ナノビーム技術

倉田　正和

概要

リニアコライダーでは円形コライダーと異なり、1度衝突した電子・陽電子ビームは再利用することができない。この欠点を補い、ルミノシティを上げるために、ビーム断面積をできるだけ小さくして衝突させなければならない。ビームを小さく”絞る”技術はリニアコライダーにおける重要な基幹技術の一つである。この講義では、ナノメートルサイズの電子・陽電子ビームを生成する技術について概観する。

1　導入

1.1　なぜナノビームか？

リニアコライダーにおいて、基幹となる技術は

- 粒子ビームの生成。偏極電子・陽電子を作り出すこと。
- 生成した粒子を加速すること。高い加速勾配をもった超伝導加速空洞の実現。
- 粒子ビームを収束させること。ビームを運動方向に対して超平行に整え、衝突点で絞って電子・陽電子をぶつける技術。

である。このうち、粒子ビームの収束について、これを担うのは図1におけるダンピングリング、および最終収束系である [1]。ダンピングリングにおいて、粒子ビームが衝突のために取りだされる約200msecの間に粒子ビーム中の粒子はビームの運動方向に対してそれぞれ平行に運動するように整えられ、最終収束系において文字通り衝突点に向けて粒子ビームは絞られる。

衝突実験において、事象生成数は (ルミノシティ)×(断面積) で与えられる。断面積は自然が決めているので、実験における事象生成数を増やすためにはルミノシティを上げなければならない。ルミノシティは

$$L = \frac{f_{col} N^2}{\text{ビーム断面積}} = \frac{f_{col} N^2}{4\pi\sigma_x \sigma y} \tag{1-1}$$

で与えられる。ここで f_{col} は単位時間当たりの衝突数、N はビーム内の粒子数、σ_x, σ_y は x 方向、y 方向のビームサイズである。円形コライダーにおいてはビームは周回するたびに衝突するので、例えば CERN で行われた LEP 実験や現在行われている LHC 実験においては $f_{col}{\sim}O(10^4)$Hz であるが、リニアコライダーの場合、1度衝突した粒子は再度衝突することはないので、$f_{col}{\sim}5-10$Hz である。事象生成数を上げるために、リニアコライダーにおいては分母を小さくすること、すなわちビーム断面積を小さくすることが重要となる。つまりビームを出来るだけ絞ることになる。ビームを絞れば絞るほどルミノシティが大きくなるということになるが、ビームを絞ることにより、ビームが作る電磁場が大きくなり、衝突の際、相手ビームが作る電磁場からの影響が大きくなってしまう。特に相手ビームが作る電磁場の中でシンクロトロン放射を起こす Beamstrahlung が大きな問題となる [2]。シンクロトロン放射の臨界エネルギーは

$$\Upsilon = \frac{2}{3}\frac{\hbar\omega_c}{E} \tag{1-2}$$

である。リニアコライダーでは平均として

$$\Upsilon_{ave} \sim \frac{5}{6}\frac{N r_e^2 \gamma}{\alpha\sigma_z(\sigma_x + \sigma_y)} \tag{1-3}$$

になる。ここで N はバンチ内の粒子数、r_e^2 は古典電子半径、α は微細構造定数、$\gamma = E/mc^2$、σ_x, σ_y, σ_z はそれぞれバンチの高さ、幅、長さである。

単位時間当たりに放射される光子数および放出により失うエネルギーは

$$\begin{aligned} \frac{dN_\gamma}{dt} &= \frac{5}{2\sqrt{3}}\frac{\alpha\Upsilon}{\lambda_e\gamma}U_0(\Upsilon) \\ \left\langle -\frac{\Delta E}{E} \right\rangle &= \frac{2}{3}\frac{\alpha\Upsilon^2}{\lambda_e\gamma}U_1(\Upsilon) \end{aligned} \tag{1-4}$$

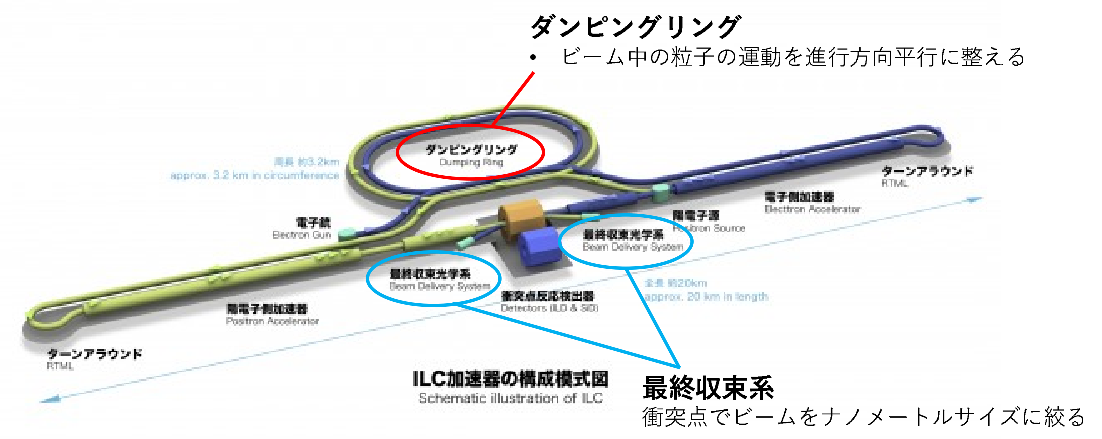

図 1　リニアコライダーの概略図

パラメータ	ILC($\sqrt{s}=250$GeV)
バンチ当たり粒子数 (N)	2×10^{10}
Υ パラメータ	0.020
水平バンチサイズ (σ_x)[nm]	474
垂直バンチサイズ (σ_y)[nm]	7.7
バンチ長 (σ_z)[mm]	0.3
n_γ	1.16
平均エネルギー損失 [%]	0.97

