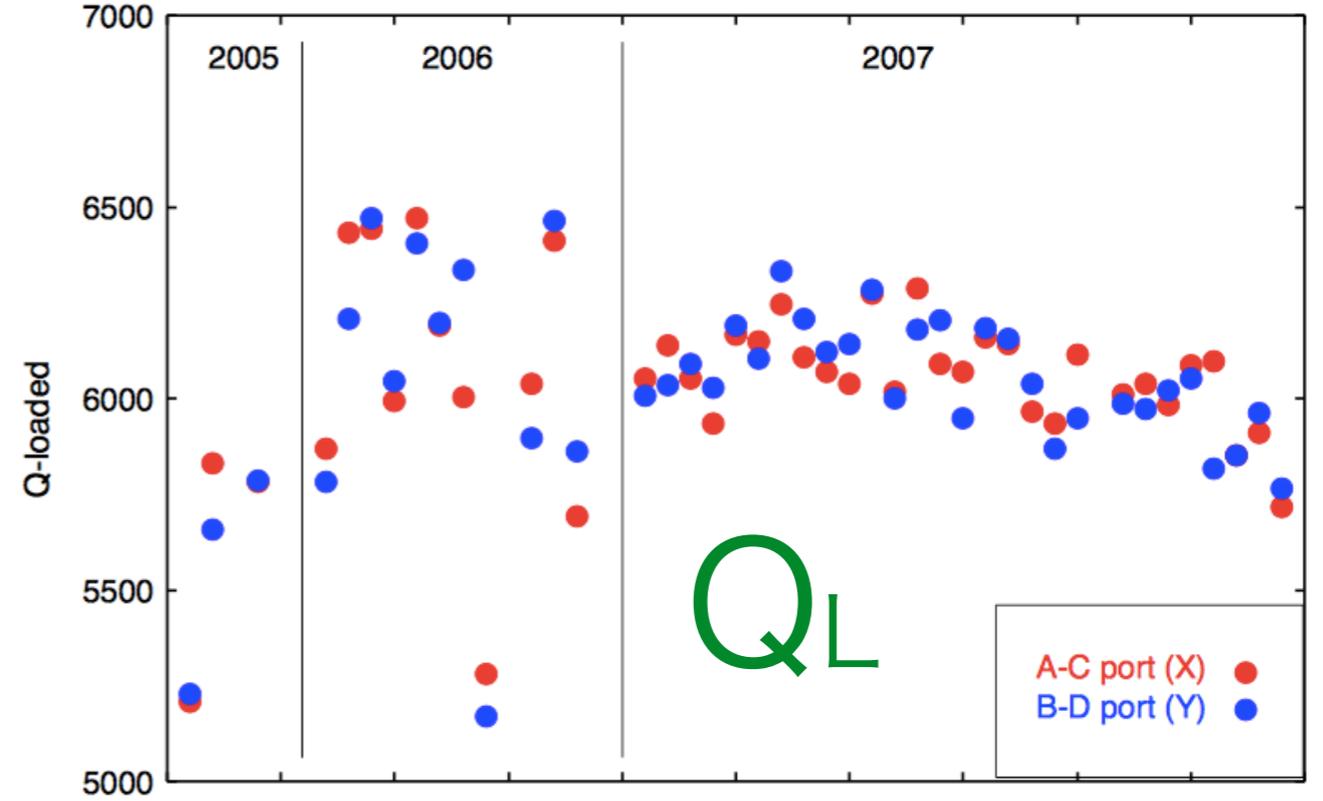
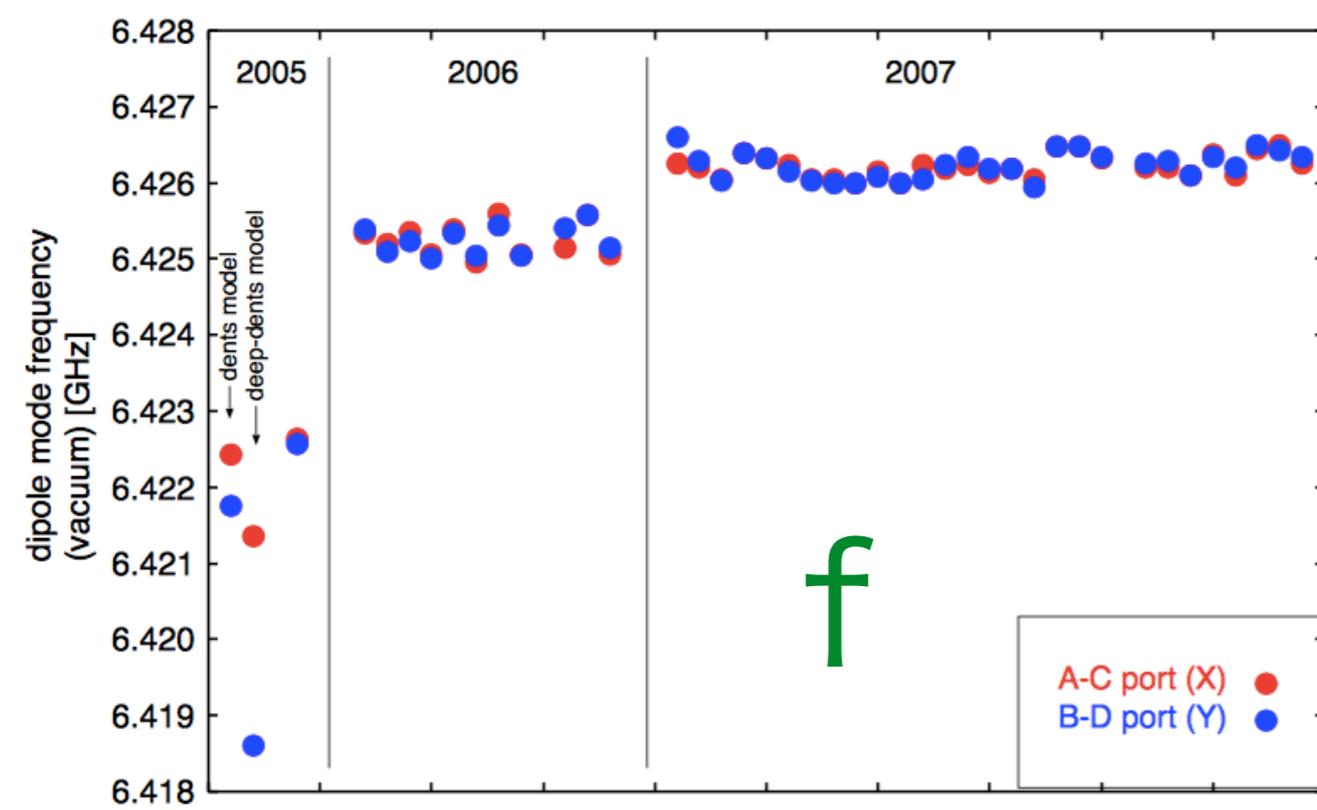
量産

- ATF2では、34台のBPM空洞(42台)を製作した。
 - KEKでの試験機製作とビーム試験をもとに、空洞形状を決定
 - PALで量産のためのロウ付け工程試験 (PAL所内の真空炉でロウ付け)



量産性能

• KEKで受け取り後にRF測定した結果

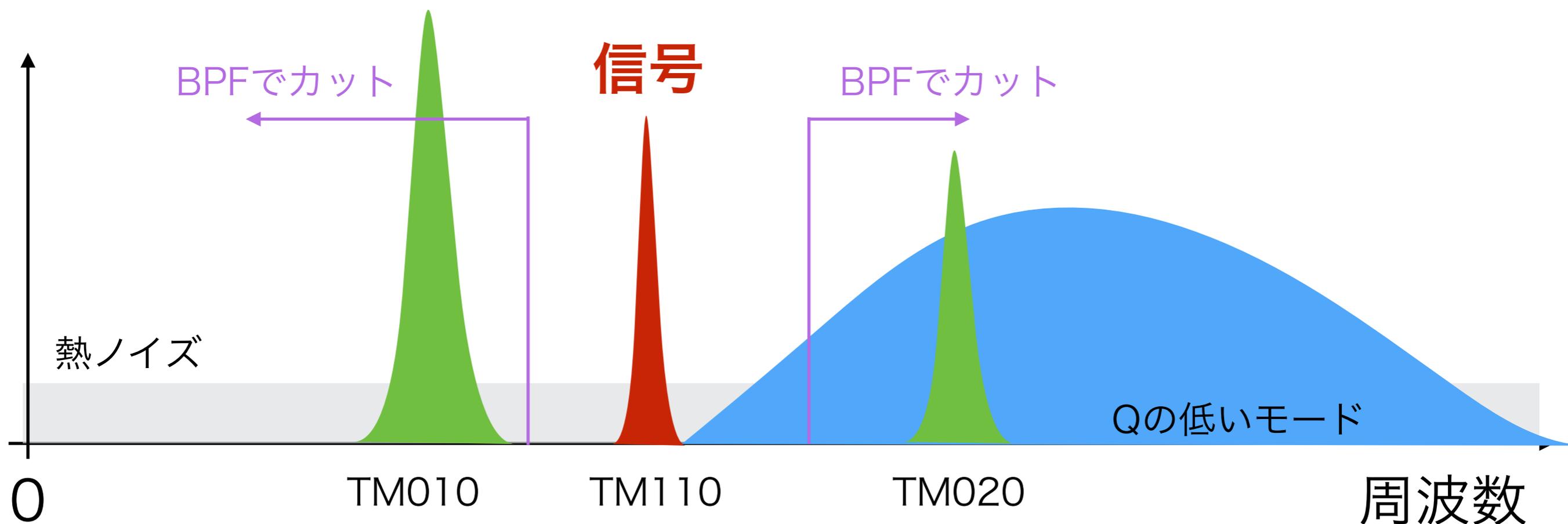


空洞BPMの信号検出

- RF回路部品で高感度の回路を自作できる。ラジオを作る要領。
- 開発段階ではビーム試験を繰り返して遊んだ。
- この部分もOH006とほぼ同じ内容

BPM空洞からの信号

- ダイポールモード信号だけを、位相情報を持って検出したい。



- ダイポールモード信号以外にも様々なノイズが発生する。
 - モノポールモード(強く励起し、ビーム位置に依存しない。)
 - Qが低い多くの高次のモード(transient)
 - 熱ノイズ(一様)
- 空洞BPMは狭帯域なので、帯域を狭めることでノイズを除去できる。

熱雑音

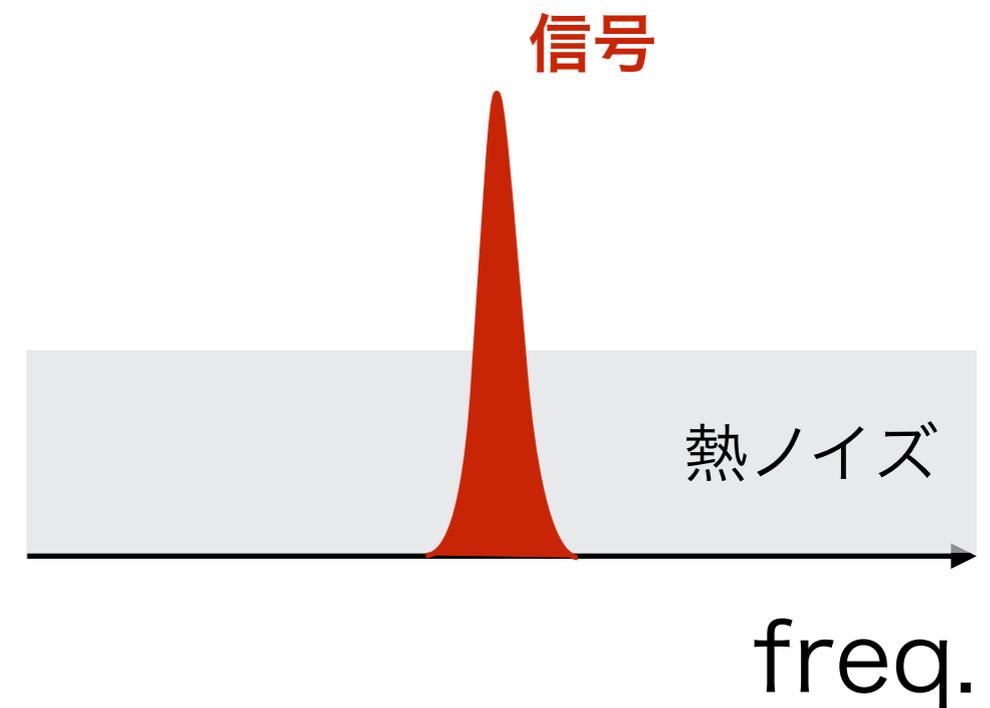
- 原理的に、温度があれば電子の動きによるランダムなノイズがある。周波数一様。

Thermal Noise のパワー [W]

$$p_{TN} = k_B T f_{BW}$$

抵抗Zでの電圧に換算すると [V]

$$V_{TN} = \sqrt{4k_B T Z f_{BW}}$$



T: 温度, k_B :ボルツマン定数

- 小さな信号までノイズに埋もれずに検出するには、

- 検出のバンド幅 f_{BW} を狭める。

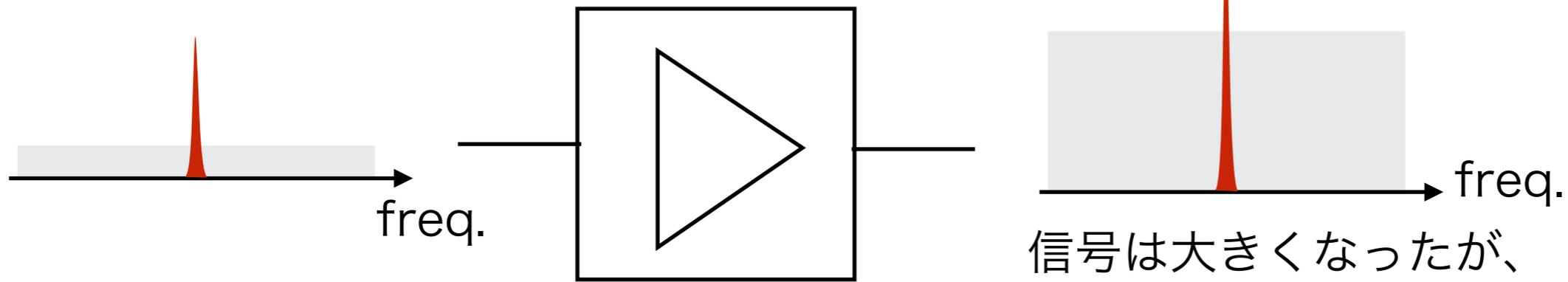
- (冷やす。)

空洞信号が狭帯域であることが有効
(バンド幅を狭めても信号は損しない)

雑音指数

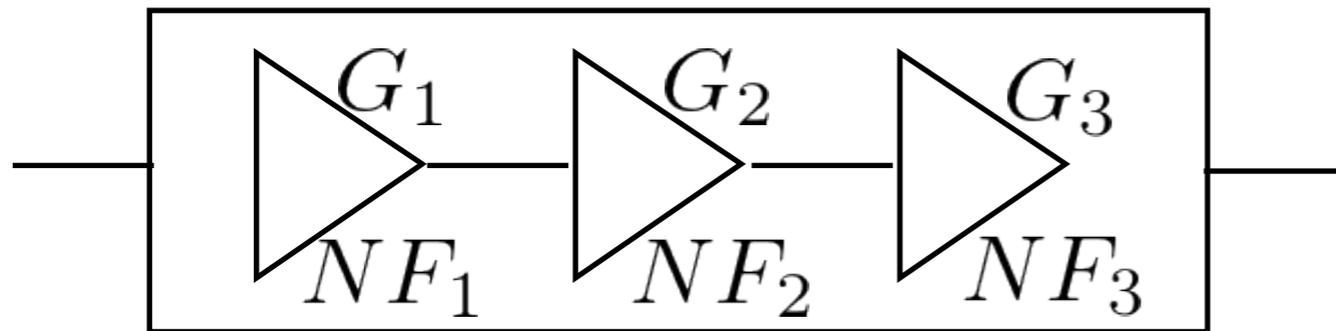
- アンプは、信号を増幅すると同時に、余計なノイズを加える。
- 雑音指数(Noise Figure) : 信号雑音比SNRの変化
 - 理想的な場合、 $NF=1$ (0dB)

$$NF = \frac{SNR_{in}}{SNR_{out}}$$



信号は大きくなったが、
S/Nは悪くなった。

- 多段の場合



- 初段をNFが良くゲインが高いものにするのがポイント

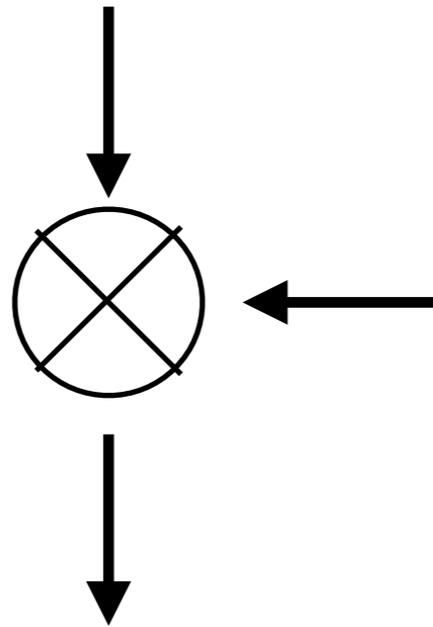
$$NF_{total} = NF_1 + \frac{NF_2 - 1}{G_1} + \frac{NF_3 - 1}{G_1 G_2} + \dots$$

周波数変換

Sig. 6426MHz

・RFを直接、波形レコードできない。

L.O. 6446MHz

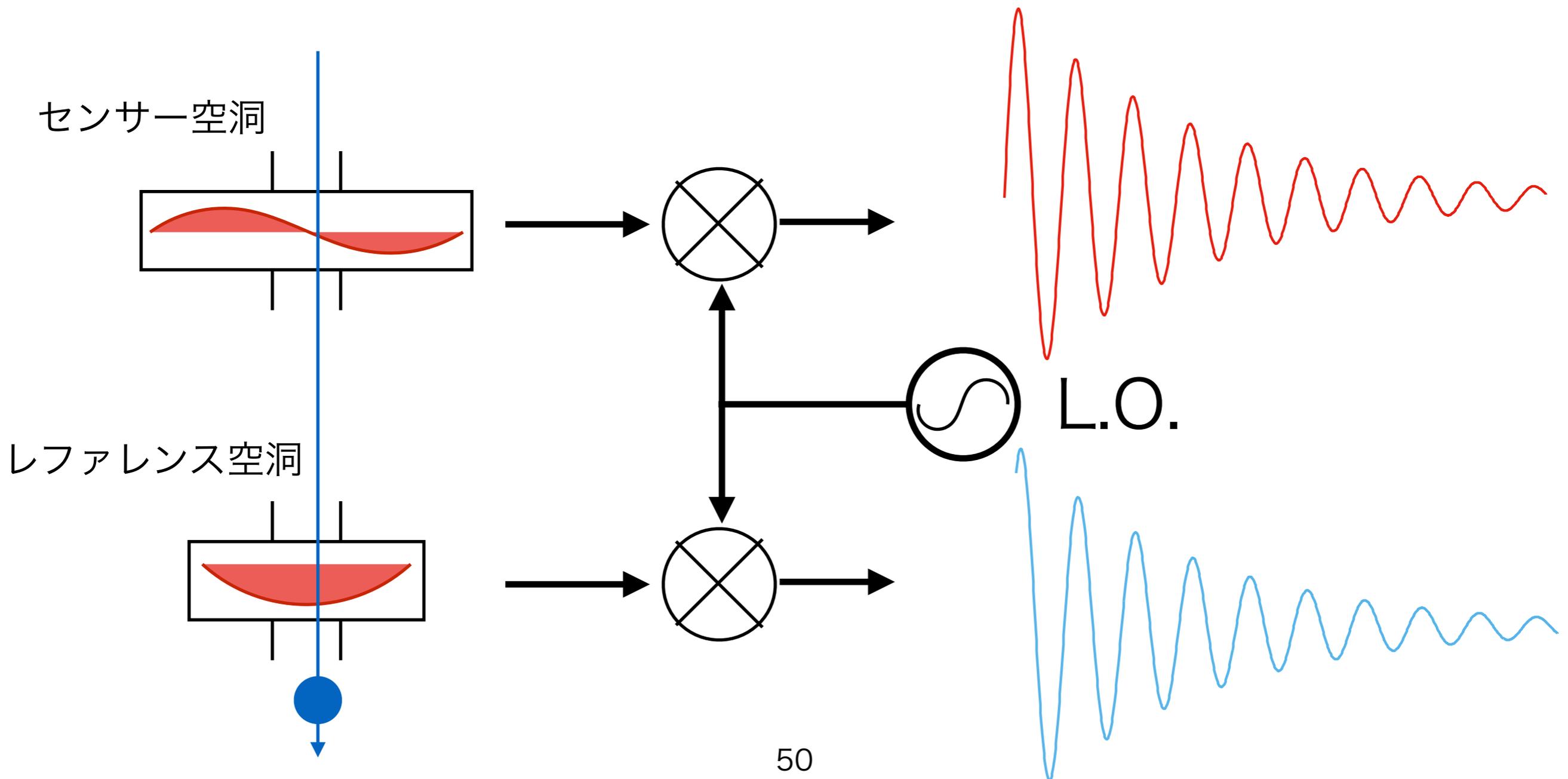


- ・ダウンコンバートするのが定石
 - ・Sig.とL.O.の差周波数を得る。
- ・波形をサンプルできる。
 - ・位相の情報が取れる。
- ・狭帯域のフィルタができる。

