

ILC 加速器

OHO'21

2021.9.7

久保 浄

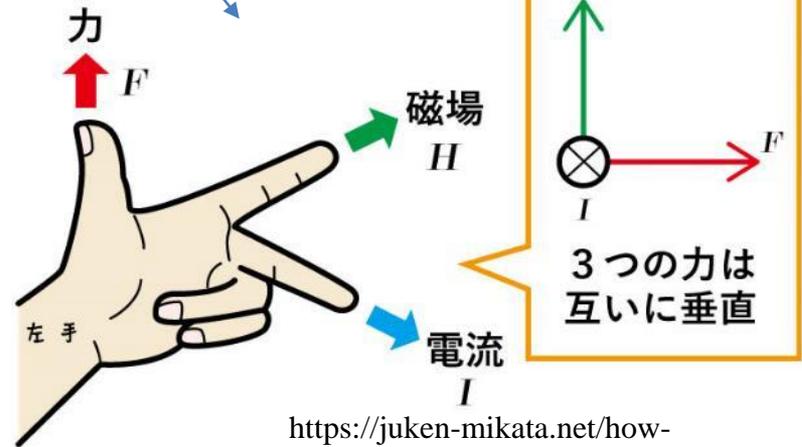
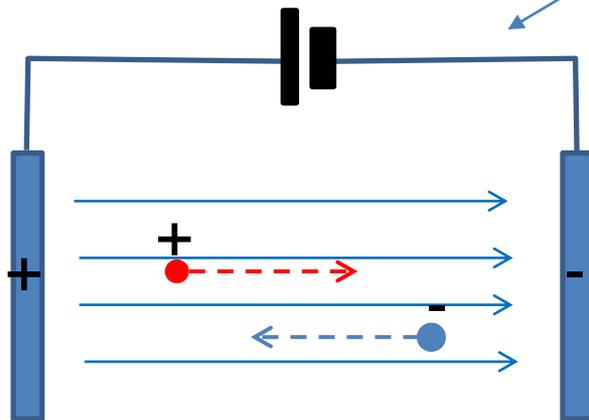
加速器の基礎の基礎

加速器：荷電粒子に運動エネルギーを与える装置

電磁場中での荷電粒子の運動

$$\vec{F} = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})$$

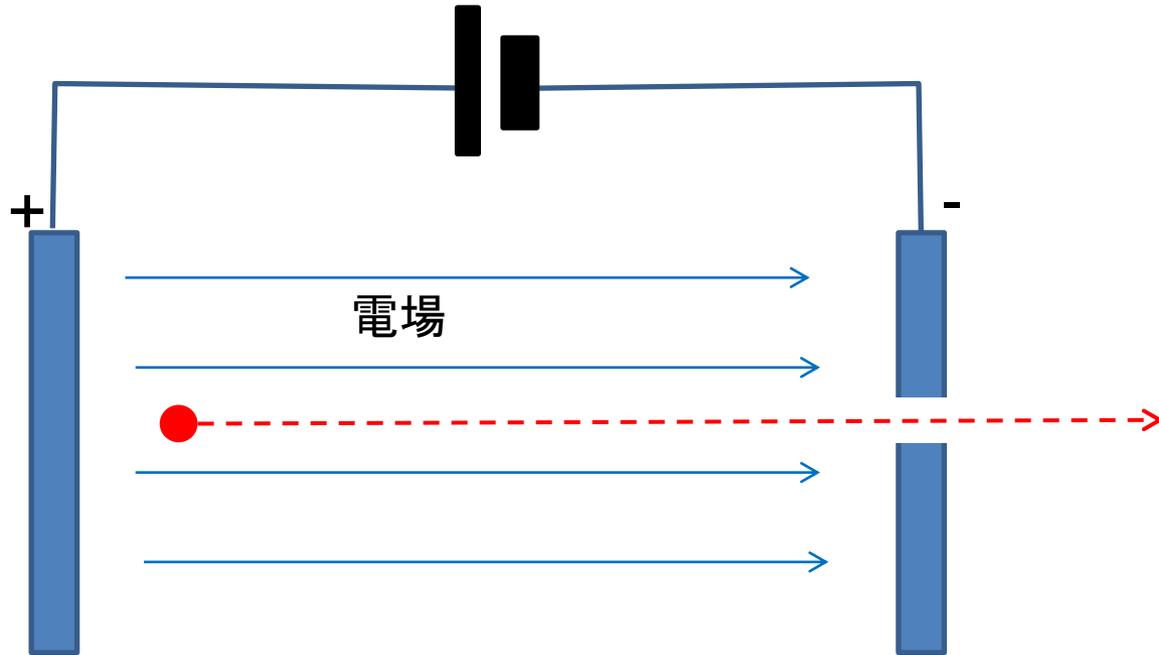
(\vec{F} : 力,
 q : 電荷, \vec{v} : 速度,
 \vec{E} : 電場, \vec{B} : 磁場)



<https://juken-mikata.net/how-to/physics/fleming-left-hand-rule.html>

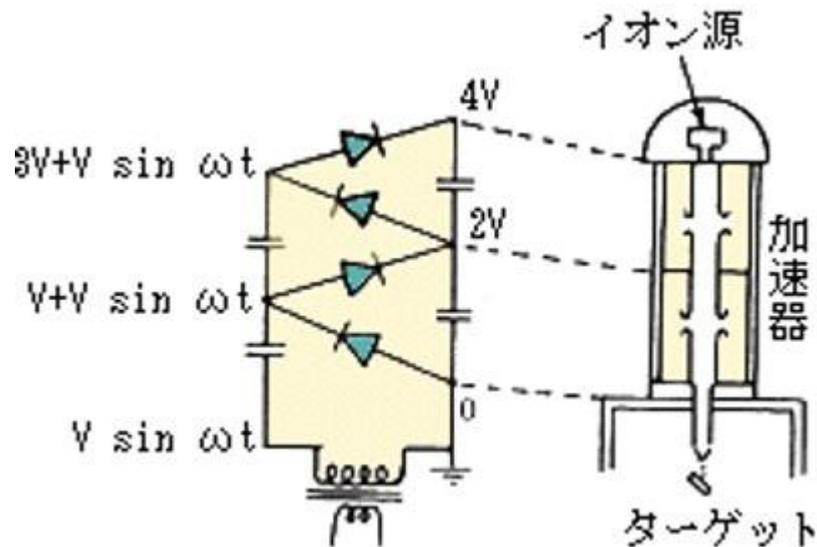
加速に電場を, 方向を変えるのに磁場を使う

静電場による加速



コッククロフト・ウォルトン型

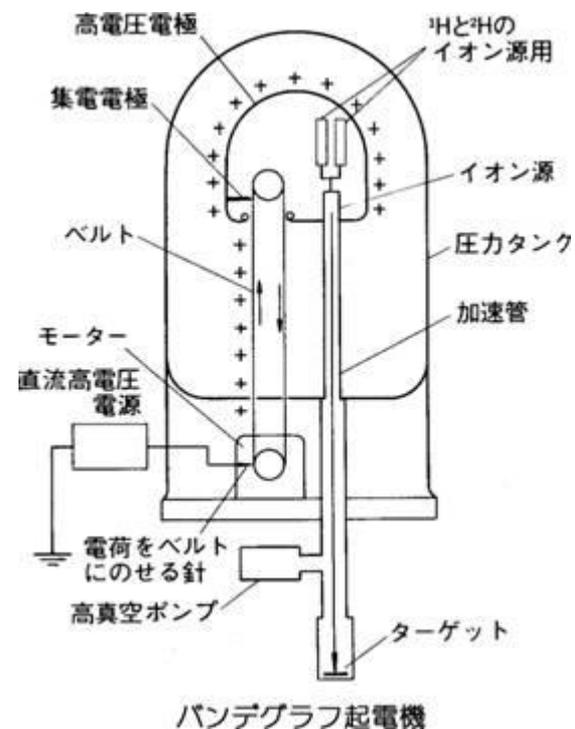
～100万V



<http://kids.kek.jp/accelerator/accelerator01.html>

バンデグラフ型

～1000万V



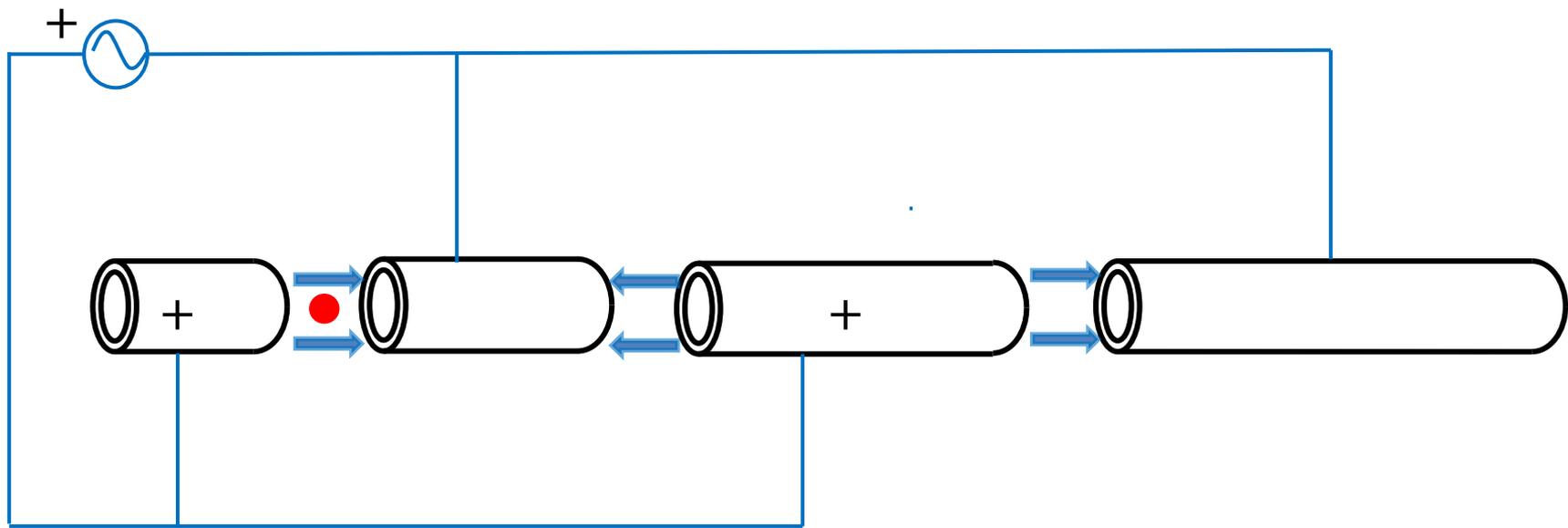
http://www.keirinkan.com/kori/kori_physics/kori_physics_2_kaitei/contents/ph-2/2-bu/2-1-2.htm

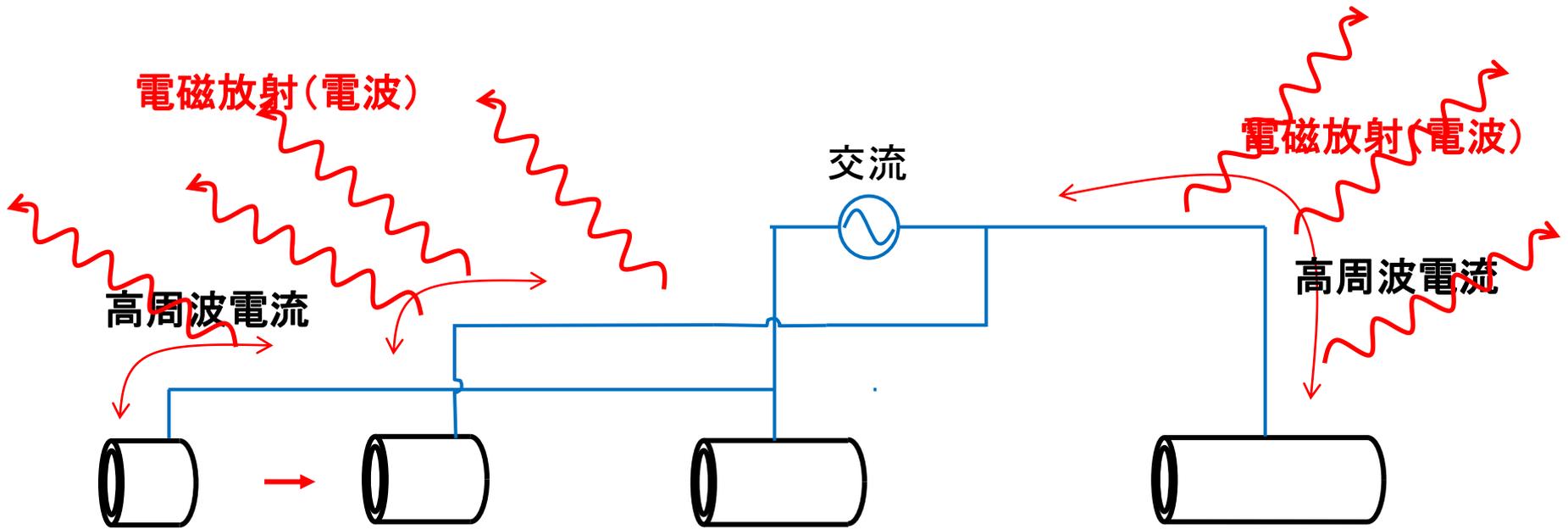
静電場による加速

電圧には限界がある。(数百万 V が限界?)

ビームエネルギーの限界

→ 変化する電場による加速





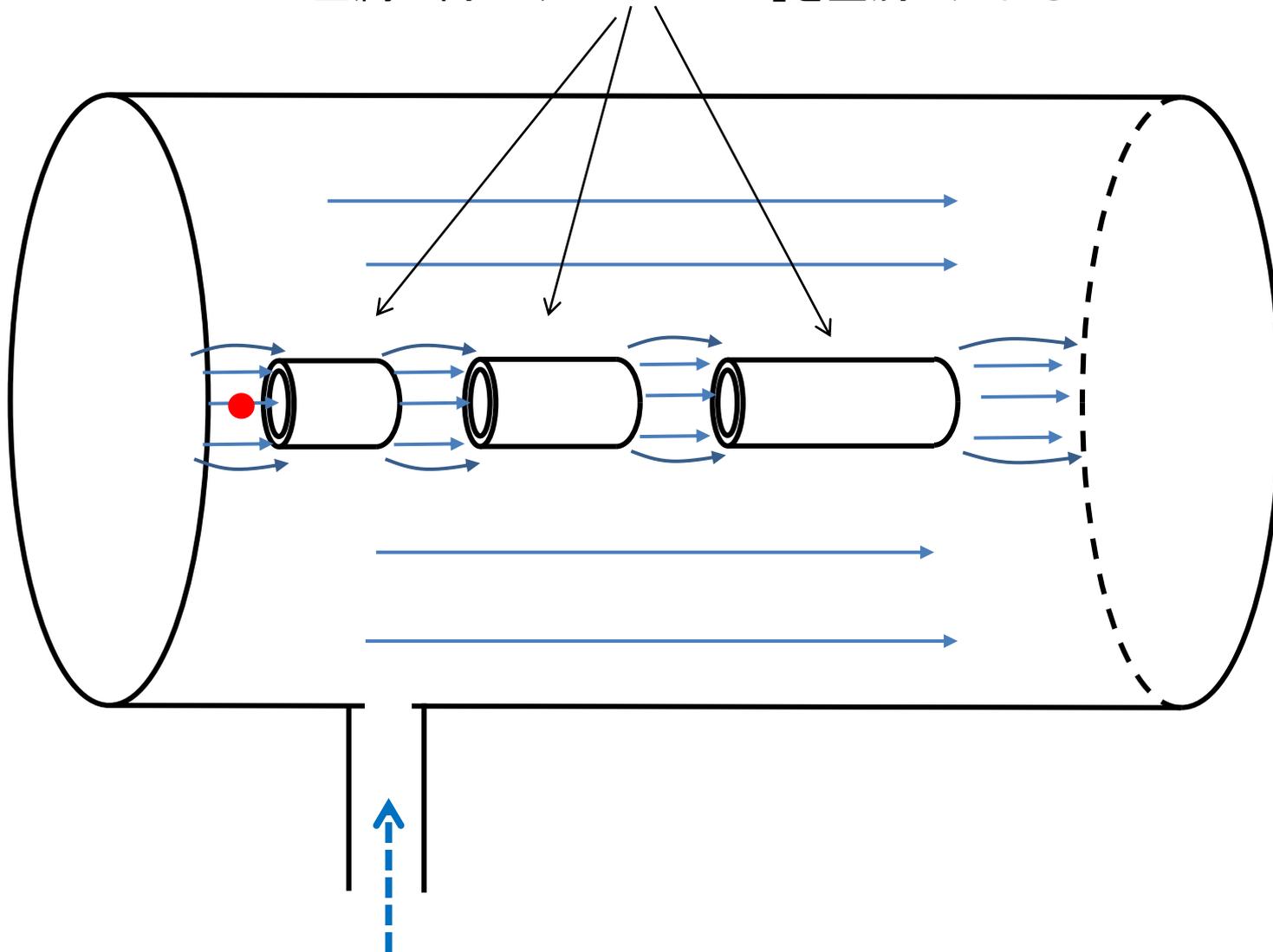
高エネルギー → 粒子の速度増大

間隔を長くする: 全体が長くなってしまふ

周期を短くする: 電磁波の放射による電力ロスが増大

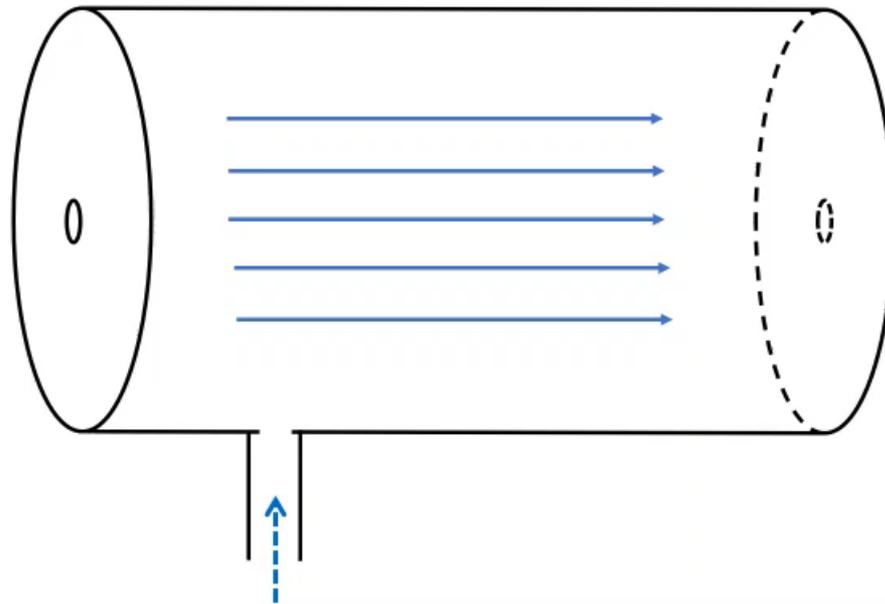
電磁波を閉じ込める

空洞内に電磁場を閉じ込めて共振させる
金属の筒「ドリフトチューブ」を空洞に入れる

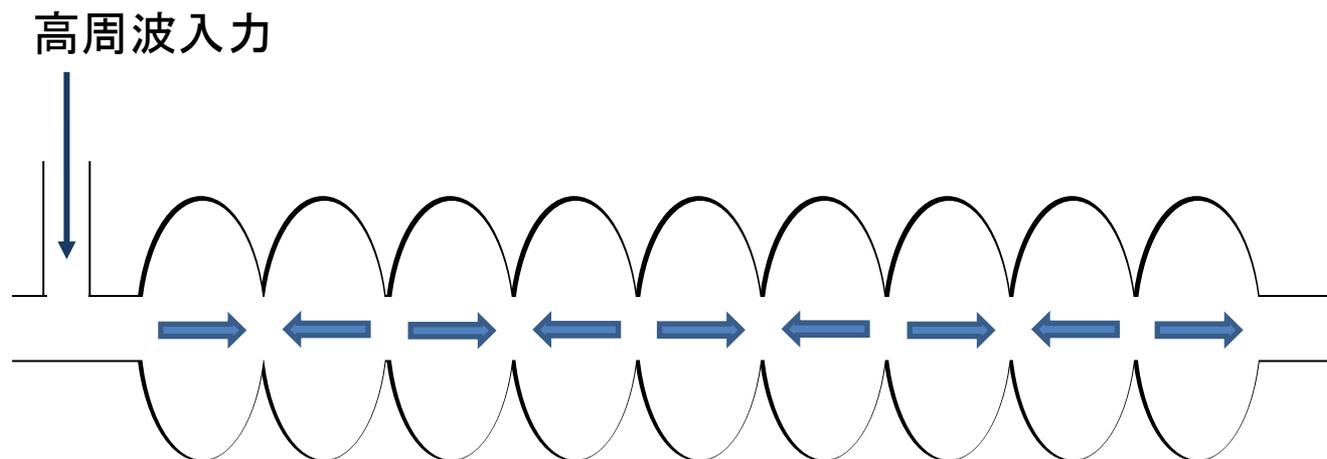


さらに高エネルギー(高速)では、

粒子が空洞を通過する時間 < 周期 ÷ 2



多セル空洞



ビームの輸送と収束

磁場により荷電粒子の軌道を制御する

なぜ電場でなく磁場なのか？

$$\vec{F} = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})$$

電場

$$F[N] = q[C] E[V/m]$$

磁場 (高エネルギー, $v \approx c$)

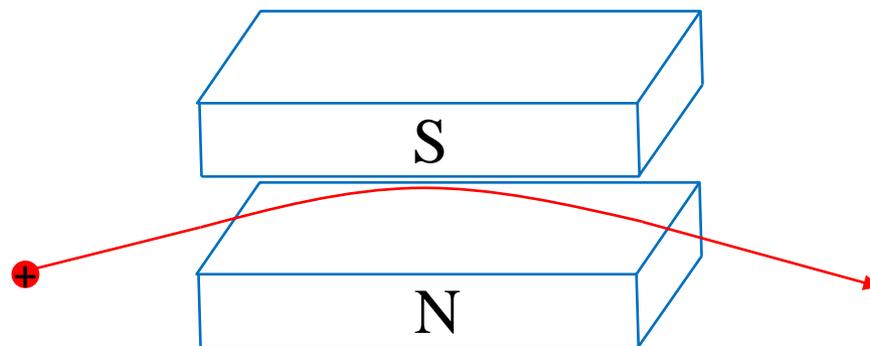
$$\begin{aligned} F[N] &= q[C] c[m/s] B[T] \\ &\approx 3 \times 10^8 \times q[C] B[T] \end{aligned}$$

1 T の磁場と 3億 V/m の電場が同等

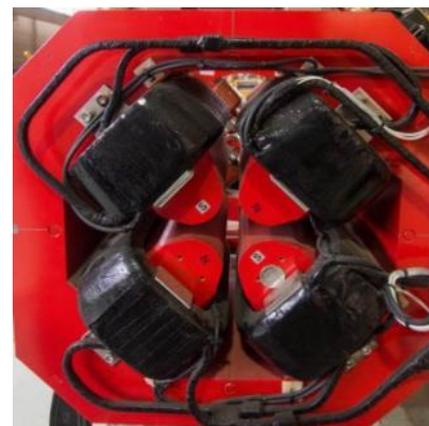
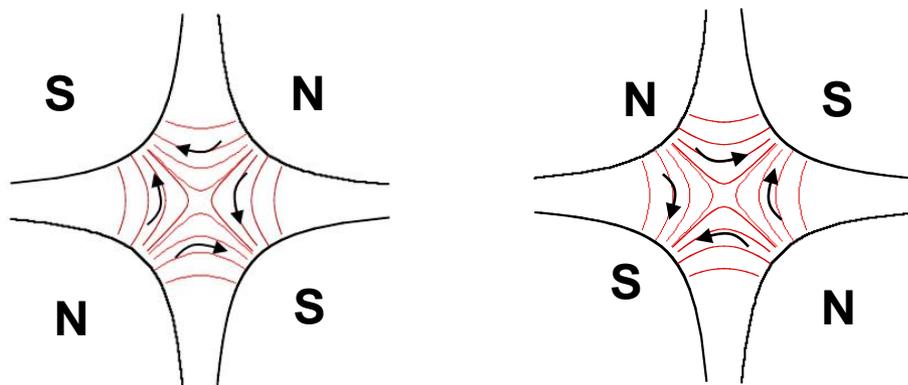
ビームの輸送と収束

磁場により荷電粒子の軌道を変える

偏向磁石（2極磁石）



4極磁石による収束（凸・凹レンズ）

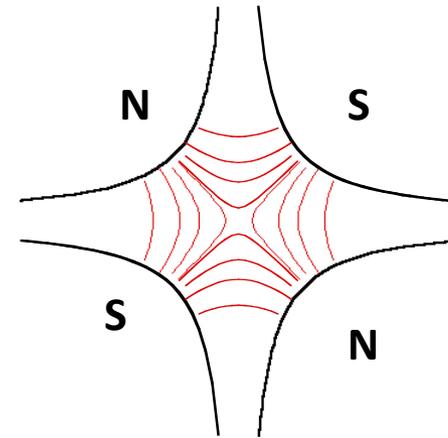


4極磁場

$$\begin{array}{l} B_x = gy \\ B_y = gx \end{array} \longrightarrow \begin{array}{l} F_x = -ecgx \\ F_y = ecgy \end{array}$$

gradient g

x: 水平方向
y: 垂直方向
z: ビーム軸方向



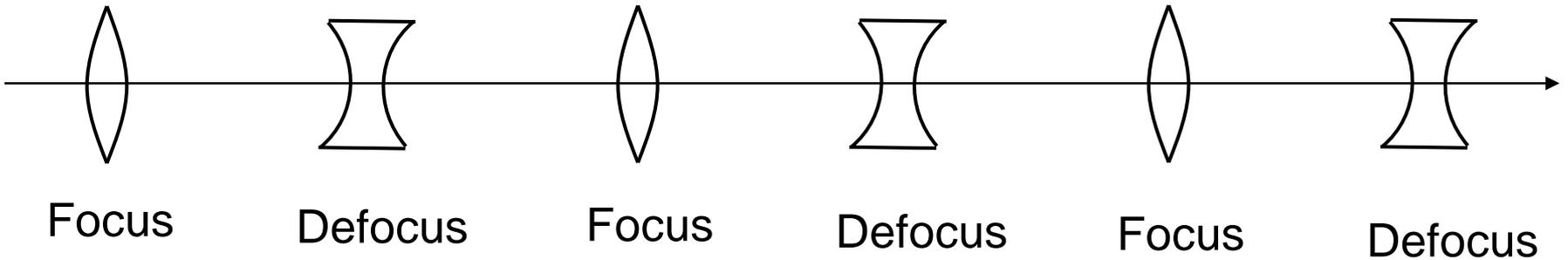
粒子は位置のずれに比例した力を受ける

収束 又は 発散

ビームの輸送の例

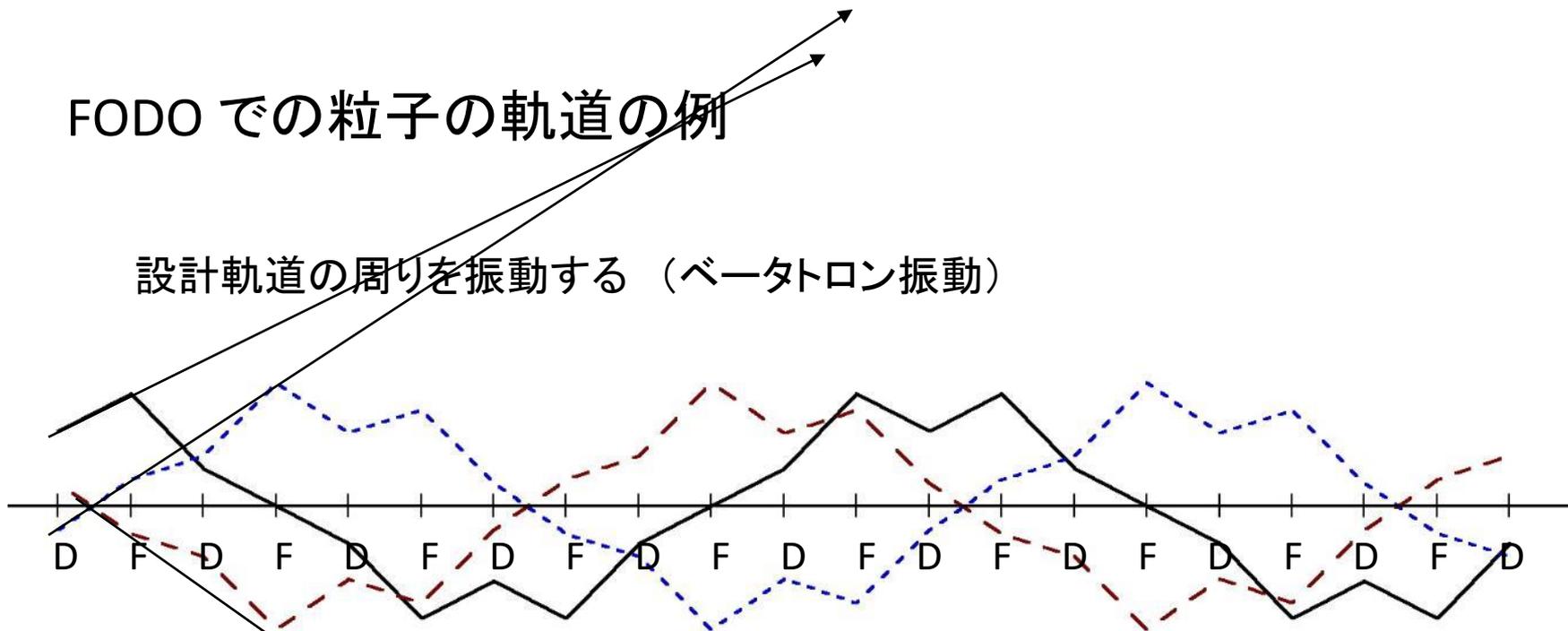
FODO の繰り返し (Focus – Open – Defocus - Open)

