

ビーム位置モニターの検出ヘッド

1. はじめに

どんなに優れた設計の加速器を造ったとしても、肝心のビームを“診る”ことができなければその調整はおろか、設計どおりに動いているかの確認すらできない。すなわち、加速器の調整や性能評価には、ビームの位置や大きさ、強度等を精密に診断できるビームモニターの存在が不可欠である。“ビーム位置モニター (BPM)”とは、ビームが伴う電磁場の一部を複数の電極で電気信号として取り出し、その大きさのバランスからビームの重心位置を割り出すもので、数あるビームモニターの中でも最もスタンダードなモニターの一つと言える。本稿では、その先頭でビーム信号の検出に使われるヘッド部分に注目し、その種類や原理、設計・評価方法等について、実例を交えながら解説する。「基本に立ち返る」という今回のセミナー意図に則り、なるべく少ない前提知識の下で、BPMとはどんなものか、どういうことに気を付けて造られているか、実際にはどのように使用されているか、といった基本的なことを理解していただけるよう努める。より詳しい解説や応用的な内容については、過去の OHO テキストを参照されたい [1]。

2. ビーム位置モニター (BPM) とは？

2.1. ビームが伴う電磁場と壁電流

加速器中を伝搬する荷電粒子ビームは、その周囲に自身の電荷に起因する電磁場を伴っている。ビームの重心が相対論的な速度 v で運動している場合、このビームが伴う電磁場はローレンツ収縮の影響でビームの進行方向に圧縮されている。このときの電磁場の角度拡がり θ は、ローレンツファクターの $\beta = v/c$ (c は光速) と $\gamma = 1/\sqrt{1-\beta^2}$ を用いて $1/\beta\gamma$ のように表されるため、比較的低いエネルギーで光速近く ($\beta \sim 1, \gamma \gg 1$) まで加速できる電子ビームでは、進行方向に垂直な面内 (横方向面内) でほぼ 2 次元的な空間分布になっていることが分かる。図 1 は、自由空間におけるビーム電場の様子を示したものである [2]。

ビームが金属製の真空ダクト内にある場合、マクスウェル方程式の境界条件を満たすため電場がダクトへ

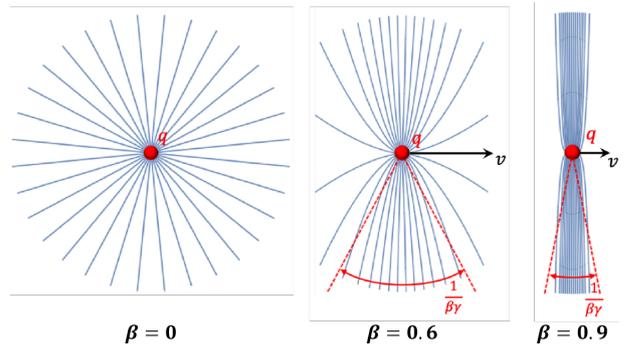


Fig. 1: 自由空間を相対論的な速度で運動する荷電粒子ビームが伴う電場 (電気力線) の様子 [2]

垂直に入るよう変形するとともに、ダクト内面にはビームと逆符号の電荷 (鏡像電荷) が誘起される。この鏡像電荷はビームと共に運動するため、ダクトにはビーム電流とは逆向きの電流が流れることになる。この電流のことを“壁電流 (Wall Current)”と呼ぶ。簡単のため単純な円筒型のダクトを考えると、ビームがダクトの中心軸上にある場合には壁電流の密度分布は方位角方向に沿って一様になるが、中心軸からずれた場合はその分布に偏りが生じる。BPM とは、ダクトの内側に複数の電極を対向させて配置し、この壁電流の偏りを検出することでビームの重心位置 (ダクト中心からの変位) を割り出すビームモニターである ¹⁾。図 2 にこの基本原理の概念図を示す [3]。円筒ダクトの上下に電極を設けた場合の例で、ビームがダクト中心を通った場合には上の電極と下の電極で同じ大きさの出力信号が得られるため、互いの差を取ると振幅がゼロになる。一方、ビームがダクト中心より上側 (下側) を通った場合は上 (下) の電極から出力される信号の方が大きくなるため、差を取ると有限の振幅が残る。この差信号の振幅がビームの変位にほぼ比例することから、逆算してビームの通過位置を推定できるわけである。

2.2. BPM の特徴

BPM が持つ最大の特徴は、ビームに触れることなく測定できることである。ビーム位置については、ビームが当たると発光する蛍光板をビーム軌道上に差し込

¹⁾後述する空洞型 BPM のように例外もあるが、通常はこのような壁電流の偏りを利用するタイプのものを指す。

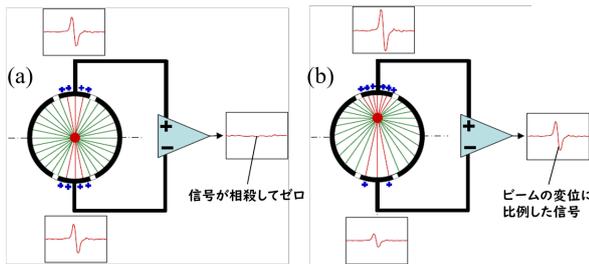


Fig. 2: BPM の基本原理の概念図 [3]: (a) ビームがダクト中心を通った場合 (b) ダクト中心からずれた位置を通った場合

むスクリーンモニター (SCM) でも測定することができるが、SCM はビームパワーを直接受け止める典型的な破壊型のビームモニターであり、大強度ビームに対しては蛍光板が熱損傷する恐れがあるため使用することができない²⁾。その点、BPM はビームが纏っている電磁場のごく一部を利用して測定する原理のため、ビームの強度に関係なく常時使用することができる。ビームを破壊しないということは、複数箇所でも同時に使用できるということでもある。すなわち、SCM のような破壊型モニターではビームの軌道を測定するのに上流から順番に測定していく必要があるが、非破壊型の BPM ならシングルパスで一度に測定することが可能である。

BPM の出力信号は、ビーム位置の測定以外にも多くの用途がある。例えば、出力信号をフーリエ変換してその周波数スペクトルを解析すれば、ビームの振動具合を知ることができる。これは、シンクロトロンや蓄積リングのような円形加速器にとって最も重要なパラメータの一つであるチューン (ビームの固有振動数) の測定や、本テキストでも別途解説されているビーム不安定性の解析・抑制等に利用される。また、上述したように、各電極からはビームの位置に依存して異なる大きさの信号が出力されるが、ダクト中心からの変位が電極間の距離に対して十分小さい場合、それらの総和はビームの強度に比例した一定値となる。そのため、BPM の和信号はビームの損失箇所の特定や損失の程度を測るのに有用である。他にも電極の配置や特性、信号の解析方法を工夫することにより、ビームの

²⁾ その代わりに、SCM にはビームの位置だけでなくプロファイル (形状・空間分布) も同時に測定できるというメリットがある。

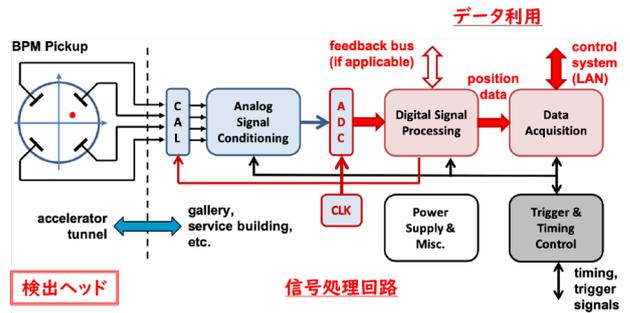


Fig. 3: 典型的な BPM システムの構成図 [2]

断面形状や進行方向の長さ (バンチ長) 等の測定に応用することができる。

2.3. BPM のシステム構成

図 3 に典型的な BPM システムの構成図を示す [2]。検出ヘッドで得られたビーム信号は、まずアナログの前段回路で特定の周波数成分の抽出や信号レベルの調整が行われた後、アナログ-デジタル変換器 (ADC) へ送られる。ADC でデジタル化された各電極からの信号は、既定の計算式に基づいて演算され、ビームの位置データに変換される。得られた位置データは高速のコンピュータネットワークを通じて共有され、加速器の各種調整に利用される。本稿で取り上げるのは、このような BPM システムの先頭でビームからの信号をうまくピックアップするための検出ヘッドについてのみである。実際に BPM として機能させるには、後続の信号処理回路の部分も検出ヘッドと同様に重要な要素となる。また、位置データを利用した加速器の調整方法も重要なトピックであるため、これらについては是非他の講義テキストを参照することで補完し、BPM システムとしての総合的な理解に繋げていただきたい。

3. 検出ヘッドの主な種類と動作原理

3.1. 静電誘導型電極の特性

まず初めに、図 2 で示したような最もオーソドックスな形の検出ヘッドについて、その特性を解説する。図 4(a) のように、ビームから $\pm a$ だけ離れた位置に、面積 A 、長さ l の電極板を設置したとする。この電極板

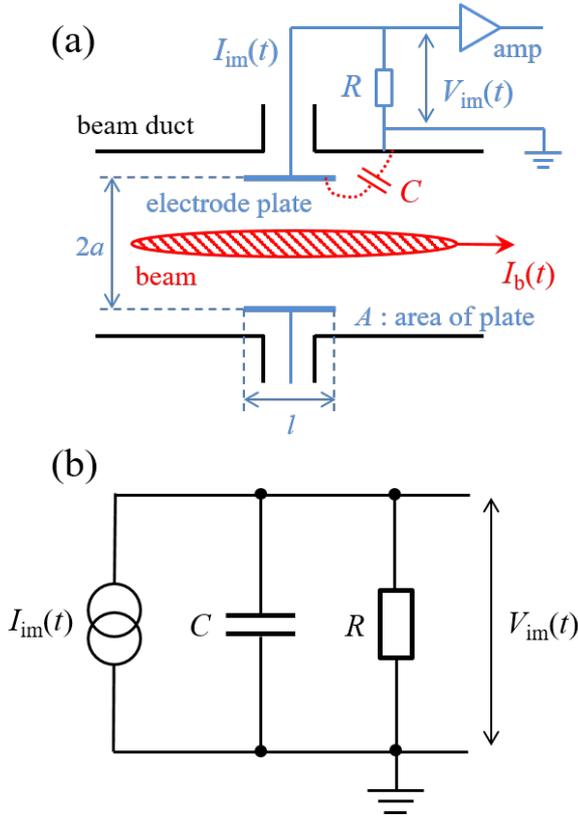


Fig. 4: 静電誘導型電極のモデル (a) と等価回路 (b)

と接地されたビームダクトとの間に生じる静電容量は C とする。ビームによって電極板上に誘起された鏡像電荷による電流 $I_{im}(t)$ を、抵抗 R を介して電圧 $V_{im}(t)$ として検出する構成である。このような電極のことを“静電誘導型電極”と呼ぶ。ビームは電極板のスケールよりも十分長くて細いと仮定すると、このモデルは図 4(b) のような集中定数回路で近似できる。この等価回路の合成複素インピーダンス Z は、 $1/Z = 1/R + i\omega C$ の関係式より

$$Z = \frac{R}{1 + i\omega RC} \quad (3-1)$$

と書ける。 $\omega = 2\pi f = 2\pi c/\lambda$ はビーム信号の角周波数である。一方、鏡像電流 $I_{im}(t)$ は鏡像電荷 $Q_{im}(t)$ の時間微分であるから、ビーム電荷 $Q_b(t)$ を使って書き表すと

$$\begin{aligned} I_{im}(t) &= \frac{dQ_{im}(t)}{dt} \\ &= \frac{A}{2\pi a l} \frac{dQ_b(t)}{dt} \end{aligned} \quad (3-2)$$

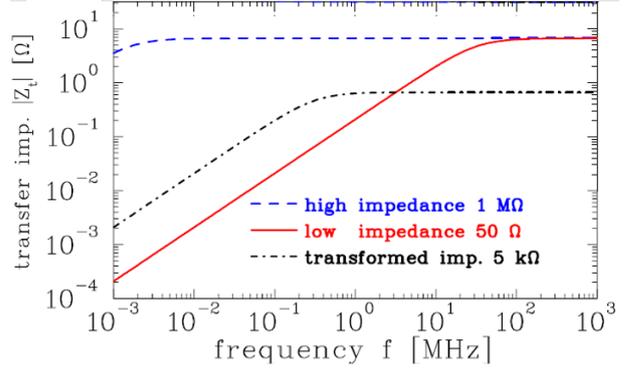


Fig. 5: 静電誘導型電極の周波数特性 [4]

となる。 $Q_b(t)$ の時間微分は、ビーム電流 $I_b(t)$ を用いて

$$\begin{aligned} \frac{dQ_b(t)}{dt} &= \frac{l}{\beta c} \frac{dI_b(t)}{dt} \\ &= \frac{l}{\beta c} i\omega I_b(\omega) \end{aligned} \quad (3-3)$$

と書けるため、これを式 3-2 に代入すると

$$I_{im}(t) = \frac{A}{2\pi a} \frac{1}{\beta c} i\omega I_b(\omega) \quad (3-4)$$

となる。ここで、 β はローレンツファクター、 c は光速、 $I_b(\omega)$ は $I_b(t)$ をフーリエ変換したものである。よって、このような電極板を使って得られる出力電圧 $V_{im}(t)$ は、次のように表すことができる。

$$\begin{aligned} V_{im}(t) &= Z \cdot I_{im}(t) \\ &= \frac{A}{2\pi a} \frac{1}{\beta c} \frac{1}{C} \frac{i\omega RC}{1 + i\omega RC} \cdot I_b(\omega) \\ &\equiv Z_t(\omega, \beta) \cdot I_b(\omega) \end{aligned} \quad (3-5)$$

$Z_t(\omega, \beta)$ は、周波数領域において入力であるビーム電流に対する回路の応答を決めている関数で、一般に“伝達インピーダンス (Transfer Impedance)” と呼ばれる。その絶対値は

$$|Z_t| = \frac{A}{2\pi a} \frac{1}{\beta c} \frac{1}{C} \frac{\omega/\omega_C}{\sqrt{1 + \omega^2/\omega_C^2}} \quad (3-6)$$

となり、これを周波数 f の関数として図示すると図 5 のようになる [4]。これは、高い周波数成分は通すが低い周波数成分は減衰させるハイパスフィルター (1 次) の特性を示しており、減衰量が -3 dB となるカットオフ周波数 f_C は次式で表される。

$$f_C = \frac{\omega_C}{2\pi} = \frac{1}{2\pi RC} \quad (3-7)$$

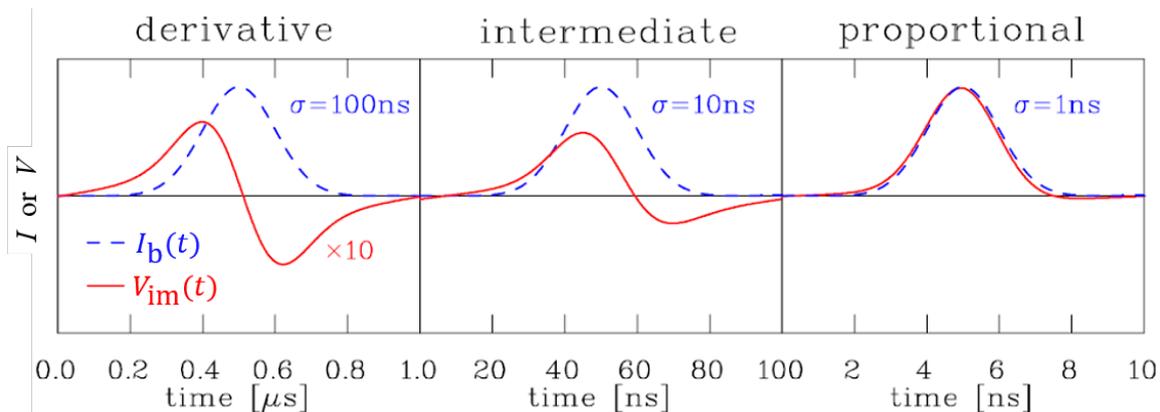


Fig. 6: 静電誘導型電極で得られる出力電圧 [4]

すなわち、式 3-5 はビーム電流にハイパスフィルターを作用させたものが出力電圧になることを示しており、その形はビーム電流に含まれる主な周波数成分とこのカットオフ周波数の大小関係によって大きく変わると予想される。

簡単のため、2つの極限を考える。まず、ビーム電流に含まれる主な周波数成分が電極のカットオフ周波数よりも十分に大きいとき、すなわち $f \gg f_C$ の場合は

$$Z_t \propto \frac{i\omega/\omega_C}{1 + i\omega/\omega_C} \rightarrow 1 \quad (3-8)$$

と近似できるため、式 3-5 より

$$V_{im}(t) = \frac{A}{2\pi a} \frac{1}{\beta c} \cdot I_b(t) \quad (3-9)$$

となり、出力電圧はビームの時間構造（パンチ構造）を反映することが分かる。一方、 $f \ll f_C$ の場合は

$$Z_t \propto \frac{i\omega/\omega_C}{1 + i\omega/\omega_C} \rightarrow \frac{i}{\omega_C} \quad (3-10)$$

と近似できるため、出力電圧は

$$\begin{aligned} V_{im}(t) &= \frac{A}{2\pi a} \frac{R}{\beta c} i\omega I_b(\omega) \\ &= \frac{A}{2\pi a} \frac{R}{\beta c} \cdot \frac{dI_b(t)}{dt} \end{aligned} \quad (3-11)$$

