

# 信号伝送とノイズ抑制技術の基礎

## 1. はじめに

本年度の主テーマは「ビーム診断の基礎」ですが、本講義は主テーマの中では趣向をやや異にした「信号伝送とノイズ抑制技術の基礎」というテーマで講義をしたいと思えます。ビーム診断には様々な方法がありますが、本講義ではどのようなビーム診断であろうと共通するノイズ抑制技術の基礎についてまとめたいと思えます。筆者が長年に渡り悩まされ続け、実際にビーム診断の研究で経験しことについてできるだけわかりやすく解説したいと思えます。

ノイズ\*1とは、日本語では雑音や揺らぎとも呼ばれ、一般に厄介者扱いされることが多いと思えます。我々がビーム診断の際に信号を確認しようとする際、“ノイズが大きすぎて信号を観測することができない”とをしばしば言うことがあります。これは、得てして訳も分からずノイズの所為にした表現の一例です。確かに現場における測定では、このようなことはしばしば生じますが、それではノイズ源は何かと問われるとにわかには答えられないことが多いことも事実です。普段は、ノイズ生成のメカニズムを突き詰めて考察することは余りありません。

我々が日常的に見るノイズは、信号伝送や電力伝送に関わることが多いですが、自然界にはさらに広義のノイズが存在します。アインシュタインが水に浮かんだ花粉の不規則な運動(ブラウン運動)から原子の存在を予言した話[1]は有名です。ブラウン運動そのものはノイズ(揺らぎ)と同等の性質を持つことが知られています。他にも、地面変動の非周期的な微小振動の時空発展、地震強度に対する地震の発生頻度、天体の放つ放射強度の時間変化、単細胞内の微粒子の運動、地球表面の温度変動、地磁気の時間変化など数多くの豊富な事例が知られています[2, 3]。このような事例は、周波数領域で測定するとほぼ $1/f$  ( $f$ : 周波数)で減衰するので $1/f$ ノイズと呼ばれます。

ブラウン運動の例からもわかるように、ノイズの背後には深淵な物理が存在することが多く興味深いものがあります。特に、地面変動の非周期的な微小振動は、本来は地球物理学の分野で発展している研究テーマですが、大型加速器のアライメントと関係が深く、最近では加速器建設場所の選定や建設後の安定な運転に向けて重要な研究テーマの一つになっています[4, 5]。

地面変動のような微小振動を研究するには、地球内部の構造とダイナミクスの詳細を知る必要がありますが、詳細は難しく個別の物理過程を問うことはできません。このような研究では、古典的な確率過程としてのブラウン運動と同様に解析されます[6, 7, 8]。加速器分野においても地面変動の非周期的な微小振動が、確率過程として導かれるATLの法則[9, 10]に従い時空発展することがようやく確認されるようになり、次世代の大型加速器の建設にはなくてはならない手法の一つになっています。

このような研究を通して、どのように拡大縮小してもその形を元と比較するとまるで相似形のように不変であるという新しい学問分野、フラクタルがマンデルブロにより開拓されました[11]。筆者もKEK電子陽電子入射器棟において地面変動の非周期的な微小振動を約1年に渡り観測したところ、そのデータの中に見事にフラクタルの特徴が見出されたことに驚きました[12]。このようにノイズの背後には何らかの物理過程が存在しているので、日頃から注意深く観察をしていれば全く新しい物理現象に遭遇するかもしれません。

我々が普段経験するのは、電子回路や電気回路に出現する狭義のノイズのことです。従って微小信号を扱う場合、如何にノイズを抑制するかが肝要になります。数多くの種類のノイズが存在することが知られています。各ノイズの背後には異なる物理過程の存在がよく知られており、多くの教科書[13, 14]で解説されています。例えば熱雑音[15, 16]は、抵抗体内の自由電子の不規則な熱振動によって生じる雑音として知られており、回路設計には欠かせません。

ショット雑音[17]は、電気回路において流れる電子の数が極度に少ない場合、電子数の統計的変動が大きくなるために発生する雑音のことです。大電流を扱う場合は余り関係しませんが、極端な微小電流を扱う場合、電子数の統計的変動は揺らぎとして評価することができます。

フリッカー雑音[18, 19]は回路に付随して生成される特有の雑音のことで、回路素子の特性に起因すると言われています。この雑音は $1/f$ 雑音の特性を持っています。これらの例は、回路内部で生成される本来的な雑音[20]のことです。ここでは幾つかの雑音を紹介しましたが、これら以外にも物理過程の異なる雑音が多数知られています。物理過程はよく理解されていますので、この際是非原論文を読んでみることをお勧めします。

空間を伝播する外来ノイズは、間接的に主信号を邪魔する雑音となるので極力抑制すべき対象となります。抑

\*1 本講義では、ノイズ、雑音、揺らぎに対し区別なく同義語として用いています。

制技術としては、同軸ケーブルシールドの二重化や同軸チョークを用いるなど、これらのノイズ抑制効果は数多くの文献 [21, 22, 23] で既に解析されています。例えば、同軸ケーブルの二重シールドについては、シールド網線の折目構造、シールド厚さ、さらに外部導体を構成するワイヤー材料の電気伝導率と表皮深さを考慮したシールド効果が、周波数に対する伝達インピーダンスという形で解析されています。二重シールドの効果は、比較的簡単に計算することができます。二重シールドが通常の一重シールドに比べどれくらいの効果を発揮するのかを是非各自で計算されることをお勧めします。

本講義で扱うテーマは、上記に述べたノイズとは性質を異にします。回路内部で生成される本来的な雑音や外来ノイズとは物理過程が異なり、複数の信号線で信号を伝送する場合に出現するノイズを扱います。このノイズについては、経験的にはよく知られていましたが [24]。しかし、多重線路からなる伝送回路に対するノイズ生成の理論が厳密に構築され [25]、理論に基づき実際の加速器に初めて応用されたのはごく最近のことです [26]。

筆者は、KEK に入所してから長年ビーム診断に従事して来ましたが、実際に経験したノイズの問題を長年解決することができませんでした。ある時 KEK で、このノイズ理論の講義を聴講する機会があり [27]、この理論を応用すれば悩ましいノイズ問題を解決できるのではないかと直感的に思いました。新理論の応用例は、電磁石電源から電磁石に供給される電力配信に関するもので、ノイズ対策後の磁場のリップルノイズは大きく低減されたと報告されました。

ビーム診断のような信号伝送の場合、同軸ケーブルが使われることが多いのですが、同軸構造を持ったケーブルにおける信号伝送では、どのように新理論を応用すればよいのが当初はよくわかりませんでした。その後、筆者なりに検討し、ようやく一つの結論に達しましたので、この検討内容を本セミナーのテキストとしてまとめることにしました。

ノイズ生成とその抑制技術に関する教科書は数多く存在しますが、本講義の内容は、このような教科書には記載されていない、筆者が現場で実際に観測した課題に基づいています。従って本内容は、特定のビーム診断に限定するものではなく、加速器技術全般に応用可能です。本講義では、ビーム診断の例として長パルスビームの電流計測を取り上げることにします。

電子線形加速器における長パルスビームの電流計測 (パルス幅  $\geq 1 \mu\text{s}$ ) では、フェライトコアにコイルを多数回巻いた電流モニター [28] が用いられることが多い。

このモニターは、コアモニター (CM)、トロイダルモニター、カレントトランスフォーマー等と呼ばれ、線形加速器では最も基本的なモニターの一つとして広く利用されています。

筆者の所属する KEK 電子陽電子入射器 (以下入射器) では、単バンチの電子・陽電子ビームを生成するようになり CM の利用は無くなってしまいましたが、KEK 物質構造科学研究所の低速陽電子施設では小型の電子線形加速器を利用して低速陽電子を生成しています。低速陽電子施設では電子を標的に照射し低速陽電子 (エネルギー可変/最大 35keV) を生成し、固体表面物性や原子分子物理学の研究が精力的に行われています [29]。本加速器では CM を利用して非破壊でビーム電流を常時計測しています。

この加速器では既存の CM を 2 台と新規に製作した同様なモニター 1 台、合計 3 台を利用してビーム電流を計測しています。新規のものは既存のものを参考にして同様に製作したつもりでしたが、ノイズ抑制という観点からすると既存モニターは問題なく利用できていたにも関わらず、新規モニターはノイズの影響を大きく受けることになりました。ノイズ低減技術の一つとして有効なチョークコイルを用いたノイズ対策を何度も試みましたがことごとく失敗に帰しました\*2。このような経験がこの問題を考える出発点となり、ここでノイズ生成の原理に立ち戻って考える必要性に迫られました。

線形加速器ではノイズは昔から厄介な問題を提供しています。特に高電力クライストロンや高速キッカー近くのビーム診断では、ノイズを避けることが難しく様々な工夫によりノイズ抑制が試みられてきました。

本セミナーでは、CM の伝送線路の基本に立ち戻り、信号伝送とノイズ生成の原理を検討することにします。詳細に解析して行くと、既存モニターと新規モニターでは、グラウンド (*Gnd.*) の位置と取り方に本質的な違いがあり、このわずかな違いが信号伝送に大きな影響を与え、最終的に信号歪みやノイズ生成の原因になっていることがわかりました。

伝送回路においては、*Gnd.* の取り方が肝要で、信号伝送とノイズ生成に大きく関わるといえることとお話したいと思います。

\*2 チョークコイルとは、リング状のフェライトコアなどの磁性体に同軸ケーブルをリングに沿って複数回巻きつけたものを言います。加速器施設では、チョークコイルはノイズ抑制技術の一つとしてしばしば用いられます。市販のフェライトコアは周波数特性は余りよくありません ( $f \lesssim 10 \text{ kHz}$ )。周波数特性の比較的良い ( $f \lesssim 100 \text{ kHz}$ ) 幾つかのフェライトコアを用いて試験しましたが、ノイズ波形に変化は全く見られませんでした。

## 2. ビーム電流計測の基礎

### 2.1. CM を利用した電流計測

図 1 に低速陽電子施設における電子加速器の概略図を示します。

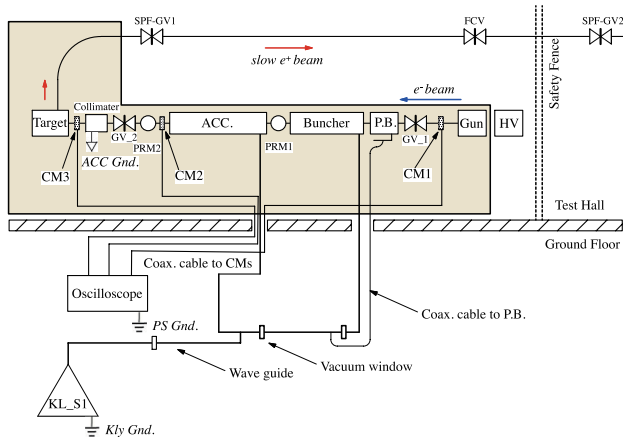


図 1 KEK 物質構造科学研究所低速陽電子実験施設における電子線形加速器のビームライン概略図; KL: klystron, P.B.: pre-buncher, ACC.: accelerator structure, PRM: profile monitor, GV: gate valve, HV: high voltage station.

この加速器は典型的な小型の S バンド電子加速器です。熱陰極から放出される熱電子をプレバンチャー及びバンチャーからなる入射部でビームを集群した後、加速管により 55 MeV まで加速されます。加速電子は標的に照射され、低速陽電子に変換された後、実験室へと輸送されユーザー実験に提供されます。この加速器では計 3 台の CM を加速器に沿って配置し、ビーム電流を常時計測しています。既存の CM/2 台を電子銃直後 (CM1) と加速管出口 (CM2) に配置し、新規の CM/1 台を標的前 (CM3) に配置しています。

CM を用いたビーム電流計測の原理を図 2 に示します。ビームが真空パイプに設けたセラミックギャップを通過するとき、ギャップから漏洩する自己場 (磁場) がコイルで検出されます。ビーム電流に比例した誘導電流 ( $I_0$ ) を終端抵抗 ( $R_0$ ) により電圧 ( $V_0$ ) に変換し、その振幅を計測すればビーム電流に焼き直すことができます。

ここでビームとコイルを 1:N (N:コイル巻数) のトランスとして扱えば、CM は電圧増幅器として作用します。電圧出力は同軸ケーブル (ケーブル長  $l \sim 20$  m (CM1, CM2),  $l \sim 15$  m (CM3)) により伝送され、市販のオシロスコープ (以下オシロ) を用いれば信号波形と電圧振幅を容易に計測することができます。信号の電圧振幅又は面積の計測から事前計測された校正係数を乗算すれば

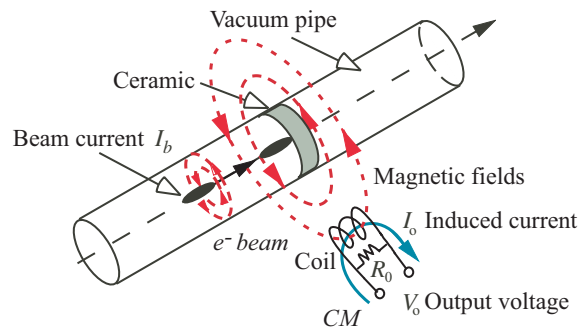


図 2 CM を利用したビーム電流計測における信号検出の原理。

電流値に変換することができます。これが CM による電流計測の基本原則です。定量的な解析に興味のある方は他の文献 [30] を参照して下さい。

### 2.2. CM の機械的構造

図 3 は入射器における CM の機械的構造を示し、ビーム側面から見た断面図を示します。

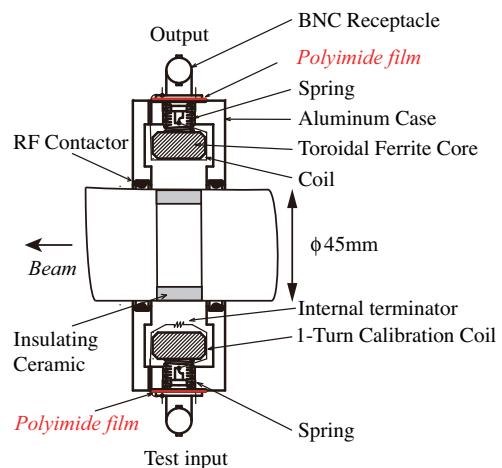


図 3 CM の機械的構造側面図。

CM は電磁シールド用ケース (Al 製) の内部に二分されたフェライトコア (トーキン製 12001H[31]) が組み込まれています。その上半分には導線が 25 回巻かれ、導線端は BNC の中心導体と *Gnd.* に接続されます。BNC はポリイミドフィルム (赤色) を挟んで電氣的にケースから浮かせる構造になっています。コアの下半分には 1 ターンコイルに抵抗 50  $\Omega$  を直列接続し BNC に接続します。これは電流校正のためのテストパルス入力となります。

二分されたコアは上下からバネで強く押され、固定ジグを使ってその境界面は密着され、計測時の磁場漏洩が抑制される構造になっています。CM は真空を破ることなくセラミックギャップに装着され、分割部はコアに間隙が生じないようにケースに開けた 4 ヶ所のボ

ルト締めで真空パイプに固定される構造になっています(図4参照)。テスト入力にパルスが入力すると、1:Nトランスを通して終端抵抗により電圧信号がBNCから出力されます。図4に入射器で製作されたCMを示します。左半分がコイルを巻いた信号出力部を示し、右半分はテスト入力部を示しています。