4極磁石とその間の長いドリフト空間



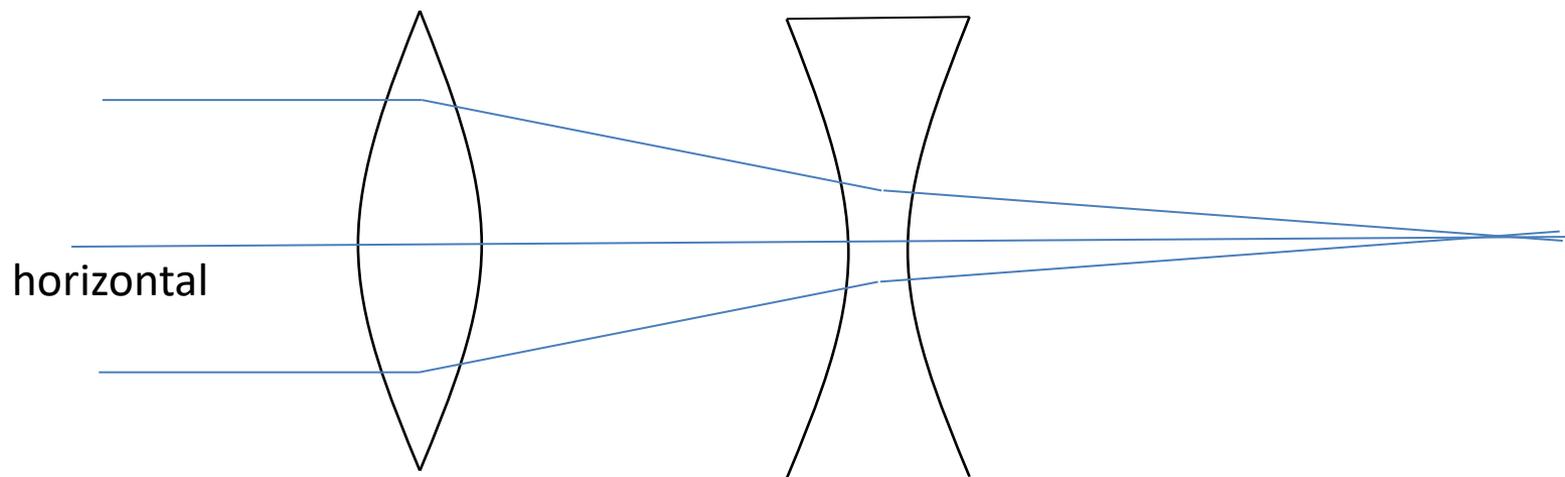
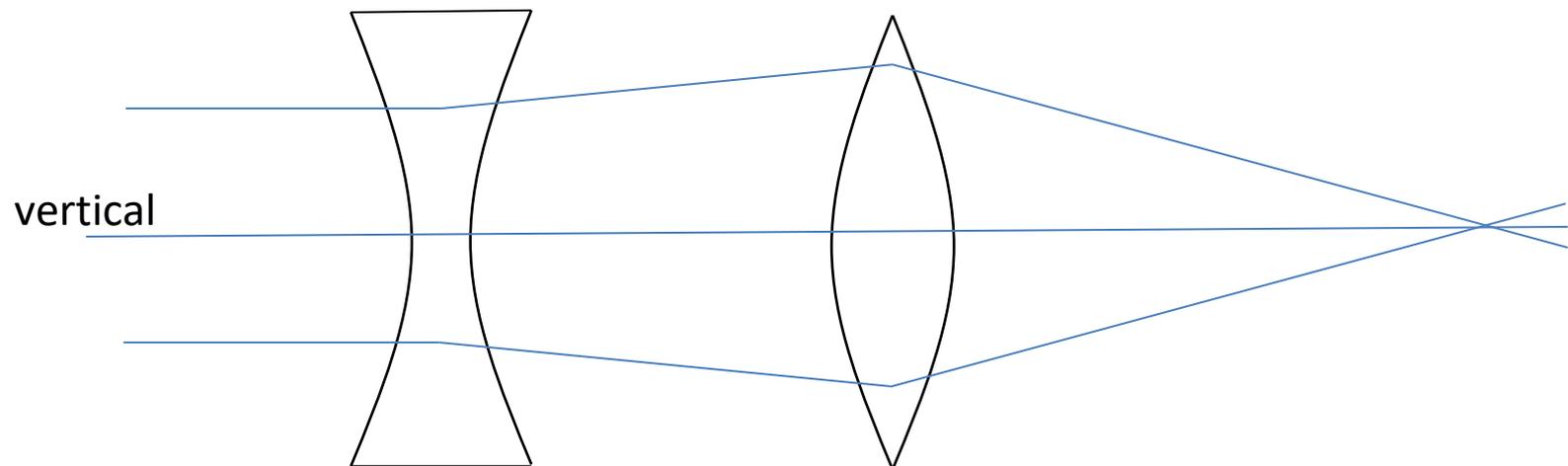
FODOでの粒子の軌道の例

設計軌道の周りを振動する（ベータatron振動）



磁場が無ければ発散してしまう

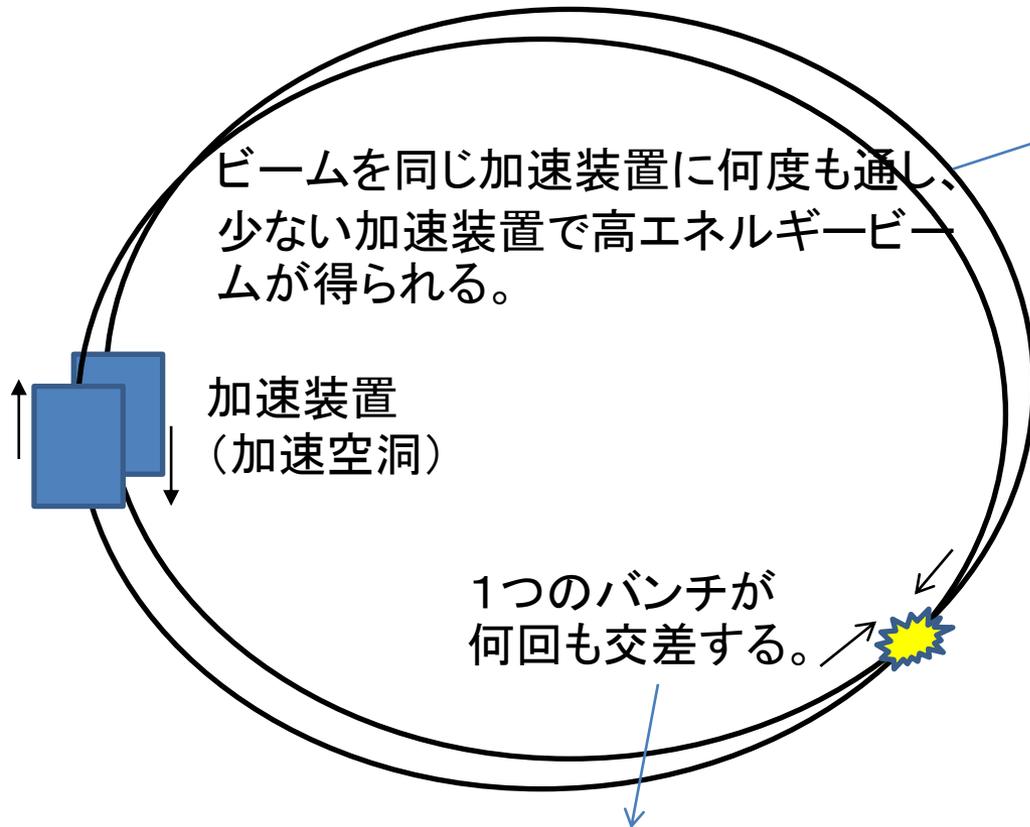
4極磁場によるビームの収束（後述）



ILC はなぜ「リニア」にするのか？

円形コライダーの利点？

円形コライダーの限界



ビームエネルギーが高くなると、放射による損失が急激に増大(E^4)。半径を大きくしないとエネルギーを上げられない。

ある程度のエネルギー以上では、直線にした方が安上がりになる。

一回だけでも、バンチを高密度にすることで、ルミノシティを上げることができる。

円形加速器の大きさと制動放射

半径は ビームエネルギー ÷ 磁場の強さに比例

$$\rho \propto \frac{E}{B} \quad E: \text{ビームエネルギー、} B: \text{磁場の強さ}$$

制動放射 (synchrotron radiation) によるエネルギー損失 (時間当り)
半径の2乗に反比例、 γ の4乗に比例。

$$P_\gamma \propto \frac{\gamma^4}{\rho^2} \quad \left(\gamma \equiv \frac{E}{mc^2} \right)$$

制動放射によるエミッタンス増大 (radiation excitation)

$$\gamma \varepsilon_x \propto \frac{\gamma^3}{\rho} \quad (\text{大雑把な関係})$$

円形加速器での制動放射

(半径一定では)

- エネルギー損失はビームエネルギーの4乗に比例
- 規格化エミッタンスはビームエネルギーの3乗に比例

高エネルギーでは円形よりも線形加速器の方が有利

参考：陽子の場合

制動放射はほとんど問題にならない。 $P_\gamma \propto \frac{\gamma^4}{\rho^2}$ $\left(\gamma \equiv \frac{E}{mc^2}\right)$

$$\left(m_p/m_e\right)^4 \approx 10^{13}$$

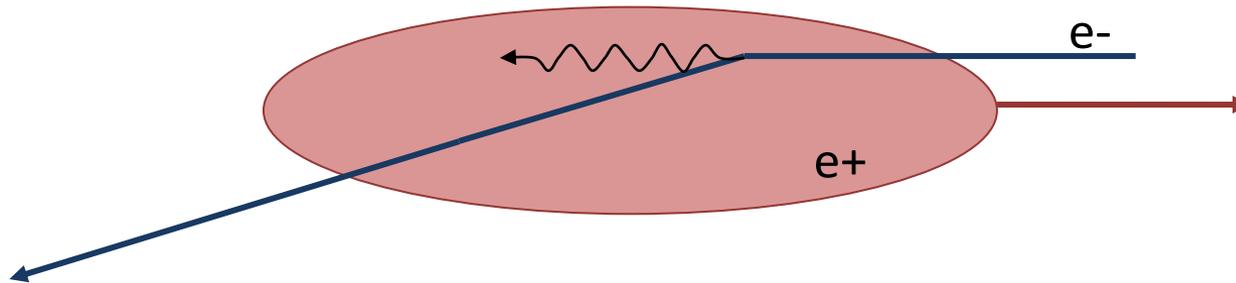
LHCも次のpp collider も円形

ビームエネルギー の上限は偏向磁石の磁場の強さで決まる

$$E \propto B\rho \quad E: \text{ビームエネルギー、} B: \text{磁場の強さ、} \rho: \text{半径}$$

「円形」と「リニア」のルミノシティ

Beam-Beam Force により エネルギー・方向が変わる



円形コライダーでは交差後のバンチを周回させ、何度も使う

- 高密度にするとビーム不安定・損失を引き起こす
- 交差一回当たりのルミノシティはあまり大きくできない
- 交差の頻度でルミノシティを稼ぐ

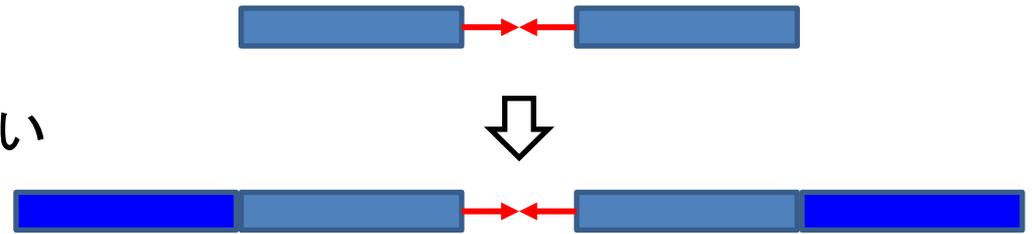
リニアコライダーでは交差後のバンチは捨てられる

- 交差の頻度は低い
- 高密度にして交差一回当たりのルミノシティを大きくする

エネルギーの upgrade

リニアコライダー

線形加速器を継ぎ足す
既存の施設は無駄にならない



加速空洞技術の進歩 → 加速電場を上げる

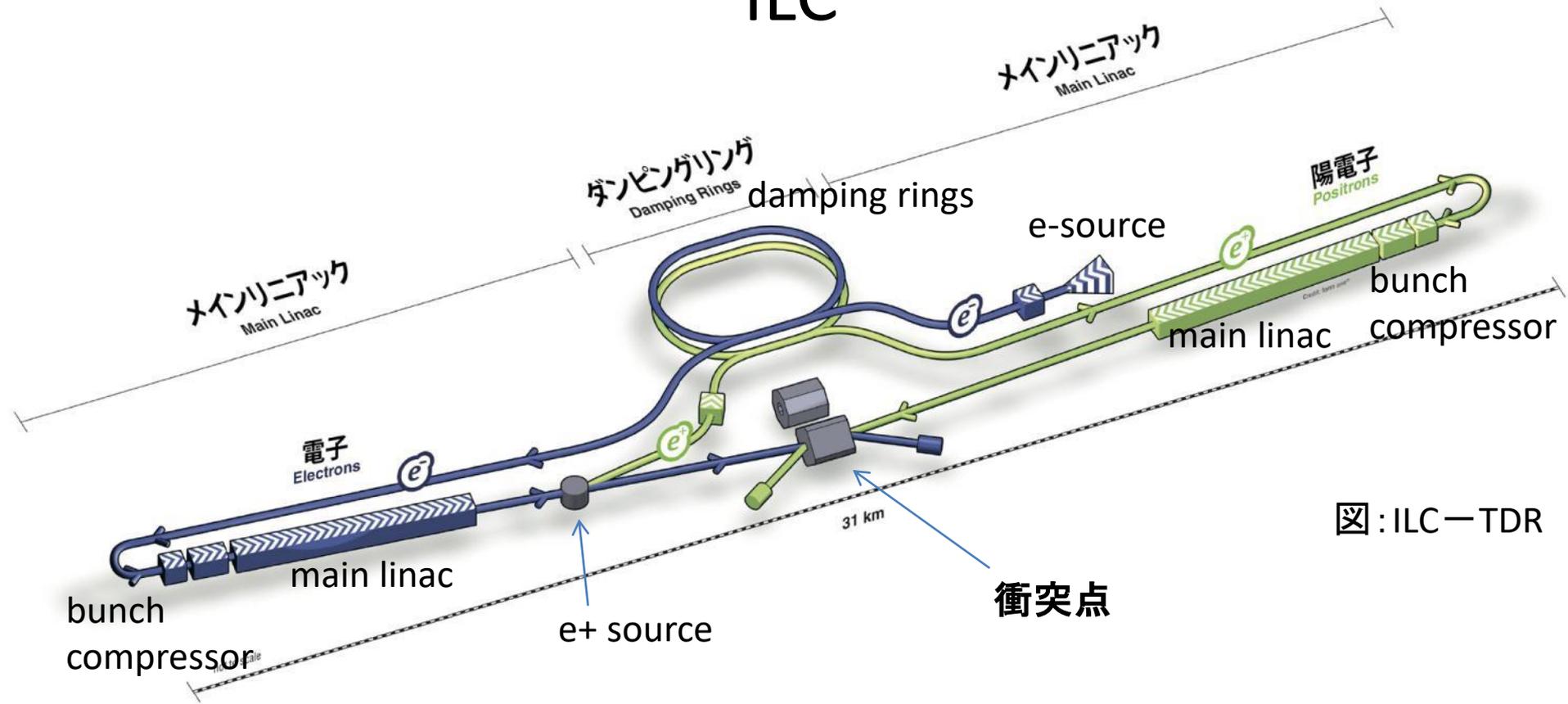
円形コライダー

ほとんど全て作り直し

エネルギー upgrade の可能性の観点から
リニアの方が良い

ILC 加速器の構成 (概略)

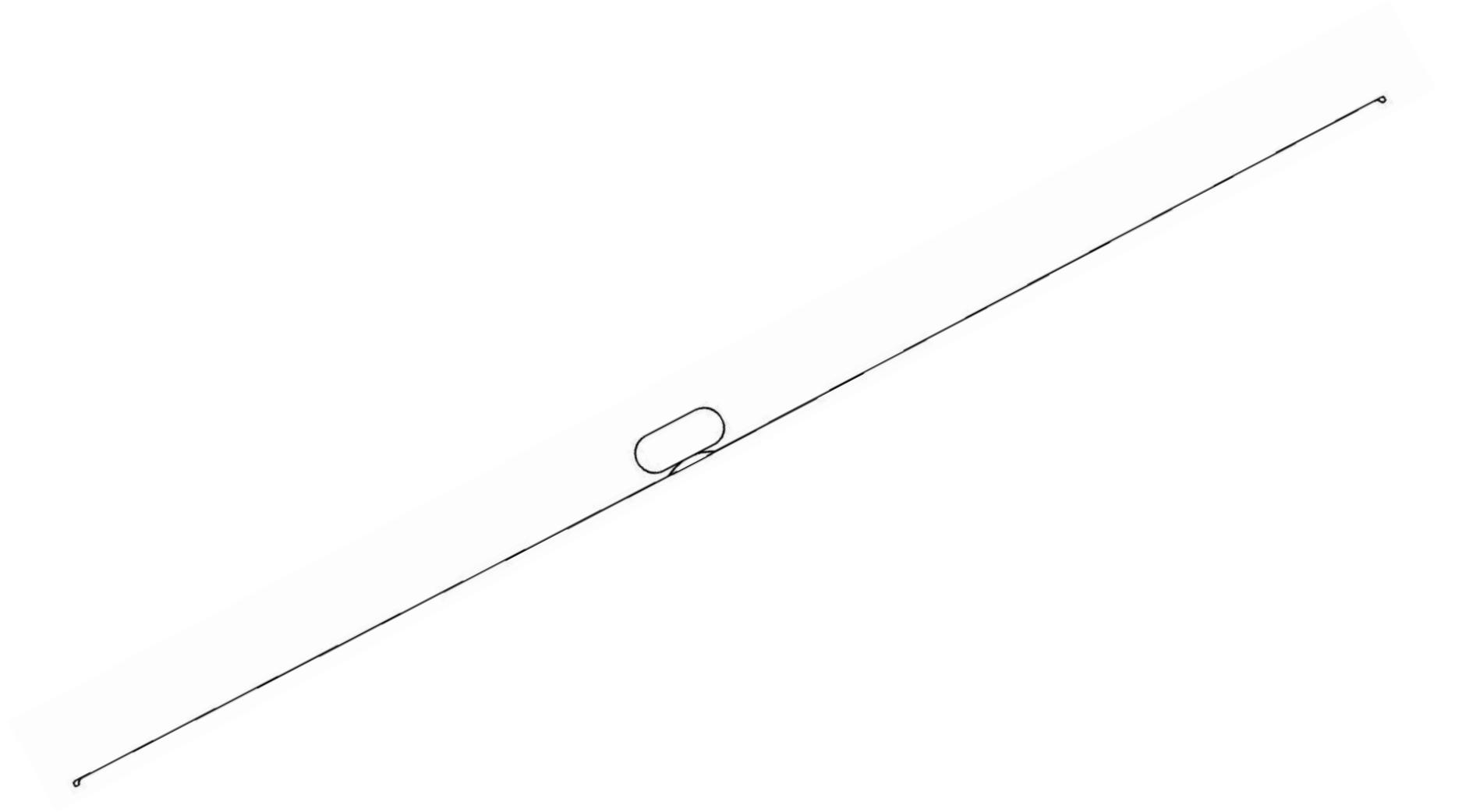
ILC



e- source → Damping ring → long transfer line → turn around → bunch compressor
 → Main linac (undulator for e+) → final focus system → collision → dump

photons → e+ source

e+ system is similar to e- system, except for the undulator



電子ビーム生成
バンチ当たり電子 $2E10$ 個
パルス当たり1300バンチ
パルスの繰り返し頻度 5Hz
偏極度 > 80%

ビームを高品質にする
(低エミッタンスビーム)

ダンピングリング
Damping Rings

加速 \rightarrow 5GeV

ビーム輸送

メインリニアック
Main Linac

陽電子生成

電子
Electrons

図: ILC-TDR

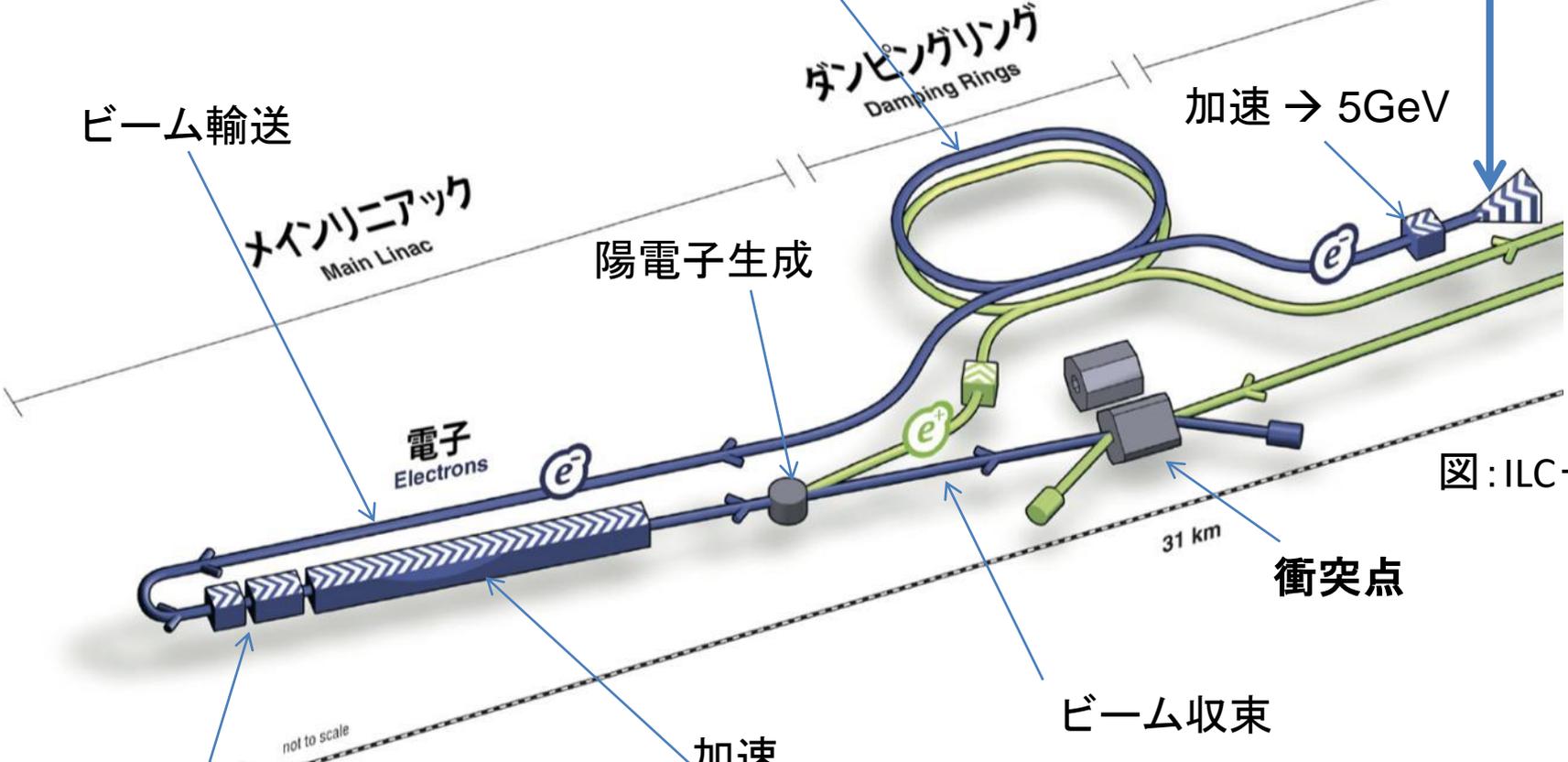
31 km

衝突点

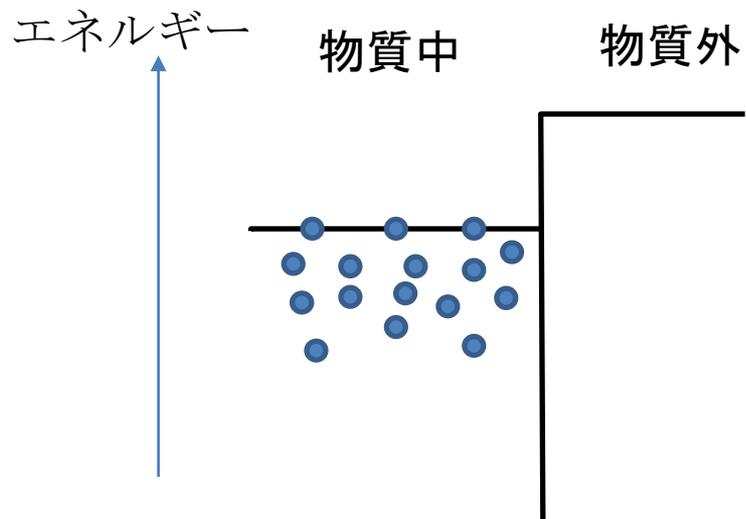
ビーム収束

加速
15 \rightarrow 90~250GeV

各バンチの長さを縮める
6 mm \rightarrow 0.3 mm (σ)



電子源



電子を物質中から取り出せばよいが

外の方が位置エネルギーが高いので

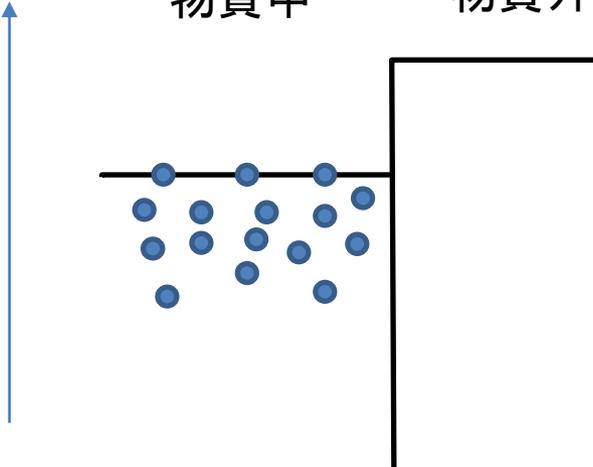
電子にエネルギーを与える必要がある

電子源

エネルギー

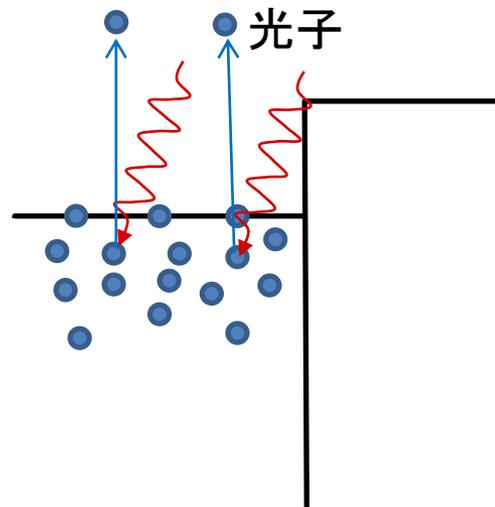
物質中

物質外



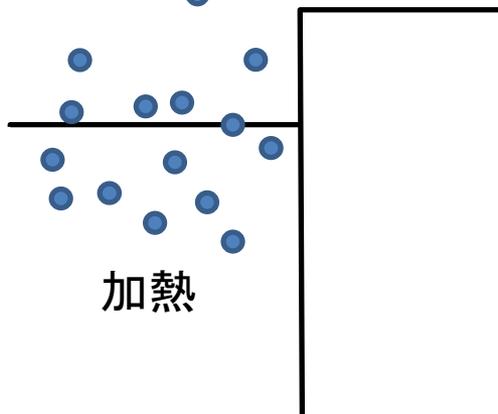
光電効果

光子



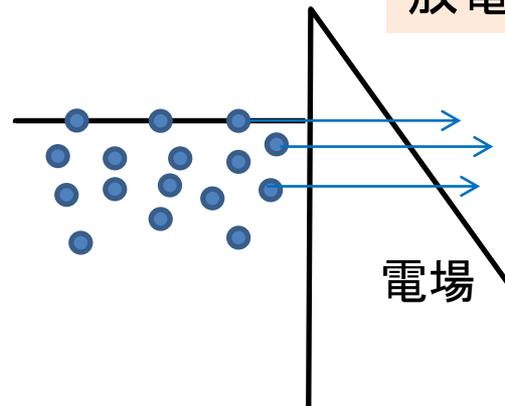
熱電子

加熱



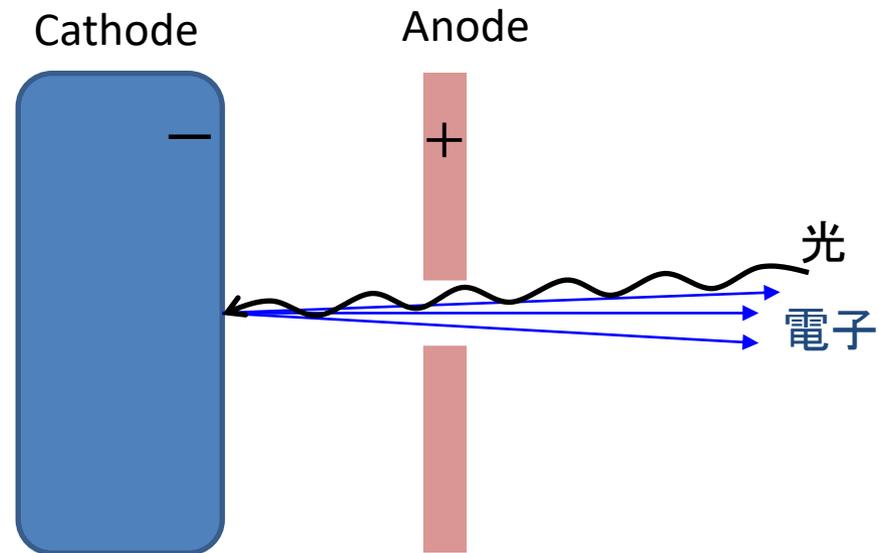
放電

電場



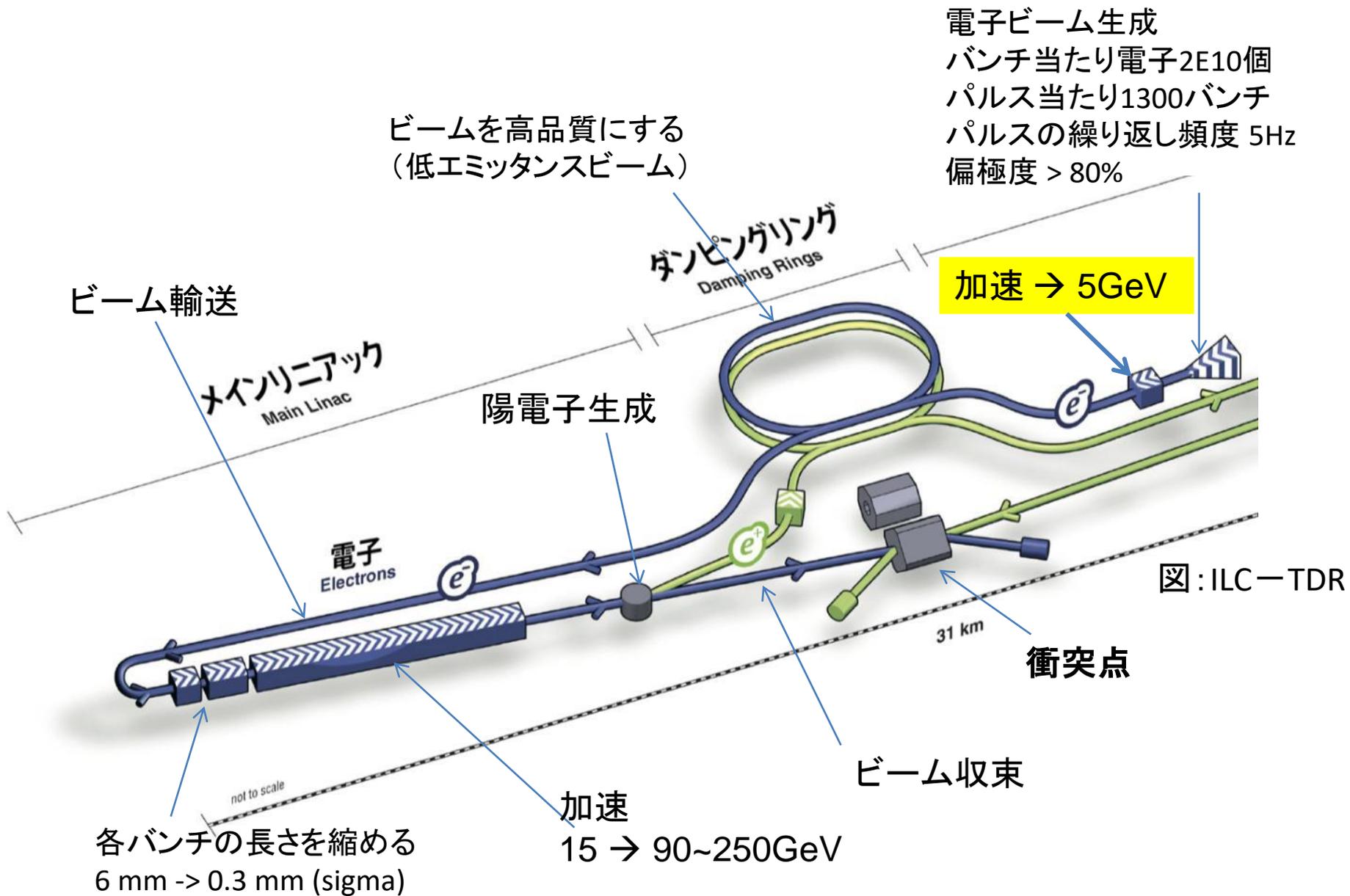
ILC 電子源

光電効果で出てくる電子を加速してビームとする



偏極ビームとするため、特殊な物質にレーザー光を当てる

特殊な物質： スピン状態によって電子のエネルギー準位が異なる



エネルギー圧縮

Damping Ring の acceptance
($(\pm 3.75\text{MeV}) \times (\pm 3.5\text{ cm})$)

