

計測の基礎

1. はじめに

「計測」という言葉は、国内組織 JIS (Japanese Industrial Standards (日本産業規格)) や国際組織 ISO (International Organization for Standardization (国際標準化機構))、IEC (International Electrotechnical Commission (国際電気標準会議)) で次のように定義されている [1] :

計測 (instrumentation) : 「特定の目的」を持って「事物を量的にとらえる」ための「方法・手段を考究」し、「実施」し、「その結果を用いて所期の目的を達成する」こと。

測定 (measurement) : ある量を基準として用いる量と比較し、「数値または符号を用いて表す」こと。

このように「計測」という言葉の方が広い活動領域をカバーしている。ここでは広い測定対象範囲の計測のうちビームに関する諸量を扱う。ビーム計測の対象としては、放射光・蛍光、放射線、電磁場などが考えられるが、ここではさらに範囲を絞って、上記の物理量が電気信号に変換されて処理されることが多いことを念頭に置いて、電気信号の計測に関する基礎的な事柄を述べていく。具体例として **Fast Current Transformer** を使って計測の流れがイメージできるように説明をする。セミナー時には時間の制約・著者の限界で述べられなかった事柄についても追記し、記述の順序も若干変更した。

まず、計測システムの構築にあたって、どのような性能が必要になるか一般論を述べる。次に、具体例として電流の計測について上記の指数に関して述べていく。計測の基礎には、電圧、電流、抵抗などの物理計測の国際基準・単位があり、そこでは不確かさが重要になってくる。実際の場面でも不確かさを如何に減らすかが計測のほとんどを占めるといっても過言ではない。まず国際基準・単位、不確かさに関する最近の動向をまとめる。次に不確かさの大きい部分を成すノイズにつ

いて、主に物理的起源によるノイズについて述べる。外来ノイズに関しては、本スクールの諏訪田氏の項に詳しく述べられている。最後に、2つのビーム計測の実例について述べる。1つ目の例はフーリエ変換がノイズ除去にも重要なツールであることを示す一例である。2つ目も時間領域と周波数領域の2つの観点の有用性を示すものである。

2. ビーム計測における性能指数

ビーム計測の目的は、ビームの安定・高信頼な蓄積・加速・取出しのための情報を提供し、あるいはビームの種々の物理過程を理解するためのデータを提供することである。

具体的に測定対象となる物理量は、加速器一般の基本的なものとしてはビーム強度・電流、ビーム位置、ビームロス、ビームプロファイルなどがある。さらに、ベータatron振動数、シンクロtron振動数、加速高周波とビームとの位相差などビーム制御・調整のために必要なものもある。上記のそれぞれについての詳しい議論は本スクールでの各論を参照のこと。どのビーム計測に関しても、

- (1) 測定対象を明確にして理解すること、
- (2) 対象に適合した測定方法を選択 (考案) すること、
- (3) 下記のような性能指数を明確にして設計・製作・計測を行うこと :

- Span, dynamic range
 - Sensitivity
 - Resolution
 - Uncertainty
 - Linearity
 - Frequency bandwidth / response time
- が重要である [1]。

3. FCT における計測の流れ

上記のプロセスを具体的に見るための例として、J-PARC MR の "fast current transformer" (FCT) について考察する。測定対象 (前節の項目 (1)) は、この場合ビーム電流である。エネルギー・

速度のそろった荷電粒子の集団が単位時間内に特定の断面（FCTが囲む面）を通過する電荷量である。J-PARC MRの入射エネルギー3 GeVにおいては、上記の荷電粒子の集団=バンチ1個あたりに 4×10^{13} 個（設計値）の陽子が含まれていて、185kHzでMRを周回しているのので、「1バンチの周回電流」は

$$I_1 = [\text{素電荷 } e] \times [\text{粒子数}] \times [\text{周回周波数}]$$

$$= 1.6 \times 10^{-19} \times 4 \times 10^{13} \times 185000$$

$$= 1.18 \text{ A}$$

となる。MRでは8バンチを加速するので、「8バンチの周回電流」 $I_8 = 9.47 \text{ A}$ である。

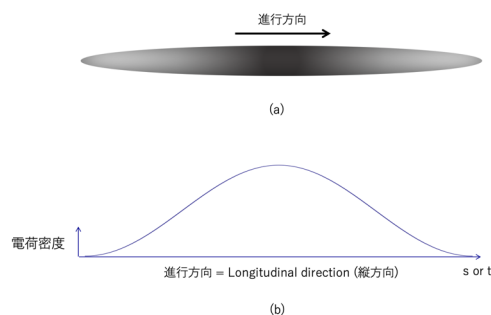


Fig. 1 バンチの電荷分布と射影

一方、バンチの内部構造を考えると、時々刻々と電荷密度が変化していくことが予想される。Fig.1 (a)に例を示す。s軸への射影を考えると、Fig.1 (b)のようになる。電荷密度を $\rho(x, y, s)$ 、電荷分布（バンチ）の速度を v とすると、電流密度は $v \cdot \rho(x, y, s)$ と表すことができる[ref-Jackson]。電流密度をバンチ断面で積分したものが電流で

$$I(s - vt) = v \iint_{\text{aperture}} \rho(x, y, s - vt) dx dy$$

と表せる。陽子ビームの場合によく使われる分布

$$\rho(s - vt) = \frac{eN_0}{S_B} \sin^2\left(\pi \frac{s - vt}{S_B}\right) \quad (3-1)$$