表 1　ILC での Beamstruhlung 効果における パラメータ [2]

で表される。ここで U_0, U_1 は量子力学的補正因子で

$$U_0(\Upsilon)=\frac{1}{(1+\Upsilon^{\frac{2}{3}})^{\frac{1}{2}}},\qquad U_1(\Upsilon)=\frac{1}{(1+(1.5\Upsilon)^{\frac{2}{3}})^{2}} \tag{1-5}$$

である。

リニアコライダーのパラメータを用いると、一回の衝突で一つの電子が放出する光子数と平均エネルギー損失は

$$\begin{aligned} n_\gamma &= 1.06\alpha r_e N\frac{2}{\sigma_x+\sigma_y}U_0(\Upsilon_{ave}) \\ \left\langle -\frac{\Delta E}{E}\right\rangle &= 0.216\frac{r_e^2N^2\gamma}{\sigma_z}\left(\frac{2}{\sigma_x+\sigma_y}\right)^2 U_1(\Upsilon_{ave}) \end{aligned} \tag{1-6}$$

一つの電子が放出する光子は約一つで、それにより失うエネルギーは数 % に達してしまう。衝突実験においてこのエネルギー損失は大きな障害となる。このビームが作る電磁場からの影響を緩和するために、扁平ビームを作ることが重要である。図 3 のような扁平ビームが作る電場はほとんど y 方向を剥いているとしてよいであろう。ここでガウスの定理から電場の強さはビームを囲む面で積分して

$$\begin{aligned} \oint \boldsymbol{E}\cdot\boldsymbol{n}dS &= \frac{Q}{\epsilon_0} \\ 2\sigma_x\sigma_z E_y &= \frac{eN}{\epsilon_0} \\ E_y &\sim \frac{eN}{2\epsilon_0\sigma_x\sigma_z} \end{aligned} \tag{1-7}$$

となる。ビームが作る電場は $\sigma_x\sigma_z$ に依存する。一方ルミノシティは $\sigma_x\sigma_y$ に依存するので、$\sigma_x\sigma_y$ を変えずに σ_y を小さくすればルミノシティを減らすことなくビーム · ビーム相互作用を減らすこ

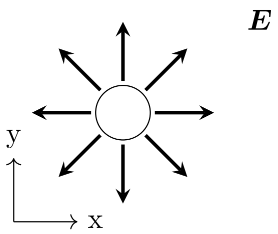

図 2　円形ビームによって励起される電場

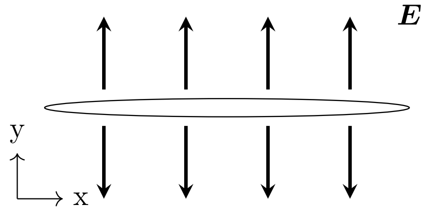

図 3　扁平ビームによって励起される電場

とができる。リニアコライダーにおいては y 方向のビームサイズがナノメートルサイズの扁平ビームが必要となる。

1.2　座標系

加速器においては従来の (x,y,z) 座標系ではなく Frenet-Serret 座標系 (x,y,s) を用いる。ここで s はビーム軌道に沿った軸を表す。

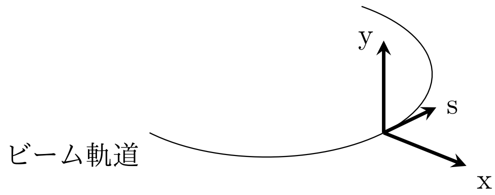

図 4　Frenet-Serret 座標系

また、x(y) の s による微分を x'(y') で表す。すなわち

$$
\begin{aligned}
x' &= \frac{dx}{ds} \\
y' &= \frac{dy}{ds}
\end{aligned}
\tag{1-8}
$$

である。

2　用いられる磁石

リニアコライダーに限らず、加速器においてビームは磁場にガイドされながら衝突点まで運動する。磁場を作り出すために様々な電磁石がそれぞれの用途で用いられている。加速器で用いられる磁石には偏向電磁石、四極電磁石、六極電磁石などがある。また、電磁石の磁場を作るための技術も常伝導電磁石、超伝導電磁石などがある。

2.1　偏向電磁石

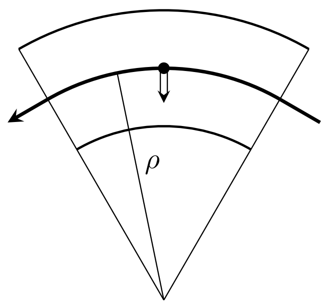

図 5　偏向磁石内での粒子の運動

電子・陽電子ビームの軌道を曲げるために偏向電磁石が用いられる。偏向磁石の磁場中を荷電粒子が通過するとローレンツ力により

$$
p = eB\rho \tag{2-1}
$$

で決まる曲率 ρ の円軌道を描く。ここで p は運動量、B は偏向電磁石の磁場の強さである。偏向電磁石内の粒子の運動方程式は

$$
\begin{aligned}
\frac{d^2x}{ds^2} &= -\frac{x}{\rho^2} \\
\frac{d^2y}{ds^2} &= 0
\end{aligned}
\tag{2-2}
$$

で与えられる。

2.1.1　ディスパージョン

式 (2-1) より、曲率 ρ は明らかに運動量 p に依存しているので、ビームが偏向磁石中を通過すると、ビーム中のそれぞれの粒子はそのエネルギーに応じて、異なった軌道を描くことになる。