5GeV 加速後のビーム
エネルギーの拡がりは厳しい
(特に陽電子)

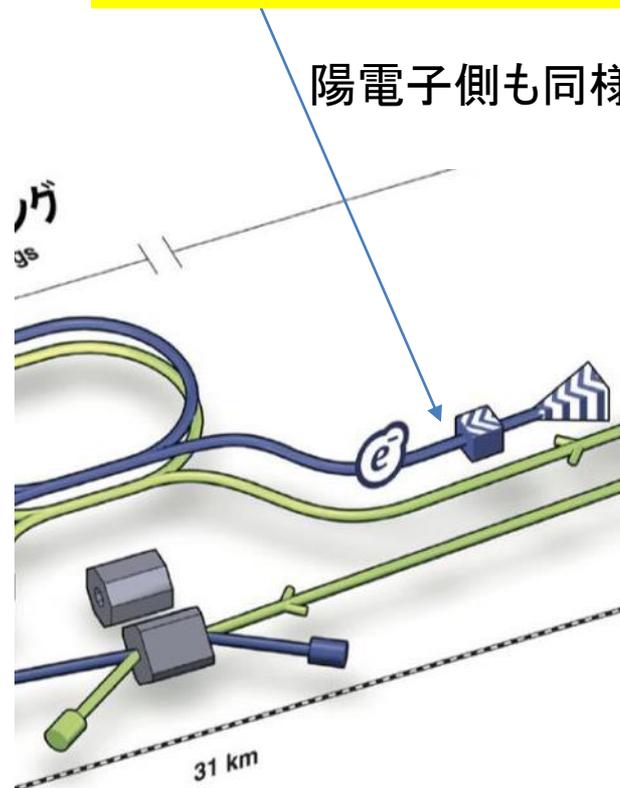
バンチ長には余裕がある

エネルギー圧縮 (Energy Compress)
エネルギーを圧縮
バンチ長は伸びる

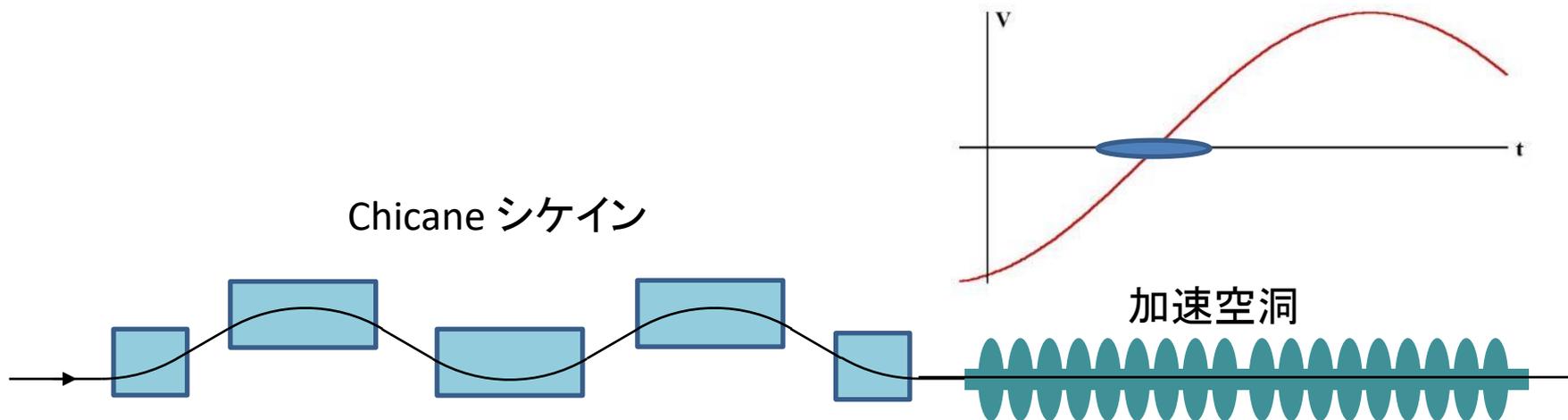
Longitudinal Emittance 保存される
(Energy Spread) x (Bunch Length) は一定

5GeV に加速した直後

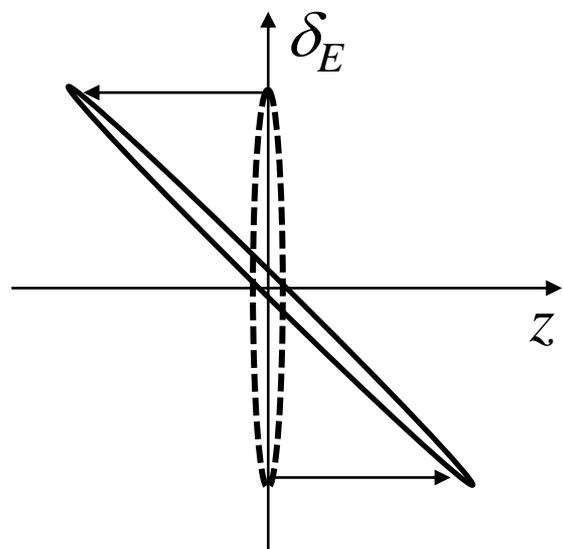
陽電子側も同様



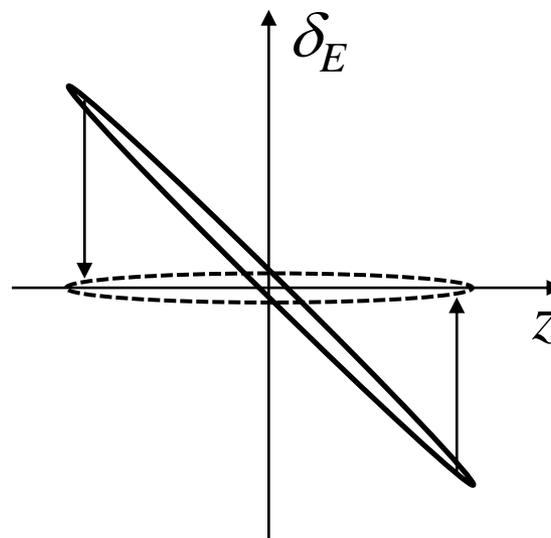
Energy compressor

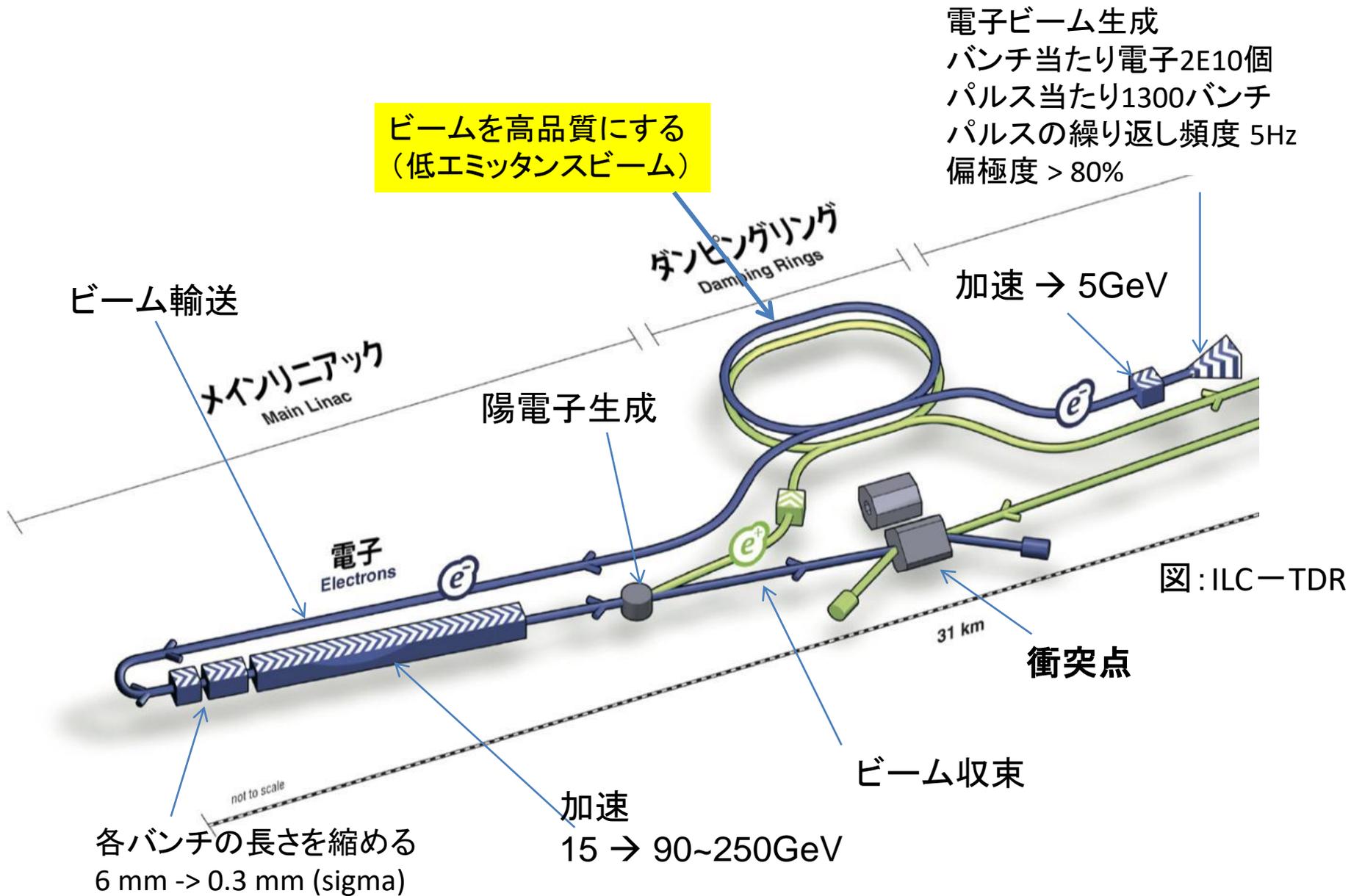


高エネルギーの粒子が進む



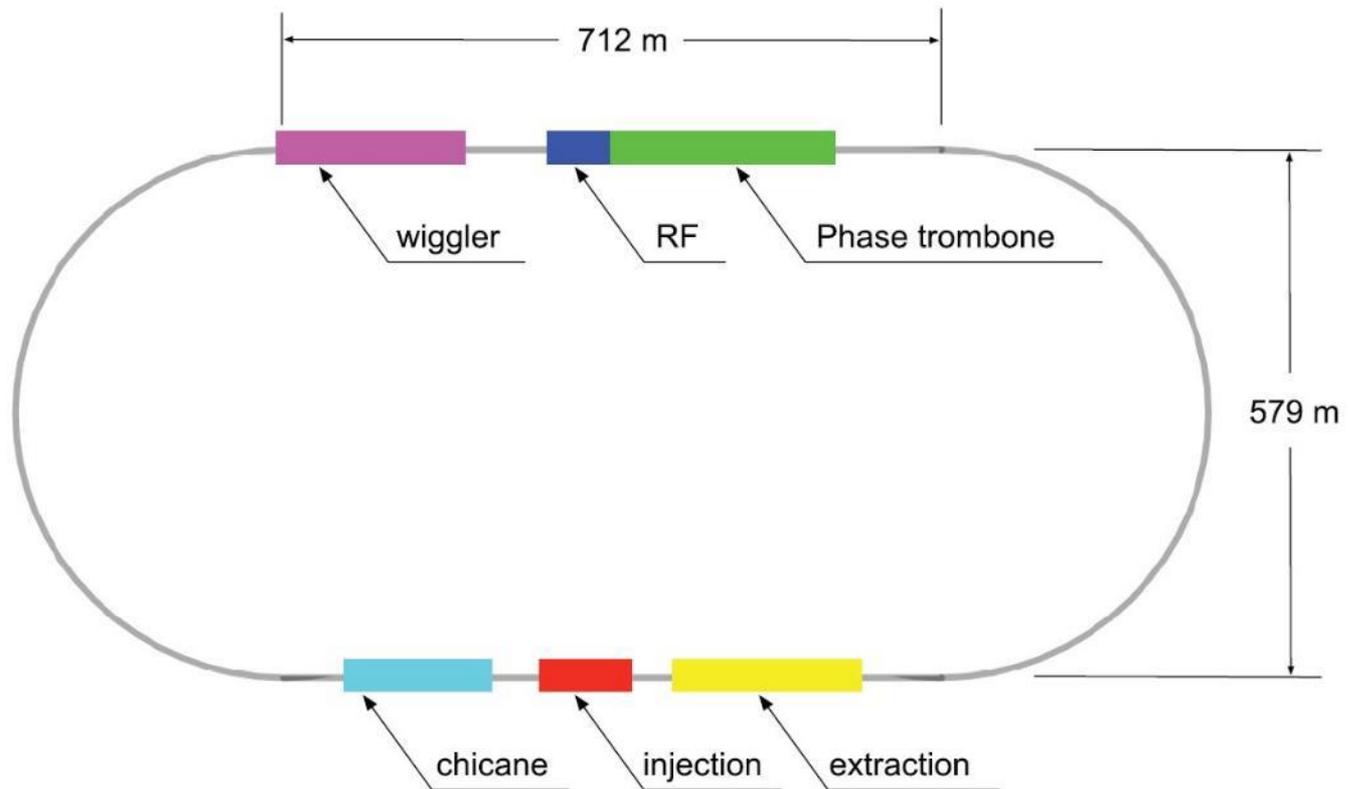
進んだ粒子が減速される





ダンピングリング

低エミッタンスビームの生成 (詳しくは後で)

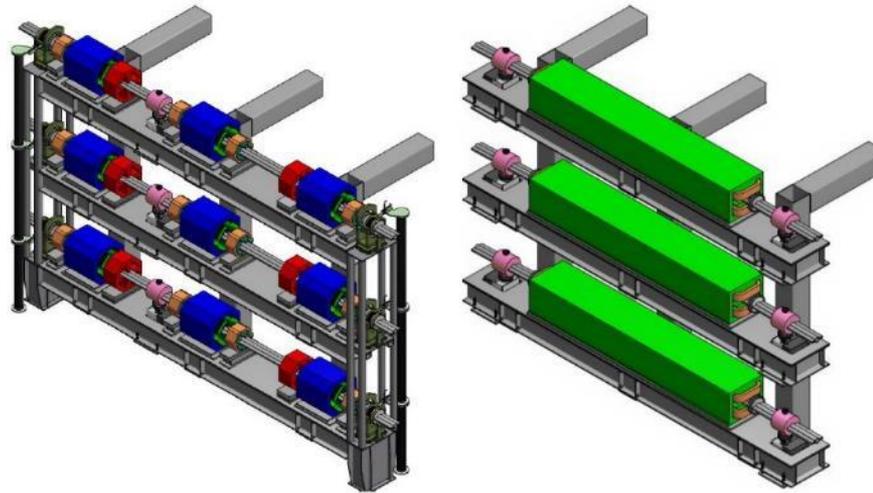


ダンピングリングは2階建だが、3階建まで可能

(陽電子)

電子

陽電子



陽電子リングの電子雲 (Electron cloud) による
ビーム不安定性が問題となった場合のため

(正確な予測が難しい)

高速キッカーによるダンピングリングへの入射・取り出し

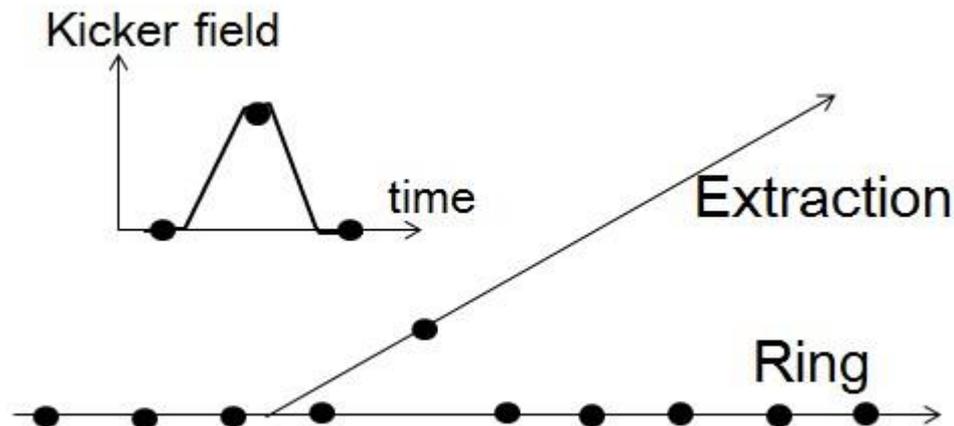
入射器・主加速器でのビームパルスの長さ: > 200 km バンチ間隔 150 m
(200 km のリングはダメ)

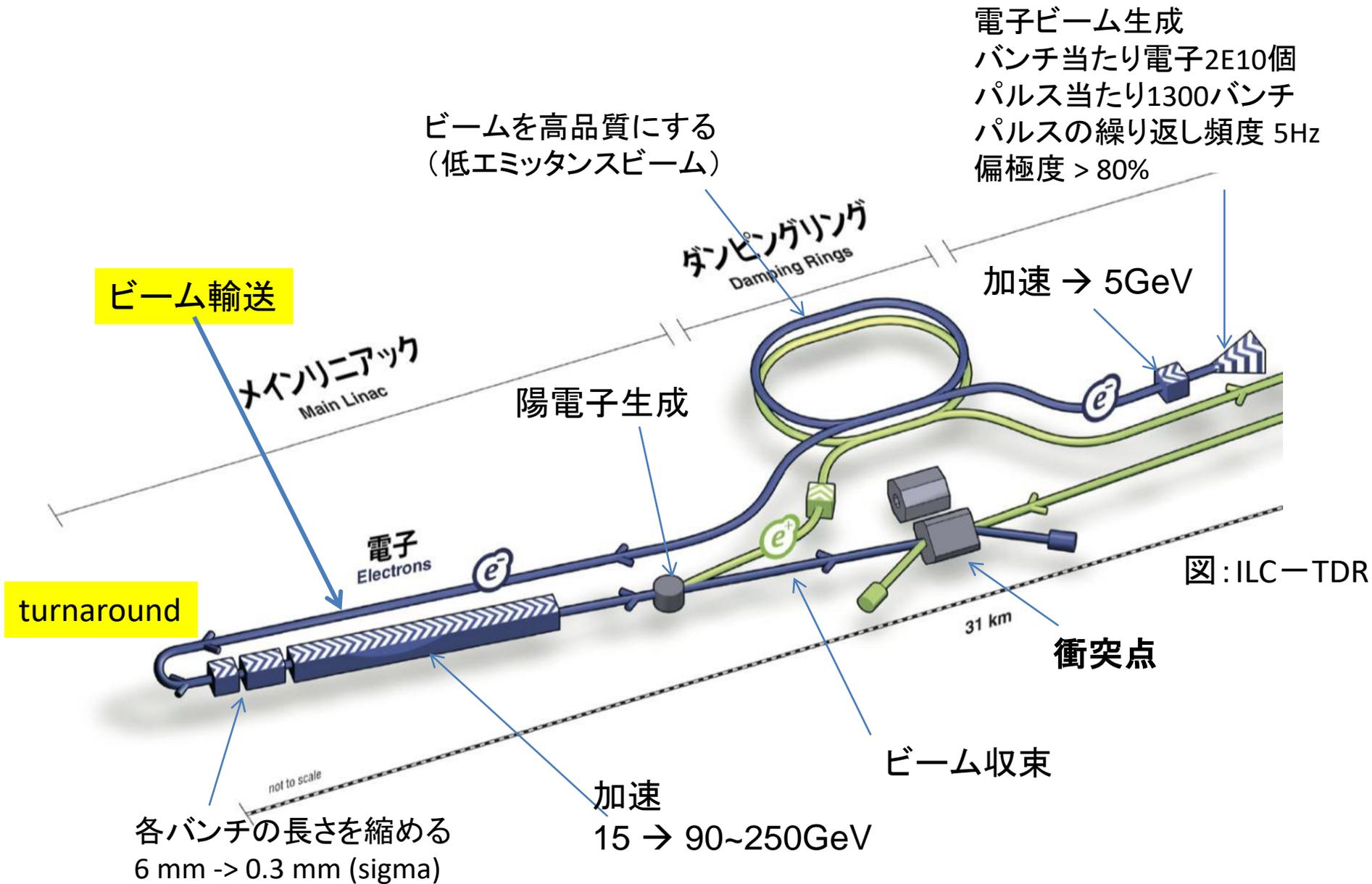
ダンピングリング周長 3km バンチ間隔 1.8 m

バンチ1個1個を高速キッカーで入射・取り出し

隣のバンチを蹴ってはいけない。

← キッカーの性能によりバンチ間隔の下限が決まる
(周長が決まればバンチ数の上限が決まる)

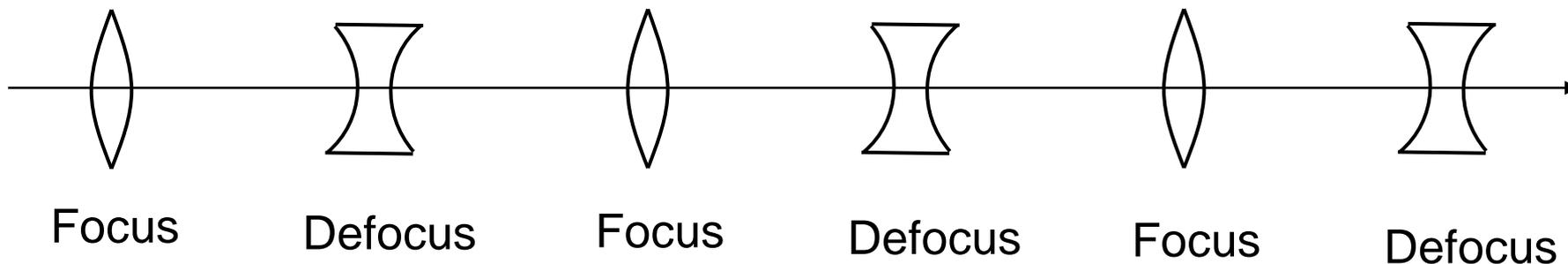


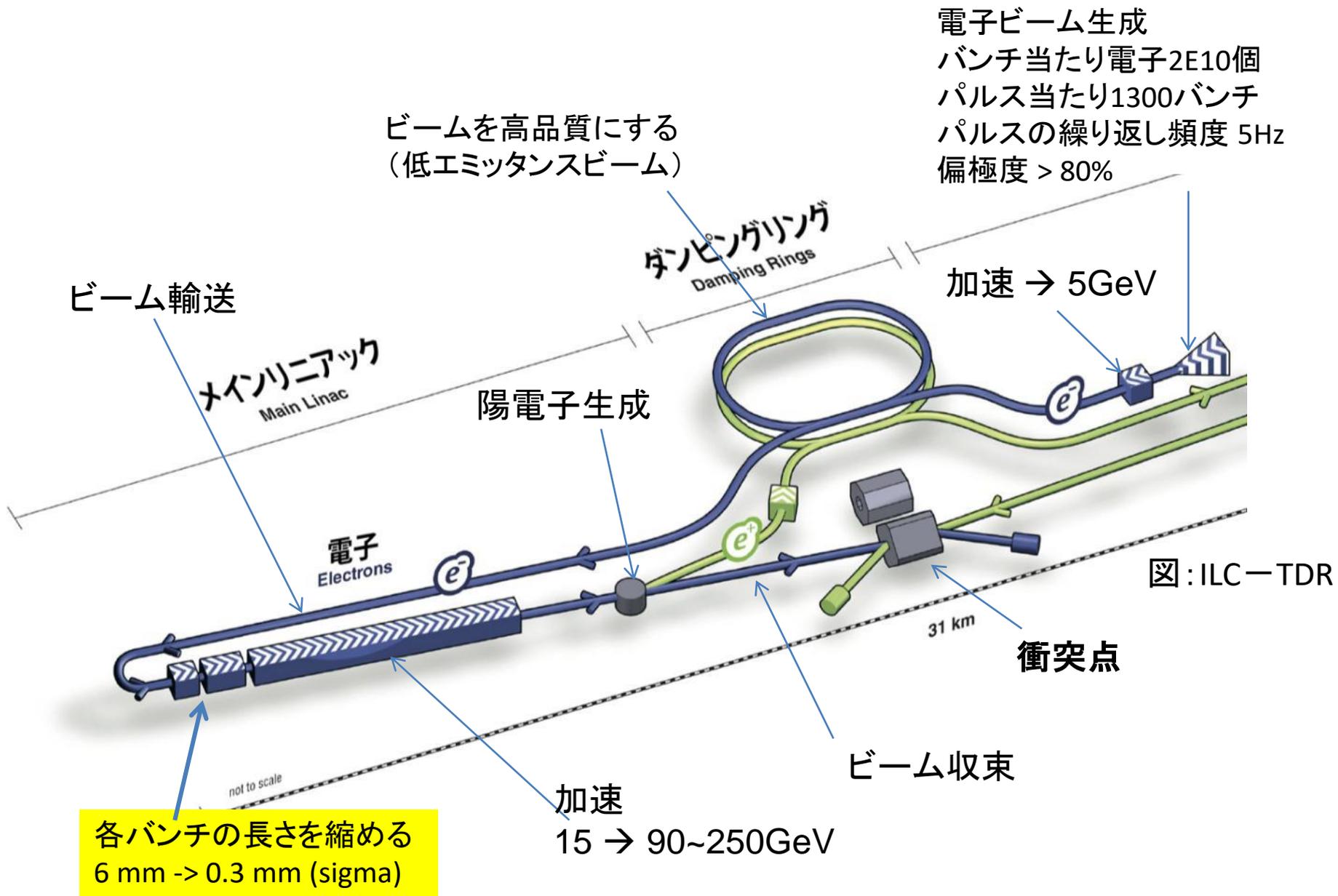


ビームの輸送 (Return Line)

FODO の繰り返し

4極磁石とその間の長いドリフト空間





Bunch compressor バンチ長圧縮

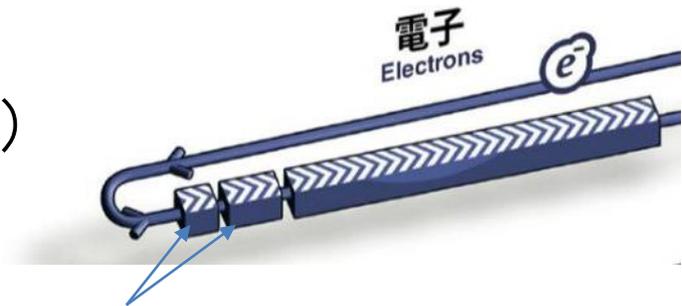
Damping Ring 内の平衡バンチ長 6 mm

衝突点でのバンチ長 0.3 mm
(主線形加速器でも 0.3 mm)

バンチ長圧縮 (Bunch Compress)

Energy Spread は増加

(エネルギー圧縮の逆)



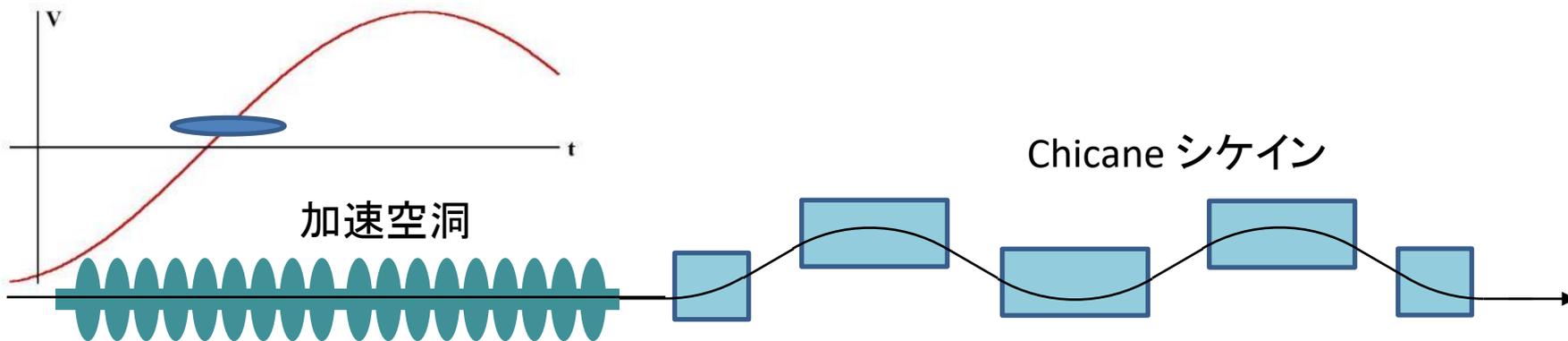
バンチを短くする理由

ルミノシティを大きく（砂時計効果）

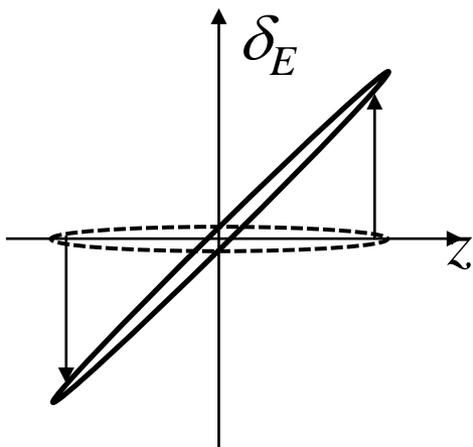
→ 後述

Bunch compressor (バンチ長圧縮)

