

ILC入射器：電子源

栗木雅夫

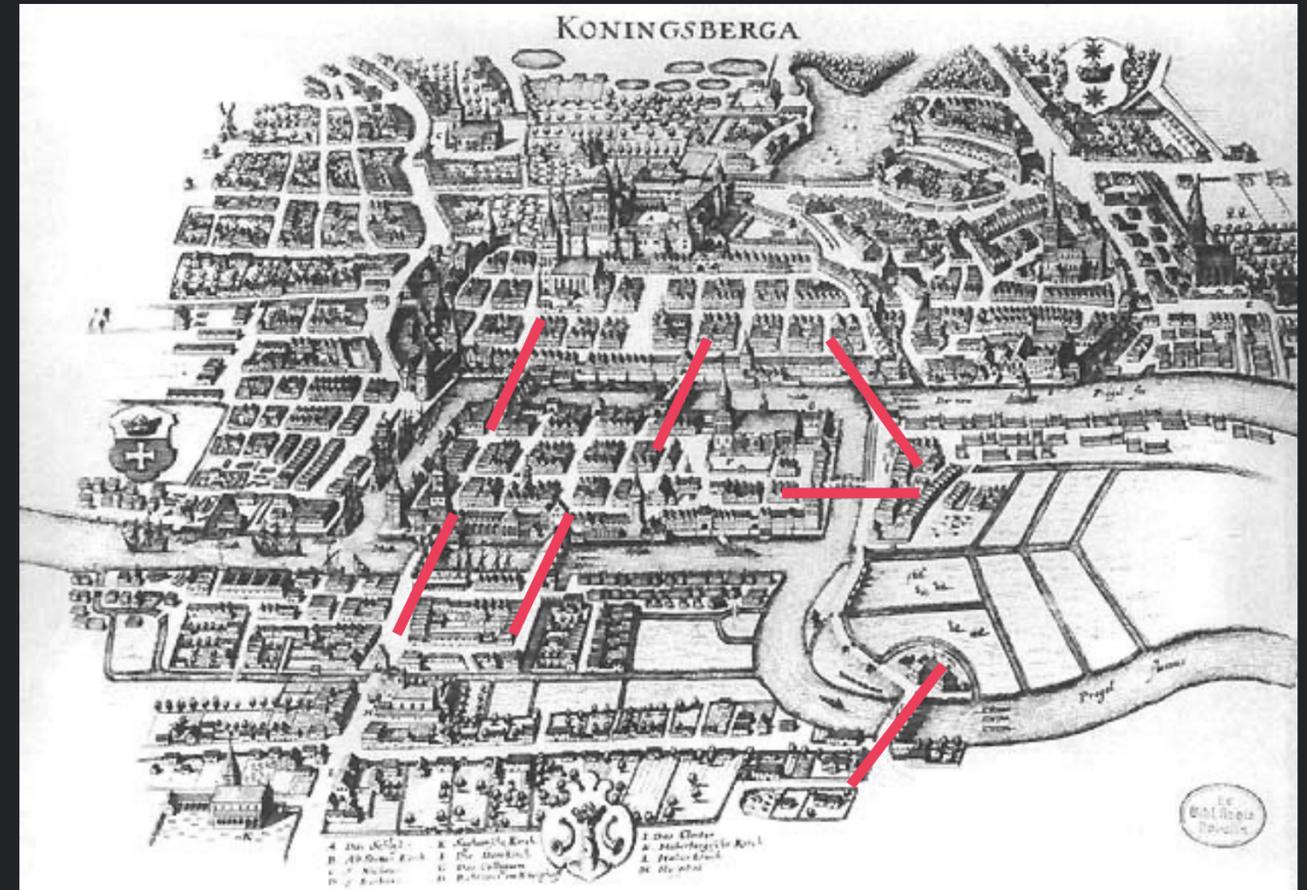
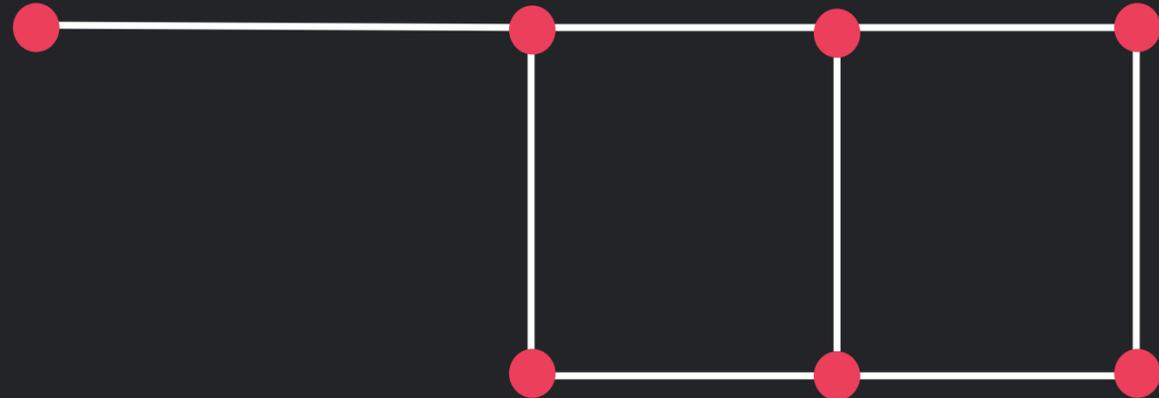
広島大学先進理工系科学

Koenigsbergの橋

Q:Koenigsbergにあるすべての橋を一度だけ渡ることはできるか？（一筆書き問題）

A:原理的に不可能（Leonhard Euler）

証明：接続されているエッジ（橋）が奇数のノード（陸地）が二つを超える場合、一筆書きは不可能。なぜなら、エッジが奇数のノードは起点と終点でなければならず、そのようなノードが二つを超える場合、起点と終点以外に通過できないエッジが少なくとも一つ存在する。



