2 ILC 加速器

高エネルギー加速器研究機構

久 保 淨

目 次

ILC 加速器

1	はじめ	いた	2 – 1
2		加速器の構成	2 – 1
2	2 1		2 – 1
	2.1	唱了八幻曲 陽雷子入射器 ····································	2 – 2
	2 3	ダンピンゲリング (damping ring) - ···································	- - 2
	2.4	Return Line & turnaround	2-3
	2.5	主線形加速器 (Main Linac)	2-4
	2.6	陽電子源のためのアンジュレーター	2 - 7
	2.7	BDS (Beam Delivery System)	2 – 7
	2.8	ビームダンプ	2 -10
	2.9	バンチ長圧縮 (Bunch Compressor)	2 -10
	2.10	エネルギー圧縮 (Energy Compressor)	2 — 11
	2.11	スピン(偏極)の操作	2 – 11
3	なぜ	リニア」なのか	2-13
	3.1	ビームエネルギー	2-13
	3.2	エネルギーのアップグレード	2-13
	3.3	ルミノシティ	2-13
4	衝突点	でのビームパラメータ	2 -14
4	衝突点 4.1 極	でのビームパラメータ	2 - 14 2 - 14
4	衝突点 4.1 極 4.2 ヒ	でのビームパラメータ	2 —14 2 —14 2 —14
4	衝突点 4.1 極 4.2 ヒ 4.3 屏	【 でのビームパラメータ	2 - 14 2 - 14 2 - 14 2 - 15
4	衝突点 4.1 極 4.2 ヒ 4.3 扉 4.4 ル	【 でのビームパラメータ	2 - 14 2 - 14 2 - 14 2 - 15 2 - 16
4	衝突点 4.1 極 4.2 ヒ 4.3 扉 4.4 ル 4.5 /	(でのビームパラメータ	2 - 14 2 - 14 2 - 14 2 - 15 2 - 16 2 - 16
4	 衝突点 4.1 樹 4.2 ビ 4.3 扉 4.4 ル 4.5 ノ 	(でのビームパラメータ 函小ビーム ビームの最終収束、砂時計効果 高平ビーム(flat beam) レミノシティの式 パラメータの柔軟性 の時間構造とエラルギー効率	2 - 14 2 - 14 2 - 14 2 - 15 2 - 16 2 - 16 2 - 16 2 - 16
4	 衝突点 4.1 極 4.2 ヒ 4.3 扉 4.4 ル 4.5 / ビーム 5.1 P 	こでのビームパラメータ 極小ビーム ビームの最終収束、砂時計効果 高平ビーム (flat beam) シミノシティの式 パラメータの柔軟性 の時間構造とエネルギー効率 Frith ボーの効率	2 - 14 2 - 14 2 - 14 2 - 15 2 - 16 2 - 16
4	 衝突点 4.1 極 4.2 ヒ 4.3 扉 4.4 ル 4.5 / ビーム 5.1 R 5.2 グ 	マのビームパラメータ 2 国小ビーム 2 ビームの最終収束、砂時計効果 2 副平ビーム(flat beam) 2 シミノシティの式 2 パラメータの柔軟性 2 Sの時間構造とエネルギー効率 2 Fエネルギーの効率 2 宇洞の冷却に要するエネルギー 2	2 - 14 2 - 14 2 - 14 2 - 15 2 - 16 2 - 18
5	 衝突点 4.1 植 4.2 ビ 4.3 扉 4.4 ル 4.5 ハ ビーム 5.1 R 5.2 空 5 3 参 	このビームパラメータ こ 国小ビーム こ ビームの最終収束、砂時計効果 こ 国平ビーム(flat beam) こ レミノシティの式 こ パラメータの柔軟性 こ いの時間構造とエネルギー効率 こ ドエネルギーの効率 こ 空洞の冷却に要するエネルギー こ 読者: 常伝導空洞の場合のエネルギー効率 こ	2 - 14 2 - 14 2 - 14 2 - 15 2 - 16 2 - 18 2 - 20
4	 衝突点 4.1 植 4.2 ビ 4.3 扉 4.4 ル 4.5 ノ ビーム 5.1 R 5.2 空 5.3 参 	マのビームパラメータ マロンパラメータ 国小ビーム マロンパラメータ ビームの最終収束、砂時計効果 マロンパランジェームの最終収束、砂時計効果 国平ビーム(flat beam) マロンパランジティの式 マミノシティの式 マロンパランジェームの表軟性 パの時間構造とエネルギー効率 マロンパランジェークの効率 ビアスルギーの効率 マロンパランジェークション ビアスルギーの効率 マロンパション ビアスルギーの効率 マロンパション ジオ:常伝導空洞の場合のエネルギー効率 マロンパション	2 - 14 2 - 14 2 - 14 2 - 15 2 - 16 2 - 18 2 - 20
4 5 6	 衝突点 4.1 樹 4.2 ヒ 4.3 扁 4.5 / ビーム 5.1 R 5.2 空 5.3 参 App 	マのビームパラメータ 2 極小ビーム 2 ビームの最終収束、砂時計効果 2 高平ビーム(flat beam) 2 ・ミノシティの式 2 パラメータの柔軟性 2 ・の時間構造とエネルギー効率 2 ビ河の冷却に要するエネルギー 2 ※考:常伝導空洞の場合のエネルギー効率 2 pendix 2	2 - 14 2 - 14 2 - 14 2 - 15 2 - 16 2 - 16 2 - 16 2 - 16 2 - 16 2 - 16 2 - 18 2 - 20 2 - 21
4 5	 衝突点 4.1 極 4.2 ヒ 4.3 扉 4.4 ハ 4.5 ハ ビーム 5.1 R 5.2 空 5.3 参 6.1 ヒ 	マのビームパラメータ ご 函小ビーム ご ビームの最終収束、砂時計効果 ご 高平ビーム(flat beam) ご シミノシティの式 ご パウラメータの柔軟性 ご の時間構造とエネルギー効率 ご ビアエネルギーの効率 ご ジョンク効率 ご ションジェンジョン ジョン ション ション ション ション	2 - 14 2 - 14 2 - 14 2 - 15 2 - 16 2 - 16 2 - 16 2 - 16 2 - 16 2 - 16 2 - 18 2 - 20 2 - 21 2 - 21
4 5	 衝突点 4.1 楢 4.2 ビ 4.3 扉 4.4 ル 4.5 ハ ビーム 5.1 R 5.2 空 5.3 参 App 6.1 ビ 6.2 が 	マのビームパラメータ 第 函小ビーム 第 ビームの最終収束、砂時計効果 第 高平ビーム(flat beam) 1 レミノシティの式 1 パラメータの柔軟性 1 の時間構造とエネルギー効率 1 ビアスルギーの効率 1 ビ洞の冷却に要するエネルギー 1 ジ考:常伝導空洞の場合のエネルギー効率 1 シャーのはix 1 シャーム力学 1 シャーム 2 シャーム 3 シャーム 3 シャーム 3 シャーム 3 シャーム 3 シャーム 3	2 - 14 2 - 14 2 - 14 2 - 15 2 - 16 2 - 12 2 - 12 2 - 20 2 - 21 2 - 21 2 - 22
4 5	 衝突点 4.1 極 4.2 ヒ 4.3 扉 4.4 カ 4.5 ハ ビーム 5.1 R 5.2 空 5.3 参 6.1 ヒ 6.2 肋 6.3 専 	マのビームパラメータ 2 極小ビーム 2 ビームの最終収束、砂時計効果 2 福平ビーム(flat beam) 2 シミノシティの式 2 パラメータの柔軟性 2 の時間構造とエネルギー効率 2 宇和の冷却に要するエネルギー 2 ジラオーの効率 2 宇和の冷却に要するエネルギー 2 シオ・ボージ率 2 ウendix 2 ビーム力学 2 炊射減衰と放射励起 2 加道補正の方法 2	2 - 14 2 - 14 2 - 14 2 - 15 2 - 16 2 - 12 2 - 20 2 - 21 2 - 21 2 - 21 2 - 22 2 - 27
4 5	 衝突点 4.1 極 4.2 ビ 4.3 扉 4.5 ハ ビーム 5.1 R 5.2 参 6.1 ビ 6.2 動 6.3 動 6.4 C 	マのビームパラメータ 2 極小ビーム 2 ビームの最終収束、砂時計効果 2 福平ビーム(flat beam) 2 シミノシティの式 2 パの時間構造とエネルギー効率 2 Fエネルギーの効率 2 ビームの最終収束、砂時計効果 2 の時間構造とエネルギー効率 2 ション	2 - 14 2 - 14 2 - 14 2 - 15 2 - 16 2 - 16 2 - 16 2 - 16 2 - 16 2 - 16 2 - 18 2 - 20 2 - 21 2 - 21 2 - 21 2 - 21 2 - 22 2 - 27 2 - 29
4 5	 衝突点 4.1 極 4.2 ビ 4.3 扉 4.4 カ 4.5 ハ ビーム 5.1 R 5.2 空 5.3 参 6.1 ビ 6.2 肋 6.3 車 6.5 R 	マのビームパラメータ 2 極小ビーム 2 ビームの最終収束、砂時計効果 2 福平ビーム(flat beam) 2 シミノシティの式 2 パラメータの柔軟性 2 の時間構造とエネルギー効率 2 Fエネルギーの効率 2 週の冷却に要するエネルギー 2 き考:常伝導空洞の場合のエネルギー効率 2 p e n d i x 2 炊射減衰と放射励起 2 抗道補正の方法 2 hromaticity, 6極磁場による補正 2 F空洞の入力パワー・ビーム電流・電圧 2	2 - 14 2 - 14 2 - 14 2 - 15 2 - 16 2 - 12 2 - 20 2 - 21 2 - 21 2 - 22 2 - 21 2 - 22 2 - 23 2 - 30

ILC 加速器

1. はじめに

この講義では、ILC 加速器の設計の概略を理解し てもらうことを目的とする。超伝導加速システ ム、電子・陽電子源、ビームダンプ、施設などに ついてのより詳しい説明は他の方の講義がある ので概略のみとする。また、ビーム力学に関する 内容も「ナノビーム」の講義でより詳しく解説さ れるはずである。他の講義では触れられないと思 われる部分については、その仕組みとそこでのビ ームの振る舞いについて少し詳しく説明する。

後半では、ILC のビームパラメータの特徴につい て、「なぜそうなっているか?」をルミノシティ (衝突点でのビームパラメータ)とエネルギー効 率(超伝導空洞による加速)の観点から説明する ことを試みる。

2. ILC 加速器の構成

この節では、ILC の加速器の設計が「どのように なっているか」を述べ、「なぜそうなっているの か」については次節以降で説明を試みる。



Fig.1ILC Layout 概念図。実線は陽電子の、点線 は電子のビームライン [1]

Fig.1に ILC 加速器の概念図を、主なビームパラ メータを Table 1 に示す。

以下、上流から各コンポーネントの役割やビーム の状況について簡単に説明する。ただし、・エネル ギー圧縮、バンチ長圧縮、スピンの操作などにつ いては順番を変えて後で説明する。

Table 1 Beam Parameters (250 GeV ECM)

Particles/bunch	2×10^{10}	
Bunches/pulse	1312	
Bunch Length	6 mm (damping ring)	
	0.3 mm (after bunch	
	compressor)	
Bunch spacing	$554 \mathrm{~ns}$ (linac, etc.)	
	6.15 ns (damping ring)	
Repetition rate	$5~{ m Hz}$	
Normalized	4µm/20nm (damping ring)	
emittance x/y	5μ m/35nm (BDS)	
Beam Energy	5 GeV (damping ring)	
	15 GeV (after 2 nd bunch	
	compressor)	
	125 GeV (final energy)	
Beam size at	x = 520 nm	
collision point	y: 7.7 nm	

2.1. 電子入射器

電子源で縦偏極した電子ビームが生成される。レ ーザー光を陰極 (photo-cathode) に当て光電効 果で出てくる電子を加速してビームとする。偏極 した多バンチの大強度のビームを作るために photo-cathode の量子効率と偏極度、大強度のレ ーザーの技術が重要である。photo-cathode は、 電子のスピンの向きによってエネルギー準位の 異なる特殊な結晶構造を持った物質で、エネルギ ー幅の狭いレーザー光を当てることによって決 まったスピンの電子のみを取り出すことができ る。

125MeV までは常伝導の加速空洞により、 125MeV から 5GeV までは主線形加速器と同じ 方式の超伝導加速空洞で加速され、ビームの時間 構造は主線形加速器部分と同じである。

5GeVまで加速された後、エネルギー圧縮を経て、 偏極の向きを垂直方向に回転されてダンピング リングに入射される。

2.2. 陽電子入射器

基本設計の陽電子源は「アンジュレーター方式」 と呼ばれる。主線形加速器で加速され、衝突実験 に使用される前の高エネルギーの電子をヘリカ ルアンジュレーターに通す。発生する光子を標的 に当てることで生成される陽電子を集めてビー ムとする。光子が偏極しているので前方に生成さ れる陽電子ビームも偏極する。

陽電子源では、標的の破損(瞬間的な熱による機 械的な衝撃、熱の蓄積による溶解、等)を防ぎな がら要求される量の陽電子を集めてビームとす ることが重要である。

その後は電子ビームと同様に、数 100MeV までは 常伝導の加速空洞で、その後は主線形加速器と同 じ方式で 5GeV まで加速 (Booster Linac) された 後、エネルギー圧縮を経て、偏極の向きを垂直方 向に回転されてダンピングリングに入射される。

その生成方式から、ビームの時間構造は主線形加 速器部分と同じでなければならない。

別の選択肢として、陽電子発生用の独立した電子 線形加速器(常伝導)を用意する「電子駆動方式」 がある。エネルギー約4GeVの電子ビームを標的 に当てることにより生成される陽電子を集めて ビームとする。ダンピングリングのエネルギー5 GeV までの加速にも常伝導の線形加速器を用い る。ビームの時間構造は主線形加速器部分とは異 なる。

2.3. ダンピングリング (damping ring)

後で述べるように、ルミノシティを大きくするた めには低エミッタンスのビームが必要であり、そ のためにはダンピングリングは必須である。ダン ピングリングを周回する間に放射減衰によって ビームのエミッタンは低下する。入射ビームと取 り出されるビームの規格化エミッタンスを Table 2 に示す。

ダンピングリングによってエミッタンスは桁違いに小さくなる、特に陽電子の垂直方向のエミッタンスは約1/50000になる。また、入射される粒子のエネルギーのずれの許容値は約0.75%であるのに対して、取り出されるビームのエネルギー