20MHz

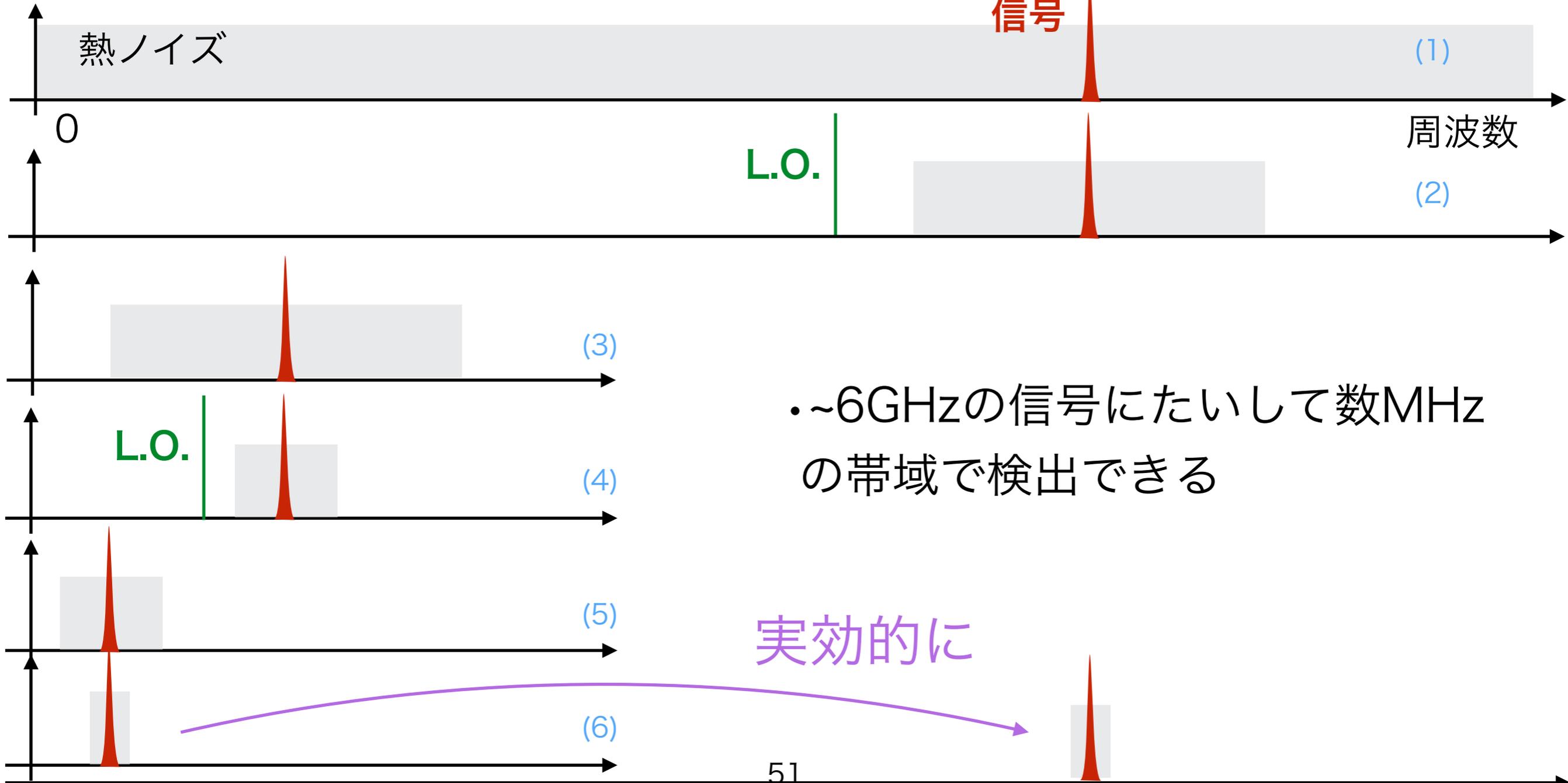
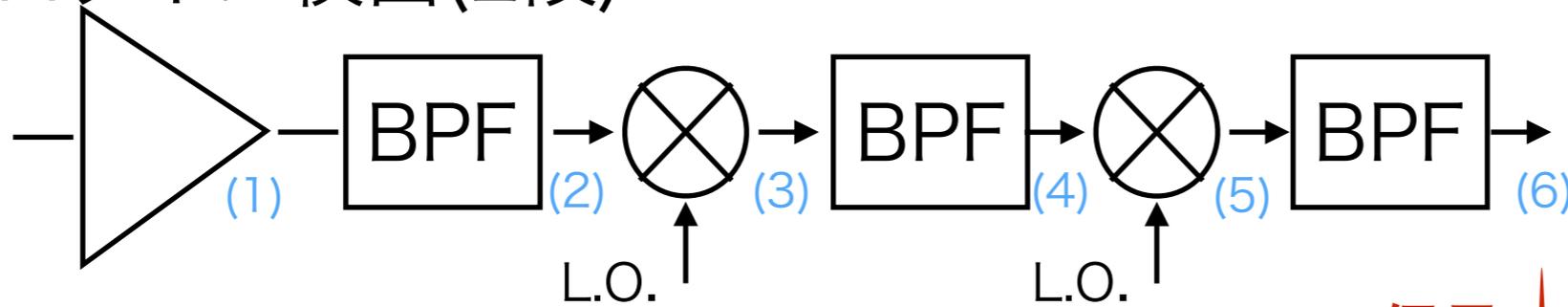
位相検出

- 共通のL.O.によるダウンコンバートで相対的な位相関係は保たれる。
- L.O.がビームタイミングと位相同期していれば、絶対的な位相も安定する(必ずしも必要ではない)。



狭帯域化のスキーム

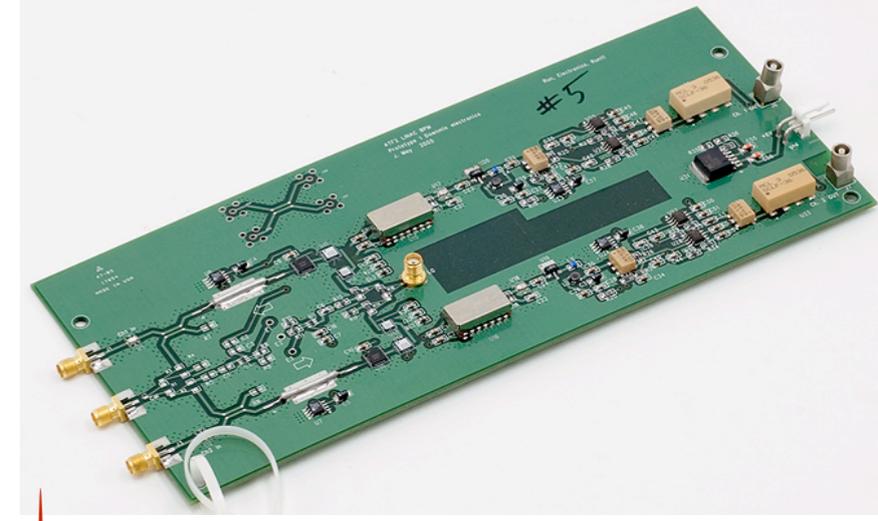
・ヘテロダイン検出(2段)



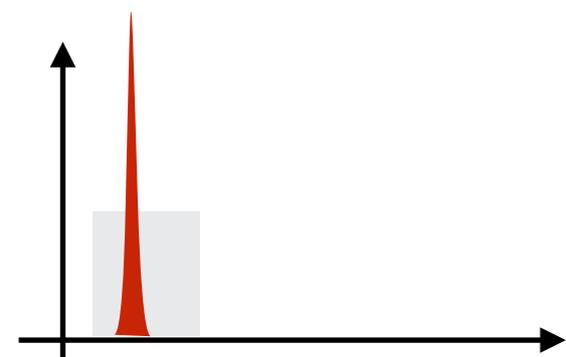
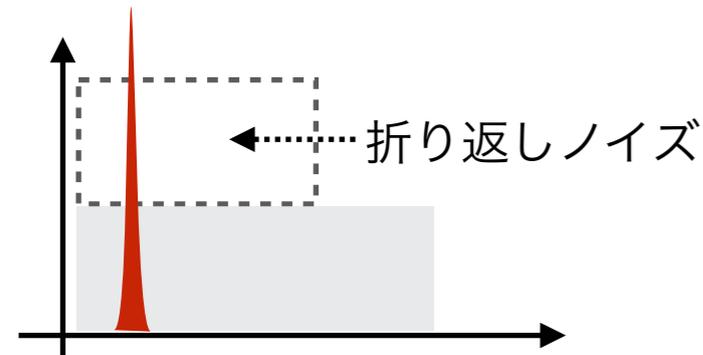
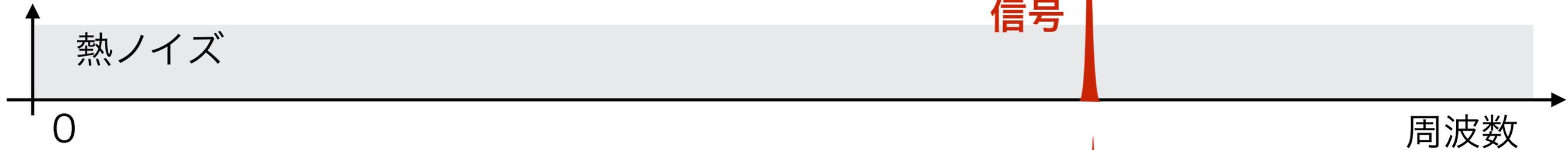
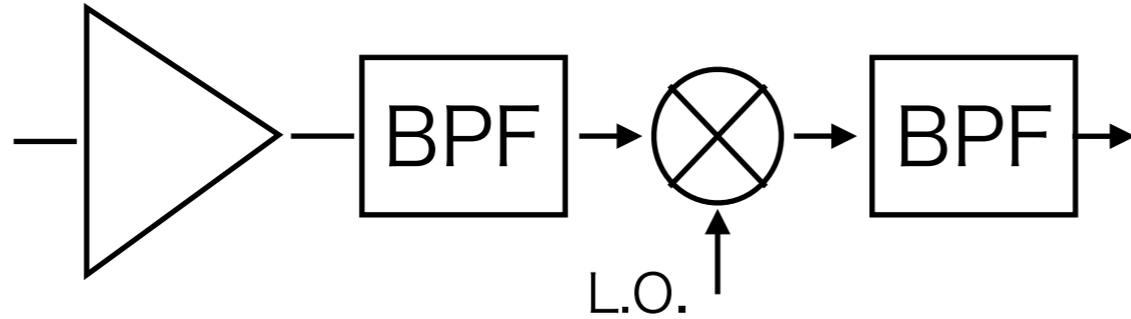
・~6GHzの信号にたいして数MHzの帯域で検出できる

実効的に

ATFでの例

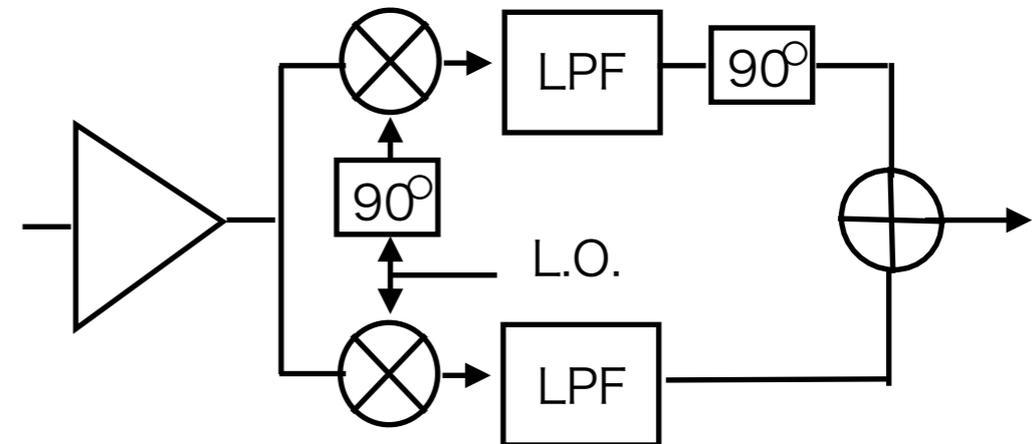


- 1段のシステムをプリント基板回路で量産。

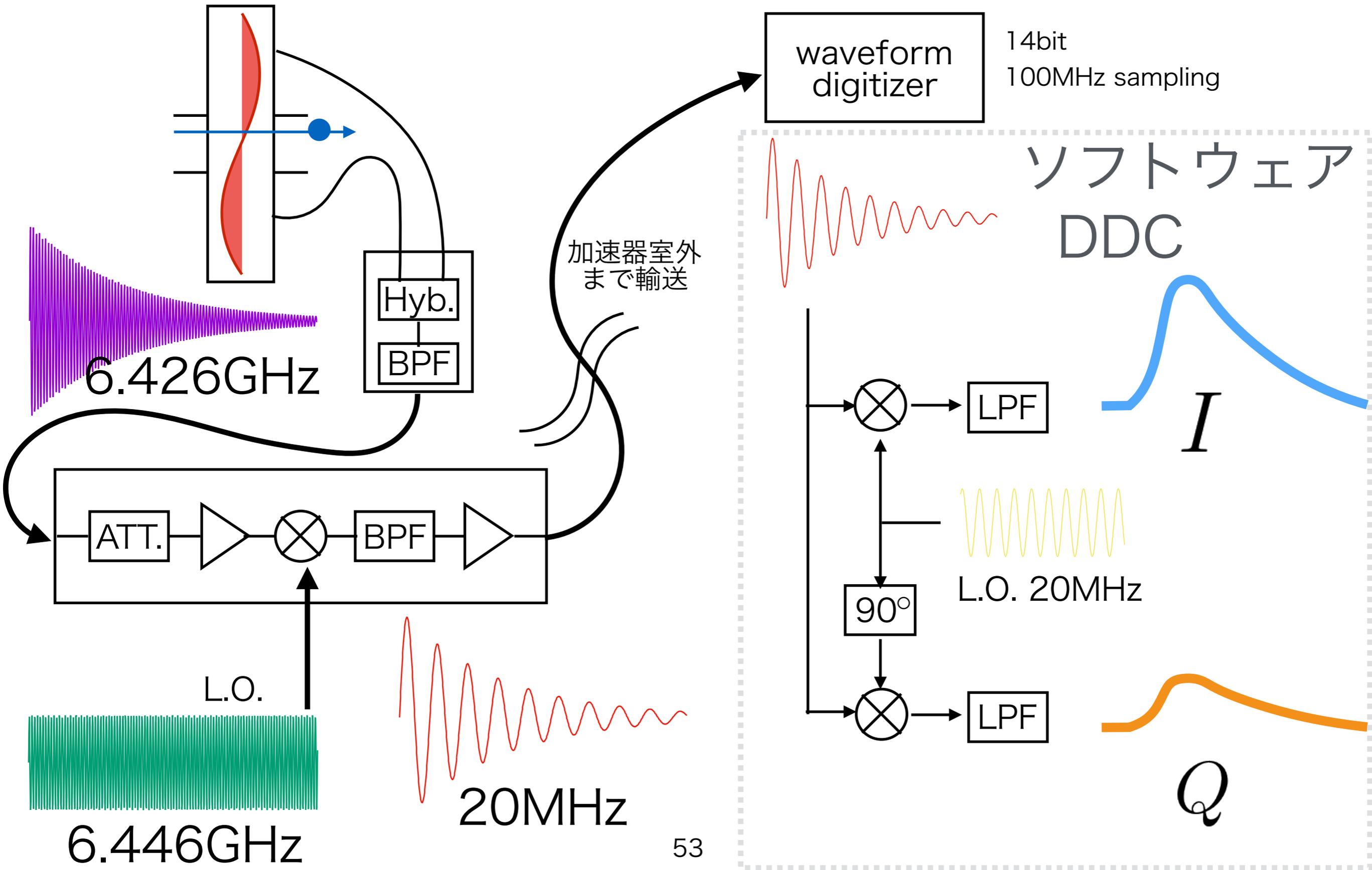


- イメージ除去ミキサで、折り返しノイズをうまくキャンセル

Image Rejection mixer



ATFのシステム

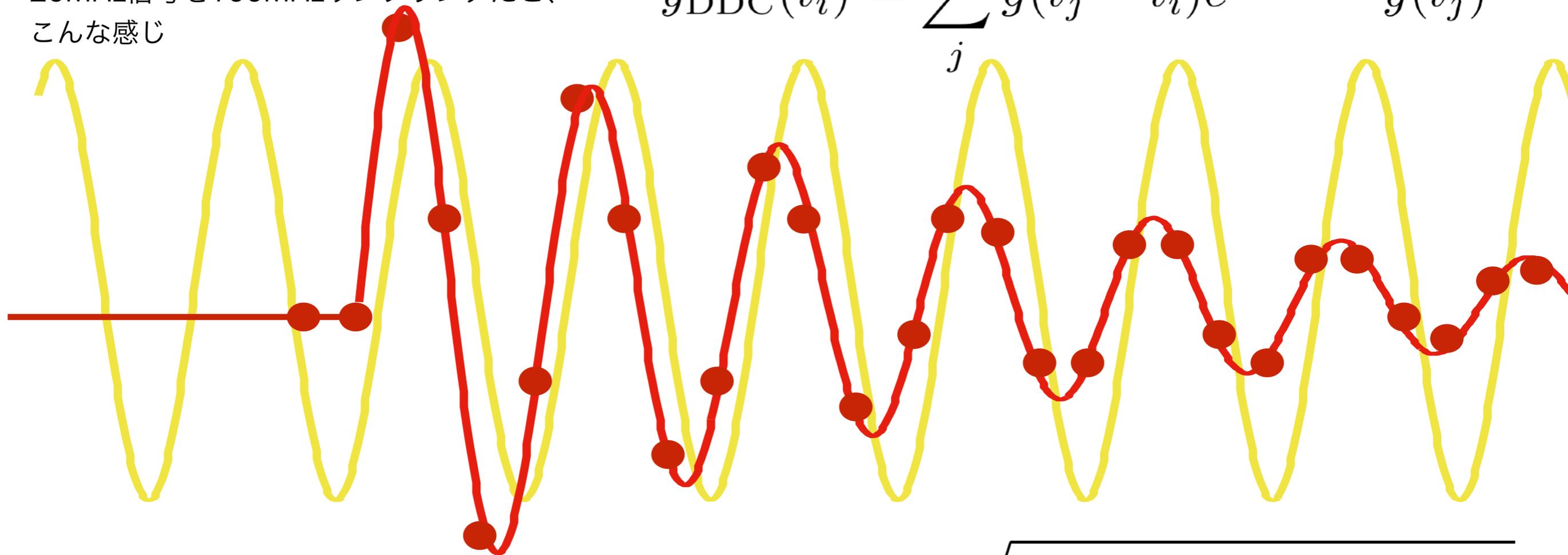


DDC

- Digital Down Conversion

- ソフトウェアとして実装した基準信号で、各サンプル点を位相検出する。

20MHz信号を100MHzサンプリングだと、
こんな感じ



$$y_{\text{DDC}}(t_i) = \sum_j g(t_j - t_i) e^{i\omega_{\text{DDC}} t_j} y(t_j)$$

ガウシアンフィルタ

- 振幅と位相が得られる。

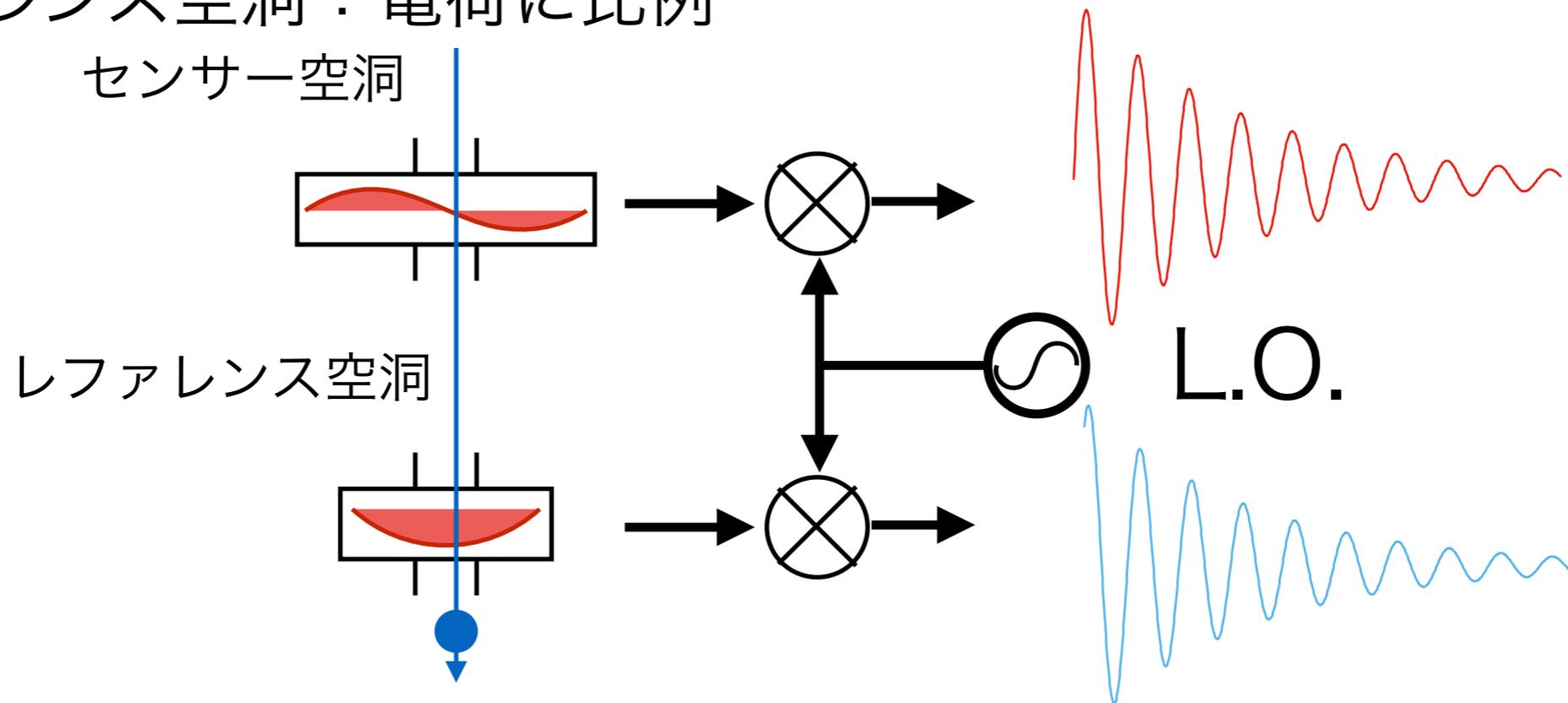
$$A(t_i) = \sqrt{y_{\text{DDC}}(t_i) \cdot y_{\text{DDC}}^*(t_i)}$$

$$\phi(t_i) = \arctan \left[\frac{\text{Im}(y_{\text{DDC}}(t_i))}{\text{Re}(y_{\text{DDC}}(t_i))} \right]$$