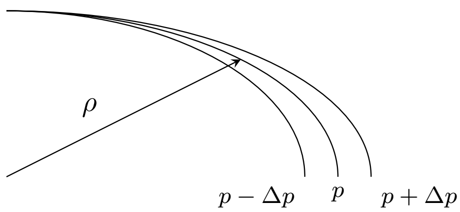

図 6　偏向磁石での荷電粒子の軌道とディスパージョン

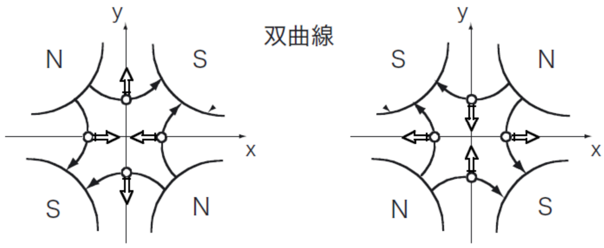

図 7　四極電磁石の磁場と働く力の向き

閉軌道のエネルギー依存性をディスパージョンと呼ぶ。ある位置 s において相対的なエネルギーのずれを $\delta = \Delta E/E$ としたとき、その閉軌道の位置 $x(\delta)$, $y(\delta)$ は δ の 1 次で

$$\begin{aligned} x(\delta) &= x(0) + \eta_x \delta \\ y(\delta) &= y(0) + \eta_y \delta \end{aligned} \tag{2-3}$$

のようにかけ、η_x, η_y を分散関数という。s 微分 η_x', η_y' は角度分散関数と呼び、位置の場合と同様に

$$\begin{aligned} x'(\delta) &= x'(0) + \eta_x' \delta \\ y'(\delta) &= y'(0) + \eta_y' \delta \end{aligned} \tag{2-4}$$

となる。

2.2　四極電磁石

発散して失われることのないように、ビームは四極電磁石によって逃げないように加速器内に”閉じ込められ”ながら運動していく。

四極電磁石では図 7 のような磁場が生成され磁場ベクトルは

$$\begin{aligned} (B_x, B_y, B_s) &= (ay, ax, 0) \\ a &= \frac{\partial B_y}{\partial x} \end{aligned} \tag{2-5}$$

となる。ここで $\frac{\partial B}{\partial x}$ は四極磁場の磁場勾配である。

四極電磁石中の粒子の運動方程式は

$$\begin{aligned} \frac{d^2x}{ds^2} &= -k(s)x \\ \frac{d^2y}{ds^2} &= k(s)y \end{aligned} \tag{2-6}$$

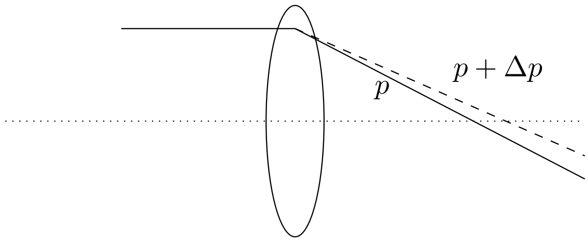

図 8　四極電磁石によるクロマティシティ

で与えられる。ここで $k(s)$ は電磁石の強さを表すパラメータで、中心からの位置に比例した収束力のため、

$$k(s) = \frac{1}{\rho}\frac{\partial B}{\partial y} \tag{2-7}$$

であり、ρ は四極磁場による運動の曲率である。式 (2-6) は単振動の式に非常に似ているので、$k(s) > 0$ の時 x 方向に収束、y 方向に発散、逆符号の時 x 方向に発散、y 方向に収束ということになる。

2.3　六極電磁石

六極電磁石中の粒子の運動方程式は

$$\begin{aligned} \frac{dx'}{ds} &= -\frac{k_2}{2}(x^2 - y^2) \\ \frac{dy'}{ds} &= k_2 xy \end{aligned} \tag{2-8}$$

で与えられる。ここで k_2 は六重極電磁石の磁場の強さを表すパラメータである。式から分かる通り、六極磁場は非線形の効果を引き起こす。

2.3.1　クロマティシティ

六極電磁石はクロマティシティの補正に用いられる。クロマティシティとはレンズ光学における色収差に当たるものである。よって図 8 のように、光学の場合と同様に、ビームを収束させた時にエネルギーの違いによってビーム内のそれぞれの粒子の焦点距離が異なってしまう。これは衝突点においてビームを小さく絞るときなどに特に問題となる。クロマティシティを補正するためにディスパージョンのあるところに六極電磁石を設置することで、エネルギーの異なる

粒子に異なる収束力を与えることができ、六極電磁石の強さとディスパージョンの大きさを調節することで四極電磁石の生み出すクロマティシティを打ち消すことができる。

2.4　超伝導電磁石

電磁石の技術としては通常、常伝導電磁石が用いられる (図 9, 10)。超伝導電磁石は常伝導電磁石に比べて高い磁場を発生させることができ、電力効率が常伝導電磁石よりよい、などの利点をもつ。リニアコライダーにおいても様々な場所で超伝導電磁石が用いられる。列挙すると

- 最終収束のための四極電磁石
- ダンピングリングにおけるウィグラー電磁石
- メインライナックにおける四極電磁石および偏極磁石
- ダンピングリングから取出したビームをマインライナックに送るための RTML でのスピンローテーター

などがある。ここではメインライナックにおける超伝導電磁石について簡潔に述べる。リニアコライダーのメインライナックは 9 セルからなる加速空洞を含むもの (A 型と呼ぶ) と 8 セルの加速空洞および超伝導四極電磁石・超伝導偏向磁石を含むもの (B 型と呼ぶ) の 2 つのタイプがあり、メインライナックでは AABAAB…と 3 つおきに超伝導電磁石が来るように配置される。メインライナックの超伝導電磁石は図 11 のように取り付けられる。