の拡がり (energy spread) は 約 0.1%まで減少す る。(陽)電子円形加速器では、シンクロトロン放 射の影響(放射減衰と放射励起)により時間とと もに、ビームの形がきれいな正規分布に近づいて いき、軌道やエネルギーも安定になっていく。 ILC は 5Hz で運転されるので、ビームがダンピン グリングに滞在できる時間は 0.2 秒未満であり、 この間に十分減衰させる必要がある(damping time が 0.2 秒に比べて十分短い必要がある。 Appendix 式(6-49)参照)。ILC のダンピングリン グの周長は長く、曲線部分での曲率が小さいの で、damping time を小さくするために wiggler を直線部に挿入する。これにより damping time は横方向 25ms, 縦方向 12ms 程度になるが、 Wiggler 強度の変更によってある程度の調整が 可能になっている。放射によるエネルギー損失は 曲線部よりも wiggler 部分の方が大きい。曲線部 の曲がりが緩やかで、直線部に wigger があるこ とは水平方向のエミッタンスを小さくすること にも役立っている。

Table 2, Normalized emittance in Damping Ring.(unit: rad-m)

		入射	取出し
Electron	Horizontal	7×10^{-5}	4×10^{-6}
	Vertical		2×10^{-8}
Positron	Horizontal	$\sim 1 \times 10^{-3}$	4×10^{-6}
	Vertical		2×10^{-8}

ILC のビームの1パルスは約 1300 個のバンチか らなり間隔は約 500ns であり、全体で約 0.65 ms である。この構造のままのビームをダンピングリ ングに蓄積しようとすると周長約 200 km が必要 となり、非現実的である。実際のダンピングリン グの周長の設計値は約 3km で、バンチ間隔は約 6.15 ns (0.65 GHz の RF の 4 周期)と短い。リン グ内でバンチ間隔を小さくするためにはバンチ 1 個ずつを高速のキッカーで入射・出射する必要が ある(Fig. 2)。リング内にあるバンチの軌道に影響 を与えないため、キッカーの立ち上がり・立下り 時間はバンチ間隔よりも短くなくてはならない。 (電子駆動方式の陽電子源の場合は入射ビームの 時間構造が異なり、キッカーに要求される性能も これとは異なる)



Fig. 2 DR からの Extraction. DR 内と線形加速器 ではバンチの時間構造が異なる。高速キッカーに よりバンチ1個ずつ入射・取り出しを行う

Fig. 3 にダンピングリングのレイアウトを示す。 一方の直線部に入射・取り出しのための領域と周 長調整用のシケインがあり、もう一方の直線部に は wiggler, RF 空洞, チューン調整用の phase trombone がある。図は陽電子リングを上から見 たもので、電子リングはこれを左右反転したもの になる。陽電子と電子のダンピングリングは同じ トンネルに 2 階建てで設置されるので、RF 空洞 などの背の高い構造物が重ならないようになっ ている。



Fig. 3 Damping ring layout. Chicane は周長の調整 のため、phase trombone はチューン調整のための 領域。図は陽電子リングで、電子リングは左右反 転された形。[1]

ILC は当初はパルス当たり約 1300 バンチでスタ ートするが、将来バンチ数を2倍に増強すること を想定して設計される。ビーム電流が2倍になる と、陽電子ダンピングリングで電子雲による不安 定性 (electron cloud instability) が問題になる可 能性がある。そのため、トンネルはリングを3階 建てにしてもう一個陽電子リングを追加できる ように設計される(従って、始めは1階が陽電子、 2階が電子のリングである)。

2.4. Return Line & turnaround

リングから取り出された低エミッタンスのビー ムは、主線形加速器と同じトンネル内を通って加 速器の端まで輸送される。この部分は基本的に 4 極磁石とドリフト空間からなる単純な FODO (Focus-Open space-Defocus-Open space?)の繰 り返しである。4 極磁石の設置誤差・位置の変動 はエミッタンス増大を引き起こすが、その影響は 磁場が強いほど大きい。誤差に対する要求を緩く するため、この部分では磁場の弱いビーム光学設 計を採用している(収束・発散力が小さく、ベー タ関数が大きい)。また、主線形加速器の加速空洞 を水平(重力の向きに垂直)に置くために、この 部分のビームラインは地球の曲率に沿って曲が っている。

ビームは加速器の両端の turnaround で折り返さ れるが、ここでのシンクロトロン放射によるエミ ッタンス増大は無視できない(放射励起)。エミッ タンス増大を抑えるため、turnaround の曲率は あまり大きくできず、また、収束力をある程度大 きくしておく必要がある(低エミッタンスのスト レージリングと同様に、4 極磁石を強くし間隔を 短くするようなビーム光学設計が必要)。従って この部分では長い Return Line と事情が異なり、 エミッタンス増大を抑えるためには4 極磁石の位 置やビーム軌道の精度が要求される。

Return Line, Turnaround では 4 極磁石の設置 誤差は 0.15mm とされている[1] (ただし Return Line での実際の許容値はこれより緩いと思われ る)。この程度の誤差の中でエミッタンス増大を 小さくするため、"kick minimization" と呼ばれ る軌道補正の方法が適用される。このため、ほぼ 全ての 4 極磁石の直近に軌道補正用 2 極磁石とビ ーム位置モニターが取り付けられ、誤差によるビ ームの蹴り角を全体として小さくするように(軌 道が滑らかになるように) 調整が行われる。 (Appendix 参照) 設置誤差などの時間的に変化しない誤差に加え て、変動する誤差もある。ダンピングリングから の取り出しキッカーの強度の変動や長い Return Line での磁場の変動(4極磁石の振動、何らかの 変動する漏れ磁場など)による軌道変動は turnaround での feedforward により各バンチ毎 に補正され、下流には影響を与えない。しかし、 軌道の変動が大きいと turnaround の部分でのエ ミッタンス増大につながるので、上流での変動も ある程度抑えておく必要がある。



Fig. 4 Turnaround でのバンチ毎の orbit feedforward

2.5. 主線形加速器 (Main Linac)

Return line, スピン回転とバンチ長圧縮を経た ビームは、主線形加速器で最終的なエネルギーま で加速される。

長い距離にわたって超伝導空洞に液体ヘリウム を供給するための技術的な理由から、主線形加速 器のクライオモジュール(に沿ったヘリウム供給 ライン)は、水平(重力に垂直)に設置される。

つまり、主線形加速器は地球の表面に沿った曲線 になる。この曲がりは滑らかで緩やかなので、ビ ームダイナミクスの観点からは問題にならない と考えられる。

主線形加速器のビーム光学設計は、単純な FODO であり、4 極磁石間の距離は約 39 m(FODO セル 長 78 m), FODO セル当たりの位相の進みは水平 方向 75 度、垂直方向 65 度で、主線形加速器全体 にわたってほぼ一定である(したがって、4 極磁 石の強度はビームエネルギーに比例して下流ほ ど強くなっていく)。 電子主線形加速器は長さ 5.49 km, 陽電子主線形 加速器は 5.37 km で、其々3666 台と 3588 台の 空洞がある。電子ビームは加速の後、陽電子生成 のためのアンジュレータを通過してエネルギー が下がるのでその分長い。空洞全てが設計電場 (31.5MV/m)で運転できればビームエネルギーは 設計値 125GeV を越える。また、電子・陽電子主 線形加速器其々の最上流部に約 300m の予備のス ペースがあり、ここに加速空洞を追加設置するこ とにより、ある程度のエネルギーの増強が可能で ある。

加速空洞は9台又は8台が1台のクライオスタッ ト (クライオモデュール) に組み込まれる。空洞 8 台が組み込まれるクライオモデュールには4極 磁石、軌道補正のための2極磁石、ビーム位置モ ニターなどが組み込まれる。ビーム光学的には4 極磁石1台、空洞26台からなる3台のクライオ モデュールが1/2 FODOセルを作る単位となる。 一方、高周波の供給・制御では、1台のクライス トロンから高周波が供給される39台の空洞(9/2 クライオモデュール)が1単位(RF unit)となる。 (4 RF unit が3 FODO セルに対応する)

9-cavities type cryo-module

B-cavities type cryo-module

Fig.5 クライオモヂュール。下図は8空洞タイプ のモヂュールで、中央に4極磁石などが組み込ま れる。上図の9空洞タイプでは中央にも空洞があ る。



1 RF unit

Fig.6 主線形加速器の1FODO セル。

加速空洞内の電場は、供給される高周波による電 場とビーム自身が作る電場(wakefield)の和であ る。バンチの後方の粒子はバンチ前方の粒子によ る(短距離の)wakefieldの影響を受けてエネル ギーが低下する。エネルギーの拡がりをなるべく

2 - 4

小さくするため、バンチの中心が高周波の加速の ピークから5度程度位相のずれたところに来るようにする。結果としてエネルギーの広がりの絶対 値は主線形加速器の中ではあまり増加しない。加 速があるために相対的なエネルギーの広がりは 減少する。

Fig. 7 に加速電場と wakefield による減速電場、 合計の電場を示した。Wakefield の傾き(*dW/ds*) はほぼバンチの線電荷密度に比例するので、これ を打ち消すための RF のピークからの位相のずれ (off-crest phase) は大雑把にはバンチ電荷に比例 しバンチ長に反比例する。この位相が大きくなる と、ピーク電圧に対して実際の加速電圧が低くな り、より多くの空洞が必要になり、コストの増大 につながる。



Fig. 7 Energy gain from RF field, energy loss due to wakefield and total energy gain per unit length.

主線形加速器でビームの低エミッタンスを保つ ことは重要である。垂直方向のエミッタンスは水 平方向のエミッタンスの 1/100 よりも小さいの で、垂直方向の低エミッタンスを保存することが 特に問題となる。ビームの横方向のエミッタンス を増大させてしまう要因には

エネルギーに依存した軌道のずれ(dispersive effect)

横方向の wakefield

がある。(詳しい議論は参考文献[3]を参照)

4 極磁石の設置誤差や加速空洞の傾きなどがある と、その場所でビームが蹴られて軌道角度が変化 する。ビームの中心軌道は最後に補正することが

できる。しかし、ビームにはエネルギーの拡がり があるのでその角度変化は同じではない。局所的 には角度変化は単純にエネルギーにほぼ反比例 するが、その下流の4極磁石全てでビームの位置 がエネルギーに依存することになる。その結果、 下流の4極磁石での角度変化はエネルギーに非線 形の依存性を持ち、これは最後に補正することが 極めて困難である (できない)。これが dispersive effect によるエミッタンスの増大となる。これを 小さく抑えるには、主線形加速器のビームライン のあらゆる場所で誤差による軌道の角度変化を 小さくしておく必要がある(全体にわたってビー ム軌道をなめらかにする)。これは、dispersion(軌 道のエネルギー依存の一次の係数)を全ての4極 磁石の位置で直接測定(上流の RF を変更してビ ームエネルギーを変化させ、4 極磁石とセットに なっているビーム位置モニターにより測定)し て、dispersion が小さくなるように(設計値に近 くなるように)軌道を補正(4 極磁石の隣の軌道 補正用の2極磁石を使用)することで可能になる。 主線系加速器での wakefield はほとんどが加速空 洞による。荷電粒子が空洞(ほぼ軸対象の構造物) の中心からずれた位置を通ると、ずれた方向に後 続の粒子を蹴るような電磁場が励起される。この ため、バンチの後方の粒子の軌道が変化してエミ ッタンスが増大する(その後の軌道が、ビーム軸 方向の相対的な位置に依存する)。これを抑える にはビームが加速空洞の中心を通るようにすれ ばよいが、そのためには精度よく空洞と4極磁石 を設計通りの位置に設置しておく必要がある。 (ビームの軌道は4極磁石の設置位置に依存する ので、空洞と4極磁石の両方が設計通りに置かれ る必要がある。)

Dispersive effect, wakefield effect 両方を計算に 入れた検討により、主線形加速器での許容設置誤 差 (標準偏差) は約 0.3mm とされている (詳しい 許容値の定義と数値については参考文献[1]を参 照)。

加速空洞には加速 RF より高い周波数の高次の共 振モード(HOM, Higher Order Mode)があり、 バンチの通過によって励起されて後続のバンチ に影響を与える。この効果を抑えるためには

• 重要な HOM の周波数が空洞毎にばらつく

重要な HOM の減衰が速い(Q 値が小さい)

ことが必要である

周波数がばらつくことによって空洞毎に後続バ ンチを蹴る方向が変わり、相殺されることが期待 できる。必要な周波数のばらつき幅はバンチ間隔 の逆数程度であるが、これは空洞毎の形状の微妙 な差によって自然に生じると考えられている。 空洞は超伝導なので HOM も空洞壁ではほとんど 損失が無く、何もしなければ減衰は非常に遅い。 HOM を早く減衰させるため、各空洞直近のビー ムパイプに HOM coupler と呼ばれる HOM の電 磁場を外に取り出すための構造が取り付けられ る。ここから加速モードの電磁場が抜けて行って は困るので加速周波数は通過させないようなフ ィルターになっている。また、励起される重要な HOM 全てを取り出すため、各空洞の前後に角度 を変えて2個取り付けられる。



Fig. 8 HOM coupler [1]

以上では、時間的に変化しないような誤差による 影響について述べたが、ビームの軌道が変動する ことでも問題が生じる可能性がある。先に、 turnaround での feedforward によってその上 流に起因する軌道変動を抑制すると述べたが、主 線形加速器内での原因によっても軌道の変動が 起きる。軌道変化は粒子を横方向(水平・垂直方 向)に蹴る電磁場の変化によって起こるが、その 主な原因は、

- 4 極磁石の機械的な振動(横方向の位置の変動)
- 4 極磁石と軌道補正磁石の磁場変動
- 加速空洞の機械的な振動(傾きの変化)
- 加速電場の変動(傾いた空洞の)
 である。

4 極磁石での軌道角度変化は磁場中心と軌道のず れに比例するので、4 極磁石の位置変動は軌道変 動を引き起こす。軌道は補正後にも完璧に4 極磁 石の中心を通っているわけではなく、ある程度の ずれがあるので、4 極磁石の強度が変動すれば軌 道が変動する。加速空洞の傾きがあれば横方向に 粒子を蹴るので、傾きが変動すれば軌道も変動す る。また、傾きのある空洞の電場が変化すれば、 やはり軌道も変化する。

Table 3 Tolerances of dynamic errors in MainLinac (in vertical direction, root mean square)

4 極磁石振動(位置変動)	~100 nm
4極・軌道補正磁石強度変動	0.01%
空洞の傾きの変動	3 μrad
空洞電場の変動	1%
(空洞の設置誤差 0.3 mrad)	

其々の許容誤差を Table 3 に示す。

ここで、空洞電場の変動の許容値は、空洞毎の変 動に対するものであることを注意しておく。空洞 の加速電場は入力 RF をコントロールすることで 調整できる。先に述べたように、1 台の RF 源か らは 39 台の空洞に RF が供給されるので、エネ ルギーを安定させるだけならば、39 台の空洞の電 場の合計を一定にするように調整すればよい。