となり、ビーム電流の微分に比例することが分かる。図 6 は、3つのパンチ長： $\sigma_t = 100 \text{ ns}, 10 \text{ ns}, 1 \text{ ns}$ に対する出力電圧の計算結果である [4]。電極のカットオフ周波数 f_C は 32 MHz に固定してある。ガウス関数のフーリエ変換を想起すれば、これらのパンチ長はそれぞれ $\sigma_f = 1.6 \text{ MHz}, 16 \text{ MHz}, 160 \text{ MHz}$ に対応するため、 $\sigma_t = 1 \text{ ns}$ の場合が $f \gg f_C$ 、 $\sigma_t = 100 \text{ ns}$ の場合

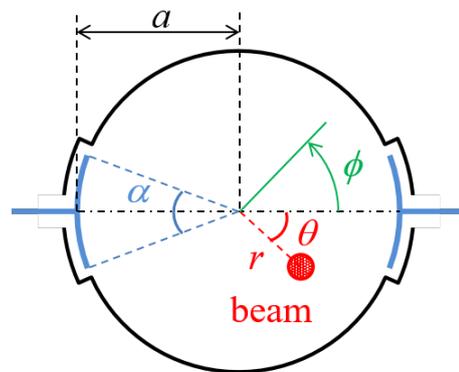


Fig. 7: 静電誘導型電極のモデル（横方向）

が $f \ll f_C$ の条件に相当し、確かに式 3-9, 3-11 で予想されたような形状になっていることが分かる。これらの中間である $\sigma_t = 10 \text{ ns}$ 、すなわち $f \sim f_C$ の場合には正負非対称な両極性信号が得られることも分かる。

では次に、出力信号の振幅について考えてみよう。前章で述べたように、相対論的な速度で運動するビームの電磁場は横方向面内に集中しているため、ビームの通過位置と壁電流分布の関係は 2次元の静電場問題として扱える。特に、最も基本的な円形ダクトの場合には、“鏡像法”により解析的に求めることができる [5]。例として、図 7 のような円形ダクトを考えると、半径 a のビームダクト上における壁電流分布 $j_{im}(\phi)$ は

$$\begin{aligned} j_{im}(\phi) &= \frac{I_b}{2\pi a} \left(\frac{a^2 - r^2}{a^2 + r^2 - 2ar \cos(\phi - \theta)} \right) \\ &= \frac{I_b}{2\pi a} \left[1 + \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{r}{a} \right)^n \cos n(\phi - \theta) \right] \end{aligned} \quad (3-12)$$

となる。ここで、 r と θ はビームの位置をダクト中

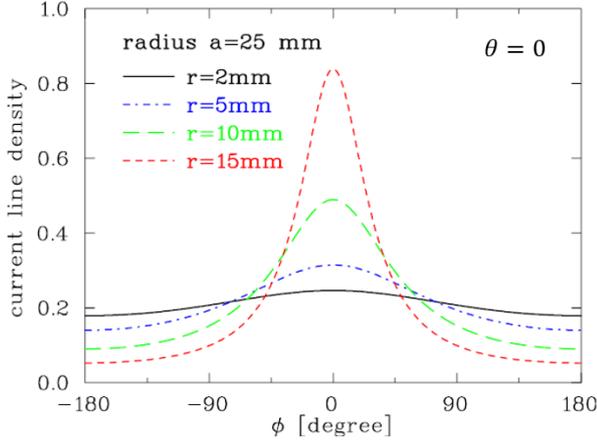


Fig. 8: 円形ダクト内面における壁電流分布 [4]

心を原点とする極座標で表したものである。 $a = 25 \text{ mm}$, $\theta = 0^\circ$ でビーム位置 r を変えた場合の壁電流分布を図 8 に示す [4]。ビームがダクトのほぼ中央にある場合、壁電流は方位角方向にほぼ様な分布をしているが、ビームがダクトの内壁に近付くにつれてその反対側の壁との密度差が大きくなっているのが分かる。BPM はこの密度差を複数の電極により検出してビームの位置を逆算するものであるから、図 7 に示したようにダクト中心からの見込み角が α になる幅の電極を $\phi = 0^\circ, 180^\circ$ の位置に対向させて配置したとすると、各電極上に誘起される鏡像電流 I_{im} は

$$I_{\text{im}} = \int_{-\alpha/2}^{+\alpha/2} a \cdot j_{\text{im}}(\phi) d\phi \quad (3-13)$$

で求められる。そこで、この式に式 3-12 を代入して向かい合う電極同士の差を計算してみると、

$$\begin{aligned} U &\equiv \frac{I_{\text{R}} - I_{\text{L}}}{I_{\text{R}} + I_{\text{L}}} \\ &= \frac{2 \sin(\alpha/2)}{a \cdot \alpha/2} \cdot x + \text{higher order terms} \quad (3-14) \end{aligned}$$

となる。 I_{R} が右側の電極、 I_{L} が左側の電極に生じる鏡像電流で、単に差を取っただけではビーム電流に応じて大きさが変わってしまうため、これらの和で規格化している³⁾。今、 $|x| \ll a$ として高次の項を無視すると、水平方向のビーム位置 x は近似的に次式で計算

³⁾ I_{L} から I_{R} を引いても良いが、その場合はビームの位置座標の正負の定義が逆転する。

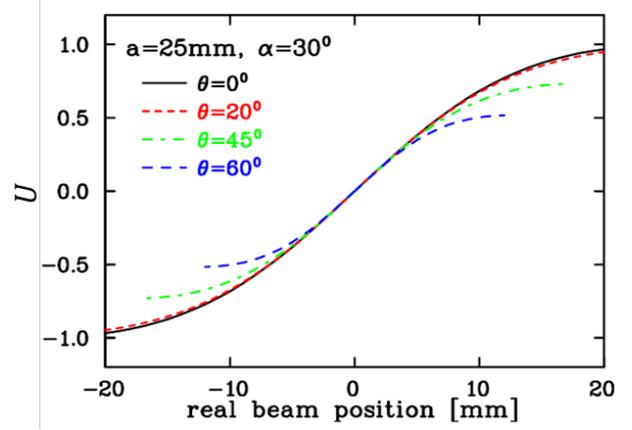


Fig. 9: 規格化された差信号 U のビーム位置依存性 [4]

できることが分かる。

$$\begin{aligned} x &\simeq \frac{a \cdot \alpha/2}{2 \sin(\alpha/2)} \cdot U \\ &\equiv k_x \cdot U \quad (3-15) \end{aligned}$$

ここで、 k_x は規格化された差信号 U をビーム位置に変換するときの係数で、“感度係数”と呼ばれる。式 3-14 を $a = 25 \text{ mm}$, $\alpha = 30^\circ$ の場合にグラフで表すと図 9 のようになる [4]。パラメータ U の値は、ビームがダクトの中心付近にあるとき、すなわち $|x| \ll a$ のときはビーム位置に対して線形に変化しているが、ビームがダクト中心を離れるにつれて非線形な応答を示している。これは式 3-14 における高次項の影響であり、その度合いはビーム位置が電極の見込み角でカバーされる範囲を超えると急速に強くなるのが分かる。

同じ形状の電極をダクトの上下 ($\phi = 90^\circ, 270^\circ$ の位置) にも配置し、各電極に生じる鏡像電流をそれぞれ I_{T} , I_{B} とすると、鉛直方向のビーム位置 y は水平方向と同様に

$$\begin{aligned} y &\simeq \frac{a \cdot \alpha/2}{2 \sin(\alpha/2)} \cdot \frac{I_{\text{T}} - I_{\text{B}}}{I_{\text{T}} + I_{\text{B}}} \\ &\equiv k_y \cdot V \quad (3-16) \end{aligned}$$

で計算できる。この例の場合、電極配置の対称性から $k_x = k_y$ となる。図 10 は、ビーム位置 x , y を一定の間隔で変化させ、各位置で得られる U , V の理論値を使って近似式 3-15, 3-16 によりビーム位置を計算した結果である [4]。赤丸が真のビーム位置で、黒丸が近似式による計算値を表している。理想的には全ての赤

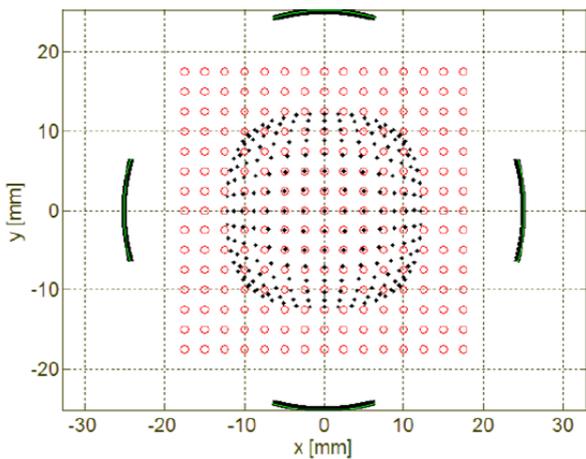


Fig. 10: 真のビーム位置（赤丸）と計算で得られるビーム位置（黒丸）の比較 [4]

丸と黒丸が一致して欲しいわけであるが、図9でも示した U , V の非線形性により、ダクト中心から離れるにつれてそれらの差が大きくなっている。また、実際には x しか変化していないのに、計算では y も変化したように見える“X-Y 結合”も生じている。このような応答の非線形性が比較的大きいことが静電誘導型電極の一つの特徴である。なお、図10のように、横方向面内において真のビーム位置と計算で得られるビーム位置の対応関係を示すデータを取得することを“マッピング”と呼ぶ。

3.2. 静電誘導型電極の例

3.2.1. ボタン型電極

以上のような特性を持つ静電誘導型電極の具体例としては、“ボタン型”電極がある。図11は後の章でも紹介する KEK のコンパクト ERL (cERL) という試験加速器で使用されている BPM の写真である。内径 50mm の円形ダクト内を覗くと、方位角方向に直径 6mm のボタン型の電極が等間隔で並んでいるのが分かる。このようなボタン型電極は、主に電子の円形加速器や陽子の線形加速器で使用され、非常に省スペースで設置できる、構造がシンプルなため製造が容易で安価、ビームに与える影響が少ないといったメリットを持つ一方、出力信号が小さい、ビーム位置に対して線形に応答する範囲が狭いといったデメリットを持つ。

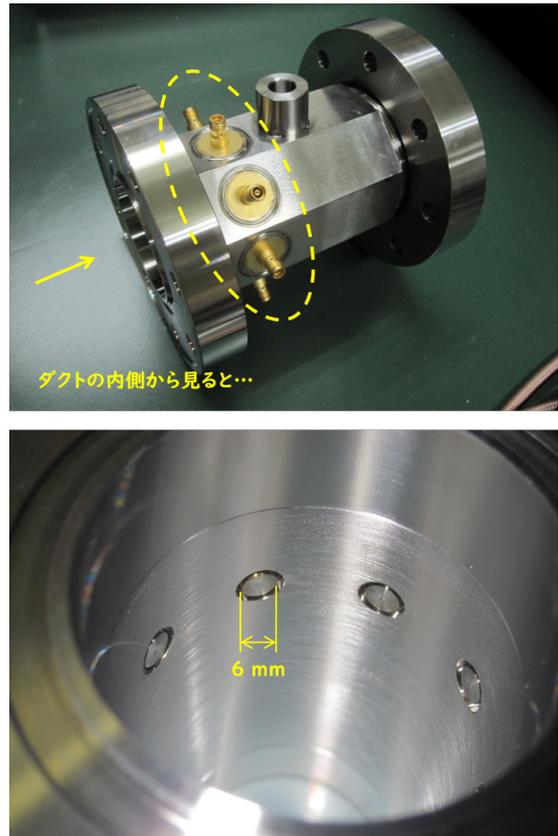


Fig. 11: ボタン型電極の例：cERL 周回部用 8 電極 BPM（ダクト開口：直径 50 mm の円形）

別のボタン型電極の例として、KEK の PF リングという放射光源加速器で使用されている BPM の写真を図12に示す。扁平な八角形をしたダクトの上面と下面に、直径 10mm のボタン型電極が 2 つずつ並べて取り付けられている。このように、強い放射光が発生する加速器では、光が電極に直撃することで電極自体が損傷したり、光電子放出によるノイズが発生したりするのを避けるため、電極を上下左右以外の位置に配置することが多い。例えば図13のような配置が考えられ、ビーム位置計算には次式が使用される。

$$x = k_x \cdot \frac{V_{TR} + V_{BR} - (V_{TL} + V_{BL})}{V_{TR} + V_{TL} + V_{BL} + V_{BR}} \equiv k_x \cdot U \quad (3-17)$$

$$y = k_y \cdot \frac{V_{TR} + V_{TL} - (V_{BR} + V_{BL})}{V_{TR} + V_{TL} + V_{BL} + V_{BR}} \equiv k_y \cdot V \quad (3-18)$$

同じダクト形状で比較すると、このような電極配置では上下左右配置の場合と比べて線形に応答する範囲が狭まる傾向がある。また、図12のような扁平ダクト

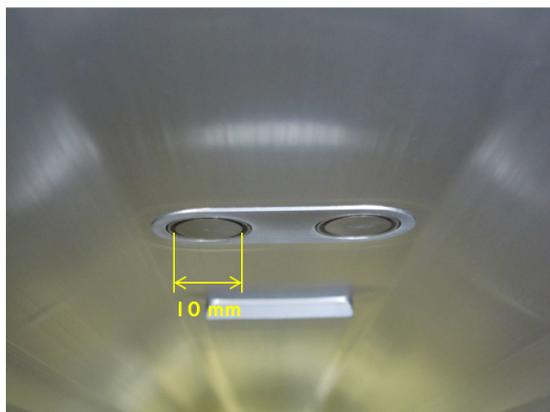


Fig. 12: ボタン型電極の例：PF リング直線部用 4 電極 BPM (ダクト開口：幅 90 mm, 高さ 38 mm の八角形)

では、ダクトを中心軸周りに 90° 回転させたときの対称性がないため、水平方向と鉛直方向の感度係数は異なる値となる ($k_x \neq k_y$)。

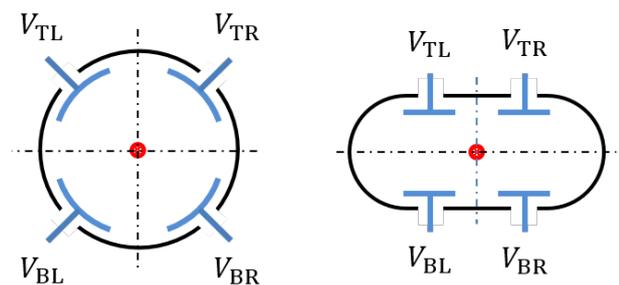


Fig. 13: 上下左右以外の電極配置の例

3.2.2. リニアカット型電極

静電誘導型電極のもう一つの代表例としては、“リニアカット型”電極が挙げられる。リニアカット型電

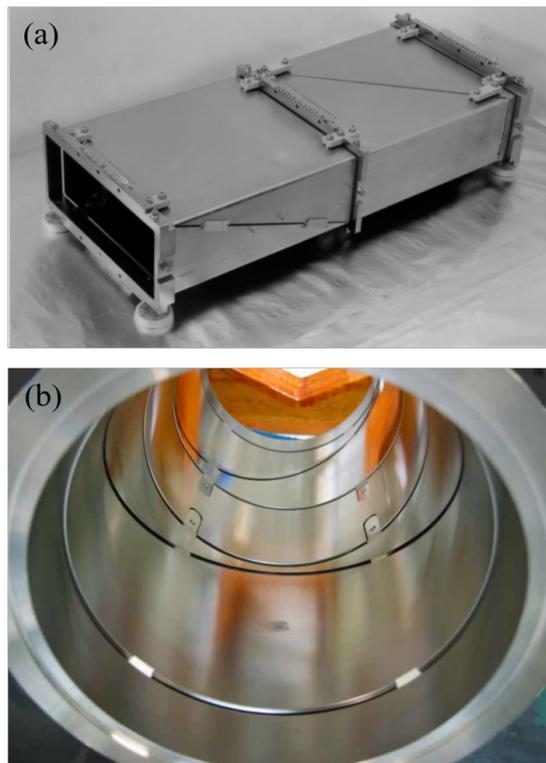


Fig. 14: リニアカット型電極の例：(a)CERN 反陽子蓄積リング用 BPM [6] (b)J-PARC メインリング用 BPM [7]

極はビームダクトに合わせた筒型の電極を水平方向、あるいは鉛直方向から斜めに切断・分割したもので、その形状や見た目から対角線カット、三角板, shoe-box, split-plane 等とも呼ばれる。主に陽子の円形加速器や重イオン加速器で使用され、出力信号が大きい、ビーム位置に対して線形に応答する範囲が広いといったメリットがあるが、その反面大きめの設置スペースが必要、構造が複雑なためコストがかかるといったデメリットがあり、ボタン型電極とは対照的な特徴を持つと言える。図 14(a)(b) は、それぞれ CERN の反陽子蓄積リング用、KEK の J-PARC メインリング用に作られたリニアカット型電極の写真である [6, 7]。このようなリニアカット型電極におけるビーム位置計算を概説するため、図 15 のようなモデルを考える [4]。リニアカット型電極はビームを取り囲むような形状をしているため、出力信号の大きさはビームとの距離に依らず、ビームが横切る部分の長さに比例する。今、電極の中心軸、すなわちビームダクトの中心軸から電極までの距離を a 、ビームまでの距離を x 、対角線でカットされた電極の角度を α とすると、このビームが