図4 二分割構造によるCM。左半分: コイルを巻いた信号出力部、右半分: テスト入力部。

### 3. 信号伝送解析のための等価回路

#### 3.1. 等価回路

図5に信号伝送解析のための等価回路を模式的に示します。図5(a)は計測システム全体の等価回路を示した

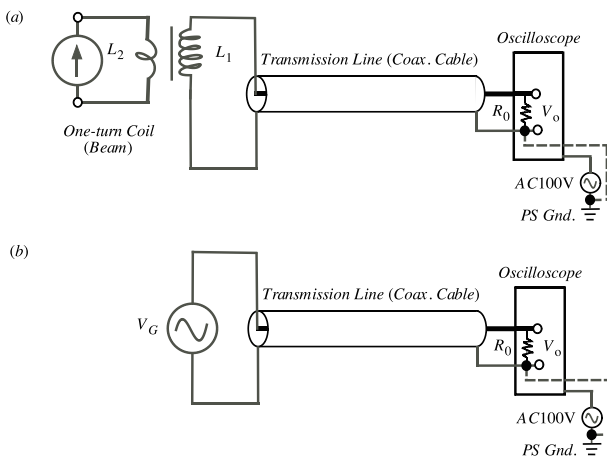


図5 (a) CMによる電流計測における信号伝送解析のための等価回路。ビーム(1ターンコイル)とCM(コイル)との相互作用はトランスを用いて表現されています。(b) 同等価回路。ただし、トランスをCW信号源に置き換えています。

ものです。ビームを1ターンコイルと見なし、1:Nトランスを介してその出力を同軸ケーブルで伝送し信号波形がオシロで計測されます。

図5(b)は信号伝送解析のための等価回路を示します。トランスの特性は、コイル間の結合度と内蔵するフェ

ライトコアの周波数特性により決まります。ここでは、簡単のためにトランスを除き、その代わり電圧信号源に置き換えています。従って、厳密にはコイル間の結合度の特性が失われることとなります。しかし、この特性はCM出力の絶対値に関わるものなので興味はありません。後者については、CM出力の周波数特性を取り入れた電圧信号源を考慮すれば問題ありません。すなわち、信号源出力( $V_G$ )にはインダクタンス特性を考慮し、フェライトコアの透磁率の周波数特性を適切に取り入れることにしました。

ここでは $V_G(\omega)$ に対し以下のような周波数特性を考慮することになります。

$$V_G(\omega) = Aj\omega L_1(\omega)I_0 \quad (1)$$

ここで、 $L_1$ と $j\omega L_1$ はフェライトコアの自己インダクタンスとインピーダンスをそれぞれ示します。 $I_0$ はビーム電流です。 $A$ は比例定数を表しますが、厳密にはコイル間の結合度を用いれば算出することができます。信号源で生成された信号は15mの同軸ケーブルで伝送され、オシロ内蔵50Ωを通して波形計測されます。

オシロには電源(单相AC100V)が接続されるだけで、 $Gnd.$ 線は積極的には接続されていません。しかしながら、よく見ると電源ラインの片側を通して電源用分電盤の $Gnd.(PS\ Gnd.)$ に接続されることとなります。従って、オシロの入力端子とシャーシの $Gnd.$ は自動的に $PS\ Gnd.$ に短絡してしまうことに注意すべきです\*3。従って、入力信号の電流の一部は、同軸ケーブルではなく $PS\ Gnd.$ を通して帰還することになるので注意が必要です。

#### 3.2. 信号伝送路における $Gnd.$ の取り方

図5をさらに進めた等価回路を図6に示します。この図では、信号源側で $Gnd.$ に短絡させない場合と短絡させた場合の等価回路を示しています。ここで言う $Gnd.$ とは加速器のグラウンドを表しますが、 $PS\ Gnd.$ と区別するために特に $Acc\ Gnd.$ と記しておきます。図1にも示すように $Acc\ Gnd.$ とは加速器本体のグラウンドを表しています。

従って、CMに対するグラウンドの取り方として、 $Acc\ Gnd.$ を接続しない状態( $Acc\ Gnd.$ 無/off-state)と接続した状態( $Acc\ Gnd.$ 有/on-state)が存在することが理解できます。

繰り返しになりますが、前者は加速器本体のグラウンド

\*3 このことは、オシロの機種に依存するので筆者のオシロのグラウンド接続が偶々このようになっていたというのが正しいようです。



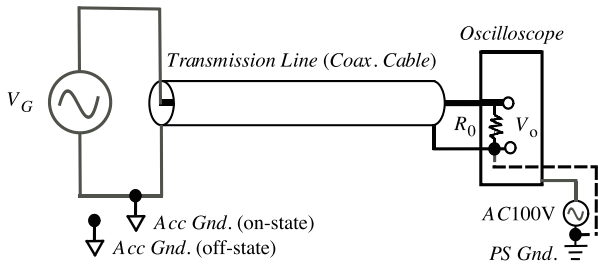


図6 信号源側で *Gnd.* に短絡させない場合と短絡させた場合のさらに拡張された等価回路。

に対し浮いている状態を示し、後者はこれに対し導通している状態を示します。このことは、後でわかったことですが、前者が新規製作した CM に相当し、後者が既存の CM に相当しています。新規 CM では、ポリイミド絶縁は出力 BNC の *Gnd.* をケース (*Acc Gnd.*) から浮かせるために、固定用ネジとして金属の代わりにセラミックネジをわざわざ用いました (図7参照)。他方、既存 CM ではポリイミド絶縁があるにも関わらず、よく見ると金属ネジが用いられていました\*4。

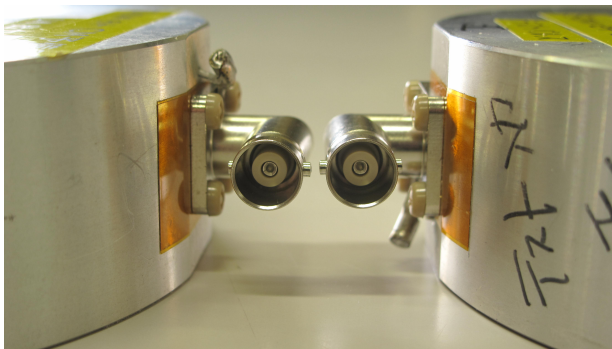


図7 CM 入出力部の拡大図。BNC とケース間にポリイミドフィルムが挿入され、BNC を加速器グランドから絶縁するためのセラミックネジが見えます。

## 4. 信号伝送解析のための準備

### 4.1. 等価回路

図8に信号伝送解析のための等価回路を示します。

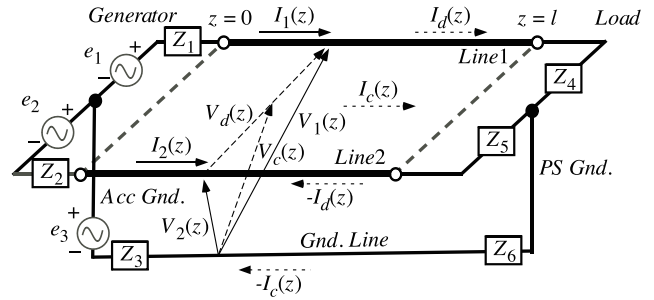


図8 第三のグランド線 (*Gnd. Line*) を含んだ信号伝送解析のための集中定数回路素子で表現した等価回路。二つの伝送モード (*d* モードと *c* モード) の伝送状態も同時に表示しています。

図8は、図6に対応して左側に信号源 (線路位置基準点  $z = 0$ ) を配置し、信号は、同軸ケーブル (長さ  $l$ ) による信号伝送を経て右側の負荷 (線路位置  $z = l$ ) に伝送されます。信号源 ( $e_1, e_2$ ) と信号源の内部負荷 ( $Z_1, Z_2$ )、外部負荷 ( $Z_4, Z_5$ ) と *Gnd. Line* インピーダンス ( $Z_3, Z_6$ ) は解析の拡張性と対称性を考慮し集中定数として配置しています。これらは伝送線路解析のための基本パラメータとなります。

図6との対応を考えると、これらのパラメータは  $e_1 = V_G(\omega) \neq 0, e_2 = 0, Z_1 = Z_2 = 0, Z_4 = 50 \Omega, Z_5 = 0$  で与えられます。計算によるとフェライトコアの自己インダクタンスは  $L_1 \sim 16 \text{ mH}$  (比透磁率  $\mu_r = 12000$  ( $f \lesssim 30 \times 10^3 \text{ Hz}$ )),  $\mu_r(f) = 4.1 \times 10^8 f^{-0.96}$  ( $f \gtrsim 30 \times 10^3 \text{ Hz}$ ) と算出できます\*5。回路の対称性から信号源と外部負荷側の各中点から *Gnd. Line* が引き出されます。

ここまで来るとどうでしょうか、図8をご覧ください。ここで同軸ケーブルは、*Line1* (中心導体) と *Line2* (外導体) で構成されます。通常の回路図ではこれで充分ですが、第三のグランド線 (*Gnd. Line*) が付け加わっていることがわかります。この線は実はアースグランド線を表しています。同軸ケーブルは二本線で構成されますが、複数線による伝送回路とは、実はこのアースグランド線が加わった三本線の伝送回路を表しています。さらにこのアースグランド線には、余計なインピーダンス ( $Z_3, Z_6$ ) が付いていることもわかります。このアースグランド線と余計なインピーダンスの存在が伝送回路に出現するノイズ生成の原因になることが追ってわかります。

次節以降で多重線から成る伝送線路理論を紹介しましょう。しかし、その前に図8に示す等価回路において実際の CM で想定されるパラメータを仮定すれば、信号伝送

\*4 当初、筆者は、この扱いの意味がよく理解できませんでした。すなわち、既存 CM にはポリイミド絶縁がなされていたので、当然のごとく CM の *Gnd.* をケースの *Gnd.* から浮かすべきと考えました。また当時は、一点 *Gnd.* が良いと信じ負荷側でのみ *Gnd.* 接続すればよしとし、信号源側は完全なポリイミド絶縁が有効であろうと考えました。今から振り返ると、前任者により行われた既存 CM に対するこのような扱いは、*Gnd.* に対する絶縁効果を帳消しにするものです。結果的に信号源側の *Acc Gnd.* の有無という *Gnd.* の取り方の違いが信号伝送に大きな違いをもたらすことになりました。この結論を得るのに随分と時間を要しました。

\*5 周波数領域  $f \gtrsim 30 \times 10^3 \text{ Hz}$  における磁気透磁率の降下は周波数特性 (カタログ値 [31]) から読み取り計算に取り入れました。

がどのように実現されるのかを計算により実感して頂きたいと思います。以下に、その計算条件をまとめておきます。

計算条件 (Case I) では、 $e_1 = V_G(\omega)$ 、 $e_2 = 0$ 、 $Z_3 = Z_6 = 0$ 、 $Z_4 = 50 \Omega$ 、 $Z_5 = 0$ とおき、図6の *Acc Gnd.* 有の場合に対応させます。すなわち、*Gnd. Line* に余計なインピーダンスが存在しない ( $Z_3 = Z_6 = 0$ )、従って *Acc Gnd.* と *PS Gnd.* は同電位になる、という条件です。 $Z_4 = 50 \Omega$  はオシロ内臓の終端抵抗 (負荷) のことです。また、電源及び負荷が非対称 ( $e_1 \neq e_2$ 、 $Z_4 \neq Z_5$ ) に配置されていることを表します。ここで特徴的なことは、オシロのグランド *PS Gnd.* は常に導通していますが、電源部のグランド *Acc Gnd.* の導通条件を考慮していることです。この条件は既存 CM の条件に対応し、伝送線路の基本特性が得られます。

計算条件 (Case II) では、 $e_1 = V_G(\omega)$ 、 $e_2 = 0$ 、 $Z_3 = +\infty$ 、 $Z_6 = 0$ 、 $Z_4 = 50 \Omega$ 、 $Z_5 = 0$ とおき、図6の *Acc Gnd.* 無の場合に対応させます。この計算条件は、*Acc Gnd.* の導通条件のみを変えた場合に対応します。

ここで、注意したいことは *PS Gnd.* と *Acc Gnd.* との関係です。加速器本体 (ビームラインのことを指します) は積極的には *Gnd.* に接続されていません。しかし、図1をよく見てください。もし信号源部のグランド *Acc Gnd.* が導通されるならば、CM ケース → 真空パイプ → 加速管 → 導波管 → クライストロン → クライストロン電源 → 分電盤 *Gnd.* という経路 (これを *Gnd. Line* で代表させます) が閉じることになり、*Acc Gnd.* と *PS Gnd.* が結合されることになるのです。このことが加速器本体は積極的ではなく間接的に *Gnd.* に接続されるということを意味します。従って、CM ケースが *BNC Gnd.* に短絡していれば、*Acc Gnd.* と *PS Gnd.* は同軸ケーブルを通して *Gnd.* が直接短絡されると同時に、*Gnd. Line* という別の経路でも結合することになることがわかります。

一般的に、直接短絡のインピーダンスは *Gnd. Line* のそれに比べ充分小さく、同軸ケーブルの *Line2* が信号電流の帰還路になると考えてよいでしょう。このような場合、信号源側と外部負荷側の *Gnd.* 間に電位差は生じません。しかし、CM ケースが *BNC Gnd.* に対し浮いている場合 (*Acc Gnd.* 無)、もしくは *Acc Gnd.* 有の状態でもその経路上に何らかのインピーダンスが存在すれば ( $Z_3 \neq 0$ 、 $Z_6 \neq 0$ )、*PS Gnd.* と *Acc Gnd.* 間の *Gnd. Line* にはインピーダンスに応じた電位差が生じることになります。Case III はこのような場合を想定したもので、*Gnd. Line* 上に誘導性 ( $L = 0.33 \mu\text{H}$ ) と抵

抗性インピーダンス ( $R = 15 \Omega$ ) を仮定しています\*6。すなわち、 $e_1 = V_G(\omega)$ 、 $e_2 = 0$ 、 $Z_3 = (R + j\omega L)/2$ 、 $Z_6 = (R + j\omega L)/2$ 、 $Z_4 = 50 \Omega$ 、 $Z_5 = 0$  の場合を計算条件 (Case III) としました。

このように図6に示す伝送線路は単純な二線路ですが、実は図8に示すように *Gnd.* は三番目の線 (*Gnd. Line*) として別に存在することに注意してください\*7。ノイズ源としてさらに  $e_3$  が *Gnd. Line* 上に存在すれば、もはや *PS Gnd.* と *Acc Gnd.* は性質のよい *Gnd.* ではなくなります。このことは、三線伝送線路に特有な現象で *Gnd.* を揺らす原因となり、うまく対処しないとノイズ生成や信号波形の歪みを引き起こす要因となるのです。Case III の負荷配置の対称性 ( $Z_4 = Z_5 = 50 \Omega$ ) をさらに考慮した場合を計算条件 (Case IV) としました。これら4つの計算条件を以下にまとめます。

表1 三本線の伝送線路における計算例.