Fig.9 加速空洞の傾きと電圧変動による横方向の 軌道変化(複数の空洞の電圧の和のみを一定にす る場合)。これを抑えるため、個々の空洞の電圧を 調整する必要がある。

しかし、上に述べたような横方向の軌道を安定さ せるためには、空洞毎に電場を一定にするように 調整する必要がある。設置誤差による傾きが空洞

2 - 6

毎にバラバラであるために合計の電場が一定で も横方向の蹴り角は変動してしまうからである。 運転時の加速電場は空洞性能によって異なるた め、各空洞の電場をビームパルス全体で一定にす るためには、入力 RF をコントロールするだけで なく、入力カプラーの結合度(*Q*_L, Loaded Q)を 空洞毎にあらかじめ調整しておく、といったやや 複雑な調整が必要になる。[4]

これらの変動要因によって、主線形加速器の終端 での垂直方向のビーム軌道の変動はビームサイ ズの2倍程度になると予測されるが、この変動に よる主線形加速器内でのエミッタンスの増大は 小さい(ビーム光学上、収束力が小さいことによ る)。ただし、この軌道変動が最終収束系にまで持 ち込まれるとエミッタンスが増大してしまう(収 束が極めて強いところがあるので)。そのため、主 線形加速器の直後にはバンチ毎に軌道補正を行 う高速の feedback が必要である。軌道の変動は バンチ間隔(~500ns)の間では極めて小さいと考 えられるので、前のバンチの軌道の情報から後続 のバンチを補正することで軌道の安定化が可能 である。

2.6. 陽電子源のためのアンジュレーター

主線形加速器で加速された電子ビームは、陽電子 源ための光子を発生させるヘリカルアンジュレ ーターを通る。ヘリカルアンジュレーターはビー ムパイプに沿って螺旋状に巻かれた2本の超伝導 のコイルからなる。ここで電子が螺旋運動をする ことで放出された光子が陽電子生成に使われる。 前方に出た光子は偏向するので、これによって生 成される陽電子も偏極を持つ。

光子の放出により電子ビームはエネルギーが低 下する(3GeV 程度)ので、電子の主線形加速器 は陽電子側より長く、加速空洞が多い。エネルギ ーの拡がりも増加するのでビームの質がやや劣 化することは避けられない。しかし、軌道の調整 により横方向のエミッタンス増大はほとんどな くすことができる。

陽電子源については他の講義で説明されるので これ以上の内容は省略する。

2.7. BDS (Beam Delivery System)

2.7.1. コリメーターシステム

加速されたビームは最終収束系に入る前にコリ メータシステムを通りビームの中心から遠く離 れた粒子(halo)が取り除かれる。haloは、ビー ム粒子がビームパイプ内の残留ガスによって散 乱されることなどで生じるが、その正確な量や分 布を予測することは難しい。最終収束ビームライ ンにビーム haloが残っていると、(1) halo粒子が ビームパイプ・磁石などに当たることによって 2 次粒子が発生し、(2) halo粒子が4極磁石(特に 衝突点前の最後の2台)の磁場で曲げられること によりシンクロトロン放射が発生する。これらの 粒子は検出器に入って物理実験の邪魔をするの で取り除く必要がある。

主線形加速器の後の通常のビームラインではビ ームの大きさは非常に小さい(1~10 μm程度)の で、コリメータは特別にビームサイズを大きくし た場所を作って設置する。



Fig. 10 BDS optics from ILC-TDR [1]

Fig. 10 に ILC-TDR に載っている BDS の光学設 計が示されているが、「betatron collimation」と 記されているベータ関数が大きい(従ってビーム サイズが大きい)場所に横方向のずれ(betatron 振動)が大きい粒子を取り除くコリメータが置か れる。これらは、垂直方向・水平方向のそれぞれ について振動の位相が 90°異なる場所に 2 か所 ずつ設けられる(従って、残った粒子の (x - x')位相空間と (y - y') 位相空間上での分布は長方

2 - 7

形となる)。「energy collimation」と記された、水 平方向の dispersion の大きな場所には、エネルギ ーのずれた粒子を取り除くためのコリメータが 置かれる。

コリメータには加速器を保護する役割もある。 BDS は最高ビームエネルギー500GeV にまで対 応できるように設計されているが、このビームエ ネルギーでの1バンチ(2×10¹⁰個の電子・陽電 子) は約1600Jのエネルギーを持つ。従って、ビ ームの中心の軌道や中心のエネルギーが何らか の原因でずれると、加速器を構成する機器に当た って壊してしまう可能性がある。そのようなビー ムをコリメータで止めるわけだが、コリメータ自 身も熱で融けたり、機械的な衝撃で破壊されたり する心配がある。これを防ぐために、其々のコリ メータの場所ではビームサイズを水平方向(ベー タ関数または dispersion) と垂直方向(ベータ関 数)の両方とも大きくするようにしている。さら に、各コリメータは薄い spoiler とその下流の厚 い absorber の組になっている (Fig. 11)。









Spoilerを薄くすることで、ビームのコアが直接当 たっても大部分のエネルギーは電磁シャワーで 発生する2次粒子として下流に抜け、spoiler が破 壊されることを防ぐ。これらの粒子は absorber で 受け止められるが、spoiler での散乱により粒子が 広がってエネルギーの密度は小さく、absorberの 破壊も防ぐことができる。

ビームの軌道やエネルギーは常に BDS の入り口 でモニターされ、異常がある場合には(1) ダンピ ングリングからのビーム取り出しが止められ、(2) 既にダンピングリングから取り出されたビーム は bunch compressor 出口及び BDS 入り口の高 速キッカー電磁石によってビームダンプに捨て られる。コリメータは2バンチ分のビームが全て 当たっても耐えられるように設計される。

コリメータ部分は開口部が狭くなっている(1~2 mm)が、開口部が急激に変化するとビームによ る電磁場 (wakefield) が励起されて軌道変動の増 大、エミッタンスの増大を引き起こす。そのため、 spoiler と absorber の前後は長いテーパー構造 になっている。

2.7.2. 最終収束

コリメータ領域を通過したビームは、最終収束系 (Final Focus System) で極小サイズ (水平方向 500nm, 垂直方向 8nm) に収束される。収束は、 基本的には衝突点直前の2台の強力な4極磁石に よるが、ここで「色収差」が問題になる。光をレ ンズで収束させる場合に波長の違いによって焦 点距離がずれるのが色収差だが、加速器のビーム の場合もビーム内の粒子の間のエネルギーの違 いによって焦点の位置がずれることを「色収差」 (chromatic aberration)と呼んでいる。この収差 は、横方向の振動(ベータトロン振動)の位相の 進みがエネルギーに依存するため (chromaticity) とみることもできる。この収差を補正しないと衝 突点でのビームサイズは設計値の 10 倍ほどにな ってしまう。円形加速器での chromaticity 補正 と同様に、リニアコライダーの最終収束でも6極 磁石を水平方向の dispersion のある所に置くこ とで補正される(Appendix)。このため、最終収 束ビームラインでは偏向磁石よって軌道を曲げ て dispersion を作る。

Chromatic aberration の補正は、最終収束ビーム ライン全体にわたって各ビーム粒子のエネルギ ーが(ほとんど)変わらない場合にのみ有効であ り、途中で強い磁場を通過するとシンクロトロン 放射によって各粒子のエネルギーが乱雑に変化 してしまい、補正できなくなってしまう。そのた め、最終収東ビームラインの偏向磁石の磁場は弱 く、軌道を緩やかに曲げるために長い距離が必要 になっている。さらに、この間のビームパイプの 内面の電気抵抗(resistive wall impedance)が大 きいと wakefield によりエネルギー損失が起こ り(ビームバンチの前方と後方でエネルギー変化 が異なる)、やはり色収差の補正がうまくいかな くなる。そのためビームパイプは(ステンレスな どではなく)アルミ製又はステンレスに銅をコー ティングしたものが使われる。

なお、ILC では「local chromaticity correction」 と呼ばれる色収差補正方法(衝突点直前の2台の 強力な4極磁石の其々の位置に6極磁石を置く方 法)が採用されているが、収束に関するより詳し い内容は「ナノビーム」の講義で説明されるはず なのでここでは説明を省略する。

衝突点で電子ビームと陽電子ビームの設計軌道 は水平面上にあるが、14 mrad の角度(交差角, crossing angle)を持っている。完全に正面衝突で なく角度を持たせるのは、交差後のビームを安全 に捨てる(検出器の余計な信号を減らす)ためで ある。



Fig. 13 (上) 交差角のためにそのままではルミノ シティが低下する。(下) crab crossing によるルミ ノシティ回復

しかし、そのままでは、バンチ全体が重ならない ためにルミノシティが減少してしまう(単純な見 積もりとして、交差角(θ), バンチ長(σ_z), バンチサ イズ(σ_x^*) の間に $\theta \sigma_z \ll \sigma_x^*$ の関係がなければル ミノシティは低下するが、実際には両辺は同程度 である)。そこで、crab crossing という方法が採 られる。Fig. 13 のように、衝突点の前でバンチの 前方と後方を逆方向に蹴ることにより衝突点で (重心系で見て)正面衝突させることができる。バ ンチの前後を逆方向に蹴るために、2.6GHz(主線 形加速器の2倍の周波数)の横方向の共振モード (dipole mode)を持つ超伝導の「クラブ空洞 (crab cavity)」が使われる。

2.7.3. 軌道の高速フィードバック

衝突点でのビームは極めて小さいので、少しビー ム軌道がずれただけでルミノシティが低下して しまう。特に垂直方向には2つのビームの位置を 2nm 程度の精度で合わせなければならない。ビー ムライン各所でフィードバックによる軌道の補 正が行われるが、最終的に衝突点での高速のフィ ードバックによってビーム位置の安定化が行わ れる。ビーム軌道の変動のほとんどはビームライ ン上の磁石(その中でも最後の2台の4極磁石の 影響が大きい)の位置の変動(地面の揺れ、機器 の振動等)や電気的な変動によるものだが、これ はバンチの間隔(約 500ns)に比べるとゆっくり と変動する。つまり、あるバンチと次に来るバン チの軌道はほぼ同じと考えてよく、前のバンチの 軌道を測定してずれの分を次のバンチで補正す ることによって位置を安定化できる。バンチ間隔 が、(1) 軌道変動に対しては短いが (2)フィードバ ックのための信号処理に要する時間よりも長い ということが重要である。単純に考えると、衝突 点での位置変動を 2nm 以内にするためには 2nm の分解能を持つビーム位置モニターが必要にな る(非常に難しい)。しかし、衝突点での高速のフ ィードバックでは、バンチの位置を直接測定する のではなく、交差後の相手のバンチの位置を測定 する。バンチが交差するとき、相手のビームが作 る電磁場の力(beam-beam force)によって各粒 子が蹴られるが、バンチ位置にずれがあると、そ のずれの大きさに依存してバンチの重心の軌道

角度が変化する。従って、交差後の相手のバンチ の重心位置を測定することで2つのバンチの相対 的な位置のずれが分かる。その情報をもとに次の バンチの軌道を補正する。交差するバンチが垂直 方向に 1nm 程度ずれた場合の角度変化は 10 µrad 程度になり、衝突点から数mの場所にビーム 位置モニターを置くとすると、要求される分解能 は数十µm程度になる(全く問題ないと思われる)。



Fig. 14 Schematic of IP intra-train feedback system. The deflection of the outgoing beam is registered in a BPM and a correcting kick applied to the incoming other beam. [1]

2.8. ビームダンプ

ほとんどのビーム粒子は興味のある反応を起こ さず、衝突点を通り抜けていく。相手のビームが 作る電磁場の力(beam-beam force)によってエ ネルギーや角度の拡がりが大きくなる。粒子が衝 突点付近のビームパイプ等に当たってしまうと 測定器に余計な信号を生じてしまうので、広がっ たビームをうまく輸送してビームダンプに捨て なくてはならない。捨てられるビームのパワーは 非常に大きいので、ビームダンプには特殊な設計 が必要になる。ビームダンプについては他の講義 で説明されるのでここでは省略する。

2.9. バンチ長圧縮 (Bunch Compressor)

ダンピングリングでは、バンチ長は 6 mm (o) で ある。バンチ長が線形加速器の RF 波長に比べて 十分短くないと位置に依存して加速電圧に差が できてしまう。また、後で議論するように、ルミ ノシティを大きくするためには衝突点でのバン チ長は短い方が良い。そのため、主線形加速器に 入射する前に、バンチ長を 0.3mm まで縮める。 バンチは Fig. 15 のように、加速空洞とその下流 のシケインを使って圧縮される。



Fig. 15 Bunch Compressor の構成。加速空洞と シケイン。

すなわち、

- バンチ中心と電圧ピークの位相をずらした加 速空洞を通過させ、ビーム軸方向の位置に依 存したエネルギーの勾配を作る(バンチ前方 よりも後方のエネルギーを高くする)
- シケインを通過させ、ビーム軌道長がエネルギーに依存する(高エネルギーの粒子ほど軌道 長が短くなる)ようにする。

これを $z - \delta_E$ 面(zはビーム軸方向の位置, δ_E は エネルギーの相対的な差)で模式的に表したのが Fig. 16 である。 $z - \delta_E$ の拡がりを楕円で表して いる。バンチ長圧縮によりバンチ長は短くなるが エネルギーの拡がりは大きくなり、この過程で楕 円の面積は変化しない。



Fig. 16 Bunch Compressor の原理。バンチ内で ビーム軸方向の位置に依存したエネルギーの勾 配を作り(左)、下流でエネルギーに依存した軌道 長の差を作る(右)ことにより、バンチ長を短縮 させる。

ILC の基本パラメータでは、バンチ長はダンピン グリングの 6 mm から主線形加速器での 0.3 mm まで圧縮させる必要がある。ダンピングリングか らのビームはエネルギー5GeV でエネルギーの拡 がりが約 0.1% (5MeV,標準偏差)だが、バンチ長 を 1/20 にするためには単純な計算でエネルギー の拡がりは 100MeV となり 2% (100MeV/5GeV)

の相対的なエネルギーの拡がりとなる。しかし、 そのような大きなエネルギーの拡がりはビーム のコントロールを難しくする。そのため ILC の Bunch Compressor は2段階になっていて、第一 段階で 0.9 mm 程度まで圧縮し、第2段階ではビ ームを 5GeV から 15GeV まで加速することと合 わせてバンチを目標値まで圧縮する。エネルギー を3倍にすることで、相対的なエネルギーの拡が りを 1/3 にしてコントロールを容易にすることが できる。2段階になっているため、バンチ長の圧 縮にはある程度自由度があり、基本パラメータと は異なるバンチ長にも対応できる。例えば、バン チ長を半分の 0.15 mm にすることも可能であ る。(ただし、ビーム不安定性を抑えるためなどの 理由で、その場合にはバンチ電荷を減らす必要が ある。)