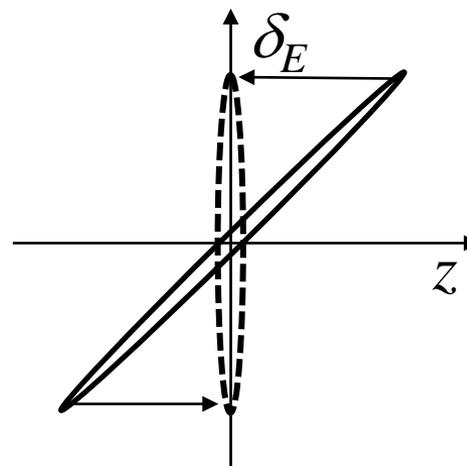
Energy compressor と順番が逆



後方の粒子が加速される



高エネルギーの粒子が進む



2段階でバンチ長圧縮

Energy Spread の大きいビームは

非線形の振る舞いが大きくなりコントロールしにくい

エミッタンス増大しやすい

Longitudinal Emittance 保存される

(Energy Spread) x (Bunch Length) は一定

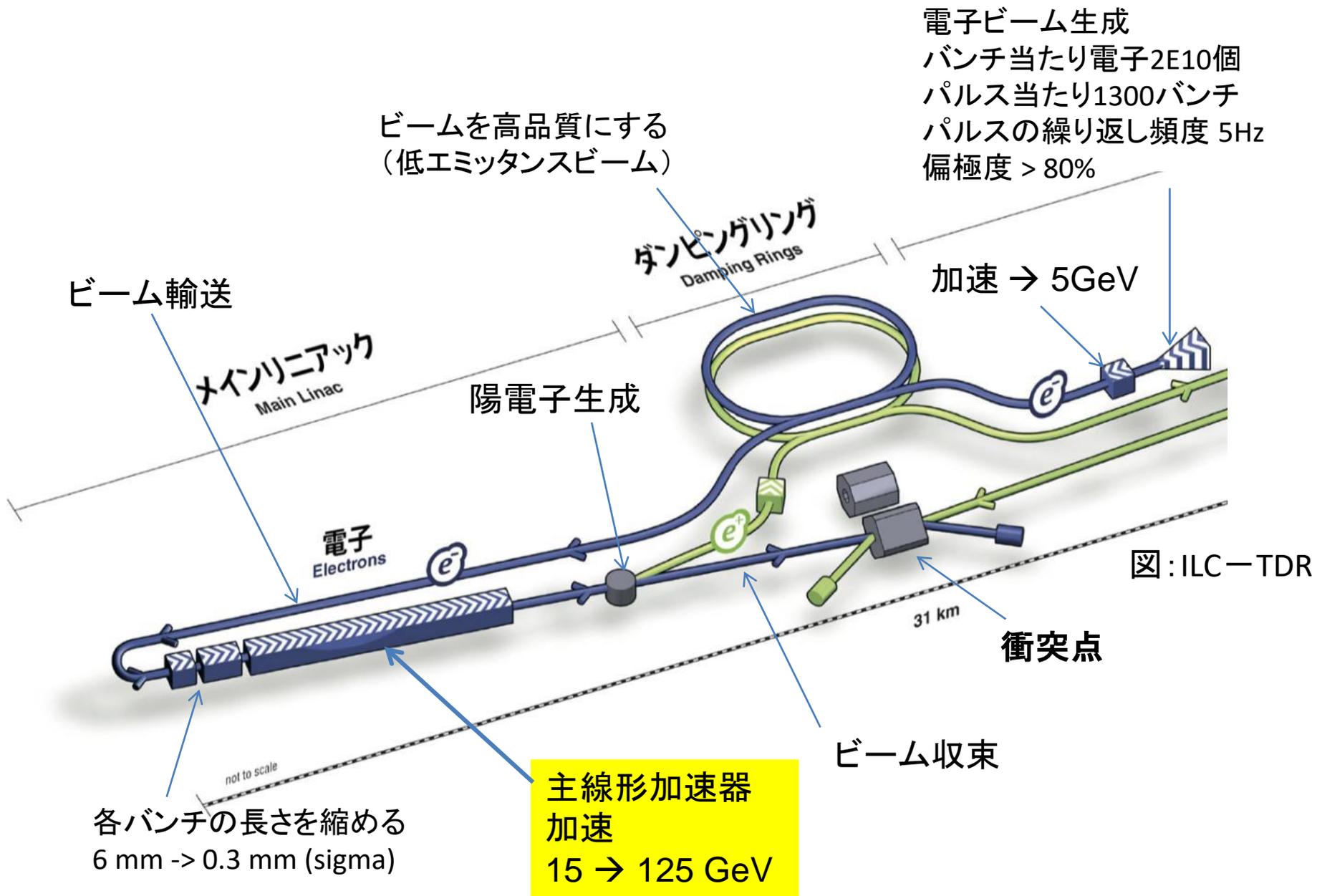
First Compressor: E 5.0 GeV, σ_z 6 mm, σ_E/E 0.1%

→ E 4.8 GeV, σ_z 0.9 mm, σ_E/E ~1%

Second Compressor

→ E 15 GeV, σ_z 0.3 mm, σ_E/E 1.1%

6 mm → 0.3 mm (基本設計値) 以外の可能性を残しておく



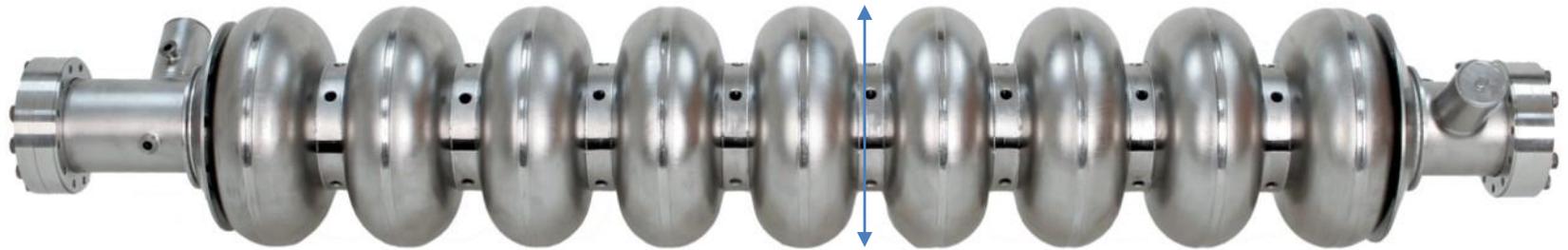
超伝導加速空洞

- ILCでは超伝導加速空洞を使用する。
- 超伝導：空洞壁での損失がほとんどない
 - エネルギー効率が良いはず

超伝導空洞

材質:ニオブ

~20 cm



~1m

Superconducting acceleration cavity Unit

of Cavity Unit : 14742

2 phase
line

Tuner
Motor

Input port

©Rey.Hori

Mechanical Tuner
(Blade Tuner)

Piezo Tuner

Helium tank

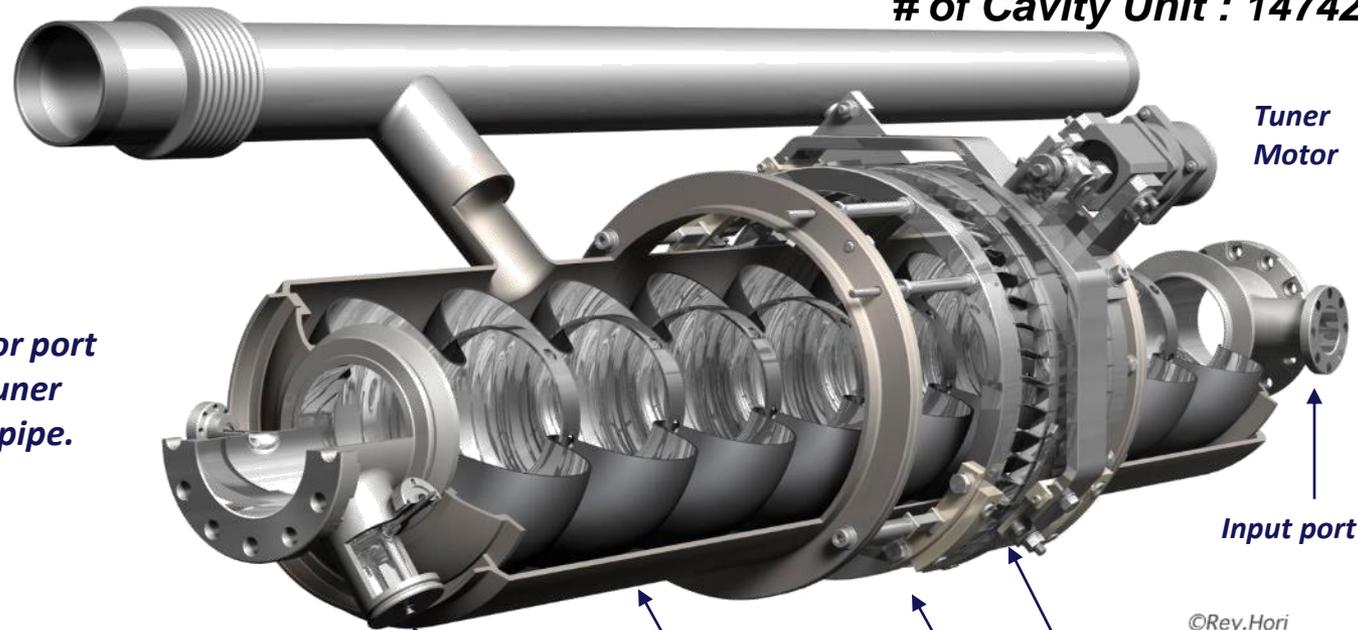
HOM coupler

1.3m

Superconducting acceleration cavity (Nb)

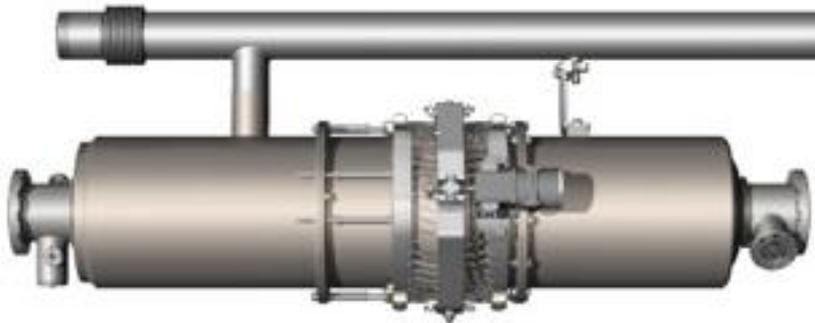
1.3GHz 9-cell, 1.247m length, operation gradient 31.5MV/m

Slide from H.Hayano

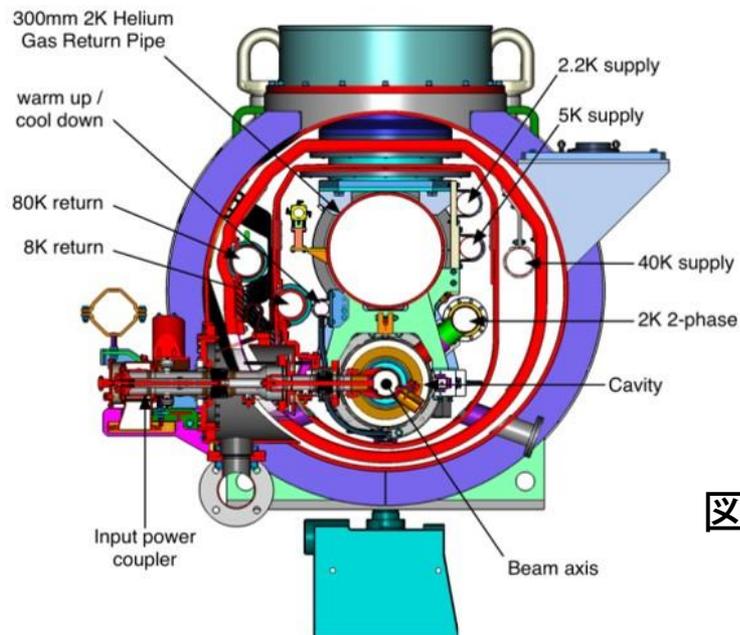
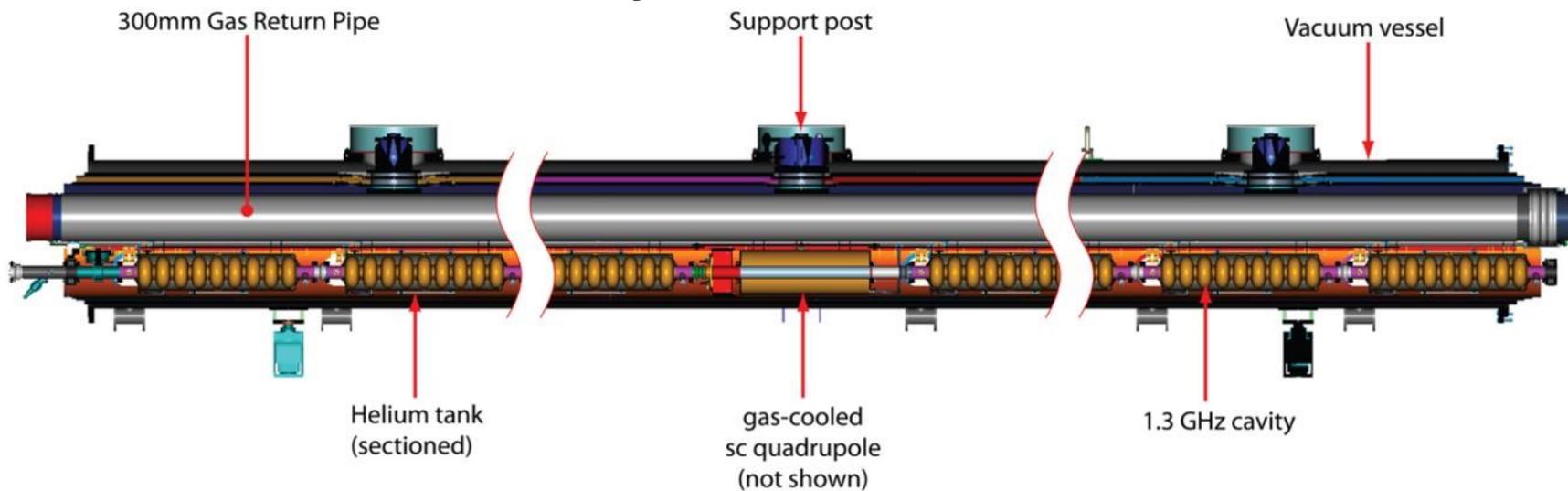


Cavity Unit parameters

- 9 cell TESLA-shape Nb cavity with input coupler port, two HOM couplers, one monitor port
- Mechanical Tuner with piezo tuner
- Helium tank with 2-phase line pipe.



Cryo-module

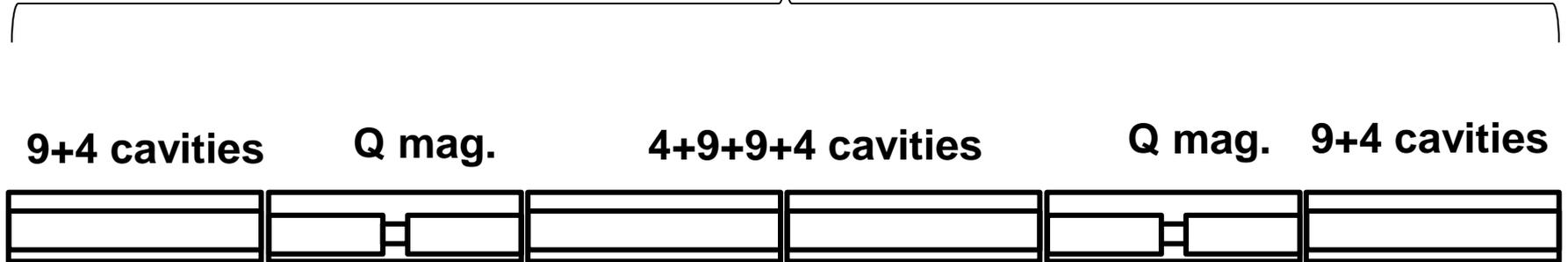


1台のクライオスタートに
8~9台の空洞が入る

☒ : ILC-TDR

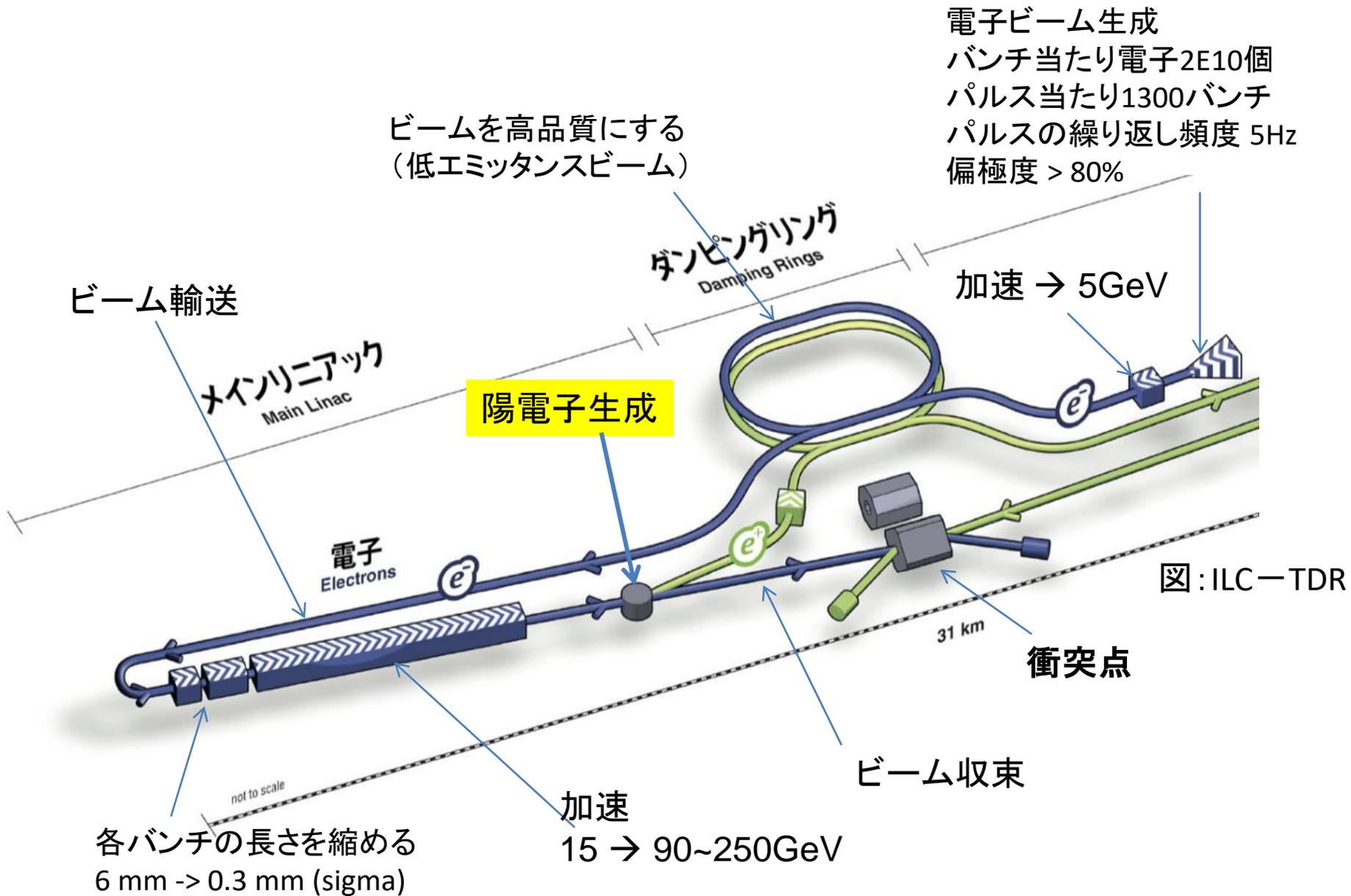
主線形加速器

1 FODO cell (52 Cavities)



1 RF unit (39 Cavities)

	Electron	Positron
Cavity	3666	3588
RF Unit	94	92
FODO Cell	70.5	69
Length	5490 m	5370 m



陽電子源

陽電子は電子と違って作らなければならない

アンジュレーター方式

- ガンマ線を金属標的に当て、電磁シャワーで生成される陽電子を集めてビームとする
- 数MeVのガンマ線：加速後、衝突前の電子ビームをアンジュレーターに通して作る
- 偏極ビームができる

電子ビーム駆動方式

- 電子ビームを標的に当て、電磁シャワーで生成される陽電子を集めてビームとする
- 電子側とは独立に運転できる

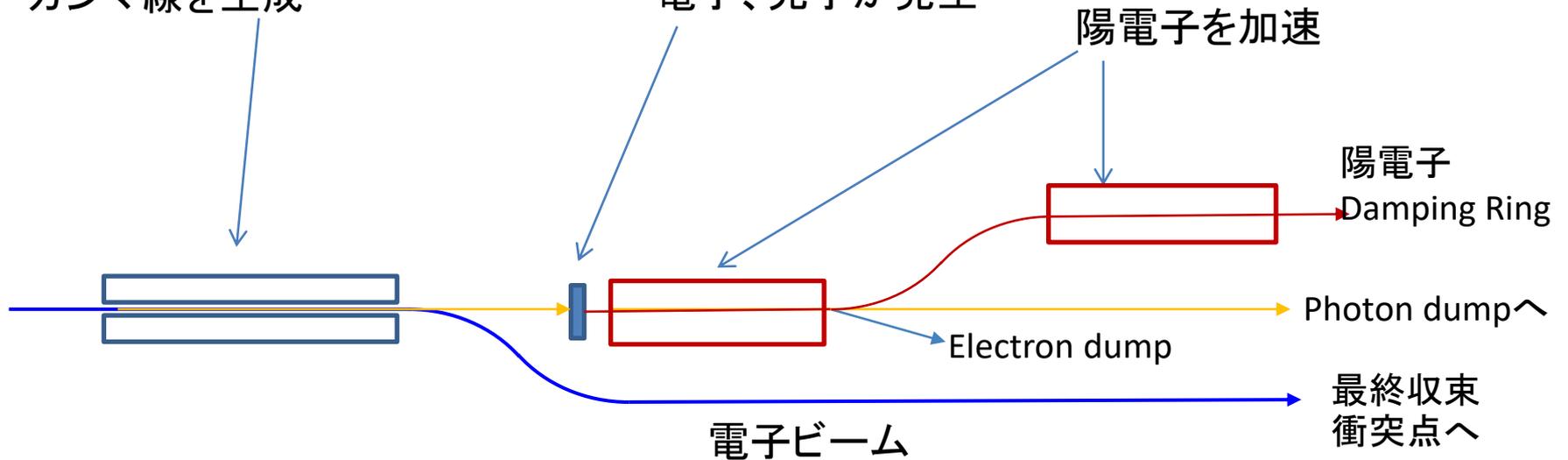
ILC 陽電子源 (アンジュレーター方式)

Undulator:

主加速器からの電子ビームを
磁場を使って螺旋運動させ
ガンマ線を生成

ガンマ線を金属ターゲット
に当てる。

電磁シャワーで陽電子、
電子、光子が発生



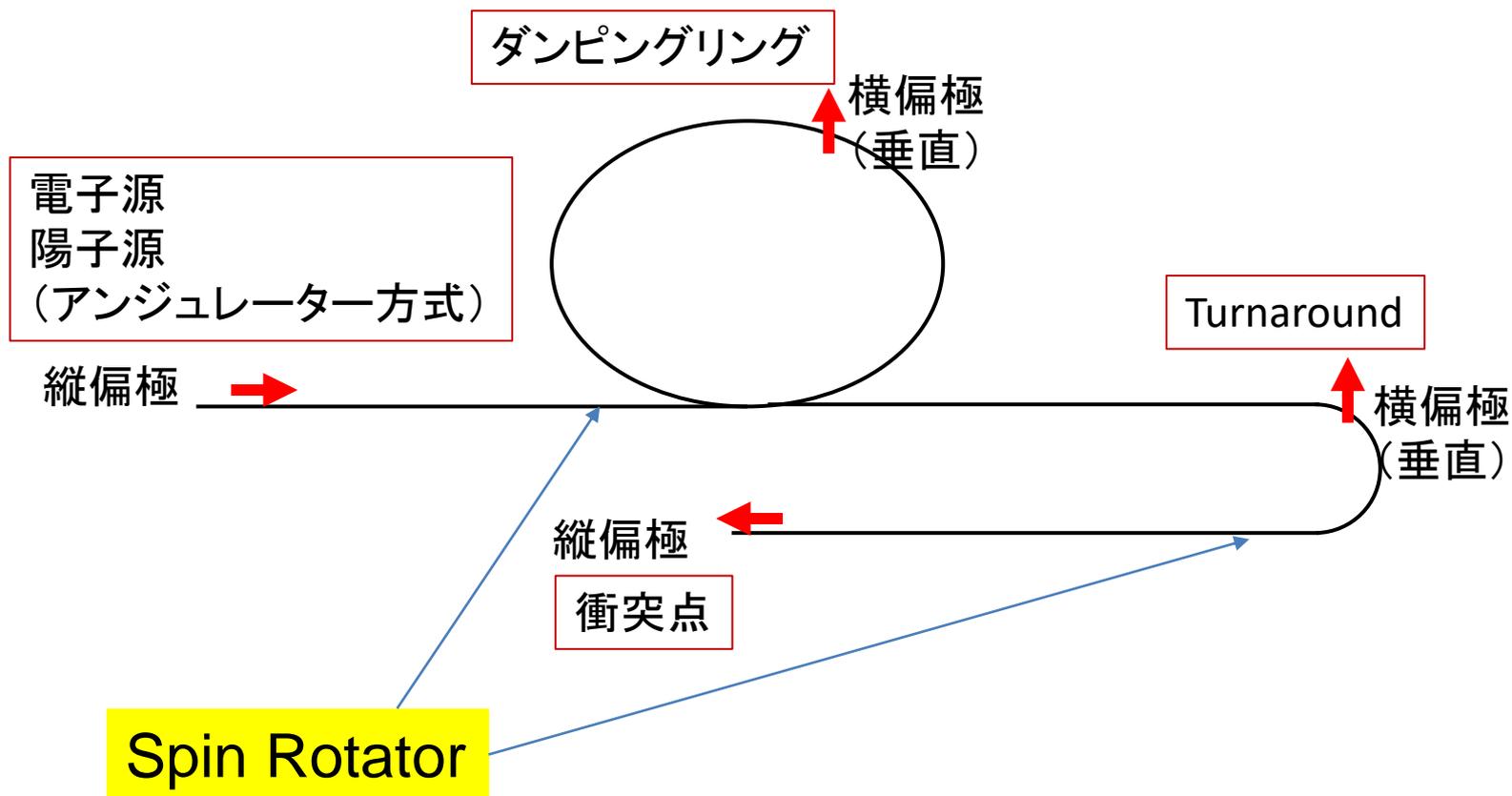
Undulator を通った電子ビームが
陽電子との衝突に使われる
(Undulatorでエネルギー損失2.6 GeV
エネルギー幅0.06%増加)

ILC 陽電子源

- 始めからアンジュレーター方式
- 電子駆動方式で始める
 - アンジュレーター方式を追加
 - アンジュレーター方式に置き換える
 - アンジュレーター方式はやらない

等の可能性はある？

スピン(偏極)の操作



スピンの方向の変化

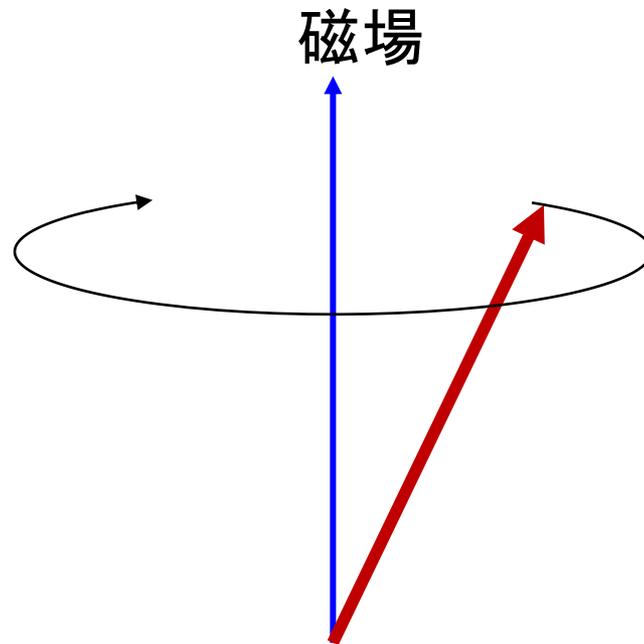
Thomas-BMT equation

$$\frac{d\vec{P}}{dt} = -\frac{e}{m\gamma} \left[(1 + G\gamma)\vec{B}_{\perp} + (1 + G)\vec{B}_{\parallel} + \left(G\gamma + \frac{\gamma}{\gamma + 1} \right) \frac{\vec{E} \times \vec{v}}{c^2} \right] \times \vec{P}$$

($G \approx 0.00115965$: 電子の異常磁気モーメント)

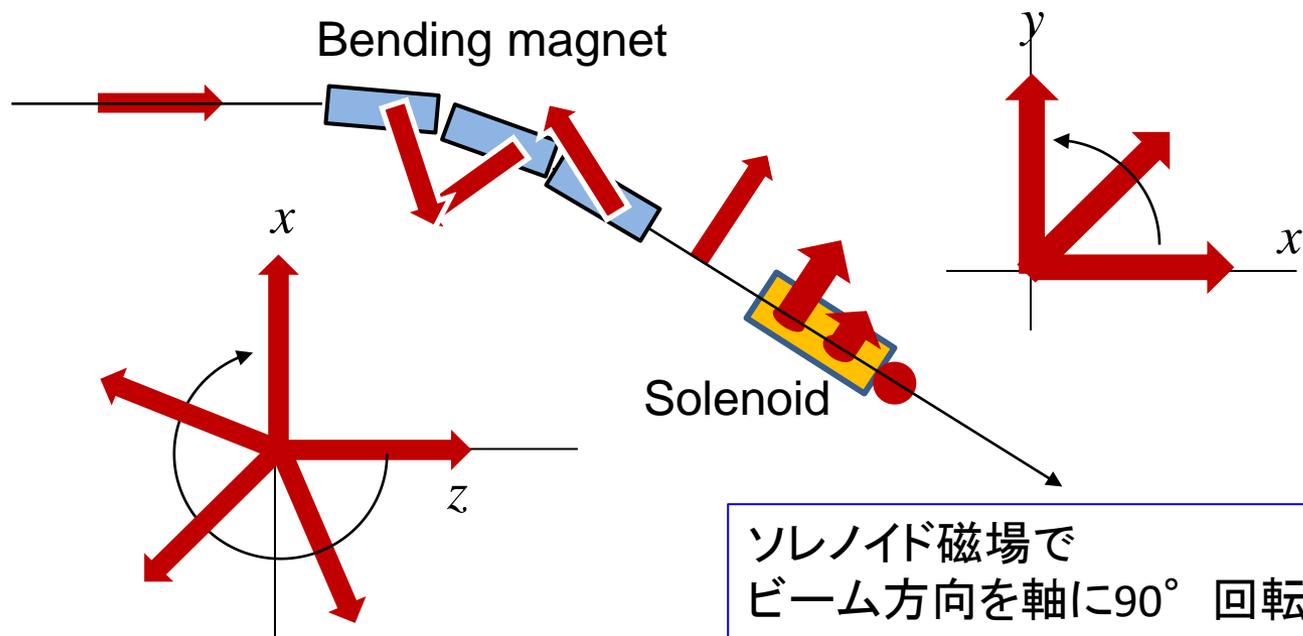
スピンの歳差運動

磁場の向きを軸にして回転する



Thomas-BMT equation は静止系での歳差運動
をローレンツ変換して得られる

縦偏極から垂直方向の偏極への回転 (Damping Ring 入射の前)