リニアコライダーと リングコライダーのグラフ



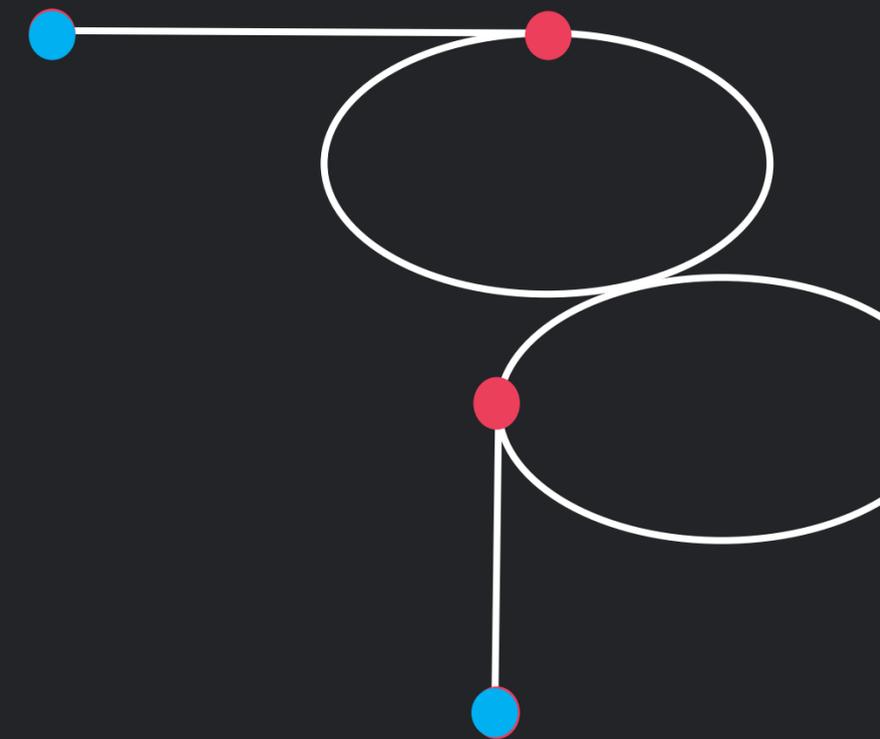
$$I_{inj} = I_{IP}$$

$$I_{ILC} = 31.2 \mu A$$

$$\frac{dI_{IP}}{dt} = -\alpha I_{IP} + I_{inj}$$

$$I_{IP} = \frac{I_{inj}}{\alpha} (1 - e^{-\alpha t})$$

$$I_{SKEKB} = 0.5 \mu A$$



目次

01 電子入射器の概要
まずは全体を眺めよう。

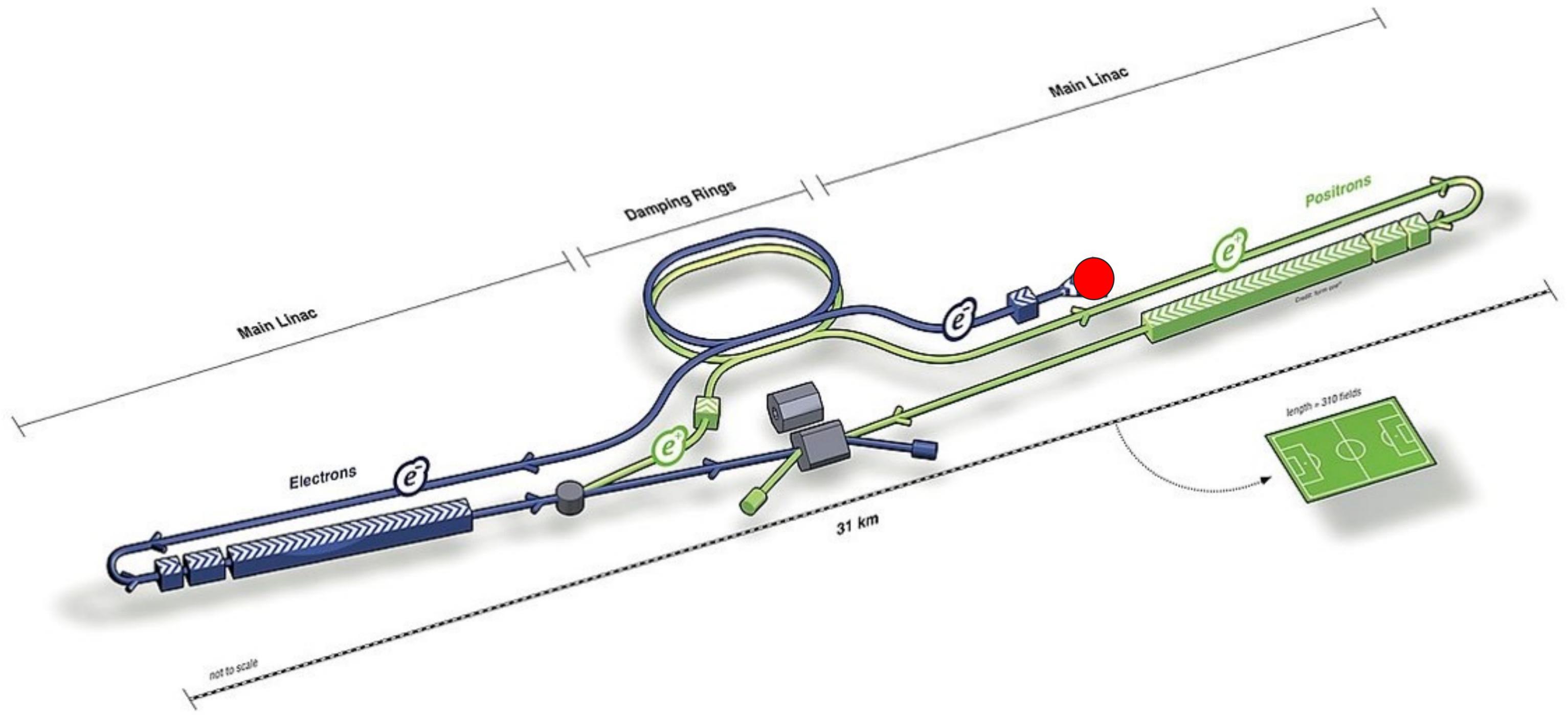
02 スピン偏極電子の生成
電子はいかに生まれるか？

03 DC電子銃
電子をビームとして引き出す。

04 バンチング
電子ビームを加速できるように飼いならす。

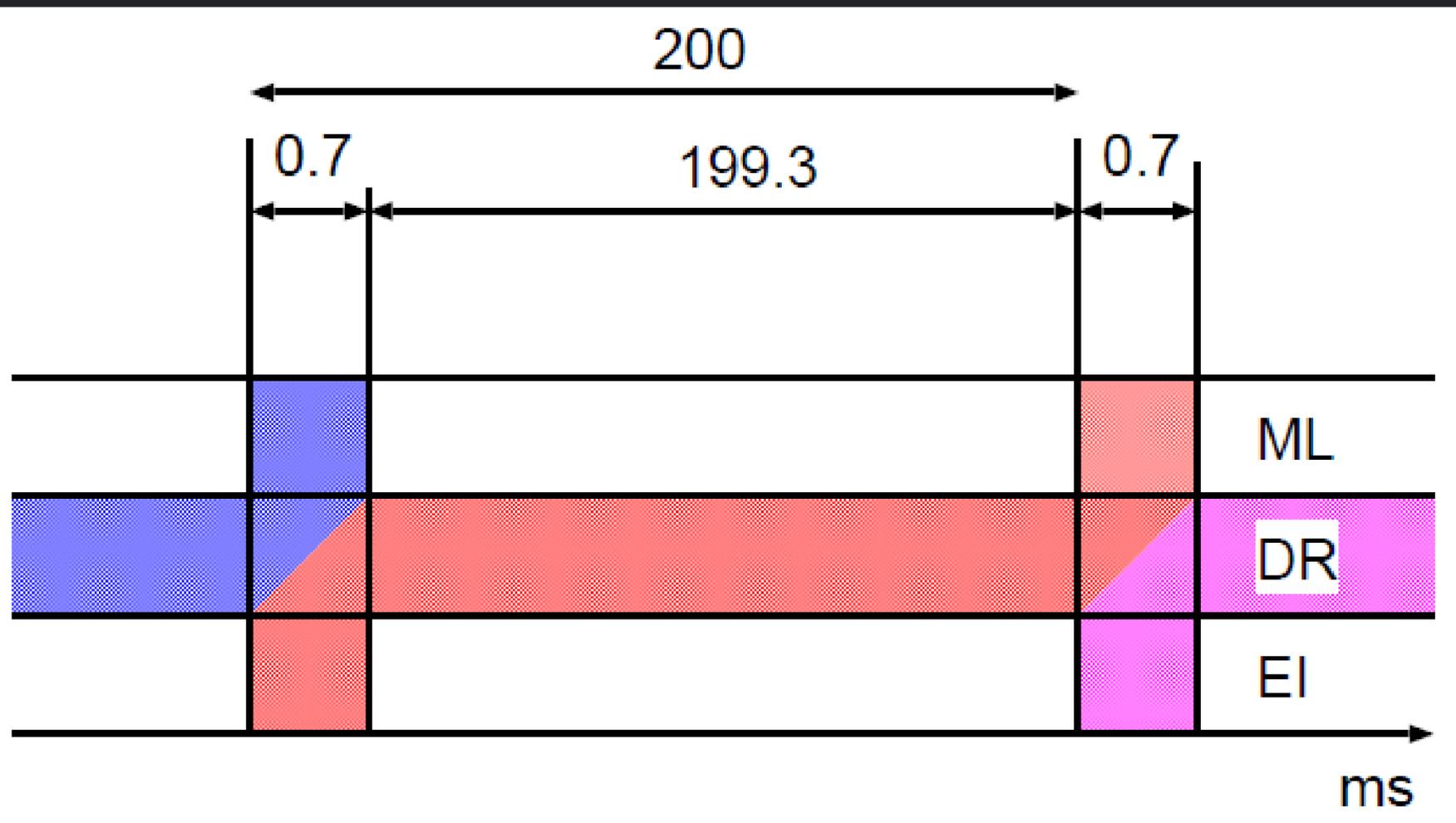
05 スピン操作
後々困らないように。

06 まとめ



電子入射器の概要

Operation Diagram



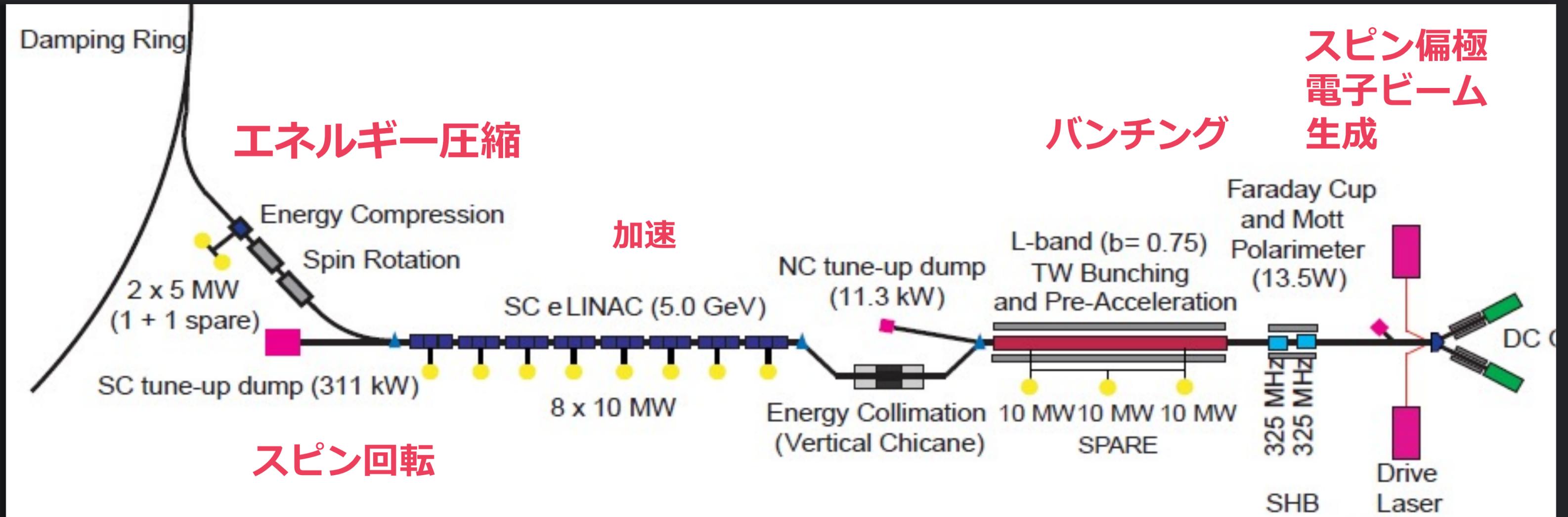
- 電子入射器(Electron Injector, EI)でおよそ0.7msをかけて電子ビームを生成。
- 生成された電子ビームをDamping Ring (DR) へと入射。
- DRで199.3ms周回し、放射減衰により非対称低エミッタンスビームを生成。
- DRから取り出し、主加速器(Main Linac, ML)に送り、加速。同時に新しい電子ビームが供給される。

電子入射器の 基本パラメーター

表 1 電子入射器に必要なパラメーター

Parameter	number	unit
Bunch charge	4.8	nC
Spin Pol.	> 80	%
Bunches in a pulse	1326	
Bunch sep.	6.15	ns
Pulse rep.	5	Hz
Bunch length	< 35	mm
Energy spread	< 0.75	%
Trans. emittance	< 0.035	m.rad

ILC電子入射器



電子ビームの一生

偏極電子 生成

■ ビーム誕生

GaAs光電陰極の円偏光レーザーによる光電効果でスピン偏極電子ビームを生成

バンチング

■ 就学前教育

長いバンチ長で生成された電子ビームを、RF加速できる短いバンチ長に変換

加速

■ 初中等教育

DRの入射エネルギーである5 GeVまで加速

電子ビームの一生

スピン回転

受験勉強

DRで蓄積中に減偏極が
起こらないよう、スピ
ンを倒立させる。

エネルギー 圧縮

入学試験

DRに上手く入れるよう
に、エネルギーを圧縮
する。

DR

高等教育

ルミノシティの最大化
のため、放射減衰によ
る非対称エミッタンス
ビームとする。

電子ビームの一生

バンチ圧縮

職業研修

DRで伸びきったバンチ長を、主加速で必要な長さまで圧縮。

主加速

就業

衝突エネルギー（ヒッグスFなら125GeV）まで超伝導加速器で加速する。

衝突

人生の総決算

衝突する。あるものはヒッグスを生成し、あるものはダンプの熱となる。

昭和のお菓子



スピン**偏極**電子の生成

電子ビームの一生

偏極電子 生成

■ ビーム誕生

GaAs光電陰極の円偏光レーザーによる光電効果でスピン偏極電子ビームを生成

バンチング

■ 就学前教育

長いバンチ長で生成された電子ビームを、RF加速できる短いバンチ長に変換

加速

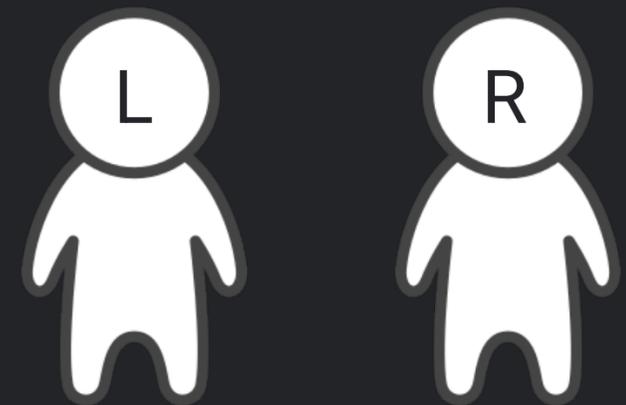
■ 初中等教育

DRの入射エネルギーである5 GeVまで加速

スピン角運動量

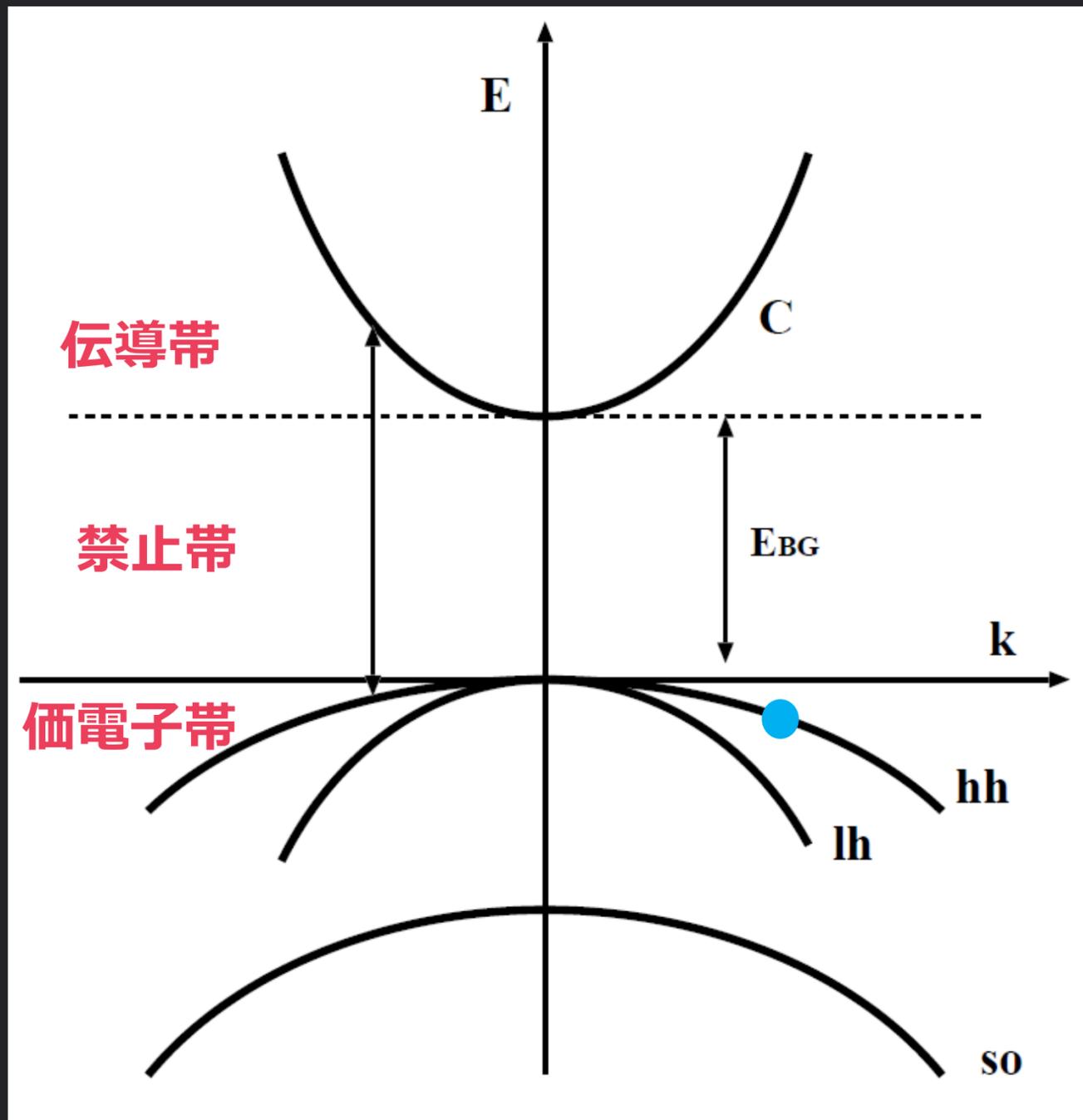
- スピンは粒子固有の角運動量の種類。しかし実際に回転しているわけではない。
- スピンは量子化（離散化）されており、電子と陽電子のスピンは $\pm\hbar/2$ という値をとることができる。
- $-\hbar/2$ （左巻電子）は弱い相互作用を行うが、 $+\hbar/2$ （右巻き電子）は弱い相互作用を行わない。すなわち、スピンの異なる粒子は「別の粒子」。
- 純粋な一種類の粒子だけを含んだビーム：スピン偏極電子ビーム。