 $z - \delta_E$ 分布の変化の様子の例を Fig. 17 に示す。非 線形の効果もあり、単純な楕円形にはならない。



Fig. 17 Bunch Compressor 第1段(左)と第2段 (右)での *z*-*E* 分布の変化の例。鎖線:入口、点線: 加速空洞の後、実線:出口。

2.10.エネルギー圧縮 (Energy Compressor)

ダンピングリングの縦方向(エネルギーとビーム 軸方向の位置)の acceptance は (±3.75MeV)× (±3.5 cm)とされているが[1]、これを Booster Linac から出てくるビームパラメータと比べる と、エネルギーの拡がりに対しては厳しく(特に 陽電子のエネルギー幅が大きい)、バンチ長に対 してはかなり緩い。そのため Booster Linac の後 に Energy Compressor を設置する。これは Bunch Compressor とは逆に、バンチ長を長くし てエネルギーの幅を圧縮するものである。





Fig. 19 Energy Compress の原理

Bunch Compressor と同様に加速空洞とシケイン で構成されるが、順番が逆で、まずシケインによ ってエネルギーに依存して粒子の位置を変化さ せ(エネルギーの高い粒子を進ませてエネルギー の低い粒子を遅らせる)その下流の加速空洞での 位相を調整することによりバンチ前方を減速し バンチ後方を加速する。

2.11.スピン(偏極)の操作

縦偏極したビームを衝突させることができるの は円形コライダーと比べた場合のリニアコライ ダーの重要な利点の一つである。

粒子源でのビームは縦方向に偏極しており(ただ し電子駆動方式の陽電子源では偏極はない)、最 終的に衝突点では(基本的に)縦方向に偏極した ビームを衝突させるが、ビームライン全体で縦偏 極しているというわけではなく、横方向の偏極ビ ームの区間がある。

Appendix にあるように、ビーム軌道が角度 θ 曲 げられると偏極の向きが $G\gamma\theta$ 回転する (G は電 子の異常磁気モーメント, γ はローレンツファク ター)。この回転角度はエネルギーに比例してい てビームにはエネルギーの拡がりがあるので、ダ ンピングリングでは水平面(軌道面)内の偏極の 向きは周回中にバラバラになってしまう。すなわ ち、偏極度を保持するには、偏極の向きはリング 内では垂直方向でなければならない。そのため に、ダンピングリングの上流と下流に其々 Spin Rotator が置かれ、スピンの向きをコントロール する。 2.11.1. リングの上流の Spin Rotator

縦方向の偏極から垂直方向の偏極への変換は以 下のような2段階で行う。(Appendix 参照)

- ビーム軌道を 23.7°曲げることで偏極の向き を 270°回転させ水平方向(横方向)にする
- ソレノイド磁場を通過させ水平方向から垂直 方向に 90°回転させる

23.7°という角度は5 GeV の電子・陽電子のスピンを 270°回転させる軌道の角度変化(θ)で、

$$G\gamma\theta = 270^{\circ} \qquad (2-1)$$

から決まる(もちろん軌道を 7.9°曲げて偏極の 向きを 90°回転させてもよいのだが、Booster Linac からダンピングリングの間のビームライ ンの角度を考慮すると 23.7°の方が都合が良い。 なお、必要な軌道角変化はエネルギーに反比例す る)。

ソレノイド磁場(ビーム軸方向の磁場)で5GeV のビームの偏極を水平方向から 90°回転させて 垂直方向にするためには、

$$\Delta \phi = \frac{\pi}{2} = \frac{e}{p} (1+G) \int B_{\parallel} ds \qquad (2-2)$$

から (Appendix 参照)、磁場の積分 26.2 T・m が 必要になる (この値はビームエネルギーに比例す る)。ILC では、磁場強度 3.2 T, 長さ 8.32 m の 超伝導ソレノイドを使用することになっている。



Fig. 20 ダンピングリングの上流の Spin Rotator の構成。縦偏極ビームを垂直方向に偏極したビー ムにする。偏向磁石で垂直方向を軸として 270° 回転させた後、ソレノイド磁石でビーム方向を軸 として 90°回転させる。

2.11.2. リングの下流の Spin Rotator

横方向の偏極から縦方向の偏極への変換は、基本 的に、上流の Spin Rotator と逆の solenoid – bend の2段階で行うことができる。

必要なソレノイドの 磁場×長さ がビームエネ ルギーに比例するので、Spin Rotator はダンピン グリングのエネルギーと同じ 5GeV の段階で行 う。また、Spin Rotator の下流でビームの進行方 向が変化するとスピンの方向も変化する(変化の 方向がエネルギーに依存する)ので、Spin Rotator の出口でのビームの方向は衝突点での方向にな るべく近いことが望ましい。従って、リングの下 流の Spin Rotator は Turnaround の直後に設置 される。

ダンピングリングの下流の Spin Rotator は単に 順番が逆というだけでなく、以下の2つの点でダ ンピングリングの上流の Spin Rotator と異なっ ている。



Fig. 21 ダンピングの下流の Spin Rotator の構成

ダンピングリング下流のビームは低エミッタン スであり、特に垂直方向のエミッタンスが水平方 向の 1/200 程度になっている。ソレノイド磁場中 をビームが通過すると水平方向(x)と垂直方向(y) の運動の間のカップリングが生じ、垂直方向のエ ミッタンスが増大してしまうので、何らかの対策 が必要である。カップリングを消すために、同じ 強さと長さのソレノイドが2台組で設置され、そ の間にビーム光学が x 方向は I, y 方向は -I にな るようなビームラインを挿入する(Appendix 参 照)。

さらに、ダンピングリングの上流と異なり solenoid - bendの2段階ではなく solenoid pair – bend – solenoid pair という3段階になっている。 bend での偏極の回転は90°に固定される(軌道 の曲がり 7.9°) が、前後の solenoid 磁場を変更 することにより、最終的な偏極方向を任意に選ぶ ことができるように設計されている。

3. なぜ「リニア」なのか

これまでの衝突型加速器はほとんどが円形(周回型)である(唯一の例外がSLC)が、ILCは線形である。ここでは、なぜ円形ではなく直線の加速器なのか、説明を試みる。

3.1. ビームエネルギー

周回型加速器の主な利点は、

- 同じ加速装置を何度も通過させて加速できる (「リニア」では一回しか使えないので多数の 加速装置が必要)
- 同じビームを長時間使用可能(「リニア」では一
 回交差させたビームは捨てられるので効率 が悪い)

などがある。

しかし、荷電粒子の軌道が曲げられると放射光を 出して(シンクロトロン放射)エネルギーを失っ てしまう。加速器の軌道半径を ρ , ビームエネルギ ーをE, 粒子の質量をm, エネルギーファクター $\gamma \equiv E/mc^2$ とすると、一周当たりの放射によるエ ネルギー損失は、

$$U = \frac{e^2}{3\epsilon_0} \frac{\gamma^4}{\rho} \tag{3-1}$$

$$U[eV] \approx 6 \times 10^{-9} \frac{\gamma^4}{\rho[m]}$$
 (3-2)

のように計算できる。このエネルギーは周回毎に 補ってやらなければならない。ビームエネルギー を上げるためには、同じサイズの円形加速器では 必要な電力がエネルギーの4乗で増大する。逆に 電力が決まっているとすると、加速器の曲率半径 をエネルギーの4乗に比例して大きくしなければ ならない。これを考えると、先に挙げた利点はビ ームエネルギーが高くなるに従って成り立たな くなっていくことが分かる。例えば、曲率半径が 3 km だとすると、電子のビームエネルギー125 GeV では一周当たりの損失 7 GeV, エネルギー **250 GeV** では損失 120 GeV となり、非現実的な ものとなる。

また、シンクロトロン放射はエネルギー損失だけ でなく、ビームのエミッタンスの増大(放射励起 Appendix 参照)ももたらす。

以上のように、電子・陽電子では、エネルギーが 高くなると円形よりも線形のコライダーが有利 となる。

(放射によるエネルギー損失は gamma factor ($\gamma \equiv E/mc^2$)の4乗に比例する。陽子は電子の約 1840倍重いので、同じビームエネルギーに対して 放射による損失は約 10^{-13} 倍であり、現存する加 速器ではほぼ無視できる。現在の陽子円形加速器 のエネルギーの限界は軌道を曲げるための磁場 強度で決まっている。)

3.2. エネルギーのアップグレード

さらに、リニアコライダーでは、両端にビームラ インを延長することで、既存の施設をほとんど無 駄にすることなくエネルギーを上げていくこと ができる。ILCは重心エネルギー250 GeV で出発 する計画だが、主線形加速器を上流に追加してい くことでエネルギーを1 TeV (ビームエネルギー 500 GeV)まで上げられるように、最終収束系な どの他の部分が設計されている。

以上のような理由で、エネルギーフロンティアの 電子・陽電子加速器は線形とするのが自然な選択 だと思われる。

3.3. ルミノシティ

周回型のコライダーでは同じバンチが何度も衝 突の機会を持つがリニアコライダーでは1回のみ であり、交差頻度を大きくしてルミノシティを稼 ぐのが難しい。

そこで、衝突点でのビームのサイズを極力小さく することで、1回当たりのルミノシティを大きく する。2つのバンチが交差してもほとんどの粒子 はすり抜けていくが、各ビーム粒子は相手のバン チの作る強力な電磁場(beam-beam force)によ って曲げられ、さらに制動放射(beamstrahlung) を出し、角度とエネルギーの拡がりが増大する。 ルミノシティを大きくするには交差点でのビー ムのサイズを小さくしたいが、そうするとビーム の作る電磁場が強くなる。周回型加速器では、交 差後のビームの質の劣化やビーム粒子損失につ ながるため、ビームサイズを極端に小さくするこ とができず、交差一回当たりのルミノシティをあ まり大きくすることができない。(SuperKEKB で採用されている「ナノビームスキーム」のよう にルミノシティを上げる工夫はあるが、原理的な 問題が無くなっているわけではない。)

一方、リニアコライダーでは、交差後のビームは 捨ててしまうので、その質があまり問題にならな い。そのため交差点でのビームサイズを小さくし てルミノシティを大きくすることが可能なので ある。

4. 衝突点でのビームパラメータ

4.1. 極小ビーム

ルミノシティはコライダーの性能を表す重要な パラメータである。単位時間にある物理現象(こ れを観測することがコライダー実験の目的であ る)が起こる回数は、ルミノシティ(L)とその現 象の衝突断面積(σ)の積で表される。

event rate =
$$L\sigma$$
 (4 - 1)

速度が各々 \vec{v}_1 , \vec{v}_2 のビーム1とビーム2を衝突 させる場合、位置 \vec{x} での各々のビーム粒子の密 度を $\rho_1(\vec{x})$, $\rho_2(\vec{x})$ とすると、ある瞬間のルミノシ ティは、

$$L_{\rm ins} = \int dx^3 \rho_1(\vec{x}) \rho_2(\vec{x}) |\vec{v}_1 - \vec{v}_2| \quad (4-2)$$

と書くことができる。

衝突点でのビームの横方向(ビーム軸に垂直な方 向,(x,y))の粒子密度が標準偏差 (σ_x^*, σ_y^*) を持つ 正規分布の場合、バンチ当たりの粒子数をN,パ ルス当たりのバンチ数を n_b ,パルスの頻度 (repetition rate)を f_{rep} とする(バンチが単位時 間に $n_b f_{rep}$ 回交差する)と、平均ルミノシティは

$$L = \frac{N^2 n_b f_{\rm rep}}{4\pi \sigma_x^* \sigma_y^*} \tag{4-3}$$

となる。(ただし、実際にはビームが交差する間に 形状が変化するので、この式は近似である。)従っ て、ルミノシティを大きくするには、 $\sigma_x^* \ge \sigma_y^*$ の積 (ビームの横方向の断面積に比例)を小さくする 必要がある。

4.2. ビームの最終収束、砂時計効果

荷電粒子のビームを収束させるのに4極磁石を使 う。(Appendix 参照)

1 台の4 極磁石では、水平・垂直方向のどちらか
 一方しか収束できないので、衝突点手前には
 「final doublet」と呼ばれる2 台の4 極磁石を組み合わせることで、Fig. 22 のように両方向ともに
 収束される。



Fig. 22 2台の4極磁石によるビームの最終収束

衝突点付近では横方向の磁場が無く、各粒子の軌 道は直線である。1 方向のみ考えるとビームの様 子は Fig. 23 のようになる。



Fig. 23 衝突点付近の粒子軌道の様子

焦点深度とビームサイズの関係を調べてみる。焦 点(Focal point)でのビームサイズと軌道角度の拡 がりを $\sigma_u^* = \sqrt{\langle u^{*2} \rangle}$, $\sigma_{u'}^* = \sqrt{\langle u'^2 \rangle}$ とする (*u* は *x* または *y*, ()は全ビーム粒子の平均、*u**は焦点で の位置,*u*'は軌道角度)。焦点からビーム軸方向に 距離 *d* ずれると、軌道角度のばらつきのためにビ ームサイズは(焦点では(*u***u*') = 0である)

$$\sigma_{u} \equiv \sqrt{\langle u^{2} \rangle} = \sqrt{\langle (u^{*} + u'd)^{2} \rangle}$$
$$= \sqrt{\sigma_{u}^{*2} + \sigma_{u'}^{*2}d^{2}} \qquad (4-4)$$

と増大するが、

$$\sigma_u = \sqrt{2}\sigma_u^* \tag{4-5}$$

となる距離を焦点深度(β_u^*)と定義すると

$$\beta_u^* = \frac{\sigma_u^*}{\sigma_{u'}} \tag{4-6}$$

で、エミッタンスは、

$$\varepsilon_u = \sigma_u^* \sigma_{u'} \tag{4-7}$$

なので、

$$\sigma_u^* = \sqrt{\varepsilon_u \beta_u^*} \tag{4-8}$$

となり、一定のエミッタンスのビームを小さくするには焦点深度を短くしなければならないことが分かる。

バンチはビーム軸方向に有限の長さを持ってい るので、衝突は焦点の前後の有限の長さで起こ る。従って、ルミノシティは焦点の前後のバンチ 長の範囲でのビームサイズで決まる。焦点付近の ビームは砂時計の括れた部分のような形になり、 焦点深度をあまり短くすると前後でのビームサ イズが大きくなり却ってルミノシティが下がる。 最適な焦点深度はバンチ長程度になるはずであ る。従って、バンチ長をσzとすると、最適なビー ムサイズは、

$$\sigma_u^* \approx \sqrt{\varepsilon_u \sigma_z} \tag{4-9}$$

となり、エミッタンスとバンチ長がルミノシティ を制限することが分かる。これを「砂時計効果」 と呼んでいる。

4.3. 扁平ビーム (flat beam)

ILCの衝突点でのビームは水平方向のサイズが垂 直方向のサイズの100倍程度に設計されている。 これは、以下に述べるように、beamstrahlung 等 の beam-beam force の悪影響を抑えながらルミ ノシティを大きくするためである。