($0 < s < S_B$; $eN_0 = \int \rho(s') ds'$) を使い、

$$I(s - vt) = v \frac{eN_0}{S_B/2} \sin^2\left(\pi \frac{s - vt}{S_B}\right)$$

となる。ここで、 N_0 はバンチあたりの粒子数である。これはまた、ビーム電荷 $eN_0 = 6.4 \mu\text{C}$ が $\tau_B = S_B/v$ の時間内に通過することから、平均電流

$I_{ave} = eN_0/\tau_B$ を得る。ピーク値は \sin^2 分布の場合は、2倍の $I_{peak} = 2eN_0/\tau_B$ となる。

	3 GeV	30 GeV	unit
τ_B	200	80	ns
I_{ave}	32	80	A
I_{peak}	64	160	A

放射光を放出して放射減衰と放射励起が釣り合い定常状態になったビームの場合（電子・陽電子ビームや高エネルギー陽子・反陽子ビーム）はGauss分布で表すことが多い。

ビーム電流（電荷）の測定方法としては、Faraday cup という装置がよく使われるが、これはビームを止めて電荷を測定するため「破壊型」モニターと呼ばれる（Fig. 2）[2]。ビーム電荷、およびビームが衝突して発生する2次電子を含めて全電荷をcupで集めて下流の電流計で測定しなければならないので、Cupで止めることができない高エネルギーでは困難になる。さらに、運転中の観測が必要な場合などの「非破壊型」モニターが必要な場合は使えない。

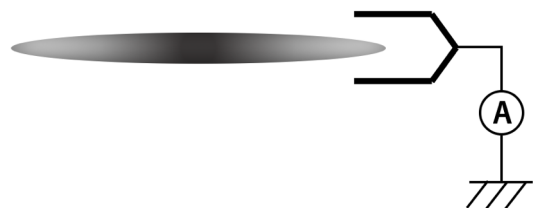


Fig. 2 Faraday cup の原理図



Fig. 3 Current transformer の内部構造

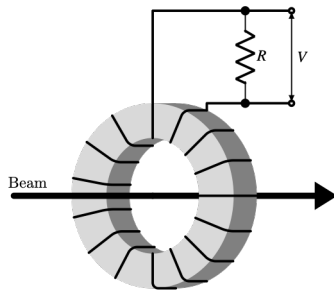


Fig. 4 Current transformer の回路構成[3]

そこで Current transformer (トランス; 変流器; 電流変成器) を用いることが多い。原理を以下に示す。

ビーム電流 (I_B) および検出巻線の電流 (I) がトロイダル状の磁性体コア内に磁場

$$B(r, s - vt) = \frac{\mu_r \mu_0 (I_B + N_c I)}{2\pi r}$$

を発生する。Fig.4 で示した検出コイルに直列に接続した抵抗に発生する電圧は、検出コイルの鎖交磁束の時間微分に等しい。

$$\begin{aligned} V &= \frac{d}{dt} N_c \int_{R_i}^{R_o} \frac{\mu_r \mu_0 \{I_B + N_c I\}}{2\pi r} dr \cdot g \\ &= \frac{d}{dt} \mu_r \mu_0 g \ln\left(\frac{R_o}{R_i}\right) N_c \{I_B + N_c I\} \end{aligned}$$

また、この電圧は抵抗での電圧降下に等しいから

$$V = -IR$$

これらから、

$$V(t) = R \left\{ \int_0^t \frac{dI_B(t')}{dt'} \frac{e^{Rt'/L}}{N_c} dt' \right\} e^{-Rt/L} \quad (3-2)$$

を得る。ここで

$$L = \mu_r \mu_0 g \ln\left(\frac{R_o}{R_i}\right) N_c^2$$

を使った。周波数領域では、

$$V(\omega) = \frac{j\omega}{\omega_L} \frac{R I_B}{1 + j\frac{\omega}{\omega_L} N_c} \quad (3-3)$$

$$\omega_L = R/L$$

となる。以上の議論では、コアの結合係数=1、ビームが円筒真空ダクトおよびトロイダルの軸の中心を通ることを仮定した。また、詳細な形状から発生する「浮遊容量」などの効果を無視した。

ここでは、MR に入射されるビーム強度をモニターするために 3-50BT (Beam Transport-line) に設

置されている FCT (fast current transformer) [4] を題材にとって、上式を使って、前節で述べた性能指数を議論する。このモニターは、上流の円形加速器 3 GeV RCS (rapid-cycling synchrotron) から MR に入射されたビームの粒子数を常に計数し、1 時間積算値の上限を超えないようにするための重要なシステムのための検出器である。CR 積分器を用いたアナログ処理回路により 1 入射 (運転状況により 1 または 2 バンチ) 毎に積分を行いアナログ電荷量に変換したものをデジタル化して 1 時間分を積算している。

3.1. Dynamic range (動作範囲) および Sensitivity (感度)

J-PARC MR の最大ビーム強度の設計値は、バンチあたり 4×10^{13} 個である。最大蓄積バンチ数は 8 個である。これと入射エネルギー・取り出しエネルギーでのパラメータ、 $N_c = 25 \text{ turns}$ 、 $R = 25 \Omega$ を使うと、トランスのパラメータは

入力電流	0.64	160	A
出力電圧 $\sim \frac{R I_B}{N_c}$	0.64	160	V

となる。下限は、入力電流の最小値 64 A の 1% とした。上記に多少のマージンを考慮して dynamic range を決めることが肝要である。

入力の変化に対する出力の変化の割合を sensitivity (感度) と呼ぶ。

350BT FCT の場合は、CR 積分器およびアンプのゲインを含めて全体で

$$\text{sensitivity} = 1 \times 10^{13} \text{ protons}/V$$

$$\text{最大ビーム粒子数} : 1 \times 10^{14} \text{ protons}$$

$$\text{最大出力電圧} : 10V$$

と設定されている。

3.2. Resolution

Resolution (分解能) はビーム電荷量の 1-5% を目指す。 4×10^{13} 個の 1-5% は $4 \times 10^{11} - 2 \times 10^{12}$ 個であり、この値を分解能の目標値とする。ここで問題となるのがノイズ (雑音) である。ノイズの大きさが目標分解能を超えてしまうと所望の測定ができなくなる。ノイズには、物理現象を起源