Case	<i>Acc Gnd.</i>	<i>Gnd. Line</i> $Z [\Omega]$ <i>Ext. Loads</i> $Z [\Omega]$
I	有	$Z_3 = Z_6 = 0$ $Z_4 = 50, Z_5 = 0$
II	無	$Z_3 = +\infty, Z_6 = 0$ $Z_4 = 50, Z_5 = 0$
III	有	$Z_3 = Z_6 = (R + j\omega L)/2$ ( $R = 15 \Omega, L = 0.33 \times 10^{-6} \text{ H}$ ) $Z_4 = 50, Z_5 = 0$
IV	有	$Z_3 = Z_6 = (R + j\omega L)/2$ ( $R = 15 \Omega, L = 0.33 \times 10^{-6} \text{ H}$ ) $Z_4 = Z_5 = 50$

Case I-IV に対応する信号伝送特性の計算例は5節に示されます。ここで導入した等価回路モデルでは、*Gnd. Line* 上の信号源側に  $Z_3$ 、外部負荷側に  $Z_6$  を集中定数として配置しています。しかし、実際はこれらの集中定数を分布定数として分散させる必要があります。ここでは簡単のため集中定数としておきます。

#### 4.2. 平衡不平衡回路における信号伝送

本節では、平衡不平衡回路 (*balanced-unbalanced circuit*) について解説します。図6に示された等価回路は

\*6 抵抗性インピーダンスについてはデジボルで実測した抵抗値です。他方、前者は LCR メータで実測したインダクタンスですが、周波数帯域が狭い ( $f \lesssim 10 \text{ kHz}$ ) ので信頼性は高くありません。

\*7 筆者は土岐氏の講義を聞いた後、初めてこの考えを理解できるようになりました。

不平衡回路 (*unbalanced circuit*) と呼ばれます。これは伝送線路が、対称ではなく文字通り平衡していない線路であることを意味します。一方、平衡回路 (*balanced circuit*) は、対称性を有し文字通り平衡している線路を言います。伝送線路において両者は重要な役割を担っています。

高速デジタル回路では、不平衡回路は片線接地回路 (*single-ended circuit*)、差動回路 (*differential circuit*) とも呼ばれています。我々がしばしば利用する不平衡回路では片線が接地されるので、他線の電位を計測することになります。すなわち片線の電位を基準にして他線の電位を計測することになります。他方、平衡回路では二本の信号線が三番目の *Gnd. Line* に対し浮いているので必然として三線の伝送線路となります。このような伝送線路では、*Gnd. Line* に対する二線の各電位が存在し、パラメータの数は2となります。計測される信号は、パラメータの数に対応して二線の電位の和と差からなる2モードの信号が共存し、伝送線路を伝播することになります [25]。

不平衡回路ではディフェレンシャルモード (*d, differential mode*) が特徴的ですが、平衡回路ではディフェレンシャルモードに加え、特徴的なコモンモード (*c, common mode*) が存在することになります。ディフェレンシャルモードはしばしばノーマルモード (*normal mode*) とも呼ばれます。すなわち、2モードとは *d* モードと *c* モードのことを言いますが、これらは総称して混合モード (*mixed mode*) とも呼ばれます。伝送線路ではこれらの2モードが測定量になることに注意してください。

平衡回路において、片線の電位と電流をそれぞれ  $V_1$ 、 $I_1$ 、他線をそれぞれ  $V_2$ 、 $I_2$  とし、*c* モードの電位と電流を  $V_c$ 、 $I_c$ 、*d* モードのそれらを  $V_d$ 、 $I_d$  としますと、これらは(2)–(5)式で定義されます。図8にこれらのモード電位と電流を模式的に例示しています。従って *d* モードにおける独立したパラメータ数は、関係式  $V_1 \neq 0$ 、 $V_2 = 0$ 、 $I_1 = -I_2$  から2となり、*c* モードにおけるパラメータ数は、それぞれが独立なので4となります。これらの諸量は伝送線路の線路位置  $z$  に依存する物理量であることに注意しておきます。モード電位 (電流) と線電位 (電流) の関係を以下に示しておきます。

$$V_c(z) \equiv \frac{1}{2}(V_1(z) + V_2(z)) \quad (2)$$

$$I_c(z) \equiv I_1(z) + I_2(z) \quad (3)$$

$$V_d(z) \equiv V_1(z) - V_2(z) \quad (4)$$

$$I_d(z) \equiv \frac{1}{2}(I_1(z) - I_2(z)) \quad (5)$$

ここで *d* モードと *c* モードでは、モード電位と電流に

対する係数  $1/2$  が逆になっていることに注意してください。

平衡回路における *d* モード信号の伝送は優れた技法ですが、油断をすると波形歪みやノイズ生成の原因となる *c* モードが生じ易くなるので注意が必要です。後節でさらに解説しますが、このことは *c* モードの信号伝送とノイズ生成が強く関係することに起因しています。従って、平衡回路の特徴を有効に利用するには *c* モードの生成原理をよく理解し、極力抑制するような伝送線路を構築しておかなければなりません。

他方、不平衡回路と言えども  $|Z_2|$  (or  $|Z_5|$ )  $\gg |Z_3|$  (or  $|Z_6|$ ) のような場合、*Line2* は電流に対し本来の帰還線路では無くなり、*Gnd. Line* が帰還線路となってしまいます。このようなことにならないように、よくよく注意すべきです。ここで述べたことは、本講義のテーマであり本質的な点を言い表しています。

#### 4.3. 信号伝送の解析

平衡不平衡回路における信号伝送の理論的な解析手法は参考論文 [33] で詳細に議論されています。ここでは、解析で重要となる概念を述べるに留め、幾つかの解析結果を示します。平衡不平衡回路における信号伝送の理論の紹介は次節で行います。

図9に、平衡不平衡回路における信号伝送の解析を行うために留意しなければならない信号伝送の4つの形態をまとめました。

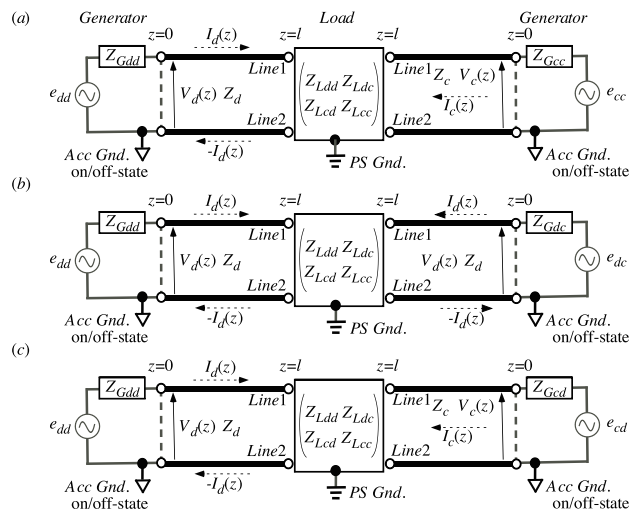


図9 平衡不平衡回路伝送線路における *c* 及び *d* モードの4つの異なる伝送姿態。(a)–(c)の詳細は表2を参照してください。

図8に対応する平衡不平衡回路で生成される典型的な4つの伝送姿態を示しています。例えば図9(a)を見てください。真中に負荷が位置しその両側には信号源が置かれ、左右の図は異なる伝送姿態を示します。図9

(a)–(c) に最も基本となる共通の伝送姿態を各左図に示します。図 9 (a)–(c) の右図が異なる伝送姿態を表し、基本となる伝送姿態と合わせて 4 つの異なる伝送姿態を描いています。ここで、負荷には *PS Gnd.* が接続していますので *d* モードは計測されますが、オシロを用いるとなると *c* モードは直接的には計測できないことに注意してください。これは、三番目の線となる *Gnd. Line* に対し、*PS Gnd.* が短絡しているからです。

まずは、図 9 (a) をご覧ください。この段階では図中のパラメータの意味を説明していませんので、その概念を理解するようにしてください。詳細は次節で解説します。

左信号源 ( $e_{dd}$ ) は主モードである *d* モードの信号源による伝送線路を表しており、この伝送姿態は各図 (図 9 (a)–(c)) で共通です。すなわち信号源で *d* モードが生成され、同軸ケーブルによりモードが変わることなく伝送され、オシロで *d* モード計測が行われます。

他方、図 9 (a) の右信号源 ( $e_{cc}$ ) では *c* モードが生成され、同軸ケーブルによりモードが変わることなく伝送され、負荷で *c* モードから *d* モードへの変換が生じ *d* モード計測が行われます。図 9 (b) は、右信号源 ( $e_{dc}$ ) で *c* モードが生成され信号源で *d* モードへの変換が生じ、同軸ケーブルにより *d* モードが伝送され、負荷で *d* モード計測が行われます。

図 9 (c) は、右信号源 ( $e_{cd}$ ) で *d* モードが生成され信号源で *c* モードへの変換が生じ、同軸ケーブルにより *c* モードが伝送され、負荷で *c* モードから *d* モードへの変換が生じ、*d* モード計測が行われます。図 9 (c) ではモード変換が 2 回生じるため、図 9 (a)、(b) に比べより高次項になります。左信号源による伝送モードでも同様な高次項が考慮できますが、この高次項を無視し *c* モードによる高次項を適宜取り入れて計算しています。

このように、伝送線路では複雑なモード生成及び変換過程を通して 2 つの伝送モードが同時に存在することが理解できます。それでは、2 つの伝送モードの生成過程を考察して行きましょう。本来の CM に基づく信号源 ( $e_{dd}$ ) により、*d* モードが生成されます。我々が計測したい信号はこの *d* モードで、オシロにより計測が可能です。他方、*c* モードは元々存在しなかったもので、伝送線路の特性により生成されたと考えられます。その生成過程は、等価的な信号源 ( $e_{cc}$ 、 $e_{cd}$ ) により生成されたり、或いは伝送途中において *d* モードから変換したものと考えられます。ノイズ生成と強く関係する *c* モードは極力抑制する必要があるというのはこのことを意味しています。

筆者は、オシロの入力部と同軸ケーブル間にチョークコイルを挿入して *c* モードノイズを抑制しようと何度も試みました。しかし、もし信号源或いは伝送途中で既に *c* モードから *d* モードへの変換が生じていれば、負荷側にチョークコイルを幾重に挿入しようとも効果がないのはこのことを意味しています\*8。このように、三本の伝送線路では複数の伝送姿態が存在することになるので、*c* モード生成と *d* モード伝送の波形歪みの抑制が肝要となります。表 2 に図 9 に示した伝送姿態をまとめておきます。

表 2 平衡不平衡回路伝送線路における信号の伝送姿態。

対応図	電源	モード 電源側	モード ケーブル	モード 負荷側
(a)–(c) 左	$e_{dd}$	<i>d</i>	<i>d</i>	<i>d</i>
(a) 右	$e_{cc}$	<i>c</i>	<i>c</i>	<i>c</i> → <i>d</i>
(b) 右	$e_{dc}$	<i>c</i> → <i>d</i>	<i>d</i>	<i>d</i>
(c) 右	$e_{cd}$	<i>d</i> → <i>c</i>	<i>c</i>	<i>c</i> → <i>d</i>

## 5. 等価回路による解析

平衡不平衡回路伝送線路の理論はまだ解説していませんが、ここでは前節の計算条件に示した典型的な解析結果を紹介します。理想的な伝送線路では負荷での整合条件に応じて反射波が生じ、線路内には進行波と反射波が重畳され定在波が生成されます。整合条件を満足する場合でも反射波は消失しますが、CW 応答の計測で計測基準点や周波数に依存した定在波を計測することになります。このように伝送線路の周波数応答を計測又は計算することができれば、平衡不平衡回路による伝送線路の良し悪しを評価できます。

図 10 は、計算条件 Case I (表 1 参照) の解析結果を示します。図 10 (a) は出力振幅 (実数成分 [dBV]) の周波数特性\*9を示し、図 10 (b) は出力位相 ([deg.], ±180° で定義) の周波数特性を示します (以下同様)。この結果は、腹と節が半周期ごとに繰り返される歪みの無い理想的な周波数特性を示しています。しかも位相歪みも無いので出力の周波数特性は理想的です。しかしながら、主 *d* モード (赤線) に対しモード変換により生じた *c* モード (青線) の大きさは、最大振幅のところでその振幅差は ~6 dB 程度となりモード変換の割合は比較的大きいことがわかります。この計算例からわかるように理想的な伝

\*8 チョークコイルは *c* モード抑制には効果を発揮しますが、*d* モード抑制には全く影響しません。

\*9 出力振幅は、 $f=0.1$  MHz で 0 dBV (1 V) となるように規格化しています。

送線路と言えども、この計算条件では少なからず  $c$  モードが生成されることを意味しています。これは、理想的な不平衡回路と言えども信号源と負荷配置の非対称性に起因して比較的大きなモード変換が生じる例を示しています。この結果は、既存 CM (CM1, CM2) により観測される信号波形の周波数特性に近いと考えられます。

図 11 は、計算条件 Case II(表 1 参照) の解析結果を示します。この回路の信号源側は平衡回路になっており、負荷側は不平衡回路になっています。実はこの回路は平衡回路と不平衡回路が衝突しており、通常は禁止される回路構成です。解析によると両モードに対し周波数特性は大きく歪み、伝送信号に大きな劣化を示す計算例になっていることがわかります。

図 12 は、計算条件 Case III(表 1 参照) の解析結果を示します。この回路は Case II と同様な計算条件ですが、特に *Gnd. Line* 上にインピーダンスが存在する場合の計算例を示しています。解析によると両モードの周波数特性は大きく歪み、伝送信号に大きな劣化を示していることがわかります。この結果は、ノイズ対策改修前の新規 CM (CM3) により観測される信号波形の周波数特性に近いと考えられます。

図 13 は、計算条件 Case IV(表 1 参照) の解析結果を示します。解析によると  $d$  モードの振幅と位相に対する周波数特性には歪みは殆ど見られていません。この回路は Case III と同様な計算条件ですが、負荷側が平衡回路になっており、完全ではありませんが対称性が高い回路構成となっています。この“対称性が高い”ということが、 $c$  モードを大きく抑制し、伝送歪みの少ない  $d$  モード伝送を可能にするのです。これまで例証した典型的な計算例から  $c$  モード抑制に対する基本的な考え方がお分り頂けると幸いです。

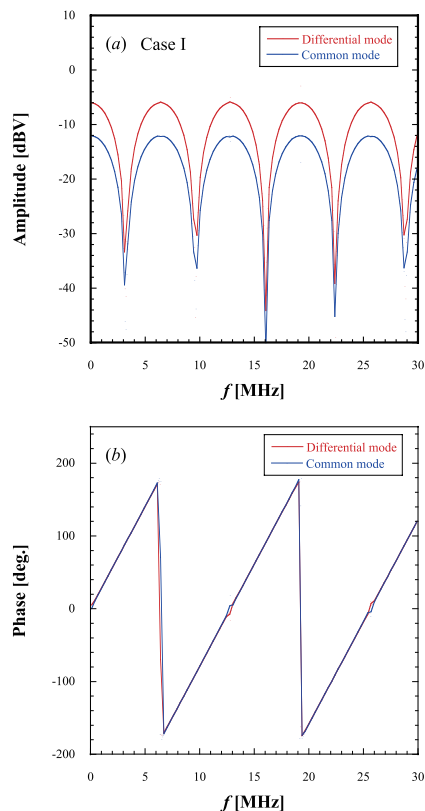


図 10 計算条件 Case I の解析結果. (a) 振幅の周波数特性、(b) 位相の周波数特性. 赤線 (青線):  $d(c)$  モード解析結果. 同軸ケーブル長:  $l = 15$  m.

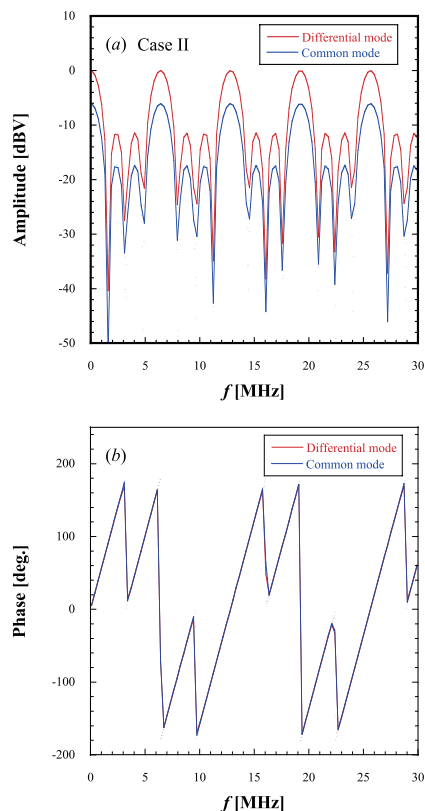


図 11 計算条件 Case II の解析結果. (a) 振幅の周波数特性、(b) 位相の周波数特性.