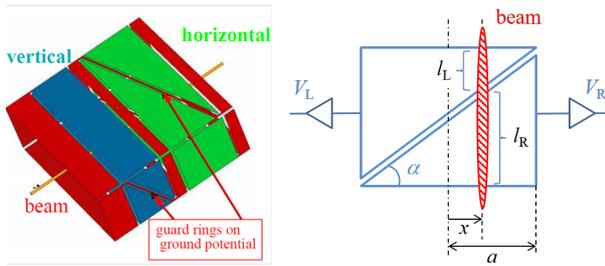


Fig. 15: リニアカット型電極のモデル [4]

横切る部分の長さ l_R , l_L は幾何学的に

$$l_R = (a + x) \tan \alpha \quad (3-19)$$

$$l_L = (a - x) \tan \alpha \quad (3-20)$$

と表されるため、ビーム位置 x は

$$x = a \cdot \frac{l_R - l_L}{l_R + l_L} \quad (3-21)$$

と書くことができる。電極上に誘起される鏡像電流は電極長に比例するため、式 3-21 の l_R , l_L を各電極の出力電圧 V_R , V_L に置き換えれば、リニアカット型電極におけるビーム位置の計算式

$$\begin{aligned} x &= a \cdot \frac{V_R - V_L}{V_R + V_L} \\ &\equiv k_x \cdot U \end{aligned} \quad (3-22)$$

が得られる。ここでは暗に水平方向を仮定してきたが、鉛直方向についても変数が変わるだけで全く同様に議論できる。また、図 15 では箱型の電極を想定しているが、基準面に対して斜めにカットされていれば、円筒型や楕円型の電極でも同じ式で位置計算が可能である。式 3-22 の導出過程で高次の項が現れなかったことから分かる通り、理想的なリニアカット型電極はビーム位置に対して完全に線形で、かつ X-Y 結合もない非常にクリーンな応答を示す。実際の電極でこのような理想的な応答を得るには、電極間のクロストークを減らしたり、電極の対称性を高める工夫が必要となる。図 15 に示したように、接地されたガードリングを電極間の隙間に配置することもその工夫の一環である。

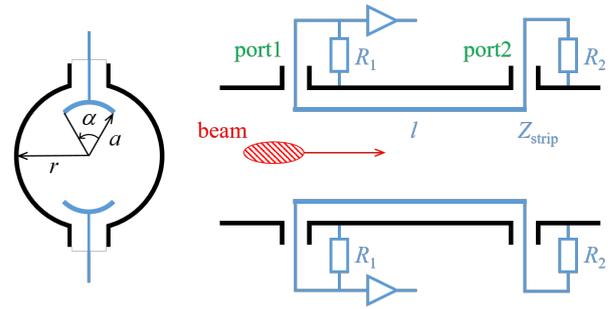


Fig. 16: ストリップライン型電極のモデル

3.3. ストリップライン型電極の特性

さて、ここまで取り上げてきた静電誘導型電極では、ビームの長さ（バンチ長）が電極のサイズより小さくなると、鏡像電荷が電極上を伝搬する影響が現れ始め、出力信号に歪みが生じる。したがって、電極のサイズは最大でもバンチ長程度でなくてはならない。これは、測定対象のビームが短くなるほど電極を小さくする必要があることを意味しており、電極が小さくなればその分得られる信号強度も弱くなってしまう。このような場合によく使用されるのが“ストリップライン型”の電極である。ストリップライン型電極とはダクトの内壁に対して平行に張られた細長い板状電極のことを指し、最初から信号の伝搬を考慮に入れた設計となっている。静電誘導型が集中定数回路で表されたのに対し、こちらは分布定数回路的な振る舞いを示す。電極の長さはバンチ長よりもむしろ十分に長い必要があり、信号強度は電極の幅（ビームからの見込み角）を大きくすることで確保できる。短いビームに対しても大きな出力信号を得られるのが最大の特徴である。

ストリップライン型電極からどのような信号が出力されるのか、図 16 のようなモデルで考えてみる。円形ダクトの半径を r 、ダクト中心から電極表面までの距離を a 、ダクト中心から電極を見込む角度を α 、電極の長さを l とする。電極の上流端と下流端はどちらも信号の出力ポートとなっており、それぞれ抵抗 R_1 , R_2 により終端されている。詳細は後述するが、このような電極はダクトの内壁と一種の伝送線路を形成しており、線路の特性で決まる固有のインピーダンス Z_{strip} を有する。このインピーダンスは“特性インピーダンス”と呼ばれるもので、信号の反射に関係する重要な

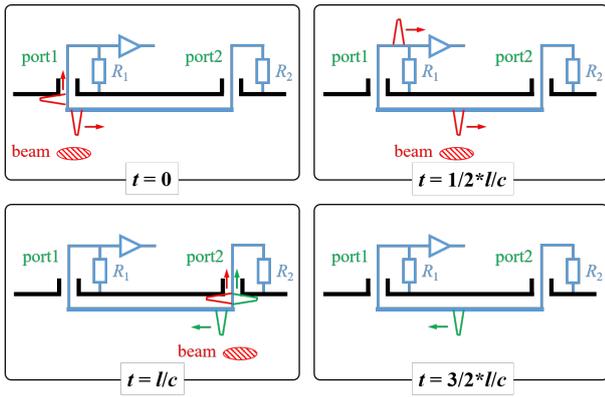


Fig. 17: ストリップライン型電極上を伝搬する信号の様子

パラメータである。ここでは反射の影響を無視するため、 $R_1 = R_2 = Z_{\text{strip}}$ となるよう調整されているものとする。例として、電極の長さよりも十分短いビームが光速で通過する場合を考えると、各ポートから出力される信号は次のように説明できる（図 17 参照）。

- $t = 0$: ビームが電極の上流端に到達。このとき電極上に誘起された鏡像電荷は、 $Z_{\text{strip}} = R_1$ であるためちょうど同じ大きさの 2 つに分割され、片方はポート 1 へ、もう片方は電極を伝わって下流へと向かう。
- $0 < t < l/c$: 上流端で 2 分された鏡像電荷のうちの片方とビームが光速 c で並走する。
- $t = l/c$: ビームが電極の下流端に到達。ビームが電極を離れる際、下流端には上流端で誘起された鏡像電荷と大きさは同じだが符号が逆の電荷が生じる。この電荷もやはり $Z_{\text{strip}} = R_2$ のため 2 つに分割され、ポート 2 に向かったものはビームとともに電極を伝わってきた逆符号の電荷と重なって相殺される。一方、もう片方の電荷は上流へ向かって電極上を伝搬する。
- $t = 2l/c$: 下流端で誘起された鏡像電荷が上流端に到達し、ポート 1 から出力される。

すなわち、上流側のポート 1 からは $2l/c$ の時間間隔で両極性のパルス信号が観測されるのに対し、下流側

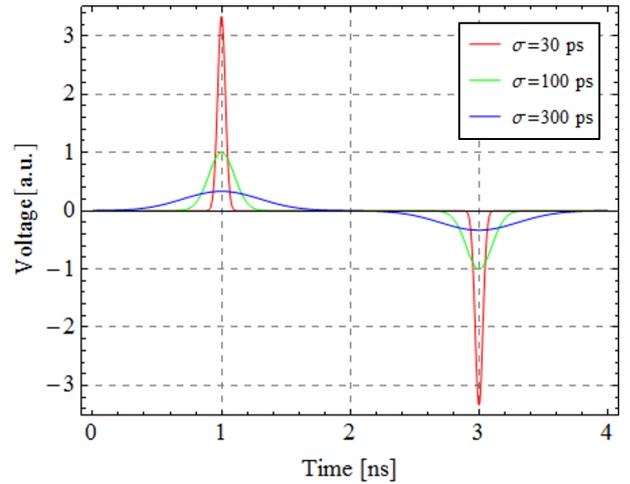


Fig. 18: ストリップライン型電極の上流ポートから出力される電圧信号 ($l = 300 \text{ mm}$)

のポート 2 からは何も信号が出てこない⁴⁾。各ポートの出力はビームの進行方向が逆転するとそっくり入れ替わるので、どちらのポートから信号が出力されるかによりビームの進行方向を見分けることができる。この信号出力の方向性は他のタイプの検出ヘッドにはないユニークな特徴であり、同じダクトを 2 種類のビームが逆方向に通過する衝突型の円形加速器では大きなメリットとなる。

ポート 1 から出力される電圧信号 $V_1(t)$ を数式で表すと、ビーム電流 $I_b(t)$ を用いて次のように書ける。

$$V_1(t) = \frac{1}{2} \cdot \frac{\alpha}{2\pi} \cdot R_1 \left[I_b(t) - I_b\left(t - \frac{2l}{c}\right) \right] \quad (3-23)$$

ビームの時間構造がガウス分布で表される場合、すなわち $I_b(t) = I_0 \cdot \exp(-t^2/2\sigma^2)$ のとき、式 3-23 は

$$V_1(t) = \frac{Z_{\text{strip}}}{2} \cdot \frac{\alpha}{2\pi} \left[e^{-\frac{t^2}{2\sigma^2}} - e^{-\frac{(t-2l/c)^2}{2\sigma^2}} \right] \cdot I_0 \quad (3-24)$$

と書くことができ、これを異なるバンチ長 σ に対して図示すると図 18 のようになる。

次に、ストリップライン型電極の周波数領域における特性を調べるため、式 3-24 をフーリエ変換してその伝達インピーダンスを求めると

$$Z_t(\omega) = Z_{\text{strip}} \cdot \frac{\alpha}{4\pi} \cdot e^{-\frac{\omega^2 \sigma^2}{2}} \cdot \sin\left(\frac{\omega l}{c}\right) \cdot e^{i\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\omega l}{c}\right)} \quad (3-25)$$

⁴⁾実際には電極の機械的・電氣的不完全性により、ポート 1 の $1/10 \sim 1/30$ 程度の振幅を持った信号が出力される。

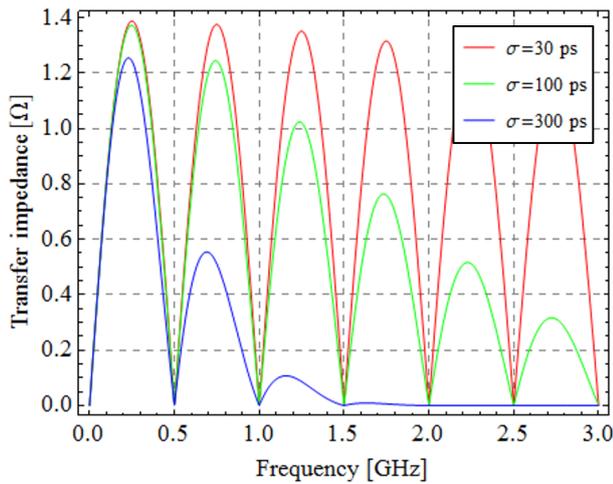


Fig. 19: ストリップライン型電極の周波数特性 ($l = 300$ mm, $\alpha = 20^\circ$)

となる。したがって、伝達インピーダンスの絶対値 $|Z_{\text{strip}}|$ は $|\sin(\omega l/c)|$ に比例する形となり、異なるバンチ長に対して図示すると図 19 のようになる。この図より、ストリップライン型電極の感度は

$$f_{\text{max}} = \frac{c}{4l} \cdot (2n + 1) \quad (3-26)$$

のとき最大となることが分かる。ここで、 $n = 0, 1, 2, \dots$ である。電極の長さに対してバンチ長が長くなってくると、上流端で生じた信号と下流端で生じた逆符号の信号の重なりが増加するため、周波数が高くなるにつれて感度が低下する⁵⁾。また、後述するように出力信号の伝送に使われる同軸ケーブルは表皮効果の影響でローパスフィルターの特性を持っているため、高周波数領域での実質的な感度はさらに低下することになる。したがって、最も感度良く検出できるのは $n = 0$ の場合であり、このときの電極長は式 3-26 より

$$l_{\text{opt}} = \frac{c}{4f} = \frac{\lambda}{4} \quad (3-27)$$

と表される。一方、

$$f_{\text{min}} = \frac{c}{2l} \cdot n \quad (3-28)$$

の場合は感度がゼロとなり、どちらのポートからも信号が出力されなくなる。これは、ビームが $2l/n$ の間隔

⁵⁾ 図 19 の高周波数領域での感度の落ちは主にバンチスペクトルの包絡線を反映している。

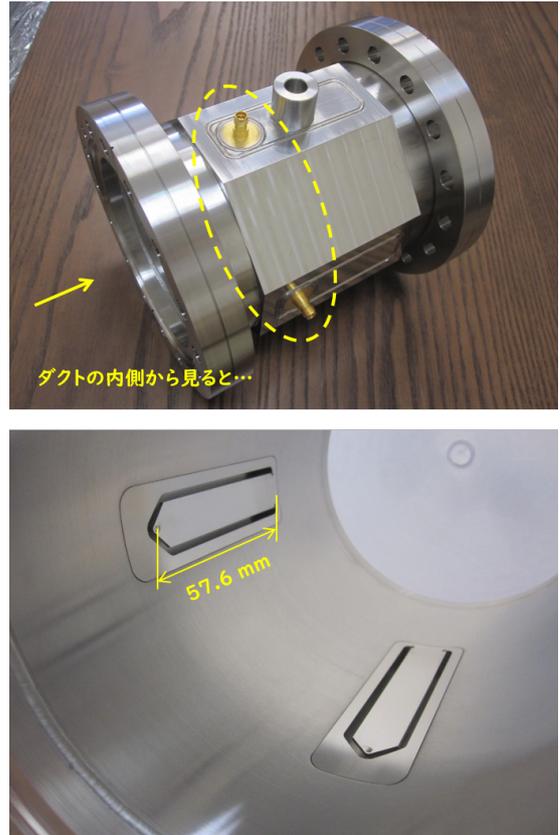


Fig. 20: ストリップライン型電極の例：cERL ダンプライン用 4 電極 BPM (ダクト開口：直径 100 mm の円形)

で繰り返し通過する場合に対応し、先に通過したビームの信号が後続のビームの信号によってちょうど打ち消される状況になるためである。

3.4. ストリップライン型電極の例

図 20 は KEK の cERL で使用されているストリップライン型電極の写真である。内径 100 mm の円形ダクトの内側に舟型の溝が設けてあり、そこに長さ 60 mm 弱の板状電極がはめ込まれているのが分かる。このようなストリップライン型電極は、主に線形加速器やビーム輸送路、衝突型の円形加速器で使用される。上述したように、短バンチや低電荷のビームでも大きな信号が得られる、信号出力に方向性があるといった静電誘導型にはないメリットを持つ一方、構造が複雑、信号の伝搬を考慮した設計が必要といったデメリットがある。また、出力信号の振幅に関しては静電誘導型と同じ原理であるため、ビーム位置に対して線形に応答する範囲はボタン型電極と同様広くはない。

3.5. 空洞型検出ヘッドの概要

その他のタイプの検出ヘッドで近年よく使われるようになってきたのが“空洞型”である。金属でできた空洞内をビームが通過すると、空洞の内壁で決まる境界条件を満たす電磁場のみが空洞内に励起される。この離散的な周波数で励起される電磁場のことを空洞の“固有モード”と呼ぶ。図 21 は、最も単純な構造であるピルボックス型空洞に励起される電場の様子である。実際には多数の固有モードが励起されるが、その中でもビームの加減速に利用される最低次の TM010 モードと、BPM に利用される TM110 モードの例である。横方向面内での極の数から、それぞれモノポールモード、ダイポールモードとも呼ばれる。ダイポールモードは空洞の中心に節を持つモードで、ビームが空洞中心を通過したときには励起されないが、少しでも通過位置がずれるとその変位に比例した振幅で励起されるという性質を持つ。したがって、このダイポールモードの振幅を検出すれば、空洞内でのビーム位置が分かるのである。ただし、上述したように空洞内をビームが通過すると他の固有モードも同時に励起されるため、狭帯域のバンドパスフィルターや信号の位相情報を利用してそれらの成分をうまく除去する必要がある。このような空洞型の BPM は、近年その発展が目覚ましい X 線自由電子レーザー (XFEL) 等の電子線形加速器で多く採用されており、静電誘導型と比較して非常に高感度・高分解能なビーム位置計測が可能である一方、共振を利用するため時間応答が遅い、

ビームとの相互作用が大きいといった特徴を持つ。空洞型 BPM については本テキストで別途取り上げられているため、詳細はそちらを参照していただきたい。

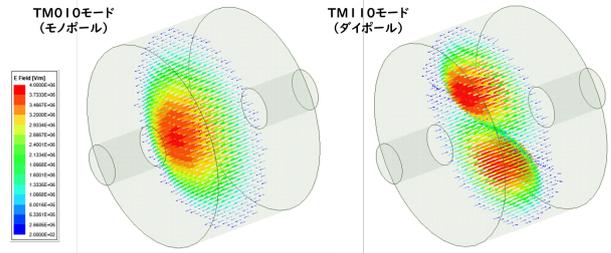


Fig. 21: ピルボックス型空洞に励起される固有モードの電場の様子

3.6. 主な検出ヘッドのまとめ

最後に、本章で取り上げた各タイプの検出ヘッドの特徴を表 1 にまとめておく。これらの他にも、壁電流の分布を抵抗やトランスを介して直接検出するもの（壁電流モニター型）や、静電誘導型と外部共振器を組み合わせたもの、ビームが伴う磁場を検出するもの、ビーム電場により内部の屈折率が変化する電気光学結晶（EO 結晶）を利用するもの等、様々な種類が開発されているが、通常「BPM」と言った場合には本章で述べた 4 種類のうちのいずれかを指すことが多い。