とするものと外来のノイズがある。物理現象を起源とするノイズについて第5章で詳しく述べる。

3.3. Linearity

通常、入力信号と出力信号は線形関係 (linearity) を保つように設計する。逆に線形関係からのズレが誤差となる。3-50BT FCT の場合は、40ms に1回、2バンチ: $2 \times 4 \times 10^{13}$ 個の陽子が通過する。校正巻線を用意してあるので、ここからダミー信号を入力して、出力電圧との線型性および感度が $\pm 1\%$ 以内であることを毎年校正している。

一方、MR 内のビームは約 185kHz で周回しているので、Fig.1 で見たようなパルス状のバンチが1周で8個 (+1 個の空バケツ) 観測される。ビームパワー 486 kW (2.51×10^{14} 陽子/パルス) の時に測定した1例を Fig.5 に示す。1本のトレースが1周分の信号である。入射から取出しまでの全周回の信号を描くと塗りつぶされてしまうので、見やすいように 40ms に1トレースの割合で間引いて描いてある。横軸は1周内の時間、縦軸はビーム電流である。ただしトレースをオフセットさせている。このような表示方法はマウンテン・プロット (waterfall plot) と呼ばれる。

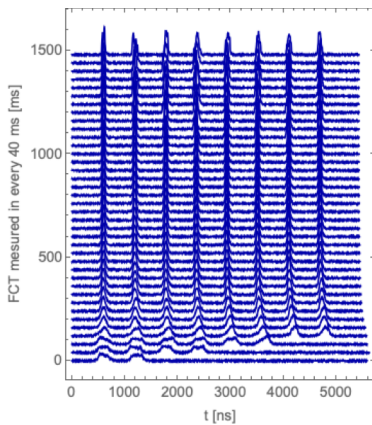


Fig. 5 MR 内の FCT の信号

周回ビームの場合には、コア内を貫く DC ビーム電流成分が、350BT のような1回通過に比べて周回数 (約 185 k) 倍に増えるので、コア内磁束密度の振る舞いが変わる。正確に確認するにはビームと同程度のダミー・パルスを通して応答を測定することが望ましいが、かなりの規模のパルス電源 (パルス幅: 数 100ns、ピーク電流: 160A、

繰返し約 1.7 MHz で、50Ω 負荷に供給すると仮定すると電圧: 8 kV) が必要になるため、ビームによるコア内磁束が

$$\frac{\mu_r \mu_0 I_B}{2\pi r}$$

であり、実際のピーク・ビーム電流 $I_p = 160$ A, コア半径 $r = 200$ mm に等価な、同種 (FT-3KM) のコアで $I_p = 4$ A, $r = 5$ mm の組合せで測定を行なった。Fig. 6 に測定方法を示した。1次側と2次側の回路系を分けて示した。2次側の抵抗値はいくつか試したが、ここに示したのは 12.5 Ω の結果である。Fig. 7 はコアと巻線の写真、Fig. 8 は測定結果の1例である。黄: 1次側の信号波形 (V_{in})、マゼンタ: 2次側の信号波形 (V_{out})、青: トリガ用パルスである。左図が繰返し周波数 300 kHz、右図が 1 MHz の結果である。繰返し周波数を上げると出力電圧が低下することがわかる (本例では 1.6%)。