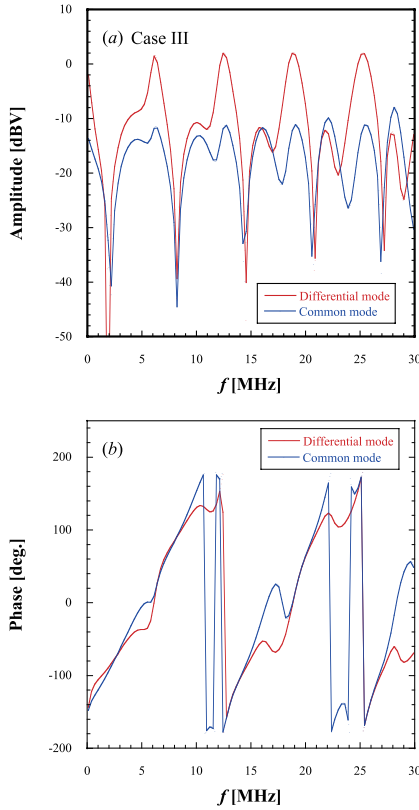


図12 計算条件 Case III の解析結果. (a) 振幅の周波数特性、(b) 位相の周波数特性.

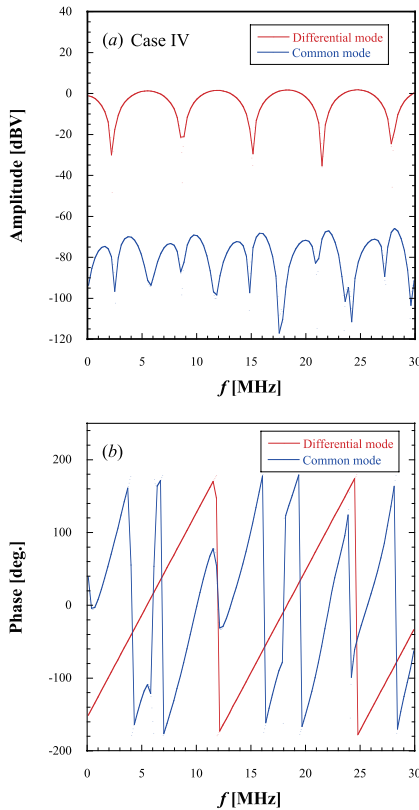


図13 計算条件 Case IV の解析結果. (a) 振幅の周波数特性、(b) 位相の周波数特性.

## 6. 平衡回路における信号伝送

### 6.1. 信号伝送理論

ここで平衡回路における信号伝送理論を紹介することにします。電気回路の理論に基づいた内容ですので難しいことはありません。式の導出は、一度は各自で試みてください。

三本線を基本とする平衡不平衡回路における信号伝送の理論的な解析手法を紹介します。(2)–(5)式では、線電位(電流) $V_1(I_1)$ 、 $V_2(I_2)$ とモード電位(電流) $V_c(I_c)$ ( $c$ モード)、 $V_d(I_d)$ ( $d$ モード)が定義されました。これらの諸量はこの定義式に従うと、行列形式で表現され以下の関係にあります。

$$\begin{pmatrix} V_1(z) \\ V_2(z) \end{pmatrix} \equiv T_V \cdot \begin{pmatrix} V_d(z) \\ V_c(z) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1/2 & 1 \\ -1/2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_d(z) \\ V_c(z) \end{pmatrix} \quad (6)$$

$$\begin{pmatrix} I_1(z) \\ I_2(z) \end{pmatrix} \equiv T_I \cdot \begin{pmatrix} I_d(z) \\ I_c(z) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1/2 \\ -1 & 1/2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_d(z) \\ I_c(z) \end{pmatrix} \quad (7)$$

基本信号線となる二線上の線電圧(電流)に対し変換行列  $T_V^{-1}(T_I^{-1})$  を適用すると、実際の測定量となるモード電圧(電流)に変換できることを表しています。これらの諸量は、周波数領域における計測を想定し、信号源を基点( $z=0$ )とした伝送距離  $z$  の関数で表現されます。

信号源においてモード電圧(電流)に対応するインピーダンス行列( $Z_G$ )を導入し、キルヒホッフの法則を適用しますとモード電圧と電流の関係は以下ようになります。

$$\begin{pmatrix} V_d(0) \\ V_c(0) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} e_{dd} \\ e_{cc} \end{pmatrix} - Z_G \cdot \begin{pmatrix} I_d(0) \\ I_c(0) \end{pmatrix} \quad (8)$$

ここで  $Z_G$  行列は

$$\begin{aligned} Z_G &\equiv \begin{pmatrix} Z_{Gdd} & Z_{Gdc} \\ Z_{Gcd} & Z_{Gcc} \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} Z_1 + Z_2 & (Z_1 - Z_2)/2 \\ (Z_1 - Z_2)/2 & Z_3 + (Z_1 + Z_2)/4 \end{pmatrix} \quad (9) \end{aligned}$$

です。

$e_{dd}$  ( $e_{cc}$ ) は  $d$  ( $c$ ) モードに対応した信号源を表し、行列表現をしますと

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} e_{dd} \\ e_{cc} \end{pmatrix} &\equiv T_V^{-1} \cdot \begin{pmatrix} e_1 + e_3 \\ -e_2 + e_3 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} e_1 + e_2 \\ (e_1 - e_2)/2 + e_3 \end{pmatrix} \quad (10) \end{aligned}$$

となります。まとめますと(8)式、(9)式及び(10)式から、 $c$ モード生成は以下の条件が基本となります。

- (i)  $Z_G$  行列の非対角成分がゼロでないこと、すなわち  $Z_1 \neq Z_2$  (非対称内部負荷) であること、

- (ii) 信号源の非対称性、すなわち  $e_1 \neq e_2$  であること、
- (iii) *Gnd. Line* 上に第三の信号源 ( $e_3$ ) が存在すること、
- (iv) *Gnd. Line* 上、信号源側にインピーダンス ( $Z_3$ ) が存在すること、
- (v) *Gnd. Line* 上、負荷側にインピーダンス ( $Z_6$ ) が存在すること、
- (vi)  $Z_L$  行列の非対角成分がゼロでないこと、すなわち  $Z_4 \neq Z_5$  (非対称負荷) であること、

が条件となります。

如何でしょうか。これらの条件は、既に前節で解説した事項ですが、再度確認しますと特に *Gnd. Line* 上に余計なインピーダンスと信号源が存在すれば、それぞれ (9) 式と (10) 式から  $c$  モードが生成されることがわかります。また、信号源側のインピーダンスと信号源の配置を見てください。インピーダンスと信号源に関し、非対称な配置が存在しても  $c$  モードが生成されることがわかります。これらの条件は全て独立事象となり、1 つでも条件が出現すれば  $c$  モードが生成されることとなります。後述しますが、条件 (v) と (vi) は負荷側に関係した条件です。これだけの解析ですが、大変重要な事項が理解できます。すなわち、 $c$  モード生成を抑制するには、伝送線路の構成要素の配置は対称にすること、*Gnd. Line* 上には余計な信号源やインピーダンスを配置しないことが条件となります。

もしこのような条件が満足されないと、例えば条件 (i) の場合、信号源側におけるインピーダンス行列の非対角成分を通してモードが互いに変換され、モード電流と非対角成分との積により決まる  $c$  モードが出現します。このことは、モード変換を担う信号源、言い換えますと  $c \rightarrow d$  変換源 ( $e_{dc}$ ) 又は  $d \rightarrow c$  変換源 ( $e_{cd}$ ) という別の信号源が存在することと等価と考えられます。これらの諸量は、図 9 に記した信号変換源では以下のように定式化されます。

$$e_{dc} = Z_{Gdc} I_c(0) \quad (11)$$

$$e_{cd} = Z_{Gcd} I_d(0) \quad (12)$$

これらの関係式により、各モード電流により信号源負荷の非対称性を通して他モード電圧を誘起することがわかります。言い換えますと、信号源負荷に非対称性が存在しますと、原理的にモード間に干渉 (又は結合) が生じることを意味します。この段階では、開放端のモード電圧が定義されるだけで負荷が未定なので、まだ諸量を決めることはできません。(8) 式の 2 つの未知数 ( $I_d(0)$ ,  $I_c(0)$ ) は、負荷を通して初めて決定され

ます。

これらのモード電圧と電流は、伝送線路に沿って負荷に向かって伝播します。モード信号は各モードに対応した転送行列を用いて以下に定式化されます。

$$\begin{pmatrix} V_d(z) \\ I_d(z) \end{pmatrix} \equiv T_d \cdot \begin{pmatrix} V_d(0) \\ I_d(0) \end{pmatrix} \quad (13)$$

$$\begin{pmatrix} V_c(z) \\ I_c(z) \end{pmatrix} \equiv T_c \cdot \begin{pmatrix} V_c(0) \\ I_c(0) \end{pmatrix} \quad (14)$$

ここで  $T_d$  ( $T_c$ ) は  $d$  ( $c$ ) モードに対する転送行列です。波数を  $\beta = 2\pi/\lambda$  とおくと、転送行列はそれぞれ以下のようになります (付録 A 参照)。

$$T_d \equiv \begin{pmatrix} \cos(\beta z) & -jZ_d \sin(\beta z) \\ -j \sin(\beta z)/Z_d & \cos(\beta z) \end{pmatrix} \quad (15)$$

$$T_c \equiv \begin{pmatrix} \cos(\beta z) & -jZ_c \sin(\beta z) \\ -j \sin(\beta z)/Z_c & \cos(\beta z) \end{pmatrix} \quad (16)$$

$Z_d$ ,  $Z_c$  は各モードに対応した伝送線路のインピーダンスを表し、これらは

$$\begin{pmatrix} Z_d \\ Z_c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2v(L_{11} - L_{12}) \\ v(L_{11} + L_{12})/2 \end{pmatrix} \quad (17)$$

で与えられます (付録 B 参照)。

$L_{11}$ ,  $L_{12}$  は伝送線路のインダクタンス行列  $L$  の成分を表し、単位長さ当りで定義され、それぞれ、線路 1 の自己インダクタンス、線路 1-2 間の相互インダクタンスを表します。伝送線路のインダクタンス行列  $L$  は

$$L \equiv \begin{pmatrix} L_{11} & L_{12} \\ L_{21} & L_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} L_{11} & L_{12} \\ L_{12} & L_{11} \end{pmatrix} \quad (18)$$

で定義されます。本稿で議論する伝送線路は同軸ケーブルですので、 $L_{11} = L_{22} \neq 0$ ,  $L_{12} = L_{21} = 0$  の関係があります\*10。このように定式化すれば (13) 式と (14) 式から任意の伝送線路位置  $z$  における各モード電圧と電流の伝播が計算できます。

モード信号が負荷位置  $z = l$  に到達すると信号源における同様な行列演算が成立します。負荷においても対応するインピーダンス行列 ( $Z_L$ ) を導入すると、モード電圧と電流は以下のように書けます。

$$\begin{pmatrix} V_d(l) \\ V_c(l) \end{pmatrix} = Z_L \cdot \begin{pmatrix} I_d(l) \\ I_c(l) \end{pmatrix} \quad (19)$$

\*10 同軸ケーブルとして RG-223/u を用いています。カタログ値から  $L_{11} = L_{22} = 0.26 \mu\text{H}/\text{m}$ ,  $v/c = 0.641$  を採用しました。不平衡回路の場合、線路 1, 2 を 1 本の同軸ケーブルの中心導体と外部導体として扱います。平衡回路の場合、線路 1, 2 を 2 本の同一種の同軸ケーブルとして扱います。どちらの場合も  $L_{11} = L_{22}$ ,  $L_{12} = L_{21} = 0$  が成立します。このように伝送線路を平衡回路で構成すれば線路も対称化できます。

ここで  $Z_L$  行列は

$$\begin{aligned} Z_L &\equiv \begin{pmatrix} Z_{Ldd} & Z_{Ldc} \\ Z_{Lcd} & Z_{Lcc} \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} Z_4 + Z_5 & (Z_4 - Z_5)/2 \\ (Z_4 - Z_5)/2 & Z_6 + (Z_4 + Z_5)/4 \end{pmatrix} \quad (20) \end{aligned}$$

です。(20) 式を見るとモード変換は、信号源と同様に非対称負荷 ( $Z_4 \neq Z_5$ ) により生じることがわかります。このように、信号源で生成された  $c$  モードは、一部は負荷側で  $d$  モードへ変換されますが、一部はモード変換なく計測系に入力することになります。

(8) 式を用いて  $c$  モード行列に書き直し、これを負荷  $z = l$  まで伝送させた行列と (19) 式の  $c$  モード行列が等しいという等式をおくことで、最終的に未知数を決定することができます。すなわち、

$$\begin{pmatrix} V_c(0) \\ I_c(0) \end{pmatrix} = Z_{G1} \cdot \begin{pmatrix} e_{dd} \\ e_{cc} \end{pmatrix} + Z_{G2} \cdot \begin{pmatrix} V_d(0) \\ I_d(0) \end{pmatrix} \quad (21)$$

とおくと、この  $c$  モード行列を信号源から負荷まで伝播させた場合と負荷で  $d$  モード行列が  $d \rightarrow c$  変換した場合は、それぞれ

$$\begin{pmatrix} V_c(l) \\ I_c(l) \end{pmatrix} = T_c \cdot \begin{pmatrix} V_c(0) \\ I_c(0) \end{pmatrix} \quad (22)$$

$$\begin{pmatrix} V_c(l) \\ I_c(l) \end{pmatrix} = Z_{L1} \cdot \begin{pmatrix} V_d(l) \\ I_d(l) \end{pmatrix} \quad (23)$$

が成立します。すなわち、(22) 式と (23) 式が等しいにおいて未知数を決定します。ここで各行列は以下のように定義されます。

$$Z_{G1} \equiv \frac{1}{Z_{Gdc}} \begin{pmatrix} -Z_{Gcc} & Z_{Gdc} \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad (24)$$

$$Z_{G2} \equiv \frac{1}{Z_{Gdc}} \begin{pmatrix} Z_{Gcc} & Z_G^2 \\ -1 & -Z_{Gdd} \end{pmatrix} \quad (25)$$

$$Z_{L1} \equiv \frac{1}{Z_{Ldc}} \begin{pmatrix} Z_{Lcc} & -Z_L^2 \\ 1 & -Z_{Ldd} \end{pmatrix} \quad (26)$$

$$Z_G^2 \equiv Z_{Gdd}Z_{Gcc} - Z_{Gdc}Z_{Gcd} \quad (27)$$

$$Z_L^2 \equiv Z_{Ldd}Z_{Lcc} - Z_{Ldc}Z_{Lcd} \quad (28)$$

まとめますと基本的には次の 4 つのモード伝送

- (i) 信号源  $d$  モードが負荷まで変換されることなく伝送される、
- (ii) 信号源  $d$  モードが信号源で一部が  $d \rightarrow c$  モード変換され、負荷までモード変換なく進む、
- (iii) 信号源  $d$  モードが変換されることなく負荷まで伝送され、負荷で一部が  $d \rightarrow c$  モード変換される、
- (iv) 信号源  $d$  モードが信号源で一部が  $d \rightarrow c$  モード変換され、負荷で再度  $c \rightarrow d$  モード変換される、

が考慮できます。図 9 には、これら 4 つのモード伝送が描かれています。オシロを利用する場合、計測されるのはあくまでも  $d$  モードであることに注意してください。 $c$  モードは計測できません。