規格化

- 直接の検出量

- センサー空洞：位置と電荷に比例、位相はレファレンス空洞と相対的
- レファレンス空洞：電荷に比例



- 規格化して、欲しい情報に直す。

- ビーム電荷で振幅を規格化

- 電荷が変わっても位置に影響しない。

- 相対的な位相

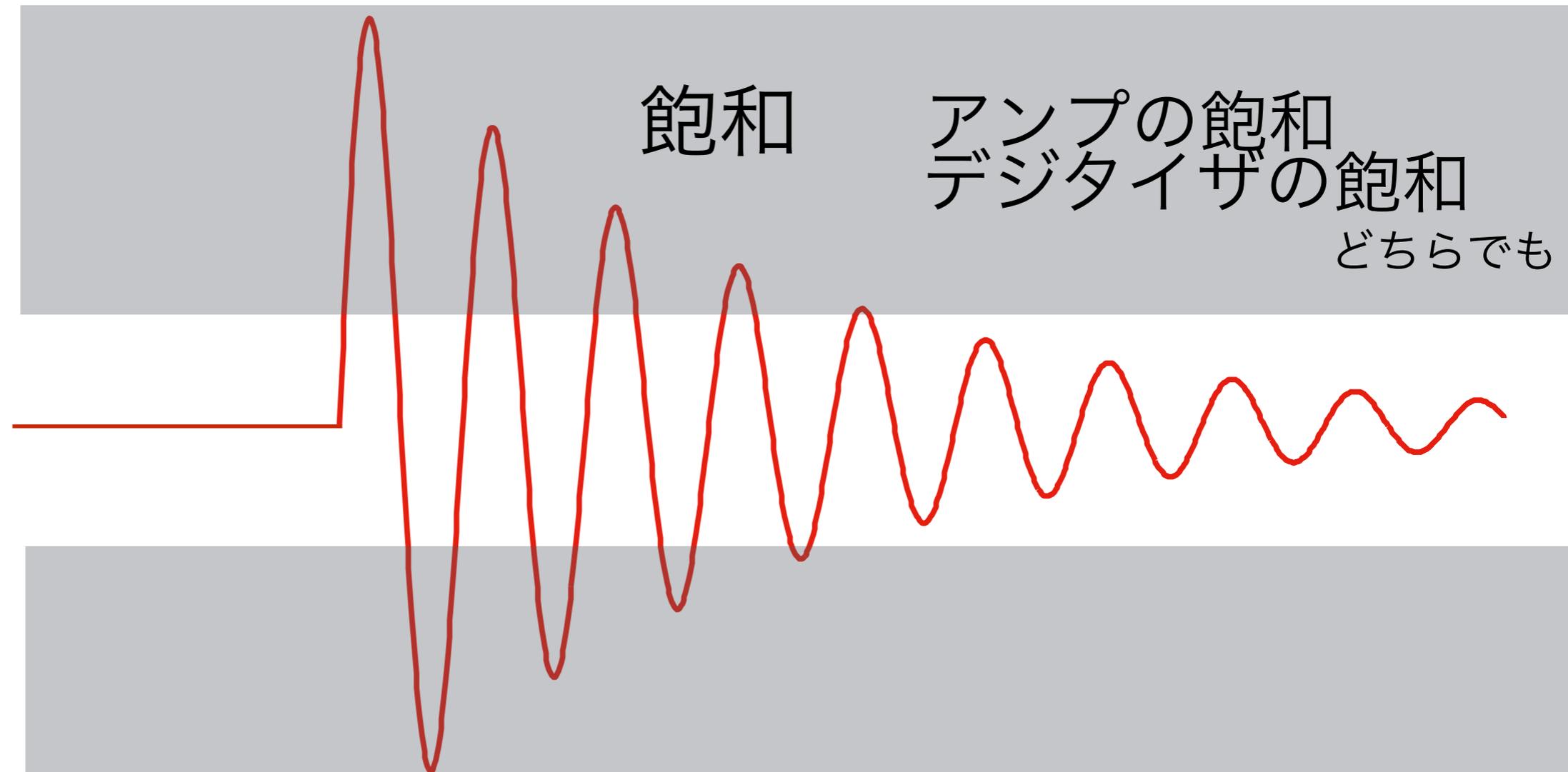
- レファレンス空洞を原点とする。

$$I = \frac{A_d}{A_r} \cos[\phi_d - \phi_r]$$

$$Q = \frac{A_d}{A_r} \sin[\phi_d - \phi_r]$$

ダイナミックレンジ

- 一般に、高分解能と大ダイナミックレンジは両立しにくい。
 - ゲインを上げると、すぐ飽和してしまう。
- 空洞BPMの利点。ピークが飽和しても、減衰の裾野を使える。
 - 分解能は多少落ちるが、ハードウェアを変えることなくレンジはいくらでもとれる。(アッテネータを足すとかも原理的には必要無い)。



キャリブレーション

- 原理的には、ビームを通す前から万全の準備をすることはできる。
 - 発生する信号パワーは計算できる。
 - 回路系のケーブル損失やゲインを測っておく。
 - ケーブル長とビーム飛行時間から相対的な位相はわかる。
- しかし、結局はビーム応答で校正する。

• やること

- 位置に感度がある位相を決める。
- 目盛りをつける。V → mm

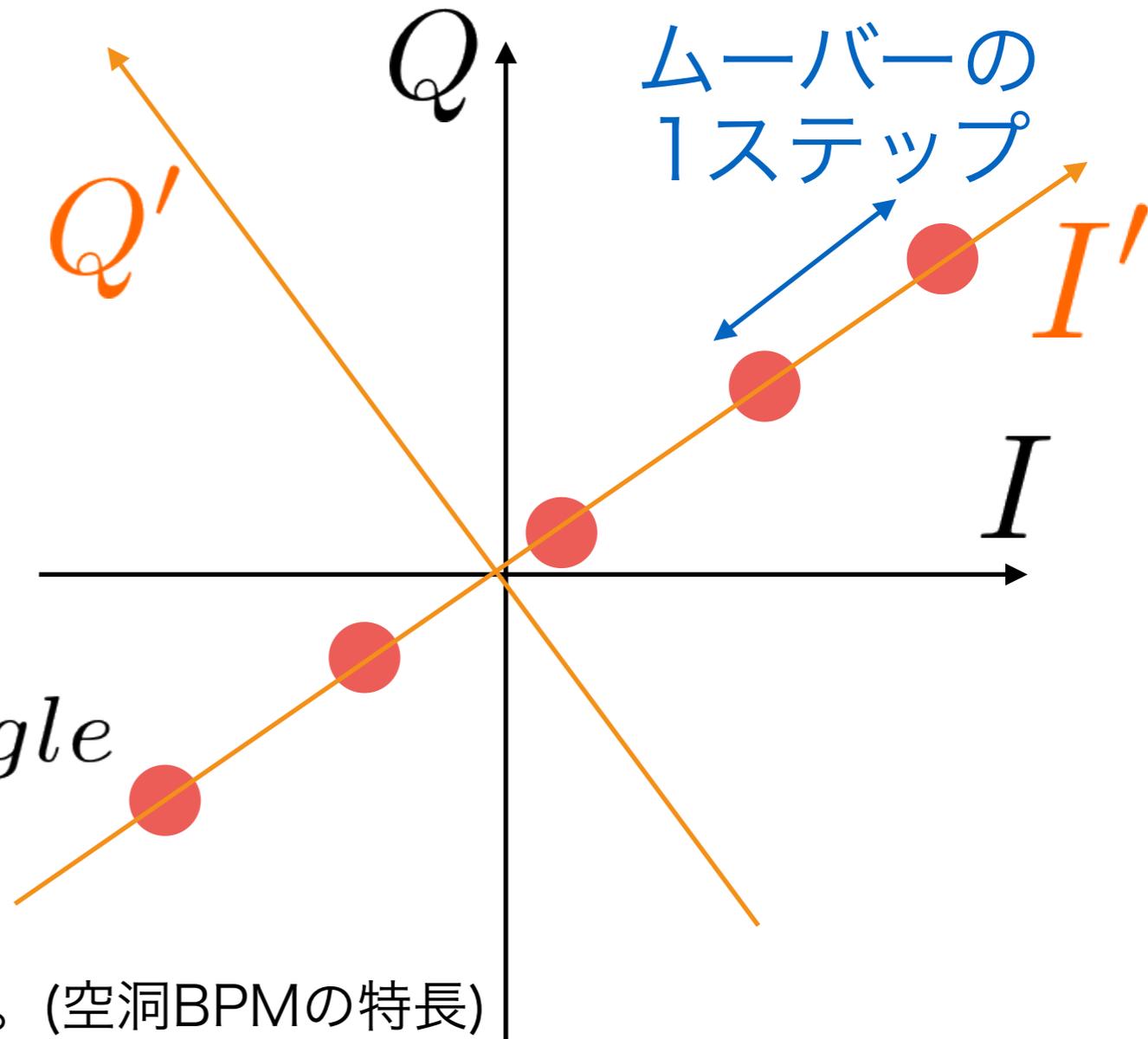
• ビーム応答から

- ビーム位置を分かった量だけ動かす。
- BPMムーバーを分かった量だけ動かす。

$$V = V_{position} + iV_{angle}$$

• ちなみに、

- 原点は信用できるので、校正の必要が無い。(空洞BPMの特長)

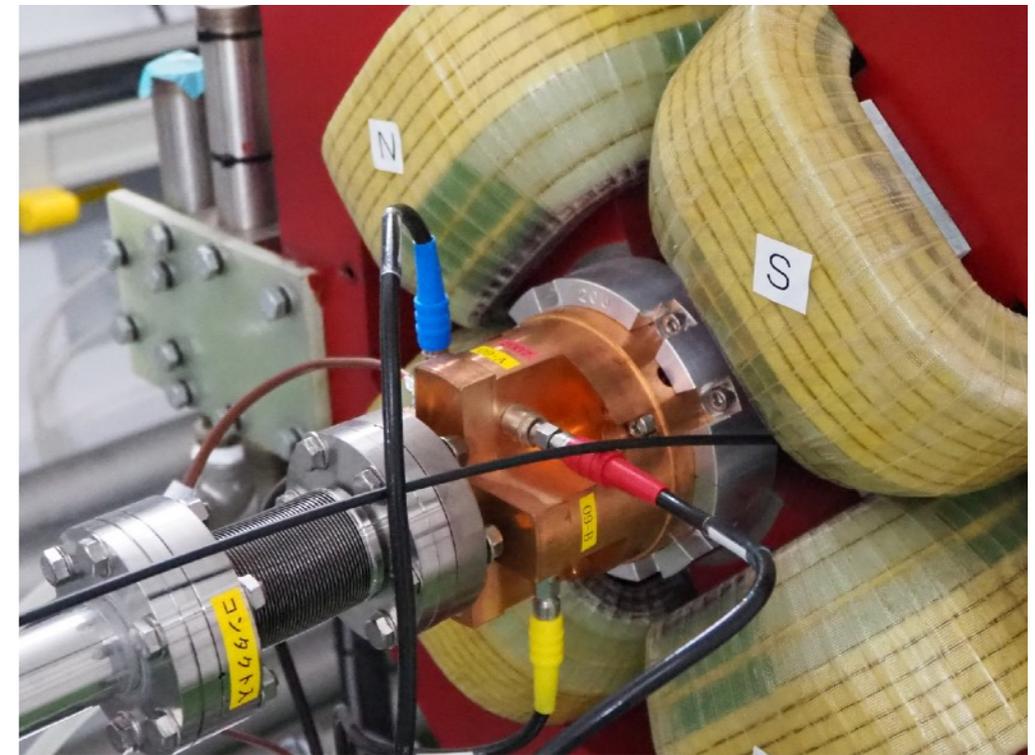


空洞BPMの例

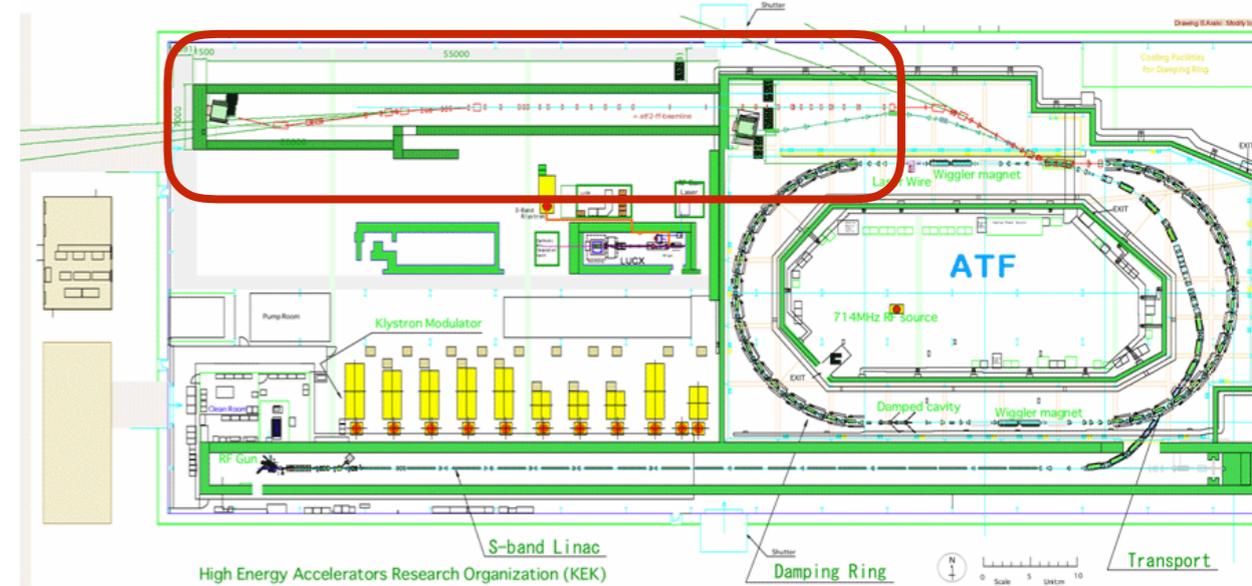
- まず、ATF2の例
- 国内外のFEL施設のBPM
- その他のBPM

ATF

- リニアコライダーの最終収束部の試験ビームライン(ATF2)
- 空洞BPMを主な位置モニターとして採用した世界で最初の例(2008~)
 - BPMシステムも国際協力で開発(ノウハウはその後世界各地へ)
 - BINP(空洞の初期設計)
 - KEK(空洞設計、設置)
 - SLAC(検出回路)
 - PAL(空洞製作)
 - UCL(ソフトウェア)

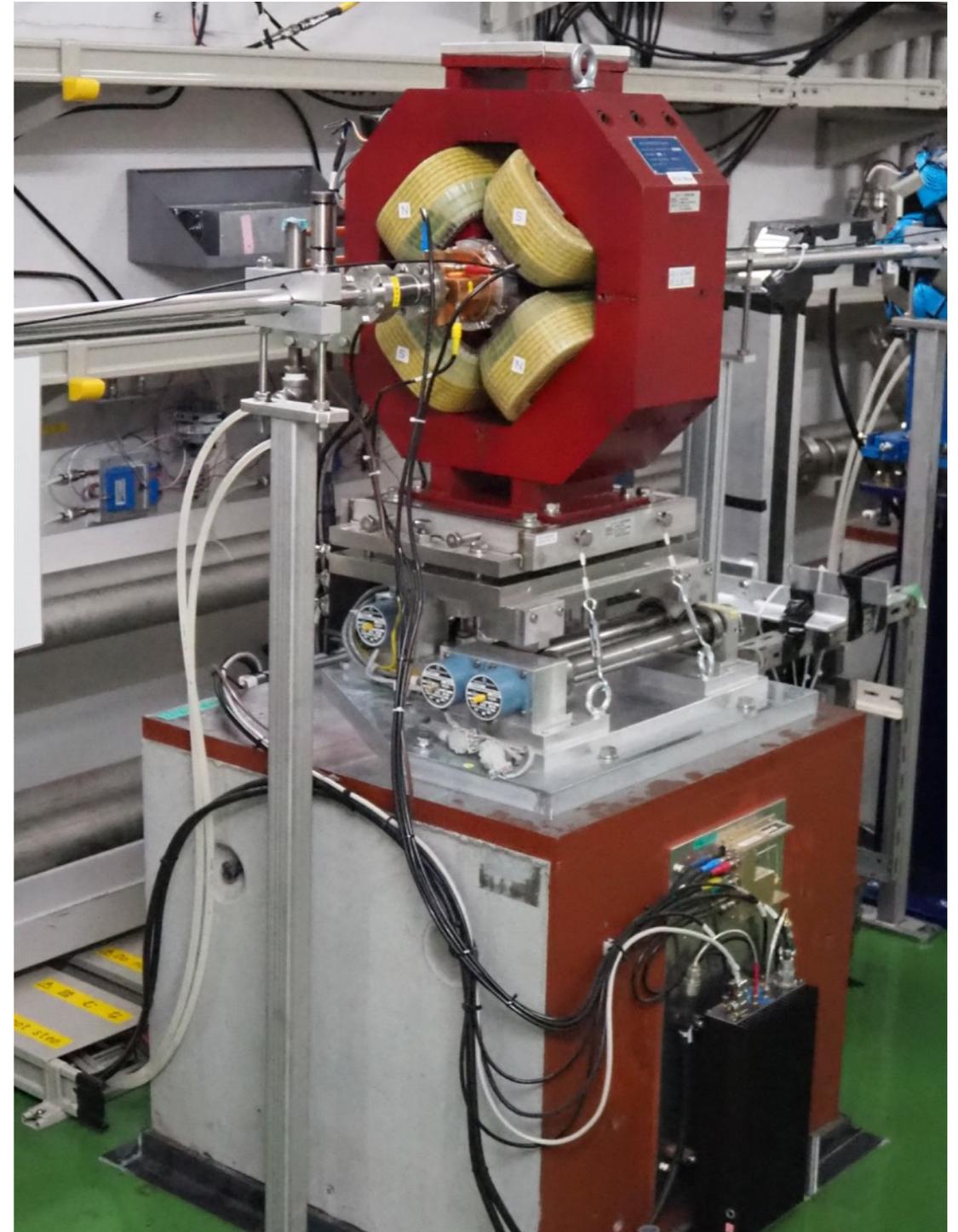
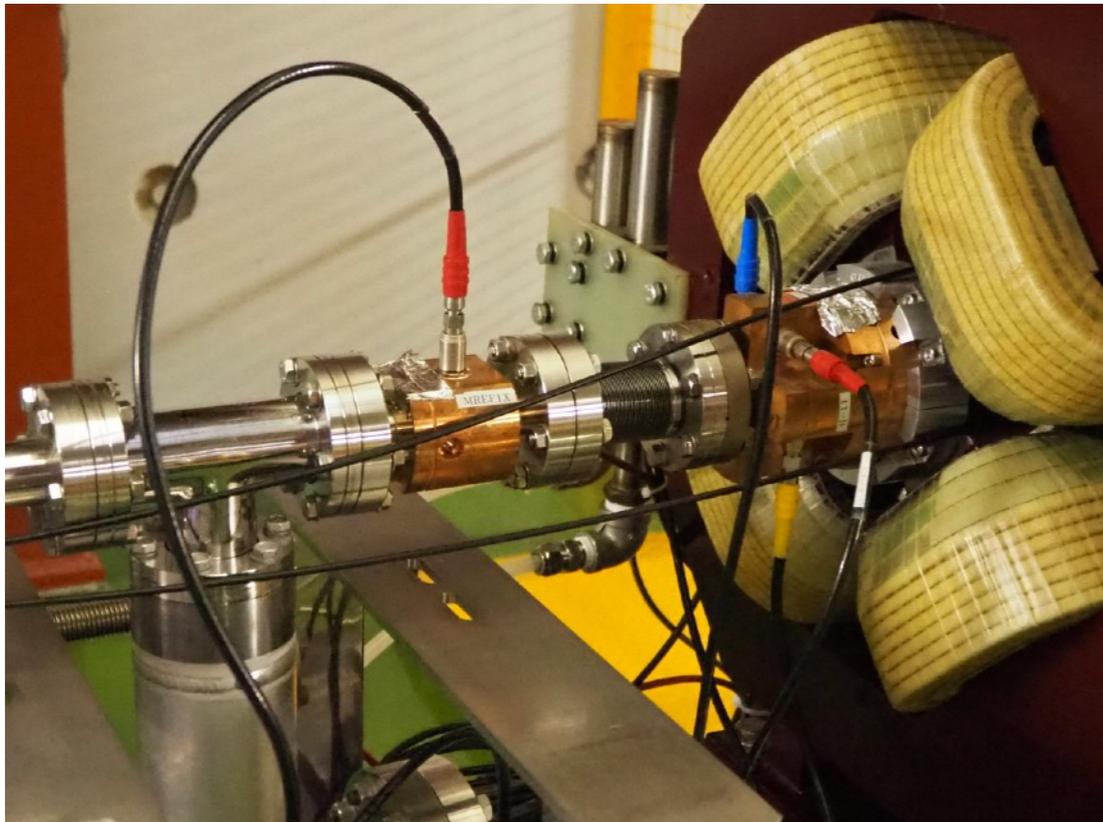