$$P \equiv \frac{N_L - N_R}{N_L + N_R}$$



弱い相互作用カメラ

GaAs光陰極：スピンの偏極ビーム生成

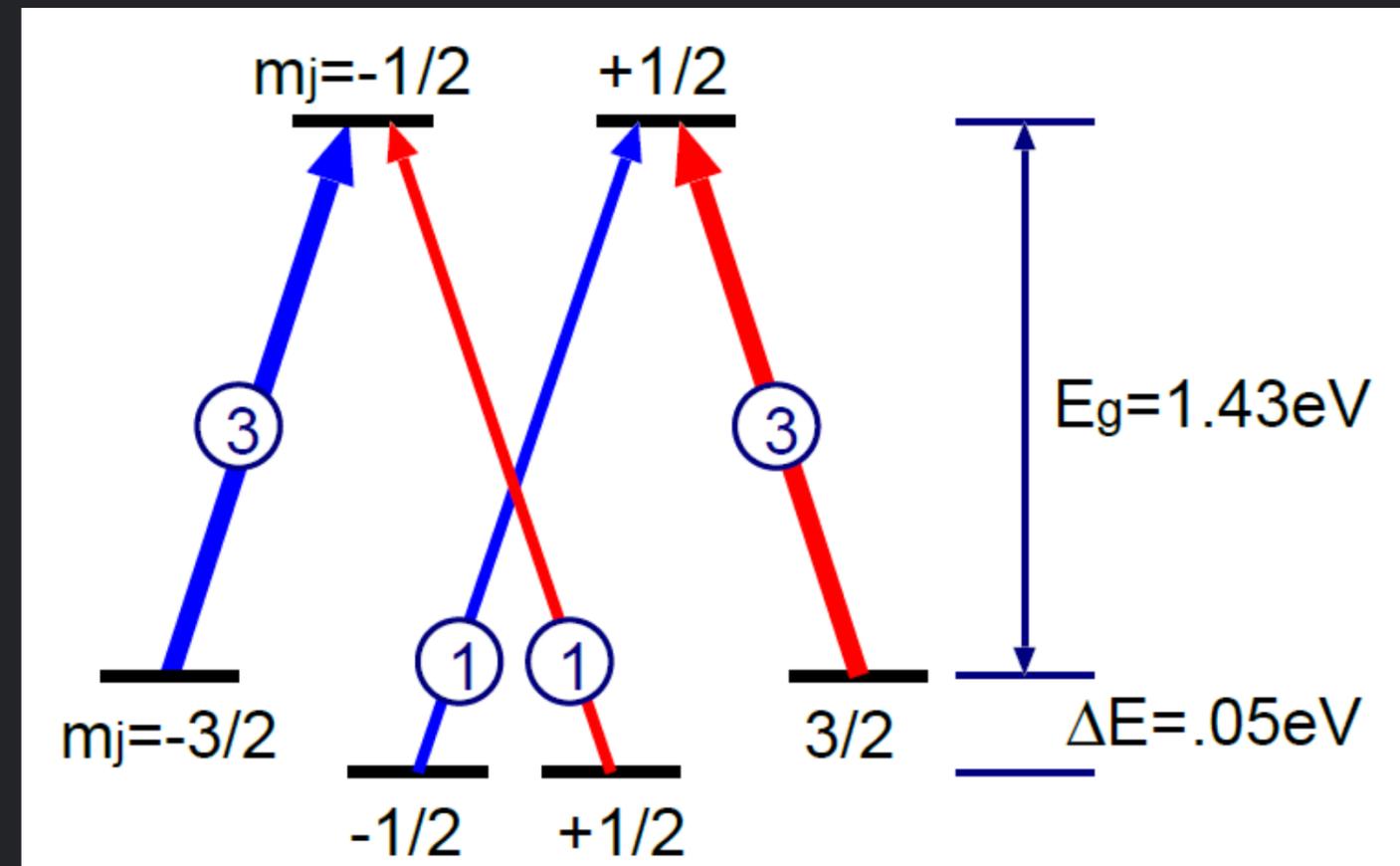
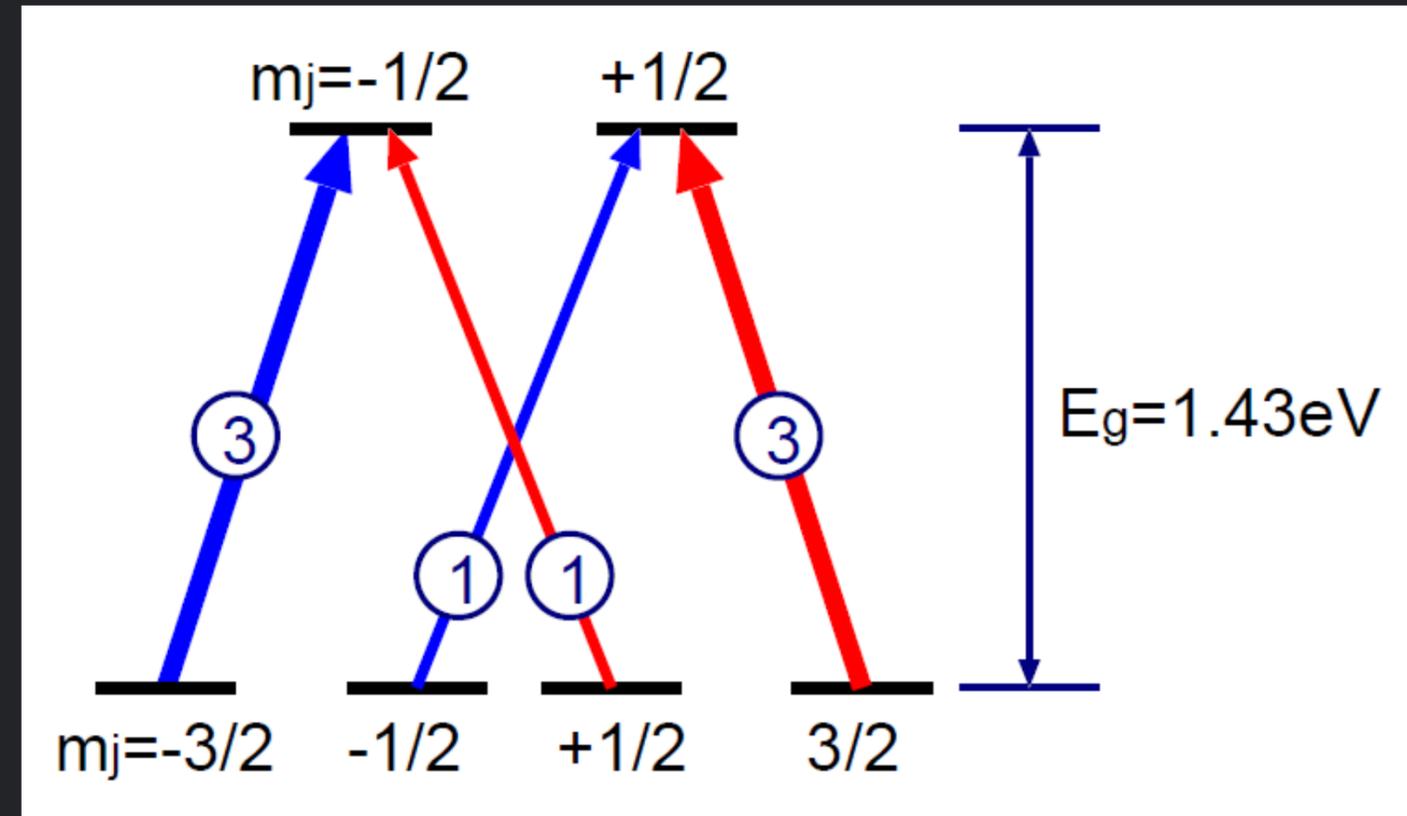


- 直接遷移型の半導体。
- 価電子帯(電子が詰まっている)の角運動量は $3/2$ 。
- 伝導帯(空き部屋)の角運動量は $1/2$ 。
- 価電子帯から、伝導帯に電子を光電効果で励起させる。
- 光子が円偏光(角運動量 ± 1)していると、特定のスピン状態の電子のみを励起できる。

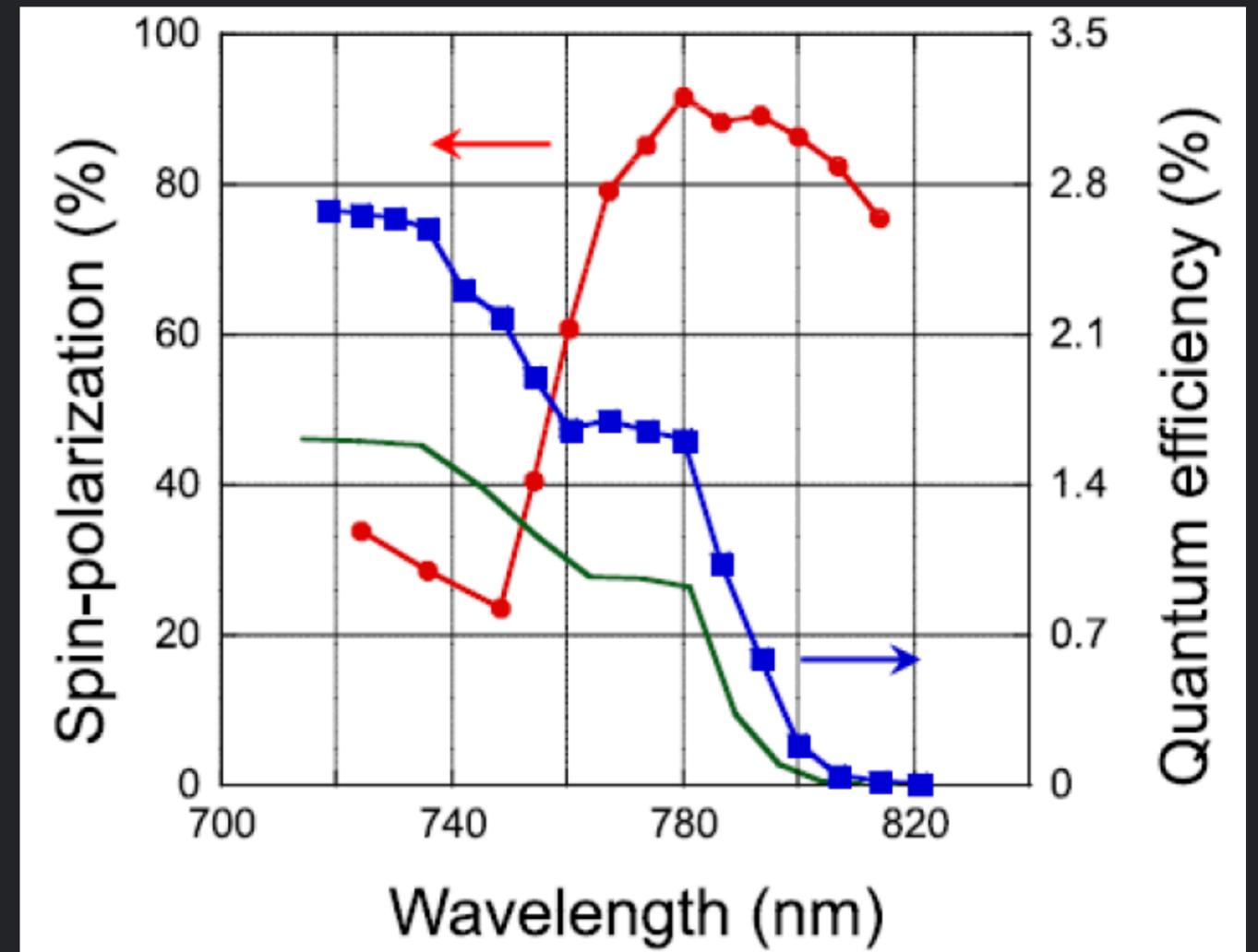
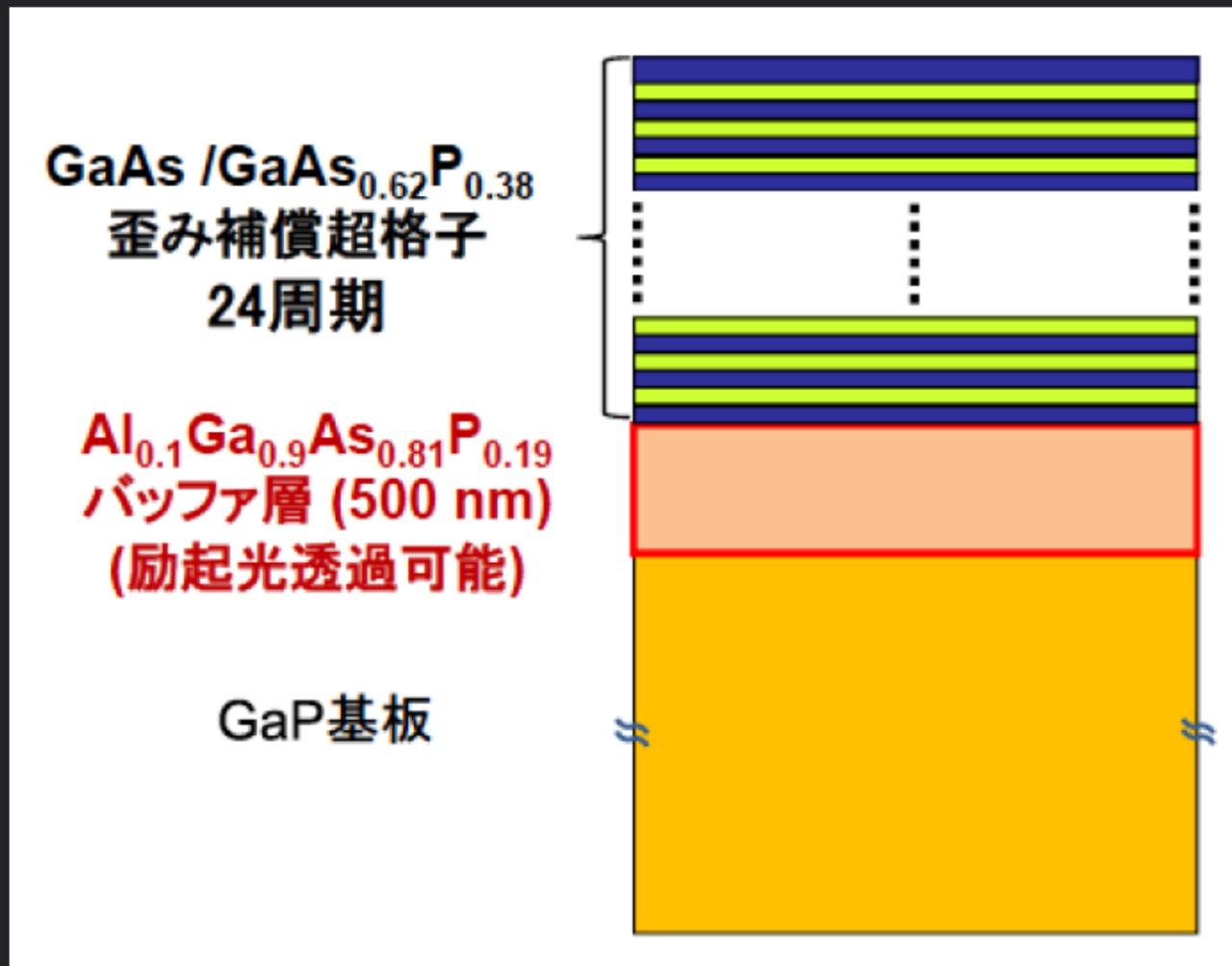
- バンド間遷移は、Fermiの黄金律により記述される。

$$W_{i \rightarrow f} = \frac{2\pi}{\hbar} |M|^2 D(\hbar\omega) f(E)$$

- 特定の波長の光による光電効果の場合、 $D(\hbar\omega)f(E)$ の部分は一定（スピンによらない）
- 行列要素 $|M|^2$ はスピンに依存する。
- $\pm \frac{3}{2} \rightarrow \pm \frac{1}{2}$: $\frac{3}{4}$
- $\pm \frac{1}{2} \rightarrow \pm \frac{1}{2}$: $\frac{1}{4}$
- ± 1 の光子で励起すると、50%の偏極電子ビームとなる。
- 価電子帯（ $3/2$ ）の縮退を解けば、偏極度は100%となる。