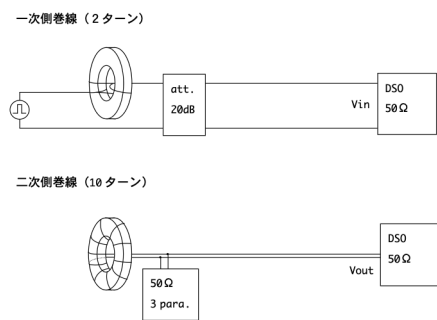


Fig. 6 FCT の校正



Fig. 7 FCT の校正

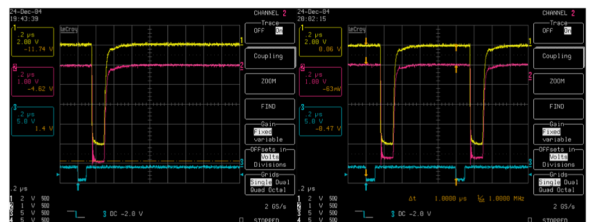


Fig. 8 FCT の校正

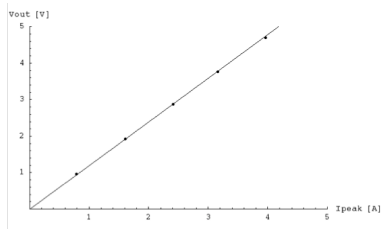


Fig. 9 FCT の校正

3.4. Response time / Frequency bandwidth

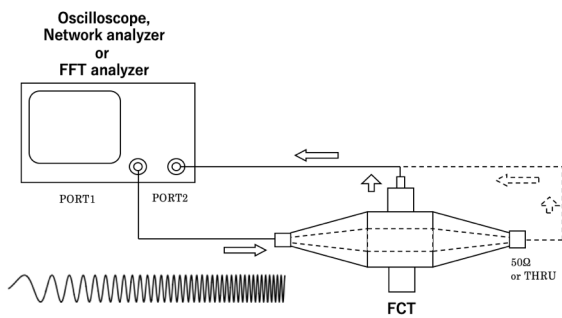


Fig. 10 FCT の校正

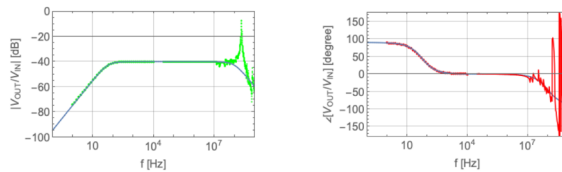


Fig. 11 MR FCT の周波数特性

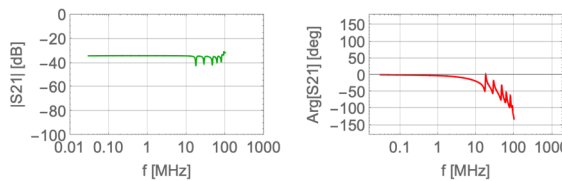


Fig. 12 "3-50BT" FCT の周波数特性

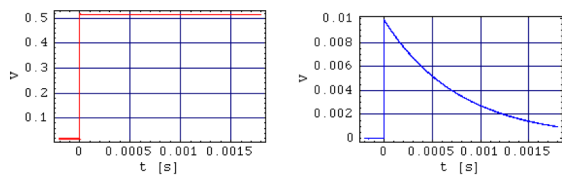


Fig. 13 "3-50BT" FCT のステップ応答

設計の段階で、バンチ電荷を所望の精度で取得できるように巻き数、負荷抵抗を選んである。試作、完成の段階で検証する必要がある。FCT では、Fig. 5 のような測定ベンチを用意し、周波数特性 (Fig.6) およびステップ応答 (Fig.7) を測定した。ステップ応答の減衰時定数 $\tau = 575 \mu s$ から低域周波数が $\omega_L = 2\pi \times 277 \text{ Hz}$ と算出できる。

ビームの周波数スペクトルを見ると、上記の特性が受け入れられるかどうか判定できる。入射ビームの波形 (バンチ幅 200 ns) および周波数スペクトルを Fig.? に示す。Fig. 12 の振幅特性の平坦な範囲に入っているのが問題ないことがわかる。

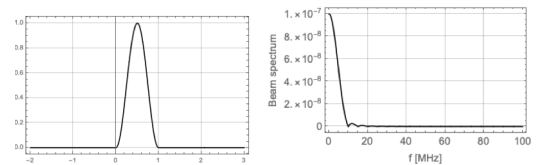


Fig. 14 バンチ波形および周波数スペクトル

以上の事情を式で表すと、Eq. (3-3)は、“伝達関数” $H(\omega)$ を

$$H(\omega) = \frac{j\omega}{\omega_L} \frac{R}{1 + \frac{j\omega}{\omega_L} N_c}$$

と書いて、FCT の出力電圧は

$$V(\omega) = H(\omega) I_B(\omega)$$

と表すことができる。

ビームの周波数スペクトル $I_B(\omega)$ が大きい周波数範囲で $H(\omega)$ が平坦であれば、誤差は小さくなるというわけである。

時間領域での振る舞いは、Eq. (?-?) を解いて、バンチ間隔 t_{RF} で連なるビーム電流

$$I_B(t) = I_p \sin^2\left(\pi \frac{t - (n-1)t_{RF}}{t_B}\right), T_n \leq t \leq t_B + T_n \\ = 0, \text{ otherwise}$$

に対する FCT 出力電圧は下記のようにかける。

$$V(t) = \frac{V_0}{2} \left\{ \Delta V(t) + e^{-\frac{t-T_n}{\tau}} - \cos\left(\frac{2\pi\{t - T_n\}}{t_B}\right) + \left(\frac{t_B}{2\pi\tau}\right) \sin\left(\frac{2\pi\{t - T_n\}}{t_B}\right) \right\}, \\ T_n \leq t \leq t_B + T_n$$

$$= \frac{V_0}{2} \sum_{m=1}^n \left\{ e^{-\frac{t-T_m}{\tau}} - e^{-\frac{(t-T_m)-t_B}{\tau}} \right\},$$

$$t_B + T_n < t$$

ここで、

$$\Delta V(t) = \sum_{m=2}^n \left\{ e^{-\frac{t-(m-2)t_{RF}}{\tau}} - e^{-\frac{(t-(m-2)t_{RF})-t_B}{\tau}} \right\}$$

$n=1$ の時は $\Delta V(t) = 0$ とする。また、

$T_n = (n-1)t_{RF}$: n 番目のバンチの開始時間、

$$I_p = \frac{veN_0}{s_B/2} = \frac{Q}{t_B/2}$$

Q : バンチあたりの電荷量

$$\tau = \frac{1}{\omega_L} = \frac{L}{R}$$

$$V_0 = \frac{(2\pi)^2}{(2\pi)^2 + \left(\frac{t_B}{\tau}\right)^2} \frac{R}{N_c} I_p$$

とした。350BT FCT の応答波形を Fig. 15 に示す。非常に良く波形を再現していることがわかる。参考のために、低域遮断周波数が 10^3 倍になった場合の計算結果を Fig. 16 に示す。