これらの諸量を再度用いれば、負荷における  $d$  モード電圧と電流は

$$\begin{pmatrix} V_d(l) \\ I_d(l) \end{pmatrix} = T_d \cdot \begin{pmatrix} V_d(0) \\ I_d(0) \end{pmatrix} \quad (29)$$

により計算できます。(22) 式と (29) 式が負荷における各モードに対応した電圧と電流の解析式となります。

## 6.2. シミュレーション解析

ここでは 6.1 節で議論した信号伝送理論に従い、幾つかの計測条件に対応するシミュレーションを行います。次節では実験的検証を行いますので、ここでは検証実験に対応した計算条件を取り上げて解説します。

計算条件 Case1-4 (sim.) を次に示します。ここで、信号源に対する条件は共通で前節と同様に  $e_1 = V_G(\omega)$ 、 $e_2 = 0$  としました。

表 3 実験的検証に対応したシミュレーション計算の条件。

Case	Acc Gnd.	Gnd. Line Z [ $\Omega$ ]	Ext. Loads Z [ $\Omega$ ]
1	有	$Z_3 = Z_6 = 0$	$Z_4 = Z_5 = 50$
2	無	$Z_3 = +\infty, Z_6 = 0$	$Z_4 = Z_5 = 50$
3	有	$Z_3 = 0, Z_6 = 15$	$Z_4 = Z_5 = 50$
4	無	$Z_3 = +\infty, Z_6 = 15$	$Z_4 = Z_5 = 50$

ここでは、信号源配置は非対称ですが、負荷配置は  $50 \Omega$  終端の対称配置としました。後述しますが、負荷配置は対称配置にしないと  $c$  モード計測ができなくなるからです。条件 Case 3 と Case 4 では *Gnd. Line* インピーダンス ( $Z_6$ ) として純抵抗の場合を取り上げています。図 14-図 17 に対応するシミュレーション結果を順次示しますが、後述する実験的検証で再度取り上げるのでここでは説明を割愛します。

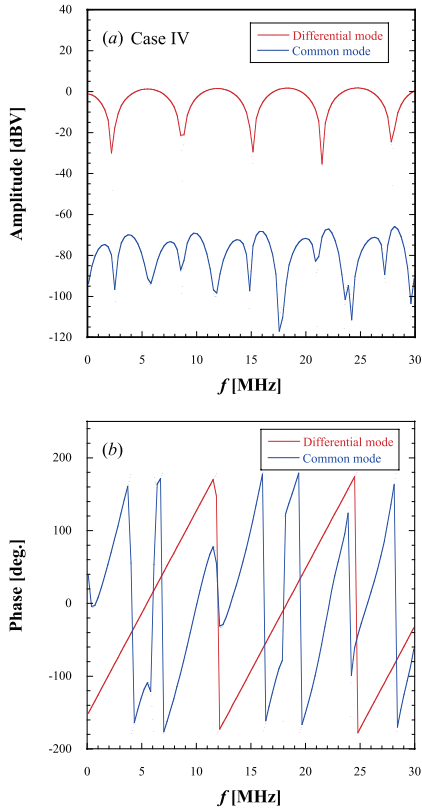


図 14 計算条件 Case 1 の解析結果. (a) 振幅の周波数特性、(b) 位相の周波数特性. 赤線(青線):  $d(c)$  モードの解析結果. 同軸ケーブル長さ:  $l = 15$  m.

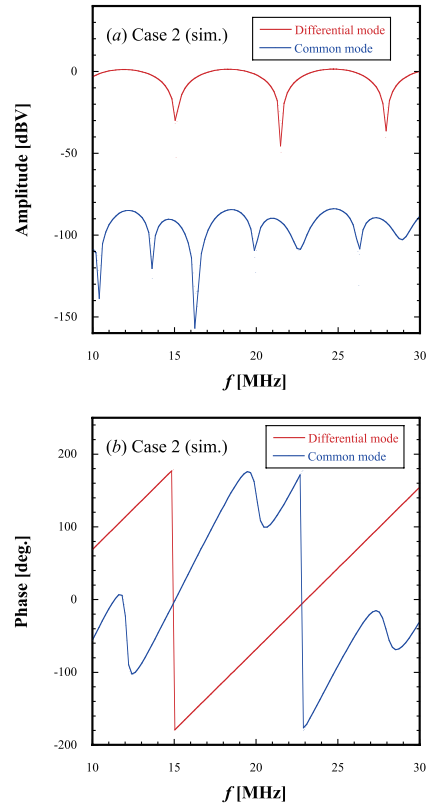


図 16 計算条件 Case 3 の解析結果. (a) 振幅の周波数特性、(b) 位相の周波数特性.

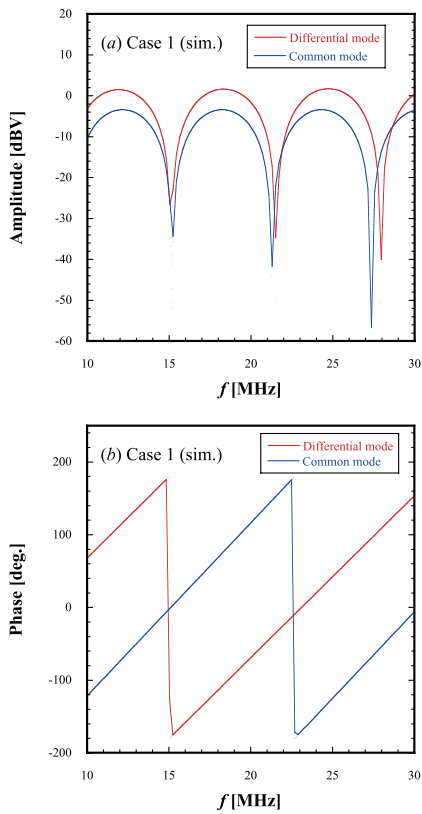


図 15 計算条件 Case 2 の解析結果. (a) 振幅の周波数特性、(b) 位相の周波数特性.

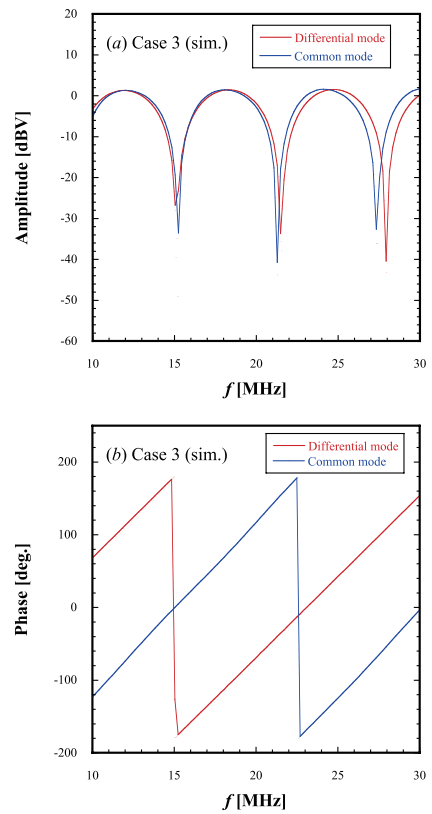


図 17 計算条件 Case 4 の解析結果. (a) 振幅の周波数特性、(b) 位相の周波数特性.

## 7. 実験的検証

### 7.1. 実験装置

一般的なネットワークアナライザ (NA) では、不平衡回路における *rf* 入出力の周波数特性が計測されます。従って、この NA では平衡回路の周波数特性を直接計測することはできません。これは前者の NA では不平衡回路計測用に 2 ポートの入出力なのに対し、平衡回路計測用には 4 ポート ( $\geq 3$  ポート) の入出力が必要となるからです\*11。

CM へのテスト入力を *SE* 入力とし、出力は *Balanced* (*BA*) として出力させます。このような平衡回路における信号の流れを NA から見ると図 18 のようになります。

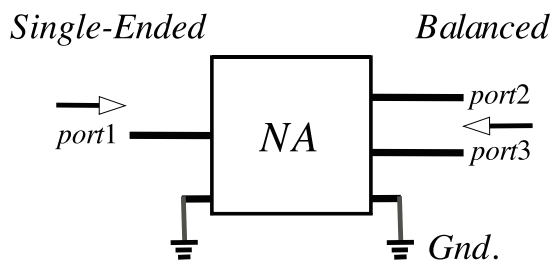


図 18 マルチポートネットワークアナライザを利用した平衡信号伝送回路における信号の流れ。

ポート 1 には CM の *rf* テスト入力を接続し、ポート 2、3 には CM の *BA* 出力を接続します。NA の *Gnd.* は、CM の *Acc Gnd.* 有 (無) に対応して *Acc Gnd.* との結合 (不結合) という条件が対応します。従って、本実験では 3 ポートによる NA 計測となります。

計測量は *S* パラメータですが、3 ポート計測では特徴的な *S* パラメータ、 $S_{ds21}$  と  $S_{cs21}$  が計測されます (付録 C 参照)[34, 35]。 $S_{ds21}$  ( $S_{cs21}$ ) とは *SE* 入力に対する *d* (*c*) モードの  $S_{21}$  (実数振幅成分と位相成分) のことを意味します。CM 出力は 1 本の同軸出力 (BNC) なので、これをどのように *BA* 出力させるかが問題となります\*12。試行錯誤の末、図 19 に示すような同軸平衡不

平衡変換器 (バラン)\*13を自作し、これを用いて平衡回路計測用に *SE* 出力を *BA* 出力に変換することにしました。

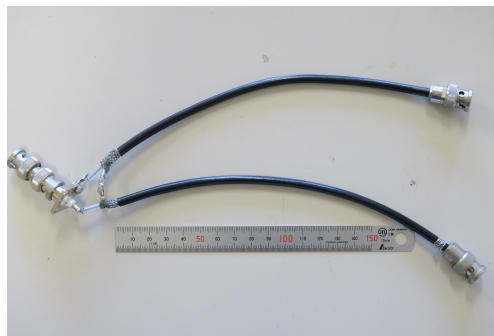


図 19 自作した同軸平衡不平衡変換器。

図 20 に同軸平衡不平衡変換器が接続された CM 出力部の拡大図を示しました。図中にガムテープが見えるの

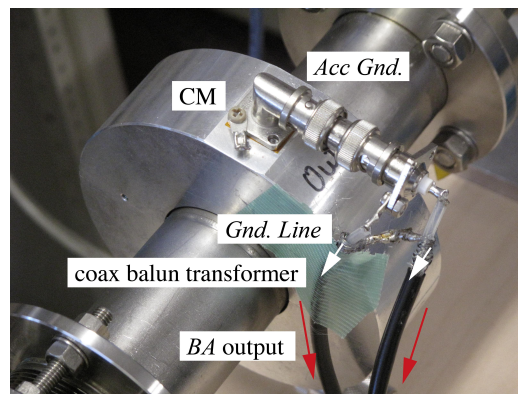


図 20 同軸平衡不平衡変換器が接続された CM 出力部の拡大図。

は、同軸平衡不平衡変換器の BNC *Gnd.* を CM ケースに短絡させるためです。脚注\*12 で解説するように同軸平衡不平衡変換器の *Gnd.* が *Gnd. Line* の一部となります。従って、CM/BNC 出力の固定ネジとして金属ネジを挿入すると、CM の *Acc Gnd.* と NA *Gnd.* が同電位となり *Gnd. Line* が結合されることとなります。逆に、このネジを取り省くとこの結合が切れることとなります\*14。

マルチポートネットワークアナライザを利用した平衡信号伝送実験のための計測装置を図 21 に示します。NA からの *rf* 信号は *SE* 信号として CM のテスト入力に入ります。CM 出力は *SE* なのでこれを同軸平衡不平衡変換器を用いて *BA* 出力に変換し、2 本の同軸ケーブル

*Gnd. Line* に相当します。

\*13 英語では “coaxial-line-type balanced-unbalanced transformer” と言い、“balanced-unbalanced transformer” を略して “balun” と呼んでいます。

\*14 脚注\*4 で述べた *Acc Gnd.* 有/無というわずかな違いとはこのことを指しています。

\*11 入射器には平衡回路計測用の NA (Agilent, PNA N5221A 10 MHz~1.3 GHz) がありました。CM の特性計測用としては周波数下限値が 10 MHz と大きいのですが、原理実証用としては問題ないでしょう。

\*12 同軸ケーブルを *BA* 出力させるには同軸ケーブルの中心導体と外導体 (*Gnd.*) を分離すればよいのですが、分離後にどのように別の同軸ケーブルに接続できるかが問題となります。これには、分離後の信号線を 2 本の同軸ケーブルのそれぞれの中心導体に接続し、さらに 2 本の同軸ケーブルの *Gnd.* が同電位になるように *Gnd. line* を互いにハンダ付けをします (図 19 参照)。さらに計測時にはこの *Gnd.* は CM ケースに短絡させて *Acc Gnd.* と同電位にします。この *Gnd.* が図 8 における



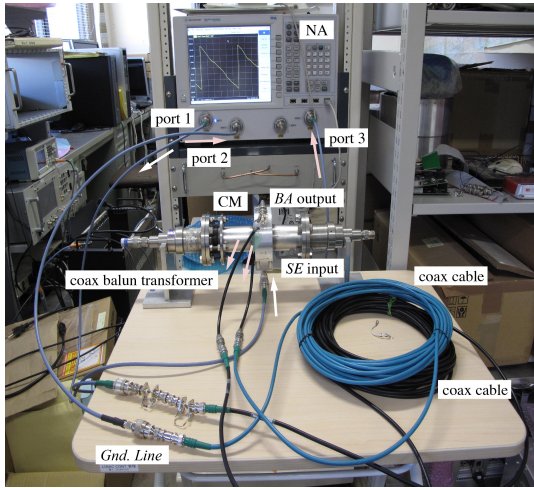


図 21 マルチポートネットワークアナライザを利用した平衡信号伝送実験のための計測装置。

ル (長さ 15 m) を用いて平衡回路で信号伝送を行い *NA* の 2 ポートに入力させます。*NA* への入力 (ポート 2、3) と同軸ケーブルとの間にインピーダンス ( $Z_6$ ) を挿入すれば、負荷側の *Gnd. Line* 上に任意のインピーダンスを装着でき、その特性を計測することができます。図 22 に純抵抗とインダクタンスを直列接続した  $Z_6$  の拡大図を示します。

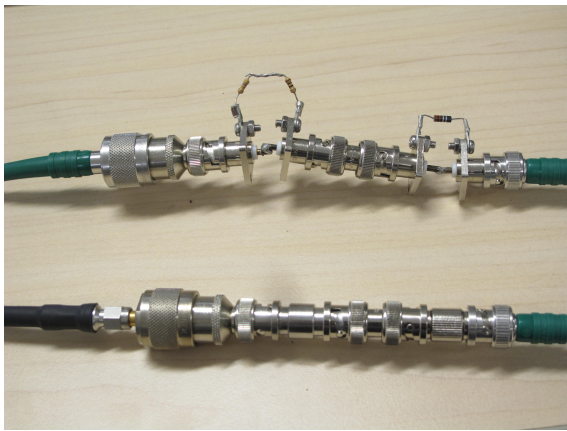


図 22 負荷側の *Gnd. Line* 上に純抵抗とインダクタンスを直列接続した  $Z_6$  の拡大図。

## 7.2. 実験結果

マルチポート *NA* を用いた計測では、負荷インピーダンスの配置は必然的に対称負荷  $Z_4 = Z_5 = 50 \Omega$  となり、実際の計測系に対応した非対称負荷  $Z_4 = 50 \Omega$ ,  $Z_5 = 0$  に変更することはできません。非対称負荷で計測したい場合は、従来の 2 ポートにしなければなりません。しかしこの場合は、*c* モードが計測できなくなるので注意が必要です。従って、対称負荷における計測となりますが、平衡不平衡伝送回路の実験的検証としては充分でしょう。実験条件は、6.2 節に示した計算