メインライナックにおける超伝導電磁石のパラメータを図 12 に示す。電磁石は 2 つのタイプがあり、通過するビームのエネルギーが 25GeV 以下の時 L.E. タイプ、25GeV 以上の時 H.E. タイプと使い分ける。磁場勾配は四極電磁石が 40T/m、偏向電磁石が 0.1T/m に達する。前述のとおり、四極電磁石でビームを”閉じ込め”、偏向電磁石でビームを曲げることによってビームを衝突点まで運ぶ。電子ビームが作る暗電流によってビームが曲げられ、電磁石に吸収されて超

図 9　常伝導電磁石の例 (四極電磁石)

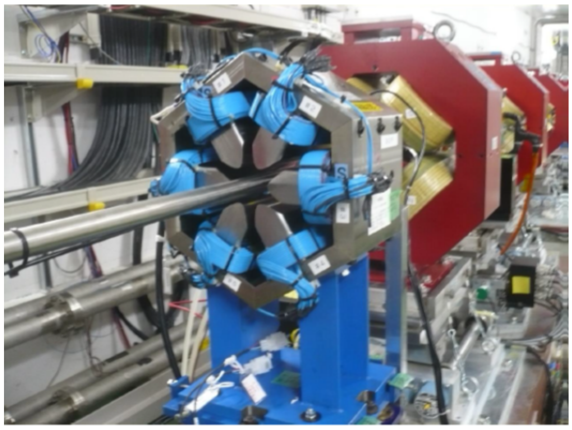

図 10　常伝導電磁石の例 (skew 六極電磁石)

伝導が破れてしまうことが知られている。現在、暗電流による影響の少なく、安定して運転できる超伝導電磁石の開発のための、詳細な R&D が進行中である [3]。

3　加速器内の粒子の運動

ここでは加速器内におけるビーム力学について必要最低限についての事柄を述べる。必要に応じて [2],[4],[5],[6] や OHO セミナーの他の講義を参照していただきたい。

3.1　ベータトロン振動

円形加速器上では、粒子にはエネルギーに依存した閉軌道が存在し、粒子のエネルギーがずっと変わらなければその閉軌道を周回し続ける。現

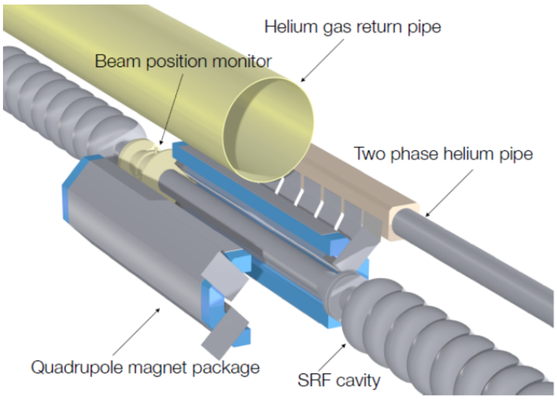

図 11　リニアコライダーメインライナックにおける超伝導電磁石の概略図

Parameters	**L.E. type**	**H.E. type**
Beam energy	≤ 25 GeV	≥ 25 GeV
Physical length	0.25 m	1 m
Magnetic length	0.20 m	0.95 m
Radius of inner pole	0.045 m	
Field gradient (G)	19 T/m	40 T/m
G integral	3.8 T	38 T
B_0	0.05 T	0.11 T
B_0 integral	0.01 T m	0.10 T m
Max. field in quad. coil	~1.5 T	~3 T
Operation temperature	2 K	

図 12　リニアコライダーメインライナックにおける超伝導電磁石の主要なパラメータ

実の粒子はこの閉軌道上を振動しながら周回しており、これをベータトロン振動と呼ぶ。円形加速器では四極電磁石を用いてビームが逃げないように閉じ込められ、磁場にガイドされながら運動することになる。この時、ビームに垂直な方向の粒子の運動方程式は式 (2-6) で与えられるが、収束力の場合 (x 方向のみ、y 方向についても同様)、

$$\frac{d^2x}{ds^2} = -k(s)x \tag{3-1}$$

この 2 階微分方程式の解は、

$$x(s) = a\sqrt{\beta(s)}\cos(\psi(s)+\psi_0) \tag{3-2}$$

で与えられる。a, ψ_0 は定数である。$\beta(s)$ と $\psi(s)$ の間には

$$\frac{1}{\beta(s)} = \frac{d\psi(s)}{ds} \tag{3-3}$$

の関係がある。$\beta(s)$ はベータ関数と呼ばれる重要なパラメータである。

式 (3-2) を s で微分すると、

$$x'(s) = -\frac{a}{\sqrt{\beta(s)}}\{\alpha(s)\cos(\psi(s)+\psi_0)+\sin(\psi(s)+\psi_0)\} \tag{3-4}$$

ここで $\alpha(s)$, は $\beta(s)$ と

$$\alpha(s) = -\frac{1}{2}\frac{d\beta(s)}{ds} \tag{3-5}$$

のような関係がある。$\alpha(s)$, $\beta(s)$ は $\gamma(s) = \frac{1+\alpha(s)^2}{\beta(s)}$ とともに Twiss parameter と呼ばれ、ビームの性質を決める重要なパラメータである (後述)。

また、発散の時、すなわち

$$\frac{d^2x}{ds^2} = k(s)x \tag{3-6}$$

の時、解は

$$x(s) = a\sqrt{\beta(s)}\cosh(\psi(s)+\psi_0)$$
$$x'(s) = -\frac{a}{\sqrt{\beta(s)}}\{\alpha(s)\cosh(\psi(s)+\psi_0)+\sinh(\psi(s)+\psi_0)\} \tag{3-7}$$