Table 1: 主な検出ヘッドの特徴

検出ヘッド	メリット	デメリット	その他の特徴
ボタン型	<ul style="list-style-type: none"> 省スペース 構造がシンプル コスト低 ビームとの相互作用小 	<ul style="list-style-type: none"> 線形応答範囲が狭い X-Y 結合あり 信号が小さい 	<ul style="list-style-type: none"> ハイパス特性 電子円形加速器 陽子線形加速器
リニアカット型	<ul style="list-style-type: none"> 信号が大きい 線形応答範囲が広い X-Y 結合なし 	<ul style="list-style-type: none"> 設置スペース大 構造が複雑 コスト高 	<ul style="list-style-type: none"> ハイパス特性 陽子円形加速器 重イオン加速器
ストリップライン型	<ul style="list-style-type: none"> 信号が大きい 方向性がある 	<ul style="list-style-type: none"> 線形応答範囲が狭い 構造が複雑 コスト高 	<ul style="list-style-type: none"> 広帯域だが周期的なノードあり 電子/陽子線形加速器 ビーム輸送路 衝突型加速器
空洞型	<ul style="list-style-type: none"> 信号が大きい 高感度, 高分解能 	<ul style="list-style-type: none"> 構造が複雑 ビームとの相互作用大 時間応答が遅い 	<ul style="list-style-type: none"> 狭帯域 電子線形加速器 (ILC, XFEL 等)

4. 実例を基にした検出ヘッドの設計方法

本章では、実際の加速器で使用されている BPM の検出ヘッドを例に、その設計過程を再現することで検出ヘッドの設計方法を学ぶ。例として取り上げるのは、KEK で稼働中の“コンパクト ERL (cERL)”の BPM である。ERL とは“エネルギー回収型線形加速器 (Energy Recovery Linac)”の略称である。ERL については過去の OHO セミナーでも取り上げられているので詳細は割愛するが [8]、超伝導加速器技術を利用して高輝度・大電流・短バンチビームの生成が可能な次世代型の線形加速器である。cERL は ERL に必要な基本要素を一通り備えた試験加速器で、現在ではその産業・医療応用に向けた研究開発が活発に行われている。図 22 に cERL の全体図を示す。水色の丸いマーカーで示したのが BPM の場所で、周長約 90 m の全体に渡って分散配置されているのが分かる。BPM の総数は 47 台で、ダクト形状や電極の種類により 5 つに分類できるが、それらの中でも最も製作台数の多い直線部用ストリップライン型 BPM を例に、その設計過程を紹介する。

4.1. 電極の配置と厚み

まず、cERL 直線部のビームダクトには、図 23 に示したような内径 50 mm の円形ダクトが使用されている。この内側に板状のストリップライン型電極を配置するわけであるが、設置場所が直線部であること、及び cERL のビームエネルギー（設計値：35 MeV）では

⁶⁾ 現在赤い点線で囲んだセクションには赤外 FEL が設置されている。

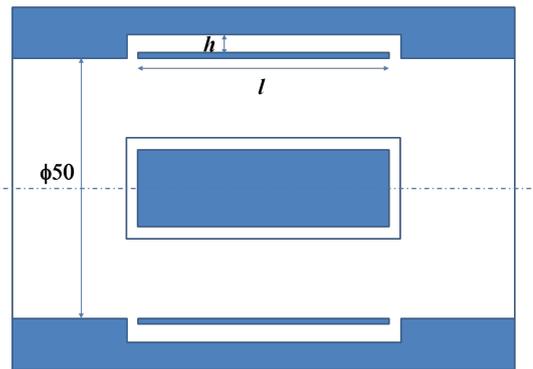
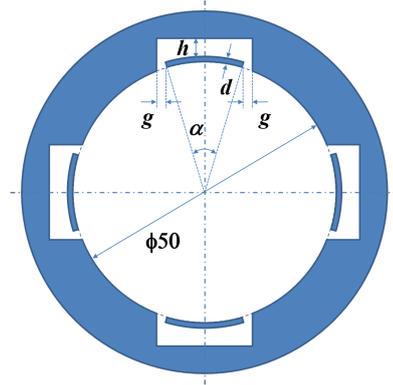


Fig. 23: ストリップライン型電極の横方向、及び進行方向の断面図

強い放射光は出ないことを考慮して、上下左右の位置に 1 枚ずつ配置することにする。その方が図 13 に示したような斜め 45° の位置に対向して配置する場合よりも比較的位置応答の線形性も良くなる。ビームダクトの内壁より内側に突き出して配置することも可能ではあるが、ダクトの物理的口径はできるだけ狭めたくないため、ダクトの内壁に溝を掘ってそこにはめ込む

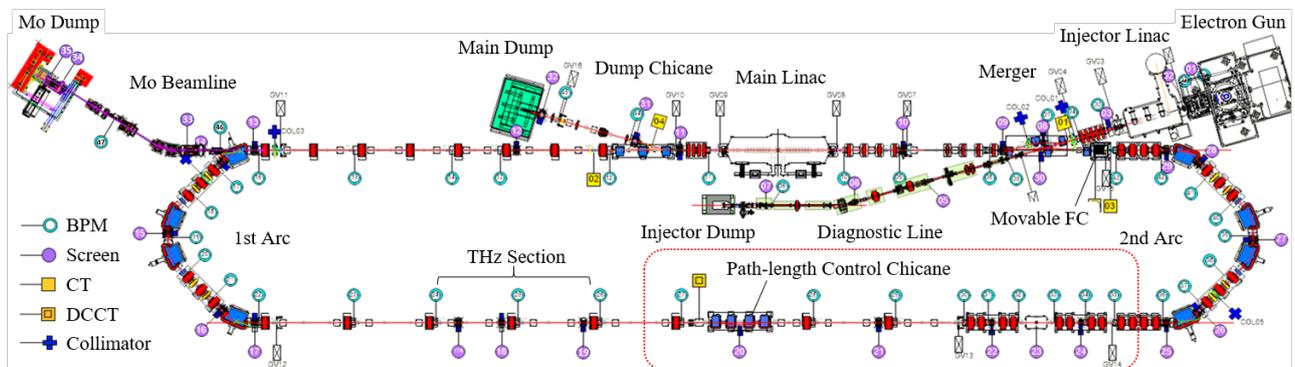


Fig. 22: cERL の全体図とビームモニター配置 ⁶⁾

構造とする。こうすることでダクトの内径をフルに使えるだけでなく、後述するビームとの相互作用（結合インピーダンス）も減るため大電流・短バンチのビームを備えた cERL では特に都合が良い。溝にはめ込んだときに生じる電極とダクト間の隙間 g は、概ね $2 \sim 3 \text{ mm}$ とするのが妥当である。想定しているビームのバンチ長やダクトの内径にも依るが、この隙間があまり広いとビームとの相互作用が増えてダクトの発熱等に繋がる恐れがあり、逆に狭くし過ぎると電極とダクト間の静電容量がほとんどここで決まってしまう、後述する特性インピーダンスの関係からその分溝を深く、すなわちダクトの外径を太くせざるを得なくなってしまう。よって、ここでは $g = 2 \text{ mm}$ とする。

各電極の厚み d については、電極長に対する機械的強度を考えて 1 mm とする。長さが数 10 cm にも及ぶような電極の場合には、自重によるたわみを軽減する目的で 2 mm 程度まで厚くすることもあるが、この場合の長さは数 cm であるため 1 mm 厚で十分である。電極を極端に厚くしたり薄くしたりしても特にメリットはない。

4.2. 電極の幅

電極の幅は通常ビームからの見込み角 α で定義され、出力信号の強度、すなわち BPM の感度や位置分解能に関わる。式 3-13 から分かる通り、 α が大きい程大きな出力信号を得られるが、あまり大きくすると後述するインピーダンスマッチングが難しくなり、図 18 のような綺麗な信号が得られなくなる。また、電極とダクト間の静電容量が増すため、特性インピーダンスを一定に保つためにはダクトの外径を太くして深い溝を設ける必要が出てくる。したがって、電極の幅は BPM に求められている性能を実現するのに必要な信号強度から決められるべきものであるが、それは信号処理回路の性能にも大きく依存するため、ここではとりあえず $\alpha = 20^\circ$ と定めて先へ進む。後で BPM の感度等を見積り、もし不足しているようならさらに見込み角を大きくする方針とする。電極の断面形状としては、図 23 のようにダクトの内接円に沿って湾曲したものが理想的であるが、内径 50 mm 、 $\alpha = 20^\circ$ であれば内接円に接する平板で置き換えてもダクト内壁との間に大きな段差は生じない。よって、各電極は平板で製作するものとする。この場合、平板の幅は 8.8 mm

となる。このような製作工程の簡素化はコストや納期の削減に繋がり、特に量産することが基本の加速器コンポーネントの設計では重要な指針の一つとなる。

4.3. 電極をはめ込む溝の深さ

4.3.1. 特性インピーダンス

次に、電極をはめ込む溝の深さ h についてであるが、これは電極とダクトが形成する伝送線路の“特性インピーダンス”を計算して決めることになる。特性インピーダンスとは、伝送線路を伝搬する高周波信号の電圧と電流の比、換言すれば電場強度と磁場強度の比として定義される。プリント基板上の導体や同軸ケーブル、導波管、光ファイバー等、伝送線路には様々な種類があるが、ここでは高周波信号の伝送によく使われる同軸ケーブルを例に、その特性インピーダンスを具体的に求めてみる。図 24(a) に一般的な同軸ケーブルの模式図を示す。ケーブルの中心に内部導体（芯線）があり、その周囲をメッシュ状、あるいはテープ状の金属で作られた外部導体で取り囲んだ構造となっている。内部導体と外部導体の間には絶縁体（誘電体）が充填されており、外部導体の外側は外被（シース）で保護されている。この外部導体は通常基準電位（GND）に設定され、ケーブルを伝わる高周波信号の放射損失や外部からの電磁ノイズの混入を防ぐシールドの役割を持っている。今、図 24(a) のようにケーブルの片端に交流の信号源、もう一方の端に抵抗性の負荷を繋いだ状況を考えると、この系は図 24(b) のような分布定数回路で表される。ここで、 R, L, G, C はそれぞれ単位長さ当たりの抵抗、インダクタンス、コンダクタンス、キャパシタンスである。このような等価回路を伝搬する電圧 $v(x, t)$ と電流 $i(x, t)$ は、次の方程式に従うことを示すことができる [9]。

$$\begin{cases} -\frac{\partial v}{\partial x} = Ri + L \frac{\partial i}{\partial t} & (4-1a) \\ -\frac{\partial i}{\partial x} = Gv + C \frac{\partial v}{\partial t} & (4-1b) \end{cases}$$

この 2 式は“電信方程式”と呼ばれており、解として定常な正弦波を仮定すると、その一般解は

$$\begin{cases} v(x, t) = (V_1 e^{-\gamma x} + V_2 e^{+\gamma x}) \cdot e^{j\omega t} & (4-2a) \\ i(x, t) = \frac{\gamma}{Z} (V_1 e^{-\gamma x} - V_2 e^{+\gamma x}) \cdot e^{j\omega t} & (4-2b) \end{cases}$$

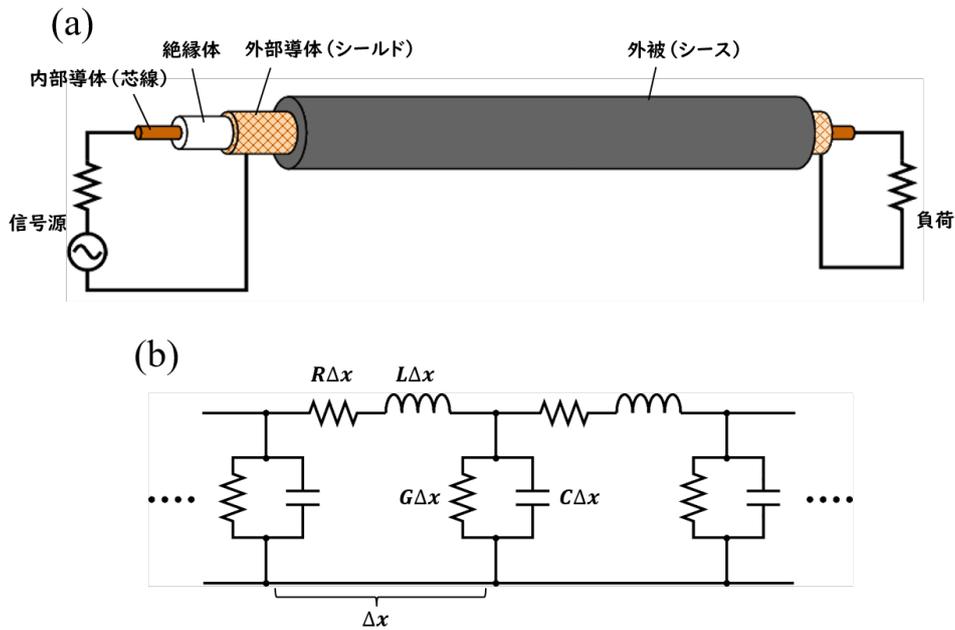


Fig. 24: 同軸ケーブルの模式図 (a) と等価回路 (b)

となる。ここで、

$$Z = R + j\omega L \quad (4-3)$$

$$Y = G + j\omega C \quad (4-4)$$

$$\gamma = \sqrt{ZY} \quad (4-5)$$

であり、 Z と Y はそれぞれ単位長さ当たりのインピーダンスとアドミッタンス、 γ は“伝搬定数”と呼ばれる量である。線路が無限に長いとして式 4-2a, 4-2b の第 2 項を無視すると、特性インピーダンス Z_0 はその定義より

$$Z_0 \equiv \frac{v}{i} = \frac{Z}{\gamma} = \sqrt{\frac{Z}{Y}} = \sqrt{\frac{R + j\omega L}{G + j\omega C}} \quad (4-6)$$

$$\xrightarrow{\text{無損失}} \sqrt{\frac{L}{C}} \quad (4-7)$$

と表せることが分かる。ここで注意したいのは、線路に損失がない場合であっても、有限の特性インピーダンスが存在するという点である。実数のインピーダンスというところで電力が消費されるようなイメージがあるが、そういった通常のインピーダンスとは別物と捉えた方がよい。すなわち、特性インピーダンスとは「線路の特性で決まる、インピーダンスと同じ次元を持った物理量」であり、単に線路上での電圧（電場強度）と電流（磁場強度）の比率を表すものである。

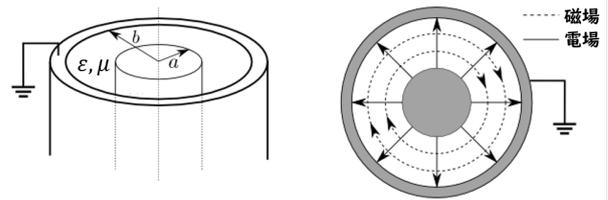


Fig. 25: 同軸ケーブルの断面とケーブル内を伝搬する電磁場の様子 (TEM モード)

さて、ここまでの議論で同軸ケーブルの特性インピーダンスは式 4-7 で表されることが分かったが、 L や C は目に見えないパラメータであるため、より直感的に分かりやすい別のパラメータを使って書き下してみよう。図 25 に示したように、同軸ケーブル内の電磁場は内部導体と外部導体の間、すなわち絶縁体の内部に存在し、電場は内部導体の表面から外部導体の内面に向けて放射状に、磁場は内部導体を中心とした同心円状に分布している。どちらの場も進行方向の成分は持っておらず、このような伝播モードは“TEM (Transverse Electro- Magnetic) モード”と呼ばれている。今、内部導体の単位長さ当たりの電荷を Q とすると、絶縁体内部における電場強度 $E(r)$ は、ガウ

スの法則より

$$\begin{aligned} \varepsilon E(r) \cdot 2\pi r &= Q \\ \therefore E(r) &= \frac{Q}{2\pi\varepsilon} \cdot \frac{1}{r} \end{aligned} \quad (4-8)$$

と求められる。よって、内部導体の外径を $2a$ 、外部導体の内径を $2b$ 、絶縁体の誘電率と透磁率をそれぞれ ε, μ とすると、内部導体と外部導体間に生じる電位差 V は

$$\begin{aligned} V &= \int_a^b E(r) dr \\ &= \frac{Q}{2\pi\varepsilon} [\ln |r|]_a^b \\ &= \frac{Q}{2\pi\varepsilon} \ln \frac{b}{a} \end{aligned} \quad (4-9)$$

となり、単位長さ当たりの静電容量 C は

$$C = \frac{Q}{V} = \frac{2\pi\varepsilon}{\ln \frac{b}{a}} \quad (4-10)$$

と書くことができる。同様に、内部導体に流れる電流を I とすると、絶縁体内部における磁場強度 $H(r)$ は、アンペールの法則より

$$\begin{aligned} \varepsilon H(r) \cdot 2\pi r &= I \\ \therefore H(r) &= \frac{I}{2\pi} \cdot \frac{1}{r} \end{aligned} \quad (4-11)$$

となるため、内部導体と外部導体間に生じる単位長さ当たりの磁束 Φ は

$$\begin{aligned} \Phi &= \int_a^b \mu H(r) dr \\ &= \frac{\mu I}{2\pi} [\ln |r|]_a^b \\ &= \frac{\mu I}{2\pi} \ln \frac{b}{a} \end{aligned} \quad (4-12)$$

と求められ、単位長さ当たりのインダクタンス L は

$$L = \frac{\Phi}{I} = \frac{\mu}{2\pi} \ln \frac{b}{a} \quad (4-13)$$

と書ける。したがって、同軸ケーブルの特性インピーダンス Z_0 は、式 4-7 より

$$\begin{aligned} Z_0 &= \sqrt{\frac{L}{C}} \\ &= \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} \ln \frac{b}{a} \\ &\simeq \frac{138}{\sqrt{\varepsilon_r}} \log \frac{b}{a} \end{aligned} \quad (4-14)$$