条件と同一としています。

それでは、基本となる実験結果 Case 1 (exp.) を図 23 にします。*ACC Gnd.* 有の場合、周波数特性には波形歪みは見られませんが、わずかに高周波損失が見えています。この高周波損失はフェライトコアの周波数特性に起因するもので、信号源に周波数特性を取り入れたことはこのことを説明するためです。振幅特性の最大値で比べると *d* モードは *c* モードに対し 5 dB 程度大きくなっています。計算結果の図 14 (Case 1 (sim.)) と比べるとモード間のレベル差、ディップ周波数、位相特性は実験値をよく再現していることがわかります。

実験結果 Case 2 (exp.) を図 24 に示します。*ACC Gnd.* 無の場合、*d* モードの周波数特性には波形歪みが見られていません。振幅特性の最大値で比べると *d* モードは *c* モードに対し 21 dB 程度大きく、*c* モードが効果的に抑制されていることが特徴的です。*d* モードは全く影響を受けていません。実験結果 Case 1 (exp.) と比べると Case 1 (exp.) では波形歪みは見られませんが、*c* モードの大きさは *d* モードに比べわずかに抑制されているだけです。Case 2 (exp.) の結果の対称性の威力がお分かり頂けると思います。

計算結果の図 15 (Case 2 (sim.)) と比べてみますと振幅特性から *d* モードのディップ周波数はよく一致していますが、実験結果と比較すると *c* モードの抑制効果が計算 ( $> 80$  dB) に比べかなり小さいことがわかります。これは実験では高い対称性が保持されていないからであると考えられます。例えば、実験では 2 本の同軸ケーブルの長さや特性が全く同一とは限りません。逆にこのことは、高い対称性を実現しないと *c* モードの抑制は難しいことを意味しています。

実験結果 Case 3 (exp.) を図 25 に示します。*ACC Gnd.* 有で *Gnd. Line* に抵抗を挿入した場合、振幅と位相の周波数特性に若干の波形歪みが見られます。振幅特性の最大値で比べると *d* モードは *c* モードに対し同程度に大きいことがわかります。このことは、*Gnd. Line* に余計なインピーダンスが存在すると伝送線路の特性を変えてしまい、逆に *c* モード生成が増大する結果になることを示しています。計算結果の図 16 (Case 3 (sim.)) と比べると周波数特性には若干の歪みが見られますが、実験結果をよく再現していることがわかります。

実験結果 Case 4 (exp.) を図 26 に示します。*ACC Gnd.* 無の場合、*d* モードの周波数特性には波形歪みが見られていません。振幅特性の最大値で比べると *d* モードは *c* モードに対し 17 dB 程度と大きく、*c*

モードが効果的に抑制されていることを示します。この結果は、*Gnd. Line* に余計なインピーダンスが存在しても対称性が高い伝送線路では効果的に *c* モードが抑制できることを示しています。計算結果の図 17 (Case 4 (sim.)) と比べると *d* モードの周波数特性は実験値をよく再現していますが、実験結果は *c* モードの抑制効果は計算 (> 80 dB) に比べかなり小さいことがわかります。この場合も同様に実験では高い対称性が保持されていないからだと考えられます。以上の 4 例の実験的検証から、信号伝送理論に基づく解析モデルが基本的には正しい描像を与えることがわかりました。

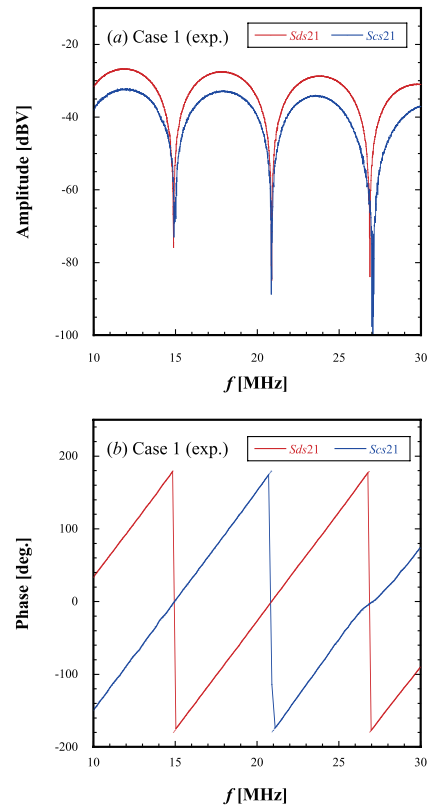


図 23 実験条件 Case 1 の解析結果. (a) 振幅の周波数特性、(b) 位相の周波数特性. 赤線 (青線): *d*(*c*) モードの解析結果. 同軸ケーブル長:  $l = 15$  m.

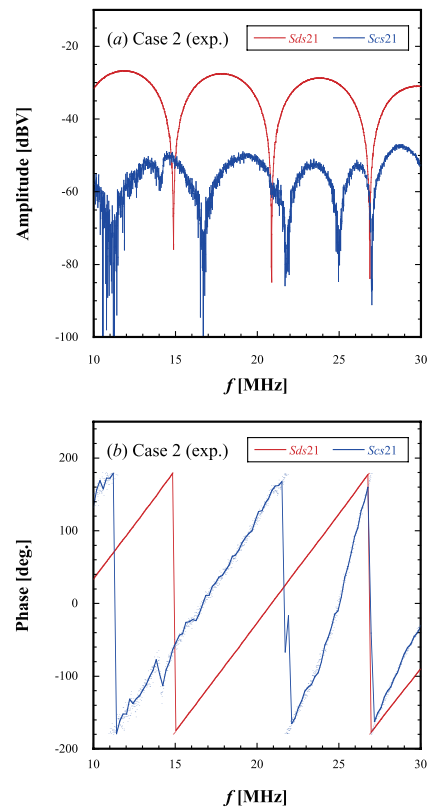


図 24 実験条件 Case 2 の解析結果. (a) 振幅の周波数特性、(b) 位相の周波数特性.

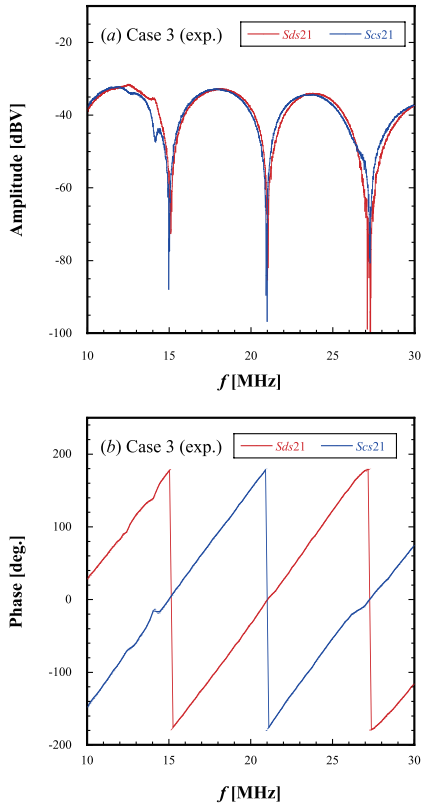


図 25 実験条件 Case 3 の解析結果. (a) 振幅の周波数特性、(b) 位相の周波数特性.

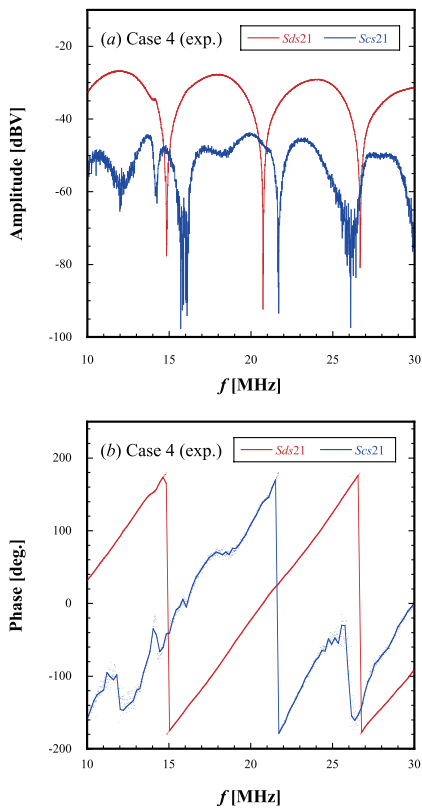


図 26 実験条件 Case 4 の解析結果. (a) 振幅の周波数特性、(b) 位相の周波数特性.

## 8. ノイズ生成と抑制技術

図 27 に運転時に取得した長パルス電子ビームの CM 信号波形を示します。図 27 (a) は、CM1 及び CM2 信号波形とノイズが重畳されたノイズ対策前の CM3 信号波形を示します。図 27 (b) は、CM1 及び CM2 信号波形とノイズ対策後の CM3 信号波形を示します。運転時の長パルス電子ビームのパルス幅は  $\sim 1 \mu\text{s}$  (半値全幅)、典型的な電荷量は CM1 で  $347 \text{ nC/pulse}$ 、CM2 で  $225 \text{ nC/pulse}$  でした。

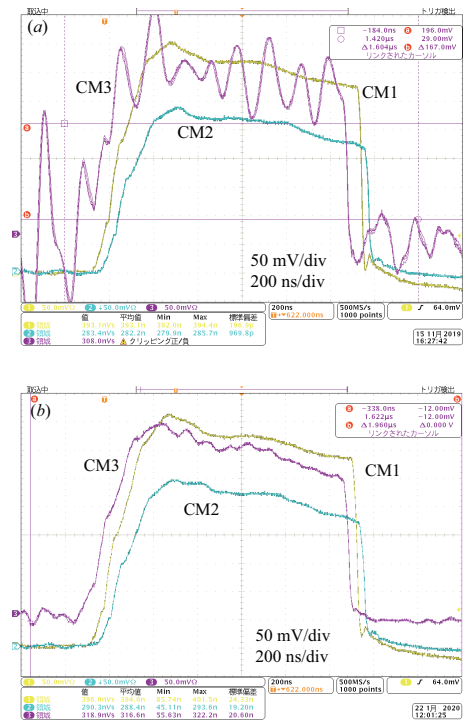


図 27 長パルス電子ビームに対する CM 出力波形. (a) CM3 改修前の CM 出力波形. (b) CM3 改修後の CM 出力波形.

明らかに CM3 には比較的大きなノイズが重畳していることが見て取れます。このノイズ波形が、本研究の出発点となり長年に渡り悩まされてきたノイズ波形です。今回実施したノイズ対策とは、3.2 節で議論した *Acc Gnd.* を無から有の状態に移行したことです。この対策が有効となりノイズ波形が効果的に減衰したと考えられます。ちなみに CM1 及び CM2 には何も対策を施していませんが、元々 *Acc Gnd.* 有の状態にあったことを後に確認しました<sup>\*15</sup>。

\*15 運転用の CM に対し、信号伝送用の同軸ケーブルをオシロから切り離し、テスターで BNC の中心導体と外導体間の DC 抵抗を計測したところ、CM1 と CM2 の抵抗はほぼゼロでしたが、CM3 のそれは *OL* を指していました。この測定でようやく解決に向けたヒントを掴みました。

図 28 に高電力クライストロンの運転状態で取得した CM3 ノイズ波形 (ビーム無) を示します。図 28 (a) と図 28 (b) は、それぞれ CM3 に対しノイズ対策前と対策後のノイズ波形を示しています。CM1 と CM2 のノイ

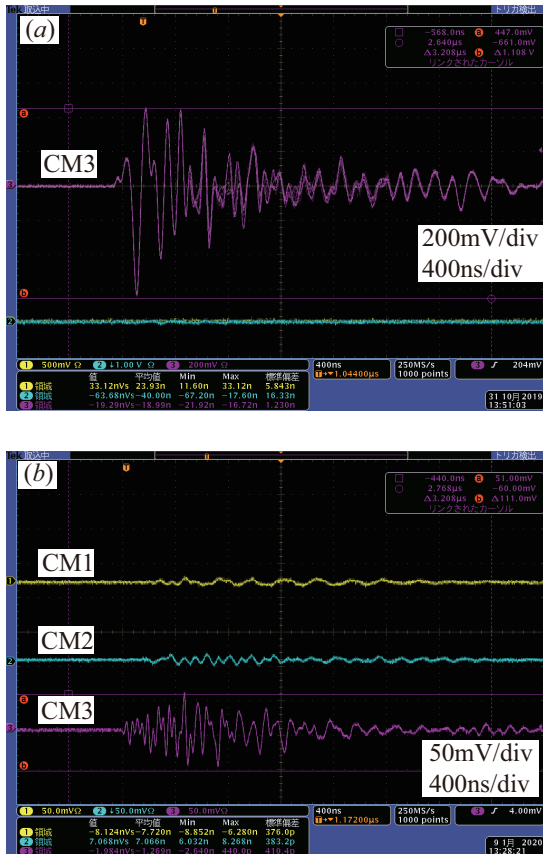


図 28 高電力クライストロンの運転状態で取得した CM3 ノイズ波形 (ビーム無).

ズレベルはわずかですが見えています。一方、ノイズ対策により CM3 のノイズレベルは振幅の大きさで  $\sim 1/10$  にまで低減していることがわかります。

図 29 に高電力クライストロンの運転状態で取得した CM ノイズの周波数スペクトル (ビーム無) を示します。図 29 (a) と図 29 (b) は、それぞれ CM1 とノイズ対策後の CM3 に対する周波数スペクトルを示します。CM1 は元から対策を施していませんが、3 次高調波 (中心周波数  $\sim 4$  MHz,  $\sim 11$  MHz,  $\sim 16$  MHz) までのノイズスペクトルがわずかに見えています。基本波のノイズレベルは 4 MHz で最大 -30 dBm 程度です。

他方、CM3 は対策後のノイズスペクトルを示し、4 次高調波まで見えていることがわかります。しかもスペクトルの大きさは、まだ CM1 に比べ優位に大きいこともわかります。2 次高調波で定量的にスペクトルの大きさを比べて見ると、CM3 の大きさは CM1 のそれに比べ 20 dBm 程度大きいことがわかります。しかし、基本波

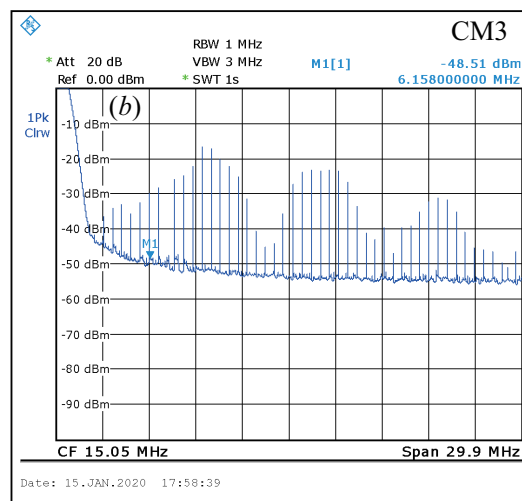
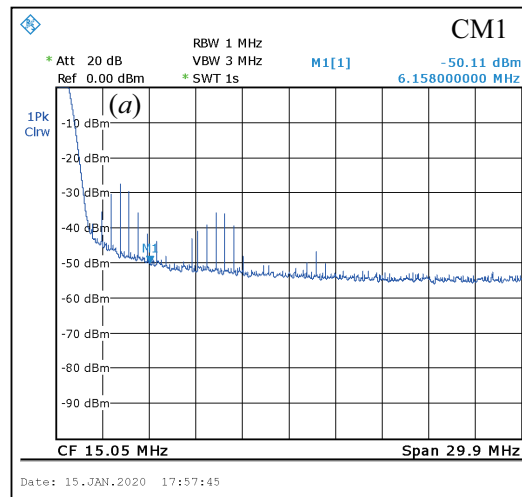