のようになる。

3.2　転送行列

また、線型のビームの運動は転送行列を用いて行列計算により追跡することが可能である。例えば、ある点 s_1 において (x_1, x_1') である粒子が s_2 に到達したときの (x_2, x_2') は、前述の長さ L の四極電磁石通過前から通過後への転送行列は

$$\begin{pmatrix} x_2 \\ x_2' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\sqrt{k}L & \frac{1}{\sqrt{k}}\sin\sqrt{k}L \\ -\sqrt{k}\sin\sqrt{k}L & \cos\sqrt{k}L \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x_1 \\ x_1' \end{pmatrix}. \tag{3-8}$$

と表すことができる。ここで $K = \sqrt{k}L$ として、K を一定に保ちながら $L \to 0$ とすると薄レンズ近似の転送行列

$$\begin{pmatrix} x_2 \\ x_2' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -K & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x_1 \\ x_1' \end{pmatrix}. \tag{3-9}$$

が得られる。一般に位置 s_1 から s_2 へ向かうときの転送行列は式 (3-2)(3-4) から

$$\begin{pmatrix} m_{11} & m_{12} \\ m_{21} & m_{22} \end{pmatrix}$$

として、各要素は

$$\begin{aligned}
m_{11} &= \sqrt{\frac{\beta_2}{\beta_1}}(\cos\Delta\psi + \alpha_1 \sin\Delta\psi) \\
m_{12} &= \sqrt{\beta_1\beta_2}\sin\Delta\psi \\
m_{21} &= -\frac{(1+\alpha_1\alpha_2)\sin\Delta\psi + (\alpha_2-\alpha_1)\cos\Delta\psi}{\sqrt{\beta_1\beta_2}} \\
m_{22} &= \sqrt{\frac{\beta_1}{\beta_2}}(\cos\Delta\psi - \alpha_2 \sin\Delta\psi)
\end{aligned} \tag{3-10}$$

で与えられる。ここで添え字 $_{1,2}$ はそれぞれの位置でのパラメータを表し、$\Delta\psi = \psi_2 - \psi_1$ である。円形加速器の場合は、周期境界条件 $\beta(s+L) = \beta(s)$ などを課すことによって、転送行列は

$$\begin{pmatrix} \cos\Delta\psi + \alpha\sin\Delta\psi & \beta\sin\Delta\psi \\ -\gamma\sin\Delta\psi & \cos\Delta\psi - \alpha\sin\Delta\psi \end{pmatrix} \tag{3-11}$$

となる。

自由空間での粒子の直線運動なども粒子が L 進んだとすると、

$$\begin{pmatrix} x_2 \\ x'_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & L \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x'_1 \end{pmatrix}. \tag{3-12}$$

などと表すことができる。運動が線型で表されるときは、加速器の各要素の転送行列の積として伝播させることができ、運動が決まることになる。例えば、図 13 で示される、自由空間と四極電磁石の組み合わせで集束レンズまでの転送行列は、それぞれの構成要素の行列積 (四極電磁石は薄レンズ近似で強さが等しいとして)

$$\begin{aligned}
&\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{K}{2} & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & L \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ K & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & L \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{K}{2} & 1 \end{pmatrix} \\
&= \begin{pmatrix} 1 - \frac{K^2L^2}{2} & 2L(1+\frac{KL}{2}) \\ -K^2L^2(1-\frac{KL}{2}) & 1 - \frac{K^2L^2}{2} \end{pmatrix}
\end{aligned} \tag{3-13}$$

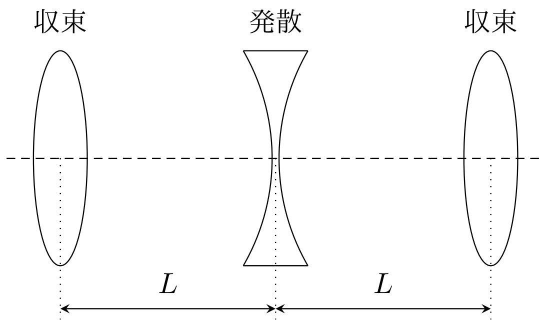

図 13　転送行列計算の例

などと表すことができる。

式 (3-2)(3-4) で表されるベータトロン振動は線型変換 (x についてのみ示す。y も同様)

$$\begin{aligned}
\begin{pmatrix} u \\ v \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{\beta(s)}} & 0 \\ \frac{1}{\sqrt{\beta(s)}} & \sqrt{\beta(s)} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ x' \end{pmatrix} \\
&= \begin{pmatrix} a\cos(\psi(s)+\psi_0) \\ -a\sin(\psi(s)+\psi_0) \end{pmatrix}
\end{aligned} \tag{3-14}$$

をほどこすことによって位相空間 (u, v) 上での円運動として表すことができることが確かめられる。式 (3-14) から a に関する関係式

$$a = \sqrt{\gamma x^2 + 2\alpha x x' + \beta x'^2} \tag{3-15}$$

が導かれる。$a^2 = J$ は Courant-Snyder 不変量と呼ばれる量である。

3.3　シンクロトロン振動

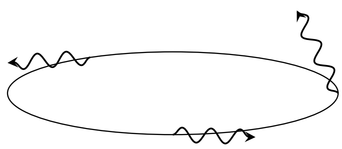

図 14　円形加速器での、制動放射によるエネルギー損失

加速度運動する荷電粒子は電磁波を放射する。よってリングを周回する粒子は制動放射で電磁波を放出し、エネルギーを損失していく。損失したエネルギーを補うために粒子ビームはリング