ATF2 LAYOUT



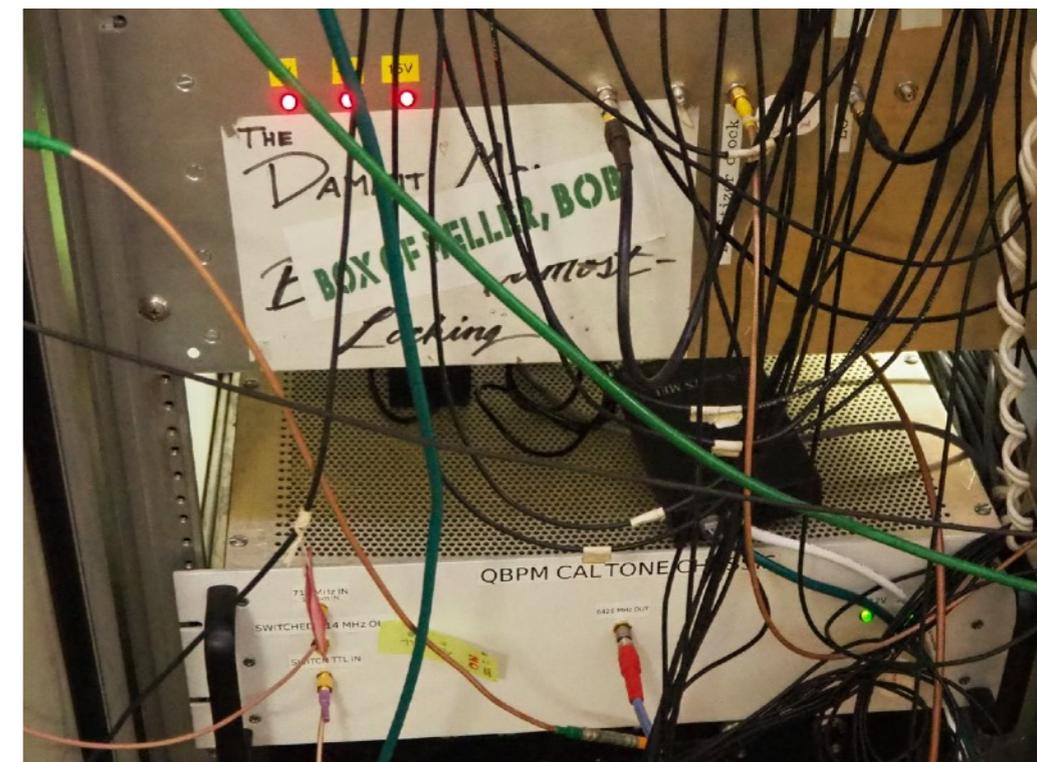
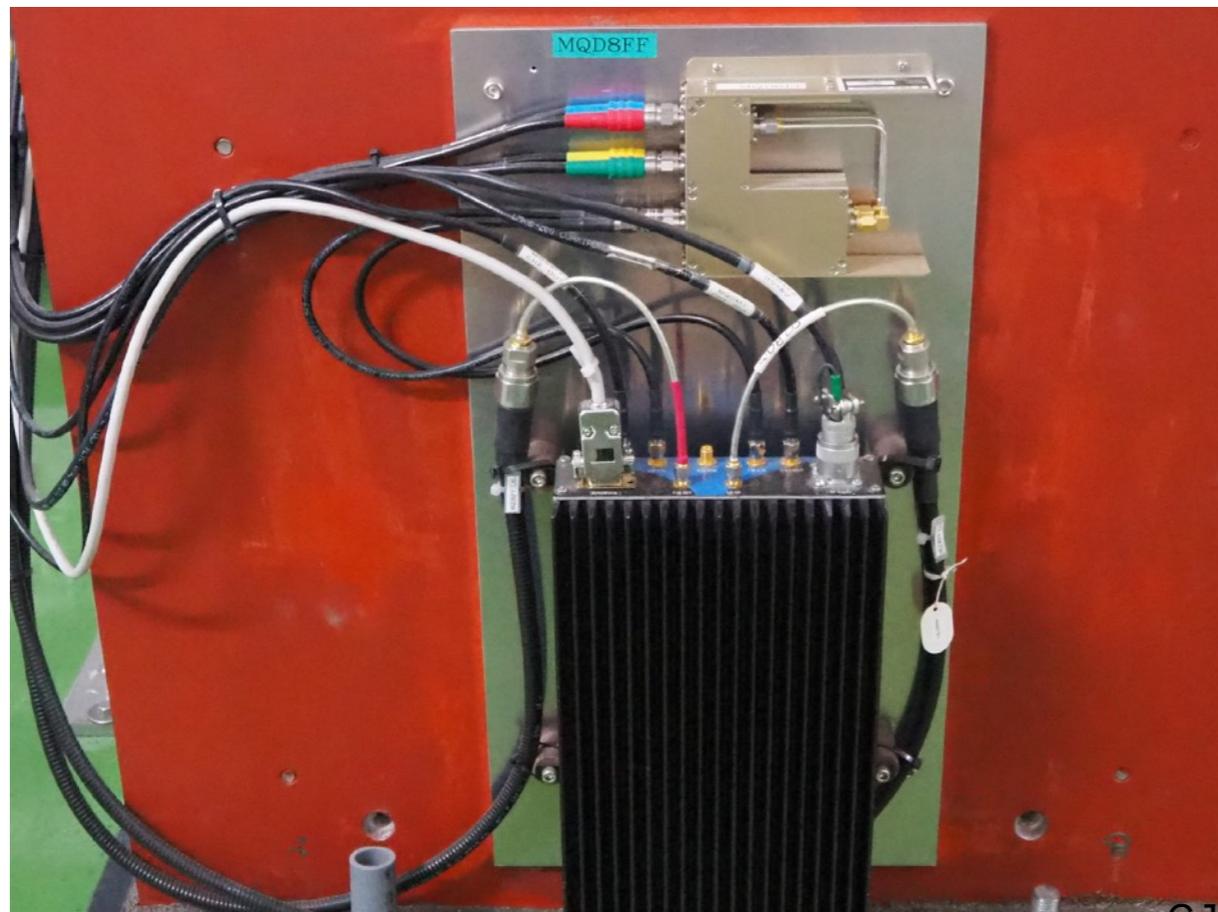
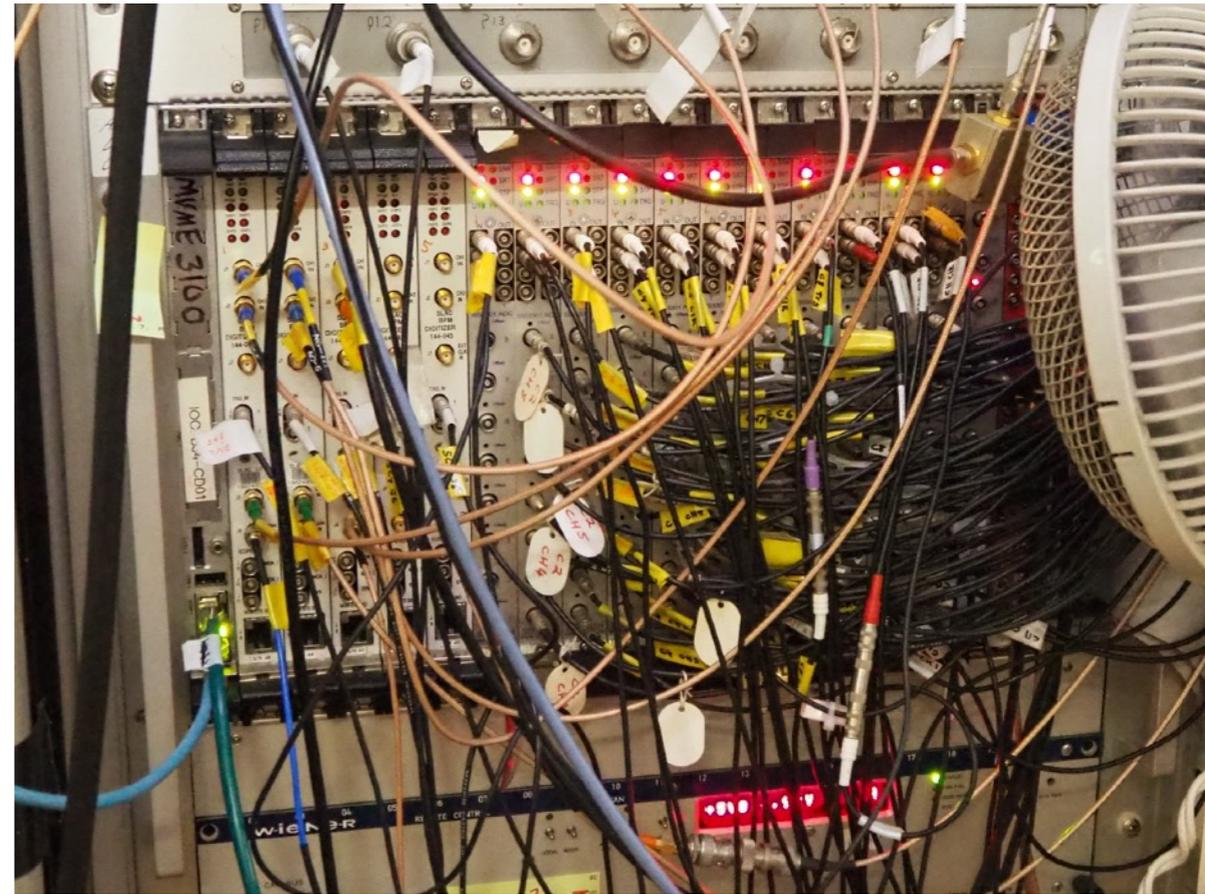
ATF

- BPMはQマグネットに固定 (Qの中央を通す目標)
- Qマグネットは、ムーバーで上下左右に精度良く動く
 - QマグネットとBPMを一体で動かしてBPMの校正をする。
- 架台はコンクリートピラー
- レファレンス空洞はビームラインで共通



ATF

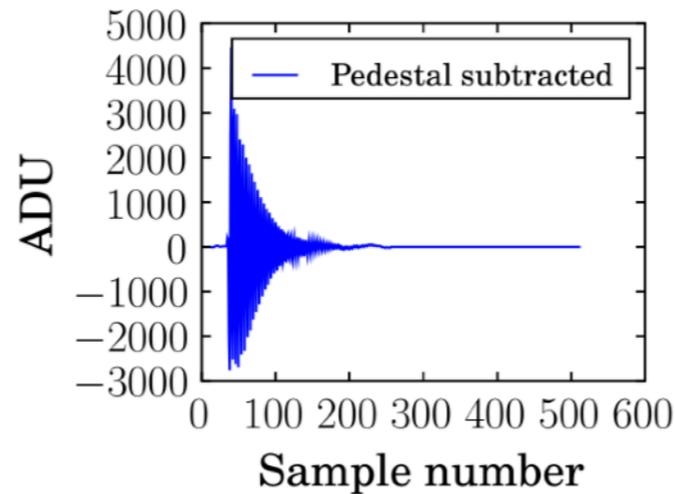
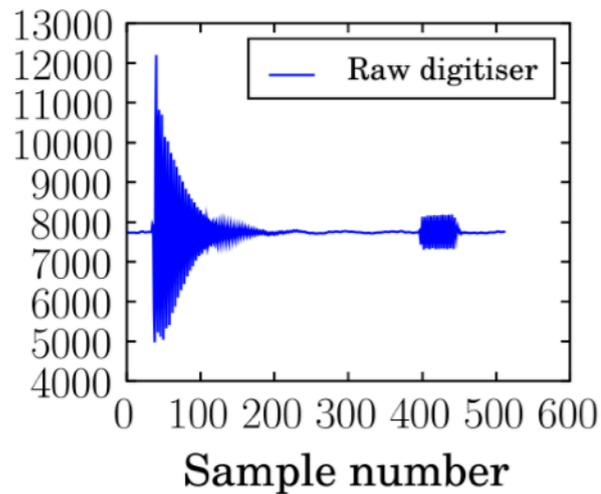
- 検出回路は各BPMのすぐ横に。
 - ハイブリッド+BPF
 - ダウンコンバータ
- 加速器室の外に
 - 100MHz波形レコーダ (Struck SIS3301)
 - L.O. (基準信号に同期)
 - キャリブレーショントーン



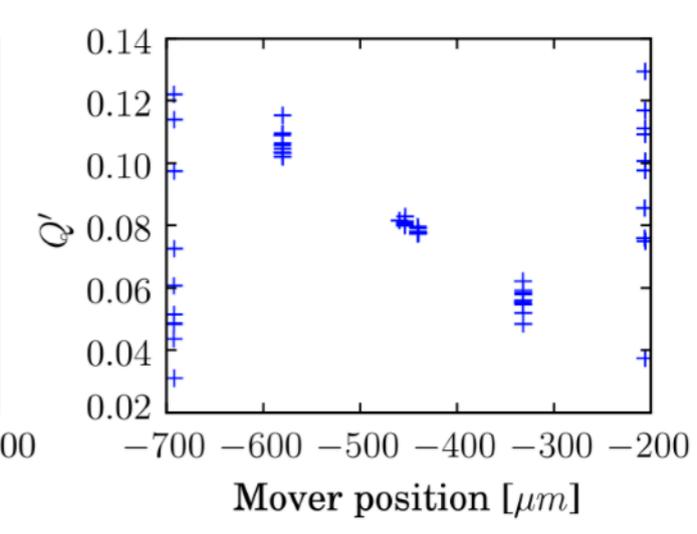
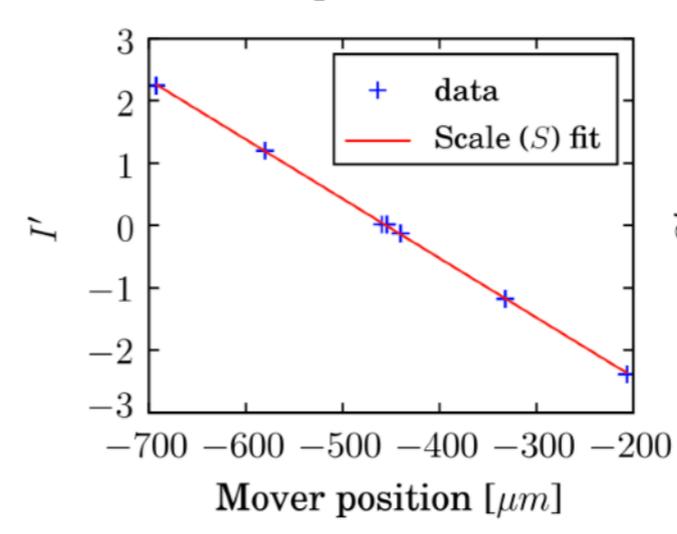
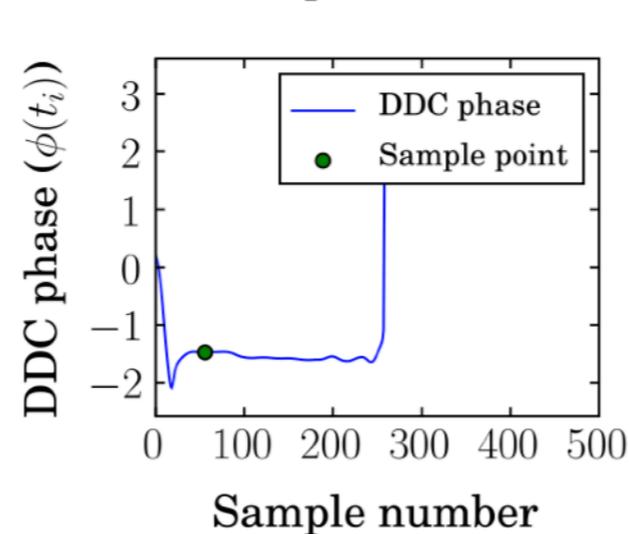
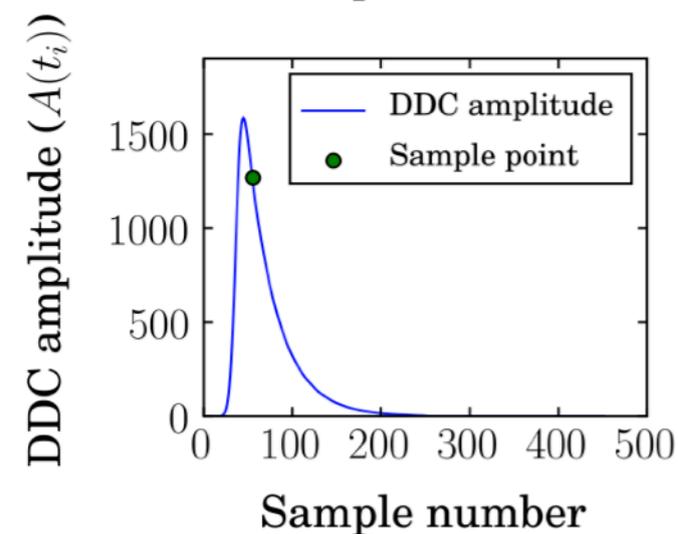
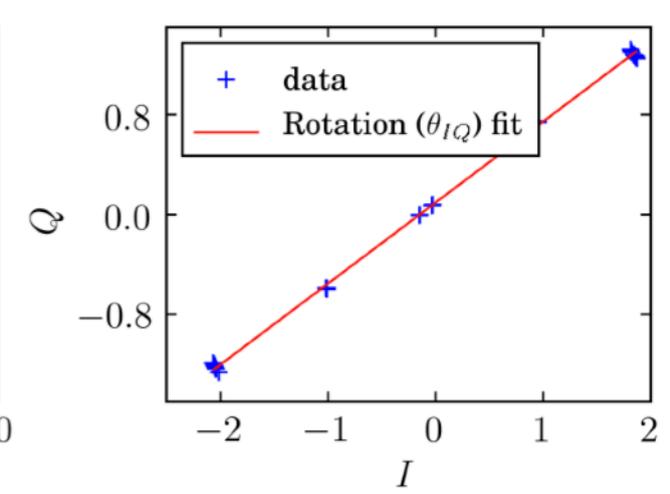
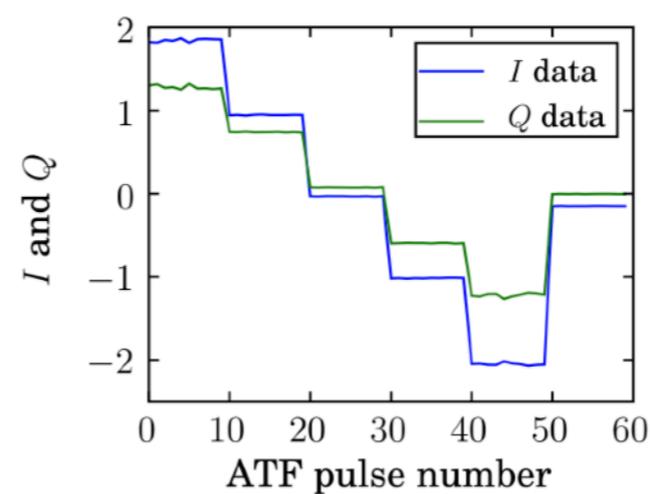
ATF

- 各BPMのキャリブレーションを、毎週1回(1シフト)やっている。
- 分解能
 - アッテネータ(20dB)ありで、~250nm。アッテネータなしで、~30nm

波形とDDC

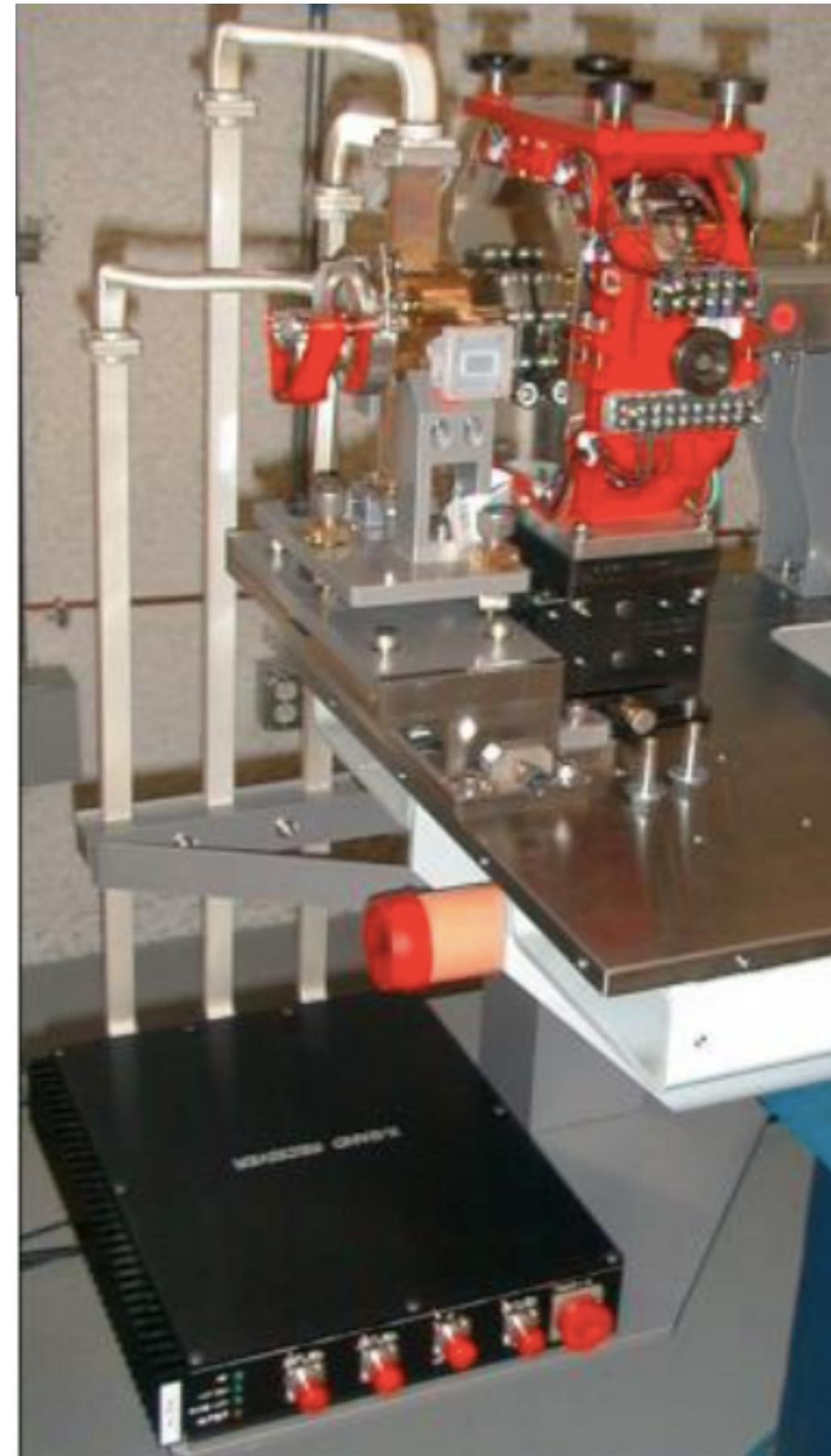
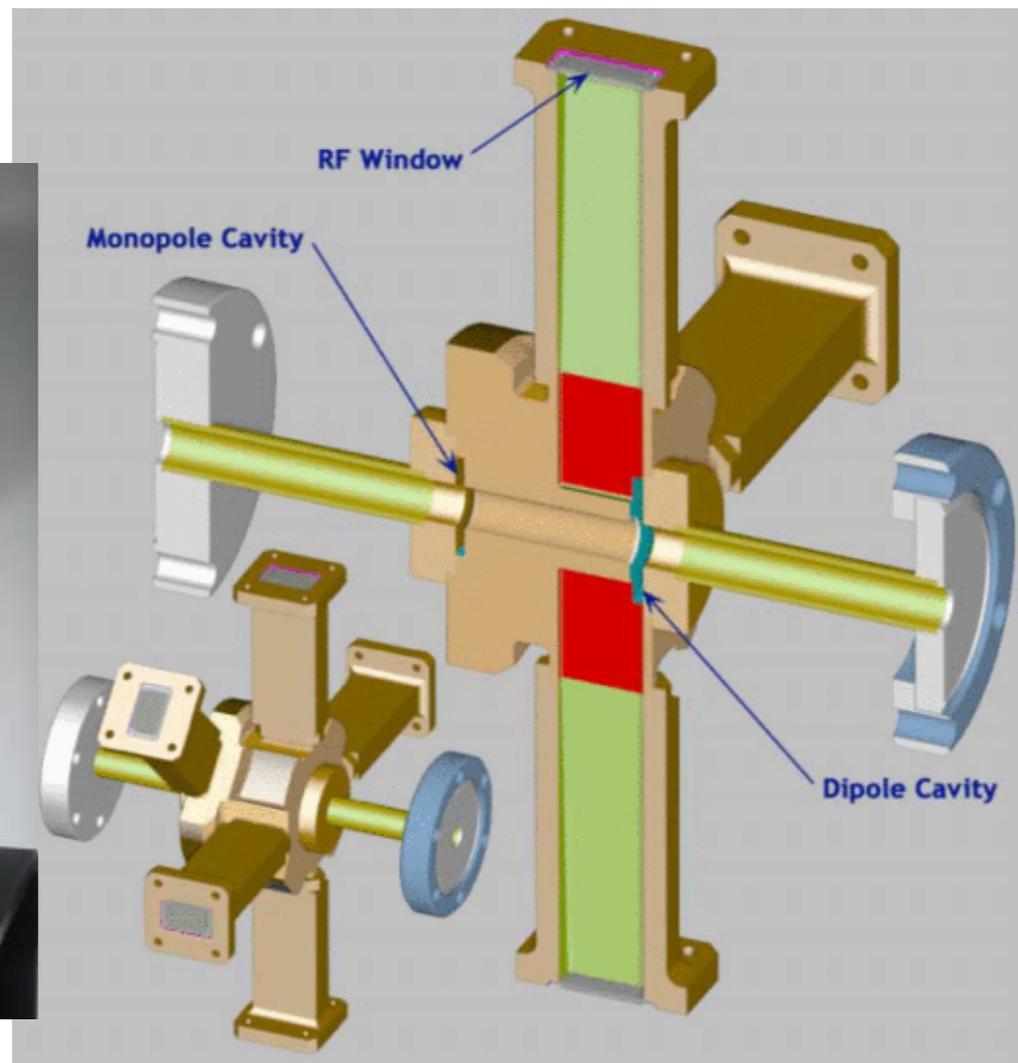
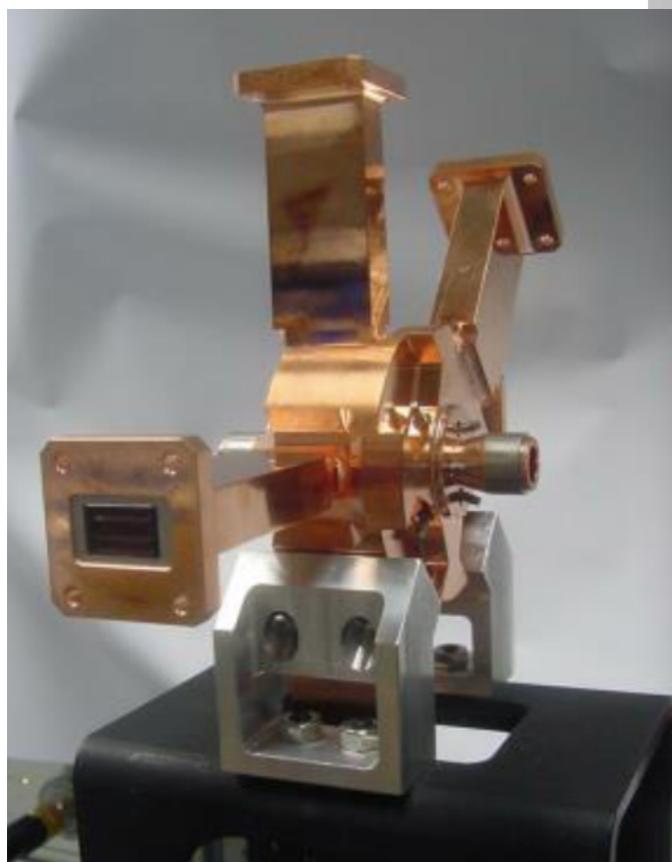