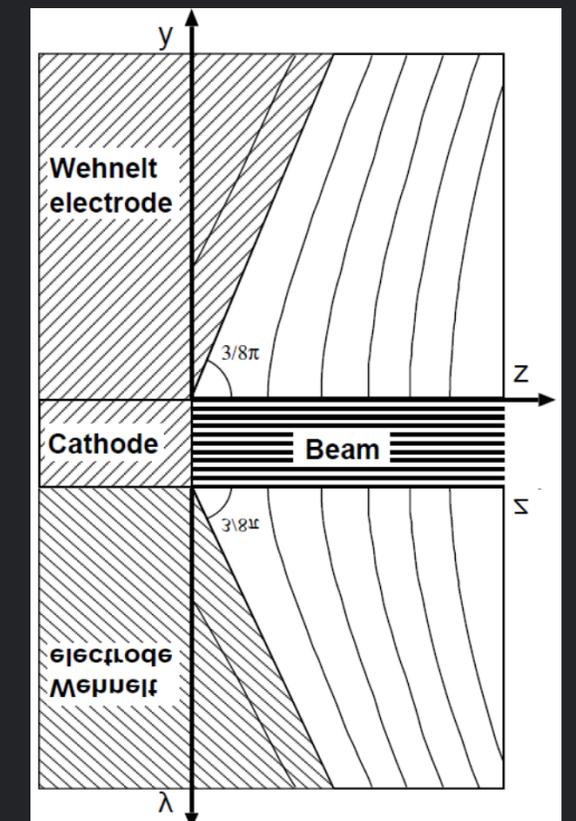
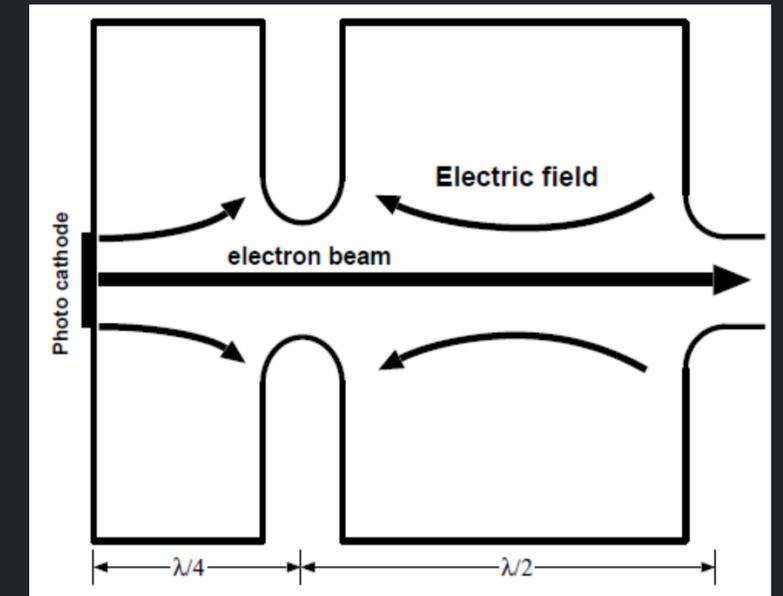


- 縮退を解くための結晶技術：
 - 歪み結晶
 - 歪み超格子結晶
 - 歪み補償超格子結晶



スピン偏極電子銃

- スピン偏極電子はGaAs陰極から円偏光レーザーの光電効果により生成。
- 陰極からビームを引き出すためには、電場をかける必要がある。
- RF電子銃：RF場で高い電場を発生し、同時に加速も行う優れた電子銃。共振構造をとる必要があり、設計の制限が大きい。
- 直流電子銃：静電場を使用。電圧には限界。設計の自由度は大きい。
- 本当は高い電場を発生できるRF電子銃を使いたいが、直流型を使わざるを得ない。理由はカソードがRF電子銃の環境（高い真空圧力、イオンや乗り遅れた電子ビームの逆流）に、カソードが耐えられないため。



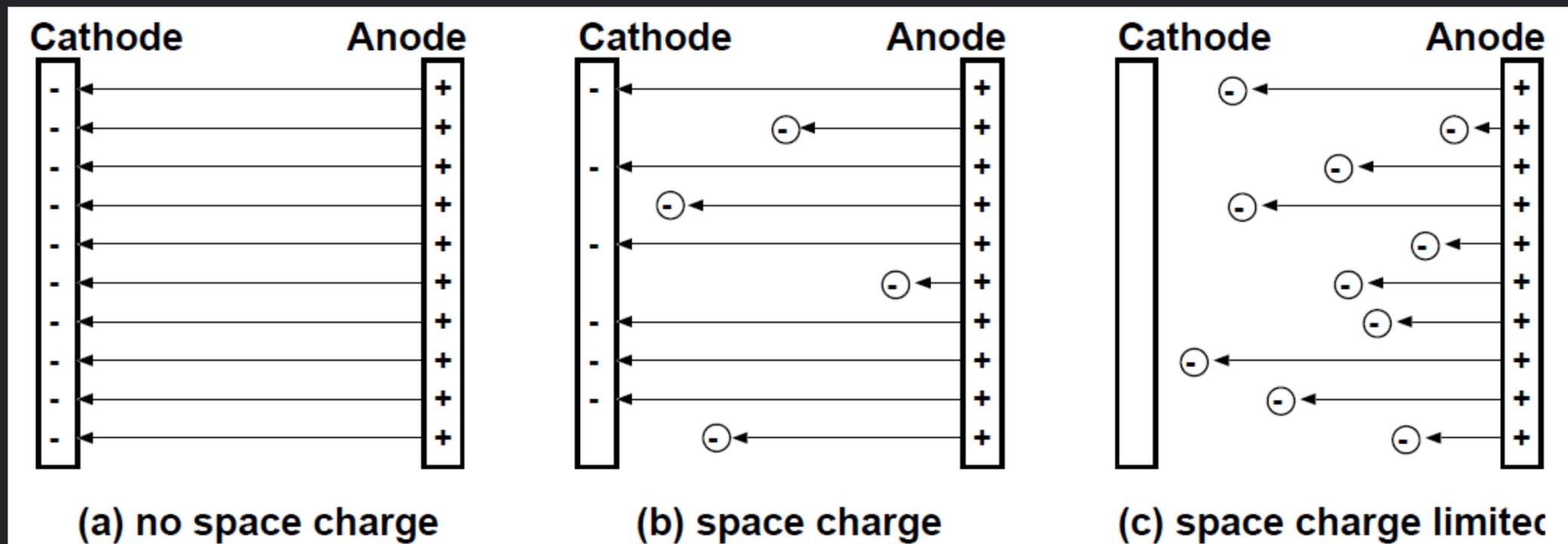
空間電荷制限流

- 直流型電子銃を前提に、ILC電子銃の設計について説明しよう。重要なのは空間電荷制限。
- 単純な二極構造を仮定すると、電圧により最大電流密度が制限される。(Child-Langmuir law)

$$J = 2.33 \times 10^{-6} \frac{V_A^{\frac{3}{2}}}{d^2} (A/m^2). \quad (127)$$

- 電圧を200kV, カソード径10mm, 電極間距離5cmとすると、ピークで電流は6.6A.

$$I = 2.33 \times 10^{-6} \frac{(2.0 \times 10^5)^{3/2}}{0.05^2} \pi 0.005^2 \sim 6.6 \quad (132)$$



- 4.8nCのバンチ電荷を取り出すのに、時間が730psかかる計算。
- 加速に使われる1.3GHzの超伝導空洞の周期は770ps. このままではうまく加速できない。

皆様にご愛顧頂き40余年。



黒い真珠[®]

三次ピオーネ[®]



バンチング

電子ビームの一生

偏極電子 生成

■ ビーム誕生

GaAs光電陰極の円偏光レーザーによる光電効果でスピン偏極電子ビームを生成

バンチング

■ 就学前教育

長いバンチ長で生成された電子ビームを、RF加速できる短いバンチ長に変換

加速

■ 初中等教育

DRの入射エネルギーである5 GeVまで加速

バンチング



- バンチとは房のこと。転じて時間的に離散化されたビームあるいは粒子のこと。
- 動詞としては、時間的な広がり（進行方向の長さ）を短くする、という意味。
- RF加速の場合、バンチ長さはRFの周期に比べて短くしなければならない。

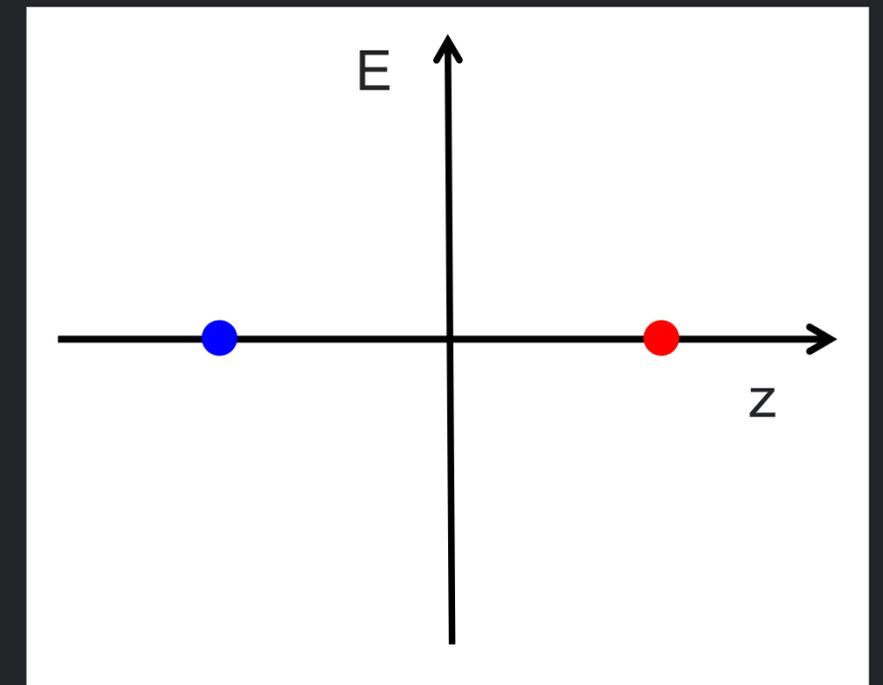
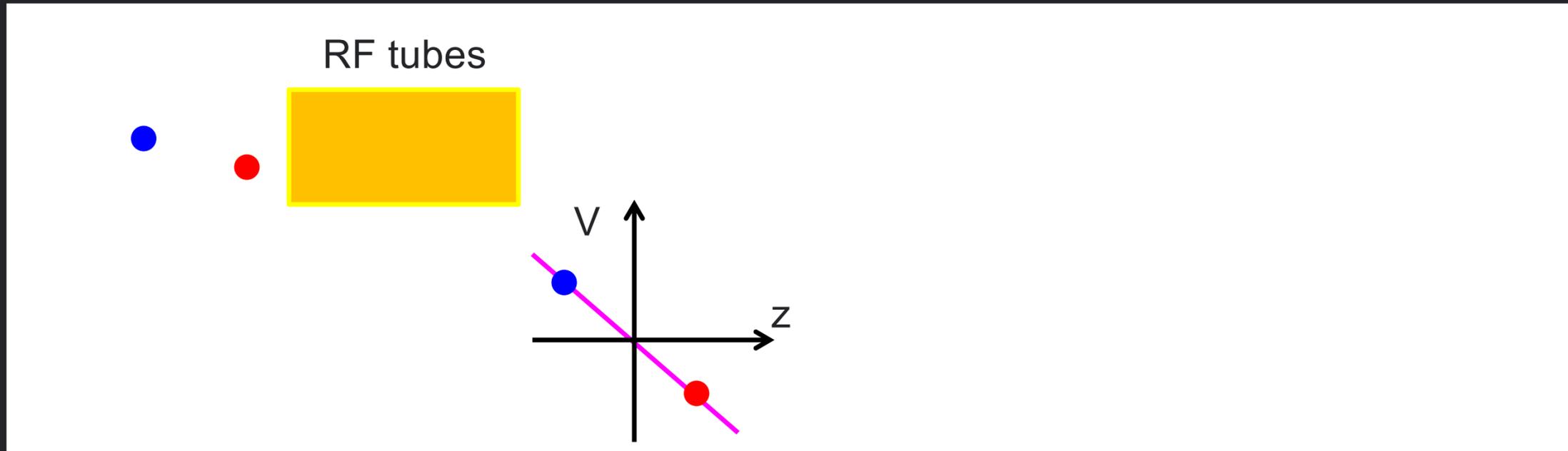
何故なら加速RFによるエネルギー広がり

$$\Delta E = eV \left(1 - \cos \frac{\omega L}{2\beta c} \right)$$

- ILC電子銃の出力は730ps ~1.3GHzの周期770psなので、バンチングが必要。

バンチングの原理

- バンチングを行うには、バンチ内の粒子エネルギー変調をかけ、進行方向の移動を起こさせる。
- 進行方向の移動により、二つの方法（領域）がある。
- 速度（投げやり）法：速度差を利用
- 磁場（分散）法：経路差を利用



行列表現

- 輸送行列で表現すると、いろいろ便利。

- バンチングも、行列で表現できる： $\begin{pmatrix} z_2 \\ \delta_2 \end{pmatrix} = M \begin{pmatrix} z_1 \\ \delta_1 \end{pmatrix}$

- RFによるエネルギー変調： $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{eV\omega}{E\beta c} & 1 \end{pmatrix}$