と表されることが分かる。 ε_r は絶縁体の比誘電率である。ここで重要なのは、特性インピーダンスは a や b の絶対値ではなく、それらの比率 b/a で決まるという点である。すなわち、絶縁体の材質が同じで、内部導体の外径と外部導体の内径の比率も同じであるならば、ケーブルの太さに関係なく特性インピーダンスは同じ値を示す。

4.3.2. 50Ωと75Ωの由来

式 4-14 によると、同軸ケーブルの特性インピーダンスは 3 つのパラメータ ε_r, a, b を変えることで自由に選ぶことができるが、市販の同軸ケーブルはほぼ例外なく“50Ω”か“75Ω”のどちらかになるよう作られている。それにはケーブルとしてちょうど取り扱いやすい強度や硬さになるという構造的な理由もあるが、主には“表皮効果”が関係している。例えば、図 26 のように、同軸ケーブルの内部導体のような円筒状の導体に交流電流を流した場合を考えると [10]、この電流が導体内に作る磁場を打ち消すように渦状の電流が自然発生する（レンツの法則）。この渦電流は、導体の中心部では元の交流電流を打ち消す方向、表面に近い部分では逆に強め合う方向を向いているため、トータルの電流は導体の表面付近に集中して流れるようになる。この現象が表皮効果であり、電流が表面電流の $1/e$ になる深さのことを“表皮深さ（skin depth）”という。表皮深さ δ_s は、交流電流の角周波数 ω 、導体の透磁率 μ 、導体の電気抵抗率 ρ あるいは導電率 $\sigma (= 1/\rho)$

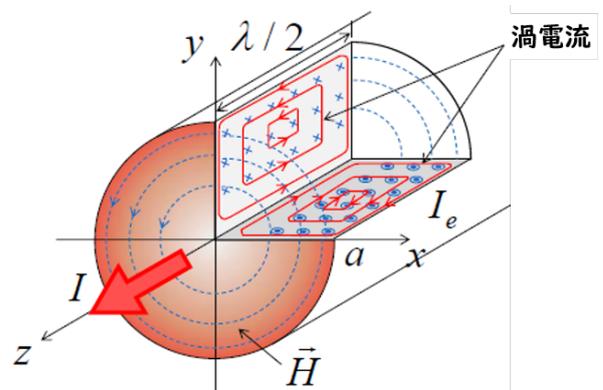


Fig. 26: 表皮効果の概念図 [10]

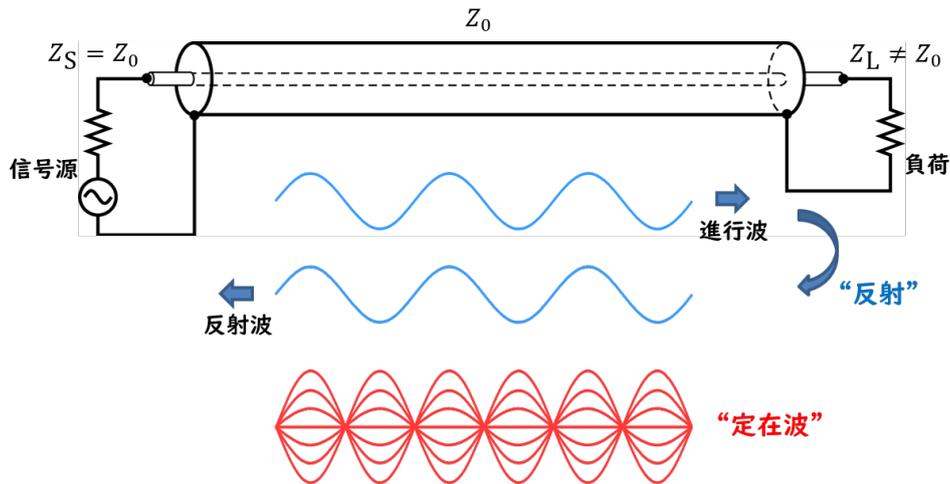


Fig. 27: 信号の反射と定在波の概念図 [12]

を用いて

$$\delta_s = \sqrt{\frac{2}{\omega\mu\sigma}} = \sqrt{\frac{2\rho}{\omega\mu}} \quad (4-15)$$

と表すことができる。分母に ω が入っていることから分かる通り、表皮効果は周波数が高くなるほど顕著になる。この表皮効果によって電流が流れる断面積が小さくなると、当然ながらその分抵抗が増し、熱となって失われる電力が増加する⁷⁾。図 25 のような同軸ケーブルの場合、この表皮効果による導体損失 P_{loss} は、伝搬する高周波電力を P とすると

$$P_{\text{loss}} = P \frac{\rho}{\delta_s} \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}} \frac{1}{\ln \frac{b}{a}} \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right) \quad (4-16)$$

$$\propto \frac{\frac{b}{a} + 1}{\ln \frac{b}{a}}$$

という関数で表される [11]。この関数は、 $b/a \sim 3.59$ のとき最小となるため、この比率の下でケーブルを作れば最も効率良く高周波信号を伝送できることになる。電気絶縁性や加工性に優れ、プラスチック素材の中では最も生産量の多いポリエチレン ($\varepsilon_r = 2.3$) を絶縁体として使用したとすると、式 4-14 より $Z_0 \simeq 50 \Omega$ となる。よって、微弱な信号まで取り扱うが故に僅かなロスも嫌う高周波用途では、特性インピーダンスが 50Ω のケーブルが標準的に使用される。一方、ポリエチレンが開発される前のケーブルでは空気 ($\varepsilon_r = 1.0$) により絶縁が取られており、この場合は $Z_0 \simeq 75 \Omega$ となる。歴史的に古い放送業界で、映像や音声等の信号を伝送するのに未だ 75Ω のケーブルが使用されているのは、その名残りである。ちなみに、ポリエチレン

が開発されて以降は、 75Ω ケーブルもポリエチレンを使用して作られるようになった。ポリエチレンを使って 75Ω にするには、 $b/a \sim 6.67$ とする必要があるため、現在の 75Ω ケーブルは 50Ω ケーブルよりも大きな導体損失を許容していることになる。

4.3.3. 信号の反射と定在波

高周波信号を伝送する上で、この特性インピーダンスは非常に重要なパラメータとなる。なぜなら、伝送線路上に特性インピーダンスの異なる点（不整合点）があると、その点で信号の“反射”が生じるためである。例として、図 27 のように Z_L のインピーダンスを持つ負荷を同軸ケーブルに取り付け、他端から一定周波数の高周波信号を入力する場合を考える [12]。このとき、負荷のインピーダンスが同軸ケーブルの特性インピーダンスと異なると ($Z_L \neq Z_0$)、信号源から進んできた信号の一部が負荷の所で反射され、同じケーブル内を逆向きに進む信号が発生する。この反射波の振幅や位相は負荷の不整合の状態によって様々であるが、いずれにせよケーブル内にはこの反射波と元の進行波の重ね合わせにより“定在波”が生じることになる。このような反射が起こると、当然ながら送りたい信号のレベルが下がるだけでなく、多重反射の影響で信号波形が乱れたり、定在波により不要なノイズ信号が発生したりする。したがって、高周波信号を遠方まで効

⁷⁾同軸ケーブルを伝搬する高周波信号の損失要因としては、この表皮効果による導体損失の他に、絶縁体の誘電正接による“誘電損失”がある。どちらの損失も周波数が高いほど大きくなるため、同軸ケーブルは一種のローパスフィルタとして働く。

率良く伝送するためには、できるだけ反射を抑える、すなわち線路上の特性インピーダンスを同じ値に揃えることが重要になる。この作業のことを“インピーダンスマッチング”と呼んでいる。

4.3.4. 電磁場シミュレータ

ここまで例として取り上げてきた同軸ケーブルのような比較的単純な構造の伝送線路であれば、その特性インピーダンスは解析式、あるいは近似式を用いて計算することができる。しかしながら、より複雑な構造をした一般的な伝送線路に対しては、数値計算で求める必要がある。そこで使用されるのが“電磁場シミュレータ”である。電磁場シミュレータとは、コンピュータ上で任意の構造をモデル化し、それを境界条件としてマクスウェル方程式を数値的に解くための計算コードである。図 28 に例を挙げたように、一般的なシミュレータでは入力したモデルは細かいメッシュに分割され、各メッシュ毎に数値計算が行われる。したがって、小さなメッシュでしか再現できないような微細な構造を含むモデルではメッシュの数が増大し、計算時間も大幅に長くなる傾向がある。解析を効率的に進めるためには、予想される電磁場の対称性を利用してできるだけモデルを簡略化することが重要である。現在利用できるシミュレータは有償・無償を含めて数多く存在するが、それらの中でも BPM の設計によく使われるソフトウェアとその利用例を挙げておく。

ANSYS HFSS (HFSS) [13]

有限要素法 (FEM) による 3 次元周波数領域解析
 利用例：特性インピーダンス, S パラメータ (通過特性), 固有モード等

CST PARTICLE STUDIO (CST-PS) [14]

有限積分法 (FIT) による 3 次元時間領域解析
 利用例：感度係数, 2 次元マッピング, 時間応答, 周波数スペクトル等

GdfidL [15]

時間領域差分法 (FDTD) による 3 次元時間領域解析
 利用例：ウェイクフィールド, ビーム結合インピーダンス, ロスファクター等

ただし、これらはいくまで個人的な利用例であり、各ソフトウェアの利用範囲を限定するものではない。な

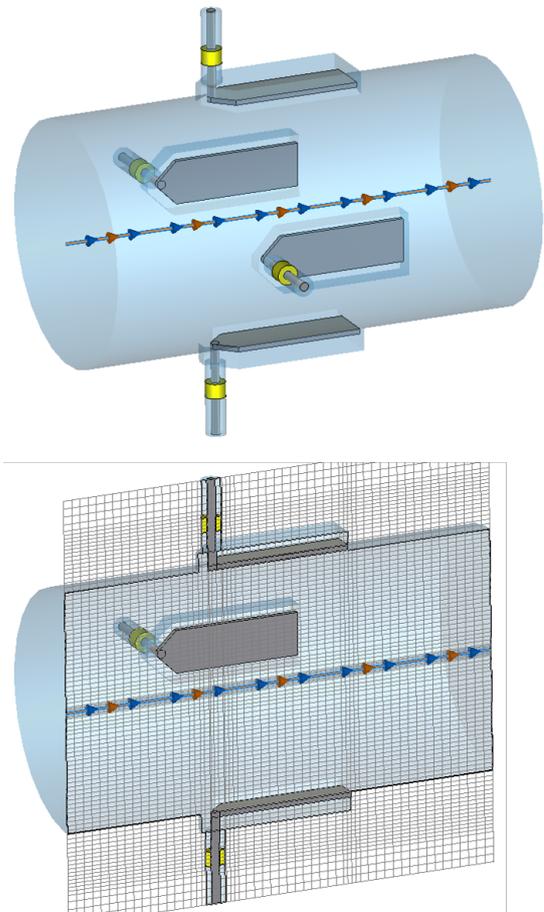


Fig. 28: CST-PS で再現したストリップライン型 BPM のモデル

お、このような電磁場シミュレータ内では、特性インピーダンス Z_0 は各ポート面の磁場 H (電場 E) を積分して電流 I (電圧 V) を計算し、モデルに入力した電力 P との比をとることで算出される。すなわち、

$$I = \oint_S H dS, \quad V = \int_l E dl \quad (4-17)$$

で求められる I 、もしくは V を用いて

$$Z_0 \equiv \frac{V}{I} = \frac{P}{I^2} = \frac{V^2}{P} \quad (4-18)$$

により計算されている。

では本題に戻ろう。電極をはめ込む溝の深さ h を決めるため、上記の HFSS を用いて電極とダクトが形成する伝送線路の特性インピーダンス Z_0 を計算した結果が図 29 である。 h が大きくなる、すなわち電極を納める溝が深くなるにつれて、 Z_0 はほぼ線形に増加している。電極上に誘起されたビーム信号を外部へ取り出すには、上述した理由により特性インピーダンス

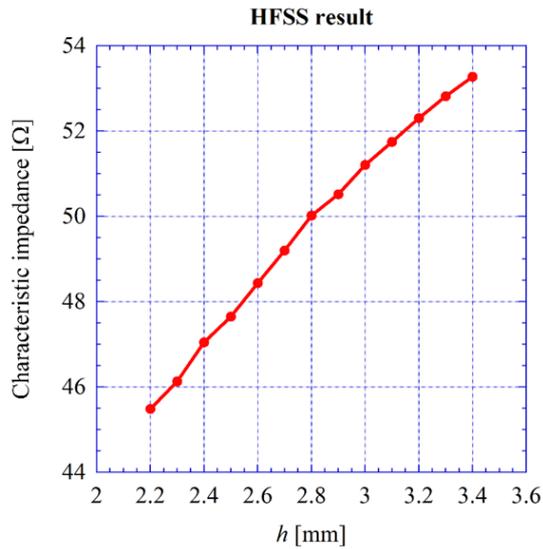


Fig. 29: HFSS で計算したストリップライン型電極の特性インピーダンス

が 50 Ω の同軸ケーブルを利用するため、この伝送線路の特性インピーダンスも 50 Ω に合わせておかなければ、ケーブルとの接続部で大きな反射が生じてしまう。よって、図 29 より $Z_0 = 50 \Omega$ となる点を読み取ると、 h は 2.8 mm に設定すべきことが分かる。

4.4. 電極の長さ

図 23 に示したパラメータの中で、まだ決まっていないのは電極の長さ l である。これは、BPM で検出したい周波数成分に対する感度が最大となる長さにするのが一般的である。cERL では、ビームの繰り返し周波数が 1.3 GHz であるため、ビーム信号を周波数領域で見ると 1.3 GHz の整数倍の周波数にパワーが集中する。また、エネルギー回収を行う cERL 固有の事情として、主加速空洞前後にある一部のセクションではビームの繰り返し周波数が倍の 2.6 GHz となるため、このセクションでのスペクトルは 2.6 GHz の整数倍にピークを持つ。ただし、周波数が高い成分ほどバンチ長や同軸ケーブルの影響で信号レベルが下がるため、通常は最低次の周波数成分を利用する⁸⁾。したがって、cERL の BPM で検出したい周波数成分は 1.3 GHz と 2.6 GHz となる。一方、ストリップライン型電極の周

⁸⁾ 加えて、ビームダクトの大きさや形状で決まる“カットオフ周波数”より高い周波数成分はダクト内を伝わってきた多くの電磁ノイズが混入するため利用できない。内径 50 mm の円形ダクトの場合、カットオフ周波数は 3.5 GHz である。

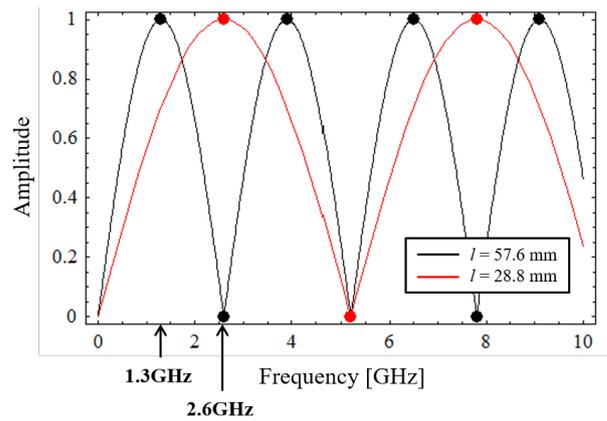


Fig. 30: Long 型電極 ($l = 57.6$ mm) と Short 型電極 ($l = 28.8$ mm) での感度比較

波数特性は $|\sin(\omega l/c)|$ に比例する形となり、最も感度よく検出できる周波数と電極長との間には式 3-27 の関係があることは既に述べた。よって、この式より 1.3 GHz 用は $l = 57.6$ mm, 2.6 GHz 用は $l = 28.8$ mm とすべきことが分かる。以下では前者を Long 型、後者を Short 型と呼ぶ。図 30 は、この 2 種類の電極で感度を比較したものである。ここで注意したいのは、Long 型では原理的に 2.6 GHz 成分を検出できないが、Short 型では 1.3 GHz 成分も 2.6 GHz の場合の 7 割程度の感度で検出できることである。cERL ではこの性質を利用し、将来のアップグレードを想定してもビームの繰り返し周波数が 1.3 GHz にしかかなり得ないセクションは Long 型、それ以外のセクションは全て Short 型を採用している。

4.5. 電極周りの最終寸法

以上の考察で決まった電極周りの最終寸法を図 31 にまとめて示す。追加の設定として、ストリップライン型電極の下流端はダクトの内壁に直接固定して短絡させる。前章で述べたように、下流端からは原理的に有意な信号が出力されないため、このように短絡させても上流端から出力される信号に影響はない。一方、電極の上流端には、電極に誘起されたビーム信号をダクトの外へ取り出すための“フィードスルー”を取り付ける。フィードスルーは電極と同軸ケーブルの間を繋ぐ部品で、やはり特性インピーダンスを 50 Ω にマッチングされた同軸構造となっている。途中に入っている