キャリブレーション



LCLS

- 世界のXFELをリードする施設
- アンジュレータ部のBPM (34個)
 - アンジュレータと同じ架台に乗っている。
 - 11.384GHz , $Q_L = 3500$
 - BPM空洞とレファレンス空洞の一体型
- 導波管で下のダウンコンバータまで接続

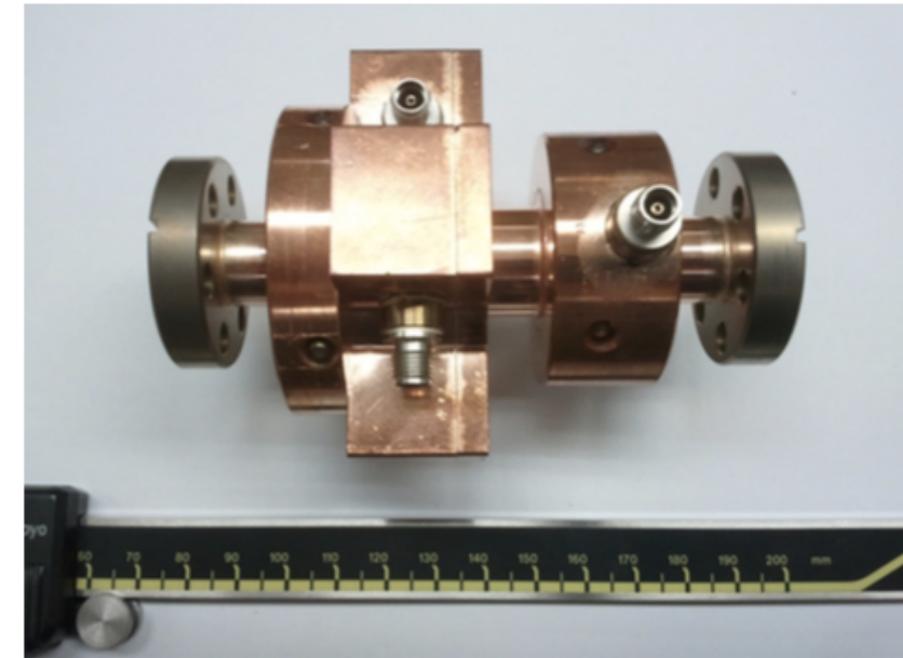
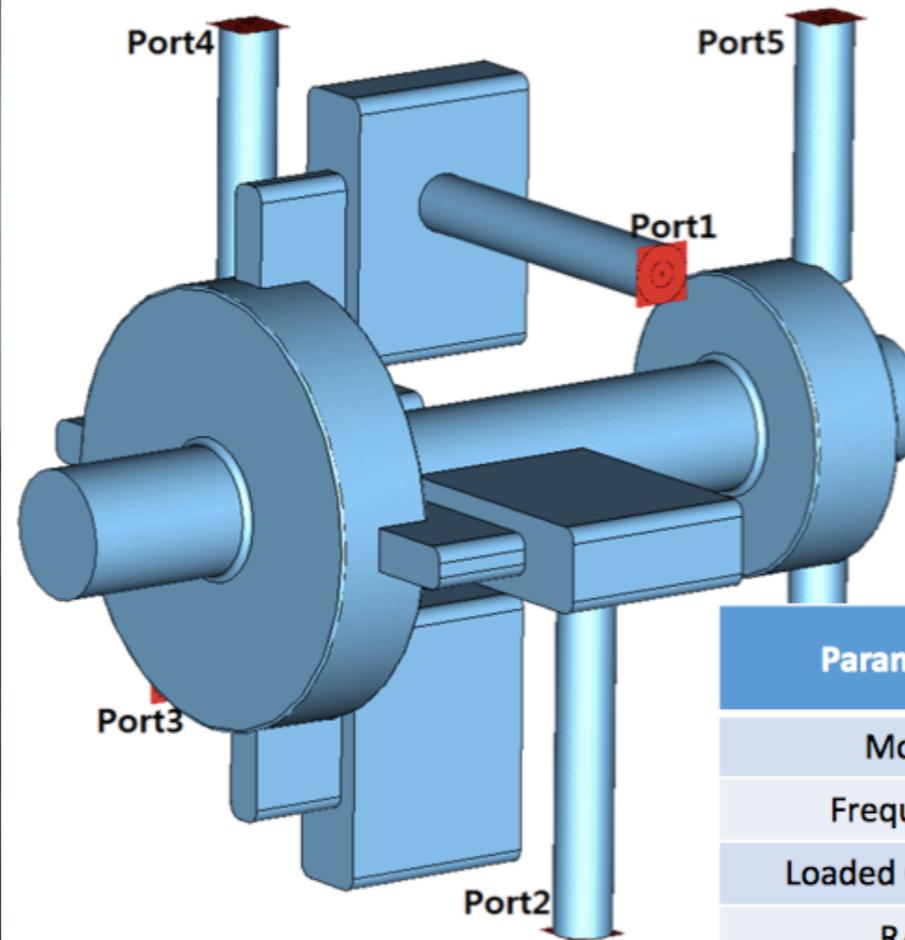


PAL

- LCLSから継承したS-Band Linac XFELの完成形
- 空洞BPMは、LCLSの導波管をケーブル取り出しに変更したデザイン。
 - 11.424GHz, $Q_L = 3500$
- ATFでの経験を踏まえて内製。



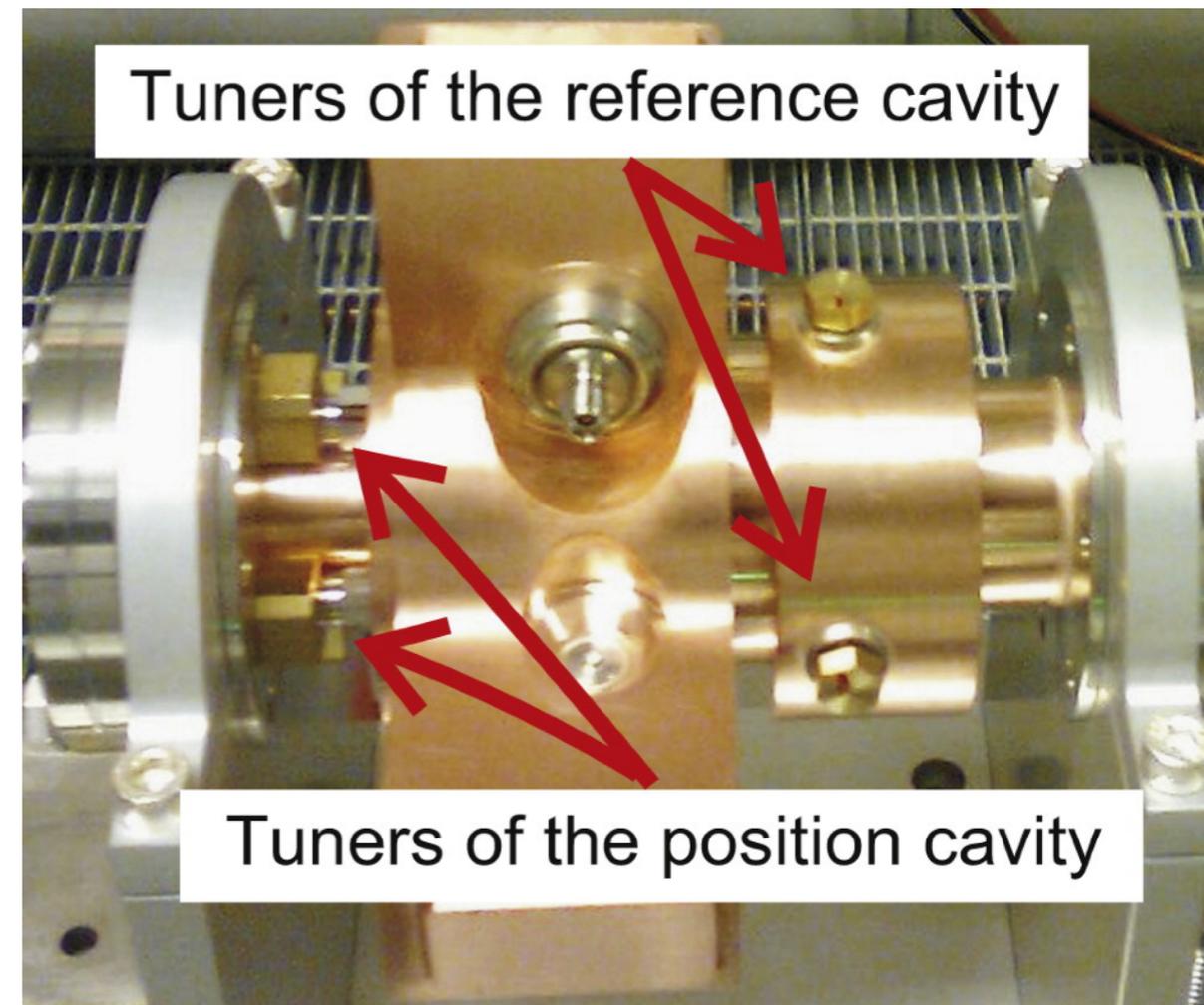
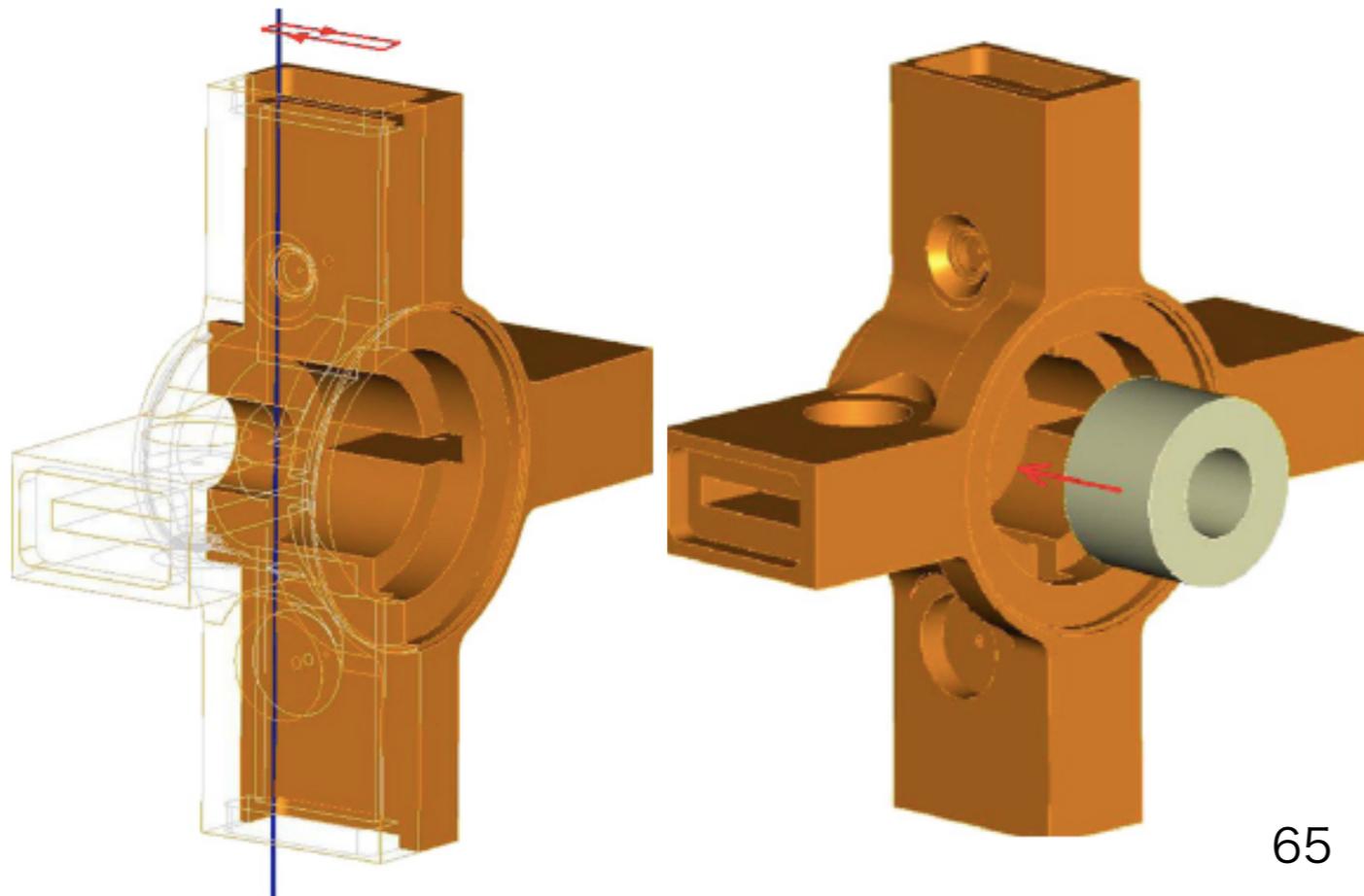
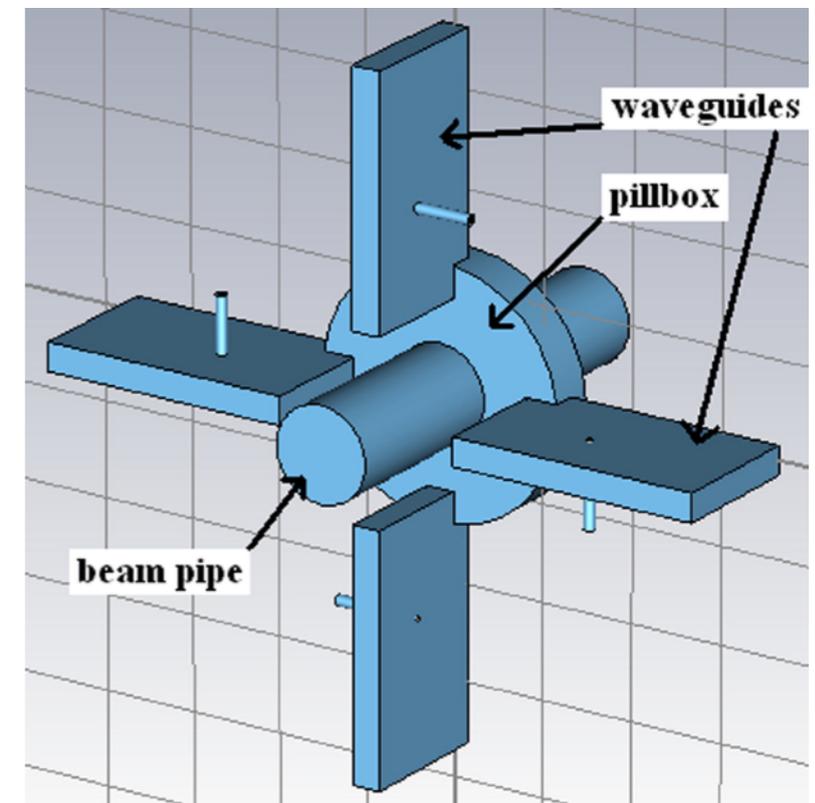
Brazing



Parameters	XY Cavity (Dipole Cavity)	Reference Cavity (Monopole Cavity)
Mode	TM110	TM010
Frequency	11.424 GHz	11.424 GHz
Loaded Q Factor	2000 – 3000	2000 – 3000
R/Q	> 2 Ohms/mm	> 12 Ohms
Induced Voltage	> 5 mV/pC·mm	> 20 mV/pC
X/Y Cross Talk Level	< -20 dB	-

FERMI

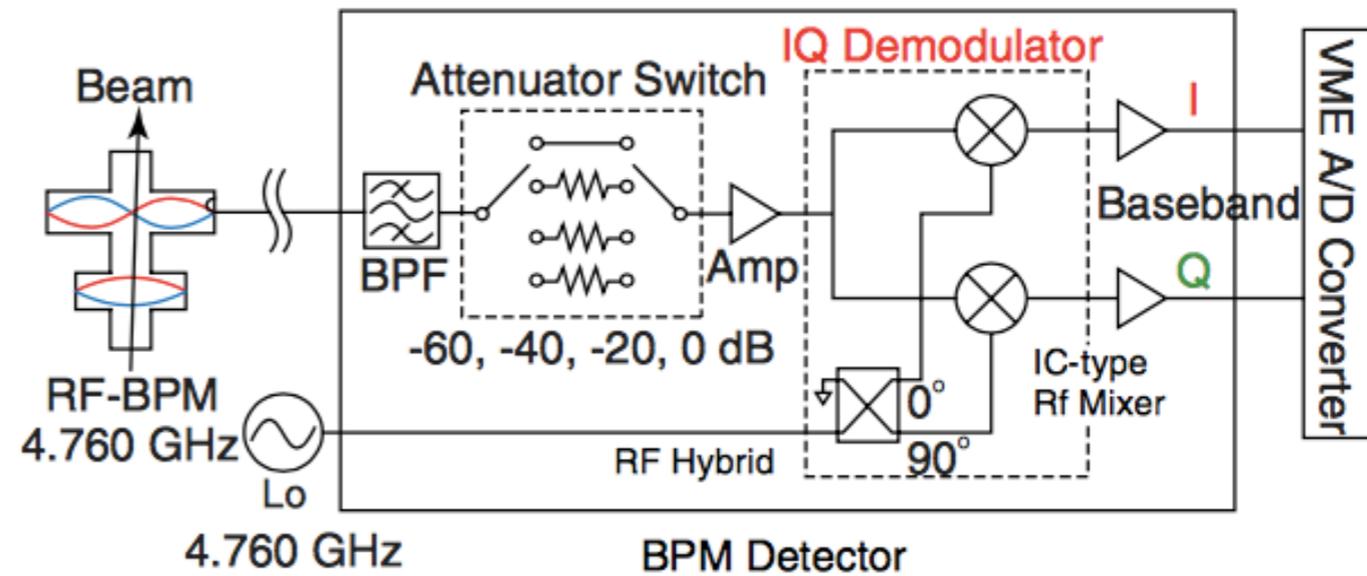
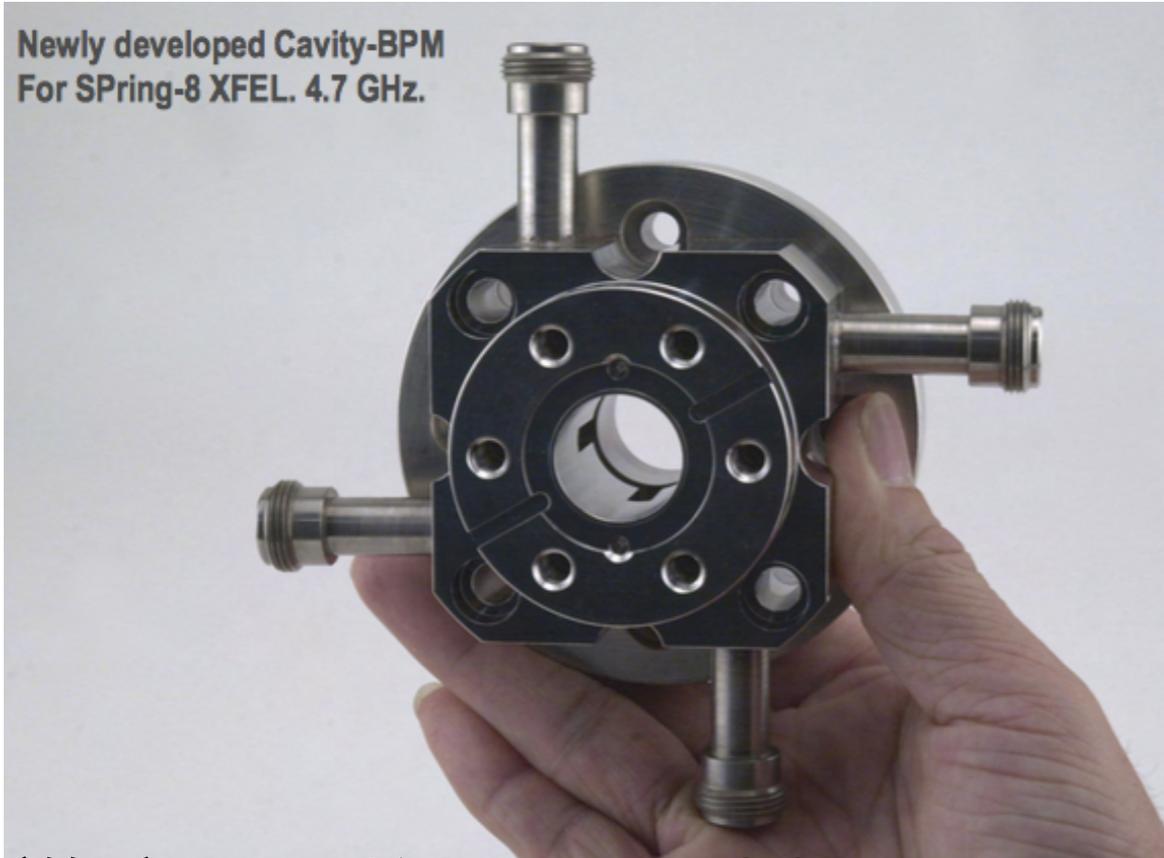
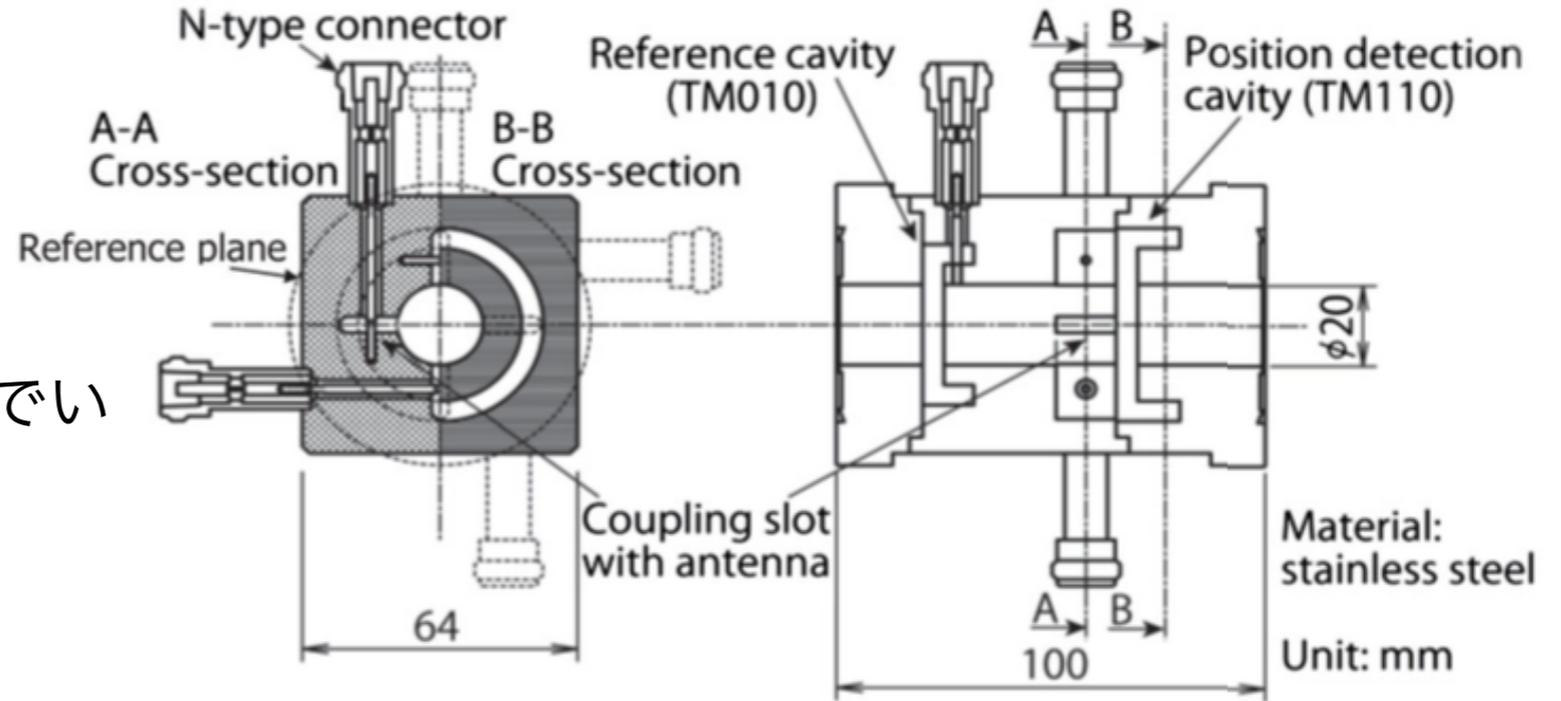
- EUV Seeded FEL施設
 - アンジュレータ部のBPM
 - 6.50GHz, QL~7800
- 製作が独特
 - BPM空洞とレファレンス空洞一体
 - 導波管と空洞を一体物として削る。
 - 導波管をワイヤで貫通させておいてから、コアを埋める。冷やしばめ。