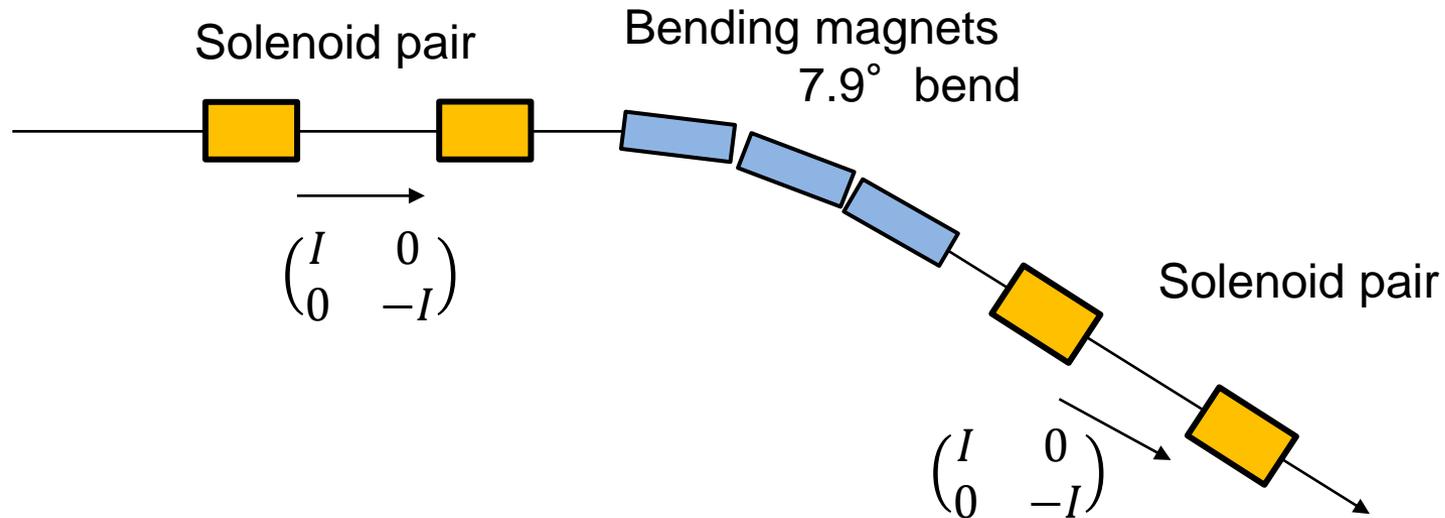
偏向磁石で軌道を 23.7° 曲げ
垂直方向を軸に 270° 回転

必要な 磁束密度 \times 長さ:
ビームエネルギーに依らない

ソレノイド磁場で
ビーム方向を軸に 90° 回転

必要な 磁束密度 \times 長さ:
ビームエネルギーに比例

垂直方向の偏極から縦偏極への回転 (Turnaround の後)



ダンピングリング前との違い (詳細はテキスト参照)

Solenoid pair

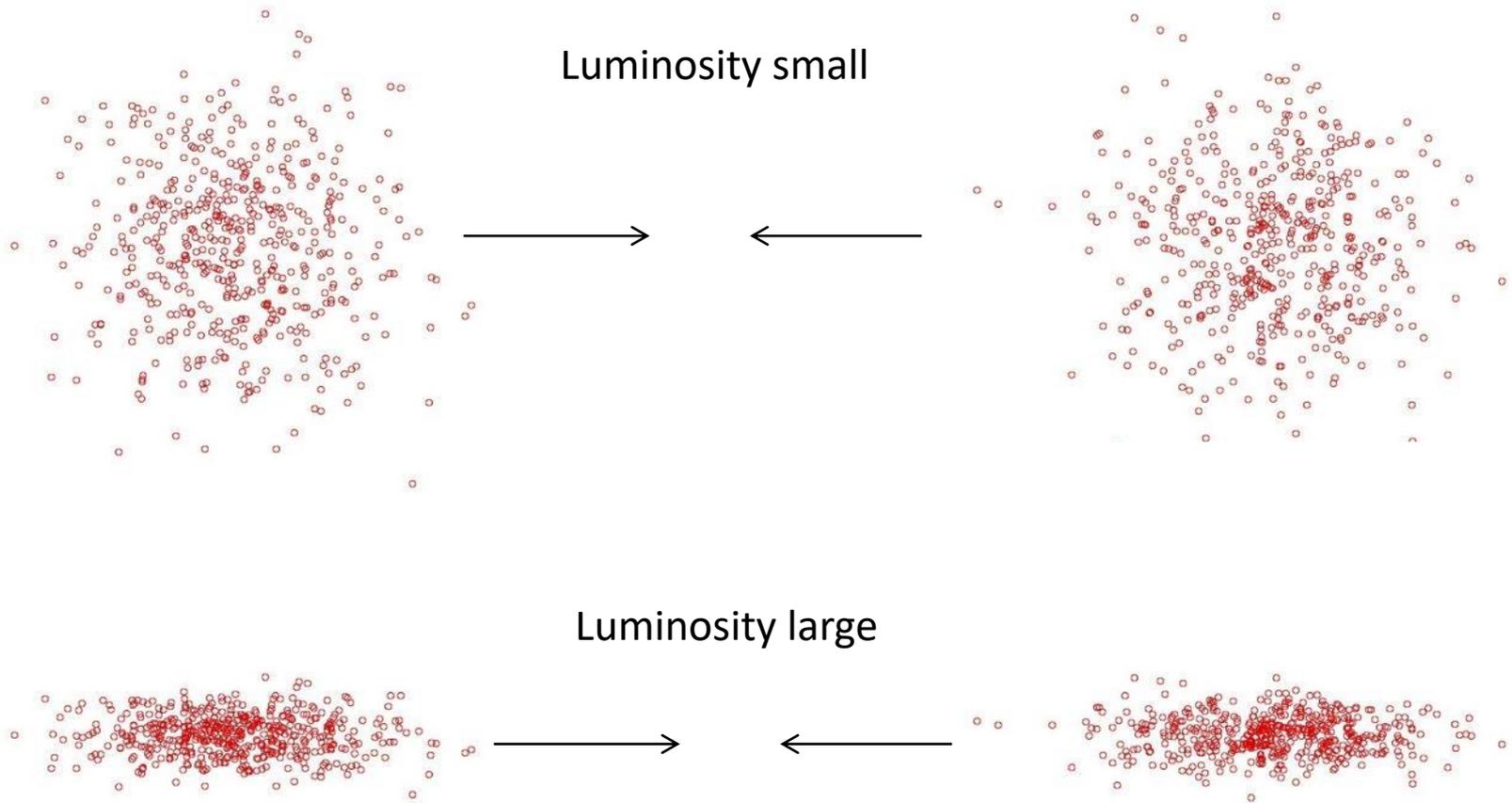
Bending の前後にSolenoid pair

ルミノシティとビームパラメータ

ルミノシティ

ある現象(反応)の発生する頻度

$$\text{ルミノシティ} \times \text{反応断面積} = \text{頻度}$$



実際には、ほとんどの粒子は興味ある反応を起こさず、
相手のビームをすり抜けてそのまま捨てられる

ルミノシティを数式で書く

Instantaneous Luminosity

$$L = \int dx^3 \rho_1(\vec{x}) \rho_2(\vec{x}) |\vec{v}_1 - \vec{v}_2|$$

$\rho_1(\vec{x})$ and $\rho_2(\vec{x})$: Densities of 1st and 2nd beams

\vec{v}_1 and \vec{v}_2 : Velocities of 1st and 2nd beams.

“rigid” (粒子の密度分布が変わらない) Gaussian バンチビームの平均ルミノシティ

$$\rho_{1,2}(\vec{x}) \propto \exp \left[-\frac{x^2}{2\sigma_x^{*2}} - \frac{y^2}{2\sigma_y^{*2}} \right]$$

$$L = \frac{N^2 n_b f_{\text{rep}}}{4\pi\sigma_x^* \sigma_y^*}$$

x: 水平方向
y: 垂直方向
z: ビーム軸方向

N : Number of particles per bunch

n_b : Number of bunches per time

f_{rep} : Repetition rate

$\sigma_{x(y)}^*$: Horizontal (vertical) RMS beam size

$$L \propto \frac{N^2}{\sigma_x^* \sigma_y^*}$$

ルミノシティはビーム軸に垂直な面での
ビームの面積に反比例する

ILC 衝突点でのビーム(バンチ)

垂直方向のサイズが極端に小さい
(1:70:40000)

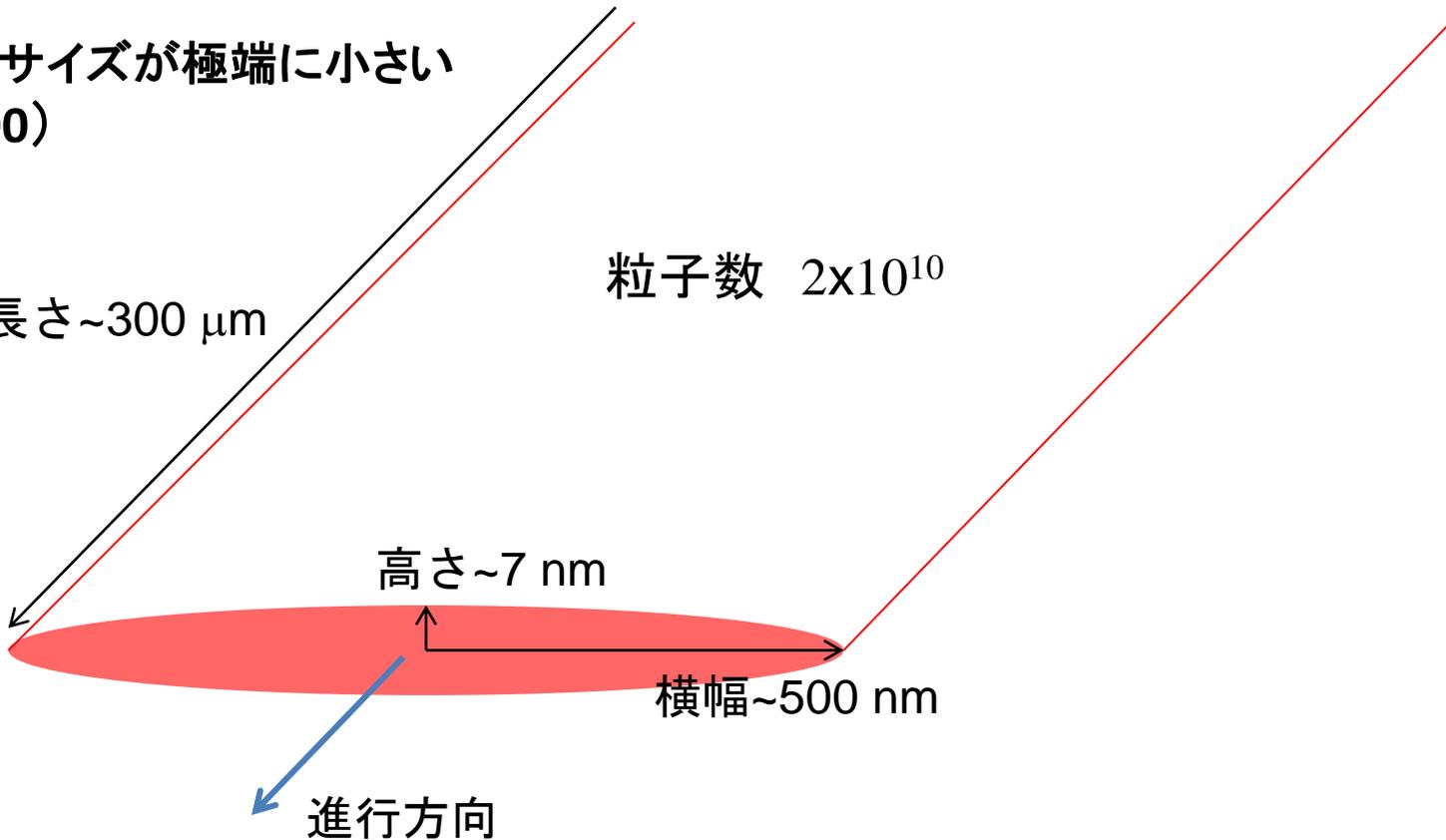
長さ~300 μm

粒子数 2×10^{10}

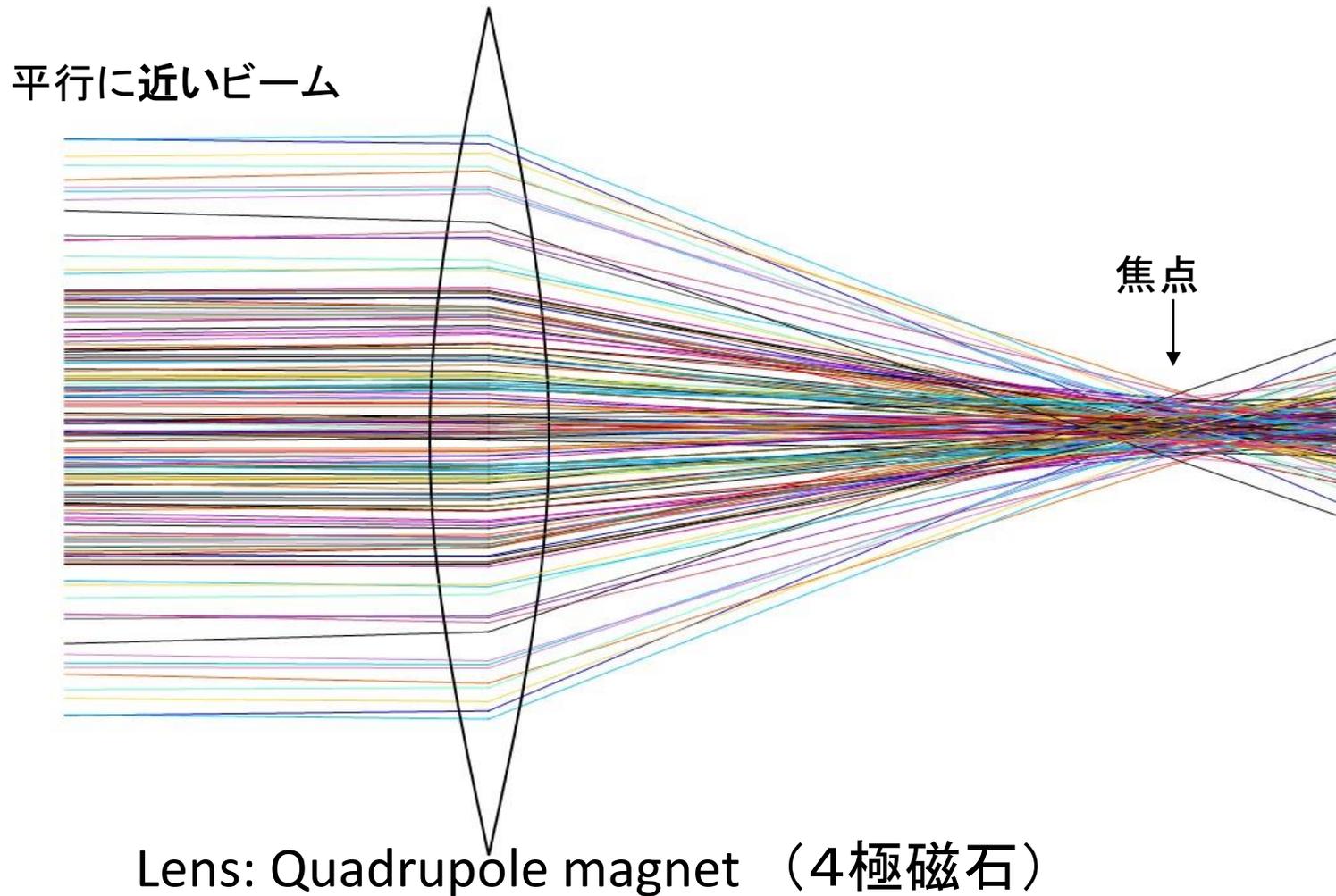
高さ~7 nm

横幅~500 nm

進行方向



ビームの大きさを衝突点で小さくする Beam Focusing

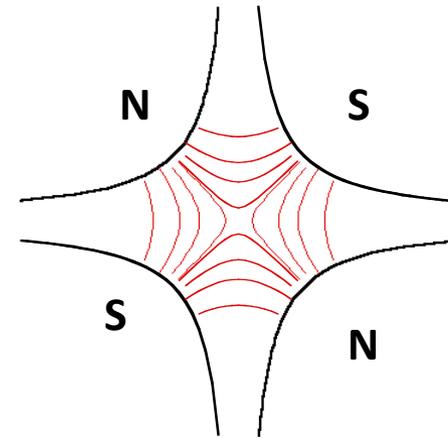


4極磁場

$$\begin{array}{l} B_x = gy \\ B_y = gx \end{array} \longrightarrow \begin{array}{l} F_x = -ecgx \\ F_y = ecgy \end{array}$$

gradient g

x: 水平方向
y: 垂直方向
z: ビーム軸方向



粒子は位置のずれに比例した力を受ける

収束 又は 発散

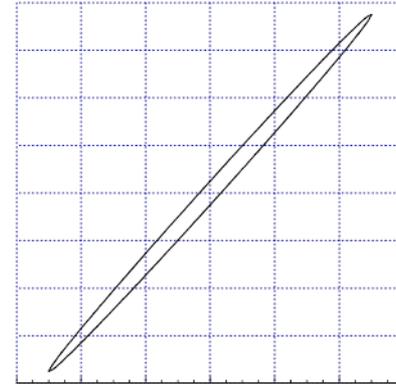
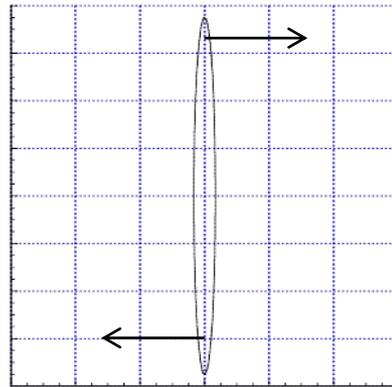
In Phase Space, x (position)- x' (angle)

$x-x'$ ($y-y'$) plane is called "phase space".

正規分布などの場合、粒子の分布を楕円で表せる。

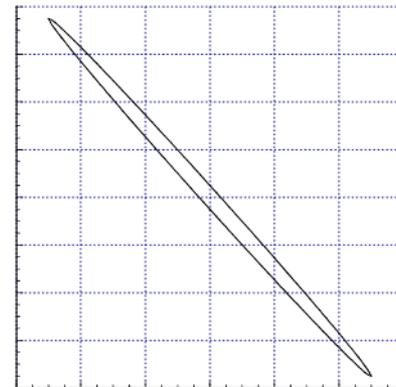
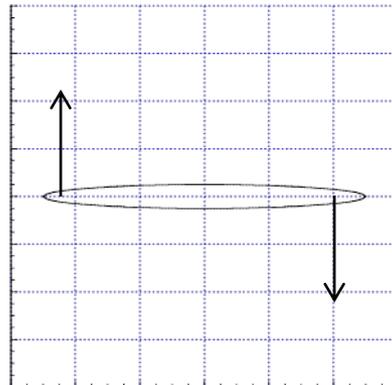
ドリフト空間

x'



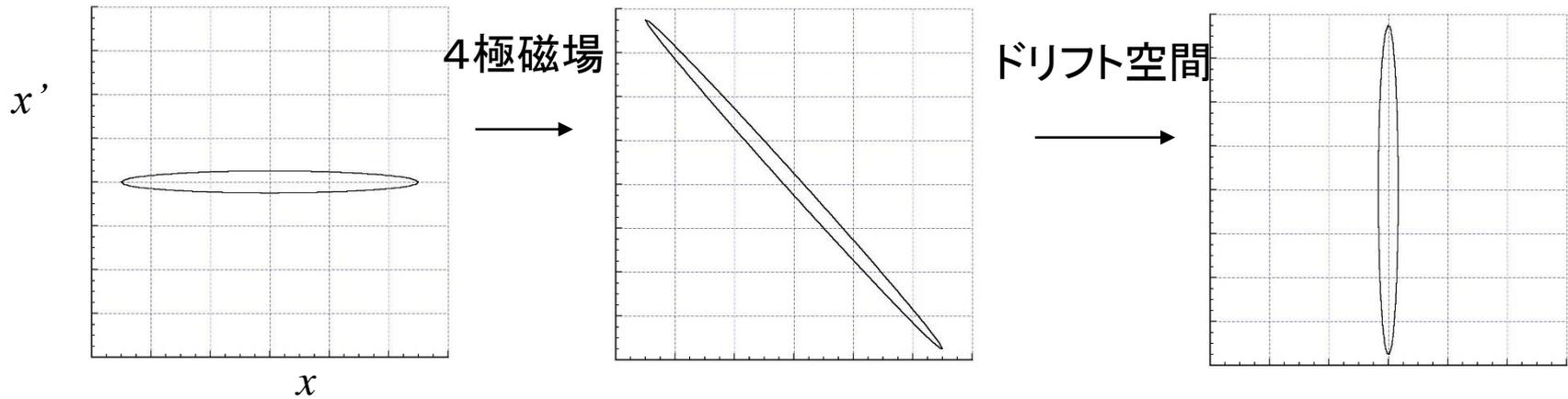
x

4極磁場

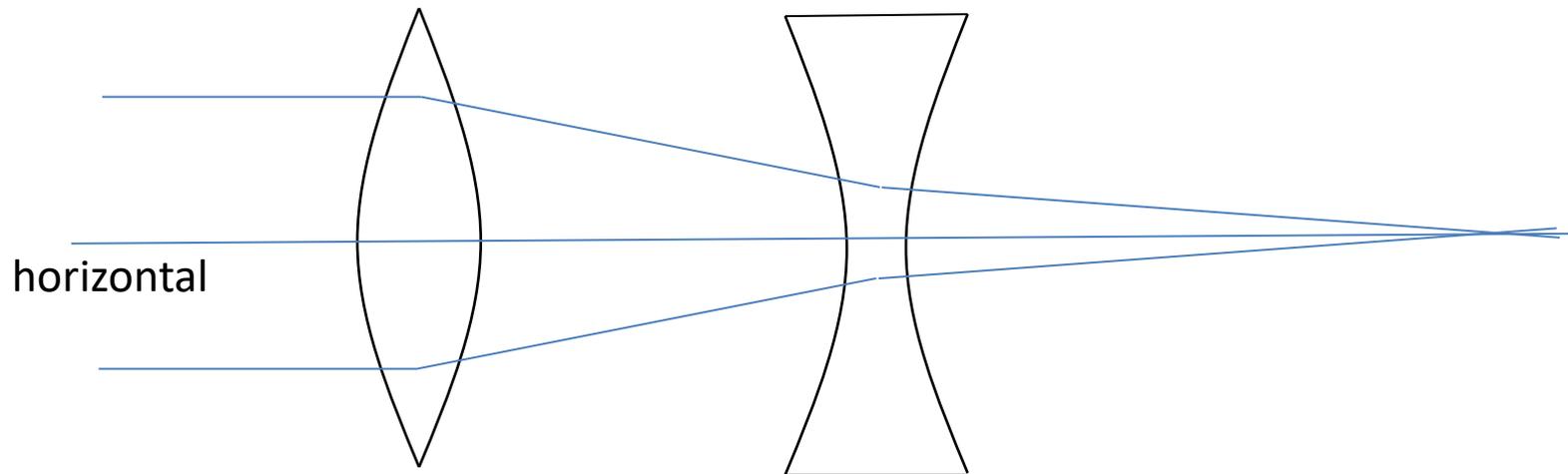
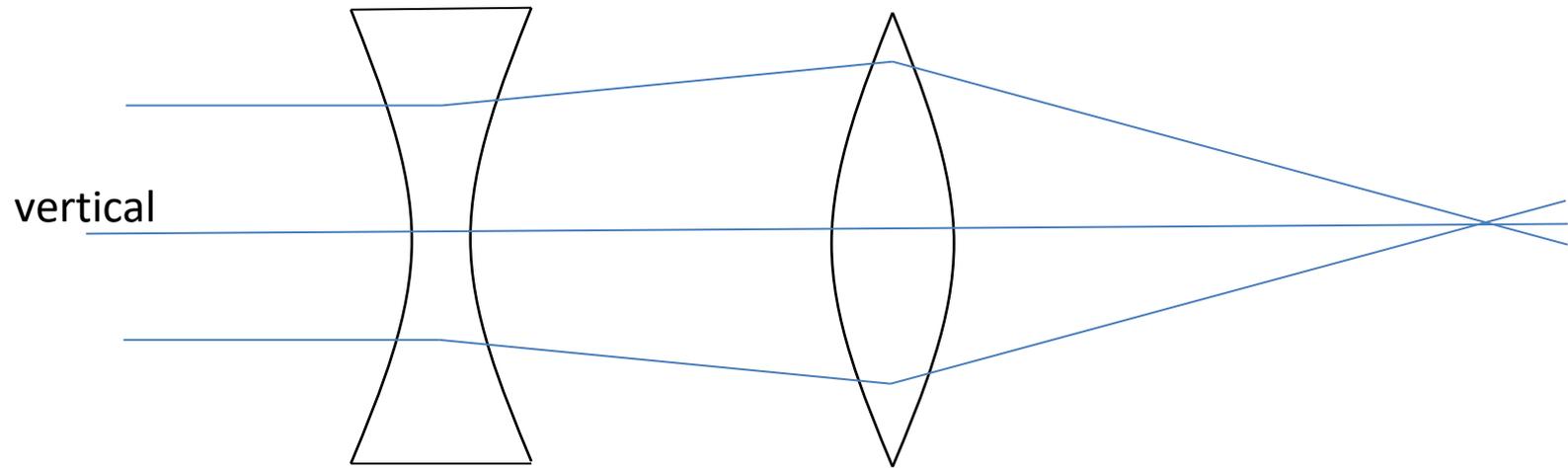


楕円の面積が保存される (線形運動 4極磁場中)

4極磁場 + ドリフト空間 でビームを絞る



実際には、収束、発散レンズ(4極磁石)を組み合わせる。



エミッタンス

$$\varepsilon_x \equiv \sqrt{\langle x^2 \rangle \langle x'^2 \rangle - \langle xx' \rangle^2}$$

x : Transverse position,

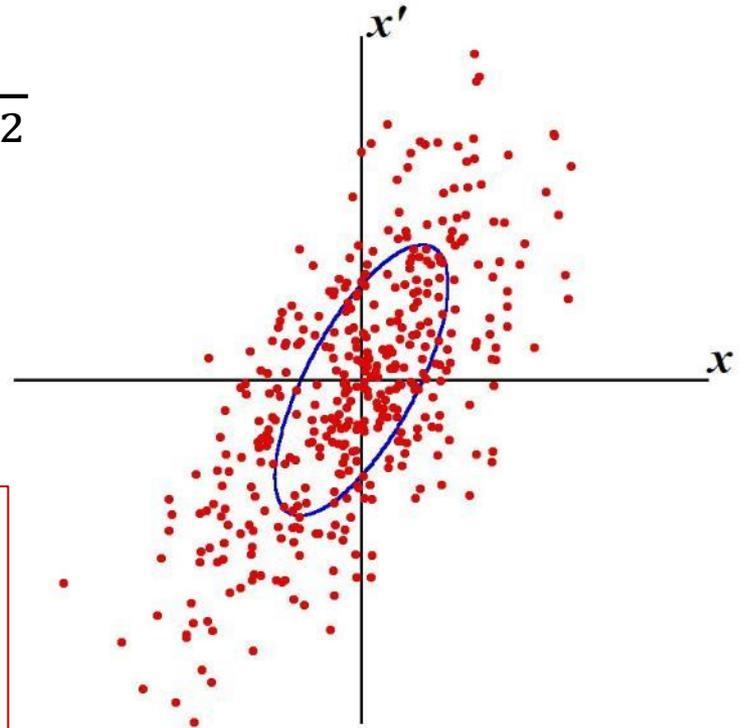
$x' = dx/ds$ angle

$\langle \rangle$: average of all particles

標準偏差を表す楕円の面積を

π で割ったもの

ビームの大きさと角度のばらつきを表す量



エミッタンス — 線形運動で保存

$$\varepsilon_x \equiv \sqrt{\langle x^2 \rangle \langle x'^2 \rangle - \langle xx' \rangle^2}$$

x : Transverse position,
 $x' = dx/ds$

このように定義されたエミッタンスが線形運動で保存することは、例えば、

$$\frac{d(\varepsilon_x)^2}{ds} = 0$$


$$x''(s) - k(s)x(s) = 0$$

であることから確かめられる。

焦点でのビームサイズと 軌道角度のばらつき 焦点深度

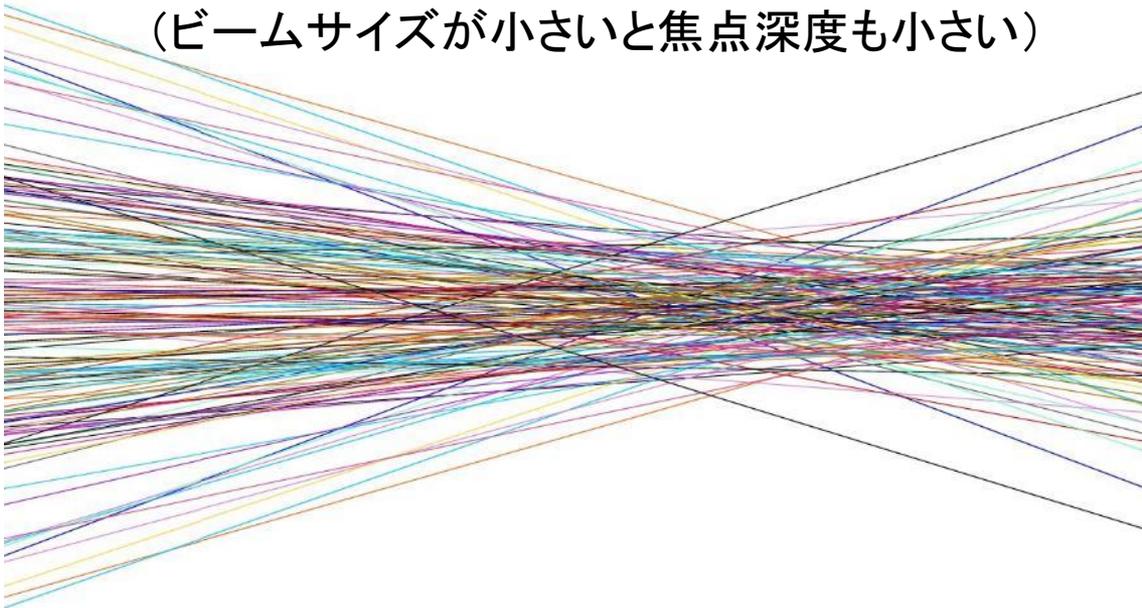
ドリフト空間: 各粒子の軌道は直線

焦点: $\langle xx' \rangle = 0$,

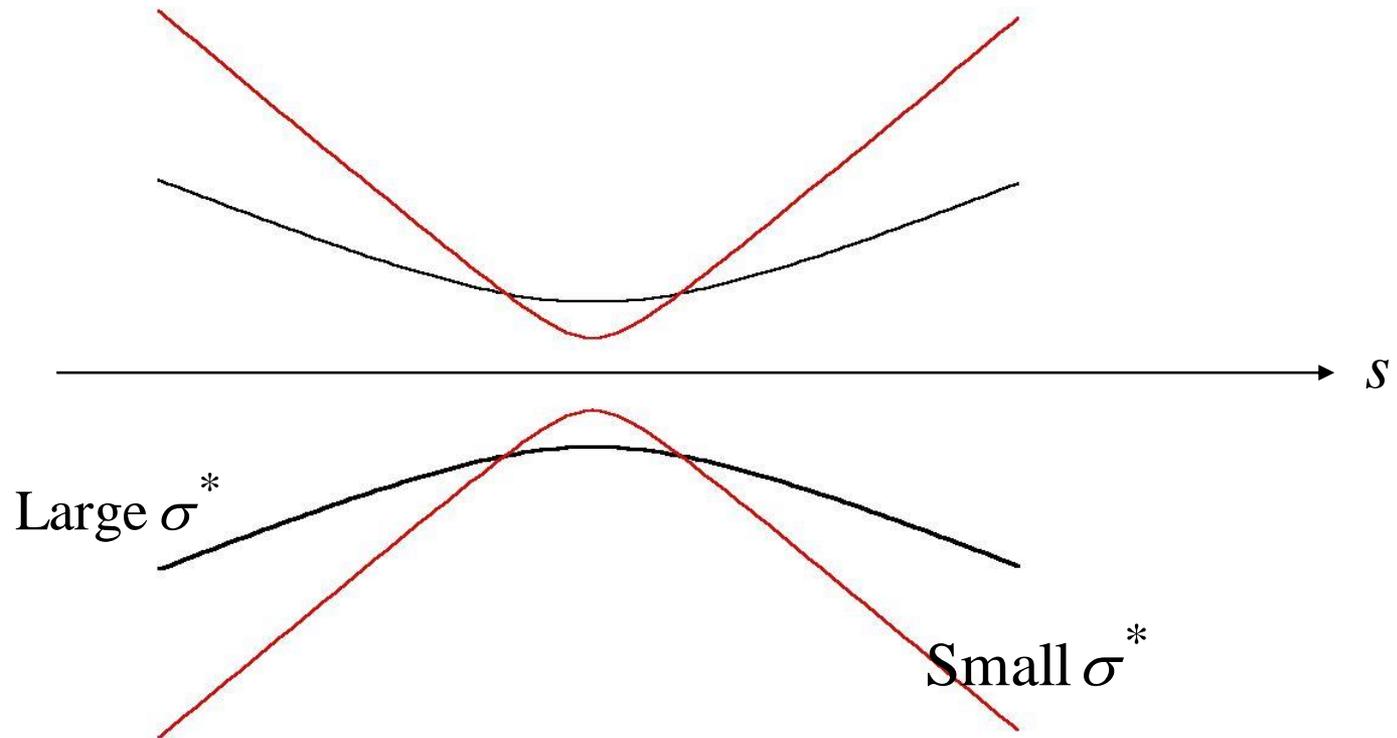
$$\varepsilon = \sqrt{\langle x^2 \rangle \langle x'^2 \rangle} \rightarrow \sqrt{\langle x'^2 \rangle} = \sqrt{\varepsilon} / \sigma_x^*$$