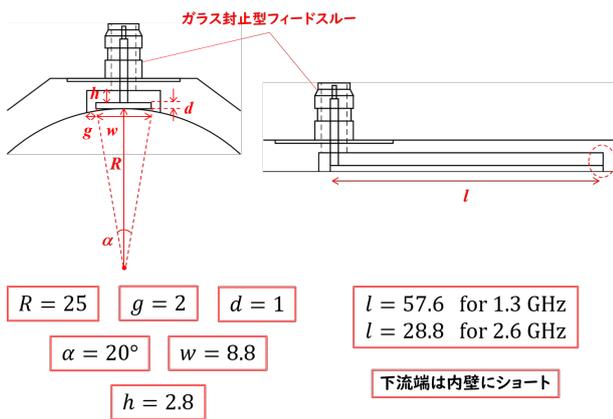


Fig. 31: 電極周りの最終寸法

絶縁体は、内部導体を固定するためのスペーサーであると同時に真空封止の役割も担っている。詳細は省略するが、その構造は電磁場シミュレータを用いて高周波信号の通過特性が良くなるよう最適化されている。特に、cERL ではビームの繰り返し周波数が高いため、個々のビーム信号を切り分けて測定するには、できるだけ時間応答の速いフィードスルーが望まれる。そこで、cERL 用のフィードスルーは一般的なセラミックスより誘電率の低いガラス ($\epsilon_r = 5.0$) を絶縁体を使用することで、信号のキレを良くする工夫がなされている [16]。

5. 電磁場シミュレータによる性能チェック

5.1. 時間応答と周波数応答

電極周りの寸法が決まったら、実際に製作する前に電磁場シミュレータを用いてその性能をチェックしてみよう。まず、前章で紹介した CST-PS により、設計したストリップライン型電極の時間応答を確認する。図 32 は、2.6 GHz 用の Short 型電極による検出ヘッドをモデル化し、その中心をバンチ長 6 mm, バンチ電荷 1 pC の電子ビームが光速で通過したときに生じる電場の強度分布を時系列に沿って計算したものである。簡単のため、フィードスルー内の絶縁体は考慮していない。また、電極付近に生じる電場の様子を見やすくするため、電場強度はかなり誇張して色分けされている。モデルの左側から来たビームが電極部の先頭に差し掛かると、各電極周りの空間に微弱な電場が生

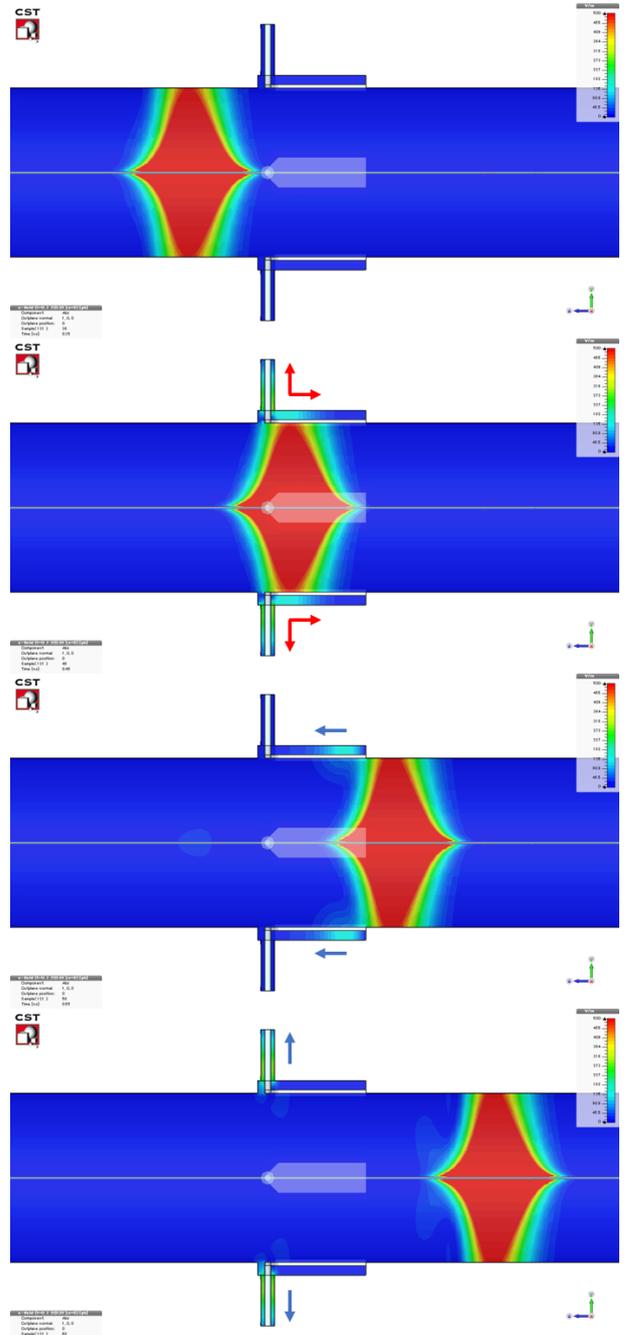


Fig. 32: ストリップライン型の検出ヘッドをビームが通過したときに生じる電場の強度分布の時間発展

じ、フィードスルー側と電極側の二手に分かれて進んでいくのが分かる。フィードスルー側へ進んだ電場はそのままポートから出力され、もう片方の電場はビームと共に下流へと進む。そして、ビームが電極部の下

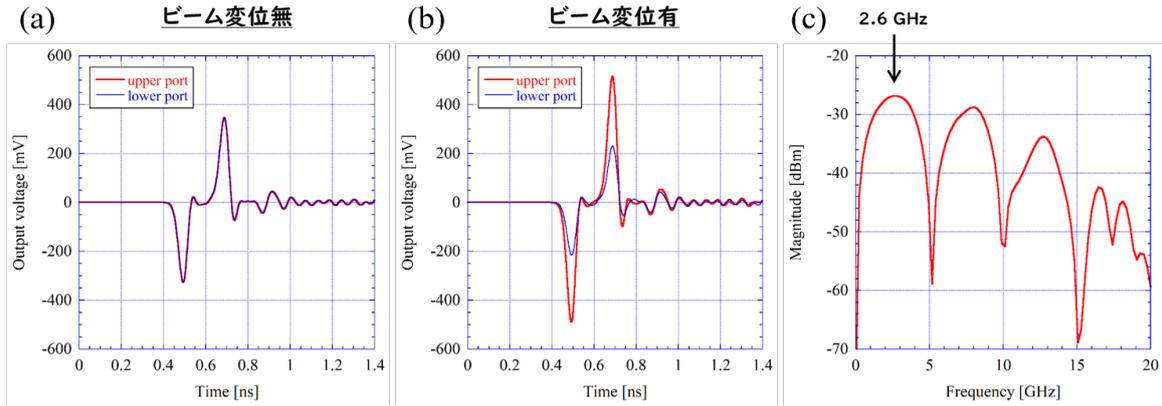


Fig. 33: CST-PS で計算した各ポートの出力電圧： (a) ビーム変位なしの場合 (b) ビーム変位ありの場合 (+5 mm) (c) 周波数スペクトル

流端を離れるタイミングで進む向きを変え⁹⁾、そのまま上流へ遡ってビームが電極部を完全に通過した後でポートから出ていく。これら一連の振る舞いは、図 17 で説明した鏡像電荷の振る舞いと一致している。図 33(a) は、このときに上下のポートから出力される電圧信号の計算結果である。図 18 に示した例のように、電極長の倍に相当する時間間隔 (~ 0.2 ns) で両極性のパルス信号が得られている。反射信号に起因するリングングも見えているが、メインパルスの振幅に比べれば僅かなレベルに抑えられている。これは、信号が伝播する経路に沿って特性インピーダンスがほぼ一定であることを示している。図 33(b) は、同じモデルでビームの通過位置を上側に 5 mm だけずらした場合の出力電圧である。図 8 から予想されるとおり、ビームとの距離が近くなった上側電極の信号振幅が大きくなり、逆に遠くなった下側電極の信号振幅は小さくなっているのが分かる。このダクト中心からのビーム変位に応じた振幅差がビーム位置測定では重要となる。図 33(c) は、(a) に示した出力信号に高速フーリエ変換 (FFT) を施し、周波数スペクトルにしたものである。図 30 で期待したとおり、2.6 GHz の奇数倍で感度がピークになっている。この図より、メインの検出周波数である 1.3 GHz 成分を抽出すると、その振幅は -30 dBm = 10 mV 程度と見積られる。これは、出力信号の伝送に使用する同軸ケーブルでの減衰を考慮しても、一般的な信号処理回路の入力レベルとしては十分である。以上の計算結果により、前章で設計したストリップライン型電極は希望どおりの振る舞いを示すこと、並びに得られる信号レベルにも問題ないことが

確認された。

5.2. マッピングと感度係数

同じモデルを使って、出力信号の振幅と実際のビーム位置を対応付けるマッピングデータも取得することができる。図 34 に示したように、横方向面内でビームの通過位置 X, Y を 1 mm 間隔でスイープし、各電極から出力される電圧信号の振幅 V_T, V_B, V_R, V_L から次式で定義されるパラメータ U, V を計算する。

$$U \equiv \frac{V_R - V_L}{V_R + V_L} \quad (5-1)$$

$$V \equiv \frac{V_T - V_B}{V_T + V_B} \quad (5-2)$$

計算で得られた X 軸上 ($Y = 0$) におけるパラメータ U の変化を図 35 に示す。図 9 でも現れていたように、 U はビームがダクト中心から離れるにつれて非線形に変化しているのが分かる。ほぼ線形に変化している $X \leq 5$ mm の範囲のデータに最小二乗法を使って直線をフィットし、その傾きの逆数から位置計算に使用する表式：

$$X = k_x \cdot U \quad (5-3)$$

$$Y = k_y \cdot V \quad (5-4)$$

に含まれる感度係数 k_x の値を求めると、 $k_x = 12.8$ となる。この場合、電極配置の対称性から $k_x = k_y$ である。図 36 中に赤丸で示したデータは、このようにして求めた感度係数を用いて式 5-3, 5-4 により計算した

⁹⁾電場強度で見ると分らないが、実際には電場の符号が反転していることに注意。

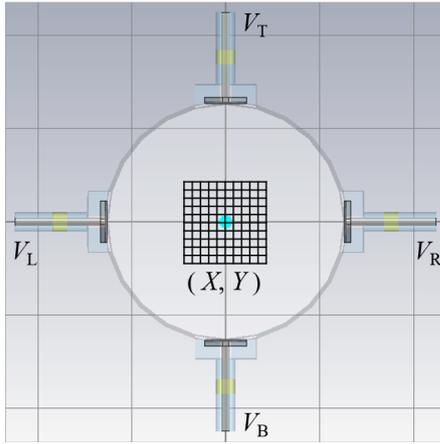


Fig. 34: 電磁場シミュレータ (CST-PS) を利用したマッピングのセットアップ

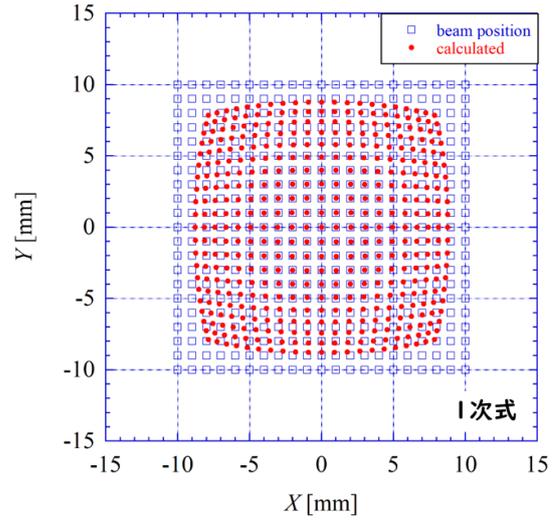


Fig. 36: 1次式によるマッピング結果

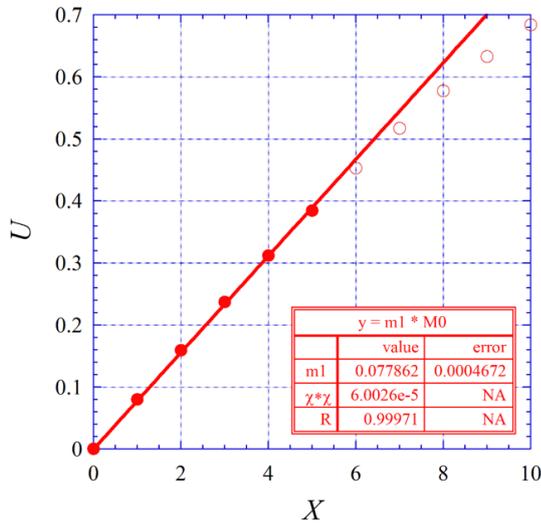


Fig. 35: パラメータ U のビーム位置 X に対する依存性 ($Y = 0$)

ビーム位置である。青い四角で示したデータが実際のビーム位置であるが、やはり両者が概ね一致しているとみなせるのは $-5 \text{ mm} \leq X, Y \leq 5 \text{ mm}$ の範囲内であり、それを越えた周辺部では U, V の非線形性により分布が収縮してしまっている。これは、式 5-3, 5-4 において X, Y を U, V の 1 次式で近似していることに起因している (線形近似)。より周辺部まで正確にビーム位置を計算したい場合は、式 5-3, 5-4 に代えて

次のような多項式を用いれば良い (多項式近似)。

$$\begin{aligned}
 X &= \sum_{i=0}^m \sum_{j=0}^m k_{ij} U^i V^j \\
 &= k_{00} + k_{10}U + k_{01}V \\
 &\quad + k_{20}U^2 + k_{11}UV + k_{02}V^2 + \dots
 \end{aligned}
 \tag{5-5}$$

Y についても同様である。この場合の感度係数 k_{ij} は、 UV 平面上における X or Y の変化に上式をフィットすることで得られる。ビーム位置の再現性は、多項式の次数 m を増やすほど高くなる傾向がある。例として、3 次式 ($m = 3$) と 5 次式 ($m = 5$) によるマッピングの結果を図 37 に示す。1 次式による結果 (図 36) と比較すると、3 次式の段階でかなり分布の歪みが改善しているが、一部のデータではまだ理想値からのズレが見受けられる。5 次式による結果ではそれも改善し、ほぼ全域にわたって理想値と計算値が一致していることが分かる。

5.3. ウェイクフィールド

電磁場シミュレータを使ってもう一つ確認しておくべきことは、“ウェイクフィールド (航跡場)” の影響である。ウェイクフィールドとは、読んで字のごとく元々は船が水面を横切った後に残る波を指す言葉であるが、この場合の船はビーム、波は電磁場であり、ビームが伴っている電磁場の一部がダクト内に取り残されたもののことを指す。取り残される原因としては、加速空洞やビームダクト形状の変換部分におけるダクト

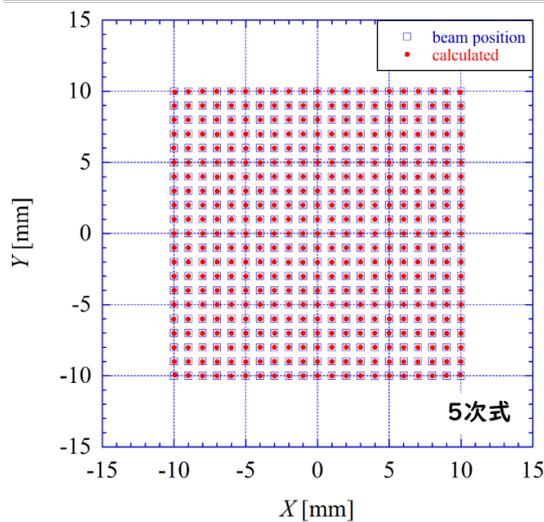
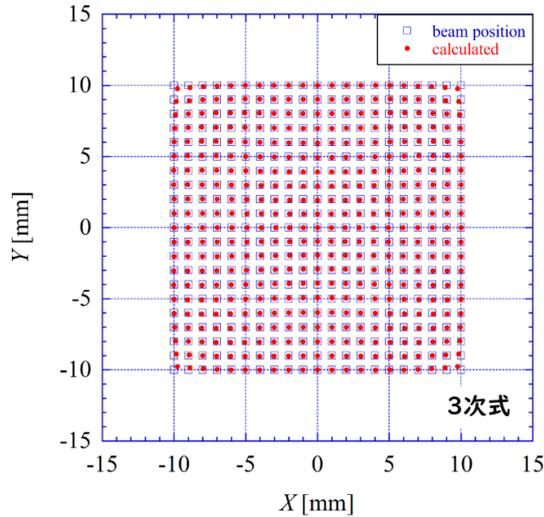


Fig. 37: 3次式と5次式によるマッピング結果

内面の凹凸や、金属製のダクト自体やセラミックダクトの内面に施された導電性コーティングが持つ有限の電気抵抗等が挙げられ、現象論的には壁電流（鏡像電流）がダクト内に発する制動放射と考えることができる。図38にウェイクフィールドの概念図を示す[17]。このようなウェイクフィールドは、ダクト内を速くまで伝わってBPMのノイズになったり、発生源のダクトを発熱させたり、発生させたビーム自身、あるいは後続のビームを蹴ってその運動を不安定にしたりする恐れがあるため、BPMの検出ヘッドを含む加速器コンポーネントを設計する際は、ウェイクフィールドができるだけ発生しないような構造にすることを心掛ければならない。図38中に示したように、ウェイクフィールドを作るビーム（バンチ電荷を q とする）の先端から距離 s だけ遅れて走るビームが感じる電圧