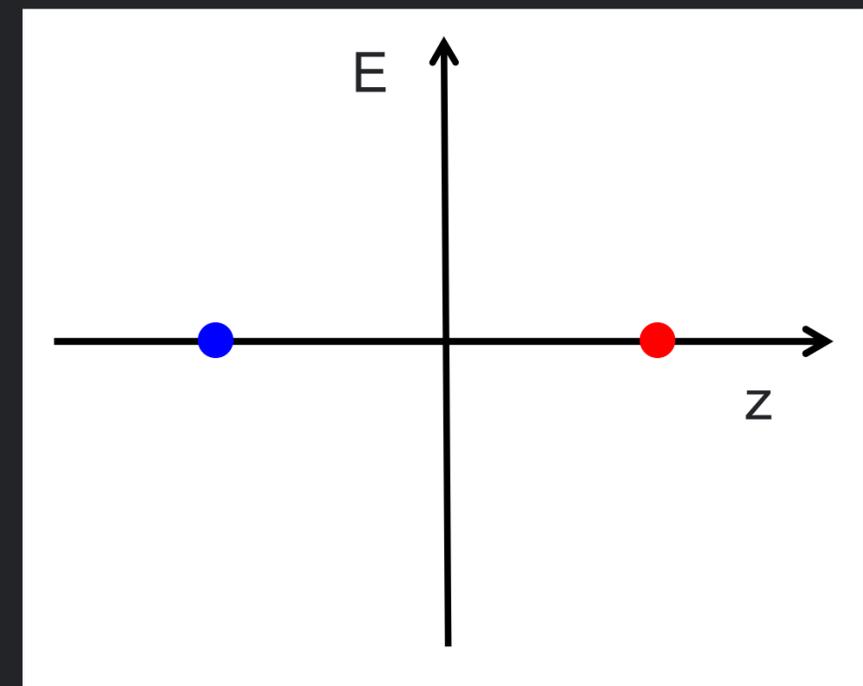
- 空間： $\begin{pmatrix} 1 & \frac{L}{\beta^2\gamma^2} \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

- バンチングセクション全体

$$\begin{pmatrix} z_2 \\ \delta_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & \frac{L}{\beta^2\gamma^2} \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{eV\omega}{E\beta c} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} z_1 \\ \delta_1 \end{pmatrix}$$

$$1 - \frac{L}{\beta^2\gamma^2} \frac{eV_0\omega}{E\beta c} = 0, \quad (153)$$

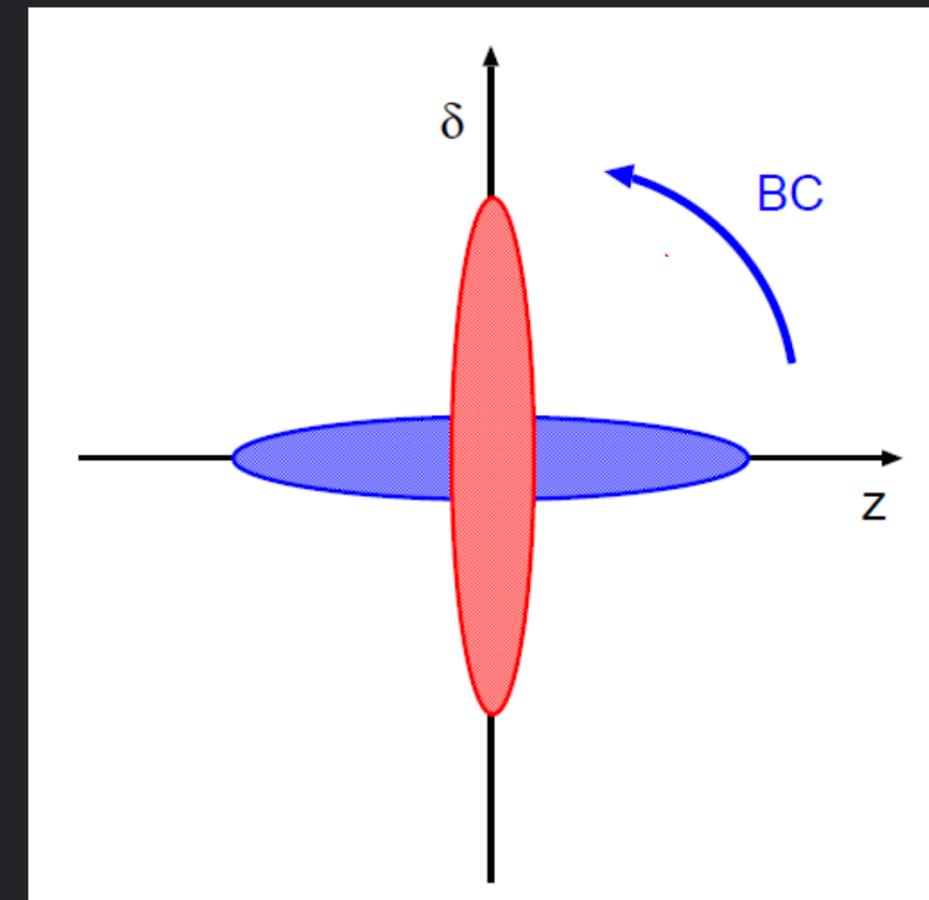
$$\begin{pmatrix} z_2 \\ \delta_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & \frac{L}{\beta^2\gamma^2} \\ -\frac{eV\omega}{E\beta c} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} z_1 \\ \delta_1 \end{pmatrix}$$



バンチング後のバンチ

- バンチ長は、バンチング前のバンチ長には依らない。バンチ長は、バンチング前のエネルギー広がり依存。
- バンチング後のエネルギー広がり、バンチング前に比べて、 $\frac{eV\omega}{E\beta c}z$ だけ広がる。
- すなわち、バンチングにより、長さは短くなるが、エネルギー広がり大きくなる。
- 面積不変の定理 (リウビルの定理)

$$\begin{pmatrix} z_2 \\ \delta_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & \frac{L}{\beta^2 \gamma^2} \\ -\frac{eV\omega}{E\beta c} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} z_1 \\ \delta_1 \end{pmatrix}$$



電子ビームの一生

スピン回転

受験勉強

DRで蓄積中に減偏極が
起こらないよう、スピ
ンを倒立させる。

エネルギー 圧縮

入学試験

DRに上手く入れるよう
に、エネルギーを圧縮
する。

DR

高等教育

ルミノシティの最大化
のため、放射減衰によ
る非対称エミッタンス
ビームとする。

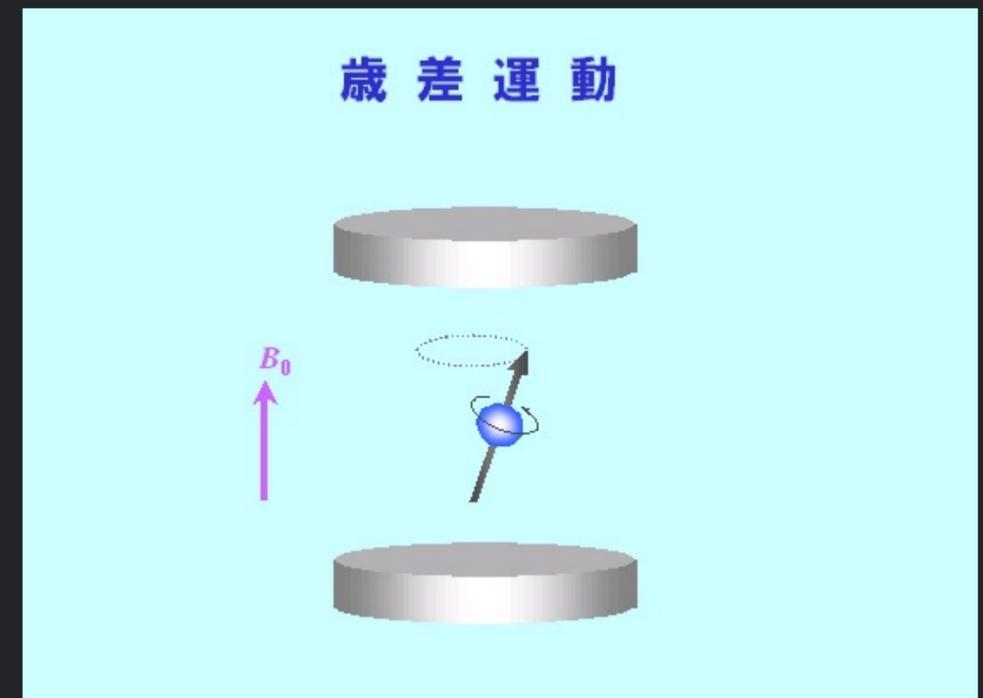


昭和のお菓子

スピン回転

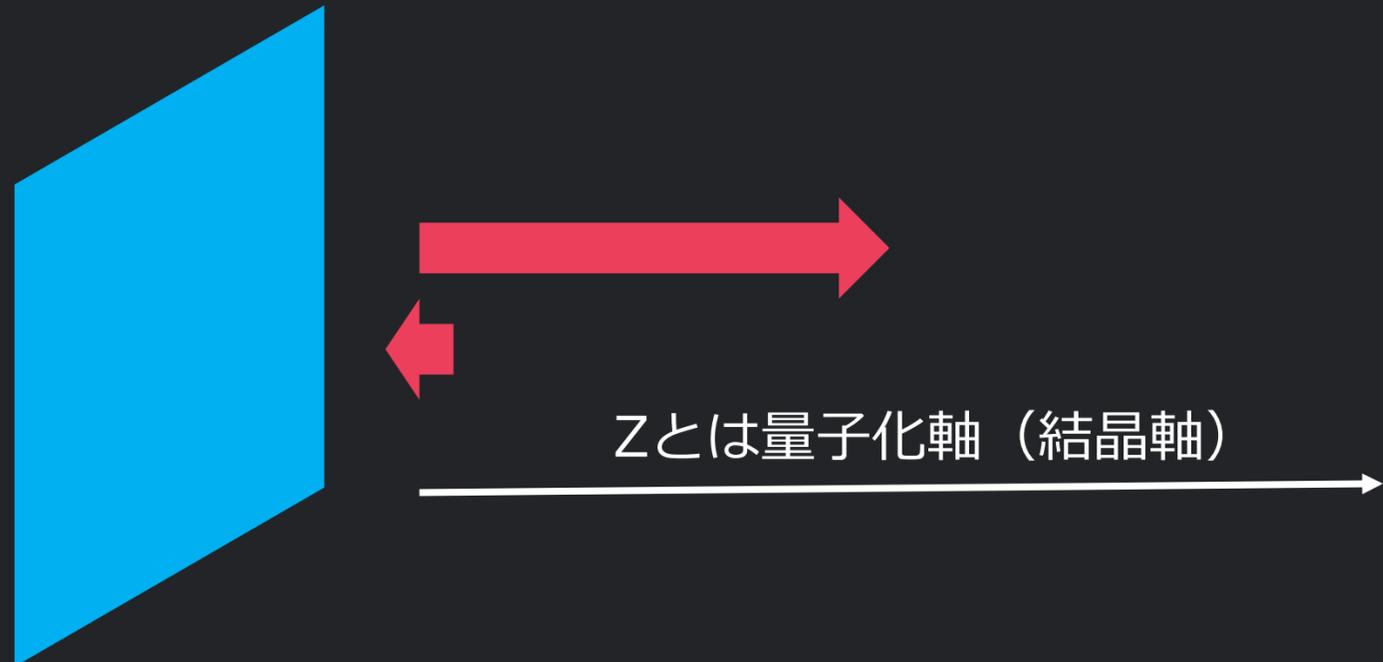
スピン回転

- スピンは磁場中で歳差運動（すりこぎ運動）をする。
- ちょっと待て、「スピンは量子化（離散化）されており、電子と陽電子のスピンは $\pm\hbar/2$ という値をとる」（本講義14ページ）ので、歳差運動（連続的変化）はしないのではないか？
- 歳差運動をするのは粒子のスピンではなく、量子化軸である。
- 量子化軸とは？



観測と量子化軸

- 量子力学では、状態（波動関数）に対する観測（演算）により、観測結果（期待値、あるいは固有値）が得られる。
- 例えば、ある状態（A）に対して、観測Oを行ったときに、1という値が70%、-1という結果が30%得られた場合、その期待値は $0.7 \times 1 + 0.3 \times (-1) = 0.4$ 、すなわちAという状態の物理量Oの期待値は0.4である。
- 別の観測（演算子）を行えば、当然別の値となる。
- 90%のスピンの偏極とは、z方向のスピンの期待値が $0.9\hbar/2$ のこと。

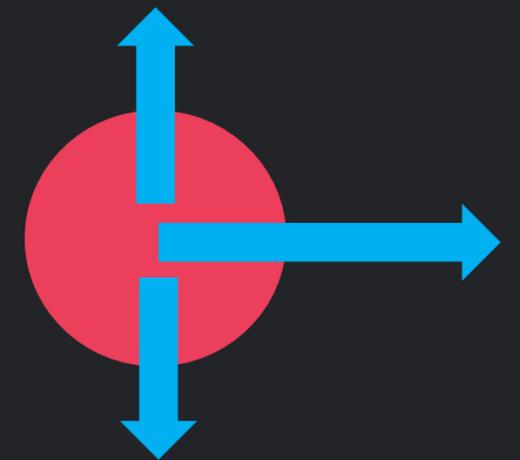


Q: z方向の偏極度が100%の電子がある。
この電子のy方向の偏極度（スピンの期待値）を観測したらいくつになるか？

A: 0である。

量子化軸の回転

- 電子が z 方向のスピン $\hbar/2$ の固有状態にあったとする。この時、 z 軸を量子化軸にとれば、この電子のスピンは常に $\hbar/2$ という値が得られる。
- 磁場を通過すると、この固有状態を与える量子化軸が回転する。
- 量子化軸が回転して、 y 方向を向いてしまったとしよう。その時、 z 方向のスピンを測定するとその値はゼロとなる。 y 方向のスピンを測定すると、その値は $\hbar/2$ となる。
- 磁場中で量子化軸は回転してしまうから、その方向を知っていないとスピン偏極を利用できない。
- スピンの量子化軸がどのような運動をするのか、知らないといけない。



Thomas-BMT 方程式

$$\frac{d\mathbf{P}}{dt} = \boldsymbol{\Omega}_0 \times \mathbf{P}, \quad (155)$$

\mathbf{P} : スピン偏極ベクトル

$\mathbf{B}_\perp, \mathbf{B}_\parallel$: 速度ベクトル $\boldsymbol{\beta}$ に垂直、平行な磁場

$$\boldsymbol{\Omega}_0 = -\frac{Ze}{m\gamma} \left[(1 + G\gamma) \mathbf{B}_\perp + (1 + G) \mathbf{B}_\parallel \right] + \left(G\gamma + \frac{\gamma}{\gamma + 1} \right) \frac{\mathbf{E} \times \boldsymbol{\beta}}{c} \quad (156)$$

粒子の速度ベクトルも似たような運動をする (歳差運動)

$$\frac{d\boldsymbol{\beta}}{dt} = \boldsymbol{\Omega}_c \times \boldsymbol{\beta}, \quad (158)$$