を一周するたびに高周波加速空洞の電場によりエネルギーが補充される。粒子が一周するときに加速空洞から得るエネルギーは

$$\Delta E = eV \sin(\Phi_0 + \omega t) \tag{3-16}$$

となる。ここで V は加速空洞のピークの電圧、ω は加速空洞の周波数、Φ_0 は"基準"での位相である。あるエネルギー E_0 で閉軌道上を運動する粒子を基準とすると、このような粒子が全ての周回でエネルギーが同じであるためには、(補充されるエネルギー)=(損失エネルギー) でなければいけないので一周あたりのエネルギー損失 U_0 が

$$U_0 = eV \sin \Phi_0 \tag{3-17}$$

である。リングのすべての周回で成り立たなければいけないので、粒子がリングを一周する時間を T_0 とすると、

$$\omega T_0 = 2\pi h \tag{3-18}$$

を満たさないといけない。ここで h は整数である。実際の粒子ビームはエネルギー広がりを持っているのでエネルギーずれを $\delta = \frac{E-E_0}{E_0}$ とすると、リング一周あたりのエネルギーずれは

$$\begin{aligned}\frac{d\delta}{dn} &= \frac{eV}{E_0}\sin(\Phi_0 + \omega t) - \frac{U_0}{E_0} \\ &= \frac{eV\omega}{E_0}(\sin\Phi_0 \cos\omega t + \cos\Phi_0 \sin\omega t) - \frac{U_0}{E_0} \\ &\approx \frac{eV\omega\cos\Phi_0}{E_0} t\end{aligned} \tag{3-19}$$

ここで $|\omega t| \ll 1$ とした。ところで、前述のとおり、粒子の閉軌道はエネルギーに依存しているので、粒子が一周するのにかかる時間もエネルギーに依存する。リング一周の周長の基準からの変化のエネルギー依存性 η_c を Momentum Compaction Factor とよび、リングの光学系の設計で決まるものである。基準の時のリング周長を $L(0)$、エネルギーが δ 変化した時の周長を $L(\delta)$ とすると、変化が小さければ、

$$\frac{L(\delta) - L(0)}{L(0)} = \frac{T - T_0}{T_0} \approx \eta_c \delta \tag{3-20}$$

または微分形で

$$\frac{dT}{dn} = T_0 \eta_c \delta \tag{3-21}$$

と書ける。式 (3-19) と式 (3-21) より、

$$\begin{aligned}\frac{d^2\delta}{dn^2} &= \frac{eV\omega\cos\Phi_0}{E_0}\eta_c\delta \\ \frac{d^2T}{dn^2} &= \frac{eV\omega\cos\Phi_0}{E_0}\eta_c T\end{aligned} \tag{3-22}$$

となり、$\frac{eV\omega\cos\Phi_0}{E_0}\eta_c < 0$ の時、単振動の形を与えることになる。よって、ビーム内の粒子は基準エネルギーと基準位置の周りで振動する。これをシンクロトロン振動という。$\frac{eV\omega\cos\Phi_0}{E_0}\eta_c > 0$ の時、発散して不安定な運動となる。

3.4　エミッタンス

加速器ではビームの品質を表す指標としてエミッタンスを用いる。エミッタンスは

$$\begin{aligned}\epsilon_x &\equiv \sqrt{\langle x^2 \rangle \langle x'^2 \rangle - \langle xx' \rangle^2} \\ \epsilon_y &\equiv \sqrt{\langle y^2 \rangle \langle y'^2 \rangle - \langle yy' \rangle^2}\end{aligned} \tag{3-23}$$

で定義される。ここで x, x', y, y' はそれぞれ位置及び角度の平均からのずれを表し、$\langle\rangle$ はビーム内粒子の平均を表す。エミッタンスが小さいということはビーム内の粒子が小さい空間に分布していて、その運動方向が揃っていることを意味する。ナノビームを実現するためには、エミッタンスの小さいビームを衝突点の前で収束させることが必要である。エミッタンスは式 (2-6) で表される線型運動では保存する。すなわち式 (3-23) でエミッタンスの 2 乗を s で微分すると

$$\begin{aligned}\frac{d(\epsilon_x^2)}{ds} &= \frac{d}{ds}\left(\langle x^2 \rangle \langle x'^2 \rangle - \langle xx' \rangle^2\right) \\ &= 2\langle xx' \rangle \langle x'^2 \rangle + 2\langle x^2 \rangle \langle x'x'' \rangle \\ &\quad - 2\langle xx' \rangle \left\{\langle x'^2 \rangle + \langle xx'' \rangle\right\} \\ &= -2k(s)\langle x^2 \rangle \langle xx' \rangle + 2k(s)\langle xx' \rangle \langle x^2 \rangle \\ &= 0\end{aligned} \tag{3-24}$$

と 0 になることから分かる (y についても同じ)。このことから、ビーム内の粒子について平均を

取るためには粒子ごとの初期条件で決まる a と ψ_0 についての平均を取ればよい。式 (3-14) から (x,x') と (u,v) の間には

$$x=\sqrt{\beta}u,\qquad x'=\frac{v+\alpha u}{\sqrt{\beta}} \tag{3-25}$$

の関係があるので、エミッタンスの 2 乗は

$$\begin{aligned}\epsilon_x^2&=\left\langle u^2\right\rangle\left\langle (u+\alpha v)^2\right\rangle-\left\langle uv+\alpha u^2\right\rangle^2\\&=\left\langle u^2\right\rangle\left(\left\langle u^2\right\rangle+2\alpha\left\langle u^2\right\rangle\left\langle uv\right\rangle+\alpha^2\left\langle u^2\right\rangle\right)\\&\quad-\left(\left\langle uv\right\rangle^2+2\alpha\left\langle u^2\right\rangle\left\langle uv\right\rangle+\alpha^2\left\langle u^2\right\rangle^2\right)\\&=\left\langle u^2\right\rangle\left\langle v^2\right\rangle-\left\langle uv\right\rangle^2\\&=\left\langle a^2\cos^2\psi_0\right\rangle\left\langle a^2\sin^2\psi_0\right\rangle-\left\langle a^2\cos\psi_0\sin\psi_0\right\rangle^2\end{aligned} \tag{3-26}$$