角度のばらつきはビームサイズに反比例

焦点前後でのビームサイズの増加はビームサイズが小さいほど大きい
(ビームサイズが小さいと焦点深度も小さい)



焦点前後でのビームサイズの増加はビームサイズが小さいほど大きい
(ビームサイズが小さいと焦点深度も小さい)



焦点付近のビームサイズ (焦点はドリフト空間にある)

焦点からの距離 s でのRMSビームサイズ: $\sigma_x(s) \equiv \sqrt{\langle x^2(s) \rangle}$

焦点では: $\langle x(0)x'(0) \rangle, \quad \varepsilon_x = \sqrt{\langle x^2(0) \rangle \langle x'^2(0) \rangle}$

各粒子の運動は直線:

$$x(s) = x(0) + x'(0)s$$

2乗して平均をとる

$$\begin{aligned} \sigma_x^2(s) &= \langle x^2(s) \rangle = \langle x^2(0) \rangle + s^2 \langle x'^2(0) \rangle \\ &= \langle x^2(0) \rangle + s^2 \varepsilon_x^2 / \langle x^2(0) \rangle \end{aligned}$$

ビームサイズが $\sqrt{2}$ 倍になる距離を「焦点深度」 β^* と定義すると、

$$\sigma_x^2(0) = \beta_x^* \varepsilon_x$$

焦点でのビームサイズは焦点深度の平方根に比例

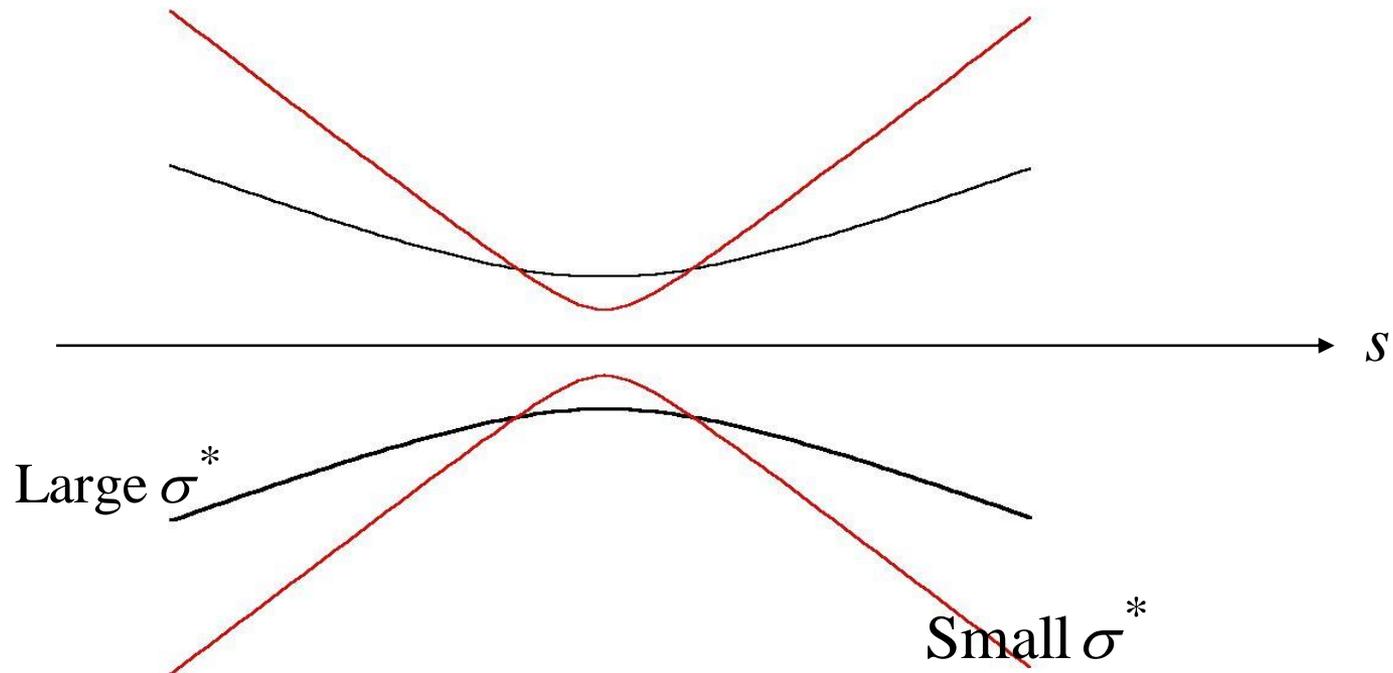
砂時計効果

焦点でビームサイズを小さく絞る → 焦点深度が浅くなる。

前後でビームサイズ大 (砂時計の形、hourglass)

バンチ長が有限 → 焦点の前後での衝突もルミノシティに寄与する。

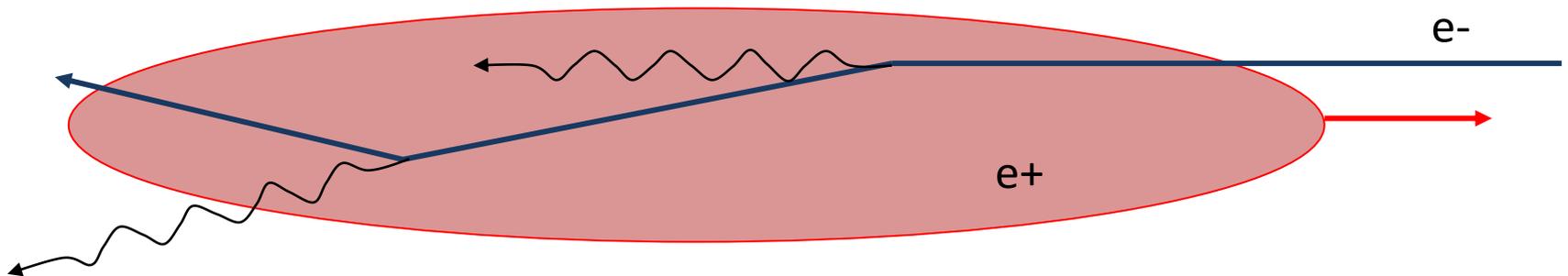
バンチ長程度の焦点深度が最適 $\beta^* \sim \sigma_z$



Beamstrahlung

粒子が相手のビームの作る電磁場を感じ、制動放射を出し、エネルギーを失う。

エネルギーの幅が(衝突前にも)増大。



Beamstrahlung parameter

δ_{BS} = Average energy loss / beam energy

$$\approx \frac{r_e^3 N^2 \gamma}{\sigma_z (\sigma_x^* + \sigma_y^*)^2}, \quad \gamma: \text{Lorentz factor}, \sigma_z: \text{bunch length}$$

beamstrahlung により実験データの質が悪化。

数%以下にする必要あり。(ただし、狙う物理に依存。)

水平、垂直ビームサイズをどう選ぶか

ルミノシティ

$$L \propto \frac{1}{\sigma_x^* \sigma_y^*}$$

beamstrahlung

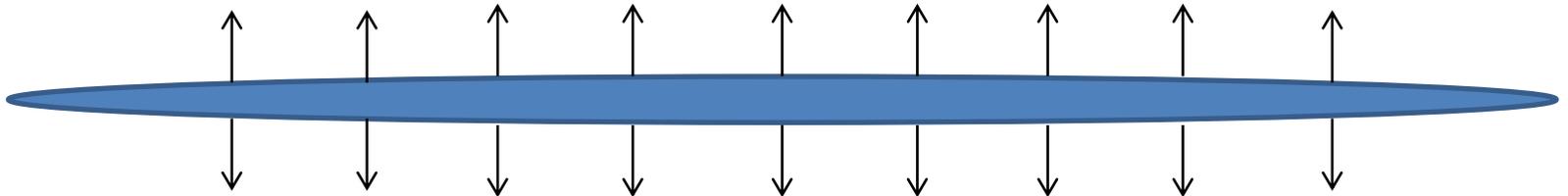
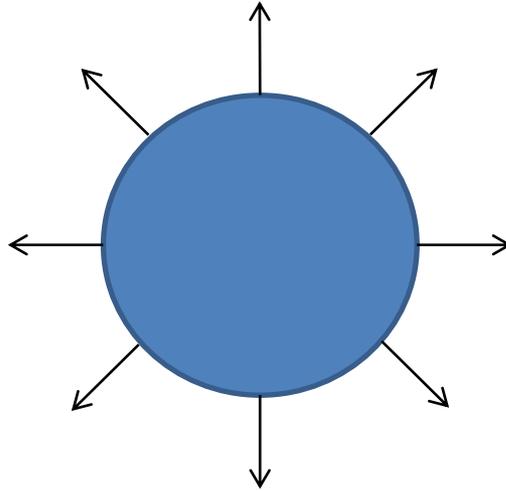
$$\delta_{BS} \approx \frac{1}{(\sigma_x^* + \sigma_y^*)^2}$$

ルミノシティ大、 beamstrahlung小、 としたい。

→ FLAT BEAM

$$\sigma_x^* \gg \sigma_y^* \text{ or } \sigma_x^* \ll \sigma_y^*$$

Round or Flat beam



扁平ビーム

$$\sigma_y^* \ll \sigma_x^*$$

なぜ水平方向より垂直方向を小さくするか？

通常、垂直方向のエミッタンスは水平方向に比べて小さくしやすい。
ダンピングリング、ビーム輸送路が(ほぼ)水平面内にある。
垂直方向の方がアラインメントしやすい。

beamstrahlung

$$\delta_{BS} = \frac{r_e^3 N^2 \gamma}{\sigma_z (\sigma_x^* + \sigma_y^*)^2} \approx \frac{r_e^3 N^2 \gamma}{\sigma_z \sigma_x^{*2}}$$

ルミノシティの式を変形

$$\beta_y^* \approx \sigma_z \quad \sigma_y^* = \sqrt{\beta_y^* \varepsilon_y} \quad \delta_{BS} \approx \frac{r_e^3 N^2 \gamma}{\sigma_z \sigma_x^2}$$

砂時計効果

$$L \approx n_b f_{rep} \frac{N}{4\pi\sigma_x^* \sigma_y^*} = \frac{1}{4\pi e r_e^{3/2} \gamma^{1/2}} \bar{I}_b \sqrt{\frac{\delta_{BS}}{\varepsilon_y}}$$

ルミノシティは、
平均ビーム電流、エミッタンス、beamstrahlung parameter
 の関数

beamstrahlung を小さく抑えてルミノシティを上げるには

- 平均ビーム電流を増やす
- 垂直方向のエミッタンスを下げる

加速器の値段も運転経費も上がる

ここのとまとめ

ルミノシティを大きく、Beamstrahlung を小さくするため、Flat beamを採用。

ルミノシティは、

$$L \propto \bar{I}_b \sqrt{\frac{\delta_{BS}}{\varepsilon_y}}$$

垂直方向のエミッタンス が小さくなければならない

ダンピングリング 低エミッタンスビームの生成

なぜダンピングリングが必要か？

- 粒子源からくるビームのエミッタンスは、ダンピングリングで得られるエミッタンスよりもはるかに大きい。
- 特に陽電子

Normalized emittance (m) of ILC design

		electron	positron
Before Damping ring	x	7E-5	~1E-3
	y	7E-5	~1E-3
After Damping ring	x	8E-6	8E-6
	y	2E-8	2E-8

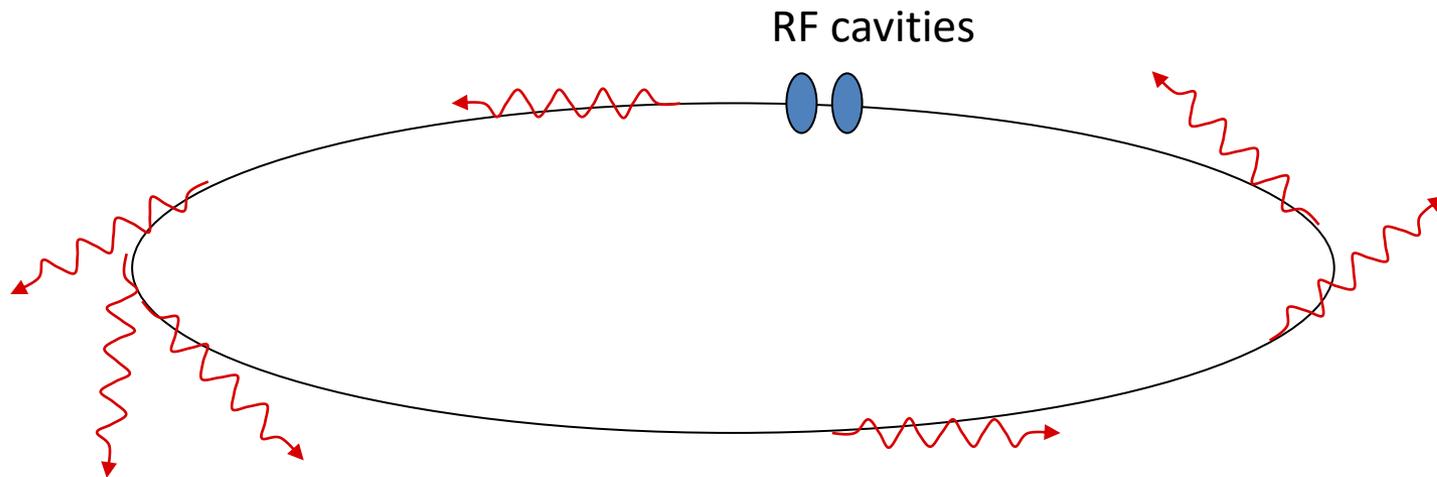
Longitudinal beam parameters

	Energy spread	Bunch length
Before Damping ring	0.75%	33 mm
After Damping ring	0.11%	6 mm

なぜダンピングリングでエミッタンスが減少するか

(陽)電子円形加速器、エネルギー一定

- 制動放射によるエネルギー損失
- 加速空洞での加速

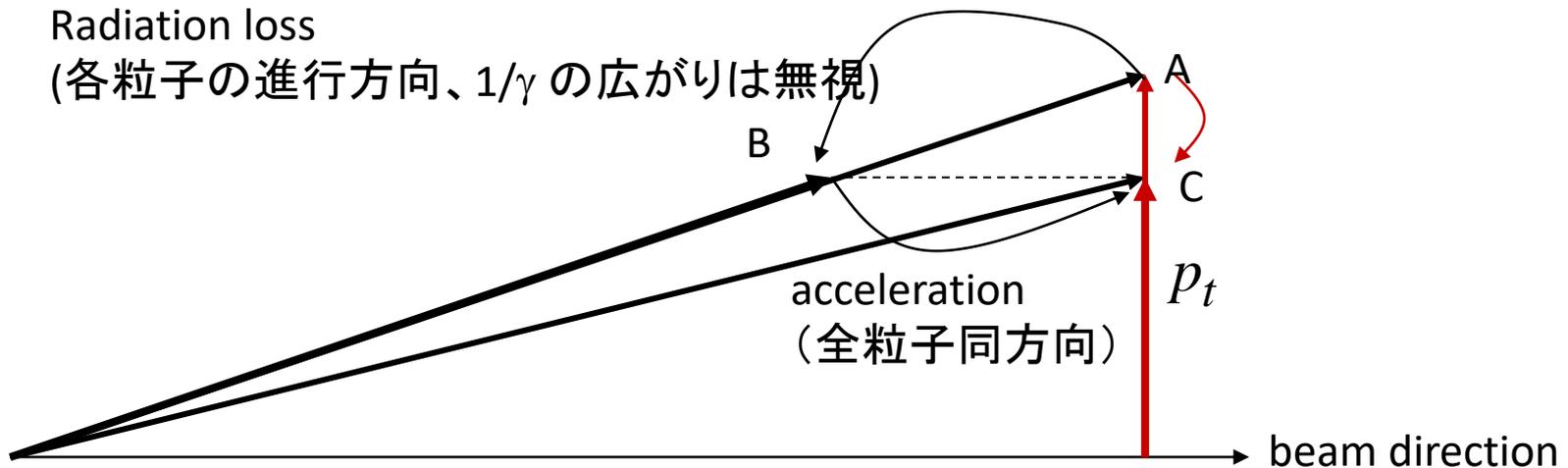


放射により粒子の角度はほとんど変わらない
エミッタンス不変
加速により:粒子の角度が減少
エミッタンス減少

放射減衰(横方向の運動)

制動放射によるエネルギー損失
加速によるその補償

の繰り返しのによりエミッタンスが減少していく



位置: radiation でも acceleration でも変化しない

角度: radiation で変化しない。加速で $E/(E+\Delta E)$ 倍になる
(横方向の運動量が減少)

各粒子のベータトロン振動の減衰
(ビーム全体のエミッタンス減少)

加速におけるエネルギー効率 ビームの時間構造

- ILCでは超伝導加速空洞を使用する。
- 超伝導：空洞壁での損失がほとんどない

エネルギー効率が良いはず

超伝導加速器でのビームパラメータ

- 「超伝導」の長所を生かし、エネルギー効率を高める(使用電力、運転経費の節減)。
- 一方、建設費も小さくしたい。

ということを考慮して決められている

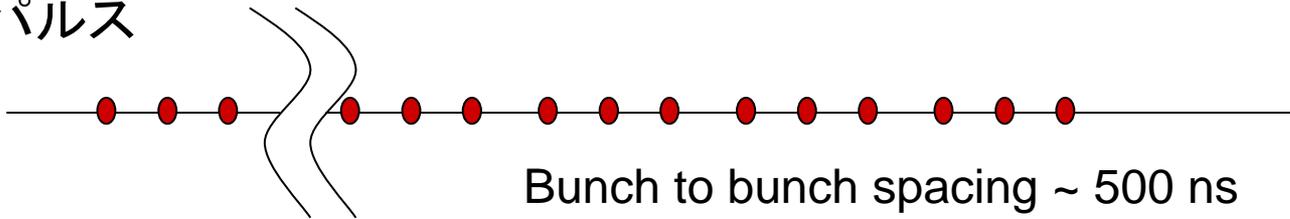
ビームの時間構造

バンチ



Bunch length: RMS 0.3 mm (1 ps)

パルス

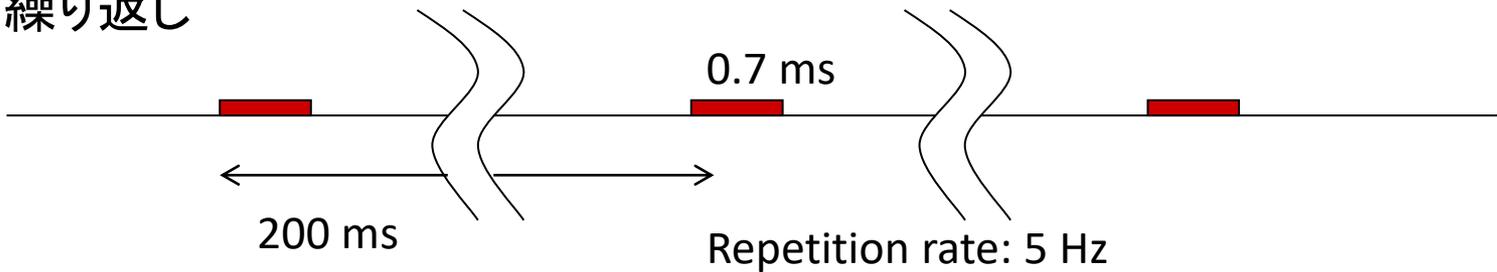


Bunch to bunch spacing ~ 500 ns

Bunch number ~1300

Pulse length ~0.7 ms (200 km)

繰り返し



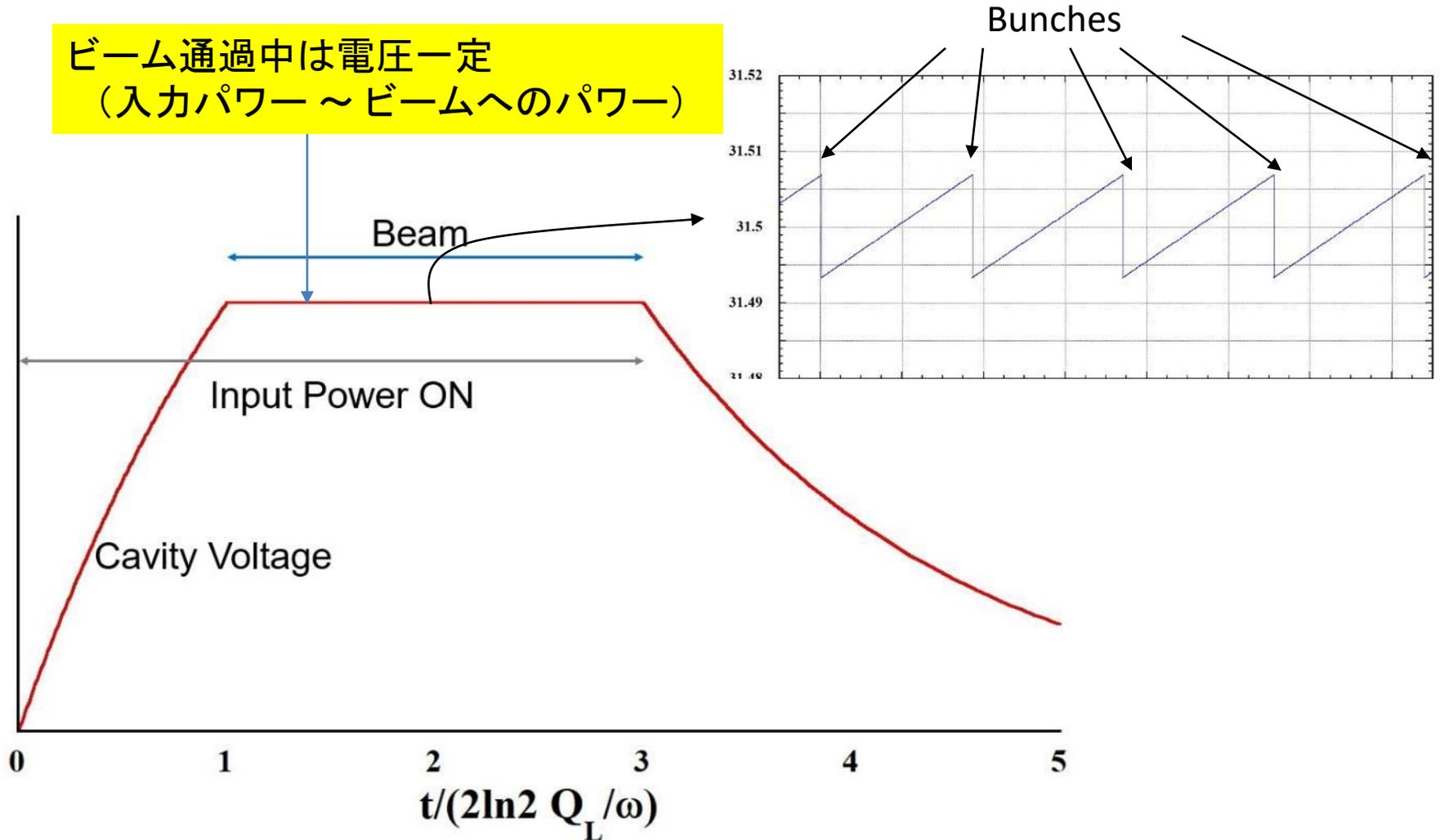
200 ms

0.7 ms

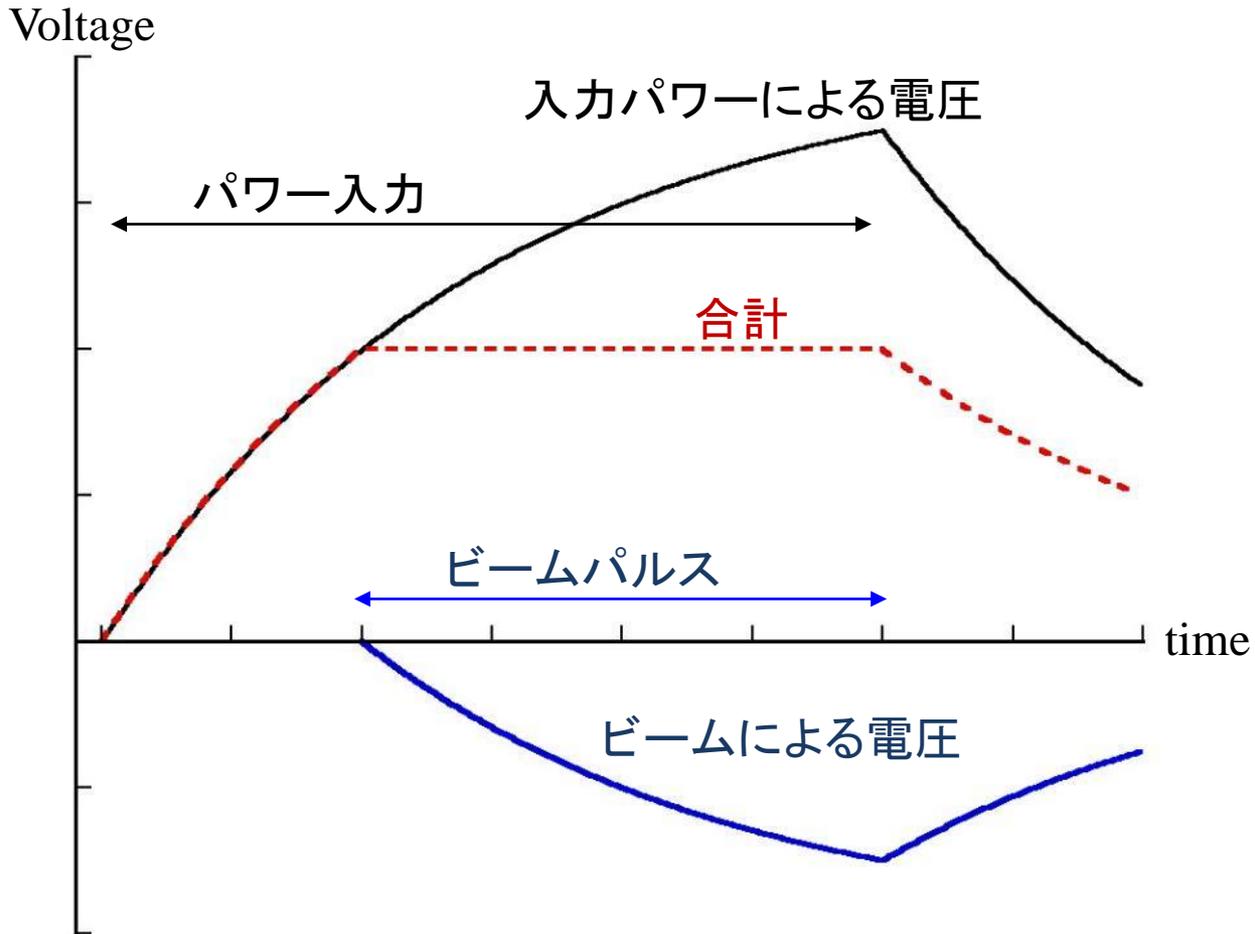
Repetition rate: 5 Hz

加速空洞内の電圧変化の様子（概念図）

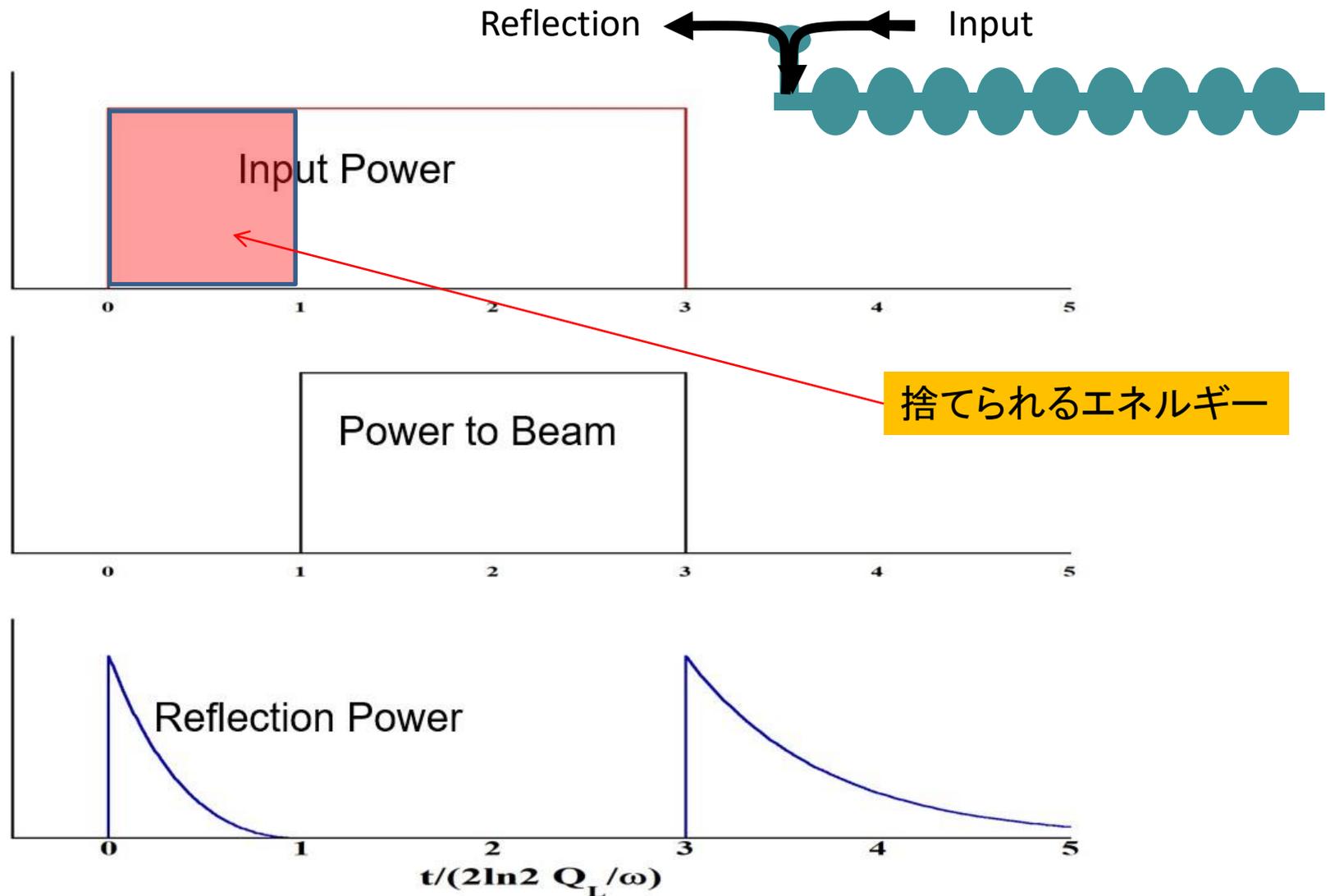
ビーム通過中は電圧一定
(入力パワー～ビームへのパワー)