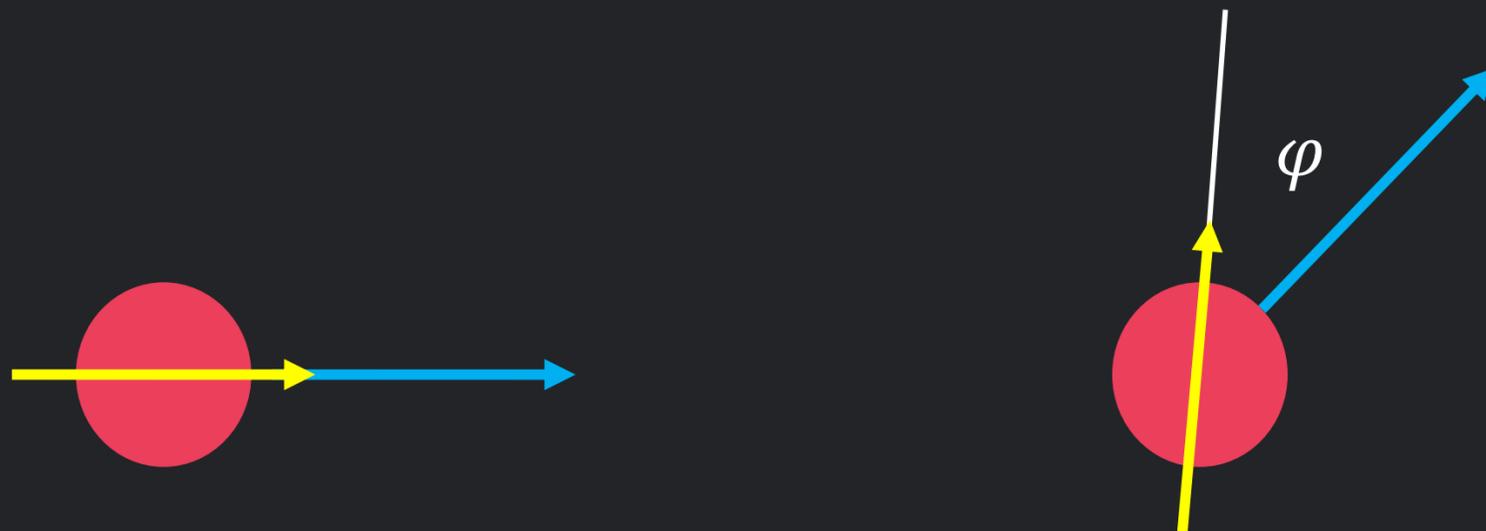
$$\boldsymbol{\Omega}_c = -\frac{Ze}{m\gamma} (\mathbf{B}_\perp) + \frac{\gamma^2}{\gamma^2 - 1} \frac{\mathbf{E} \times \boldsymbol{\beta}}{c}. \quad (159)$$

速度ベクトルとスピンベクトルが同じ運動をすれば、粒子の進行方向を基準としたスピンベクトル（ヘリシティ）は変わらない。問題はそのずれ。

$$\frac{dP_\beta}{dt} = \Omega \times P_\beta, \quad (160)$$

$$\Omega = -\frac{Ze}{m\gamma} \left[G\gamma \mathbf{B}_\perp + (1 + G) \mathbf{B}_\parallel + \left(G\gamma - \frac{\gamma}{\gamma^2 - 1} \right) \frac{\mathbf{E} \times \beta}{c} \right], \quad (161)$$

P_β : 速度ベクトルを基準とした偏極ベクトル



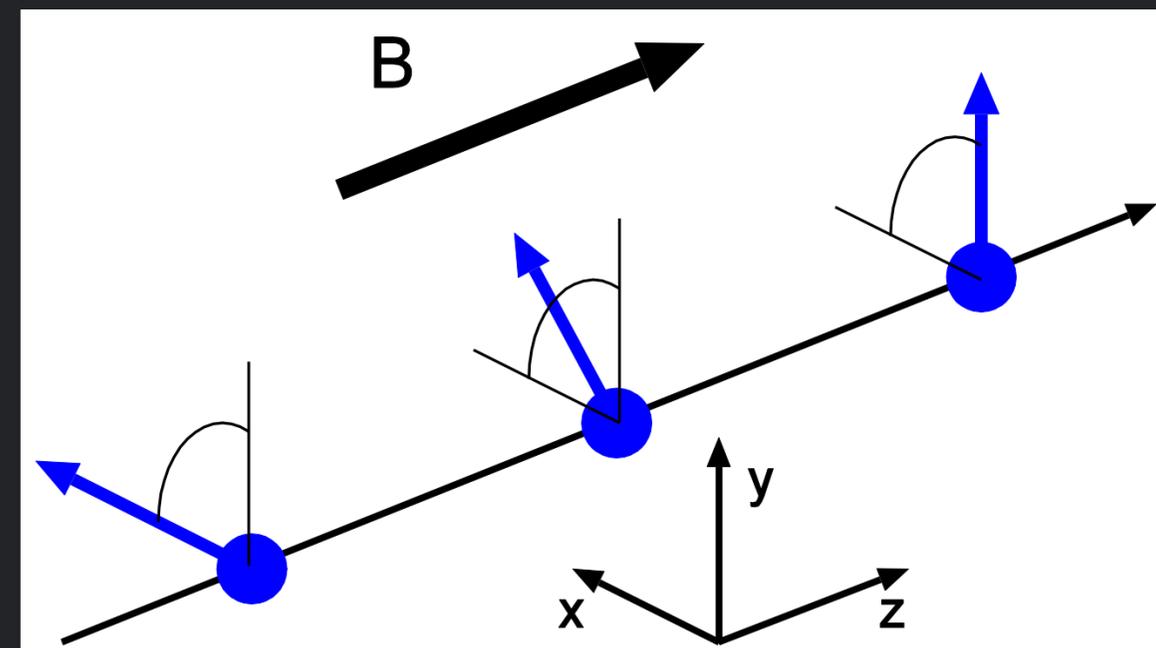
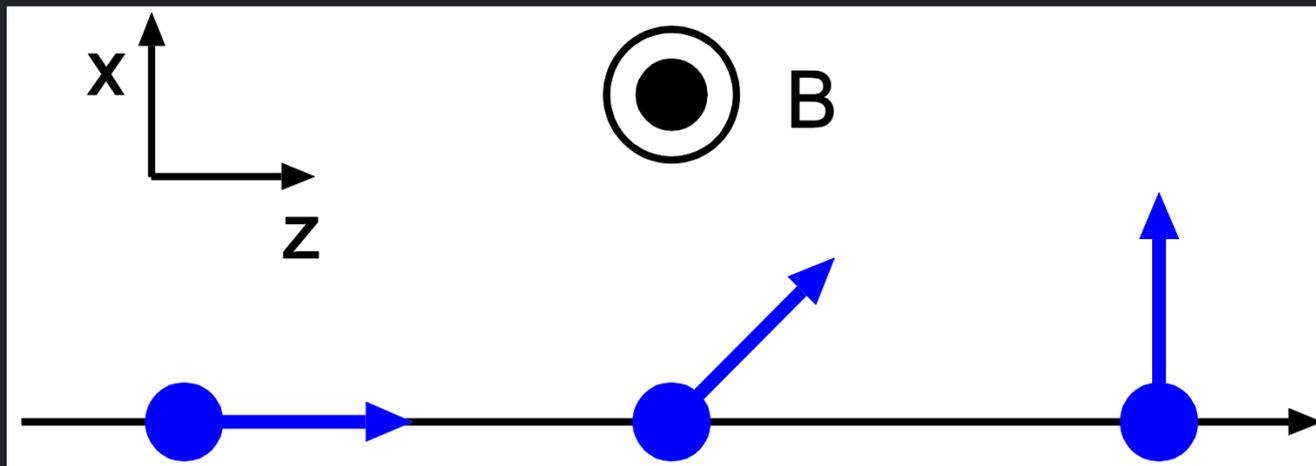
Spin Rotators

$$\frac{d\mathbf{P}_\beta}{dt} = -\frac{Ze}{m} G \mathbf{B}_\perp \times \mathbf{P}_\beta. \quad (166)$$

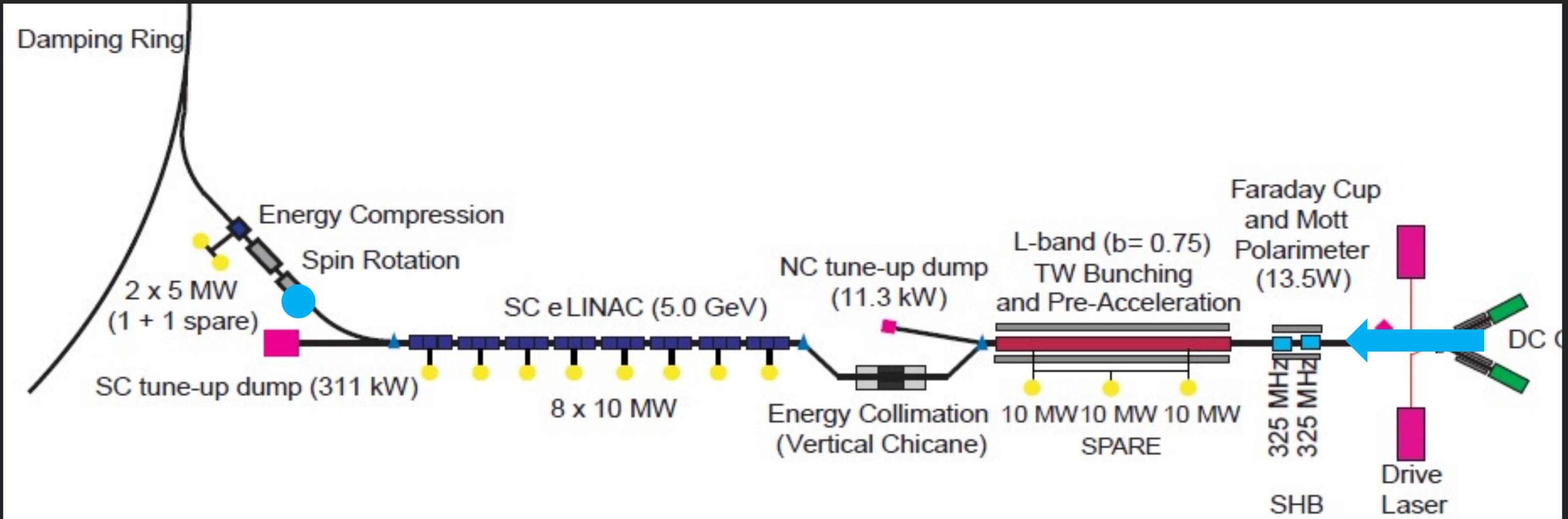
$$\frac{d\mathbf{P}_\beta}{dt} = -\frac{Ze}{m\gamma} (1 + G) \mathbf{B}_\parallel \times \mathbf{P}_\beta. \quad (162)$$