ルミノシティを大きくするためにはビームサイ ズを小さくしたいが、ビームをあまり小さくする と困ることがある。前節で、「交差後のビームは捨 ててしまうので、その質があまり問題にならな い」と述べたが、beam-beam force はバンチが交 差 す る 間 働 き 、 衝 突 す る 前 の 粒 子 も beamstrahlung によってエネルギーを失ってし まう。これは、決まったエネルギーでの衝突を観 測したい現象によって異なる)。エネル ギー損失の平均は

$$\delta_{BS} \equiv \frac{\text{average energy loss}}{\text{beam energy}} \approx \frac{r_e^3 N^2 \gamma}{\sigma_z (\sigma_x^* + \sigma_y^*)^2} (4 - 10)$$

と表される (r_e :電子古典半径, γ : energy factor, σ_z^* : バンチ長)。従って、beamstrahlung を抑え るためには、 σ_x^* , + σ_y^* を大きくすればよい。 ルミノシティは σ_x^* と σ_y^* の積に反比例するので、 σ_x^* と σ_y^* に大きな差をつけるのが良いことが分かる (積を小さく、和を大きくする)。



Fig. 24 断面の周囲の長い扁平なビームは円筒の ビームよりも周囲に作る電場が弱い

このことは、長いバンチの表面の電場強度を Fig.24 のように考えると理解できる。密度が一 定とすると(電荷量は断面積に比例)断面積が同 じであれば(ガウスの定理から)表面での電場の 強さは周囲の長さに反比例する。

垂直方向のエミッタンスが水平方向のエミッタ ンスよりも小さいこと(また、アラインメントの 精度が良い)などの理由で、 $\sigma_y^* \ll \sigma_x^*$ となるよう に選ぶ。すなわち、ビームの断面は水平方向に扁 平な形状となる。

この場合、

$$\delta_{BS} \approx \frac{r_e^3 N^2 \gamma}{\sigma_z \sigma_x^{*2}} \tag{4-11}$$

となり、 δ_{BS} に上限があるとすると、 σ_x^* の下限が

$$\sigma_x^* > \sqrt{\frac{r_e^3 N^2 \gamma}{\sigma_z \, \delta_{BS}}} \tag{4-12}$$

のように与えられる。

4.4. ルミノシティの式

式(4-3), (4-9) (*u* → *y*), (4-12) をまとめると、ルミ ノシティの最大値が

$$L = \frac{Nn_b f_{\rm rep}}{4\pi\sqrt{r_e^3\gamma}} \sqrt{\frac{\delta_{BS}}{\varepsilon_y}} = \frac{1}{4\pi e \sqrt{r_e^3\gamma}} \overline{l_b} \sqrt{\frac{\delta_{BS}}{\varepsilon_y}} \quad (4-13)$$

で与えられる ($\overline{I_b}$ は平均ビーム電流)。ルミノシティを上げる方法は以下の3通りしかないことが分かる。

- 平均電流を増やす
- 大きな beamstrahlung を許容する
- 垂直方向のエミッタンスを小さくする

1つ目は、所要電力や設備の容量を増やすことに なりコストの増加を意味する。2つ目は調べたい 物理現象によって制限される。

結局、垂直エミッタンスを小さくすることが、技術的な努力によってルミノシティを大きくする ほぼ唯一の方法と言える。

従って、ダンピングリングは必須であり、以降の ビームラインで様々な誤差を抑えて低エミッタ ンスを保持することが必要になる。

4.5. パラメータの柔軟性

ルミノシティの式(4-13)の導出でも見たように、 $N, n_h, \sigma_x^*, \sigma_v^*, \sigma_z$, 等のパラメータの間には制限が あるが、その制限内ではある程度の自由度があ る。 δ_{BS} を変えないためには $N^2/\sigma_z \sigma_r^{*2}$ を一定に しなければならないが、例えば N, σ_z, σ_x^* を全て 小さくし、Nn_bを一定にするために n_b を増やす、 といったことは可能である。ルミノシティとコス トをこれらのパラメータの関数として表すこと ができれば唯一の最適なパラメータの組み合わ せを決めることができるであろう。しかし、実際 には全ての条件が事前にわかるわけではないの で、本当の最適パラメータは決められない。また、 研究の進展に伴い何をどのビームエネルギーで 調べるかという物理学の要請が変化すれば最適 パラメータは変わるであろう。バンチ圧縮の所で も述べたように、色々な条件に対応できるよう に、ある程度柔軟にパラメータを変えられるよう にしておくことは重要である。

5. ビームの時間構造とエネルギー効率

ILC のビームの1個のバンチは2×10¹⁰個の電子 又は陽電子からなり、1312 個のバンチが 554 ns 間隔で連なったものが 1 個のビームパルスにな る。1パルスは約 0.73 msの長さがあり、これが 5Hz で運転される。

このようなパラメータはどのように決められた のだろうか? 超伝導空洞を用いた線形加速器 は一般的に常伝導のものに比べてパルス長が極 めて長く、パルス内の平均電流が小さい。これは なぜか? 空洞壁での RF パワーの損失がほとん どないことがその本質的な理由であるが、以下に その説明を試みる。

5.1. RF エネルギーの効率

ILCでの1パルスの空洞電圧の時間変化を簡略化 したものは Fig. 25 のようになる。RF パワーを 入れ始めてから時間と共に空洞内にエネルギー が蓄積され電圧が上がっていく。パルス内のビー ムを全て同じ電圧で加速するために、ビームパル スが来る前に RF パワーを入力し始め、設定電圧 になるタイミングでビームが来るようにしてお く。



Fig. 25 空洞電圧の1パルスでの時間変化 ($T_b = 2T_{fill}$ の場合)の様子



Fig. 26 1 パルスでの入力パワー, ビームに与えられるパワー, 反射パワーの時間変化 ($T_b = 2T_{fill}$ の場合:実際とは異なる)

ビームパルスの通過中には電圧が一定となるようにパラメータを決めておく。ビームパルスの終わりと同時に入力 RF も切る。空洞壁でのパワー 損失を無視し(超伝導空洞の特徴)、ビーム通過中 に空洞からの反射が無いとすると(実際には、反 射がほとんどないようにパラメータを設定す る)、入力パワー(P_{in})は加速電圧(V_c)とパルス内 の平均ビーム電流の積である。

$$P_{\rm in} = V_c I_b \tag{5-1}$$

ビーム通過中は入力パワーとビームに与えられ るパワーが等しくなるので、結果として全入力 RF エネルギーのうち、ビームが来る前に入力さ れたエネルギーの分だけビームに与えられるこ となく捨てられることになる。

入力パワーが全 RF パルス長にわたって一定の場 合(実際の運転では必ずしもそうではないが、近 似的には正しい)、入力パワーを ON してから設 定電圧になるまでの時間(fill time) を T_{fill} ,ビーム のパルス長を T_{beam} とすると、

Energy to Beam =
$$P_{\rm in}T_{\rm beam}$$
 (5 – 2)

Wasted Energy =
$$P_{in}T_{fill}$$
 (5 – 3)

であるから、エネルギー効率は

RF Energy Efficiency =
$$\frac{T_{\text{beam}}}{T_{\text{fill}} + T_{\text{beam}}}$$
 (5 - 4)

となる。fill time は他のパラメータから決まり、

$$T_{\rm fill} = \ln 2 \times \frac{2Q_L}{\omega} = \ln 2 \times \tau \qquad (5-5)$$

になる。 ω は RF の角周波数、 Q_L は空洞の loaded Q (ほぼ入力カップラーの Q_{ext} に等しい:超伝 導空洞の特徴)であり、 $\tau = 2Q_L/\omega$ は空洞の時定 数である。また、 Q_L はビーム通過中の入力パワー とビームに与えられるパワーが等しくなるため には、

$$Q_L = \frac{V_c}{(R/Q)I_b} \tag{5-6}$$

でなければならない。(*R/Q*)は空洞の形状で決ま る定数である。(Appendix 参照) 以上をまとめると、

Wasted Energy =
$$P_{\rm in}T_{\rm fill} = 2\ln 2 \frac{V_c^2}{\omega(R/Q)}$$
 (5 - 7)

なので、1 パルス当たり無駄になるエネルギーは 空洞電圧(及び空洞の形状)のみで決まり、ビー ムのパラメータには依らないことが分かる。な お、設定電圧での空洞内の電磁場のエネルギーは

$$W(V = V_c) = \frac{V_c^2}{\omega(R/Q)}$$
(5-8)

2 - 17

であり、fill time 中に捨てられる (反射してくる) エネルギーは、空洞内エネルギーの約 40% (2ln2-1)である。(パルスの後(decay time)に空 洞内に残っているエネルギーが捨てられる) (Fig. 25 も参照)。

一方、ビームに与えられるエネルギーは設定電圧 と全電荷量(q_{pulse})との積である。

Energy to Beam = $V_c I_b T_{beam} = V_c q_{pulse}$ (5 - 9) 以上のことから結論として、入力 RF に対するエ

以上のことから結論として、八万 KF に対するコ ネルギー効率をよくするには、

$$\frac{q_{\text{pulse}}}{V_c} = \frac{I_b T_{\text{beam}}}{V_c} \qquad (5-10)$$

を大きくすればよいことが分かる。

ここの議論では、空洞壁での損失が無視できるほ ど小さく、ビーム通過中は入力パワーがほぼ全て ビームに与えられることが本質的に重要である。

5.1.1. 空洞電圧を下げる?

空洞の設定電圧を下げればエネルギー効率が上 がるが、電圧に反比例して必要な空洞の数が増加 して加速器が長くなる。これは建設費の増加につ ながり得策でない。

5.1.2. 電流を大きくする?

電流を大きくすれば効率が良くなる。しかし、そ れに比例して入力パワーを上げなくてはならず、 RF 源(クライストロン等)を増強する必要があ る。これも建設費の増加につながるので限界があ る。

5.1.3. ビームパルスを長くする?

ビームパルスを長くすれば、パルス当たりの電荷 を大きくでき、エネルギー効率が良くなる。これ が、ILCのビームパルスが一般的な常伝導空洞の 線形加速器に比べて極端に長い理由である。ただ し、いくらでも長くできるわけではない。

ーつの制限はダンピングリングの長さからくる。 現在の設計では、線形加速器でのビームパルス長 は 0.73 ms すなわち 220 kmであるが、ダンピン グリングの周長は約 3km である。これは高速の キッカーマグネットによってバンチ毎に入射・出 射して、ダンピングリング内ではバンチ間隔を短 く詰め込むことで可能になる。キッカーマグネッ トの立上り・立下り時間(バンチ間隔はこれより 長くなければならない)には限界があるので、バ ンチの数を増やすにはそれに比例してダンピン グリングを長くしなければならず、建設費の増大 につながる。

バンチ数も電流も増やせなくても、1バンチの電 荷を大きくしてバンチ間隔を大きくすることで (ビームパルスが長くなる)パルス当たりのビー ム電荷を増加させて効率を上げることができそ うである。しかし、バンチ電荷を大きくすると(ウ ェーク場などにより)ビームの不安定性の問題が 生じる。バンチ電荷をあまり大きくすると、ダン ピングリング内でエミッタンスを小さくするの が難しくなるとともに、その下流でのエミッタン スも増大する。

別の方法として、極端にビームパルスを長く(ダ ンピングリングの減衰時間(damping time)より 十分長く)すれば、減衰したバンチを取り出し、 そこに新たにバンチを入射していくということ ができて、ダンピングリングからのバンチ数の制 限がなくなる。実質的にはパルス運転でなく連続 (CW: Continuous Wave)運転することになる。世 の中では多くの超伝導線形加速器が CW で稼働し ている。入力 RF のエネルギー効率のみを考えれ ば、CW が理想的である。

しかし、ILC はエネルギーフロンティアの加速器 であり、限られた長さの加速器で高エネルギーの ビームを作るためにできる限り高電場で運転す る必要がある。そうすると、空洞を冷却するのに 必要なエネルギーが膨大なものになるという問 題が生じる。これについては次節で論じる。 結局、ダンピングリングの周長からバンチ数に制

限があり、適度な長さの (msec 程度の)パルス運転のみが現実的である。

5.2. 空洞の冷却に要するエネルギー

これまで、空洞壁でのパワー損失は無視してきた。これは現在の設計パラメータで入力 RF パワ

ーの効率を考える上では十分良い近似である。空 洞壁での時間当たりのエネルギー損失は

$$P_0 = \frac{\omega W}{Q_0} = \frac{V_c^2}{(R/Q)Q_0}$$
(5-11)

と表される。Wは空洞内の電磁場のエネルギー、 ω は RF の角周波数、 Q_0 は空洞の Q 値(quality factor)、 V_c は空洞電圧、(R/Q)(アールオーバーキ ュー)は空洞の形状で決まる定数である。

ILC の設計値 ($V_c = 32.7$ MV, (R/Q) = 1036 Ω, $Q_0 = 10^{10}$) では、空洞1台当たりの損失は約100 W となる。これは、空洞当たりの入力パワー ($V_c = 32.7$ MV, $I_b = 5.8$ mA の積)約190 kW に比べる と非常に小さい (したがって、前節での近似は妥 当である)。しかし、これに相当する熱を極低温 (2K)の空洞から取り除くためには、無視できない エネルギー (冷凍設備が消費する電力)が必要に なる。

熱力学の教科書に載っているように、温度 T で ΔQ の熱量を取り除くとエントロピーが $\Delta Q/T$ 減少する。その分のエントロピーはどこかで増加 していないとつじつまが合わない(熱力学第2法 則より)。冷却設備は環境中に熱を放出すること でエントロピーも放出しているわけである。熱は 自然には温度の高いところから温度の低いとこ ろに移動するが、極低温の空洞から常温の環境中 に熱を移動させるにはエネルギー消費が必要で ある。

空洞の温度と環境の温度をそれぞれ T_{cold} , T_{warm} , 空洞から奪う熱を ΔQ_{cold} , 環境に放出する熱を ΔQ_{warm} , 空洞から奪うエントロピーを ΔS_{cold} , 環 境に放出するエントロピーを ΔS_{warm} , とする と、熱力学第2法則より

 $-\Delta S_{\rm cold} + \Delta S_{\rm warm} > 0 \qquad (5-12)$

でなければならないので

$$\Delta Q_{\text{warm}} > \Delta Q_{\text{cold}} \frac{T_{\text{warm}}}{T_{\text{cold}}}$$
 (5 - 13)

であり、 $T_{\text{cold}} \approx 2\text{K}, T_{\text{warm}} \approx 300\text{K}$ だから、

$$\Delta Q_{\rm warm} > \Delta Q_{\rm cold} \times 150 \qquad (5-14)$$

でなければならない。つまり、空洞から取り除く 熱の150倍以上の熱を環境中に放出する必要があ り、このエネルギーの元は冷凍装置が消費する電 力である。150倍という計算値は効率100%の理 想的な冷凍設備の場合であり、実際の効率20%程 度(ILC-TDR)では空洞壁の発熱の約750倍の電力 が必要になる