NIM A 662 1 (2012) 1-11

SACLA

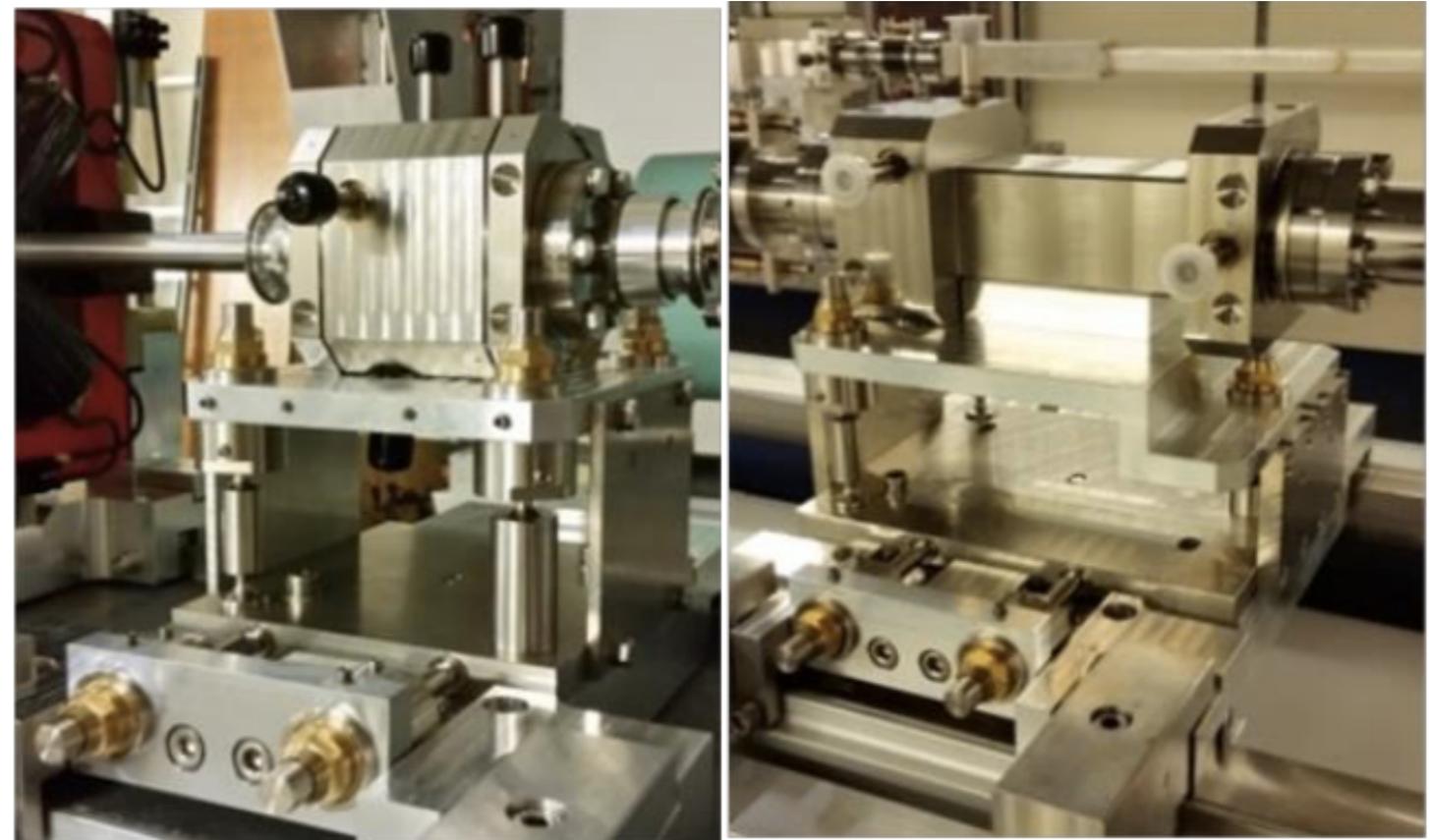
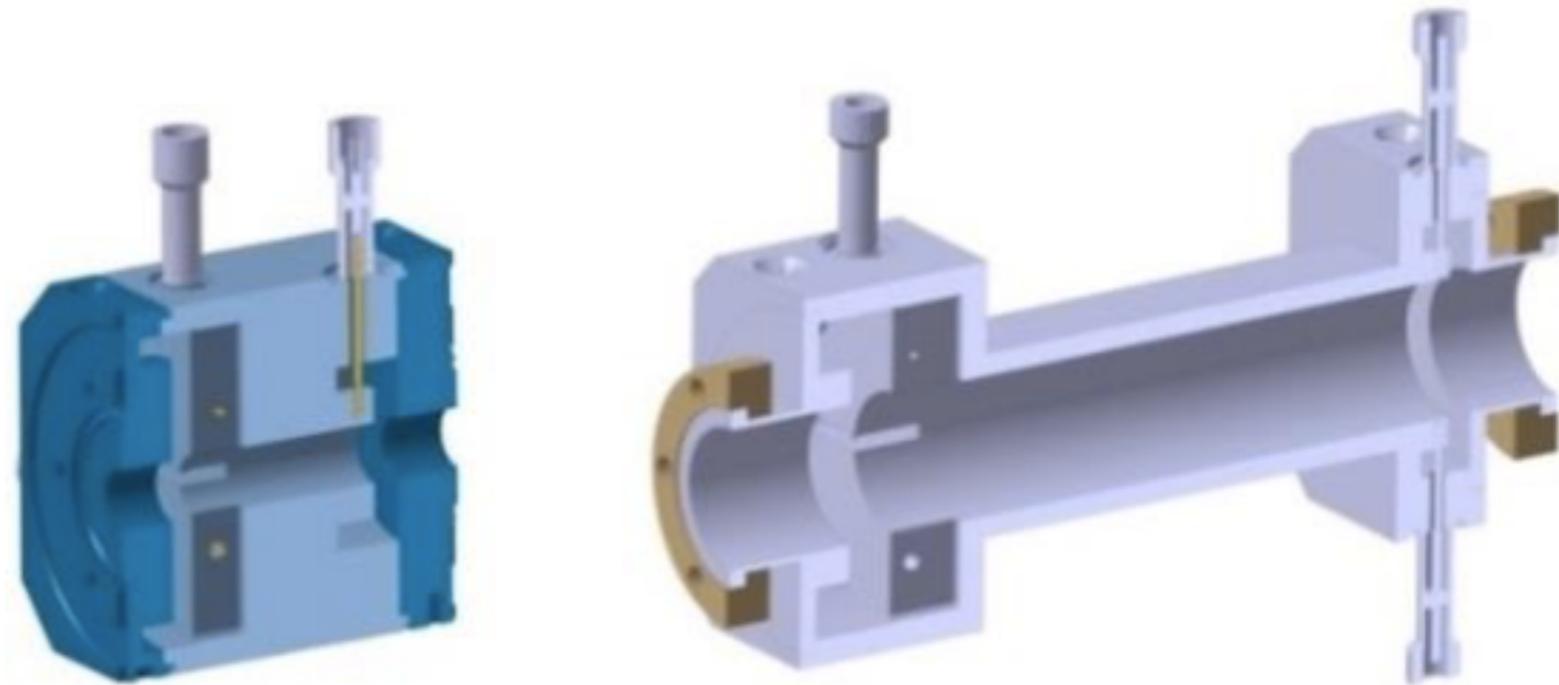
- 新竹氏デザイン
- FELのアンジュレータ部
 - 4.760GHz (ビームダクト $\phi 20$)
 - 低Q: $Q=500$
 - 個別にXYムーバー
- 導波管がビームダクトまで切り込んでい
る(製作を容易に)
- チューニング不要 (時定数短いため)
- 分解能 $\sim 0.4\mu\text{m}$ @ 0.1nC



PRAB 16. 042802 (2013)

Swiss FEL

- SACLAの設計をベース
- 2種類の設計を採用
- SUS製
 - 4.9GHz, $Q_L=1000$
- 次ページEuXFELと同じグループ



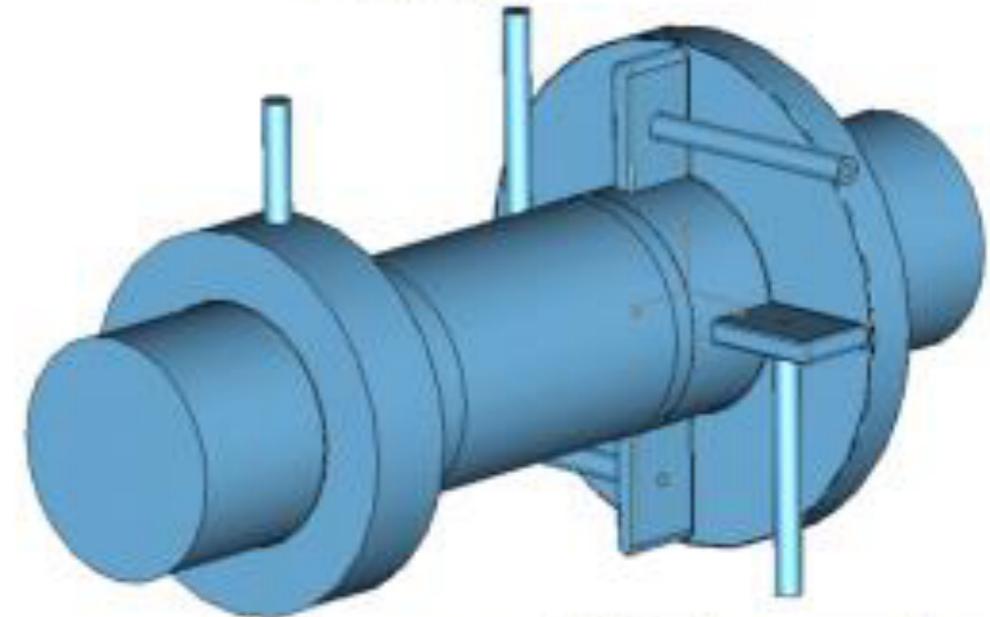
	CBPM38	CBPM16	CBPM8
Quantity	7	96	24
Usage	Linac, Transfer Lines		Undulators
Aperture	38 mm	16 mm	8 mm
Length	255 mm	100 mm	
#Bunches/ Train		1-3	1
Bunch Spacing		28 ns	10 ns
Frequency	3.2844 GHz		4.9266 GHz
Q_L		40	1000

B.Keil, IBIC2017

EuXFEL

- 超伝導XFEL (今後のスタンダードか)
- 高繰り返しなので低Qが望ましい
- SACLAのをベースに独自の改良
 - SUS製
 - 3.3GHz, QL=70
- 2種類
 - ビームライン(ダクトが太いところ)は、導波管がダクトに貫通しているタイプ
 - アンジュレータ部は貫通しない設計。

Coupling between both resonators (defines distance):
< -100dB



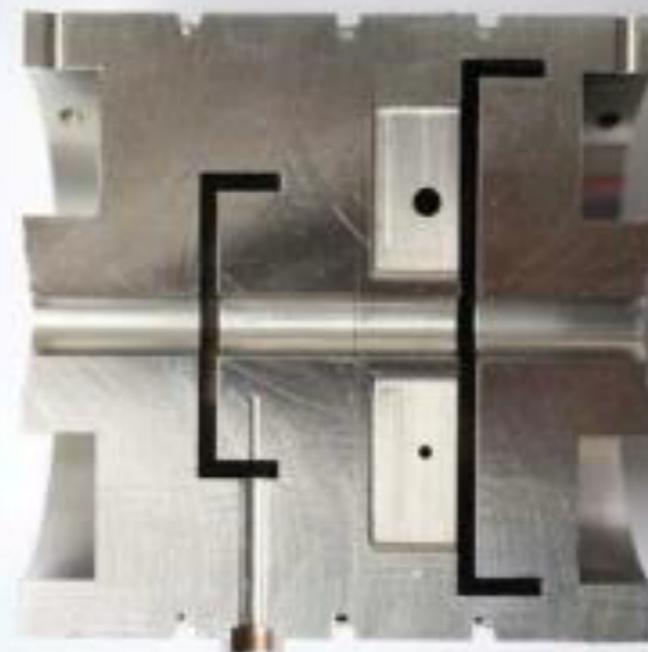
Reference and Dipole resonator
Vacuum view



D.Lipka, IBIC2018



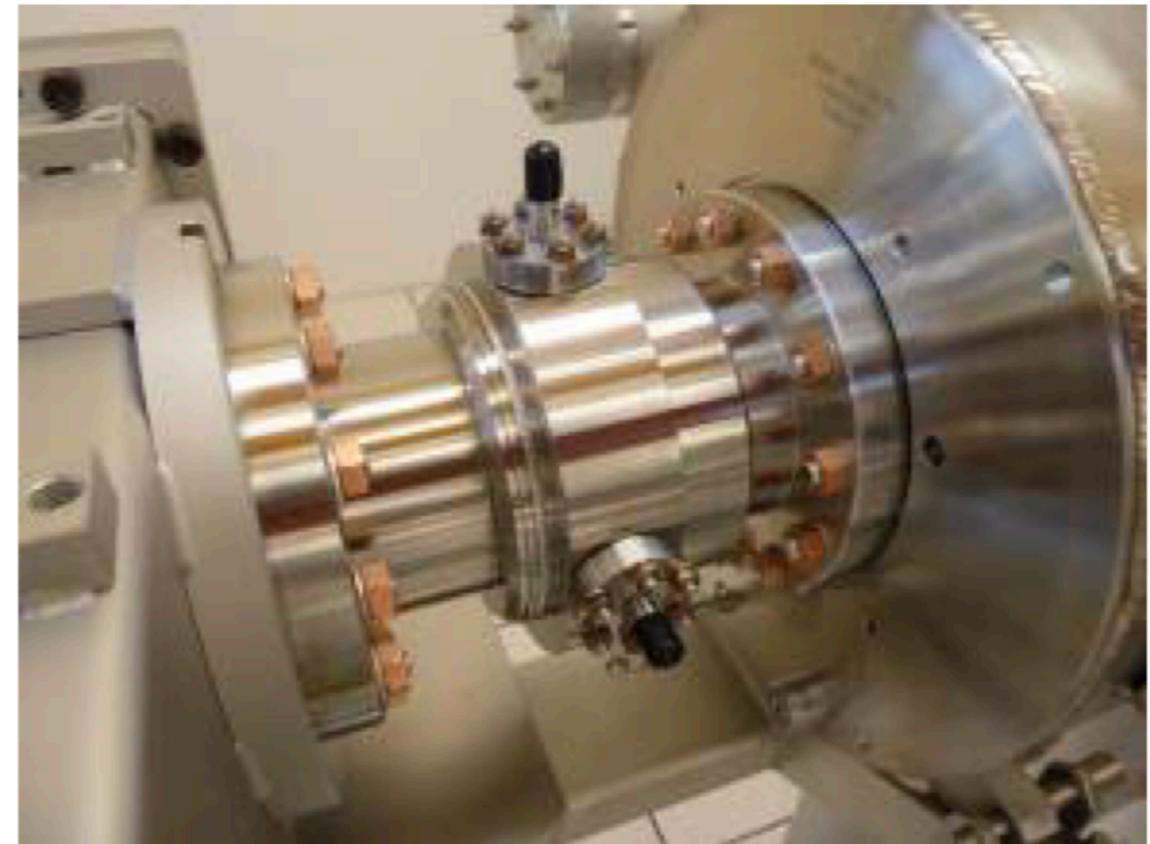
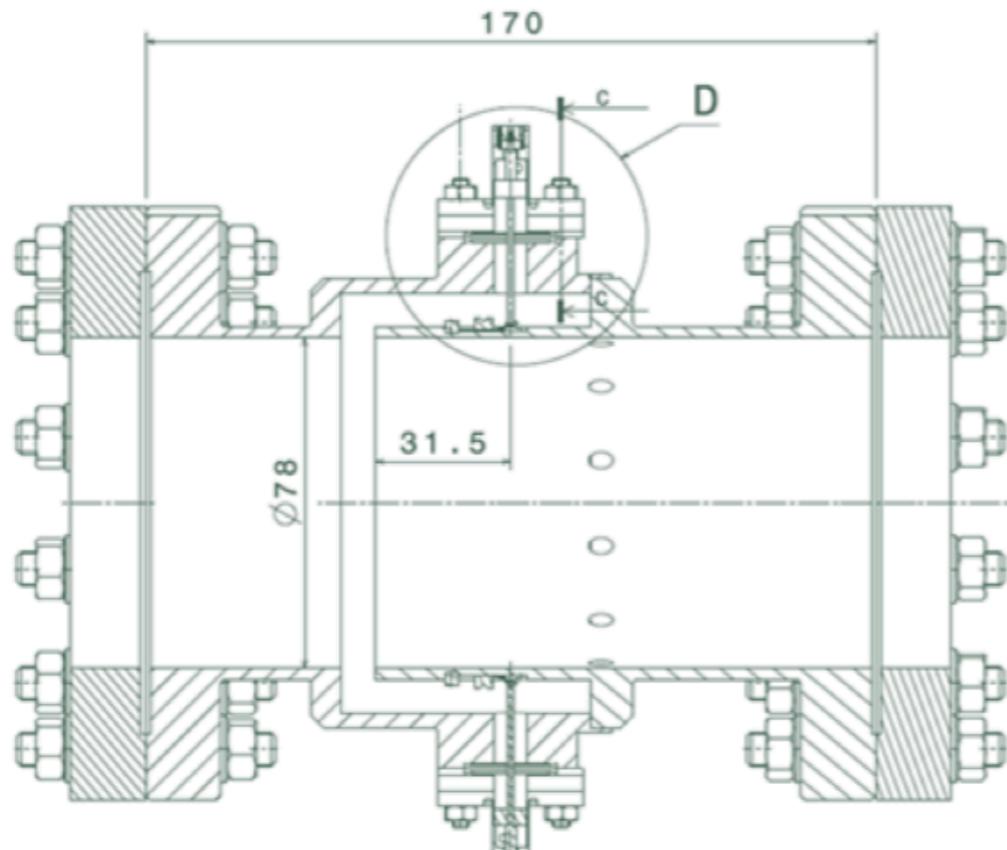
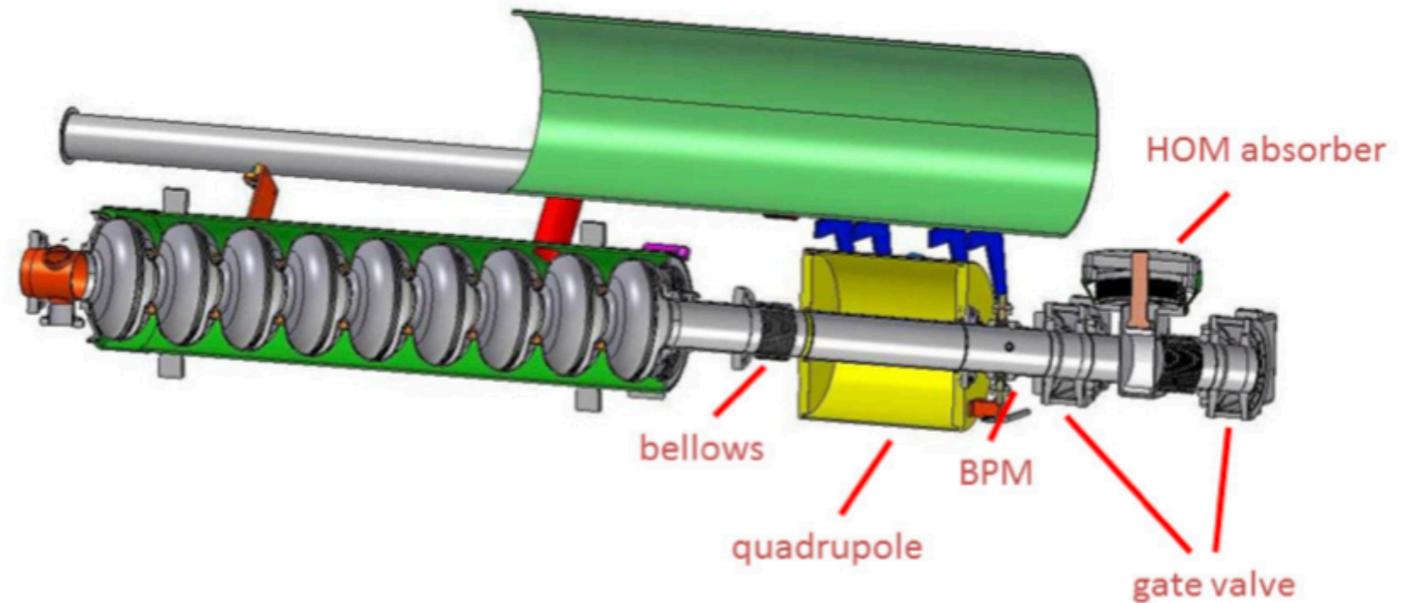
Photos:
D. Nölle