誤差を見積もるために、 $t_B \ll \tau$ の場合、 $\frac{t_B}{\tau}$ の 1 次まで取り、

$$V(t) \approx \frac{V_0}{2} \left\{ -\frac{(n-1)t_B}{\tau} + 1 - \cos\left(\frac{2\pi\{t-T_n\}}{t_B}\right) + \frac{t_B \sin\left(\frac{2\pi\{t-T_n\}}{t_B}\right) - 2\pi\{t-T_n\}}{2\pi\tau} \right\},$$

$$T_n \leq t \leq t_B + T_n$$

$$\approx \frac{V_0}{2} \frac{n t_B}{\tau}, \quad t_B + T_n < t < T_{n+1}$$

と近似する。この近似では、

$$V_0 \approx \frac{R}{N_c} I_p$$

である。 n 番目のバンチ ($T_n \leq t \leq t_B + T_n$) の近似形の $\{$ 内の第 1 項は以前のバンチの影響、第 2 および 3 項は低域遮断周波数 ($\frac{1}{\tau}$) が無い場合の応答波形、第 4 項は低域遮断周波数以下の信号が低下することによる影響である。電荷を求めた時の誤差を見積もるために、 n バンチ目の部分 ($T_n \leq t \leq T_{n+1}$) を積分し、遮断の影響の無い場合の値との比を求めると、

$$1 + \frac{t_B - 2n t_{RF}}{2\tau}$$

となる。350BT FCT の場合は一回に 2 バンチが通過するので、 $n=1, 2$ をそれぞれ評価すると、

$$t_B = 200 \text{ ns}$$

$$t_{RF} = 598 \text{ ns}$$

$$\tau = 575 \mu\text{s}$$

として、

$$n=1 \quad 0.999$$

$$n=2 \quad 0.998$$

となり十分小さいことがわかる。実用的には、このシステムは線形系と考えることができ、ビーム波形が変わらず、単に大きさが変化しただけならば、上記の誤差比は一定となり、補正を行うことで相殺することが可能となる。ただし、実際のビーム波形は RCS での加速条件によって変化するので、同程度以下の誤差が生じる。さらに実際のアナログ積分器における CR 積分器の周波数特性の影響も受ける。上述のように、それらを含めてダミーパルスを印加して $\pm 1\%$ 以内になるように校正を行なっている。

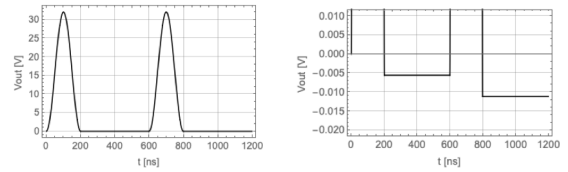


Fig. 15 "3-50BT" FCT の応答波形 (計算値)

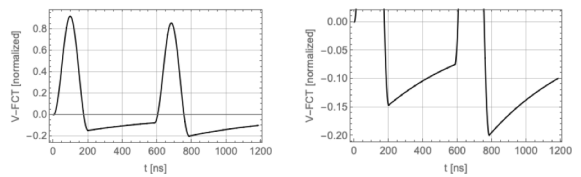


Fig. 16 低域遮断周波数が 10^3 倍大きい場合

3.5. まとめ

以上見てきたように、測定対象に応じて適切な測定方法の選択、ビームパラメータに応じた詳細設計によって、目的とする性能指数を実現することが必要である。筆者の経験では、ビームというのはかなりフワフワしたもので、時と場合で変化する。“TDR (Technical Design Report)” のような

固定されたパラメータ表に基づいて“あっしまった”というような事例も見聞きした。測定条件を余裕を持って広げることは、通常の限られたリソースでは困難を伴うが、可能な範囲で設計段階から考慮することが重要だと感じている。

4. 物理量の国際基準と不確かさ

4.1. 国際単位系[5]

計測結果を全世界共通の言語である国際単位系 (SI) で表現することは、基本中の基本である。その国際単位系は、最新の研究・技術を反映して日々進化している。直近では、2019年5月20日の World Metrology Day (国際計量記念日) より、改訂された国際単位系が世界で一斉に用いられ始めた[5]。

ここでの議論に関係する電気関係量では、電圧、抵抗、電流、電荷、電力、キャパシタンス、インダクタンスの校正値 (相対変化量) が ppb の桁で改定されたとのことである[6]。

また、近年の電気分野の事実上の標準は、SI で定義される電流のアンペア A でなく、基礎物理定数に基礎を置く量子標準から導かれるジョセフソン効果による電圧のボルト V、および量子ホール抵抗によるオーム Ω によって標準が設定されている[6]。

上記の国際標準がそれぞれの国家計量標準に移される。我々が普段使用する電圧計、電流計、オシロスコープ、スペクトル・アナライザ、ネットワーク・アナライザ等の測定器は、これらのさらに下流に位置づけられており、適切な頻度・方法で定期的に校正を実施することが重要である。各測定器のメーカーや関連業者でも実施が可能になっている。

4.2. 計測の不確かさ[7-9]

国際度量衡委員会(CIPM)およびその事務局である国際度量衡局(BIPM)が提言し、国際標準化機構(ISO)が中心となって、測定結果の表現のルールを示す国際文書が制定されることになった[8]。過去には、計測結果を表す場合に

$$\text{誤差} = \text{計測値} - \text{真の値}$$

で示す誤差を含めて表現された。しかし、「真の値」は実際には求められない量であり、従って「誤差」も知り得ないことになる。現在は、「真の値」という言葉は使わずに「不確かさ(uncertainty)」によって表現するように推奨されている。1993年には「計測における不確かさの表現のガイド」(Guide to the expression of Uncertainty in Measurement:以下 GUM と略す)が制定されている。その後、GUM は ISO/IEC Guide 98-3(JCGM 100) として整備再編され、今日に至っている[8]。