ILC のビームパルス長(T_b)は 0.73 ms, 繰返し (f_{rep}) 5Hz なので、単純にビームパルスの通過時 のみ計算すると空洞1台当たりの平均発熱は 100×0.00073×5W となる。より正確には、ビー ムパルス前後(fill time 及び decay time)も空洞 電圧は0ではないので、それも考慮に入れ、空洞 壁での平均損失パワーは

$$P_{0,\text{average}} = \frac{V_c^2}{(R/Q)Q_0} (T_b + (4\ln 2 - 2)\tau) f_{\text{rep}}$$

\$\approx 0.9 W (5 - 15)

と計算できる。

これに 750 を掛け、さらに電子・陽電子を 125GeV まで加速するのに必要な空洞台数 6800 を掛ける と、冷却に要する電力は約 5MW となる。(実際に は、空洞以外での発熱や熱侵入もあり、その分必 要な電力は増える。)

空洞を連続(CW)運転すると、先にも計算したよう に、約 100 W の熱が空洞壁で発生し、この 750 倍 の 75 kW が空洞一台当たりの冷却に必要で、 6800 台では 500 MW 以上となり、連続運転にす ることで節約できる RF エネルギーよりもはるか に大きいエネルギーを消費することになる。(さ らに、運転コストのみでなく冷却設備の建設コス

トも膨大なものとなる)。 というわけで、ILC ではパルス運転を採用してい る。ビームパルス長(T_b)を短くすれば冷却コスト

る。ビームハルス長 (I_b) を短くすれば冷却コスト は下がるけれども、先にみたように RF パワーの 効率低下 (I_b 一定の場合)、あるいは RF ピークパ ワーの増大から建設コスト増につながる (I_b を大 きくしてパルス当たりの電荷を一定とした場 合)。

ところで、上の式を変形すると、

$$P_{0,\text{average}} = \frac{V_c^2 f_{\text{rep}}}{\left(\frac{R}{Q}\right) Q_0}$$

$$\times \left(1 + 4(2\ln 2 - 1)\frac{V_c}{\omega(R/Q)q_{\text{pulse}}}\right) T_b \quad (5 - 16)$$

となるので、繰り返し(f_{rep})とパルス当たりの電荷 量(q_{pulse})を固定した場合には、空洞壁の平均発熱 はビームパルス長(T_b)に比例(従ってビーム電流 (I_b)に反比例)する。つまり、冷凍機の負荷を減ら すには、ビームパルス長を短くした方が良いこと がわかる。

5.2.1. まとめ

ここまでの議論をまとめてみると、

- ビームパルスの全電荷($Nn_be = I_bT_b$): RF エネ ルギーの効率化のために大きくしたい
- バンチ1個の電荷(Ne):ビーム不安定性、ウェ
 ーク場の影響などで制限される
- 1パルス内のバンチ数(n_b):ダンピングリングの周長を短く(建設コスト低減)するため小さくしたい
- ビームパルス内の電流(*I_b*): RF 源の建設コスト 低減のため小さくしたいが、冷凍機負荷低減 のためには大きくしたい。
- ビームパルス長(T_b):冷凍機負荷低減のため短くしたい

となる。

これらの条件は相違反するものがあるので、最適 と思われる妥協点を探してパラメータを決めて いるわけである。ただし、何が最適かを定義する のも、その定義に従って正確にパラメータを決め るのも難しい。

5.3. 参考:常伝導空洞の場合のエネルギー効率

先に述べたように、超伝導空洞を用いた線形加速 器のビームパルスは通常の常伝導加速器に比べ ると極端に長い。ここで、常伝導空洞のエネルギ 一効率を調べることで、これを確認しておく。 超伝導空洞では入力パワーに対して空洞壁での パワー損失は無視できるので、「ビームパルス通 過中の入力パワーは、ビームに与えられるパワー に等しい」という条件でエネルギー効率を考えて きた。常伝導空洞では損失が無視できないのでこ の条件を一般化して

・ビームパルス通過中の入力パワー(P_{in})は、ビームに与えられるパワー($P_b = I_b V_c$)と空洞壁での損失(P_0)との和に等しい

とする。これは、反射がゼロであるということで ある(こういう条件の時、エネルギー効率は最適 に近いであろう)。

つまり

$$P_{\rm in} = P_b + P_0$$
 (5 - 17)

とする。ここで、

$$P_0 = \frac{V_c^2}{(R/Q)Q_0} \tag{5-18}$$

である。 さらに、入力カプラーのカップリング ($\beta = Q_0/Q_{ext} = 1 + Q_0/Q_L$)を用いると、

$$V_c = \frac{2\sqrt{\beta}}{1+\beta}\sqrt{P_{\rm in}(R/Q)Q_0} - I_b\left(\frac{R}{Q}\right)Q_L \quad (5-19)$$

なので、カップリングを、

$$\beta = 1 + \frac{I_b(R/Q)Q_0}{V_c}$$
(5 - 20)

つまり、

$$Q_L = \frac{V_c}{I_b (R/Q)} \times \frac{1}{1 + \frac{2V_c}{I_b (R/Q)Q_0}} \quad (5 - 21)$$

と設定することになる。 この場合、ビームパルス通過中のエネルギー効率 は

$$\frac{I_b V_c}{P_{\rm in}} = \frac{1}{1 + \frac{V_c}{I_b (R/Q)Q_0}}$$
(5 - 22)

である。従って、効率をよくするためにはビーム 電流(*I_b*)を大きくする必要があり、少なくとも

$$I_b \sim \frac{V_c}{(R/Q)Q_0} \tag{5-23}$$

でなければならない (この場合 $P_b \sim P_0$)。この電流 は Q_0 に反比例する。

常伝導空洞の場合の概算(桁数程度)として、 $V_c \sim 10$ MV, $(R/Q) \sim 1000 \Omega$, $Q_0 \sim 10^4$ とすると、 $I_b \sim 1$ A となり(ILC のビーム電流は 5.8 mA)非 常に大きい。また、 $P_{in} \sim P_b \sim P_0 \sim 10$ MW であり、 これらも非常に大きい(ILC では $P_{in} \sim P_b \approx 200$ kW, $P_0 \sim 100$ W)。

また、空洞の冷却、RF 装置の建設・運転コストな どの制限から、デューティー比 ($T_b f_{rep}$)を大きく することはできない。

なお、ILC では、 $I_b = 5.8 \text{ mA} \gg \frac{V_c}{(R/Q)Q_0} \sim 3\mu \text{A}$ なので、前節までの近似が成り立ち、ビーム通過中のエネルギー効率はほぼ 100%である。

6. Appendix

6.1. ビーム力学

6.1.1. 座標系

ビームの設計軌道付近で局所的に直行する座標 (x, y, z)を使用する(曲線直交座標)。ビームの設 計上の進行方向(縦方向)をz,それと直交する方 向(横方向)を(x, y)とする。任意の設計軌道に対 してxとyをどのように選ぶかは簡単でなく、こ こでは議論しない。本稿では単純にxを「水平方 向」yを「垂直方向」としておく。

独立変数として時間ではなく設計ビーム軌道に 沿った距離sを使用する。s で微分した量には「'」 を付ける。例えば、

$$x' \equiv \frac{dx}{ds} \tag{6-1}$$

である。

6.1.2. 横方向の磁場の多重極展開

加速器での粒子の運動を考えるのに、多くの場 合、横方向の磁場(ビーム軸に垂直な成分)を多 重極展開すると便利である。

2n-極 normal 磁場は磁極が

$$r^n \sin n\theta = \text{constant}$$
 (6 – 2)

と表されるような磁石で作られ、水平・垂直方向 の磁場はそれぞれ

$$B_x = a_n \frac{\partial}{\partial x} (r^n \sin n\theta)$$

$$B_y = a_n \frac{\partial}{\partial y} (r^n \sin n\theta)$$
(6-3)

となり、2n-極 skew 磁場は磁極が

 $r^n \cos n\theta = \text{constant}$ (6-4) と表されるような磁石で作られ、

$$B_{x} = b_{n} \frac{\partial}{\partial x} (r^{n} \cos n\theta)$$

$$B_{y} = b_{n} \frac{\partial}{\partial y} (r^{n} \cos n\theta)$$
(6-5)

となる。

n は正整数で、 a_n , b_n は定数、極座標 (r, θ) ($x = r \cos \theta$, $y = r \sin \theta$)を使用した。 a_n は "normal" 成分、 b_n は "skew" 成分の強さである。

加速器で使われる多くの磁石は多重極のうちの1 成分のみを目的とする(他の成分も含まれてしま うことは避けられないが)。例えば、n=1の normal は水平方向の偏向磁石、n=1の skew は 垂直方向の偏向磁石、n=2の normal は 4 極磁 石、n=2の skew は skew 4 極磁石に対応する。

6.1.3. 転送行列

横方向 (x, y)の線形運動は転送行列で表すことが できる。すなわち、 s_1 から s_2 への 4×4 転送行列 $M_{s_1 \rightarrow s_2}$ で以下のように表す。

$$\begin{bmatrix} x_2 \\ x_2' \\ y_2 \\ y_2' \end{bmatrix} = M_{s1 \to s2} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_1' \\ y_1 \\ y_1' \end{bmatrix}$$
 (6-6)

x – y間にカップリングが無ければ、各々の方向の 運動が2×2 行列で表せる。

$$\begin{bmatrix} x_2 \\ x_2' \end{bmatrix} = M_x \begin{bmatrix} x_1 \\ x_1' \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} y_2 \\ y_2' \end{bmatrix} = M_y \begin{bmatrix} y_1 \\ y_1' \end{bmatrix} \quad (6-7)$$

6.1.4. エミッタンス (emittance)

横方向のエミッタンスは、

2 - 21

$$\varepsilon_u \equiv \sqrt{\langle u^2 \rangle \langle u'^2 \rangle - \langle uu' \rangle^2} \qquad (6-8)$$

のように定義される。u は x または y, ()はビ ーム内の全粒子に対する平均を表す。エミッタン スは、正規分布の場合に u - u' 面 (phase space) で $1 - \sigma$ の所の線を引いてできる楕円の面積を π で 割ったものに等しい。



Fig. 27 粒子の分布(正規分布)。エミッタンス にπを掛けたものは 1-σ の楕円の面積に等しい

エミッタンスの小さなビームは品質が良い(大き さが小さく運動方向がそろっている)ことを意味 する。

次節で示すようにエミッタンスは線形運動で保 存する。

正規分布に対しては、

$$\langle u^2 \rangle = \sigma_u^2, \qquad \langle u'^2 \rangle = \sigma_{u'}^2 \qquad (6-9)$$

で、 u と u' に相関が無ければ、

$$\varepsilon_u = \sigma_u \sigma_{u'} (\langle uu' \rangle = 0) \qquad (6-10)$$

である。

エミッタンスはビームが加速されると減少する。 これは、ビーム軸方向に加速されることによっ て、横方向の運動の角度が減少するからである。 「規格化エミッタンス(normalized emittance)」を

 $\varepsilon_{un} \equiv \sqrt{\langle u^2 \rangle \langle p_u^2 \rangle - \langle u p_u \rangle^2} / mc \qquad (6-11)$

のように定義すれば(p_u は各粒子の u 方向の運動量)、横方向の運動量は軸方向への加速によって変化しないので、規格化エミッタンスは加速に

よって変化しない。高エネルギー(超相対論的な) ビームの場合には、

$$\varepsilon_{un} = \gamma \varepsilon_u \qquad (6-12)$$

である。

6.1.5. 4 極磁場中のビーム粒子の運動

荷電粒子のビームを収束させるのに4極磁石を使 う。4極磁石は理想的には4個の磁極の形状が双 曲線で、水平方向の磁場強度が垂直方向の位置に 比例し垂直方向の磁場強度が水平方向の位置に 比例する(比例定数は絶対値が同じで正負が逆) ような4極磁場を作る。



Fig. 28 4極磁石のビーム軸に垂直な断面 磁場中で荷電粒子(電荷 e)は運動方程式

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = e\vec{v} \times \vec{B} \tag{6-13}$$

に従い、力と速度が直交するのでエネルギーは変 化しない。4 極磁場中では、

$$\frac{dv_x}{dt} = -av_z x \tag{6-14}$$

$$\frac{dv_y}{dt} = av_z y \tag{6-15}$$

$$\frac{dv_z}{dt} = a(v_x x - v_y y) \tag{6-16}$$

となる $(a \equiv eg/m\gamma)$ が、高エネルギー加速器で は $v_z \gg v_x, v_y$ と近似でき、

$$\frac{d^2x}{ds^2} = -Kx \tag{6-17}$$

$$\frac{d^2y}{ds^2} = Ky \tag{6-18}$$

としてよい ($K \equiv eg/p_z$, $v_z = ds/dt$)。 *K*が正であれば *x* 方向に収束、 *y* 方向に発散され、負であればその逆になる。

このように表される運動を「線形運動」と呼ぶ(*K* が*s*に依存していてもよい。また、電磁場の無いドリフト空間(*K* = 0)での運動を含む)。

エミッタンスが線形運動で不変であることは以 下のように簡単に確かめられる。エミッタンスの 定義式の2乗をsで微分すると、

$$\begin{aligned} \frac{d(\varepsilon_u^2)}{ds} &= \\ \left(\frac{d(u^2)}{ds}\right) \langle u'^2 \rangle + \langle u^2 \rangle \left(\frac{d(u'^2)}{ds}\right) - 2 \left(\frac{d(uu')}{ds}\right) \langle uu' \rangle \\ &= 2 \left\langle u \frac{du}{ds} \right\rangle \langle u'^2 \rangle + 2 \langle u^2 \rangle \left\langle u' \frac{du'}{ds} \right\rangle - 2 \left\langle \frac{du}{ds} u' \right\rangle \langle uu' \rangle \\ &- 2 \left\langle u \frac{du'}{ds} \right\rangle \langle uu' \rangle \end{aligned}$$

$$= 2\langle uu'\rangle\langle u'^2\rangle + 2\langle u^2\rangle\langle u'(-Ku)\rangle - 2\langle u'^2\rangle\langle uu'\rangle - 2\langle u(-Ku)\rangle\langle uu'\rangle = 0 \quad (6-19)$$