加速空洞内の電圧変化の様子（概念図）



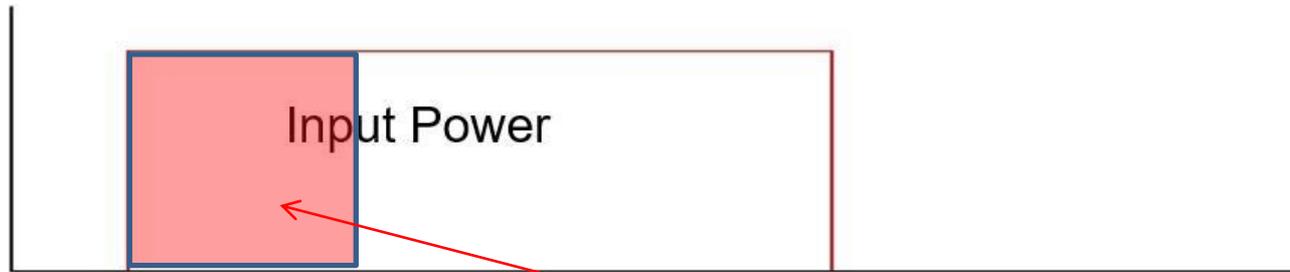
Input and Reflected RF Power



捨てられるエネルギー

ビーム通過中は反射パワーがほとんどゼロ。
→ この間に入射されるエネルギーはほぼ100%ビームに与えられる。

高周波エネルギーからビームエネルギーへの変換効率



捨てられるエネルギー

効率 = (ビームパルス長) ÷ (入力パルス長)

(テキストの計算式も参照)

～ (ビームに与えるエネルギー)

÷ {(空洞内の電磁エネルギー) + (ビームに与えるエネルギー)}

1パルスでビームが受け取るエネルギー と
設定電圧での空洞内の電磁場のエネルギー
の比を大きくすれば効率が良い

高周波からビームへのエネルギー効率をよくするには

加速空洞の電圧を低くする？

効率は良くなるが、空洞の数が増大、加速器が長くなり、コストが増大
これはダメ

パルス当たりのビーム電荷量 (ビーム電流×ビームパルス長) を大きくする

ただし、

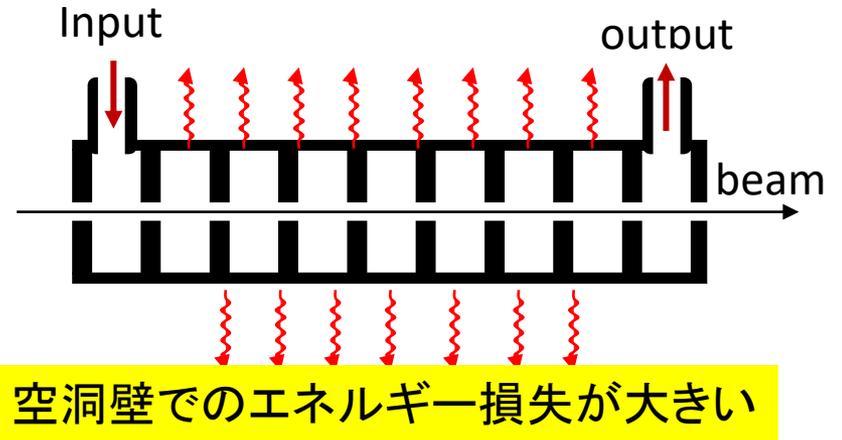
ビーム電流を大きくすると 高周波のピークパワー増大
→ 高周波源の出力・個数 増大 → 建設コスト増大

→ 電荷量を増やすためにパルスを長くする

このことから、超伝導リニアコライダーのビームパルスは長く(～1 ms)、
パルス当たりのバンチ数が多い(1000～3000)

常伝導空洞の場合

(正確な図ではない)



Input power

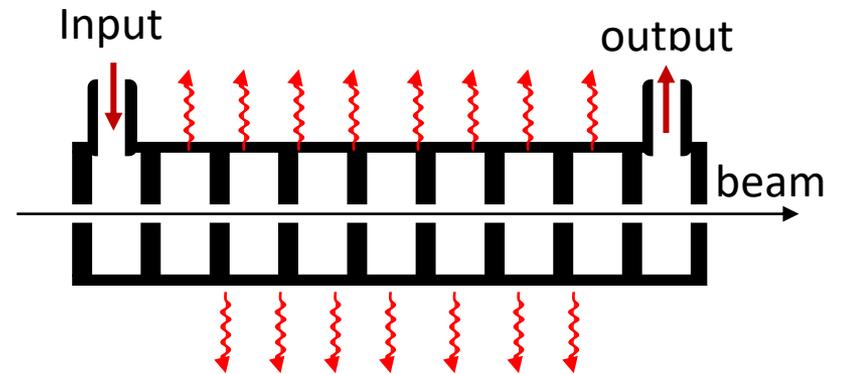
Power to beam

Wall loss power

Out put power

これらの比が
エネルギー効率を決める

常伝導空洞の場合



ビームへのパワー = ビーム電流 × 空洞電圧

空洞壁でのパワー損失 \propto (空洞電圧)²

超伝導の場合は
ビーム電流 × パルス長
を大きくする

→ 効率をよくするにはビーム電流を大きくする
(パルスを長くしても効率はほとんど良くなる)

入力のピークパワーも大きくなる
高周波源の負担、冷却、等の事情からパルス長は短くなる

超伝導空洞では パルスは長ければ長いほどよいのか？

連続ビームにすればパルスの前後で捨てるエネルギーがなくなる
→ 効率ほぼ 100%

しかし、

- 超伝導でも空洞壁でのエネルギー損失はゼロではない。
 - 交流に対しては超伝導でも原理的に損失が発生する。
 - 空洞表面の不完全性のため、さらに損失が発生
- この損失は極低温での発熱。これを冷やすのに大量のエネルギーを要する。

原理的に (環境の温度) ÷ (空洞の温度) 倍以上

→ パルス運転が現実的(パルス長 1 ms 程度)

ビームパラメータと主線形加速器の電力

- 平均電力（主に運転経費に効く）
 - 高周波電力：パルス当りの電荷量が大いほど小さい
 - 空洞冷却に必要な電力：ビーム電流に反比例（電荷当たりのパルス長に比例）
- ピーク電力（主に建設費に効く）
 - 高周波のピーク電力：ビーム電流に比例

高周波電力の効率を良くするためには、パルス当たりの電荷量を増やしたいが、ビーム電流はあまり増やせない。

→ ビームパルスを長くしたい

しかし、あまり長くすると、空洞冷却に要する電力が増えてしまう。

ダンピングリングによるパルス当たりの電荷量の制限

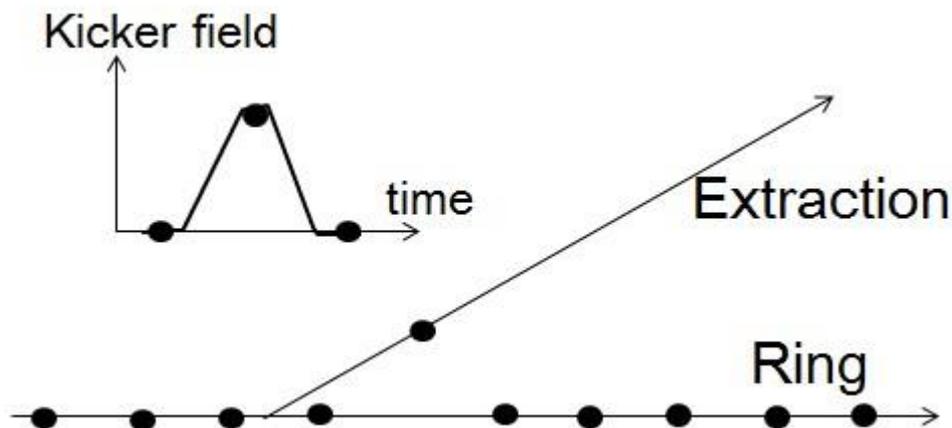
- ダンピングリングの周長
= [バンチ数] × [バンチ間隔]
- ダンピングリング内のビーム電流
= [バンチ電荷] ÷ [バンチ間隔]
= [パルス内の全電荷] ÷ [周長] × c
- ダンピングリング内のビーム電流、バンチ電荷はビーム不安定性によって制限される
- ダンピングリング内のバンチ間隔は入射・出射キッカーのスピードで制限される

主加速器でのビームパルスの長さ: > 200 km バンチ間隔 150 m
(200 km のリングは非現実的)
ダンピングリング周長 3km バンチ間隔 1.8 m

バンチ1個1個を 高速キッカーで入射、取り出し

隣のバンチを蹴ってはいけない。 ← キッカーの性能によりバンチ間隔の下限が決まる

バンチ数の上限が決まる



ビームパラメータの選択 まとめ

4つのパラメータ。うち3つは独立。

I_b : パルス内のビーム電流 ← 高周波装置の容量

T : パルス長 ← 冷凍装置の容量

N_b : バンチ数 ← ダンピングリング周長

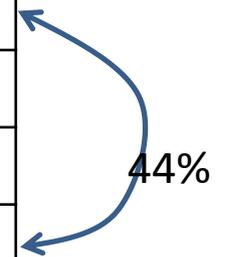
q : バンチ電荷 ← ビーム不安定性、ビーム・ビーム力、等

$$q \times N_b = I_b \times T: \text{パルス内の電荷}$$

これを大きくしないと、高周波電力の効率がよくなる

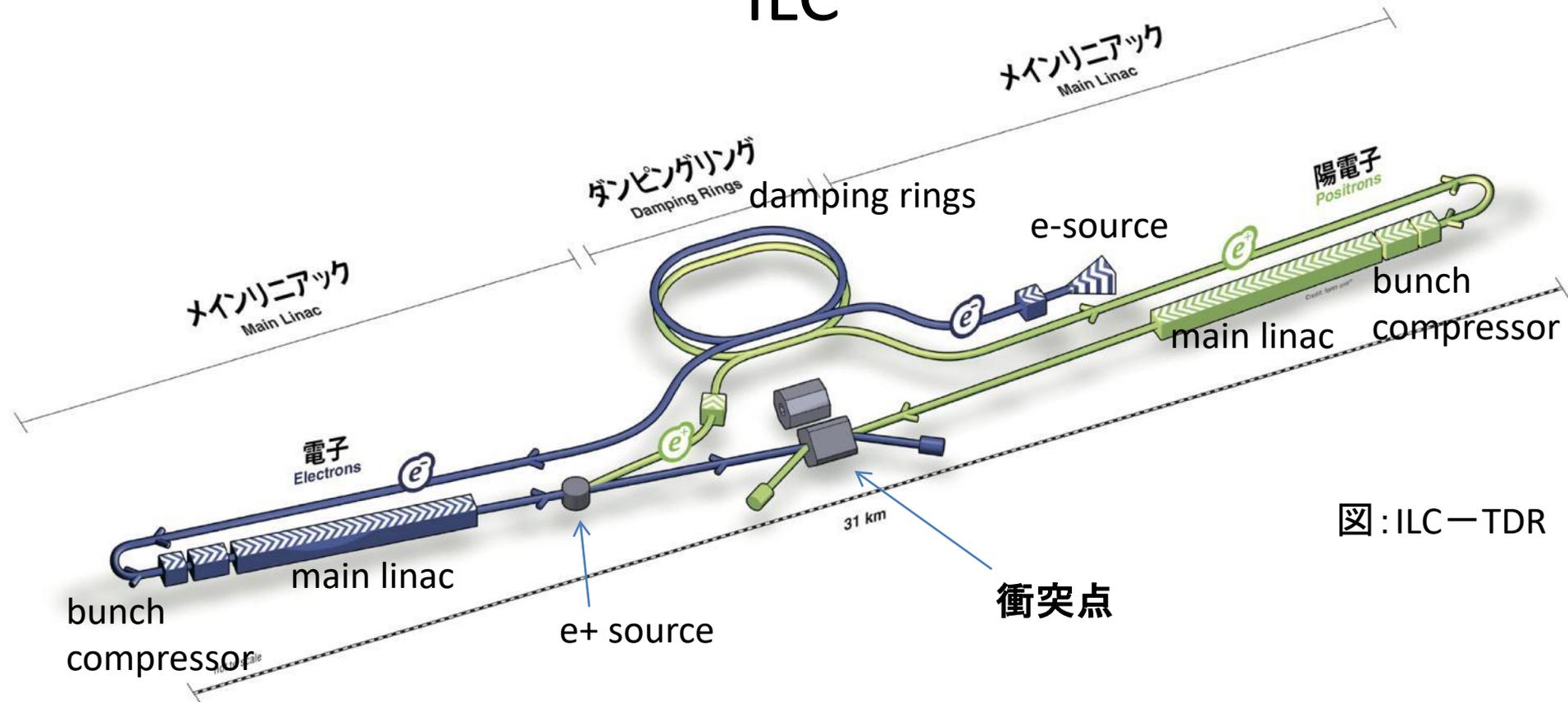
ILC で選択されたパラメータ

ビームパルス内のビーム電流	5.8 mA
ビームパルス長	727 μ s
パルス当たりのバンチ数	1312
バンチ当たりの電荷	3.2 nC (2×10^{10} e)
高周波のパルス長	1650 μ s
時間当たりのパルス数	5/s



はっきりした最適値を決めることは困難

ILC



e- source → Damping ring → long transfer line → turn around → bunch compressor
 → Main linac (undulator for e+) → final focus system → collision → dump

photons → e+ source

e+ system is similar to e- system, except for the undulator

Extra

陽電子加速器内の電子雲 (Electron cloud)

電子雲の形成

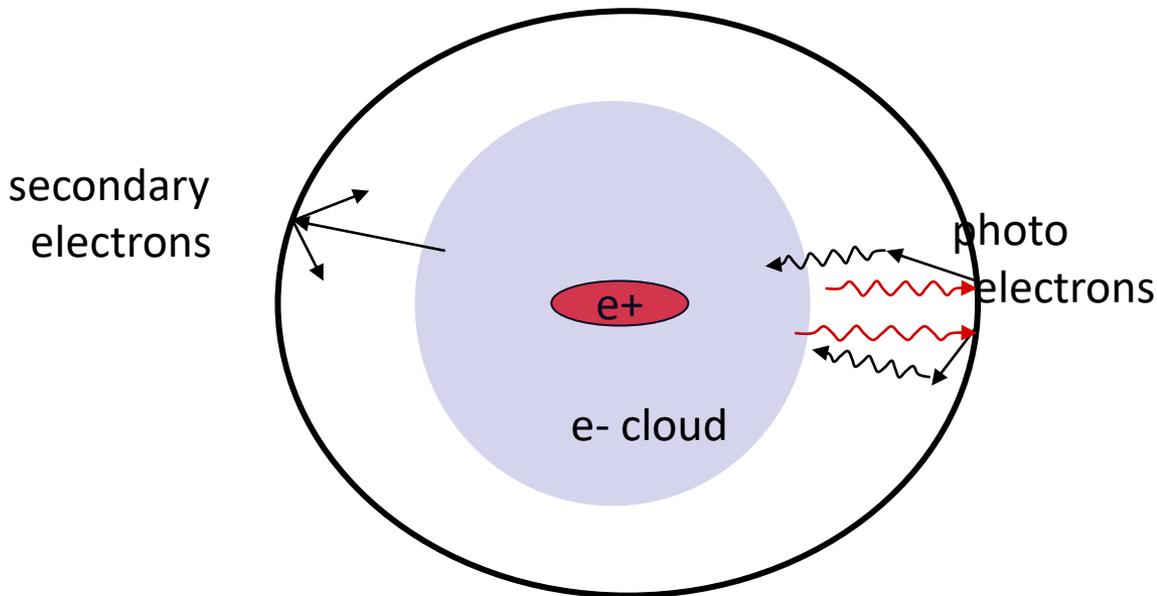
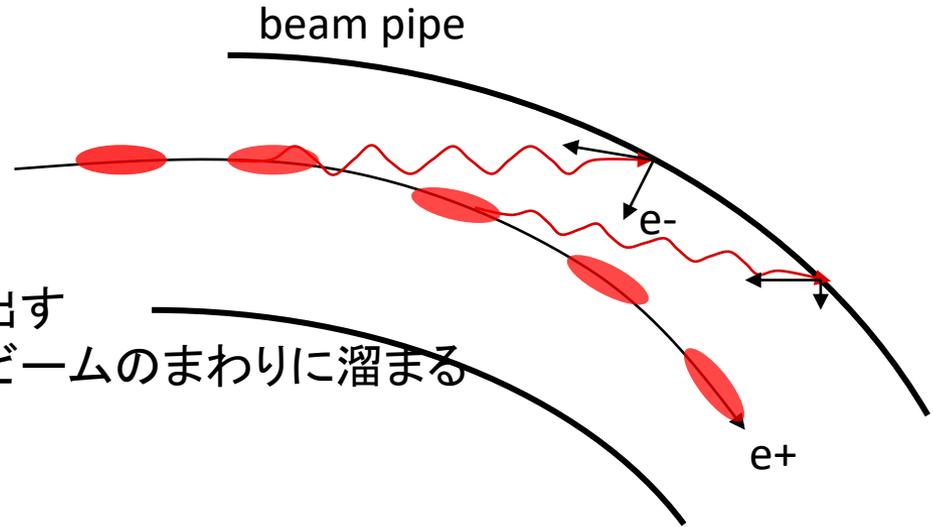
(Multi bunch の効果)

放射光がビームパイプ壁を叩く

→ 光電子の発生

出てきた電子がまた壁を叩いて電子を出す

電子が陽電子ビームに引きつけられてビームのまわりに溜まる



陽電子リングで重要

電子ビームとは反発
→ 電子リングでは
あまり深刻でない

電子雲による不安定性(陽電子リング)

電子雲による不安定性は Single bunch effect (電子雲形成はmulti-bunch)

ビームと電子雲との相互作用により、ビームと電子雲が振動。

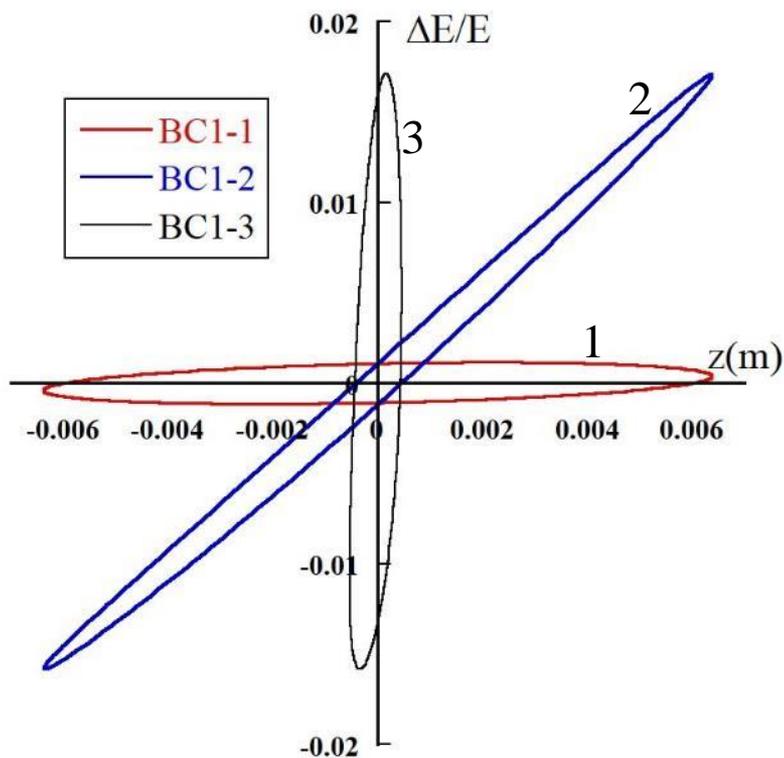
振幅が大きくなっていく → 不安定

- 電子雲がバンチの頭部に引き寄せられる
- バンチの後方部が集まって来た電子雲に引かれる
- 電子雲がバンチのその部分に引き寄せられる
- さらに後方の部分が電子雲に引かれる

(バンチ内のわずかな位置のずれが種となって振動が大きくなる)

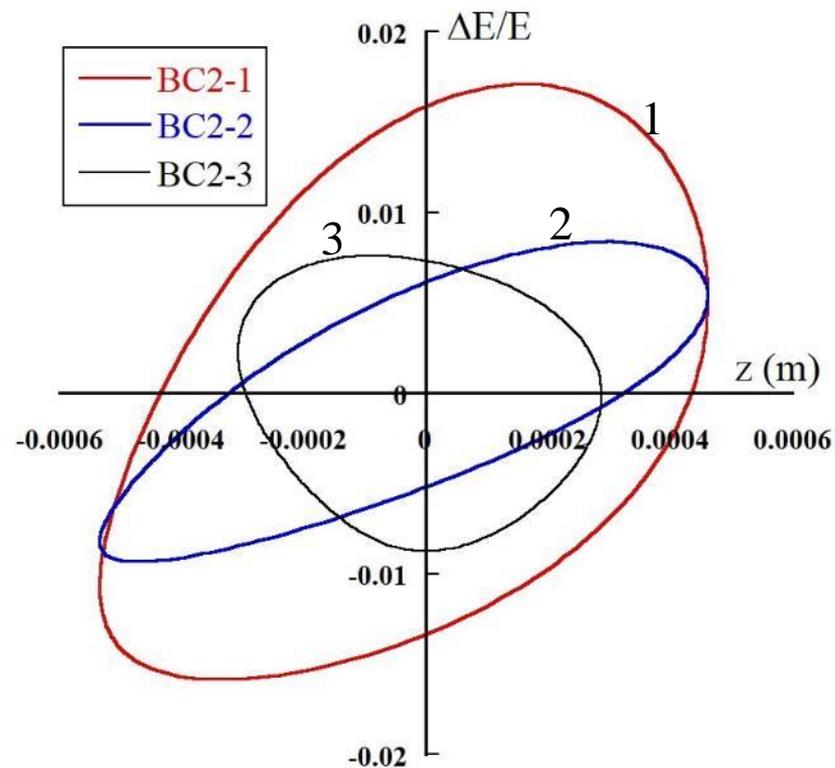
2段階の Bunch Compressor

1段階バンチ圧縮



2段階バンチ圧縮

(5GeV \rightarrow 15GeV の加速を含む)



基本設計と少しパラメータが異なる

偏向磁場中のスピンの変化

運動方向に垂直な磁場

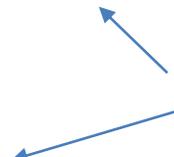
スピンの変化

$$\frac{d\vec{P}}{dt} = -\frac{e}{m\gamma} (1 + G\gamma) \vec{B}_\perp \times \vec{P}$$

運動量の変化

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = -\frac{e}{m\gamma} \vec{B}_\perp \times \vec{p}$$

スピンは $G\gamma$ だけ余計に回る



軌道角度が θ 変化すると磁場の向きの周りに偏極の向きが $G\gamma\theta$ 変化する

Damping ring のエネルギー 5GeV で $G\gamma \sim 11.37$

→ Energy Spread の影響により、Damping ring, Turnaround では
水平面内の偏極度が減少する

→ Damping Ring (と Turnaround) では
偏極の向きは垂直方向でなければならない

偏極方向の回転：縦 ↔ 横

軌道を $\frac{90}{G\gamma}$ 度, $\frac{270}{G\gamma}$ 度, , , , 曲げることで縦偏極を横偏極に変える

(5 GeV では, 7.9° , 23.7° , , , ,)

90° 回転するのに必要な磁場

$$\int B_{\perp} ds \approx 2.3 \times \frac{v}{c} \text{ T}\cdot\text{m}$$

(ビームエネルギーに依らない(超相対論的粒子))

偏極方向の回転 – 水平 ↔ 垂直

ソレノイド磁場(ビーム進行方向の磁場): 進行方向を軸に回転する

回転角:

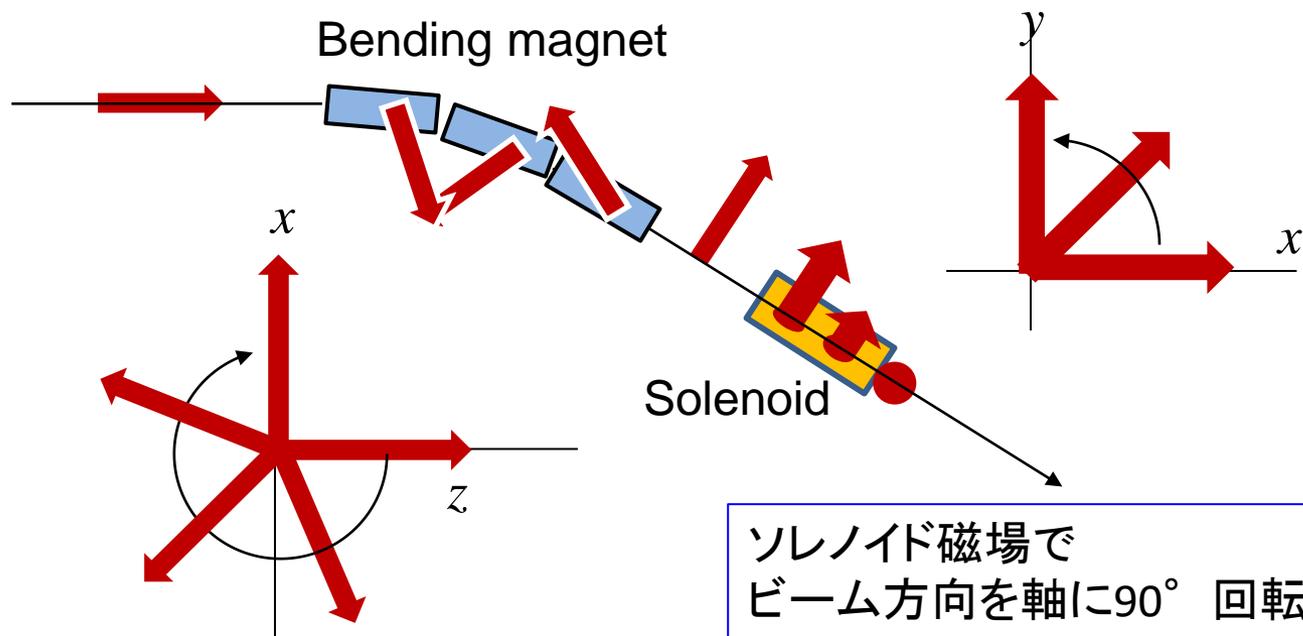
$$\Delta\phi = \frac{e}{p} (1 + G) \int B_{\parallel} ds$$

5 GeV で 90° 回転するのに必要な磁場

$$\int B_{\parallel} ds = 26.2 \text{ T}\cdot\text{m}$$

(運動量 \sim ビームエネルギー に比例)

縦偏極から垂直方向の偏極への回転 (Damping Ring 入射の前)



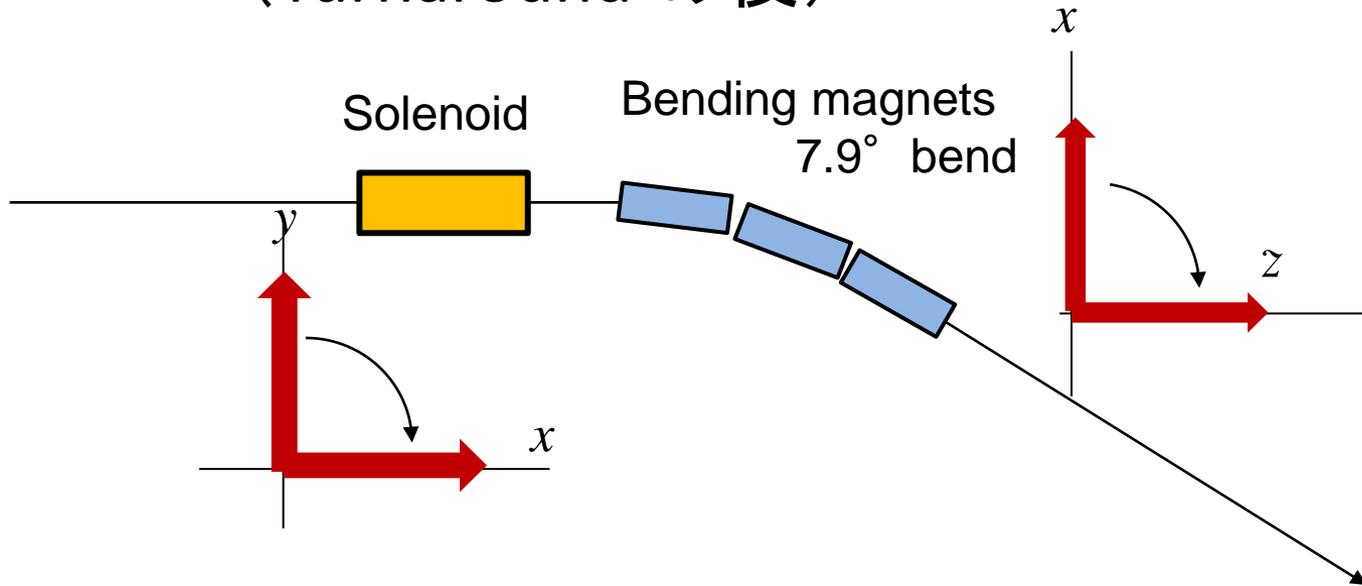
偏向磁石で軌道を 23.7° 曲げ
垂直方向を軸に 270° 回転

必要な 磁束密度 \times 長さ:
ビームエネルギーに依らない

ソレノイド磁場で
ビーム方向を軸に 90° 回転

必要な 磁束密度 \times 長さ:
ビームエネルギーに比例

垂直方向の偏極から縦偏極への回転 (Turnaround の後)