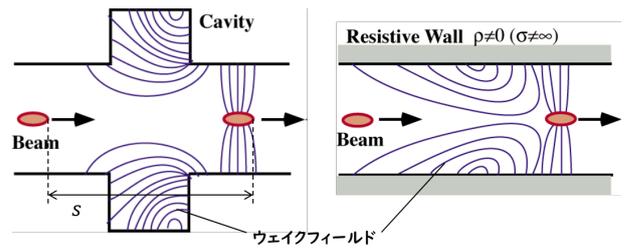


Fig. 38: ウェイクフィールドの概念図 [17]

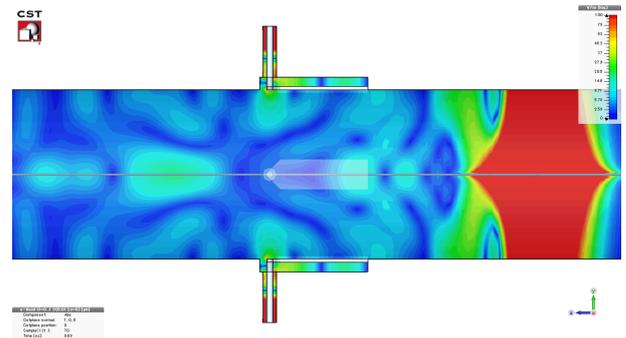


Fig. 39: ウェイクフィールドの計算例：図32をログスケールで書き直したものの

$V(s)$ は、ウェイクフィールドの進行方向成分 $E_z(z, t)$ を z について積分することで得られる [18]。

$$V(s) = \int_{-\infty}^{\infty} E_z \left(z, t = \frac{z+s}{c} \right) dz \equiv -qW_L(s) \quad (5-6)$$

ここで定義した s だけの関数 $W_L(s)$ のことを進行方向の“ウェイクポテンシャル”と呼ぶ。また、ウェイクポテンシャルのフーリエ変換、すなわち

$$Z_L(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} W_L(s) \exp \left(i\omega \frac{s}{c} \right) \frac{ds}{c} \quad (5-7)$$

のことを“ビーム結合インピーダンス（結合インピーダンス）”と呼ぶ。これらは、ウェイクフィールドの時間発展や周波数構成を特徴付ける重要な関数である。図39は、図32に示した計算結果と同じものであるが、電場強度の分布をリニアスケールではなくログスケールで色分けし直したものである。ウェイクフィールドはビームが伴うメインのフィールドと比べると圧倒的に小さいため元のリニアスケールでは見えていなかったが、このようにログスケールにして小さ

な場の変化を強調して描くと確かにその存在を確認できる。前章の解説でも触れたように、この電極はビームとの相互作用がなるべく小さくなるよう配慮して設計されたものであるが、それでもビームが通過した後は多くのウェイクフィールドが発生しているのが分かる。図 40 は、同じ Short 型電極による検出ヘッドを GdfidL 上で再現し、その中心をバンチ長 1 mm、バンチ電荷 1 pC の電子ビームが光速で通過したときに生じるウェイクポテンシャルとビーム結合インピーダンスを計算した結果である。この計算ではフィードスルー内の絶縁体も考慮している。まずウェイクポテンシャルのグラフを見ると、ビームが電極部を通過することで発生したウェイクフィールドは振動しながら急速に減衰し、ビームから 50 cm 後方ではほぼゼロに収束している。また、結合インピーダンスのグラフでは 8 GHz, 12 GHz, 17 GHz 付近にピークが見られるが、その振幅は 5 Ω 以下と十分小さい。もしこれらのグラフでウェイクポテンシャルの減衰が遅かったり、結合インピーダンスに大きく鋭いピークが含まれていたとすると、それは発生したウェイクフィールドの一部がどこかの共振構造にトラップされていることを意味する。このようなトラップドモードは電極部の破損や強いビーム不安定性の原因となり得るため、その場合は設計の段階に戻って構造を見直す必要がある。

ウェイクフィールドの起源はビームが伴っていた電磁場であり、そのビーム自身も自らが作ったウェイクポテンシャルから力を受けてエネルギーを失う。このウェイクフィールドによるエネルギー損失 ΔE は、ビームの線密度 $\rho(\tau)$ と進行方向のウェイクポテンシャル $W_L(s = \beta ct)$ を使って次のように表すことができる [18]。

$$\begin{aligned} \Delta E &= -q^2 \int_{-\infty}^{\infty} d\tau \rho(\tau) \int_{-\infty}^{\infty} dt \rho(\tau - t) W_L(\beta ct) \\ &\equiv -q^2 k_L \end{aligned} \quad (5-8)$$

ここで定義した k_L は“ロスファクター”と呼ばれており、主にその構造体がビームに与える影響の大きさやダクトの発熱を評価するのに使用される。上記の GdfidL を用いた計算によると、この場合のロスファクターは 59.1 mV/pC となった。これは入力したモデルをビームが 1 回通過したときの値であるから、これに想定されるビームのバンチ電荷と平均電流をかければ 1 秒間あたりのエネルギー損失、すなわちパワーロ

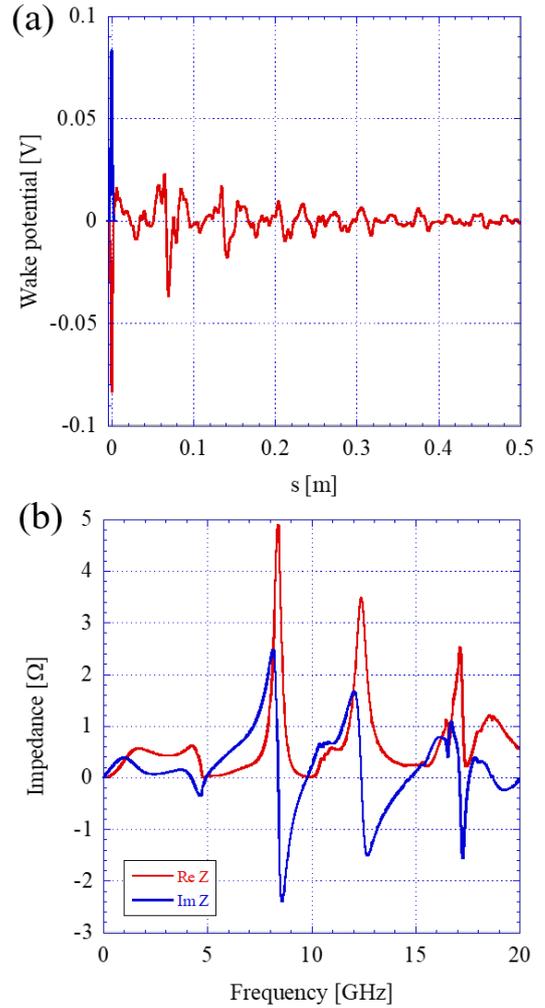


Fig. 40: GdfidL で計算したウェイクポテンシャルとビーム結合インピーダンス

スを計算できる。cERL の場合、CW 運転時の一番厳しい条件でそれぞれ 7.7 pC, 10 mA となるため、このときのパワーロスを見積るとおよそ 4.6 mW となる。この程度のパワーロスであれば、全てが熱に変換されたとしても自然空冷で問題ないが、もしこれがワットクラスになると強制空冷や水冷が必要となる。数 10 台にも及ぶ検出ヘッドそれぞれにそのような冷却機構を設けるのは現実的ではないため、その場合はやはり設計を見直すことになる。

6. 完成後の評価・較正・使用例

6.1. cERL 用ストリップライン型 BPM

電磁場シミュレータによりその電気的特性やビームとの相互作用に問題がないことが確認されたら、いよいよ図面化して実際に製作することになる。図面化にあたっては、シミュレーションや CAD 上では描けても実際には製作が難しい箇所はないか（溶接できない、工具が入らない、他の部品と干渉する等）をチェックしたり、特に工作精度が必要な箇所（部品間ではめ合いを必要とする箇所等）には予め寸法公差を指定することが重要である。構造が複雑な物や実物での事前チェックが必要な物は、量産する前に数台を試作することも多い。このようなプロセスを経て完成した検出ヘッド（Short 型電極）の模式図と写真を図 41 に示す。cERL ではバンチ長の短い大電流ビームが対象となるため、検出ヘッド両端の真空フランジには隣のダクトとの接続部に僅かなギャップもできないような特殊フランジを採用したり、組み立て時の溶接は全て大気側から行う等、できるだけダクト内面の凹凸を無くしてビーム結合インピーダンスを減らす工夫がなされている。各電極の上流端が舟形に加工されているのは、電極上を流れる鏡像電荷をフィードスルーの内部導体へスムーズに誘導することで、出力信号に現れる反射の影響を軽減する狙いがある（インピーダンスマッチング）。高周波信号を取り出すフィードスルーの表面に金メッキが施されているのは、電流が集中する表面付近の導電率を下げるとともに、腐食（錆び）による特性の変化を防止する役割がある。同軸ケーブルを接続する SMA 規格のジャック部分についても、ケーブルの付け外しを繰り返すことで内部導体間の接触が甘くならないよう、通常のジャックとはオス-メスを反転させた逆芯コネクタが使用されている。また、検出ヘッド単体での精密アライメントを可能にするため、ダクトの天面にはレーザートラッカー用のターゲット座をマウントできるアライメント用ボスが設けられている。

6.2. TDR による電極の健全性チェック

完成後にすべきことは、まず設計（図面）どおりに仕上がっているかのチェックである。BPM の検出ヘッドの場合、通常の見視検査や寸法検査に加えて、

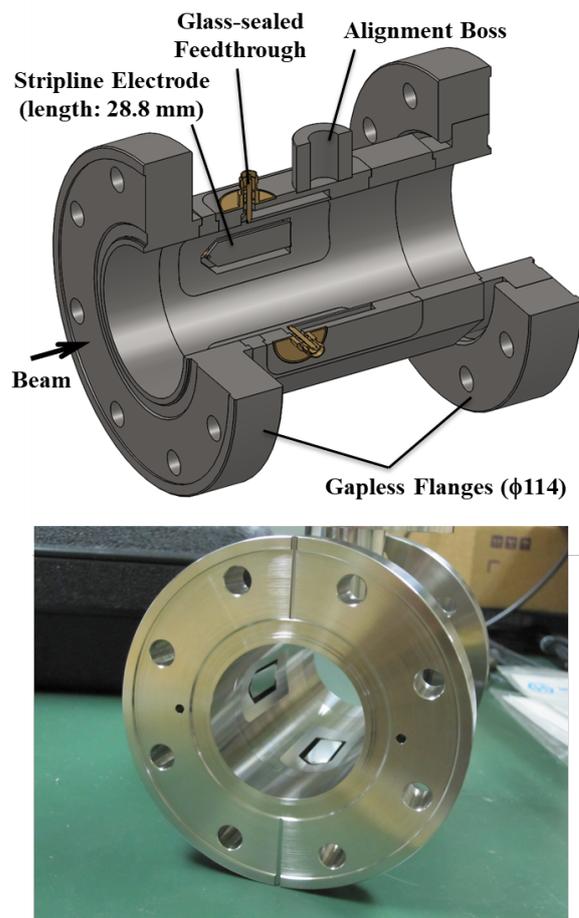


Fig. 41: 完成した検出ヘッドの模式図と写真

“TDR（Time Domain Reflectometry：時間領域反射率測定）”という手法で各電極の健全性を電氣的にチェックするとよい。既に説明したように、もし電極の取り付け誤差や歪みの影響で信号経路の途中に特性インピーダンスが 50Ω になっていない箇所（不整合点）があると、そこを通過する信号の一部が反射される。TDR とは、信号経路に立ち上がりの速いステップ信号を入力し、その反射されてきた信号と入力信号の合成波形を観測することで、経路に沿った特性インピーダンスの変化を計測する手法である。例えば、経路の先端が GND に短絡されている場合には、そこで電圧を打ち消すように振幅は同じで符号が反転した信号が反射されるため、合成波形の振幅はゼロになる（図 42(a)）。逆に先端が開放されている場合は、そこで電流を打ち消すように振幅も符号も同じ信号が反射されるため、合成波形の振幅は倍増する（図 42(b)）。

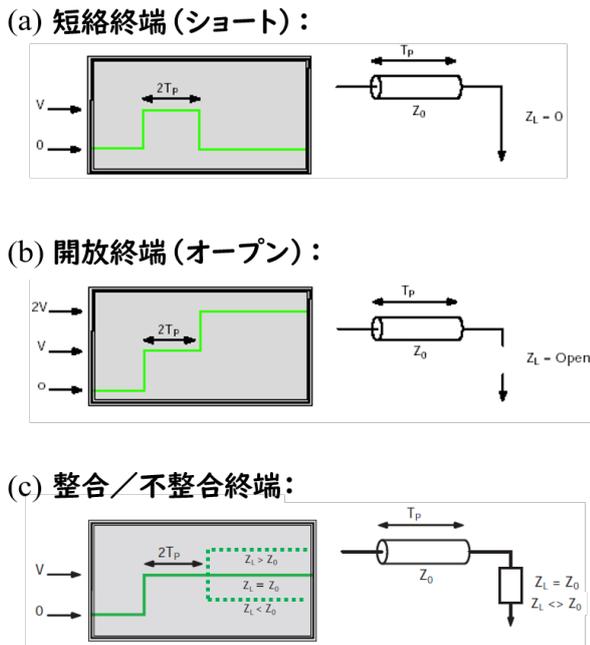


Fig. 42: TDR 波形の例 [19]: (a) 短絡終端 (b) 開放終端 (c) 整合/不整合終端

一方、先端が 50Ω で終端されているとすると、入力した全エネルギーがそこで吸収されるため反射は起きず、合成波形の振幅に変化はない (図 42(c))。したがって、測定器からはまるで無限に長い線路が繋がっているように観測される。これらの例の中間、すなわち負荷のインピーダンス Z_L が線路の特性インピーダンス $Z_0 = 50\Omega$ よりも低い場合は合成信号の振幅が下がり、逆に高い場合は上がることは容易に想像がつくであろう (図 42(c))。また、その変化が現れるまでの時間は信号の往復時間に対応することから、合成波形の時間構造を解析することで経路上のどこで不整合が起きているかを判定できる。図 43 が実際のストリップライン電極で TDR を実施した結果である。電極が長い方が分かり易いため、電極長 57.6 mm の Long 型の場合を例示した。測定には Tektronix 社製の TDR 測定器 (サンプリングオシロスコープ: DSA8200 + TDR モジュール: 80E04) を使用した。図の縦軸は合成信号の電圧からインピーダンスに換算されており、中央のラインが 50Ω になるよう設定されている。最初に見える大きな不整合はフィードスルーのガラス封止部分で、高周波信号にとっては低インピーダンスの容

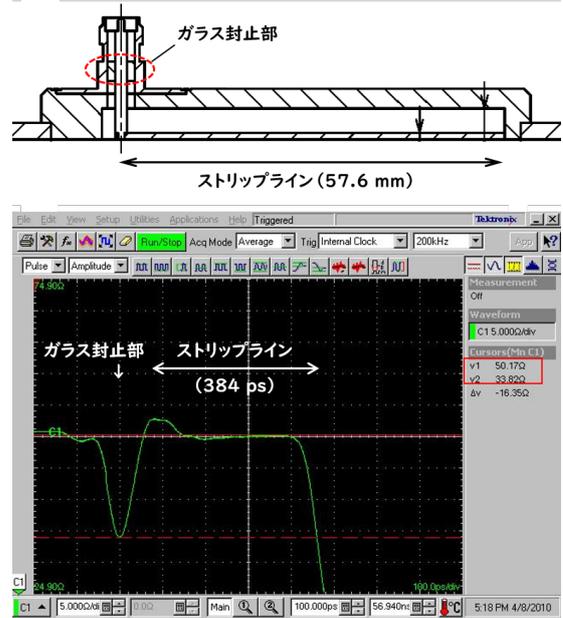


Fig. 43: Long 型電極での TDR 測定結果

量性負荷に見えることから、波形の窪みとして現れている。その後はどうしても整合を取りにくいフィードスルーと電極の接続部を経て、平坦な電極部に移る。この部分のインピーダンスは設計どおりほぼ 50Ω で推移しており、その長さは電極長の倍にあたる 384 ps に概ね一致している。電極の下流端はダクトに短絡されていることから、最後は信号が相殺してゼロとなっている。このような測定を製作した全ての検出ヘッドの各電極について行い、電極自体に大きな歪みがなく特性インピーダンスが一定 ($\sim 50\Omega$) に保たれていること、信号経路に短絡や開放といった異常な不整合点 (切削加工時の切り屑の混入や溶接の不良箇所等) がないこと、4 枚の電極及び異なる検出ヘッド間で特性が揃っていることを確認する。

6.3. テストベンチによる較正

完成後に行われるもう一つの検査としては、テストベンチを使った較正が挙げられる。当然ながら、同じ図面を基に同じ工程で作ったとしても、電極の位置や形状には必ず製作誤差が含まれているので、検出ヘッドの機械的中心と電気的中心は微妙にずれており、そのずれの大きさは検出ヘッドごとに異なる。そこで、専用のテストベンチを構築し、電気信号によりビームの通過を模擬することでこの検出ヘッドごとの個体差