不確かさに関する用語としては以下のようなものがある (JIS Z 8103:2000)

真の値: ある特定の量の定義と合致する値。特別な場合を除き、観念的な値で、実際には求められない。

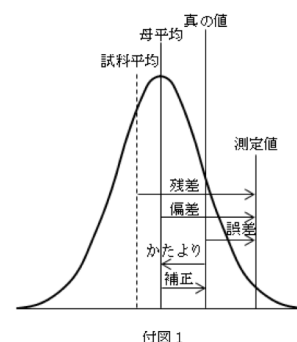
誤差: 測定値から真の値を引いた値

かたより: 測定値の母平均から真の値を引いた値

不確かさ: 合理的に測定量に結びつけられ得る値のばらつきを特徴づけるパラメータ。これは測定結果に付記される。

精度: 測定結果の正確さと精密さを含めた、測定量の真の値との一致の度合い。

確度: 指定された条件における誤差限界で表した計測器の精度。



付図 1

Fig. 17 不確かさに関する計測用語

基本的には、不確かさは、統計的に扱われる A タイプの不確かさと、それ以外の B タイプに分けられるという考え方とる。そして、複数の変数 x_1, x_2, \dots, x_n から関数 $y = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ で与えら

れる計測対象 y の不確かさ (u_y) は、変数の不確かさ (u_{x_1}, \dots, u_{x_n}) から合成不確かさ

$$u_y = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x_1} u_{x_1}\right)^2 + \dots + \left(\frac{\partial f}{\partial x_n} u_{x_n}\right)^2}$$

を計算して評価する。

5. 雑音の種類と物理的背景

電気信号の測定におけるノイズは、熱雑音、ショットノイズ、 $1/f$ ノイズ、バルクハウゼン・ノイズなどがあり、以下に順次述べていく。測定上問題となるノイズは上記以外に、外部から混入する様々な外来ノイズがあり、これらの除去も大変重要である。これに関しては諏訪田氏の講義で詳述される。

5.1. 熱雑音

抵抗体などの電気伝導体の内部で、熱平衡にある電子などの電荷キャリアの揺動によりノイズが発生する[10,11]。

Fig.18 に示すように2つの抵抗体 R_I と R_{II} を特性インピーダンス $Z_c=R_I=R_{II}$ の伝送線路で接続する。ここに熱エネルギーによって周波数 $f \sim f + \Delta f$ の間に発生する定在波の振動モードの数は

$$\frac{2\ell \Delta f}{v},$$

各モードに分配されるエネルギーは $k_B T$ なので、 $f \sim f + \Delta f$ の間の振動モードのエネルギーは

$$\frac{2\ell k_B T \Delta f}{v},$$

Δf の周波数間隔内にある平均パワーは各 R で

$$\bar{P} = \frac{\frac{2\ell k_B T \Delta f}{v}}{\frac{2\ell}{v}} = k_B T \Delta f,$$

ノイズ起電力 \bar{E} による電流 $\bar{I} = \bar{E}/(2R)$ を考慮して

$$\bar{P} = \bar{I}^2 R = \frac{\bar{E}^2}{4R},$$

ともかける。従ってノイズ起電力は、

$$\bar{E}^2 = 4Rk_B T \Delta f$$

となる。電圧波形は平均値 0、標準偏差 $\sqrt{4Rk_B T \Delta f}$ のガウス分布に従い、ガウス型白色ノイズと呼ばれる。

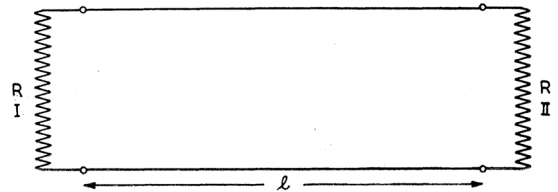


Fig. 3.

Fig. 18 2つの抵抗体と振動モード[11]

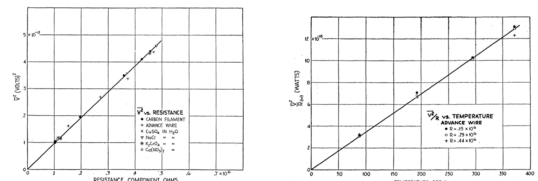


Fig. 19 熱雑音と抵抗, 温度[10]

Fig.19 に、[10]で報告されている $4Rk_B T \Delta f$ の関係を示すデータを掲載する。

5.2. ショットノイズ

電流の起源である電子などの電荷キャリアは粒子である。この粒子数が統計的にばらつくことによってノイズが生じる。これをショットノイズと呼ぶ。電荷キャリア数がポアソン分布に従うとすると

$$\overline{(i - \bar{i})^2} = 2 e i \Delta f$$

が得られる[12]。

5.3. $1/f$ ノイズ

低周波で支配的になり、だまかに $1/f$ に比例するノイズ (フリッカノイズとも呼ばれる) は、原因は様々であり、発生メカニズムにより $1/f^\alpha$ ($0.8 \leq \alpha \leq 2$) となる。半導体素子などで顕著になり始めるのは 1kHz 以下である[12]。

5.4. バルクハウゼンノイズ

強磁性体に磁場 (H) を印加していくと、磁壁が不連続に動いてバルクハウゼンノイズ (BN) と呼ばれる磁気ノイズが発生する[13]。コイルが巻かれていると電気ノイズとなって検出される。