68

Re-entrant型

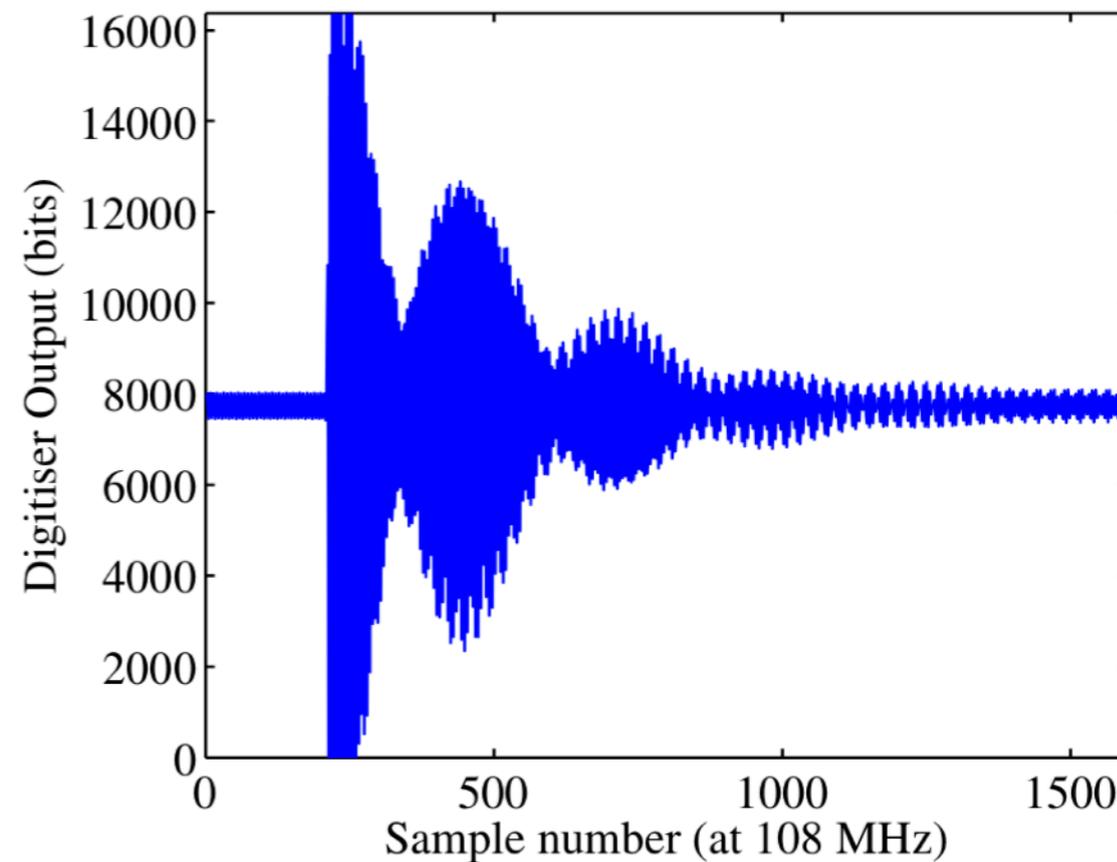
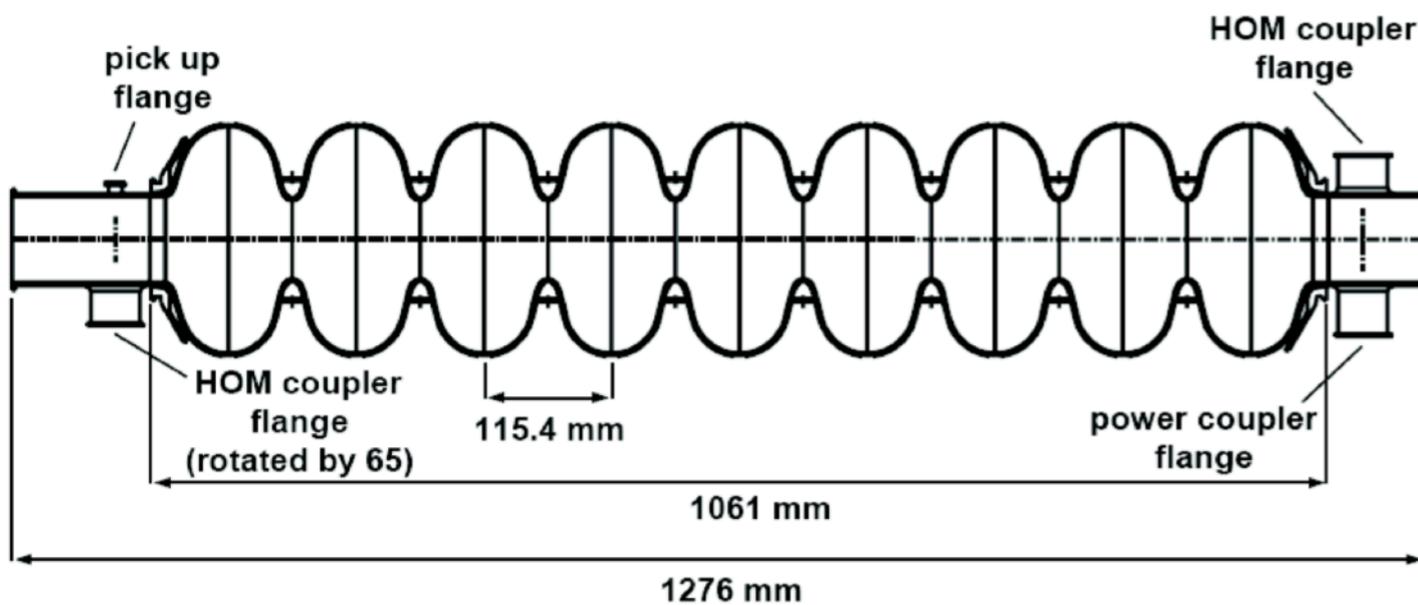
- XFEL/ILC クライオモジュールの中
- 大口径のダクトで空洞BPM
- 構造がシンプル、ゴミを出さない
- 超低Q (Q=50)



	Frequency (MHz)	Q_{ext}
	Measured in lab.	Measured in lab.
Monopole mode	1253	23.5
Dipole mode	1720	50.5

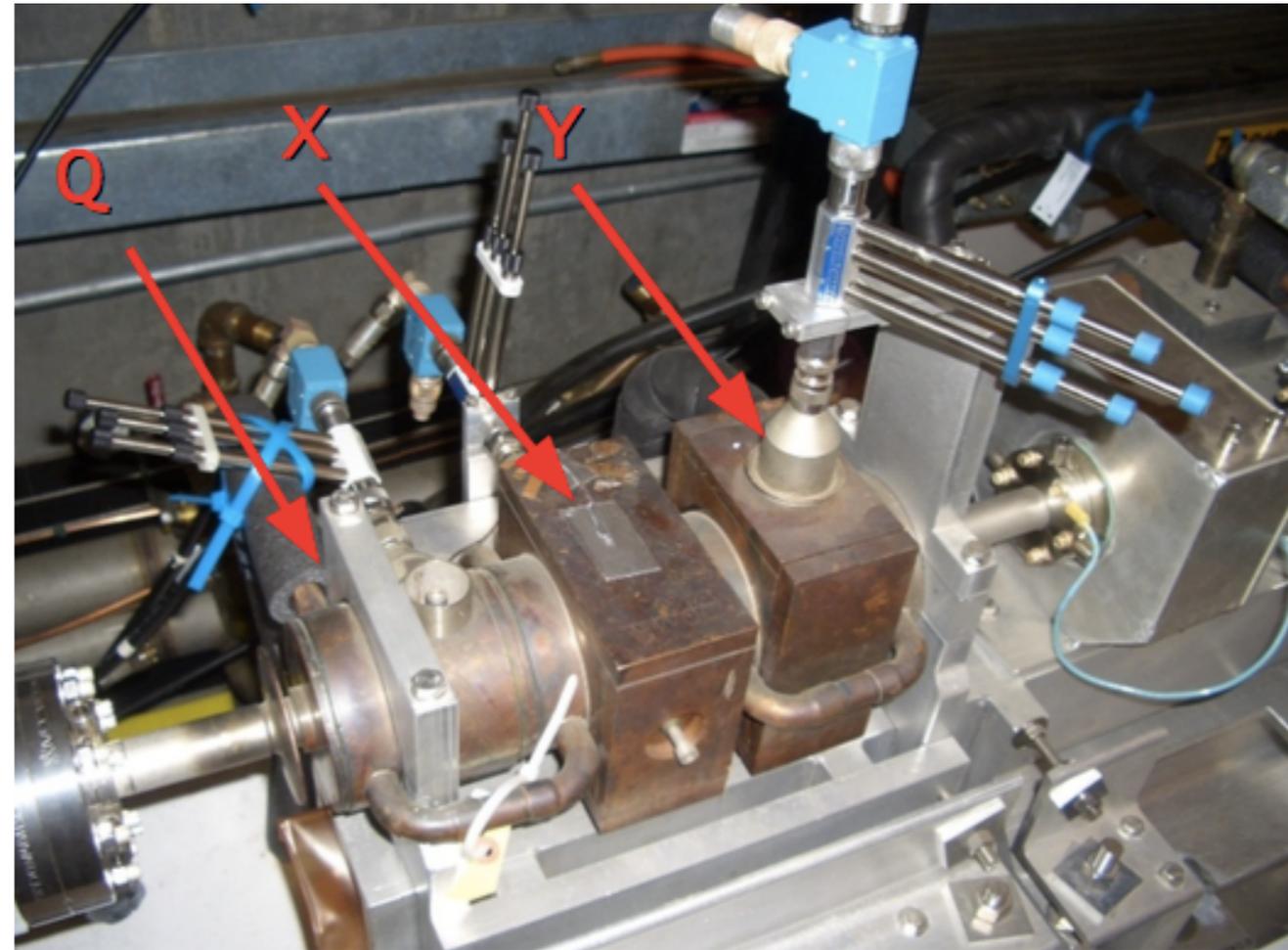
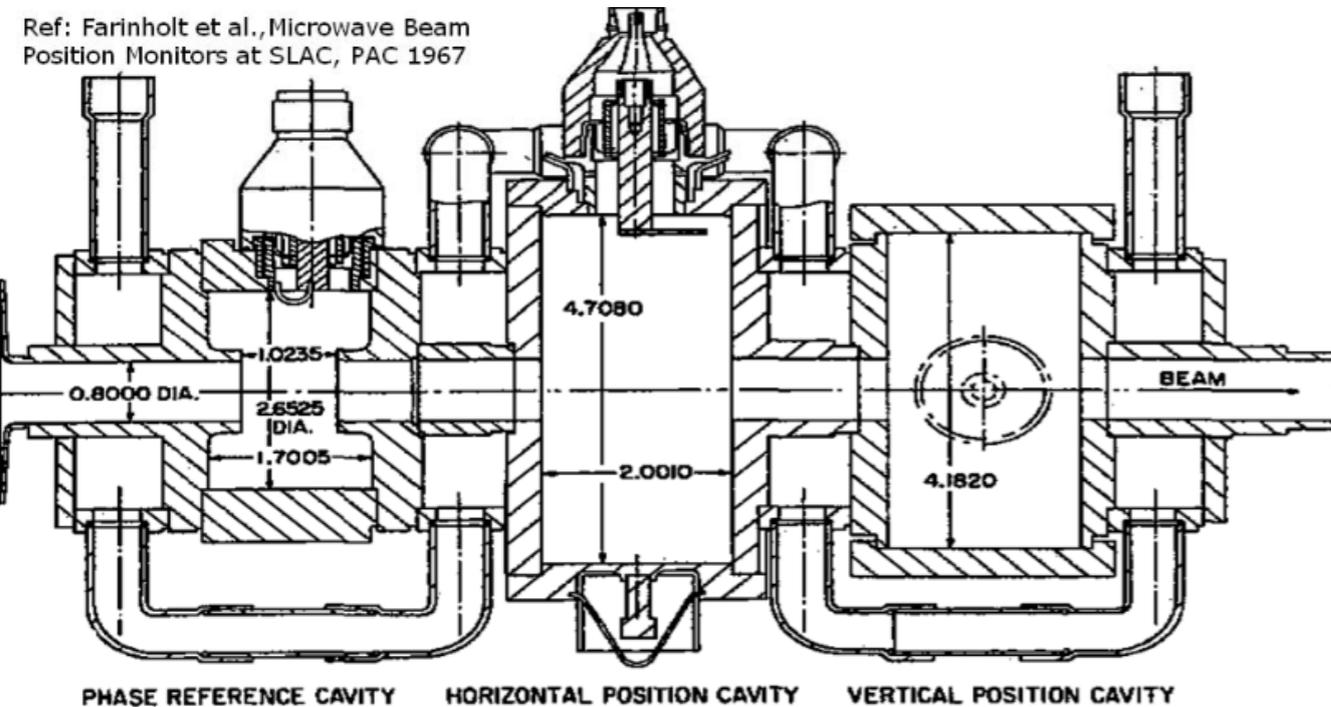
HOM-BPM

- 加速空洞自体を空洞BPMとして使用できる。
- HOM カプラーからダイポールモードが取り出される。
- FLASHでの試験では、TE₁₁₁モード、1700MHzで検出。
- 純粋なBPMとして作られたものではないので、X,Y,角度など、いろんな信号が混ざりこんでいる。
- 加速空洞の電場中心の指標となる信号が得られる。



SLAC

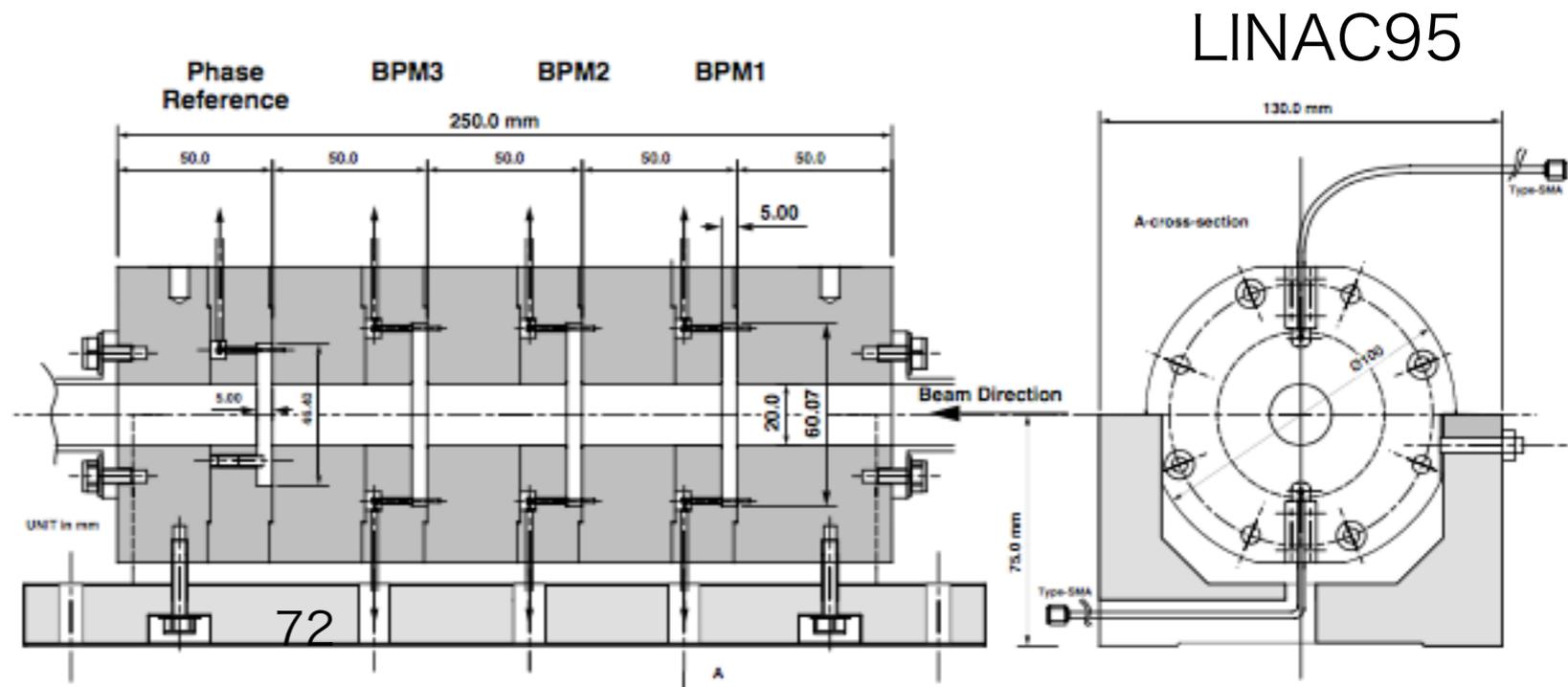
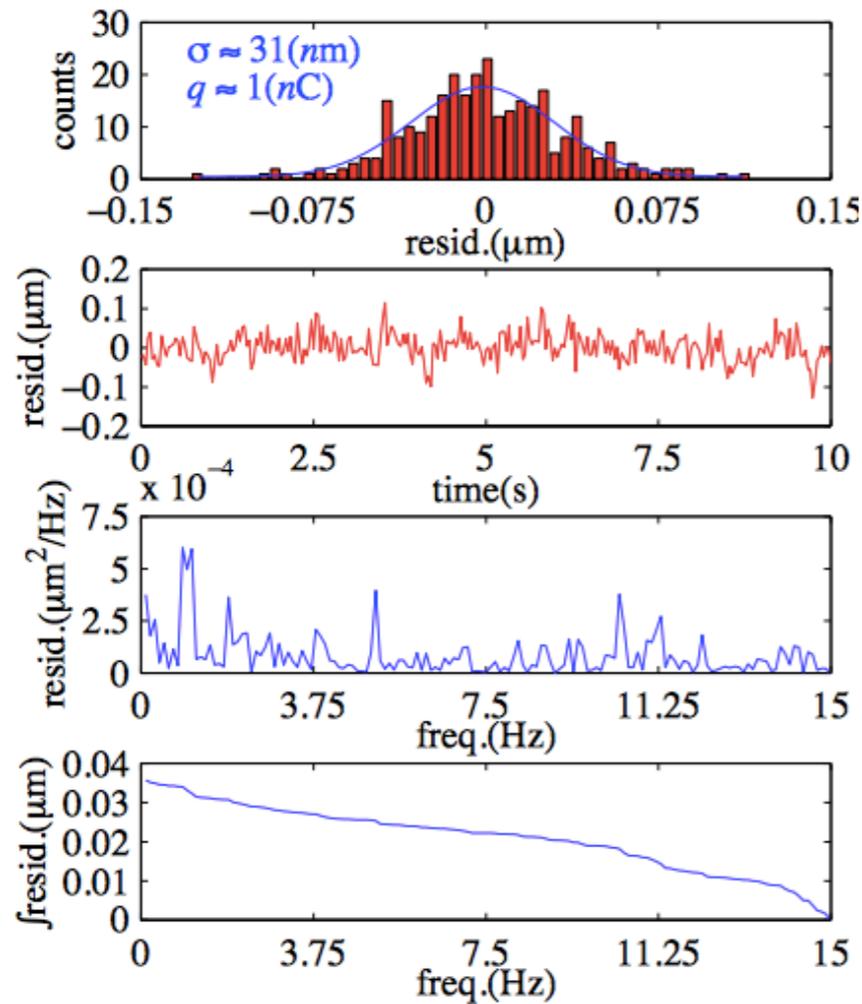
- 記録にある最古の空洞BPM
- 1960年ころ、2mile acceleratorの建設当初から。
- 2856MHz 矩形空洞