垂直方向の偏極→縦偏極 はこれでもできるが、

ソレノイドによる x-y カップリング

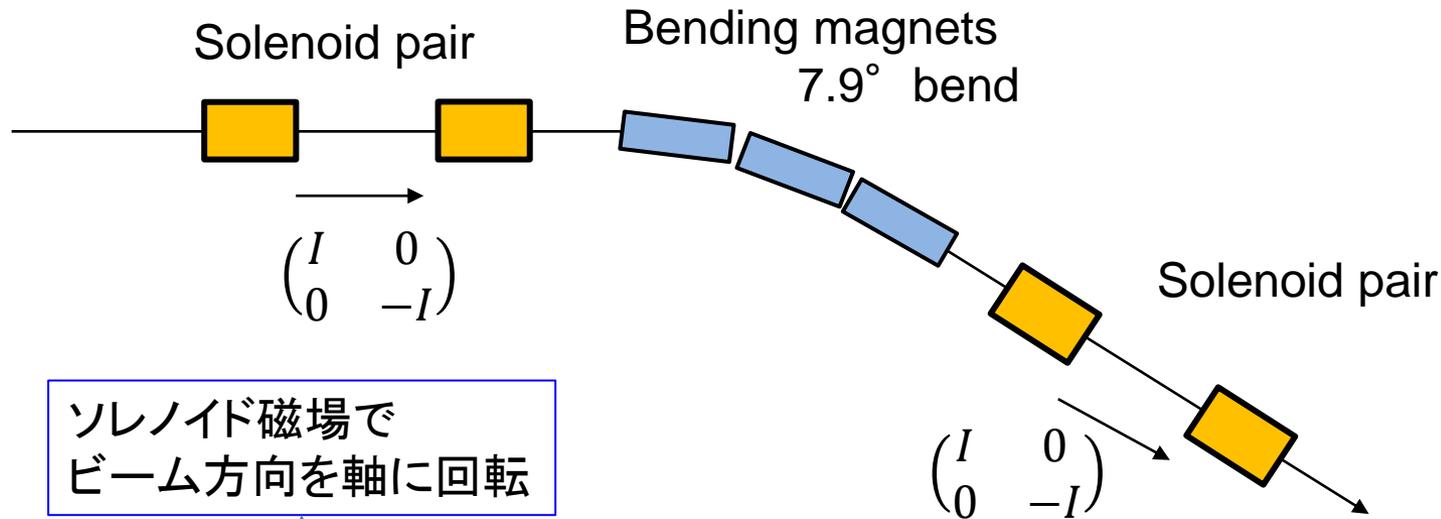
Damping Ring の前は $\varepsilon_x \approx \varepsilon_y$ なのでカップリングがあってもよい。

Damping Ring の後では、 $\varepsilon_x \gg \varepsilon_y$ なので カップリングを消す必要がある。

偏極の向きを任意に変えたい

垂直方向の偏極から縦偏極への回転 (Turnaround の後)

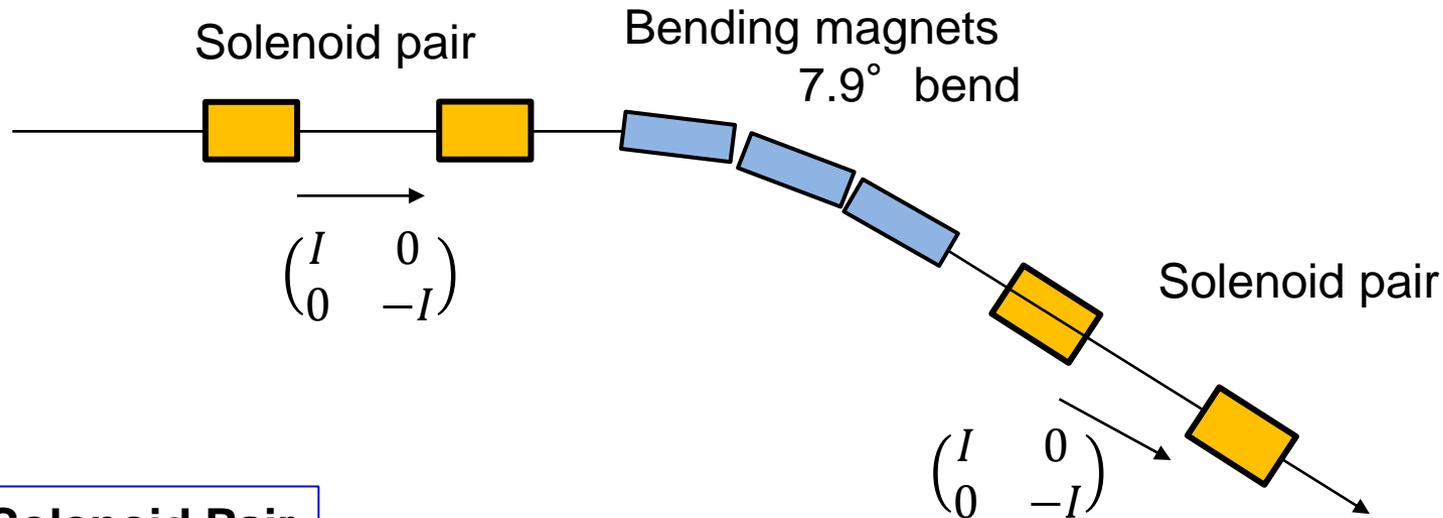
偏向磁石で軌道を7.9° 曲げ
垂直方向を軸に90° 回転



ソレノイド磁場で
ビーム方向を軸に回転

必要な 磁束密度×長さ:
ビームエネルギーに比例
→ Spin Rotator は加速の前、Bunch Compressor の前に置く

垂直方向の偏極から縦偏極への回転 (Turnaround の後)



Solenoid Pair

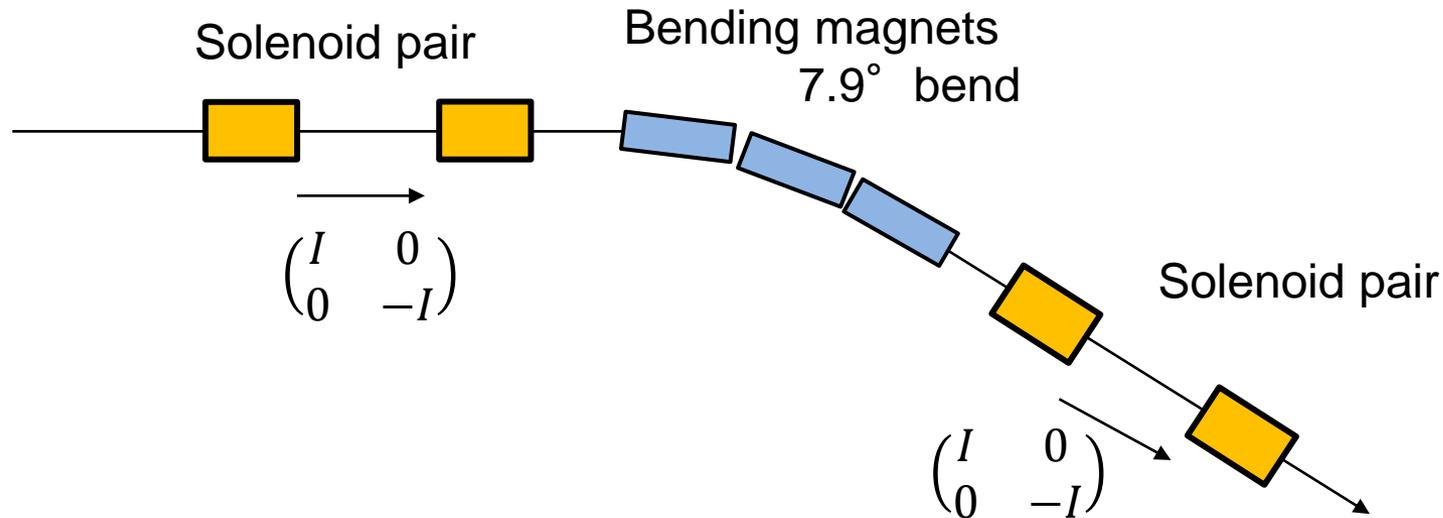
ソレノイドはx-yカップリングを引き起こす。

Damping Ring の前はx, y のエミッタンスが同じなのでカップリングがあってもよい。

Damping Ring の後では、 $\varepsilon_x \gg \varepsilon_y$ なので カップリングを消す必要がある。

→ 同じ強さのソレノイド間に転送行列が $\begin{pmatrix} I & 0 \\ 0 & -I \end{pmatrix}$ となるビームラインを挟む
ことでカップリングを消すことができる
(テキスト参照)

垂直方向の偏極から縦偏極への回転 (Turnaround の後)



原理的にはBendの下流のソレノイドは不要
しかし、前後にソレノイドを置き、
磁場強度を調整することで、偏極の向きを任意に変えることができる。

放射励起

制動放射での量子力学的効果(不確定性)によりエネルギーのばらつきが発生

エネルギーのばらつきの発生が、dispersion を通して横方向のエミッタンスを引き起こす。

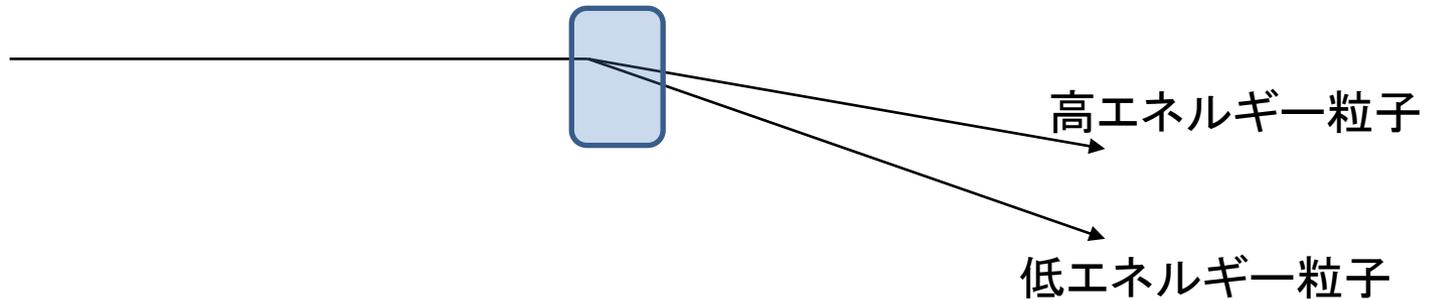
dispersion: 横方向の運動とエネルギー(縦方向の運動)とのカップリング

Dispersion (粒子の位置のエネルギー依存)

エネルギーのずれ $\delta = \frac{E - E_0}{E_0}$

Dispersion $\eta_x = \left. \frac{d\langle x(\delta) \rangle}{d\delta} \right|_{\delta=0}$

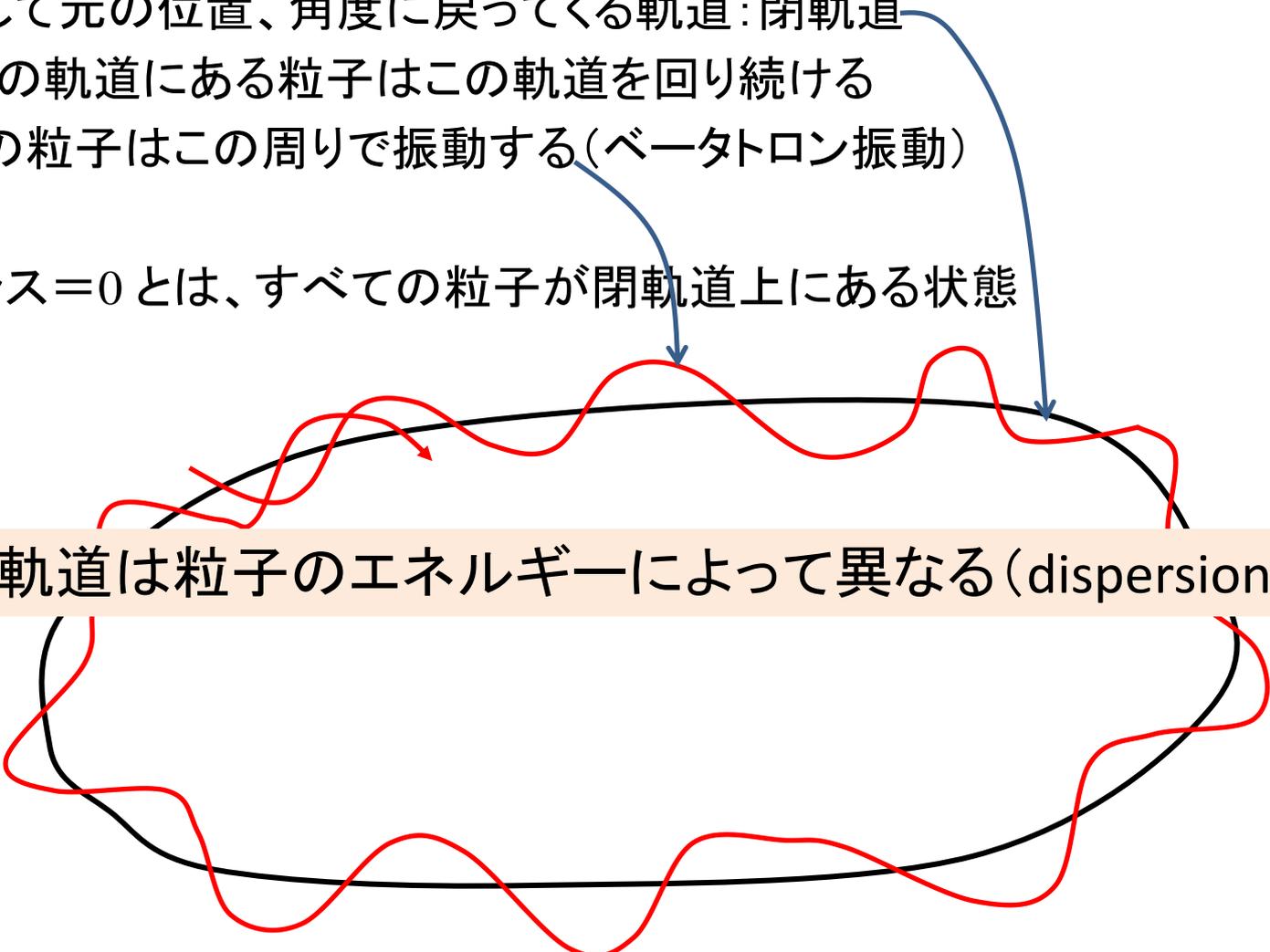
軌道を曲げることでDispersionが生成



円形加速器の閉軌道とベータトロン振動

- 一周して元の位置、角度に戻ってくる軌道: 閉軌道
 - この軌道にある粒子はこの軌道を回り続ける
- 実際の粒子はこの周りで振動する(ベータトロン振動)

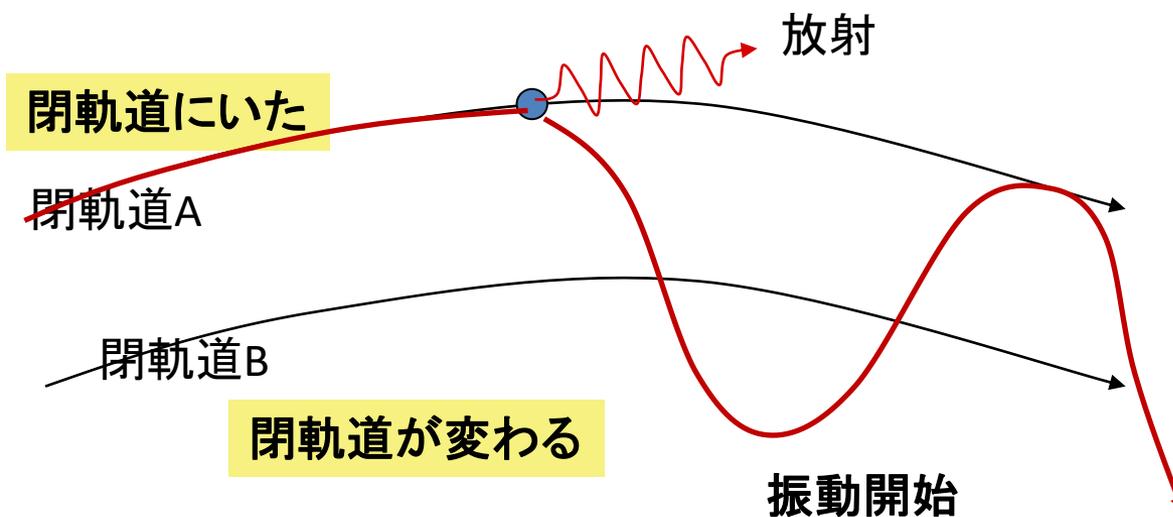
エミッタンス=0とは、すべての粒子が閉軌道上にある状態



閉軌道は粒子のエネルギーによって異なる (dispersion)

制動放射 による励起の定性的説明

Dispersion がゼロでない場所での放射で
エネルギーがずれると「閉軌道」が変わる
→ ベータatron振動を励起



放射励起の水平方向と垂直方向の比較

- リングは水平面ある
 - 軌道を曲げるところで水平方向のdispersionが必ず発生する。軌道を曲げるところで放射が起きる
 - 水平方向の放射励起は大きい
- 完璧なリングでは垂直方向のdispersionがない。
 - 垂直方向の放射励起は小さい
 - 設置誤差、磁場の誤差などから垂直方向のdispersion、水平方向とのカップリングが発生して、放射励起の影響を受ける

平衡エミッタンス

長時間経過した後、放射減衰と放射励起の釣り合うところに落ち着く。

ビーム入射後、平衡エミッタンスに近づいたところでダンピングリングから取り出す

垂直方向のエミッタンスは水平方向より小さい
→ Flat Beam に好都合

ビーム軌道の安定化

ビーム軌道の変動の影響

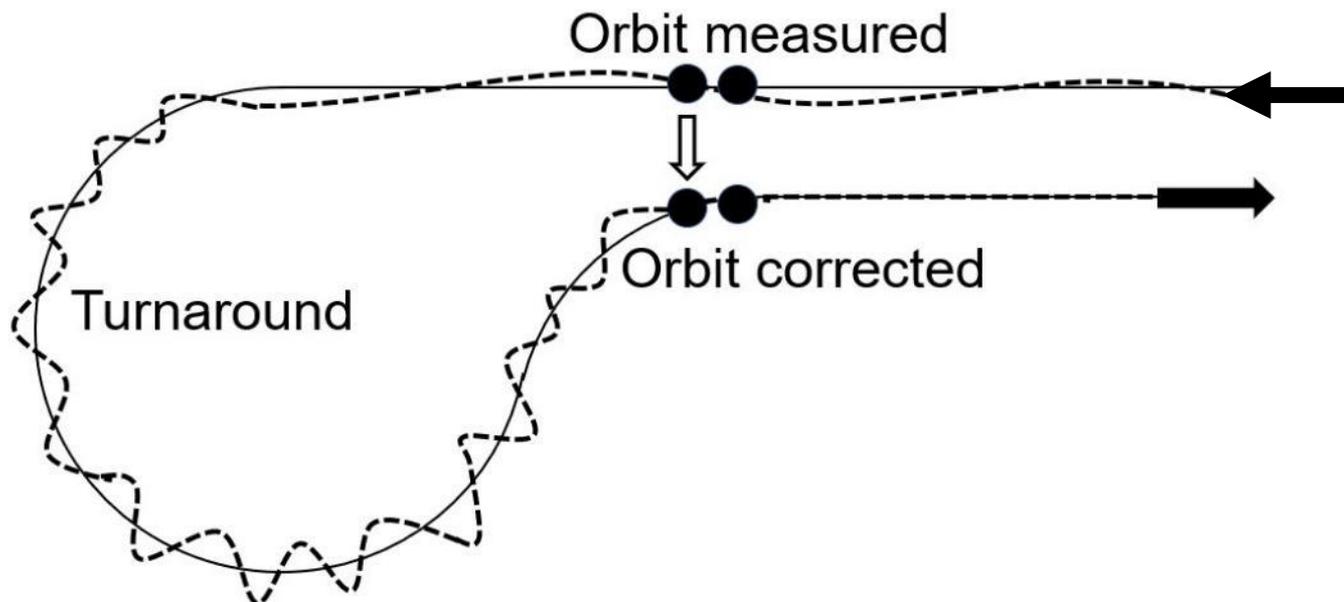
- エミッタンスの増大
 - 衝突点でのビームサイズ増大
- 衝突点でのビーム位置のずれ

→ ルミノシティの低下

ビーム軌道の安定化

- パルス毎の feedback ($\sim 5\text{Hz}$)
- バンチ毎の feedback ($\sim 2\text{MHz}$)
- Turnaround での feedforward

Turnaround での feedforward



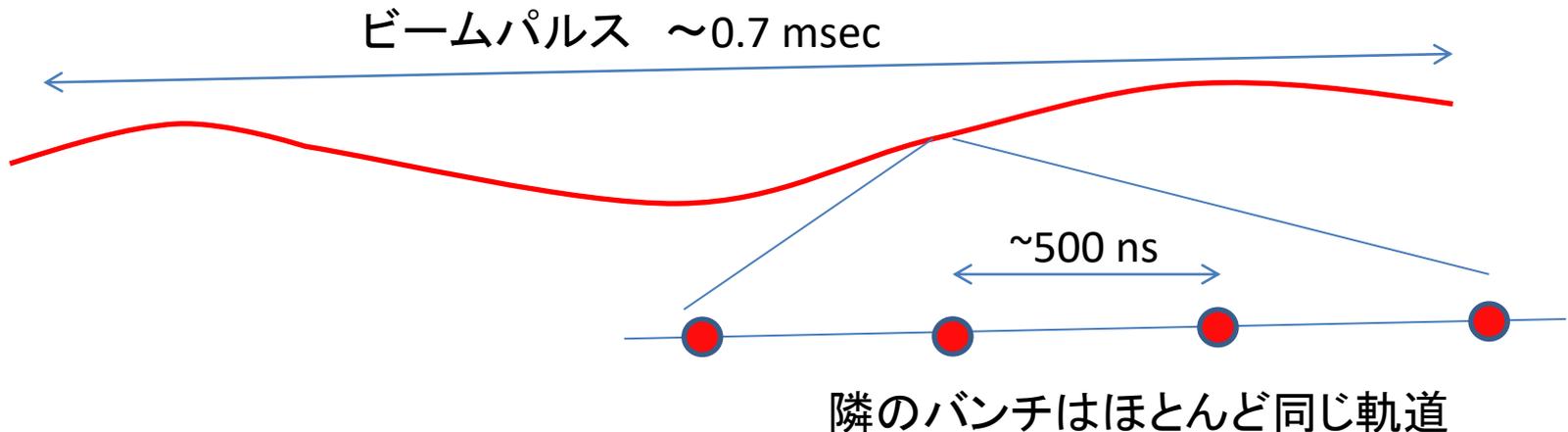
- ダンピングリングの取り出しキッカーの変動
- Return Line での変動
を下流に持ち込まない

ただし、Turnaround内での軌道のずれはエミッタンス増大をもたらす

バンチ毎の feedback

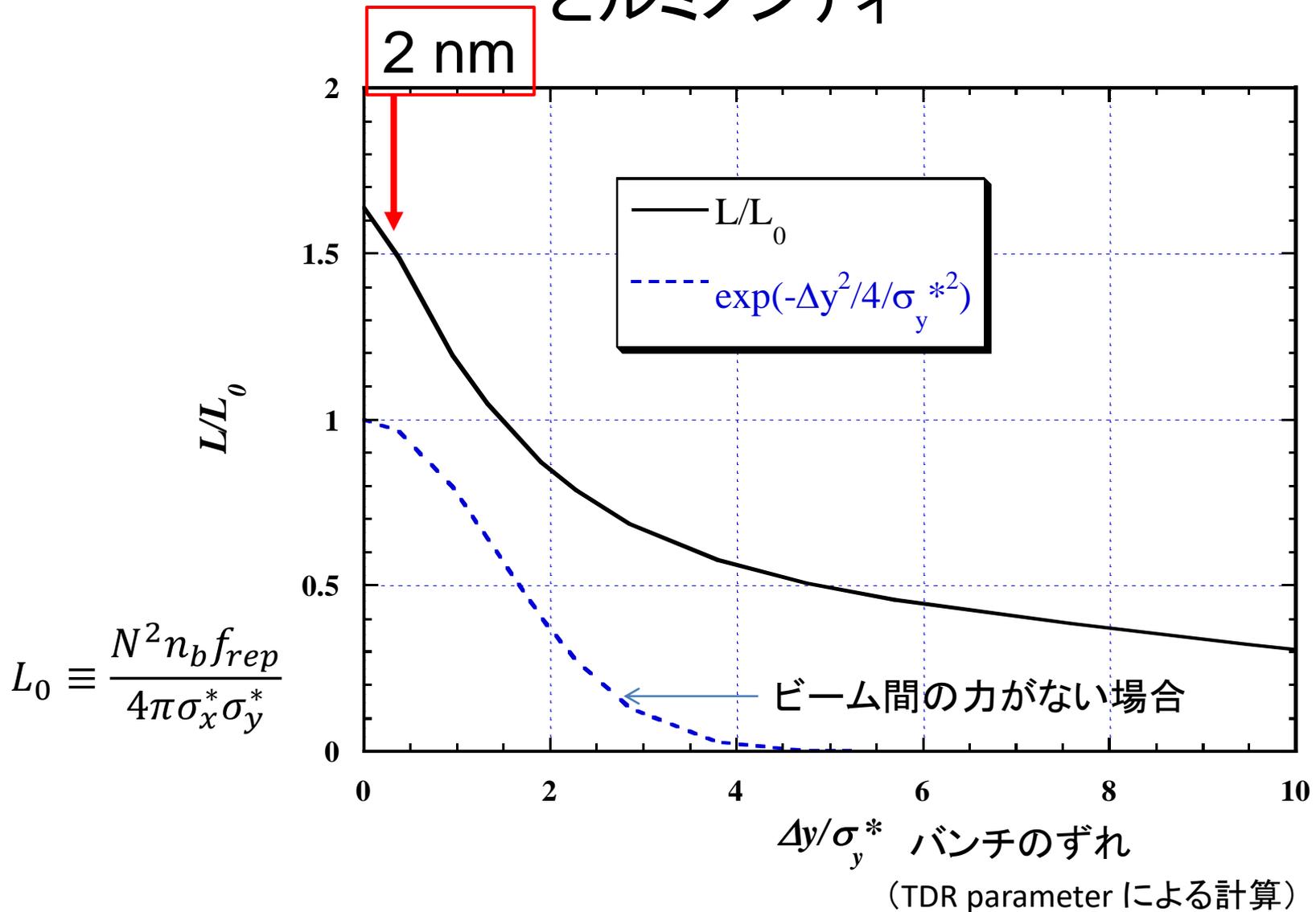
地面、機器の振動、磁石の強さの変動などでビームの位置が変動する。

変動の速さはバンチ間隔(~ 500 ns)に比べて遅いので、前のバンチの位置の情報から後続のバンチの軌道を補正することができる



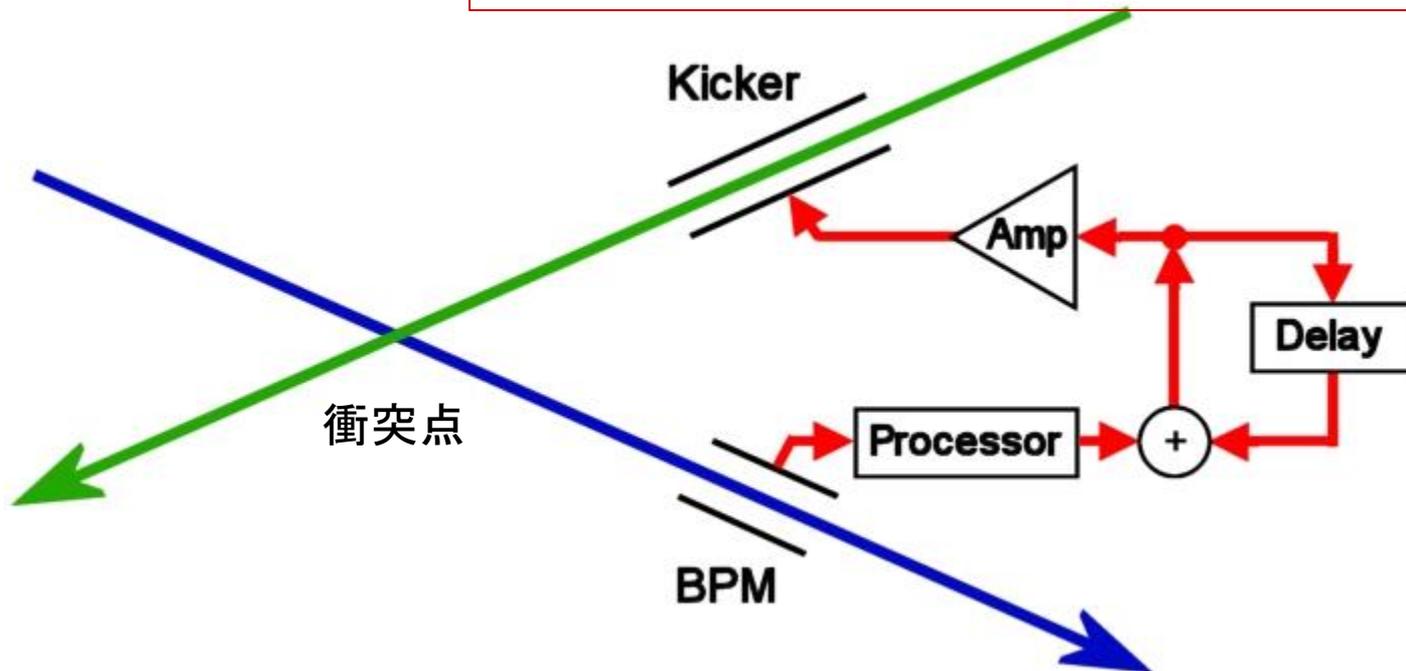
前のバンチの軌道を測定して次のバンチの軌道を補正できる

衝突点での2つのビームの位置のずれ とルミノシティ



衝突点でのFast feedback

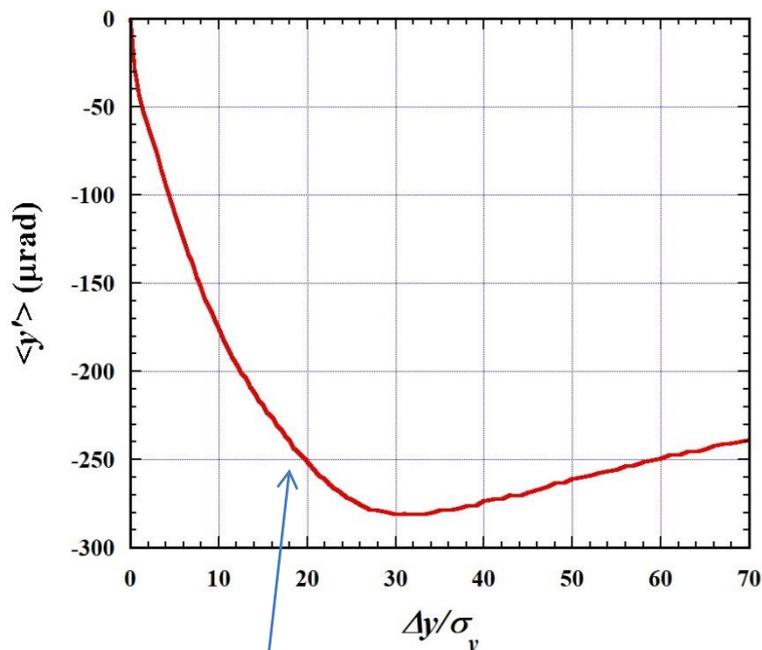
相手のビームの角度を変えて相対位置を合わせる



相手のビームに蹴られたことによるずれを測定

相手のビームに蹴られることによる角度変化 vs. 相対ビーム位置のずれ (垂直方向)

Deflection angle vs. offset at IP



(TDR parameter による計算)

位置のずれがビームサイズの ~ 30 sigma までは単調な関数
→ 最初に30 sigma 程度で合っっていれば補正できる

2 nm (~ 0.3 sigma) のずれで、
約20 μrad の角度変化

→ 数m先で数十 μm の精度で
ビーム位置を測ればよい

ビーム位置モニターの精度は
2 nm でなく 10 μm でよい