具体例として、コア材 “ファインメット” FT-3KM F4535G を使って測定した結果を示す。

Fig.20 に強磁性体コアに 1 次、2 次コイル（両方とも巻き数 12）を巻いて、定電流電源で励磁したときの起磁力 (SI 単位: A) と 2 次コイルに発生する電圧をオシロスコープ ($Z_{in}=1M\Omega$) で観測した結果を示す。励磁波形はサイン波、繰返し周波数は 0.5Hz である。2 次コイル信号波形のフーリエ変換を Fig.21 に示す。約 400Hz 以下の成分は磁化曲線の滑らかな部分の寄与である。実際にその成分のみを取り出すと Fig.22 のような波形が得られる。決して無視できない BN 信号パワーが数 kHz - 数 10 kHz で発生している。しかし、通常の CT 用途では、2 次コイルのインピーダンスが小さく 2 次コイルに電流が流れて、1 次巻線によるコア内磁束を打ち消すので、ノイズは低減する。

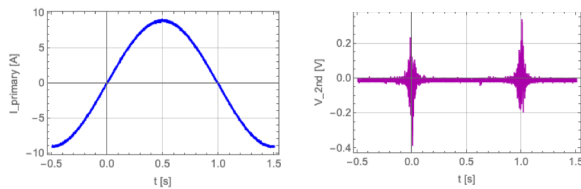


Fig. 20 起磁力とバルクハウゼンノイズ (BN)

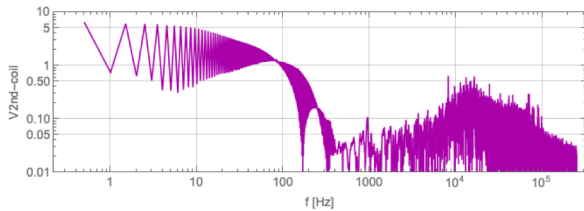


Fig. 21 BN の周波数スペクトル

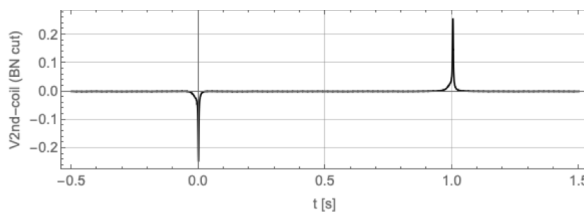


Fig. 22 約 400 Hz 以下の滑らかな励磁曲線の成分

5.5. 増幅器とノイズ

微小信号を取り扱う場合は、増幅器により増幅する必要がある。しかしながら、増幅器でもノイズが発生する。定量化するために雑音指数 (ノイズフィギュア) を、下記のように入力 SN 比 (S_i/N_i) と出力 SN 比 (S_o/N_o) を使って[12]

$$F = \frac{S_i/N_i}{S_o/N_o},$$

で表す。内部雑音のない理想的な増幅器では $F=1$ 、内部雑音があれば $F>1$ となる。n 段の縦続接続された増幅器の場合は

$$F = F_1 + \frac{F_2 - 1}{G_1} + \frac{F_3 - 1}{G_1 G_2} + \dots + \frac{F_n - 1}{G_1 G_2 \dots G_{n-1}},$$

となり、初段の雑音指数がほぼ全体の値を決める。

6. 計測例

以下で、バンチモニター信号 (Wall Current Monitor, CT と類似のモニター) に重畳しているノイズを周波数領域でカットした例、Wall Current Monitor 信号のデバンチ時の観測例を述べる。

6.1. RCS 入射付近でのバンチのコンピュータ断層撮影 (computed tomography; CT)

バンチ信号は、縦方向位相空間 ($t - \Delta p/p$) の時間軸 (t) への射影である。通常の CT は観測装置を測定対象の周りを 360 度回してデータを取るが (Fig. 23 左図)、加速器中のビームは自分自身が位相空間内をシンクロトロン振動により回転するので (Fig. 23 右図)、CT のシンクロトロン振動 1 周分の波形データを解析すると位相空間の粒子密度に換算できる。

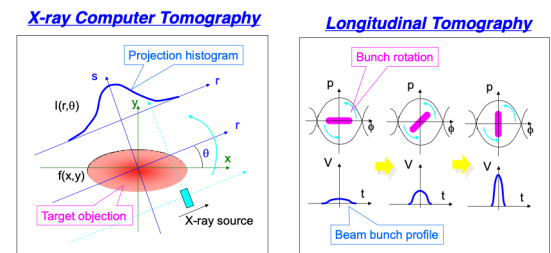


Fig. 23 通常の CT と位相空間の CT[14]

測定した波形データでは、Fig.24 に示すようにノイズにより信号が大きく攪乱されている。フーリエ変換をすると、ノイズは、Fig.25 左図に示すように約 330 kHz 以下の外来ノイズであり、ビームスペクトル：周回周波数～約 614 kHz とその高調波から分離できる。その部分をカットして、逆フーリエ変換により時間領域に戻した結果が Fig.25 右図である。このようにノイズ低減処理したデータを CT 解析して得た位相空間内の分布が Fig.26 である。

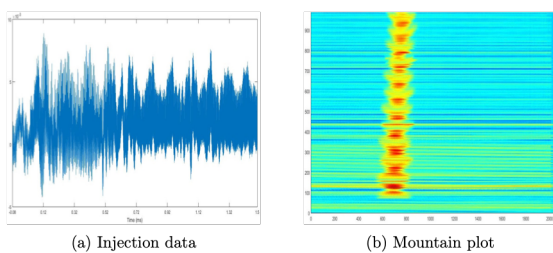


Figure 17: Injection at 400MeV

Fig. 24 WCM 波形 (処理前) [15]