図 29 高電力クライストロンの運転状態で取得した CM ノイズの周波数スペクトル (ビーム無)

で比べると CM3 のスペクトルの大きさは、CM1 のそれに比べると逆に抑制されているようにも見えます。さらに、CM1 と CM2 のノイズスペクトルは同程度に小さいですが、CM3 は CM1 のレベルには達していません。このような抑制効果の違いがどうして出現するのかは、今の所まだよくわかりません<sup>\*16</sup>。何れにしても、明らかにこのノイズ対策は効果的であることがわかりました。

ちなみに、図 27 (a) における CM3 のノイズ波形の基本周期を見積もると  $f \sim 6.5$  MHz です。図 29 (b) における CM3 のノイズスペクトルから推定すると、この周波数  $f$  は 2 次高調波の裾に対応しており、明らかに高電力

<sup>\*16</sup> ノイズ対策後、CM3 の信号伝送用同軸ケーブルの導通を同様にテスターで計測したところ、DC 抵抗はほぼゼロになりました。しかし、DC 抵抗がゼロになったと言っても *Gnd. Line* 経路全体のインピーダンス (AC 抵抗のこと) がゼロとは限らないことに注意すべきです。CM3 は CM1、CM2 に比べオシロから伝送距離が遠いので *Gnd. Line* インピーダンスが他に比べ大きいかもしれません。



クライストロンの動作に起因してノイズが生成されたと考えられます。

今回取得したノイズ信号はビームとは無関係です。そこで例えば、高電力クライストロンの動作に起因する仮想的信号源  $e_3$  (図 8 参照) を仮定すれば、この信号源からノイズが計測系に回り込んだと考えられます。この現象が正に揺れるノイズ源を意味し、ビーム信号を揺らす原因になると考えられます\*17。

しかし、ここで注意しなければならないことは、このノイズ源  $e_3$  はあくまでも  $c$  モード信号生成に寄与するので、もしモード変換が強く抑制されているならば、 $d$  モード計測系では観測されないはずですが。現実にはノイズ信号が  $d$  モード計測系において少なからず観測されているので、伝送線路のどこかでノイズに対しても同様なモード変換が生じていると考えられます。

## 9. 対称性を考慮した新しい同軸伝送線路

これまでの議論から分かりますように、前述のノイズ対策は抜本的な対策にはなっていません。これは、高電力クライストロンの運転に伴う大きなノイズ源  $e_3$  の存在は明らかではありませんが、伝送線路の回路構成は非対称なままであるからです。

従って、この対策では  $c$  モードは殆ど抑制されておらず、 $d$  モードと同程度の強度で生成されと考えられます。 $Gnd. Line$  や伝送線路上の何らかの非対称性により、 $c \rightarrow d$  モード変換がさらに進行すれば  $d$  モード計測はさらにノイズの影響を受けるようになります。従って抜本的な対策は、やはり高い対称性を持つ伝送線路に改修すべきで、その例を図 30 に示します。

信号源に対しその中点を  $Gnd.$  とし、この中点を 2 本の同軸ケーブルの  $Gnd.$  に接続します。これにより、6.1 節 (10) 式から信号源の対称性により  $c$  モードを抑制できます。一方、信号線は内部インピーダンス  $R_0 = 50 \Omega$  を通して同じ特徴を有する 2 本の同軸ケーブルの中心導体に接続します。内部インピーダンスは、信号源と同軸ケーブル間の伝送線路との整合と、さらに 6.1 節 (9) 式から内部負荷の高い対称性を保持するために挿入すべきです。また、計測系への接続では、外部負荷に対し高

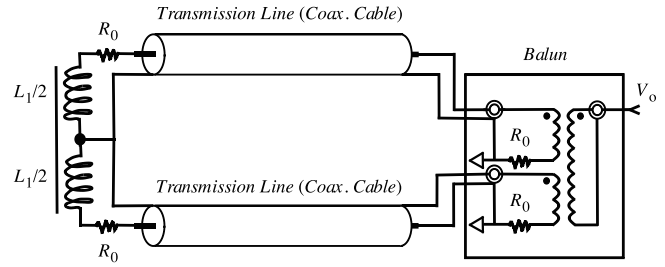


図 30 CM のノイズ抑制に有効な高い対称性を有する伝送線路。

い対称性を有するバランを挿入し、平衡回路を不平衡回路に変換してから不平衡回路計測系に接続します。平衡回路のまま平衡回路計測系に入力させることも可能ですが、このようにすれば、オシロなど通常の不平衡回路計測系が利用できるという利点があります。ここでは例を示すに留めますが、実際には高い対称性を保持した平衡回路による伝送線路の実現は簡単ではありませんが、ノイズ抑制と回路の安定動作という観点からすると重要課題の一つになります。

## 10. まとめ

本稿では、KEK 物構研低速陽電子施設における電子線形加速器で利用される長パルス電子ビーム用電流モニターを例にとり、信号伝送とノイズ低減技術の基礎について包括的な解説を行いました。基本となる平衡不平衡回路における信号伝送を等価回路に置き換え、伝送線路モデルを構築し、幾つかの計算結果を例証しました。これらの計算例を通して、多重線で構成された伝送線路では、信号伝送とノイズ生成が強く関係していることがお分かり頂けたと思います。

マルチポートネットワークアナライザを用いた平衡回路による信号伝送の実験的検証を行いました。実験結果は伝送線路モデルとよく一致し、平衡不平衡回路に基づく信号伝送理論が正しいことが実証されました。この伝送線路モデルに基づきノイズ生成の原理とノイズ低減技術について議論を行いました。回路要素の配置に対し高い対称性が、ノイズ低減には極めて有効であることが示され、新しい伝送線路を提案しました。

同軸ケーブルを用いた平衡不平衡回路における信号伝送は、ビームモニターに限らず加速器技術全般に応用可能な技術です。特に、ここで議論したノイズ抑制技術は、これまでの加速器業界では余り議論されて来なかったようにも思われます。安定な加速器運転の実現を目指し、これまでのノイズ抑制技術を再度見直すべきであろうと考えています。

\*17 筆者が若い頃、当時の先生方がオシロで計測した波形を見ながら“グラウンドが揺れている”と表現するのをしばしば聞いたことがあります。当時筆者は、この表現の意味するところがよく理解できませんでした。このことは、クライストロン運転により  $Gnd. Line$  に余計な電流が回り込むと、この電流が  $Gnd. Line$  経路に潜む余計なインピーダンスにより電位に変換され、この電位がパルス毎に変化すると考えられます。これが、仮想的信号源  $e_3$  の正体、すなわち揺れるノイズ源を表していると考えています。



## 参考文献

- [1] A. Einstein, “Investigations of the Theory of Brownian Movement” (Dover, 1956).
- [2] J. Klafter, I. M. Sokolov, “ランダムウォークはじめの一歩 – 自然現象の解析を見据えて –” (共立出版, 2018).
- [3] R. Metzler, J. Klafter, “The Random Walk’s Guide to Anomalous Diffusion: A Fractional Dynamics Approach”, Phys. Rep., 339 (2000), 1.
- [4] V. Shiltsev, “Review of observations of ground diffusion in space and in time and fractal model of ground motion”, Phys. Rev. ST Accel. Beams 13, 094801 (2010).
- [5] T. Suwada *et al.*, “Real-time observation of dynamic floor motion of the KEKB injector linac with a laser-based alignment system”, Phys. Rev. ST Accel. Beams 20, 033501 (2017).
- [6] D. L. Turcotte, “Fractals in Geology and Geophysics”, Pure Appl. Geophys. 131, 171 (1989).
- [7] B. D. Malamud, D. L. Turcotte, “Self-Affine Time Series: I. Generation and Analyses”, Adv. Geophys., 40, 1999, 1.
- [8] J. D. Pelletier, D. L. Turcotte, “Self-Affine Time Series: II. Applications and Models”, Adv. Geophys., 40, 1999, 91.
- [9] V. Shiltsev, “Observations of Random Walk of the Ground in Space and Time”, Phys. Rev. Lett. 104, 238501 (2010).
- [10] 諏訪田 剛, “地面変動の時空発展とATL則の直接的検証”; Journal of the Particle Accelerator Society of Japan, 日本加速器学会誌「加速器」Vol. 15, No. 1, 2018, 10.
- [11] B. B. Mandelbrot, “The Fractal Geometry of Nature” (Freeman, San Francisco, CA, 1982).
- [12] T. Suwada, “Spatiotemporal Diffusive Evolution and Fractal Structure of Ground Motion”, J. Phys. Soc. Jpn. 87, 024901 (2017).
- [13] A. Van Der Ziel, “History of Noise Research”, Adv. Electron. Electron Phys., 50, 351 (1980).
- [14] A. Van Der Ziel, 「雑音」 [翻訳] 瀧 保夫、飯島 健一、田宮 潤 (近代科学社、1973).
- [15] H. Nyquist, “Thermal Agitation of Electric Charge in Conductors”, Phys. Rev. 32, 110 (1928).
- [16] J. B. Johnson, “Thermal Agitation of Electricity in Conductors”, Phys. Rev. 32, 97 (1928).
- [17] J. B. Johnson, “The Shottky Effect in Low Frequency circuits”, Phys. Rev. 26, 71 (1925).
- [18] W. Schottky, “Small-Shot Effect and Flicker Effect”, Phys. Rev. 28, 74 (1926).
- [19] A. Van Der Ziel, “Flicker Noise in Electronic Devices”, Adv. Electron. Electron Phys., 49, 225 (1979).
- [20] A. Van Der Ziel, “Noise in Solid State Devices”, Adv. Electron. Electron Phys., 46, 313 (1978).
- [21] Interaction Notes (EMP-3), <<http://ece-research.unm.edu/summa/notes/Interaction.html>>.
- [22] E. F. Vance, “Coupling to Shielded Cables” (John Wiley & Sons, Inc., New York, 1978).
- [23] E. F. Vance, “Shielding Effectiveness of Braided-Wire Shields”, IEEE Trans. EMC, 17 (2), 71, 1975.
- [24] 上 芳夫, “第2章ノイズの発生、伝搬・結合、上 芳夫他 (編集)、環境電磁ハンドブック (普及版)” (朝倉書店、2006).
- [25] 土岐 博, 佐藤 健次, “3 導体伝送線回路の新理論 – ノイズを物理により解明する –”, Journal of the Particle Accelerator Society of Japan, 日本加速器学会誌「加速器」Vol. 6, No. 4, 2009, 302.
- [26] 佐藤 健次, “重イオン・シンクロトロン of 加速器技術と物理・その1 – 電源と電気回路としての電磁石負荷: コモン・モード・ノイズとの格闘 –”, Journal of the Particle Accelerator Society of Japan, 日本加速器学会誌「加速器」Vol. 3, No. 1, 2006, 10.
- [27] 土岐 博, “新しい多導体伝送線路理論と電磁ノイズ発生メカニズム”, Mar. 6, 2009, KEK 加速器セミナー.
- [28] R. Talman, “Beam Current Monitors”, AIP Conference Proceedings 212, 1 (1990).
- [29] <http://pfwww.kek.jp/slowpos/Engindex.html>.
- [30] J. M. Anderson, “Wide Frequency Range Current Transformers”, Rev. Sci. Instrum. 42, 915–926 (1971).
- [31] DATA BOOK, FERRITE POT CORES 6th ed., TOKIN Corp.
- [32] H. Toki and K. Sato, “Three Conductor Transmission Line Theory and Origin of Electromagnetic Radiation and Noise”, J. Phys. Soc. Jpn. 78, 094201 (2009).
- [33] A. Sugiura and Y. Kami, “Generation and Propagation of Common-Mode Currents in a Balanced

- Two-Conductor Line”, IEEE Trans. Electromagn. Compat., vol. 54, no. 2, pp. 466–473, Apr. 2012.
- [34] D. E. Bockelman and W. R. Eisenstadt, “Combined Differential and Common Mode Scattering Parameters: Theory and Simulation”, IEEE Trans. Microwave Theory Tech., vol. 43, no. 7, July 1997, pp. 1530–1539.
- [35] K. Kurokawa, “Power Waves and the Scattering Matrix”, IEEE Trans. Microwave Theory Tech., vol. 13, no. 2, Mar. 1965, pp. 194–202.
- [36] Agilent Technologies, “Multiport & Balanced Device Measurement Application Note Series, Concepts in Balanced Device Measurements”, Application Note 1372-2.

## 付録 A. 伝送線路における転送行列

伝送線路における転送行列の考え方を図 31 に示します。

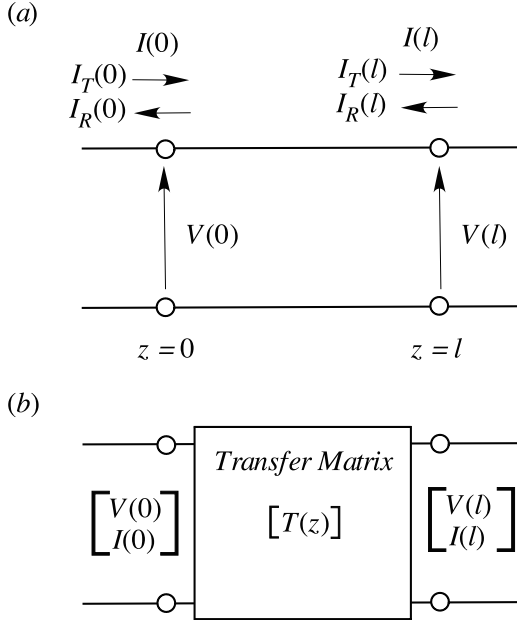


図 31 伝送線路における転送行列の考え方. (a) 伝送線路上の任意の2点 ( $z=0$ ,  $z=l$ ) における電位と電流の定義. (b) 伝送線路における転送行列の定義.