K が定数であれば(あるいは、1 個の磁石の中の ように、K を定数とみなせるような範囲での近似 として)運動方程式は調和振動の方程式であり、 簡単に解ける。行列の形で、 $K \ge 0$ の場合 $\kappa \equiv \sqrt{K} > 0$ と定義して、

$$\binom{x}{x'}_{s} = \begin{pmatrix} \cos\kappa s & \frac{1}{\kappa}\sin\kappa s \\ -\kappa\sin\kappa s & \cos\kappa s \end{pmatrix} \binom{x}{x'}_{s=0} \quad (6-20)$$

$$\binom{y}{y'}_{s} = \begin{pmatrix} \cosh\kappa s & \frac{1}{-\kappa}\sinh\kappa s \\ \kappa\sinh\kappa s & \cosh\kappa s \end{pmatrix} \binom{y}{y'}_{s=0} (6-21)$$

K < 0の場合 $\kappa \equiv \sqrt{-K} > 0$ と定義して、

$$\begin{pmatrix} x \\ x' \end{pmatrix}_{s} = \begin{pmatrix} \cosh \kappa s & \frac{1}{-\kappa} \sinh \kappa s \\ \kappa \sinh \kappa s & \cosh \kappa s \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ x' \end{pmatrix}_{s=0} (6-22)$$

$$\binom{y}{y'}_{s} = \begin{pmatrix} \cos\kappa s & \frac{1}{\kappa}\sin\kappa s \\ -\kappa\sin\kappa s & \cos\kappa s \end{pmatrix} \binom{y}{y'}_{s=0} \quad (6-23)$$

等が得られる。

磁石の長さ(*l*)が短い場合には $k \equiv Kl$ として、入 り口から出口までの変化を

$$\binom{x}{x'}_{\text{exit}} \approx \begin{pmatrix} 1 & 0\\ -k & 1 \end{pmatrix} \binom{x}{x'}_{\text{entrance}} \quad (6-24)$$

$$\binom{y}{y'}_{\text{exit}} \approx \binom{1}{k} \binom{0}{1} \binom{y}{y'}_{\text{entrance}}$$
 (6 - 25)

と近似できる (thin lens 近似)。

6.1.6. スピン(偏極)の力学

電子(陽電子)の偏極ベクトル(\vec{P})は以下のような、 Thomas-BMT equation と呼ばれる方程式に従って変化する。[5]

$$\frac{d\vec{P}}{dt} = -\frac{e}{m\gamma} \left[(1+G\gamma)\vec{B}_{\perp} + (1+G)\vec{B}_{\parallel} \right]$$

$$+\left(G\gamma + \frac{\gamma}{\gamma+1}\right)\frac{\vec{E}\times\vec{v}}{c^2} \times \vec{P} \quad (6-26)$$

ここで、*m* は電子質量, $\gamma = 1/\sqrt{1 - (v/c)^2}$, *G* ≈ 0.00115965 は電子の異常磁気モーメント, \vec{B}_{\perp} は 粒子の速度に垂直な磁場, \vec{B}_{\parallel} は速度に平行な磁 場, \vec{E} は電場, \vec{v} は粒子の速度, *c* は光速であ る。

ILC 加速器内には粒子速度に垂直な強い電場は 無いのでカッコ内の最後の項は無視できる。ま た、 \vec{B}_{\perp} としては偏向電磁石の磁場を、 \vec{B}_{\parallel} はソレノ イドの磁場を考えればよい。

 \vec{B}_{\perp} のみの領域では方程式は

$$\frac{d\vec{P}}{dt} = -\frac{e}{m\gamma}(1+G\gamma)\vec{B}_{\perp}\times\vec{P} \qquad (6-27)$$

のように、偏極ベクトルは磁場方向を軸として回 転する。これは、磁場によるローレンツ力の式

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = -\frac{e}{m\gamma}\vec{B}_{\perp} \times \vec{p} \qquad (6-28)$$

と係数 $(1 + G\gamma)$ だけ異なるが同じ形をしているこ とが分かる (小文字の \vec{p} は粒子の運動量)。従っ て、偏極磁場によって軌道が角度 θ 曲げられると、 偏極ベクトルの磁場に垂直な成分は $(1 + G\gamma)\theta$ 回転する。つまり、ビーム軸方向に対する相対的 な偏極の方向が $G\gamma\theta$ だけ回転する。

 \vec{B}_{\parallel} のみ存在する領域では

$$\frac{d\vec{P}}{dt} = -\frac{e}{m\gamma}(1+G)\vec{B}_{\parallel} \times \vec{P} \qquad (6-29)$$

のようにビーム軸に垂直な偏極の成分がビーム 軸の周りに回転する。偏極ベクトルのビーム軸に 垂直な成分を \vec{P}_{\perp} ,偏極方向の角度を ϕ と書く と、

$$\frac{1}{\left|\vec{P}_{\perp}\right|} \left| \frac{d\vec{P}_{\perp}}{dt} \right| = \frac{d\phi}{dt} = \frac{e}{m\gamma} (1+G)B_{\parallel} \qquad (6-30)$$

となるので、粒子の速さを v として、偏極方向の 角度の変化は磁場内の移動距離の積分で、

$$\Delta \phi = \int \frac{1}{v} \frac{d\phi}{dt} ds = \frac{e}{p} (1+G) \int B_{\parallel} ds \qquad (6-31)$$

のように表せる(*p* は粒子の運動量の大きさ)。 (注意:電子・陽電子のスピンは量子力学的な概 念であり、厳密には偏極ベクトル(*P*)も量子力学的 に定義する必要がある。しかし、多数の粒子があ る場合には、偏極ベクトルを「スピンの向きの平 均」のように考えておいて間違いではないと思わ れる。)

6.1.7. ソレノイド磁場中の運動

ビーム軸方向に強度 *B_z*の磁場がある領域では、 荷電粒子(電荷 e)の運動方程式が

$$\frac{dp_x}{dt} = ev_y B_z, \qquad \frac{dp_y}{dt} = -ev_x B_z \quad (6-32)$$

(*p_{x,y}*, *v_{x,y}* は *x,y* 方向の運動量と速度)となるの で、*x-y* 間にカップリングが生じる。磁場中(電場 が無い)ではエネルギーが変化しないので、これ は、

$$\frac{dv_x}{dt} = kv_y, \qquad \frac{dv_y}{dt} = -kv_x \qquad (6-33)$$

と書ける ($k \equiv eB_z/m\gamma$)。これを解くと軌道は z 軸 周りの螺旋となり、ソレノイド内の長さ L での転 送行列が以下のように得られる。

$$M_{in} = \begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{k}\sin kL & 0 & -\frac{1}{k}(1-\cos kl) \\ 0 & \cos kL & 0 & -\sin kL \\ 0 & \frac{1}{k}(1-\cos kL) & 1 & \frac{1}{k}\sin kL \\ 0 & \sin kL & 0 & \cos kL \end{bmatrix}$$

(6 - 34)

ソレノイドの端部では、横方向の磁場が発生す る。磁束密度 \vec{B} とするとdiv $\vec{B} = 0$ なので、Fig. 29 のような半径rの円筒の表面での面積分に対し て Gauss の定理を使うことにより、以下のように その影響を計算することができる。



Fig. 29 ソレノイド端部の磁場。円筒の表面で Gauss の定理を使うことにより、横方向の磁場の 積分が計算できる

円筒を左側に十分長くすることにより、左の底面 での積分は 0。側面での動径方向の磁場成分*B_rの* 積分は

$$\int_{\text{side}} \vec{B} \cdot \vec{n} dS = 2\pi r \int B_r dz \qquad (6-35)$$

であり、これと右端(ソレノイドの十分内部に取 る)での面積分

$$\int_{\text{bottom}} \vec{B} \cdot \vec{n} dS = \pi r^2 B_z \qquad (6-36)$$

との和が0になる。従って、

$$\int B_r dz = -\frac{r}{2} B_z \tag{6-37}$$

が得られ、対称性より周方向の磁場成分は無いの で、

$$\int B_x dz = -\frac{x}{2} B_z, \qquad \int B_y dz = -\frac{y}{2} B_z \quad (6-38)$$

となる。ソレノイドの出口ではこの逆符号となる。

運動方程式

$$\frac{dp_x}{dt} = -ev_z B_y, \qquad \frac{dp_y}{dt} = ev_z B_x \qquad (6-39)$$

を変形して、

$$x'' = -\frac{eB_y}{m\gamma} = \frac{k}{2}y$$
$$y'' = \frac{eB_x}{m\gamma} = -\frac{k}{2}x \qquad (6-40)$$

$$(k \equiv eB_z/m\gamma)$$

となるので、横方向の磁場の存在する領域が短 いとして近似すると、以下のような入口・出口 端部での転送行列が得られる。

$$M_{\rm ent} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & k/2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -k/2 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (6-41)$$

$$M_{\text{exit}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 1 & -k/2 & 0\\ 0 & 0 & 1 & 0\\ k/2 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (6-42)$$

ソレノイド全体での転送行列は、

$$M_{\rm sol} = M_{\rm exit} M_{\rm in} M_{\rm ent}$$
 (6 - 43)

で得られる。

<u>ソレノイド2台組によるカップリングの消去</u> 同じ強さと長さのソレノイド2台の間に転送行列 が $\begin{bmatrix} I & O \\ O & -I \end{bmatrix}$ となるようなビームライン (*I*,*O*は 2x2 の単位行列とゼロ行列)を挟むことで *x-y* 間 のカップリングを消すことができる。さらに、任 意のドリフト空間を入れてもよい。すなわち、

$$M_{\rm sol}D_2\begin{bmatrix}I&0\\0&-I\end{bmatrix}D_1M_{\rm sol} = \begin{bmatrix}A&0\\0&-A\end{bmatrix}\quad(6-44)$$

となる。ここで、 $D_{1,2}$ は任意の長さのドリフト空間の転送行列、Aは 2x2 行列である。 $D_{1,2}$ の長さを $d_{1,2}$ として $d \equiv d_1 - d_2$ と書くと、

$$A = \begin{bmatrix} \cos kL - \frac{kd}{4} \sin kL \\ -\frac{k}{2} \sin kL + \frac{kd}{8} (1 - \cos kL) \\ \frac{2}{k} \sin kL + \frac{d}{2} (1 + \cos kL) \\ \cos kL - \frac{kd}{4} \sin kL \end{bmatrix} (6 - 45)$$

となる。

6.1.8. Dispersion

dispersion とはビーム内の粒子のエネルギーの 差に依存した横方向の軌道のずれのことである。 同じ電磁場を通過しても粒子のエネルギーの差 によって軌道の変化が異なることによって生じ る。超相対論的なエネルギーの場合には、電磁場 による軌道の角度変化はエネルギーに反比例す る。



Fig. 30 Linear dispersion by bending magnets.

Dispersion は設計軌道が曲がっているところで 発生し、何らかの誤差によってビームの中心軌道 が曲がっている場合にも発生する。Fig. 30 のよう に、bending magnet で軌道を曲げることによっ てほぼ線形の dispersion (軌道のずれがエネル ギーのずれに比例)が発生する。線形の dispersion は多くの場合に測定可能であり、また、bending magnet を (2台以上)含むビームラインで消す ことができる。 ビームのエネルギーを測定するため、あるいはエ ネルギーコリメーション(エネルギーのずれた粒 子をビームから取り除く)などのためにビームラ イン上に dispersion が作られる。

一方、4 極磁場やさらに高次の磁場がある場合に は2次以上の高次の(非線形の) dispersion が発 生する。例えば長いビーム輸送路や長い線形加速 器では、Fig. 31 のように4 極磁石の設置誤差な どによってビーム軌道と磁場中心がずれると下 流の全ての4 極磁石によってさらに高次の dispersion が発生する。非線形 dispersion は測定 が困難で補正することは難しい。



Fig. 31 Non-linear dispersion by quadrupole magnets

6.2. 放射減衰と放射励起

6.2.1. 放射減衰 (radiation damping)

円形加速器に(陽)電子ビームを周回させている と、自然にエミッタンスやエネルギーの拡がりが 減少していく。これはシンクロトロン放射 (synchrotron radiation)によるエネルギー損失 と、加速空洞によるエネルギー補填を繰り返すこ とで起こる。「エミッタンスやエネルギーの拡が りが減少していく」ことは、ビーム内の個々の粒 子の運動としての「ベータトロン振動(横方向の 振動)とシンクロトロン振動(縦方向の位置とエ ネルギーの振動)が減衰していく」ということで ある。(詳しくは、例えば参考文献[2]参照)

シンクロトロン放射は粒子が磁場で曲げられる ところで発生するが、その時間当たりのエネルギ ーの平均(放射パワー P_{γ})は粒子のエネルギー(E) の2乗と磁場の強さ(B)の2乗に比例する。

$$P_{\nu} \propto E^2 B^2 \qquad (6-46)$$

これは粒子が時間あたりに失うエネルギーだか ら、エネルギーが高いほど放射によって多くのエ ネルギーを失う。一方、加速空洞によるエネルギ ー補填は粒子のエネルギーに依らない。従ってエ ネルギーが高いほうにずれた粒子はエネルギー が減少し、低いほうにずれた粒子はエネルギーが 増大する。これが、シンクロトロン振動が減衰(エ ネルギーの拡がりが減少)する原因である。 シンクロトロン放射は粒子の超前方に出る。つま り、粒子はエネルギーを失うが、その運動方向(角 度)はほとんど変化しない(量子力学的効果によ り変化は完全にはゼロではないが、通常は無視で きるほど小さい)。一方、加速空洞によるエネルギ ー補填では全ての粒子が同じ方向に加速される。 結果として、粒子の横方向の運動量(運動方向の 角度) が減少する (Fig. 32)。これを繰り返すこと で、粒子の方向がそろっていくのが、横方向の振 動の減衰(横方向のエミッタンスの減少)である。



Fig. 32 横方向の運動の放射減衰の概念図。運動 量(1)の粒子がシンクロトロン放射によってエ ネルギーを失い(2)の運動量となり、加速によっ てエネルギーを補填されて(3)の運動量となる。 横方向の運動量が減少する。

其々の方向の振動(縦方向、水平方向、垂直方向) の振幅が 1/e になる時間を其々の「減衰時間 (damping time)」と呼ぶ。

6.2.2. 放射励起 (radiation excitation)

シンクロトロン放射では量子論的効果により粒 子のエネルギーにでたらめな変化が生じるため、 粒子の振動を励起する効果もある。(詳しくは、例 えば参考文献[2]参照)

エネルギーがでたらめに変化するので、直接の効 果としてエネルギーの拡がりが大きくなる(個々 の粒子を見ると、縦方向の振動(シンクロトロン 振動)の振幅が大きくなる傾向をもたらす)。

dispersion のある場所でシンクロトロン放射が あると横方向の振動(ベータトロン振動)もエネ ルギーがでたらめに変化することによって励起 される。振動の中心(その周りで粒子が振動する) となる軌道(設計軌道、より正確には閉軌道)が エネルギーに依存して異なるためである。(Fig. 33 を参照)



Fig. 33 横方向の放射励起の概念図。エネルギー1 で設計軌道 (閉軌道) にあった粒子。dispersion の ある場所で放射によりエネルギーが $1 \rightarrow 2$ と変 化。元の軌道は変化後のエネルギーでは設計軌道 (閉軌道) からずれており、振動を始める。