となる。実際のビーム運転において、ビームの状態を u,v が相関がないようにしておく。するとビーム内で ψ_0 が一様に分布している状態であるので

$$\left\langle\cos^2\psi_0\right\rangle=\left\langle\sin^2\psi_0\right\rangle=\frac{1}{2},\ \left\langle\sin\psi_0\cos\psi_0\right\rangle=0 \tag{3-27}$$

であるから、

$$\epsilon_x=\frac{1}{2}a^2 \tag{3-28}$$

であり、よってビームサイズ σ_x は (y についても同じ)、

$$\sigma_x=\sqrt{\left\langle x^2\right\rangle-\left\langle x\right\rangle^2}=\sqrt{\beta\epsilon_x} \tag{3-29}$$

で与えられる。よってベータ関数はビームサイズを表す指標となる。また角度分散 $\sigma_{x'}$ なども

$$\sigma_{x'}=\sqrt{\left\langle x'^2\right\rangle-\left\langle x'\right\rangle^2}=\sqrt{\gamma\epsilon_x} \tag{3-30}$$

と書くことができる。

3.5 放射減衰

前述のとおり、電子・陽電子ビームは円形加速器を周回するとシンクロトロン放射によりエネルギーを失っていくが、シンクロトロン放射と加速空洞による加速を組み合わせることによってエミッタンスを下げることが可能である。

3.5.1 シンクロトロン振動の放射減衰

シンクロトロン放射は運動の方向とほぼ平行に出るので、各粒子の方向は変化せず、エミッタンスは変化しない。加速空洞により粒子のビーム軸方向のエネルギーのみが補填されるので、この時 x' が小さくなり、エミッタンスが減少するシンクロトロン放射とエネルギー補填を繰り返すことによってエミッタンスが減少していく。これをベータトロン振動の放射減衰と呼ぶ。

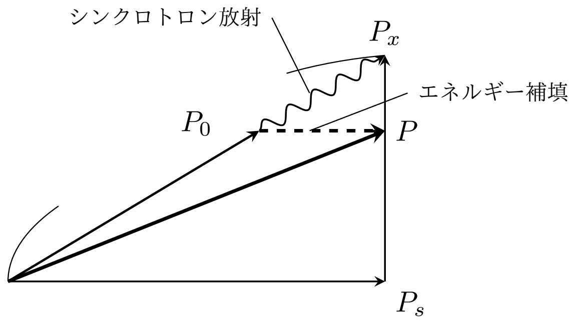

図 15 ダンピングリングによりエミッタンスが減少する模式図

垂直方向の運動量が小さいとする (x 方向のみ考える。y 方向についても同じ) と、粒子の全運動量を P_0 として、$x'=\frac{P_x}{P_s}\approx\frac{P_x}{P_0}$ が成り立つ。リングを一周してシンクロトロン放射によりエネルギーを失ったとすると、一周した後の垂直方向の運動量は

$$P_x=P_0\left(1-\frac{U_0}{E_0}\right)x' \tag{3-31}$$

このあと加速空洞を通ったとすると、空洞通過後の粒子の角度 x'_{rf} は

$$x'_{\mathrm{rf}}=\frac{P_x}{P_s}\approx\left(1-\frac{U_0}{E_0}\right)x' \tag{3-32}$$

よって、角度変化は

$$\Delta x'=x'_{\mathrm{rf}}-x'=-\frac{U_0}{E_0}x' \tag{3-33}$$

エミッタンスの変化は角度変化に比例するので、微分形ではリング一周にかかる時間を T_0 とす

ると

$$\frac{d\epsilon}{dt} = -\frac{U_0}{E_0 T_0}\epsilon \tag{3-34}$$

が成り立つ。よってエミッタンスは

$$\epsilon(t) \approx \epsilon(0)\exp(-\frac{U_0}{E_0 T_0}t) \tag{3-35}$$

の形で減衰していく。エミッタンスが $1/e^2$ になる時間をダンピング時間と呼び、ベータトロン振動のダンピング時間は

$$\tau \approx 2\frac{E_0 T_0}{U_0} \tag{3-36}$$

である。

3.5.2 シンクロトロン振動の放射減衰

エネルギー E の粒子が磁場 B の中でシンクロトロン放射により失うエネルギーは $\Delta E/E \propto E^2 B^2$ に比例する。よってエネルギーの高い粒子はより多くのエネルギーを失う。これによりエネルギー広がりが小さくなっていく。これをシンクロトロン振動の放射減衰という。基準エネルギーを E_0、この粒子が一周する間に失うエネルギーを U_0 とすると、エネルギー E の粒子が一周する間に失うエネルギー U は

$$U = \left(\frac{E}{E_0}\right)^2 U_0 \tag{3-37}$$

である。エネルギーずれを $\delta = \frac{E-E_0}{E_0}$ とすると

$$U = (1+\delta)^2 U_0 \approx (1+2\delta)U_0 \tag{3-38}$$

となり、式 (3-19) が

$$\begin{aligned}\frac{d\delta}{dn} &= \frac{eV}{E_0}\sin(\Phi_0 + \omega t) - \frac{U_0}{E_0} \\ &= \frac{eV\omega}{E_0}(\sin\Phi_0\cos\omega t + \cos\Phi_0 \sin\omega t) - \frac{U_0}{E_0} \\ &\approx \frac{eV\omega\cos\Phi_0}{E_0}t - 2\frac{U_0}{E_0}\frac{d\delta}{dn}\end{aligned} \tag{3-39}$$

になり、式 (3-40) の第 1 式は、

$$\frac{d^2\delta}{dn^2} = \frac{eV\omega\cos\Phi_0}{E_0}\eta_c\delta - 2\frac{U_0}{E_0}\frac{d\delta}{dn} \tag{3-40}$$