FFTB

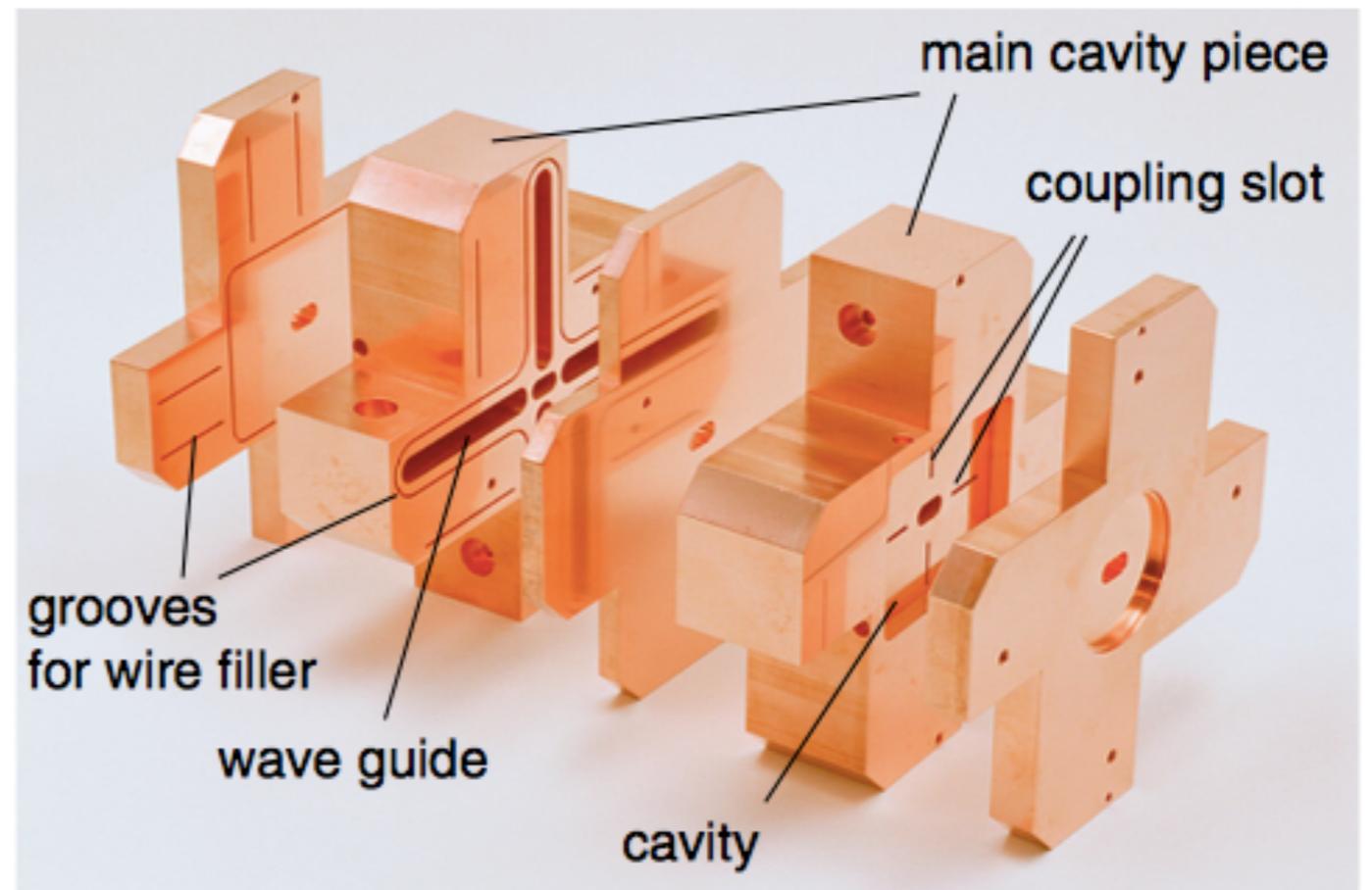
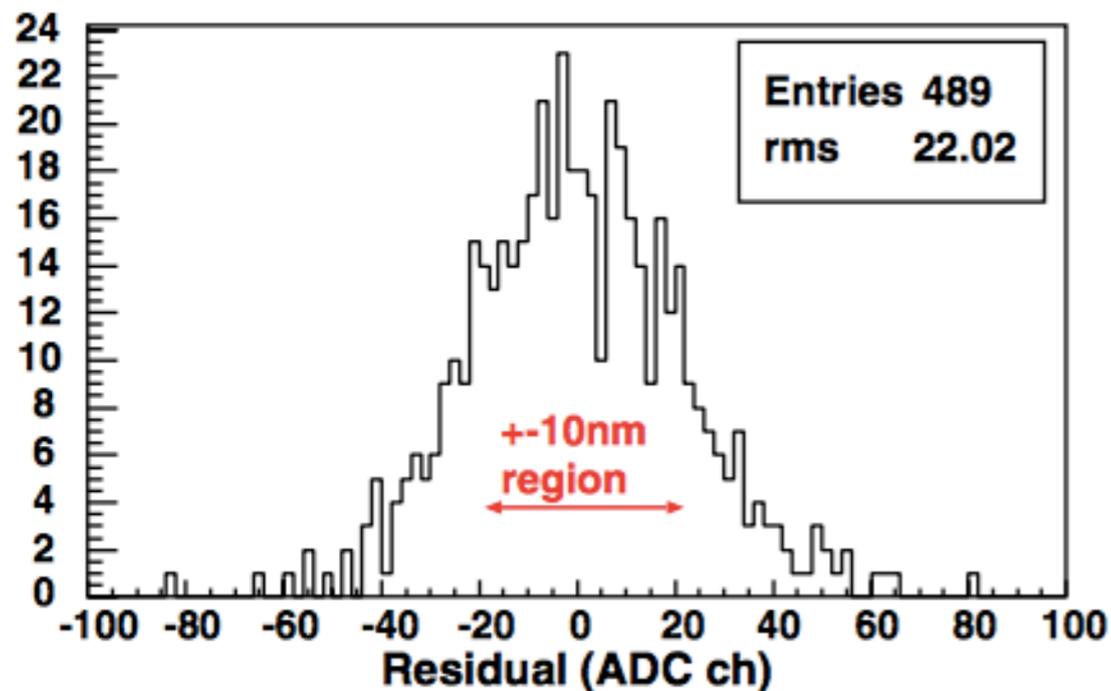
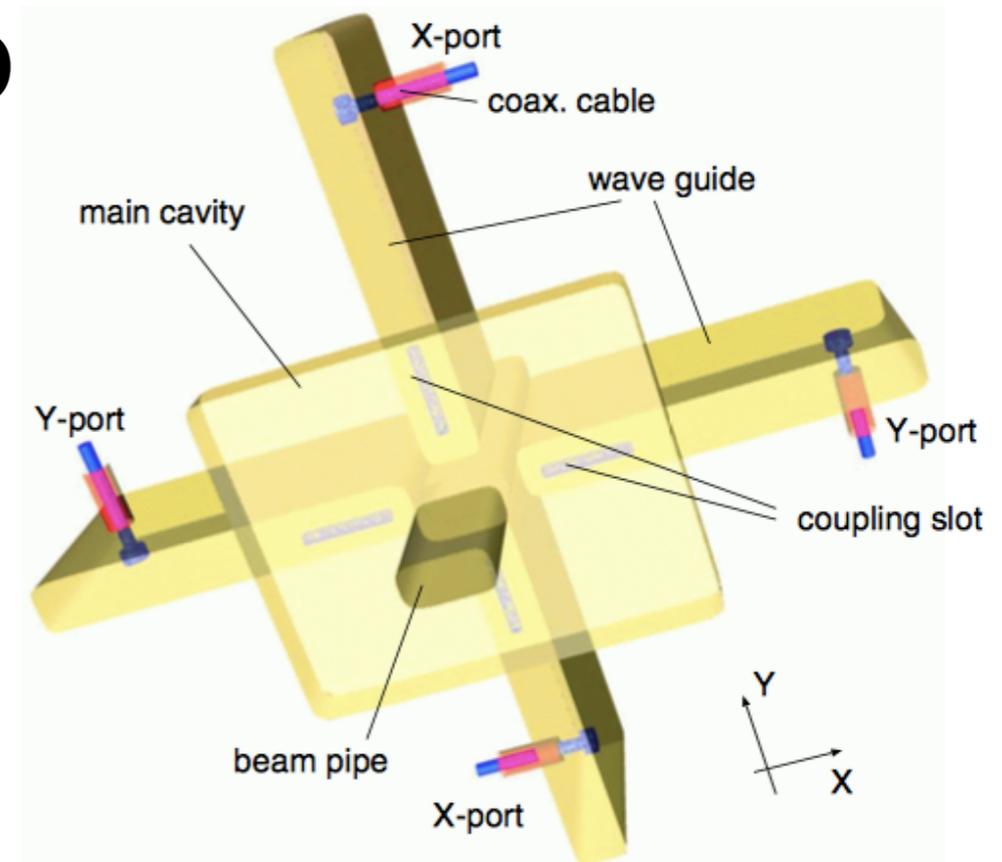
- 1995年頃、SLACでリニアコライダーのために高分解能BPMの開発
 - FFTBで実証(新竹氏ら)
- 3つスタックしたアルミ製の空洞
- Common-mode free couplerではない
- 真空チェンバに入れて試験
- 分解能25nm(長らく世界記録)

Single bunch charge in FFTB: q	~ 1 nC
TM110 frequency: f_{11}	5712 MHz
Cavity radius : a	30.0 mm
Cavity length : l	5.0 mm
Beam hole diameter : D	20.0 mm
Effective cavity length : l_e	25 mm
Cavity-to-cavity distance : L	50 mm
Loaded Q factor : Q_e	130
Circuit shunt-impedance : $(R/Q)_{11}^{cir.}$	22 Ω
Longitudinal impedance : $(R/Q)_{11}^l$ (numerical simulation by MAFIA)	410 $k\Omega/m^2$ (502 $k\Omega/m^2$)
Induced voltage in the cavity: V_{11}	120 $\mu\text{V}/\text{nC}/\text{nm}$
BPM signal output into 50 Ω : V_{50}	16 $\mu\text{V}/\text{nC}/\text{nm}$
Band-pass filter : ΔB	50 MHz
Thermal noise into 50 MHz : V_N	7 μV
Theoretical resolution : Δy	6 nm
Observed resolution at FFTB	25 nm



ATF2-IP

- ATF2の仮想衝突点で、角度発散の大きなビームをnmで測定できるように、できる限りのことをやった。
- 矩形空洞 (6.426GHz, 5.712GHz)
- 薄い空洞、小さなビームダクト
- 分解能8.7nm (世界記録更新)



おまけ

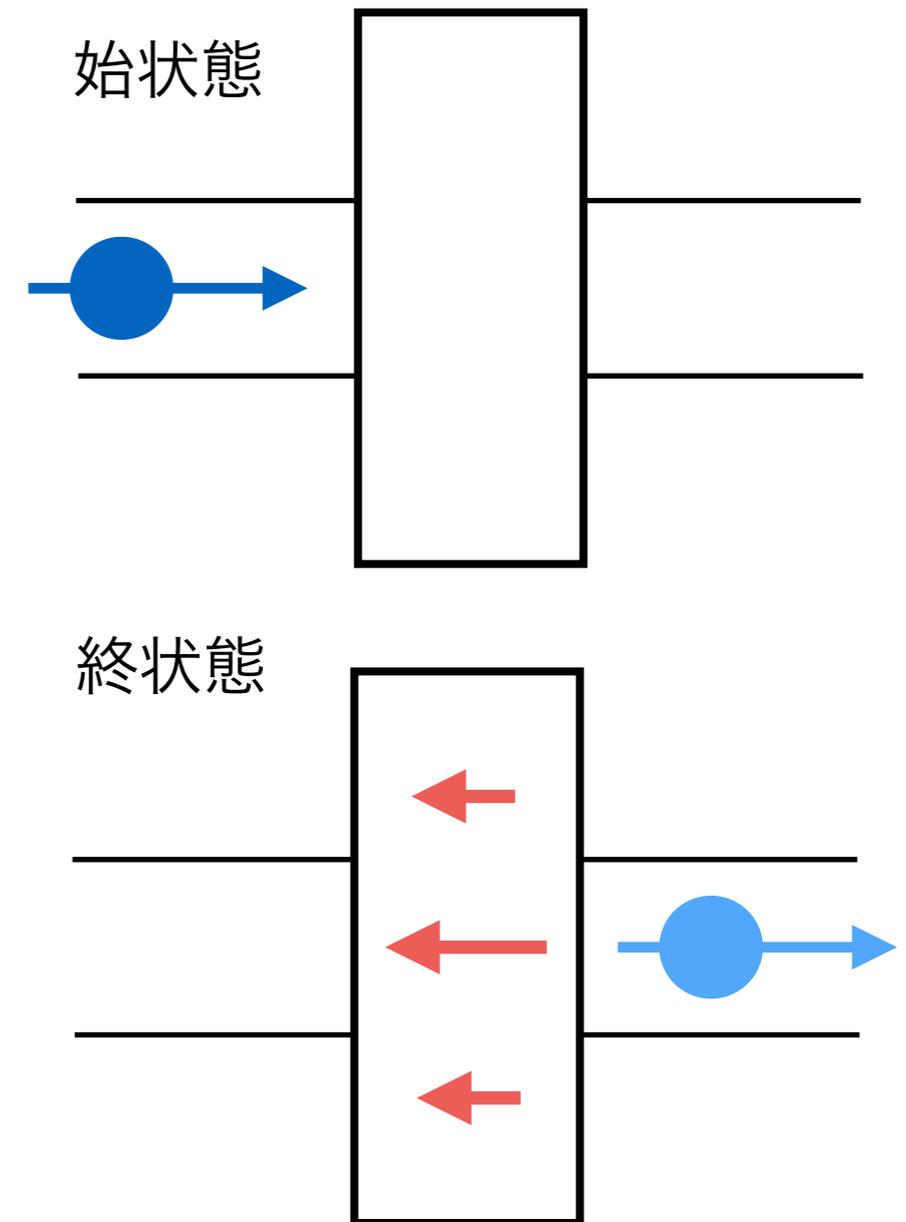
- 不思議に感じないだろうか
- 光(電磁波)が出るのはなぜだろう。

ビームローディングの不思議

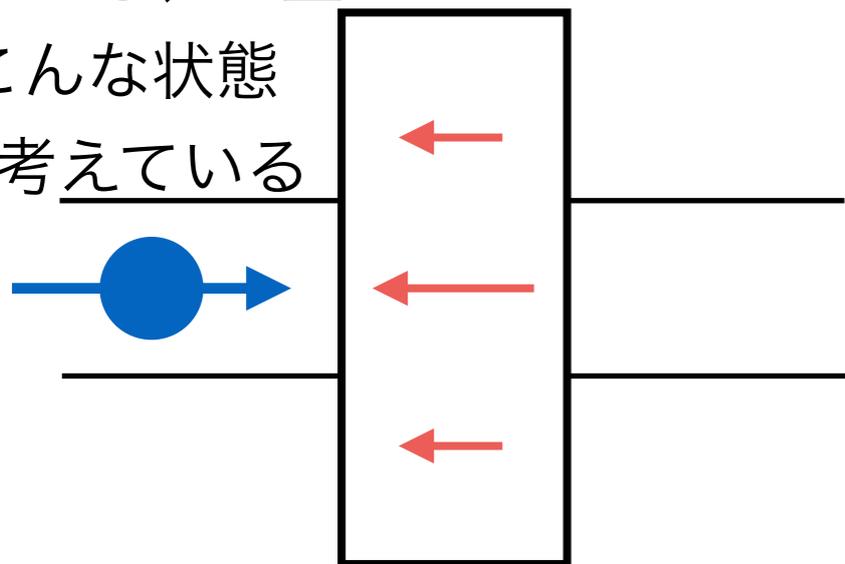
•なぜ光(電磁波)が出るのか。

•計算の手順をおさらい

- (1)今考えたい固有モードの電場形状を求め
- (2)ビーム軌道に沿ったEを積分(この時点では電場が存在し無いにもかかわらず)
- (3)そのR/Qで空洞には光が溜まり、ビームは減速する。



あたかも、一旦
こんな状態
を考えている



•思ったのと順番が逆?

- ビームが光を出すのではなく、
- 先に光があってそれがビームで増幅する。
(最初は光が無いのに?)

自由空間では

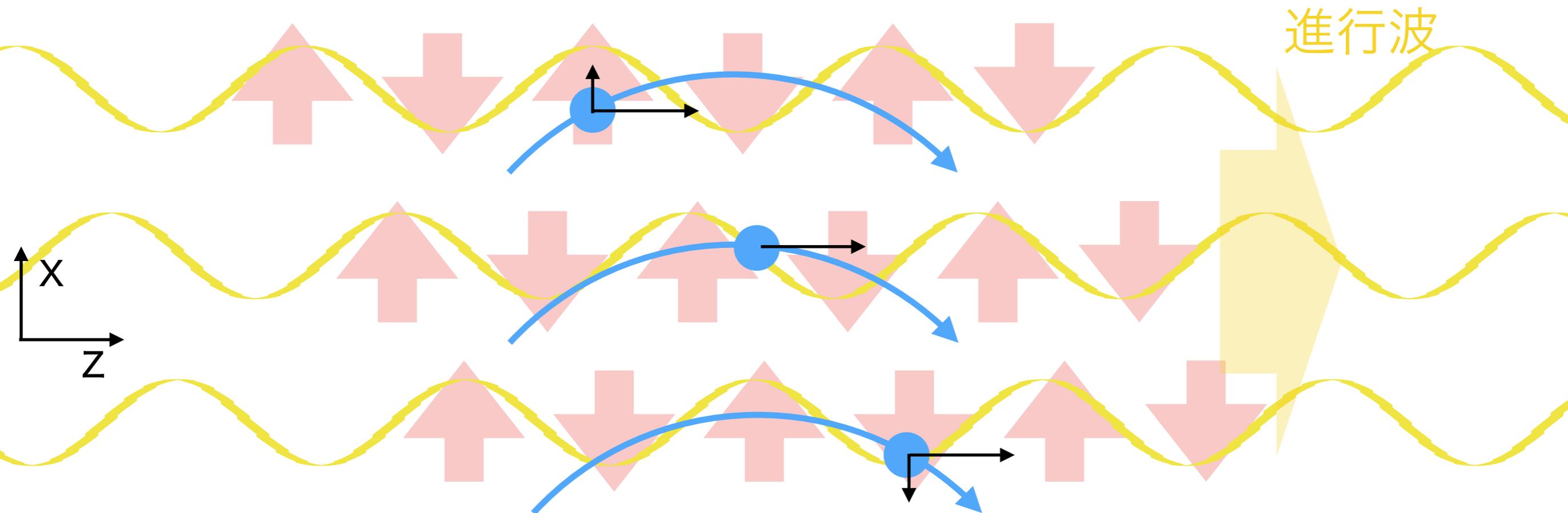
・そもそも空洞である必要はあるのか。空洞も自由空間も同じ。

・閉じた境界条件：定在波、モードが離散的。

・開いた境界条件：進行波、モードが連続的。

・横波の光の場合は、ビームの横方向の動きと結合。

$$\int \mathbf{E} ds = \int \mathbf{E}_x \cdot \mathbf{v}_x ds$$



・曲線部では、ビーム軌道が長く、光の波面が追い越す。

・おかげで、R/Qの積分がノンゼロになる。つまり、光が出る。(放射光)

・これも、思ったのと順番が逆？

・ビームが光を出すのではなく、

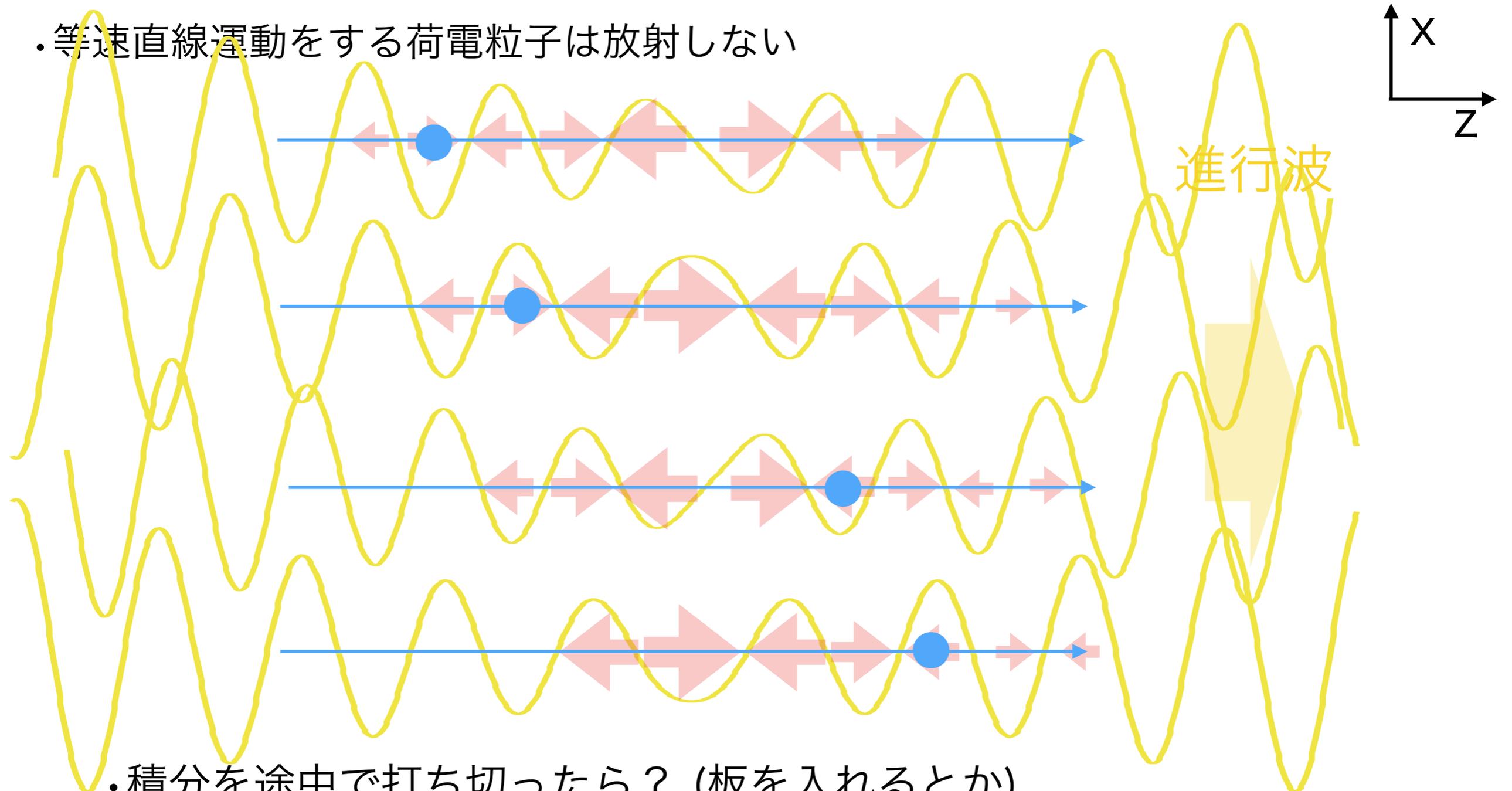
・先に光があってそれがビームで増幅する。(最初は光が無いのに?)

ビームが直進のときは

- 縦電場があるモードの場合(ラジアル偏光とか)

$$\int \mathbf{E} ds = \int E_z \cdot v_z ds$$

- 直進するビームと結合し得る。
- ウェストでの位相スリップがあるので全体の積分はゼロ。
- 等速直線運動をする荷電粒子は放射しない



- 積分を途中で打ち切ったら？ (板を入れるとか)

- R/Qがノンゼロ。放射する。遷移放射(OTR)。

まとめ

- 空洞BPM
 - シングルパスで高分解能/高確度
 - XFELでは標準的なモニター
- わりとシンプルで、学ぶものも多い
 - 学部レベルの電磁気学
 - RF空洞の製作技術
 - 高周波電気回路、デジタル信号処理
 - コヒーレント放射
 - ビーム力学、ビーム調整

最後に

- 加速器の開発において、何を目的とし、どのようなモニタが必要か、よく議論すべき。目先の建設費用に惑わされず、後の機会費用も忘れず予算配分のバランスを考えるべき。
 - 必要なものが測定できず調整に時間がかかり、運転費用がかさむ、とかは本末転倒。
- ビームモニタの開発は、単に業者に発注、組み込んだら終わり、ではない。実際に自ら設計したモニタを使ってビーム調整し、改良をつづける。性能をまとめ、論文の形で世界中の研究者と情報を共有すべき。担当者が秘伝の技を抱え込むのは良く無い。
- ビームモニタ/ビーム診断は、ビームダイナミクスを最前線で感じ取れる。単にモニタに限定されない豊富な物理がある。
- 専門家(ビームモニタに限らず)の言っていることを信じてはいけない。それ以外ができないからそれをやっている人なのかもしれない。

- ・次の機会は他の人に講師をお願いしたい。

謝辞

- ・毎年のOHOセミナーに関するとりまとめに尽力していただいている、応用超伝導加速器センター山本康史氏に、この場を借りて感謝します。
- ・OHOテキストのページ数をめぐる問いのきっかけを生み出し、研究分野を創生した許斐太郎氏に、この場を借りて感謝します。
- ・また、日々の雑務に追われてスライド準備がなかなか進まなかった筆者を激励していただいた清水洋孝氏に、この場を借りて感謝します。