図 31 (a) に伝送線路上の任意の2点 ( $z=0$ ,  $z=l$ ) において電位と電流を定義します。電位と電流からなる行列をこの2点間の転送行列  $T(z)$  を用いて転送することを考えます。伝送線路は、転送行列を用いれば、簡単に行列演算により演算できるようになります。すなわち、以下の関係を満足する行列  $T(z)$  を求めることになります。

$$\begin{pmatrix} V(l) \\ I(l) \end{pmatrix} = T(z) \begin{pmatrix} V(0) \\ I(0) \end{pmatrix} \quad (30)$$

信号の流れを左から右に取ると、各点での電位  $V(z)$ (電流  $I(z)$ ) は以下に示すようにそれぞれ透過波  $V_T(z)(I_T(z))$  と反射波  $V_R(z)(I_R(z))$  の和で表すことができます。

$$V(z) \equiv V_T(z) + V_R(z) = \sqrt{Z_0}(Ae^{-\gamma z} + Be^{\gamma z}) \quad (31)$$

$$I(z) \equiv I_T(z) - I_R(z) = \frac{1}{\sqrt{Z_0}}(Ae^{-\gamma z} - Be^{\gamma z}) \quad (32)$$

ここで、透過波を  $V_T(z) = A\sqrt{Z_0}e^{-\gamma z}$ 、 $I_T(z) = (A/\sqrt{Z_0})e^{-\gamma z}$ 、反射波を  $V_R(z) = (B/\sqrt{Z_0})e^{\gamma z}$ 、 $I_R(z) = (B/\sqrt{Z_0})e^{\gamma z}$  としました。反射波の電流は、向きを考慮して負符号としていることに注意してください。 $\gamma$  は伝送線路の伝搬定数を表します。伝送線路に

損失を含む場合  $\gamma = (\alpha + j\beta)z$  となり、無損失の場合  $\gamma = j\beta z$  となります。 $\beta$  は位相定数、 $\alpha$  は減衰定数、 $Z_0$  は伝送線路の特性インピーダンスを表します。ここでは、時間振動項  $e^{j\omega t}$  は省いています。

2点における電位と電流を書き下しますと

$$V(0) = \sqrt{Z_0}(A + B) \quad (33)$$

$$I(0) = \frac{1}{\sqrt{Z_0}}(A - B) \quad (34)$$

$$V(l) = \sqrt{Z_0}(Ae^{-\gamma l} + Be^{\gamma l}) \quad (35)$$

$$I(l) = \frac{1}{\sqrt{Z_0}}(Ae^{-\gamma l} - Be^{\gamma l}) \quad (36)$$

が得られます。これらを行列形式で書き下しますと

$$\begin{pmatrix} V(0) \\ I(0) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sqrt{Z_0} & \sqrt{Z_0} \\ 1/\sqrt{Z_0} & -1/\sqrt{Z_0} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A \\ B \end{pmatrix} \quad (37)$$

$$\begin{pmatrix} V(l) \\ I(l) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} e^{-\gamma l}\sqrt{Z_0} & e^{\gamma l}\sqrt{Z_0} \\ e^{-\gamma l}/\sqrt{Z_0} & -e^{\gamma l}/\sqrt{Z_0} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A \\ B \end{pmatrix} \quad (38)$$

となります。(37) 式と (38) 式から行列  $(A, B)$  を消去すると以下の関係式を得ることができます。

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} V(l) \\ I(l) \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} e^{-\gamma l}\sqrt{Z_0} & e^{\gamma l}\sqrt{Z_0} \\ e^{-\gamma l}/\sqrt{Z_0} & -e^{\gamma l}/\sqrt{Z_0} \end{pmatrix} \\ &\times \begin{pmatrix} \sqrt{Z_0} & \sqrt{Z_0} \\ 1/\sqrt{Z_0} & -1/\sqrt{Z_0} \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} V(0) \\ I(0) \end{pmatrix} \quad (39) \\ &= \begin{pmatrix} \cosh(\gamma l) & -jZ_0 \sinh(\gamma l) \\ -j \sinh(\gamma l)/Z_0 & \cosh(\gamma l) \end{pmatrix} \\ &\times \begin{pmatrix} V(0) \\ I(0) \end{pmatrix} \quad (40) \end{aligned}$$

ここで双曲線関数の公式  $\cosh^2 z - \sinh^2 z = 1$  を用いました。(39) 式の演算の際は、逆行列の演算を丁寧に実行しますと (40) 式が出ます。

従って、伝送線路に損失がある場合の転送行列  $T(z)$  は以下のように導出できます。

$$T(z) = \begin{pmatrix} \cosh(\gamma z) & -jZ_0 \sinh(\gamma z) \\ -j \sinh(\gamma z)/Z_0 & \cosh(\gamma z) \end{pmatrix} \quad (41)$$

このように転送行列には、伝搬定数  $\gamma$  を通して信号の減衰と位相が回転することになります。

伝送線路が無損失の場合の転送行列  $T(z)$  は以下のように導出できます。

$$T(z) = \begin{pmatrix} \cos(\beta z) & -jZ_0 \sin(\beta z) \\ -j \sin(\beta z)/Z_0 & \cos(\beta z) \end{pmatrix} \quad (42)$$

## 付録 B. 平衡回路伝送線路における特性インピーダンス

(31) 式と (32) 式から平衡回路伝送線路における線電位と線電流を再度書き下しますと

$$V_1(z) \equiv V_{1T}(z) + V_{1R}(z) = \sqrt{Z_0}(A_1 e^{-\gamma z} + B_1 e^{\gamma z}) \quad (43)$$

$$I_1(z) \equiv I_{1T}(z) - I_{1R}(z) = \frac{1}{\sqrt{Z_0}}(A_1 e^{-\gamma z} - B_1 e^{\gamma z}) \quad (44)$$

$$V_2(z) \equiv V_{2T}(z) + V_{2R}(z) = \sqrt{Z_0}(A_2 e^{-\gamma z} + B_2 e^{\gamma z}) \quad (45)$$

$$I_2(z) \equiv I_{2T}(z) - I_{2R}(z) = \frac{1}{\sqrt{Z_0}}(A_2 e^{-\gamma z} - B_2 e^{\gamma z}) \quad (46)$$

となります。

ここで、モード電位 (電流) と線電位 (電流) の関係を再度以下に示しておきます。

$$V_c(z) \equiv \frac{1}{2}(V_1(z) + V_2(z)) \quad (47)$$

$$I_c(z) \equiv I_1(z) + I_2(z) \quad (48)$$

$$V_d(z) \equiv V_1(z) - V_2(z) \quad (49)$$

$$I_d(z) \equiv \frac{1}{2}(I_1(z) - I_2(z)) \quad (50)$$

$c$  モードや  $d$  モードは混合モードとも呼ばれますが、この混合モードの特性インピーダンス  $Z_c(z)$ 、 $Z_d(z)$  は、以下に示すように透過波を使って定義されます。すなわち

$$\begin{aligned} Z_c(z) &\equiv \frac{V_{cT}(z)}{I_{cT}(z)} \\ &\equiv \frac{1}{2} \left( \frac{V_{1T}(z) + V_{2T}(z)}{I_{1T}(z) + I_{2T}(z)} \right) = \frac{1}{2} Z_0 \quad (51) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Z_d(z) &\equiv \frac{V_{dT}(z)}{I_{dT}(z)} \\ &\equiv 2 \left( \frac{V_{1T}(z) - V_{2T}(z)}{I_{1T}(z) - I_{2T}(z)} \right) = 2Z_0 \quad (52) \end{aligned}$$

となります。このように、混合モードの  $Z_c(z)$ 、 $Z_d(z)$  は、二線の伝送線路の特性インピーダンス  $Z_0$  のそれぞれ  $1/2$  と  $2$  倍になることに注意してください。

## 付録 C. 混合 $S$ 行列について

混合モードにおける  $S$  行列と通常 (差動モード) の  $S$  行列との違いを見ておくことにします。図 32 (a) に 2 ポートからなる不平衡 (差動) 回路、図 32 (b) に 4 ポートからなる平衡回路、図 32 (c) に 3 ポートからなる不平衡平衡回路をそれぞれ示します。これらは、それぞれ 2 ポート、4 ポート、3 ポートのネットワークアナライザに対応しています。

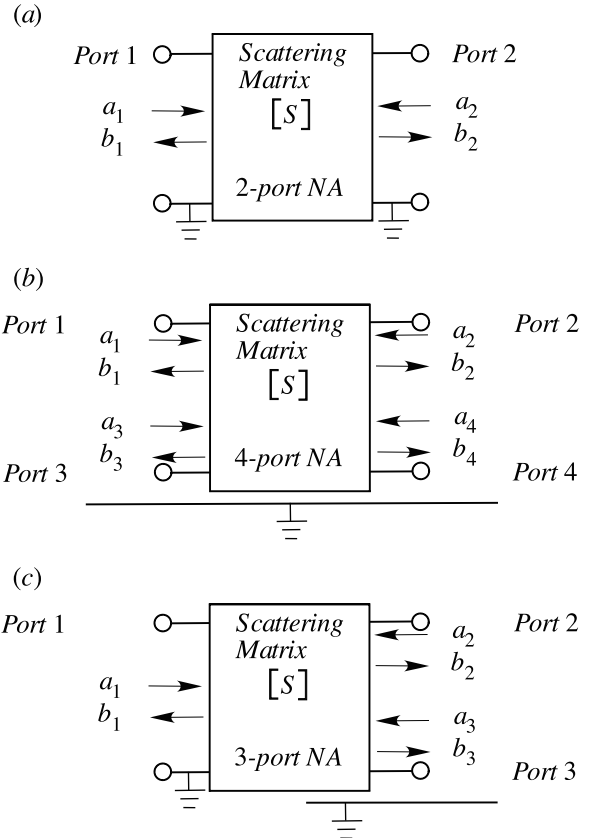


図 32 (a) 2 ポートからなる不平衡 (差動) 回路. (b) 4 ポートからなる平衡回路. (c) 3 ポートからなる不平衡平衡回路.

図 32 (a) は、入力 (Port 1) 及び出力 (Port 2) は差動の入出力からなり、共通のグランドを有する回路で構成されます。従って、入出力ポート数は 2 です。回路の中身は伝送線路を含みどんな回路でも構いません。この回路による数学的な演算は、回路の中身を問うことなく 1 つの行列で表すことができます。この行列は  $S$  行列 (Scattering Matrix、散乱行列) と呼ばれ、以下のように定義されます。

$$\mathbf{S} \equiv \begin{pmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{pmatrix} \quad (53)$$

ここで  $S_{ij}(i, j = 1, 2)$  は  $S$  パラメータと呼ばれます。  $S$  パラメータの性質から  $S_{12} = S_{21}$  が成立します。

差動回路における線電位と線電流を再度書き下しますと

$$V_1 \equiv V_{1T} + V_{1R} = \sqrt{Z_0}(a_1 + b_1) \quad (54)$$

$$I_1 \equiv I_{1T} - I_{1R} = \frac{1}{\sqrt{Z_0}}(a_1 - b_1) \quad (55)$$

$$V_2 \equiv V_{2T} + V_{2R} = \sqrt{Z_0}(a_2 + b_2) \quad (56)$$

$$I_2 \equiv I_{2T} - I_{2R} = \frac{1}{\sqrt{Z_0}}(a_2 - b_2) \quad (57)$$

でした。ただし、ここでは  $a_1 = A_1 e^{-\gamma z}$ 、 $b_1 = B_1 e^{\gamma z}$  等として位相項を含め透過波と反射波の振幅係数  $a_i$ 、 $b_j$  ( $i, j = 1, 2$ ) を定義しています。また、ポートに関係なく  $a_i$  は回路へ入力する向きを正とし、 $b_i$  は回路から出力する向きを正としています。この振幅係数を用いて振幅の入出力比を取りますと、 $S$  パラメータは以下に示すように定義されます。

$$S_{11} \equiv \left( \frac{b_1}{a_1} \right)_{a_2=0}, \quad S_{12} \equiv \left( \frac{b_1}{a_2} \right)_{a_1=0} \quad (58)$$

$$S_{21} \equiv \left( \frac{b_2}{a_1} \right)_{a_2=0}, \quad S_{22} \equiv \left( \frac{b_2}{a_2} \right)_{a_1=0} \quad (59)$$

ここで、着目する  $S$  パラメータでは、他端の透過波入力 はゼロ ( $a_1 = 0$  or  $a_2 = 0$ ) とすることに注意してください。

この定義によると、逆に振幅係数  $a_i$ 、 $b_j$  ( $i, j = 1, 2$ ) は

$$a_1 = \frac{1}{2\sqrt{Z_0}}(V_1 + Z_0 I_1) \quad (60)$$

$$b_1 = \frac{1}{2\sqrt{Z_0}}(V_1 - Z_0 I_1) \quad (61)$$

$$a_2 = \frac{1}{2\sqrt{Z_0}}(V_2 + Z_0 I_2) \quad (62)$$

$$b_2 = \frac{1}{2\sqrt{Z_0}}(V_2 - Z_0 I_2) \quad (63)$$

となります。

これらを行列表現しますと

$$\mathbf{a} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{b} = \mathbf{S} \cdot \mathbf{a} \quad (64)$$

となります。このように  $S$  行列は、入出力の振幅係数間の関係を与える行列と言えます。

図 32 (b) に 4 ポートからなる平衡回路を示します。各入出力は三番目のグラウンドに対し浮いていますので、入出力数は 4 となります。これがマルチポートのネットワークアナライザに対応します。詳細な数式は省きますが、4 ポートネットワークアナライザでは、振幅係数  $a_i$ 、 $b_j$  ( $i, j = 1, 4$ ) を用いますと 2 ポートネットワークアナライザの場合と同様に表すことができます。

ここで、入出力に対し混合モードの振幅係数  $a_{ddi}$ 、 $a_{ccj}$  等 ( $i, j = 1, 2$ ) を用いますと

$$\begin{pmatrix} b_{d1} \\ b_{d2} \\ b_{c1} \\ b_{c2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{S}_{dd} & \mathbf{S}_{dc} \\ \mathbf{S}_{cd} & \mathbf{S}_{cc} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_{d1} \\ a_{d2} \\ a_{c1} \\ a_{c2} \end{pmatrix} \quad (65)$$

となります。これは (64) 式の次元を拡張したものと考えられます。従って、4 ポートでは  $S$  パラメータ  $\mathbf{S}_{dd}$  等は次元が拡張されて  $2 \times 2$  行列です。これをさらに書き下しますと

$$\begin{pmatrix} b_{d1} \\ b_{d2} \end{pmatrix} = \mathbf{S}_{dd} \begin{pmatrix} a_{d1} \\ a_{d2} \end{pmatrix} + \mathbf{S}_{dc} \begin{pmatrix} a_{c1} \\ a_{c2} \end{pmatrix} \quad (66)$$

$$= \begin{pmatrix} S_{dd11} & S_{dd12} \\ S_{dd21} & S_{dd22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_{d1} \\ a_{d2} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} S_{dc11} & S_{dc12} \\ S_{dc21} & S_{dc22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_{c1} \\ a_{c2} \end{pmatrix} \quad (67)$$

$$\begin{pmatrix} b_{c1} \\ b_{c2} \end{pmatrix} = \mathbf{S}_{cd} \begin{pmatrix} a_{d1} \\ a_{d2} \end{pmatrix} + \mathbf{S}_{cc} \begin{pmatrix} a_{c1} \\ a_{c2} \end{pmatrix} \quad (68)$$

$$= \begin{pmatrix} S_{cd11} & S_{cd12} \\ S_{cd21} & S_{cd22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_{d1} \\ a_{d2} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} S_{cc11} & S_{cc12} \\ S_{cc21} & S_{cc22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_{c1} \\ a_{c2} \end{pmatrix} \quad (69)$$

となります。マルチポートネットワークアナライザでは、混合モードへの変換 ((47)–(50) 式) は自動的に行われますので心配には及びません。計算の詳細を知りたい方は、文献 [34] を参照してください。

最後に、図 32 (c) に 3 ポートからなる不平衡平衡回路を示します。入力は差動ですが、出力は平衡ですので入出力数は 3 となります。これもマルチポートネットワークアナライザが必要です。3 ポートネットワークアナライザも、4 ポートの場合と全く同様に振幅係数  $a_i$ 、 $b_j$  ( $i, j = 1, 3$ ) を用いて表現できます。

この場合も、混合モードの振幅係数  $a_s$ 、 $b_s$  等<sup>\*18</sup>を用いますと

$$\begin{pmatrix} b_s \\ b_d \\ b_c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} S_{ss11} & S_{sd12} & S_{sc12} \\ S_{ds21} & S_{dd22} & S_{dc22} \\ S_{cs21} & S_{cd22} & S_{cc22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_s \\ a_d \\ a_c \end{pmatrix} \quad (70)$$

となります。ここで  $S_{ss11}$  等は行列ではなく  $S$  パラメータを表しています。

マルチポートネットワークアナライザを使用するとき、3 ポートか 4 ポートかを設定することができます。興味のある方は、文献 [36] を参照してください。この文献は概念の解説に優れており、これを読むとマルチポートネットワークアナライザの使い方を容易に理解することができます。

\*18  $s$  は *single-ended* の  $s$  を意味します。