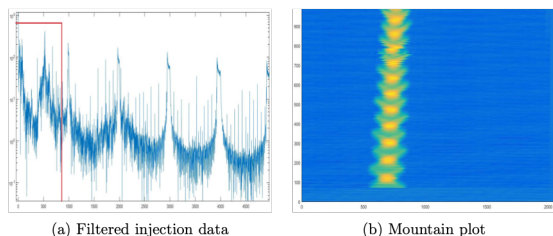


Figure 18: Extraction at 3GeV, 1MW

Fig. 25 WCM 波形 (処理後) [15]

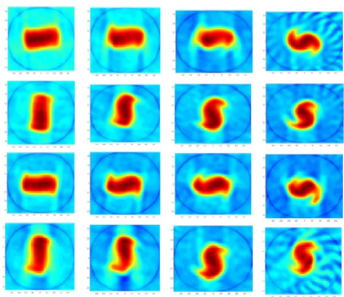


Figure 19: Evolution of beam in phase-space

Fig. 26 RCS 入射後の位相空間内の分布[15]

6.2. デバンチ時のバンチ波形

MR では、全ビームを1回の周回内で取出す「速いビーム取出し」と、「リンゴの皮を剥くように」少しずつ1秒程度の時間をかけて取り出す「遅いビーム取出し」の2種類の取出しを行なっている。遅いビーム取出しでは、バンチ構造によるビーム電流の濃淡が物理実験の検出器の効率を落とすなどの悪影響を及ぼすので、取出す前に加速 RF 電圧を切ってビームの分布を平坦にする。ビーム強度が増えてくると、その過程で「ビーム不安定性」[16]が発生し、せっかく低減しようとしている濃淡が再現してしまう。

MR に設置された WCM の信号波形の周波数スペクトルの推移を見ると (Fig. 27)、その様子が良くわかり、現象の解析に役立つ。横軸は周波数、縦軸は、ほぼ加速 RF 電圧を切った時刻である。右の色スケールで示すような配色で強どを表している。1.5 s からスペクトルパワー密度が一旦減り始めるが、1.55 s 付近から再び増加し、500 MHz まで広がっている。ここでも、信号とノイズの切り分けが重要になってくる。現在進行中のテーマである。

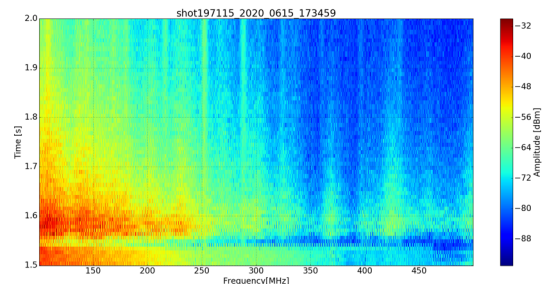


Fig. 27 デバンチ以降のスペクトルの推移[17]

7. まとめ

計測にあたっては、繰返しになるが、

- (1) 測定対象を明確にして理解すること、
- (2) 対象に適合した測定方法を選択 (考案) すること、
- (3) 下記のような性能指数を明確にして設計・製作・計測を行うこと：

- Span, dynamic range
- Sensitivity
- Resolution
- Uncertainty
- Linearity
- Frequency bandwidth / response time

が重要である。具体例で見てきたように、1種類のモニターで色々な物理量を計測できるし、一つの物理量を何種類かのモニターで計測もできる。各モニターの特性を理解して、状況に応じて使い分けることが肝要である。また、新しい状況に対応するためには、新しいモニターの開発にチャレンジすることも選択肢としてある。加速器の発展の歴史は、ビームモニターの発展の歴史でもある。

参考文献

- [1] はじめての計測工学 改訂第2版, 南茂夫／木村一郎／荒木勉, 講談社
- [2] Chao, Alexander Wu (ed.) ; Tigner, Maury (ed.), Handbook Of Accelerator Physics And Engineering, World Scientific, 1999.
- [3] 久保木 浩功, 「陽子ビームモニター」, OHO2018
- [4] 3-50 BT の FCT は以下の文献の方法を踏襲しており、設計・製作者も同じである：荒川大, 「500 MeV Beam Transport Line のビーム強度モニター」, KEK Internal 93-9, 1993.
- [5] <https://www.bipm.org/en/measurement-units/>
- [6] https://unit.aist.go.jp/nmij/public/report/SI_9th/pdf/4_SI_アンペア.pdf
- [7] 山崎弘郎, 「電気電子計測の基礎」, 電気学会, 2017.
- [8] <https://dl.cdn-anritsu.com/anritsu-customersupport/ja-jp/reliability/useful-contents/publication/forn-311.pdf>
- [9] https://unit.aist.go.jp/qualmanmet/nmijico/JCGM/no19/SQ1802_SP.pdf
- [10] John Bertrand Johnson, “Thermal Agitation of Electricity in Conductors”, Physical Review 32, pp. 97–109, 1928.
- [11] Harry Nyquist, “Thermal Agitation of Electric Charge in Conductors”, Physical Review. 32, pp. 110–113, 1928.
- [12] 霜田光一, 桜井捷海, 「応用エレクトロニクス」, 裳華房, 1984.
- [13] 近角聰信, 「強磁性体の物理 下」, 裳華房, 1984.
- [14] M. Yoshimoto et al., "LONGITUDINAL PHASE SPACE TOMOGRAPHY AT J-PARC RCS", Proceedings of IPAC2009, pp. 3358-3360.
- [15] S. Mukherjee, "Study of Beam Current Monitors", report for Summer Internship 2019 in KEK-Sokendai.
- [16] 菖蒲田 義博, 「ビームの受けるインピーダンスとビームの不安定性の理論」, OHO2010
- [17] 杉山 泰之, 私信.