$$\phi = -\frac{Ze}{m\beta c} G B_\perp L, \quad (168)$$

$$\phi = -\frac{Ze}{m\gamma\beta c} (1 + G) \sin\theta \int B_\parallel ds,$$



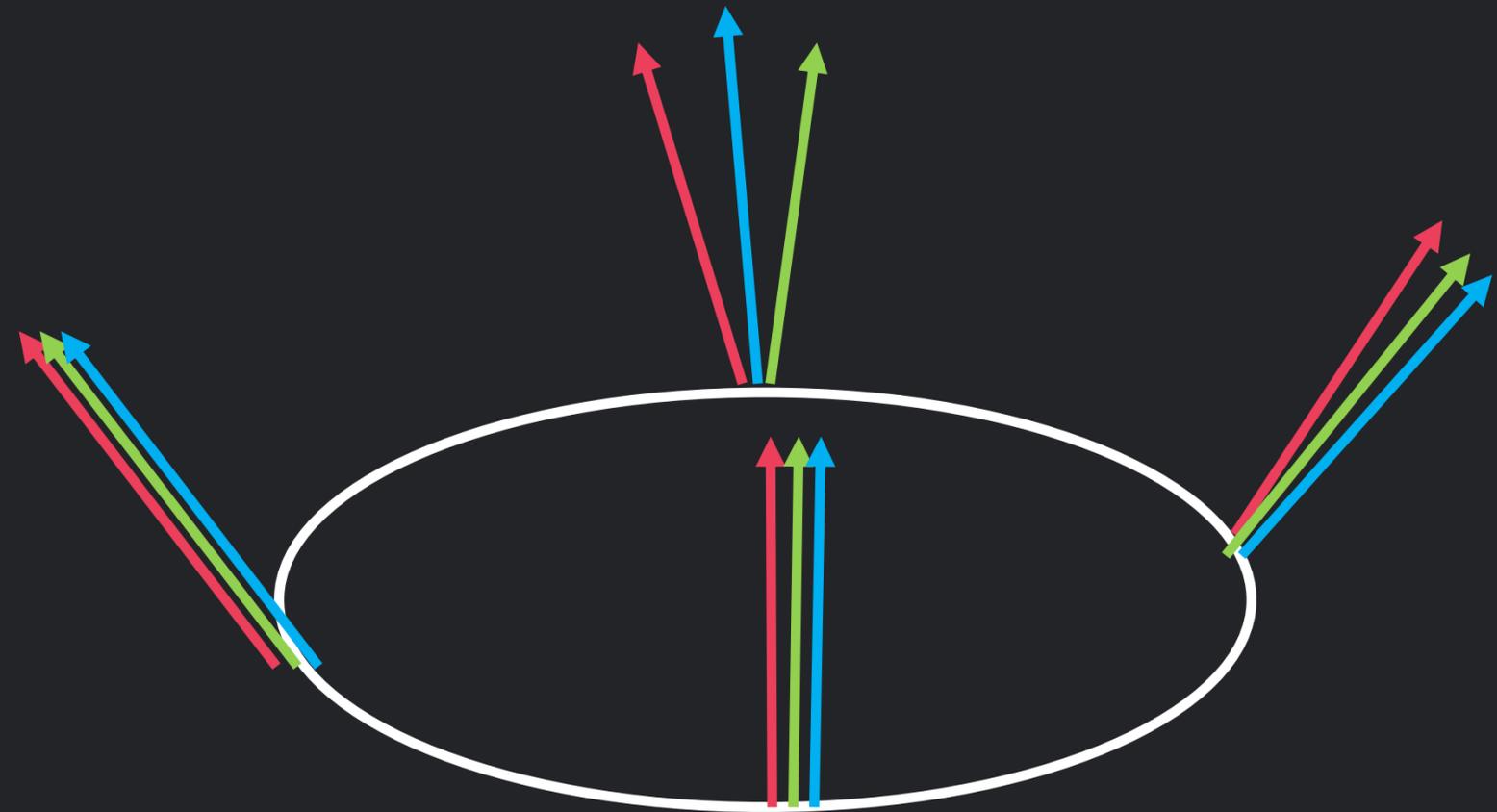
ILC入射器におけるスピニング



減偏極

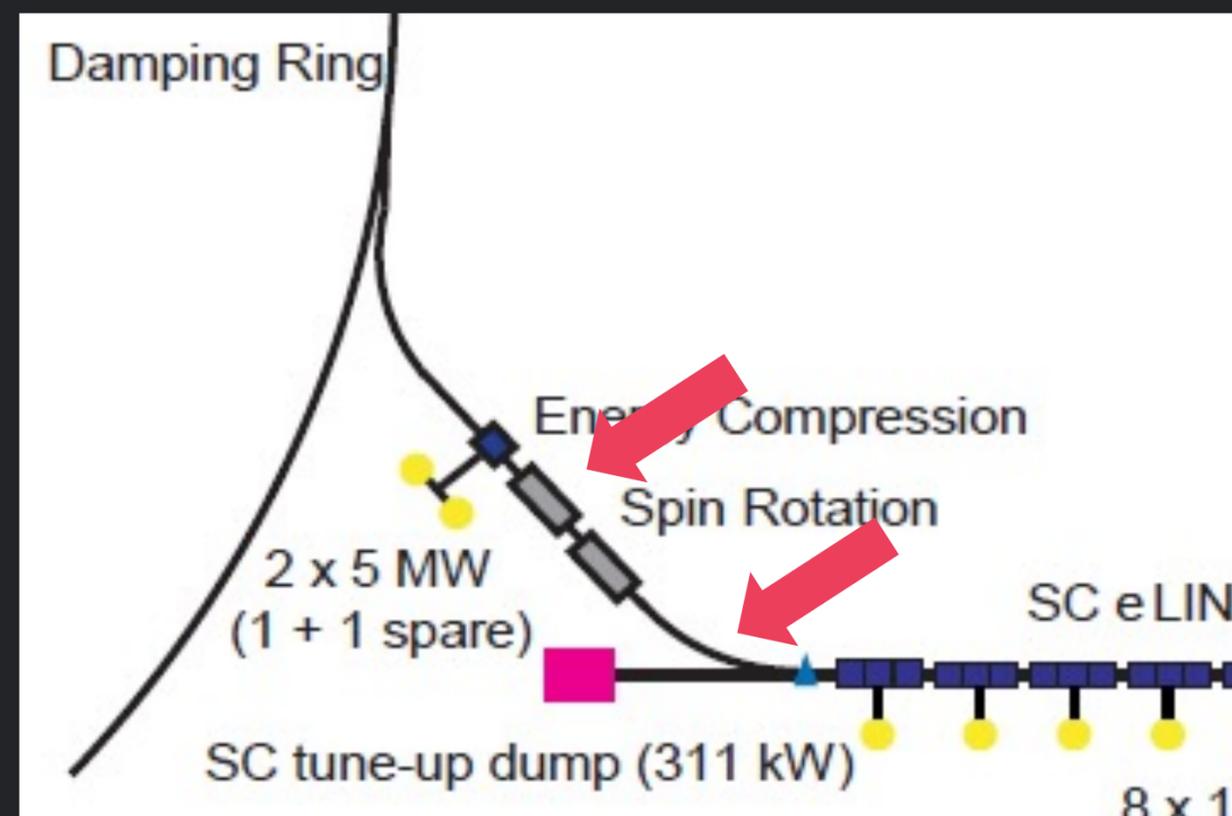
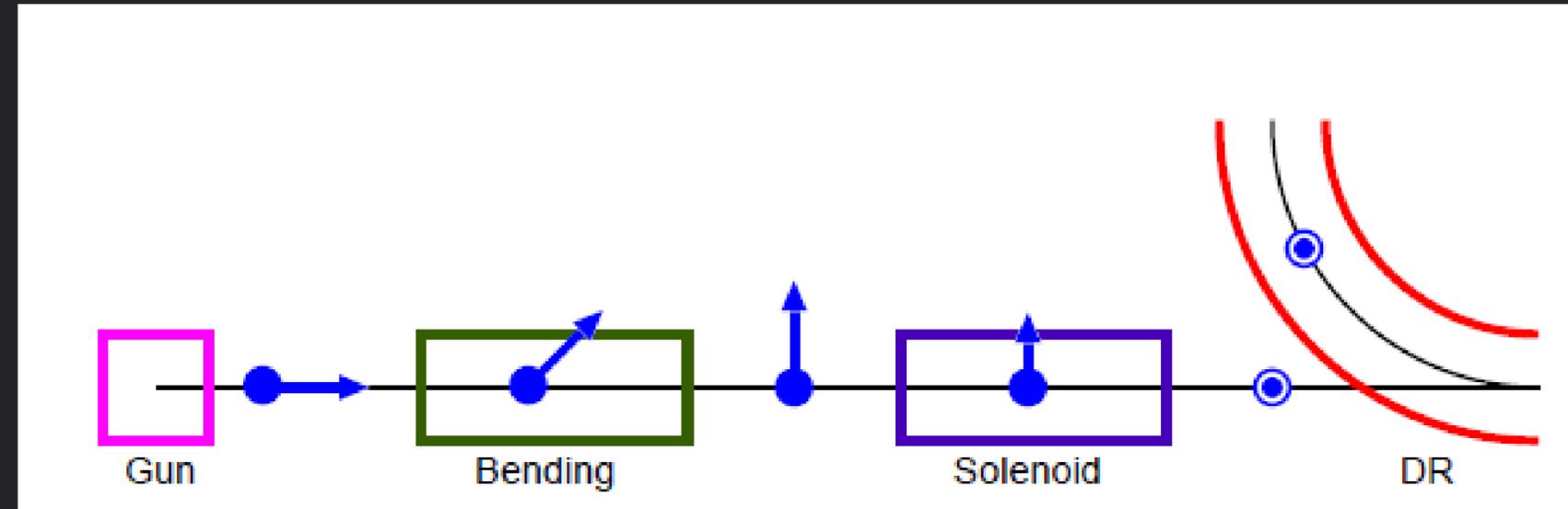
- DR蓄積中にスピンベクトルは歳差運動を行う。
- 歳差運動の回転角（あるいは周期）はローレンツβに依存する。従って、長い間蓄積していると、量子化軸がローレンツβによってずれてくる。
- “平均の量子化軸”についての偏極度が減少する。
- さらに、取り出したときにどちらに量子化軸が向いているのかがわからなくなる。
- いずれの場合も問題であり、DR蓄積中に歳差運動は起こしたくない。
- θ をゼロにする：偏極ベクトルを磁場に垂直に。

$$\phi = -\frac{Ze}{m\beta c} G \sin \theta \int B_{\perp} ds, \quad (167)$$



ILC電子入射器でのSpin体操

- 電子銃では進行方向を向いているスピンベクトルを、DRに入射時には軌道面に垂直にする。
- ベンディングで真横 ($\pm x$) を向かせる。5GeVの電子は軌道が7.9度曲がると、スピンは進行方向に対して90度回転する。電子入射器のブースターの下流のベンドは7.9度。
- ソレノイドで真上 ($\pm y$) を向かせる。ソレノイドに必要な磁場は26.2Tmである。



電子ビームの一生

スピン回転

受験勉強

DRで蓄積中に減偏極が
起こらないよう、スピ
ンを倒立させる。

エネルギー 圧縮

入学試験

DRに上手く入れるよう
に、エネルギーを圧縮
する。

DR

高等教育

ルミノシティの最大化
のため、放射減衰によ
る非対称エミッタンス
ビームとする。

DRへの関門

DRのダイナミックアパーチャー：DR内で電子バンチが生きていける条件～
エネルギーが全幅で1.5%

一方で、ブースター出口での電子バンチのエネルギー広がり (3δ)は2.1%. バンチ内の10%程度はアパーチャーから外れており、DRに入射しても、失われる。

ただいなくなるだけではなく、5GeVの電子ビームが壁に当たると、放射化され、近づけなくなる。

エネルギー圧縮しなくてはならない。

$$\gamma A_x + \gamma A_y < 0.07 \text{ [m.rad]}$$
$$\left(\frac{z}{35 \text{ [mm]}} \right)^2 + \left(\frac{\delta}{0.75 \text{ [%]}} \right)^2 < 1 \quad (173)$$

Energy Compression

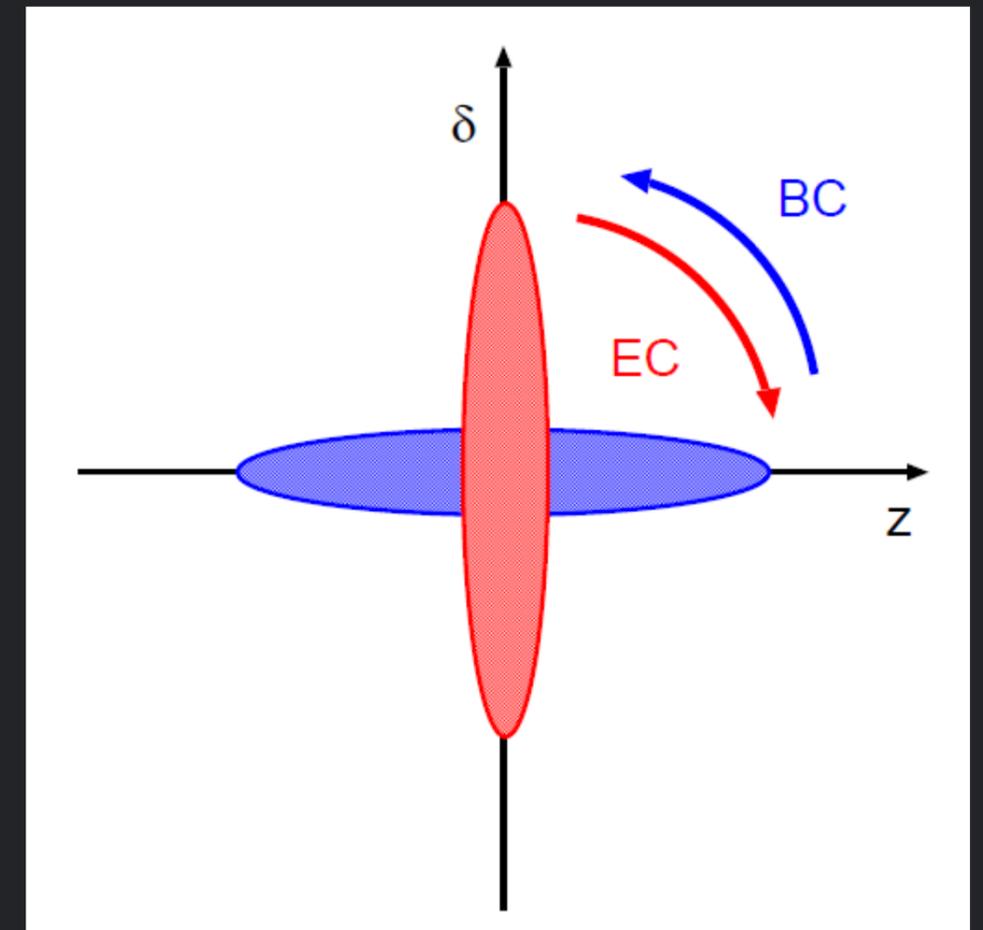
エネルギー圧縮はバンチングの逆過程。

- 横長の分布を縦長に：バンチング
- 縦長の分布を横長に：エネルギー圧縮

力学の基本原則（リウビルの定理）から、粒子分布の面積を変えることはできない。できるのは回転と変形のみ。

ところで、入射部でせっかくバンチングしたのに、加速した後に、その逆であるエネルギー圧縮するのは何故？

なんか釈然としない。



線形加速器のエネルギー広がり

り

- 線形加速器では、低エネルギー部などを除き、シンクロトロン振動のような現象は起きない。
- ブースター出口でのエネルギー広がりには右のようであらわされる。
- RF曲率により発生するエネルギー広がりが支配的。

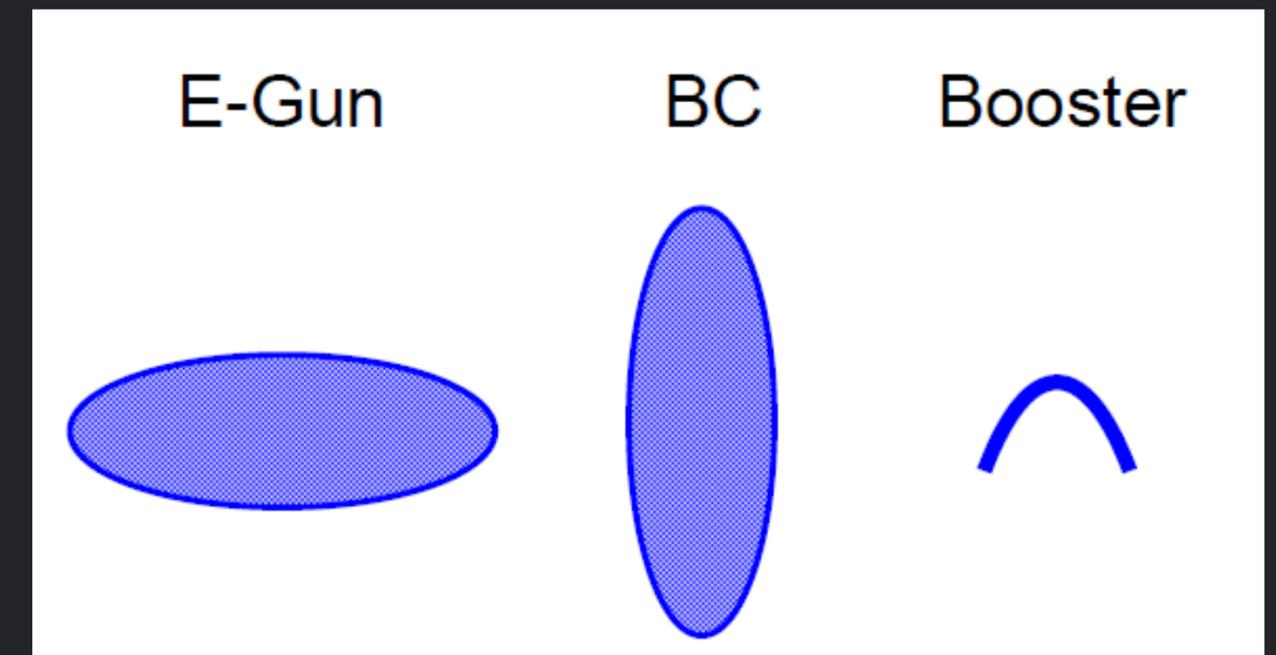
$$\delta_2^2 = \left(\frac{\delta_1 \gamma_1}{\gamma_2} \right)^2 + (\gamma_2 - \gamma_1)^2 \left(\frac{\omega^2 \Delta z^2}{4 c^2 \beta^2} \right)^2 \quad (174)$$