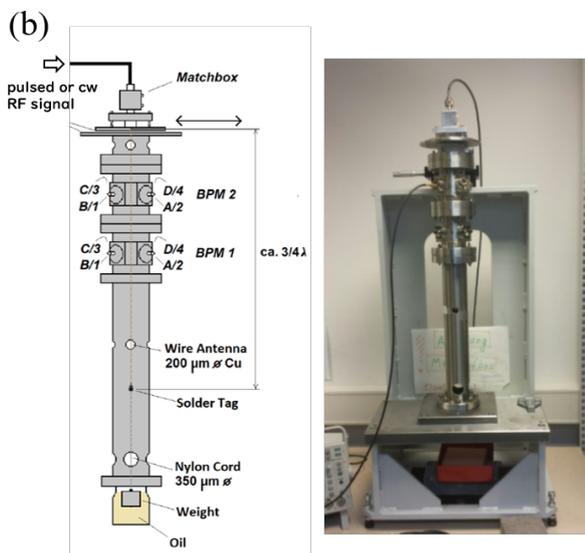
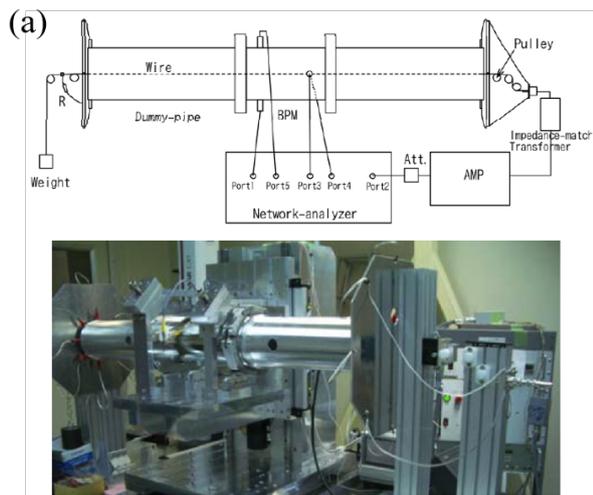


Fig. 44: 検出ヘッドの較正用テストベンチの例：(a)KEK J-PARC メインリング用 [20] (b)DESY DORIS 用 [21]

を補正するためのデータを取得する。テストベンチでは、各検出ヘッドに金属製の細いワイヤーを通し、そこにパルス電圧が一定周波数の高周波電圧を印加することでビームを模擬する。その状態で XY ステージによりワイヤー、あるいは検出ヘッド自体の位置を精密にスキャンすれば、各位置における 4 電極出力からヘッドの電氣的な中心やマッピングデータを実測することができる。図 44 に KEK の J-PARC メインリングと DESY の DORIS で使用されているテストベンチの写真を示す [20, 21]。どちらもダミーダクトの間に測定したい検出ヘッドを挟み、その中心に特性インピー

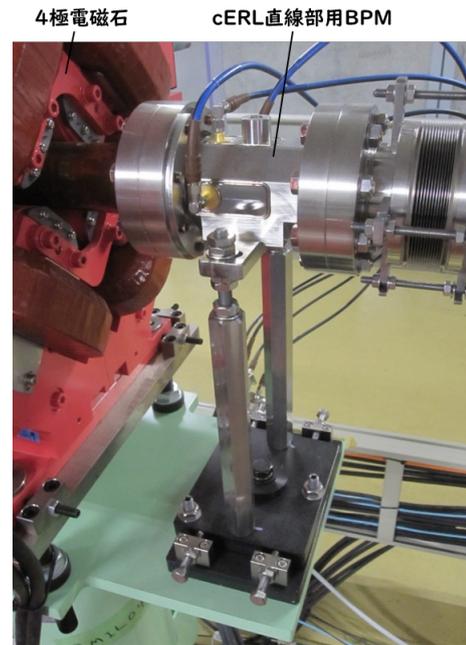


Fig. 45: 4 極電磁石に隣接して設置された cERL 直線部用 BPM

ダンスを整合させたワイヤーを通す構成は同じであるが、J-PARC 用は横置きでヘッド自体を動かすのに対し、DORIS 用は縦置きでワイヤーの方を動かす方式を採用している。いずれにせよ、このようなテストベンチで実用的な精度の補正データを得るためには、実際のビーム信号と模擬信号の差やワイヤースキャンの精度、ワイヤー自体の振動やたわみといった様々な影響を取り除く工夫が必要となる。そのため、最近ではテストベンチによる較正の過程はスキップし、次に述べる実際のビームを用いた較正に重点を置く場合が多い。

6.4. ビームベースドアライメント

ところで、加速器におけるビーム軌道の中心（原点）は、ビームを集束／発散させる機能を持つ 4 極電磁石の磁場中心となる。すなわち、BPM で測定すべきはこの磁場中心からのビーム変位であるから、BPM の検出ヘッドは基本的に 4 極電磁石とセットで設置される。cERL の場合はほぼ 2 台の 4 極電磁石に 1 台の割合で BPM が設置されており（図 22 参照）、その検出ヘッドの多くは隣接する 4 極電磁石と同じ架台から支持されている。図 45 に cERL の直線部に設置された状態での検出ヘッドの写真を示す。完成した検出ヘッ

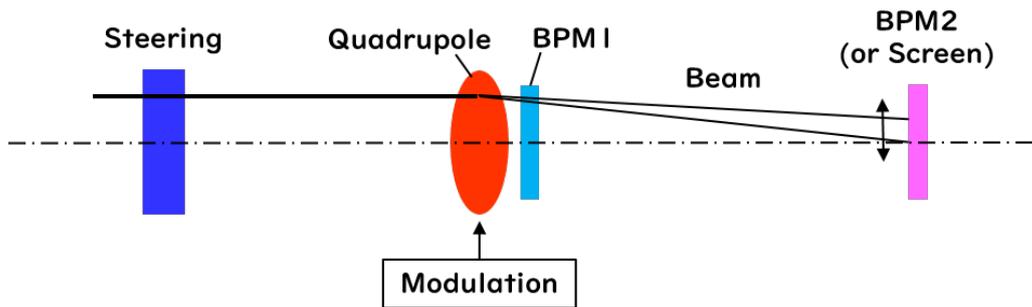


Fig. 46: BBA のセットアップ

ドは、上述した事前検査が終わるとこのように実際の加速器へ設置されることとなるが、設置時には必ず据え付け誤差が生じるため、検出ヘッドの機械的中心と4極電磁石の機械的中心は一致しない。したがって、事前に検出ヘッドの電気的中心や4極電磁石の磁場中心の座標が精密に測れていたとしても、最終的にはビームを使って調べる必要がある。これを“ビームベースドアライメント (Beam-Based Alignment : BBA)”と呼んでいる。具体的には、ビームが4極磁場の中心を通過していれば磁場の強度を変えてもビームサイズが変化するのみであるが、中心を通過していない場合はサイズだけでなく重心位置まで変わってしまうことを利用する。例えば、図46のようなセットアップでBPM1の電気的中心を隣接する4極電磁石の磁場中心に合わせたい場合、次のような手順で行う。

1. 4極電磁石の電流、すなわち4極磁場の強度を連続的に変化させる（正弦波的に振幅変調をかける）。
2. 下流のBPM2（スクリーンモニターでも可）でビーム位置の変化を観察する。
3. 上流の補正電磁石でビーム軌道を調整し、BPM2でのビーム位置が変わらなくなる点を探す。
4. 4極磁場が変化しているにもかかわらずビーム位置が変化しないということは、ビームが4極磁場の中心を通過していることを意味する。したがって、その点でのBPM1の読み値が4極磁場の中心座標に対応する¹⁰⁾。得られた4極磁場の中心座標がBPM1の電気的中心となるよう、位置計算の表式にオフセットとして加える。

すなわち、線形近似の表式 5-3, 5-4 は

$$X = k_x \cdot U - \delta_x \quad (6-1)$$

$$Y = k_y \cdot V - \delta_y \quad (6-2)$$

と改められ、オフセット δ_x, δ_y の値はBPMごとに異なる。なお、この1~3の手順はビームの軌道調整にも有効であり、cERLでは基準軌道を定める際に日常的に行われている。

6.5. BPMの使用例

最後に、ここまで事例として取り上げてきたcERL直線部用のストリップライン型BPMの使用例をいくつか紹介する。図47は、cERLのバーストモード運転時に得られたBPMの出力信号である。バーストモードとは、スクリーンモニターのような破壊型のモニターが使えるようビームの平均電流を抑えた運転モードで、このモードでのビームは幅1 μ sのマクロパルス内に769psの間隔(=1.3GHz)でバンチが並んだ時間構造をしている。マクロパルスの繰り返しは5Hzである。図47(a)は1電極の出力を直接オシロスコープで観測したときの生波形である。マクロパルスの先頭部分の信号を拡大して表示しており、横軸の1ディビジョンは5nsに相当している。図47(b)は、(a)のような生波形をcERLのBPMで標準的に使用している信号処理回路(ログアンプ+デジタイザ)に通した後の4電極出力である。回路により生波形に含まれる1.3GHz成分が抜き出され、その振幅に応じた高さのパルス波形が得られている。パルスの幅はマクロパルスの幅、すなわち1 μ sに対応している。ビーム位置は、これら4つのパルスのフラットトップ部分を時

¹⁰⁾4極電磁石とBPM1が十分近くにあれば、その間でのビーム変位は無視できる。

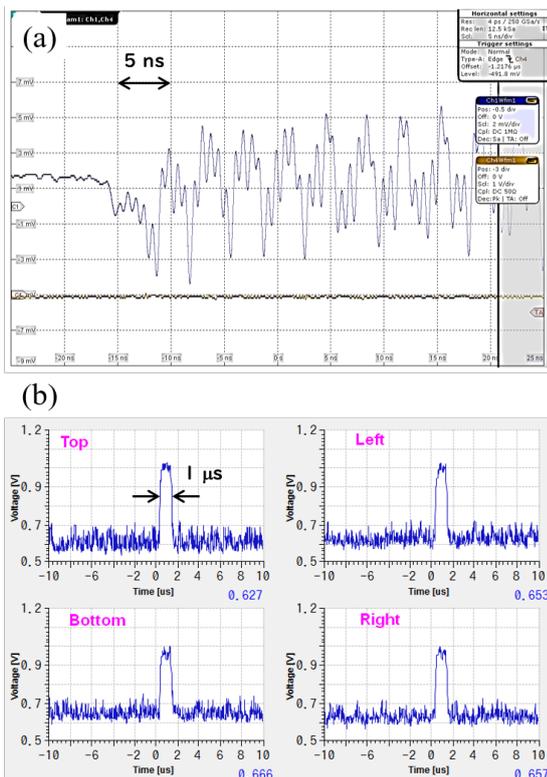


Fig. 47: cERL 直線部用 BPM の出力波形： (a) 生波形 (b) 信号処理後の波形

間平均した値から計算されるため、位置の分解能はこのとき平均を取る時間幅とパンチ電荷に依存する。図 48 は、加速器のオペレーターが実際に目にするようになる BPM のグラフィカルユーザーインターフェース (Graphical User Interface : GUI) である。図 48(a) は BPM の個別表示パネルで、上段が図 47(b) で説明した 4 電極出力を重ねて表示したもの、下段がそのフラットトップ部分の平均値から計算したビーム位置 X, Y のトレンドグラフである。パネル上部のプルダウンメニューから表示する BPM を切り替えられるようになっており、局所的な軌道調整等に利用される。図 48(b) は、全 BPM の出力を上流から順に並べて表示したもので、上段が水平方向の軌道、中段が鉛直方向の軌道、下段がビーム電荷 (4 電極の和信号) に対応する。単に測定した軌道をそのまま表示するだけでなく、任意の基準軌道からの差分を表示する機能も備えており、長時間の軌道ドリフトやビームエネルギーを変えたときの軌道のずれ (エネルギー分散) の確認等に役立っている。

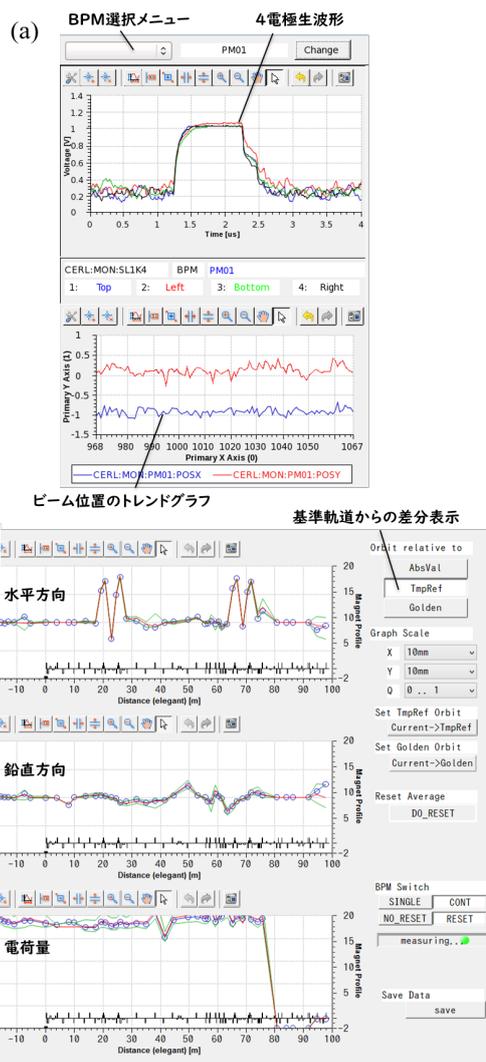


Fig. 48: BPM の GUI： (a) 個別表示パネル (b) 全体軌道表示パネル

7. おわりに

BPM システムの先頭でビームからの信号をうまくピックアップするための検出ヘッドに注目し、その種類や原理、設計・評価方法等について実例を交えながら解説した。特に第 4 章以降は実際に使用されている検出ヘッドの設計から製造、評価に至るまでの流れを追体験してもらえような構成を目指した。その中では高周波信号を扱う上で不可欠な“特性インピーダンス”や“信号の反射”といった基礎的な知識の説明に紙面を割き、できるだけ視覚的に理解できるよう電磁場シミュレータによるアニメーションを多用した (配布用の PDF ファイルでは見れないのが残念)。その試みが功を奏し、初学者の方でも「BPM とはどんなも

のか」,「どういうことに気を付けて造られているか」といった基本的なことについて漠然とでも理解していただけたなら本望である。

一方で、個人の能力と時間の制約により、説明できなかった項目も多い(ビームダクトのカットオフ周波数と侵入長, S パラメータ, BPM の位置分解能 (SN 比) の見積り, ビームベースのゲイン較正・分解能評価等々)。また、参考文献に挙げた資料の図をそのまま利用している部分も多く、反省する点は枚挙にいとまがない。各数式についてもご自身でフォローされてから利用することをお勧めする。今回の OHO セミナー全体に対する雑感としては、講師間でのネゴシエーションがほとんど無く、同じような話題が繰り返し説明されているのが残念だった。同じ事柄でも違う角度からの説明が聴けて理解が深まるという好意的な見方もできるが、「基本に立ち返る」という今回のセミナー意図からしても、その分を別のトピックスに回してビーム診断のレビュー的な内容にした方が有益ではなかったかと思う。また、今回は OHO セミナー初のオンラインでの開催となった。遠方からでも気軽に参加しやすく、参加者数が例年の倍に伸びたのは喜ばしいことであったが、講師としてはやはり聴講者の反応がリアルタイムで分からないのが非常にやり難いと感じた。

加速器関係の日本語によるテキストが少ないこともあり、OHO テキストは初学者にとって良い入門書になっていると聞く。今後もその時代に応じた変化を重ね、加速器への理解を深める一助であり続けてほしいと願っている。

参考文献

- [1] 過去の OHO テキスト一覧, <http://accwww2.kek.jp/oho/OHOtxt4.html>
- [2] M. Wendt, Proceedings of the 2018 CERN-Accelerator-School course on Beam Instrumentation for Particle Accelerators (2020).
- [3] F. Sannibale, Fundamental Accelerator Theory, Lecture No. 13, Michigan State Univ. (2007).
- [4] P. Forck, Joint University Accelerator School 2011, Lecture Notes on Beam Instrumentation and Diagnostics (2011).
- [5] 平松 成範, 加速器のビームモニター, KEK Internal 2004-4 (2004).
- [6] H. Koziol, Proceedings of the 2000 CERN-Accelerator-School: Basic Course on General Accelerator Physics (2005).
- [7] 久保木 浩功, J-PARC Main Ring ビーム位置モニタのゲイン較正, 第 6 回加速器研究施設研究交流会 (2017).
- [8] OHO'15 ホームページ, <http://accwww2.kek.jp/oho/oho15/index.html>
- [9] 牧野 泰才, 特性インピーダンス, 東京大学 篠田・牧野研究室 セミナー資料 (2007).
- [10] 草間 裕介, 渦電流と表皮効果, 香川高等専門学校 電磁気学 II 講義資料 (2019).
- [11] 草間 裕介, 特性インピーダンス, 香川高等専門学校 電磁気学 II 講義資料 (2020).
- [12] 松浦 裕之, 電子回路 I -高周波回路入門-, 群馬大学 理工学部 講義資料 (2019).
- [13] ANSYS HFSS, <https://www.ansys.com/products/electronics/ansys-hfss>
- [14] CST STUDIO SUITE, <https://www.3ds.com/ja/products-services/simulia/products/cst-studio-suite/>
- [15] GdfidL, <http://www.gdfidl.de/>
- [16] M. Tobiyama *et al.*, Proceedings of BIW08, pp. 205-209 (2008).
- [17] 中村 典雄, 第 3 回蓄積リング型光源検討会 講演資料 (2015).
- [18] 陳 榮浩, OHO ' 11 テキスト, 第 2 章 (2011).
- [19] 日本テクトロニクス株式会社, TDR インピーダンス測定, アプリケーション・ノート (2004).
- [20] 花村 幸篤他, 第 3 回日本加速器学会年会プロシーディングス, pp. 466-468 (2006).
- [21] U. Schneekloth *et al.*, Proceedings of IBIC2014, pp. 324-326 (2014).