円形加速器では必ず軌道が曲がっている場所が あり、そこでは dispersion があり、シンクロトロ ン放射が発生するの。そのため放射励起によるエ ミッタンス増大は避けられない。設計軌道が同一 平面上(通常は水平面上)にあれば、その平面に 垂直な方向には設計上の dispersion が無い。磁石 の設置誤差などの効果を小さくするような補正 を行うことで dispersion を小さくして放射励起 を抑えることができる(シンクロトロン放射で は、エネルギーだけでなく角度もでたらめに変化 する。しかし、その変化の効果はエネルギーの変 化に比べると非常に小さい)。従って、通常は垂直 方向のエミッタンスは水平方向に比べて小さく できる。

6.2.3. equilibrium, extracted emittance

ダンピングリング入射後十分長時間経過した後 のビームは放射減衰と放射励起が釣り合う(全体 の平均として釣り合うということ。個々の粒子は 励起と減衰をランダムに繰り返す)状態になる。 この釣り合ったビームのエミッタンスが equilibrium emittance である。

damping time を τ , 放射励起率を r と書くと emittance (ε) の変化は、

$$\frac{d\varepsilon}{dt} = r - \frac{\varepsilon}{\tau} \tag{6-47}$$

となるので、equilibrium emittance は

$$\varepsilon_e = r\tau \qquad (6-48)$$

である。

入射時のエミッタンスを ε_0 とすると入射からの 時刻 t でのエミッタンスは (6-47)を解いて

$$\varepsilon(t) = \varepsilon_0 e^{-\frac{t}{\tau}} + \varepsilon_e \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right) \qquad (6 - 49)$$

となる。

取り出し時のエミッタンスは、要求される値より も小さくなるようになっていなければならない。

6.3. 軌道補正の方法

ここではダンピングリングを出た後の長いビー ム輸送ライン(Return line, turnaround)と主線 形加速器でのビーム軌道の補正、特に dispersive effect によるエミッタンス増大を抑える方法に ついてその概要を述べる。

偏向磁石の強度の誤差や4極磁石の設置誤差など がある程度あることは避けられないので、ビーム の軌道は設計からずれる。軌道補正の道具とし て、ビーム位置モニター(BPM)と軌道補正用の偏 向磁石(steering magnet) がある。これらは、ビ ームラインのほぼ全ての4極磁石のすぐ近くに設 置される(4極磁石・BPM・steering magnet が セットになっている)。4 極磁石と steering magnet が同じ場所にあれば、steering magnet の強さを変えることはビームに対しては4極磁石 の横方向の位置を変えることと同じである。従っ て、steering magnet の代わりに4極磁石の位置 調整装置があってもよい。

6.3.1. quad shunting

組になっている 4 極磁石の磁場中心と BPM のゼ ロ点(読み値 0)を"quad shunting"と呼ばれる方 法でビームを使って合わせることができる。4 極磁石でのビーム軌道の角度変化はビーム位置の中心からのずれと4 極磁場の強度に比例するので、4 極磁石の強度を変えて下流での軌道の変化を測定することでそこでのビーム位置のずれが分かる。強度を変えても下流の軌道が変化しないような位置を BPM のゼロ点とする。

6.3.2. one-to-one steering

全ての BPM での読みがゼロになるように steering magnet を上流から遂次調整していきビ ームを最後まで通す軌道補正が one-to-one correction と呼ばれるものである。4 極磁石の設 置誤差があるのでこの結果得られる軌道は各 steering magnet の所で曲がっており、エミッタ ンス増大を十分抑えることはできない。

6.3.3. kick minimization

kick minimization と呼ばれる方法でビーム軌道 をなめらかにしてエミッタンス増大を抑えるこ とができる。この方法は 4 極磁石・steering magnet の組での軌道変化をなるべく小さくする もので、*i* 番目の組の steering magnet の蹴角を θ_i , 4 極磁石の強度を k_i , BPM の読みを x_i とし て

$$\sum_{i} (\theta_i + k_i x_i)^2 \qquad (6-50)$$

を最小にするように全ての*i* について θ_i を調 整する。one-to-one steering (あるいはその後の 変化)の結果、現状の steering magnet の設定が $\theta_{i,0}$, BPM の測定値が $x_{i,0}$, であるとすれば、 steering magnet を $\delta \theta_i$ 変えた場合の BPM の測 定値の変化は

$$\delta x_j = \sum_{i < j} R_{12}(i \to j) \,\delta \theta_i \qquad (6 - 51)$$

と書けるので、

$$\sum_{i} \left(\theta_{i,0} + k_i x_{i,0} + \delta \theta_i + k_i \sum_{j < i} R_{12} (i \to j) \delta \theta_j \right)^2$$

$$(6 - 52)$$

を最小にするような $\delta\theta_i$ の組を求めればよい。上 式のカッコ内は $\delta\theta_i$ (i = 1,2,3,...) の 1 次式なの で結果は簡単に計算できる。ここで、 $R_{12}(i \rightarrow j)$ は *i*番目の steering magnet から *j*番目の BPM まで の転送行列の 1-2 成分 (垂直方向の場合は 3-4 成 分) である。

6.3.4. dispersion matching steering

Kick minimization と基本的には同様の結果と なる補正方法に dispersion matching steering (設計 dispersion が 0 の場合は dispersion free steering) と呼ばれるものがある。これは、ビー ムライン上のあらゆる場所で(全ての BPM の場 所で)dispersion (エネルギーの違いに依存した 位置の違い)を設計値に合わせるというものであ る。主線形加速器では、上流の RF を調整するこ とで、ある区間のビームエネルギーを変えること ができ、異なるエネルギーでビーム軌道を測定で きる。この軌道補正では、その差をなるべく設計 値に合わせる。つまり、エネルギー"1"でのi番目の BPM の読みを $x_{i,1}$, エネルギー"2"での読みを $x_{i,2}$, そこでのビーム位置の差の設計値を $\Delta_{i,1-2}$ とし て

$$\sum_{i} (x_{i,1} - x_{i,2} - \Delta_{i,1-2})^2 \qquad (6 - 53)$$

を最小にするように steering magnet を設定す る。steering magnet を変化させることによる $x_{i,1}, x_{i,2}$ の其々の変化は、steering magnet の強 度変化に比例し(ビームライン上の全ての4極磁 石の強度は既知なので)その比例係数もわかる。 さらに多数の steering magnet の強度変化の影 響は単純に足し合わせることができる。つまり、 上式のカッコ内も steering magnet の強度変化 の1次式なので、その2乗の最小化の結果は簡単 に求められる。この方法では、BPM の読みの差の みを使うので quad shunt を使った BPM のゼロ 点の調整は不要である。

数学ノート

kick minimization steering と dispersion matching steering の計算は、 u_i を測定値, a_{ij} を既知の定数として

$$\sum_{i} \left(u_i + \sum_{j} a_{ij} \delta_j \right)^2 \qquad (6 - 54)$$

を最小にするような δ_i を求める問題になる。 これは、 u_i 、 δ_i をベクトル u、 δ のi成分、 a_{ij} を行列Aのi,j成分とみれば、

 $|u + A\delta|$ を最小にする δ を求めるということであり、その結果は A^+ をAの疑似逆行列として

$$\delta = -A^+ u \qquad (6-55)$$

と求められる。







19. 34 One-to-one steering の相来と国エックシンス保存のための軌道補正(kick minimization, dispersion free steering)の結果の概念図

6.4. Chromaticity, 6 極磁場による補正

chromaticity とはビーム内の粒子のエネルギー の差に依存した横方向の振動の位相のずれのこ とである。

超相対論的なエネルギーの場合には、磁場による 軌道の角度変化はエネルギーに反比例するので、 chromaticity は収束4極磁場の所で減少し、発散 4 極磁場の所で増加する。しかし、ビームライン 全体としては必ず収束の効果が大きいので、4 極 磁場(及び偏向磁場)のみからなるビームライン では chromaticity は負の値になる。

これの補正に使われるのが6極磁場である。 6極磁場とは、水平・垂直方向の強度が

$$B_{y} = a_{3}(x^{2} - y^{2})$$

$$B_{x} = 2a_{2}xy$$
(6 - 56)

となるもので、Fig. 35 のような 6 個の磁極を持 つ磁石によって(近似的に)作ることができる。



Fig. 35 6極磁石の概念図

粒子の運動は4極磁場中の運動の所で述べたのと 同様、近似的に

$$\frac{d^2x}{ds^2} = -\frac{eB_y}{p_z} = -\frac{ea_3}{p_z}(x^2 - y^2), \qquad (6 - 57)$$

$$\frac{d^2y}{ds^2} = \frac{eB_x}{p_z} = \frac{ea_3}{p_z} 2xy \qquad (6-58)$$

と書ける。右辺は*x,y*の2次に依存するので、単純には線形運動に効かない。

しかしここで、ビームの中心が磁場の中心から水 平方向に Δ ずれているとしよう。すると上の2式 は x, y の1次の項のみを残すと

$$\frac{d^2x}{ds^2} = -\frac{ea_3}{p_z}((x+\Delta)^2 - y^2) \approx -\frac{2ea_3}{p_z}\Delta x \ (6-59)$$

$$\frac{d^2y}{ds^2} = \frac{ea_3}{p_z} 2(x+\Delta)y \approx \frac{2ea_3}{p_z} \Delta y \qquad (6-60)$$

となり、4 極磁場中の運動と全く同じ形をしていることが分かる。つまり、水平方向に Δ ずれたところを通るビームに対しては6 極磁場は強さが $2a_3\Delta$ の4 極磁場と同等の効果がある。

従って、粒子のエネルギーに比例した水平方向の 位置のずれ(dispersion)のある場所に6極磁石 を置くことによってエネルギーに比例した収束・ 発散力を付け加えることができる。これが、6極 磁場による chromaticity 補正の原理である。

6.5. RF 空洞の入力パワー・ビーム電流・電圧 [6]

加速空洞の共振周波数、入力 RF の周波数、ビームの周波数(バンチ間隔の逆数の整数倍)がすべて一致している場合には、空洞の電圧(V_c)の変化は

$$\frac{dV_c}{dt} = \frac{1}{\tau} \left(V_{g0} + V_{b0} - V_c \right) \qquad (6 - 61)$$

と表すことができる。ここで τ は空洞の時定数

$$\tau = \frac{\omega}{2Q_L} \tag{6-62}$$

入力 RF パワー (Pin) による (定常状態の) 電圧

$$V_{g0} = \frac{2\sqrt{\beta}}{1+\beta} \sqrt{P_{in}\left(\frac{R}{Q}\right)Q_0} \qquad (6-63)$$

ビーム電流(Ib)による(定常状態の)電圧

$$V_{b0} = -I_b \left(\frac{R}{Q}\right) Q_L \qquad (6-64)$$

である。

(R/Q) (R over Q)は空洞の形状で決まる定数。 空洞壁でのパワー損失 (P_0) と空洞の Q 値 (Q_0) の関係は

$$P_0 = \frac{V_c^2}{\left(\frac{R}{O}\right)Q_0} \tag{6-65}$$

であるが、共振周波数を ω ,空洞内のエネルギー をW として Q_0 の定義は

$$Q_0 \equiv \frac{\omega W}{P_0} \tag{6-66}$$

で、

$$\left(\frac{R}{Q}\right) = \frac{V_c^2}{\omega W} \tag{6-67}$$

である。

入力カプラーの Q 値を Q_{ext} としてそのカップ リング

$$\beta = \frac{Q_0}{Q_{\text{ext}}} \tag{6-68}$$

空洞の loaded Q

$$Q_L = \frac{1}{\frac{1}{Q_0} + \frac{1}{Q_{\text{ext}}}} = \frac{Q_0}{1 + \beta} \qquad (6 - 69)$$

等の関係がある。超伝導空洞の場合は空洞壁での 損失が非常に小さいので通常は

$$Q_L \approx Q_{\text{ext}} \ll Q_0, \quad \beta \gg 1 \qquad (6-70)$$

という近似が成り立つ。

空洞電圧 0 の状態から時刻 t = 0 から一定のパ ワー P_{in} を入力するとその後の電圧は、

$$V_c = V_{q0} \left(1 - e^{-t/\tau} \right) \tag{6-71}$$

と増大していく。時刻 $t = T_{fill} > 0$ から一定のビ ーム電流 I_b がある間、電圧が一定であるために は、微分方程式(6-61)の右辺が 0 でなければなら ず、

$$V_{g0} + V_{b0} - V_c = 0 (6-72)$$

つまり、

$$V_{g0}e^{-\frac{T_{\rm fill}}{\tau}} + V_{b0} = 0 \qquad (6-73)$$

$$\rightarrow T_{\text{fill}} = \tau \ln \frac{V_{g0}}{-V_{b0}} \qquad (6-74)$$

となる必要がある(ビームパルスに対して RF を 入れ始める時刻を調整する)。

ここで、さらに反射パワーがゼロになるという要請をすると、

$$P_{\rm in} = P_0 + I_b V_c$$
 (6 - 75)

なので (*I_bV_c* はビームに与えられるパワー)、

$$\beta = 1 + \frac{I_b \left(\frac{R}{Q}\right) Q_0}{V_c} \qquad (6-76)$$

という関係が要求されることが分かる(入力カッ プラーのカップリングβをこのように調整して おく)。この場合には、

$$V_{b0} = -\frac{\beta - 1}{2\beta} V_{g0} \tag{6-77}$$

$$V_c = \frac{\beta + 1}{2\beta} V_{g0} \qquad (6 - 78)$$

といった簡単な関係が成り立つ。 特に、 $\beta \gg 1$ の場合には、

$$V_c = -V_{b0} = \frac{V_{g0}}{2} \tag{6-79}$$

$$T_{\rm fill} = \tau \ln 2 \qquad (6-80)$$

となる。

参考文献

- ILC-TDR (Technical Design Report) Volume 3, https://www2.kek.jp/ilc/en/docs/ILCTDR_Volum e3_PARTI.pdf, https://www2.kek.jp/ilc/en/docs/ILCTDR_Volum e3_PART2.pdf
- [2] OHO2012 講義テキスト「単粒子力学」 久保浄
- [3] OHO2014 講義テキスト「リニアコライダー ビーム力学」久保浄
- [4] M. Omet, et.al., Pys.Rev.STAB 17, 072003 (2014)
- [5] Handbook of Accelerator Physics and Engineering" (second edition), section 2.6.1, ed. A.W.Chao, et.al. (2013)
- [6] "KEK Lectures on Beam Loading and Impedance Problem in e+e- Storage Rings", P. B. Wilson, KEK-Accelerator-79-7, https://libextopc.kek.jp/preprints/PDF/1979/7920/7920007. pdf
- [7] OHO2014 講義テキスト「リニアコライダー加 速器」横谷馨