入射部

RF曲率

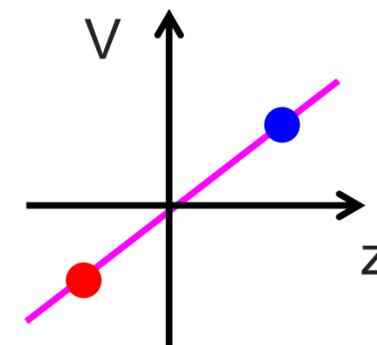
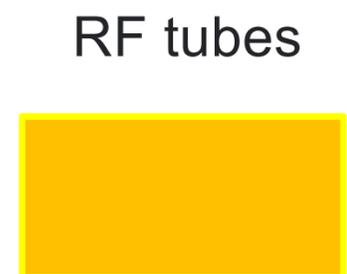
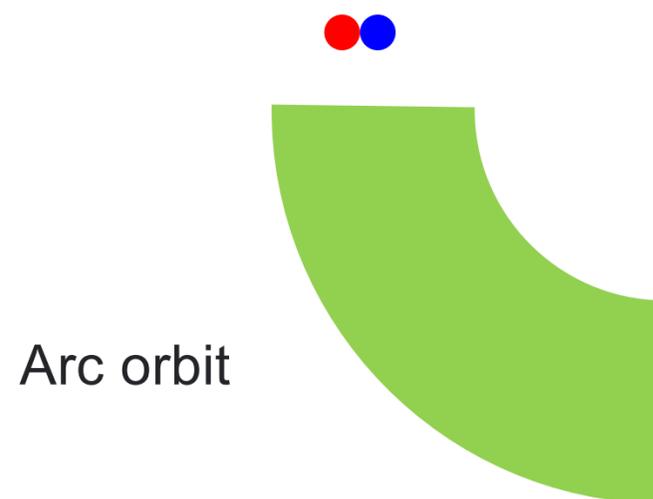
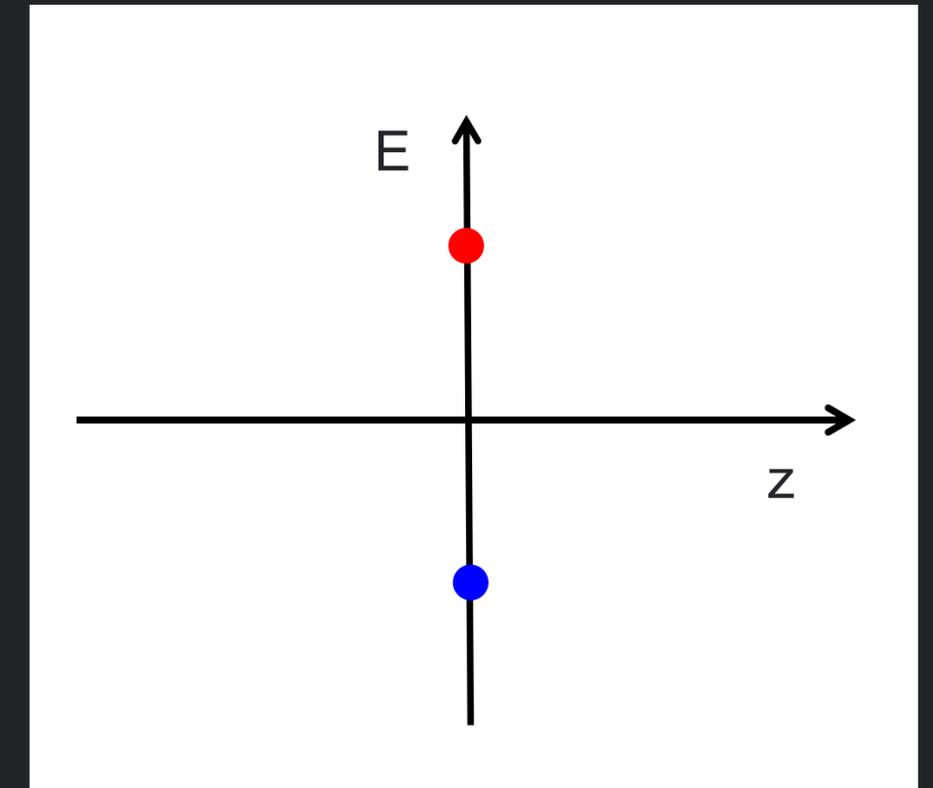
基本的なコンセプト

- 電子銃出口でのバンチ長が大きい場合は、バンチ長を小さくし、RF曲率によるエネルギー広がりを抑制する。
- バンチングでバンチ長をゼロには出来ない。エミッタンス、非線形性、空間電荷効果等が理由。
- RF曲率により発生したエネルギー広がりが大きい場合は、エネルギー圧縮する。幸い、蓄積リングは一般的にz方向の制限は緩い。



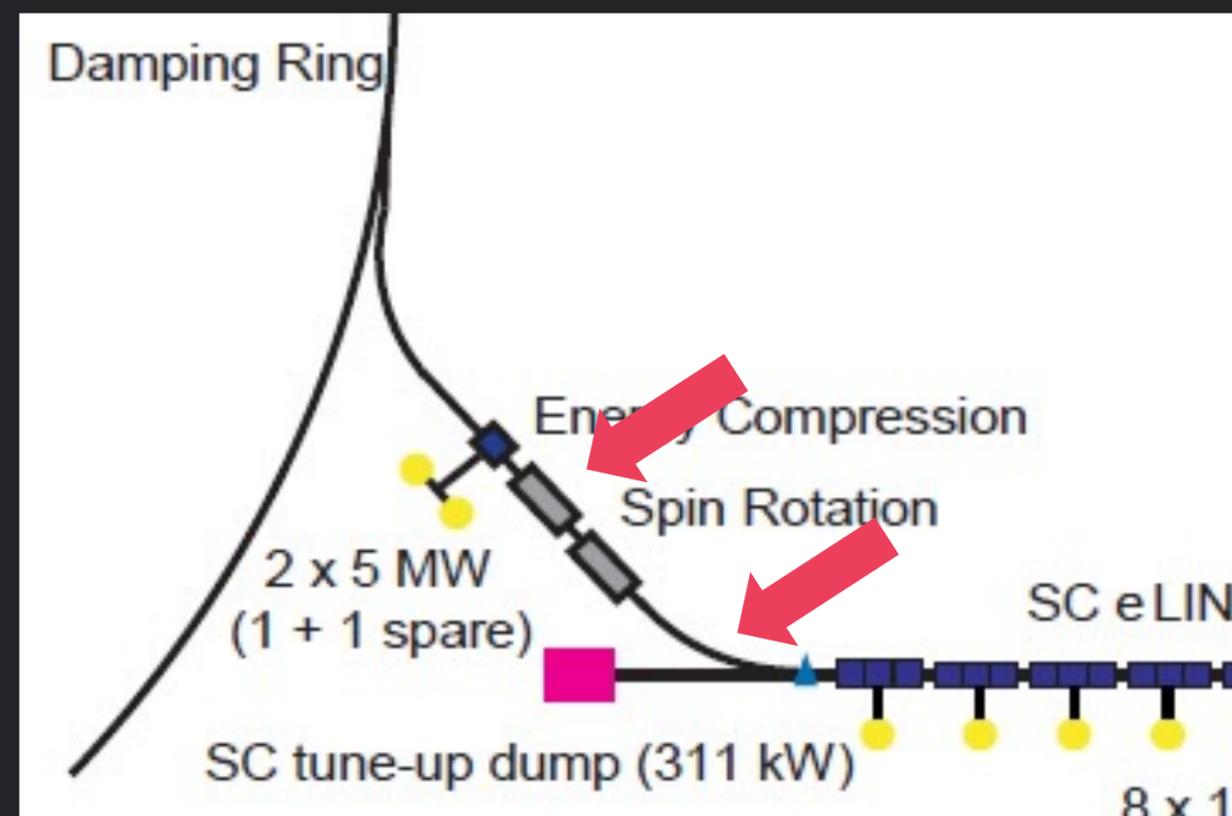
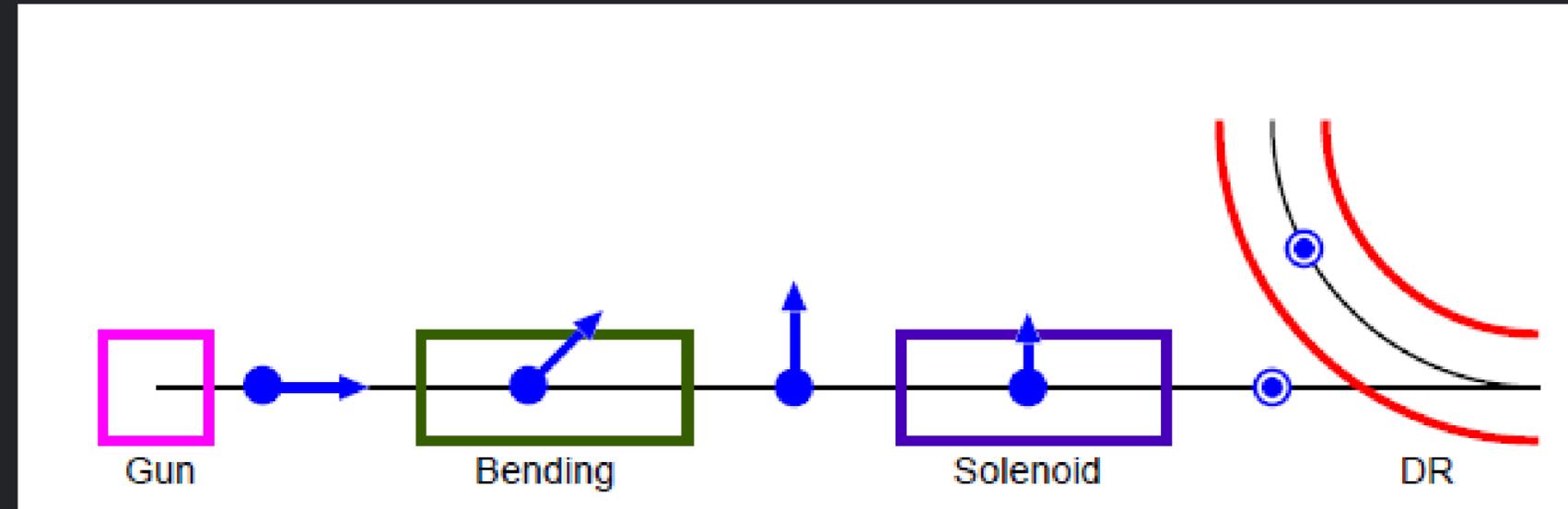
Energy Compressor System

- ECSはアークとRF加速器からなる。
- アークを通過すると、エネルギーの大きな粒子は遅れる。
- RF空洞をゼロクロスで動作させ、遅れたエネルギーの高い粒子を減速する。
- 結果として、エネルギーが圧縮され、長さは伸びる。



ILC電子入射器でのEC

- スピン回転でもつかったブースター出口でのアークをECでも使う。
- ブースター出口でのバンチ形状
 - 長さ(全幅) 7.5mm (DR 70mm)
 - エネルギー全幅 (3 δ)2.1% (DR1.5%)
- このアークの $R_{56} = -0.75 \pm 0.4 m$
- RFセクションの $R_{65} < 1.22 1/m$



電子ビームの一生

スピン回転

受験勉強

DRで蓄積中に減偏極が
起こらないよう、スピ
ンを倒立させる。

エネルギー 圧縮

入学試験

DRに上手く入れるよう
に、エネルギーを圧縮
する。

DR

高等教育

ルミノシティの最大化
のため、放射減衰によ
る非対称エミッタンス
ビームとする。

電子ビームの一生

バンチ圧縮

職業研修

DRで伸びきったバンチ長を、主加速で必要な長さまで圧縮。

主加速

就業

衝突エネルギー（ヒッグスFなら125GeV）まで超伝導加速器で加速する。

衝突

人生の総決算

衝突する。あるものはヒッグスを生成し、あるものはダンプの熱となる。

まとめ

スピン回転 ■ 減偏極を起こさないように、DRでスピンベクトルを直立させる。

スピン偏極電子源 ■ ほぼ唯一の解がGaAs光陰極。大電荷バンチを直流電子銃で発生させるため、バンチ長が長くなり、バンチングが必要。

LCの電子入射器 ■ リニアコライダーはリングコライダーに比べて入射器への要求電流が桁違いに高い。また、スピン偏極が事実上の標準仕様となっている。

まとめ

加速そして衝突 ■ ちゃんと衝突するはず。

DR入射 ■ アパーチャー内、かつスピンの直立した電子バンチは、DRを周回しても減偏極せずに安定して蓄積される。

エネルギー圧縮 ■ ブースター出口では、エネルギー幅がDRのアパーチャーより大きい。ECSで圧縮する。

THANK YOU FOR
WATCHING!

ANY QUESTIONS?