に変更される。一般解は

$$\delta = (\text{調和振動一般解})\cdot\exp(-\frac{U_0}{E_0 T_0}t) \tag{3-41}$$

の形になり、減衰項が付加されることになる。よって、シンクロトロン振動のダンピング時間は

$$\tau \approx \frac{E_0 T_0}{U_0} \tag{3-42}$$

である。

3.6 ベータトロン振動・シンクロトロン振動の放射励起

エミッタンスはベータトロン振動・シンクロトロン振動の放射励起が起こることで無限に小さくなることはできない。放射減衰・放射励起の効果がつりあったところで平衡状態となる。放射励起は量子効果により粒子ごとにでたらめにシンクロトロン放射が引き起こされることによって起こる。

ベータトロン振動はディスパージョンがあるところで励起される。エネルギーが δ だけずれた粒子がエネルギー $(1+\delta)E$ に対応した閉軌道上にあったとする。シンクロトロン放射によりエネルギーずれが変化したとき、放射によって粒子の位置、方向はほとんど変わらないので以前として同じ軌道上にあるが、エネルギーが変化したことにより、そのエネルギーに対応する閉軌道が変化する。その結果、粒子はその新しい閉軌道の周りでベータトロン振動をすることになる。

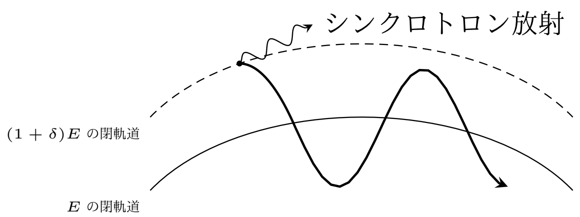

図 16　ベータトロン振動の放射励起

また、ビーム内粒子のシンクロトロン放射によるエネルギー変化が量子効果ででたらめに起こるためにシンクロトロン振動も励起が引き起こ

される。ビームエネルギー拡がりの微小時間の制動放射による増大は

$$\overline{\Delta\delta^2} = N\frac{\overline{u^2}}{E_0^2}\Delta t \tag{3-43}$$

である。ここで $\bar{}$ は確率的な平均であり、$\delta = \frac{E-E_0}{E_0}$、$E_0$ は基準となるエネルギー、N は時間当たりの放射光子数の平均、$\overline{u^2}$ は光子 1 個当たりのエネルギーの 2 乗の平均である。$\overline{u^2}$ は光子の critical energy

$$u_c \approx \frac{2r_e e^2 c^3}{3(mc^2)^3}E_0^2 B \tag{3-44}$$

を用いて、

$$\overline{u^2} = \frac{11}{27}u_c^2 \tag{3-45}$$

と表される。これは量子効果によりゼロではないので、$\overline{\Delta\delta^2}$ の増大が引き起こされ、シンクロトロン振動が励起される。

結局、減衰と励起がつり合い、十分な時間がたった時、エミッタンス、およびエネルギー幅は平衡状態となる。時刻 t におけるエミッタンス、エネルギー幅は

$$\begin{aligned}\epsilon_{eq} &= \epsilon_0 \exp\left(-\frac{2t}{\tau_{x(y)}}\right) + \epsilon_{eq}\left\{1 - exp\left(-\frac{2t}{\tau_{x(y)}}\right)\right\} \\ \delta_{eq} &= \delta_0 \exp\left(-\frac{2t}{\tau_z}\right) + \delta_{eq}\left\{1 - exp\left(-\frac{2t}{\tau_z}\right)\right\}\end{aligned} \tag{3-46}$$

平衡状態になるのは無限の時間がたった後であるが、現実には有限の時間たった後にビームは取り出される。

3.7　x-y カップリング

実際の加速器ではビーム方向に垂直な 2 成分 (x, y) が独立ではなく x-y カップリングがある。x-y カップリングがあるとき、粒子の線型の運動方程式は

$$\begin{aligned}\frac{d^2x}{ds^2} &= k(s)x + k_S(s)y \\ \frac{d^2y}{ds^2} &= -k(s)y + k_S(s)x\end{aligned} \tag{3-47}$$

のような形で与えられる。k_S がカップリングをもたらし、スキュー 4 極磁場 (普通の 4 極磁場を 45 度傾けたもの) からもたらされるものである。カップリングがある場合でも x,y 方向をまとめて考えると 4×4 の転送行列となり、

$$\begin{pmatrix} x_2 \\ x_2' \\ y_2 \\ y_2' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \boldsymbol{A} & \boldsymbol{B} \\ \boldsymbol{C} & \boldsymbol{D} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_1' \\ y_1 \\ y_1' \end{pmatrix} \tag{3-48}$$

で $\boldsymbol{B} \neq \boldsymbol{O}, \boldsymbol{C} \neq \boldsymbol{O}$ ということである。ここで $\boldsymbol{A}, \boldsymbol{B}, \boldsymbol{C}, \boldsymbol{D}$ は 2×2 の行列である。さらに適当な行列 $\boldsymbol{U(s)}$ を用いて、カップリングのない独立な 2 自由度の座標系 (X, X', Y, Y') に移ることができる。

$$\begin{pmatrix} X \\ X' \\ Y \\ Y' \end{pmatrix} = \boldsymbol{U(s)} \begin{pmatrix} x \\ x' \\ y \\ y' \end{pmatrix} \tag{3-49}$$

カップリングをもたらすスキュー四極磁場は加速器上に設置された四極電磁石のビーム軸周りの回転誤差や六極電磁石の設置誤差などから誘起される。例えば六極電磁石が y 方向に d だけずれて設置されていたとすると、設計上のビーム軸を通る粒子の運動方程式は、$y \to y - d$ の変換をし、かつ d の 1 次で

$$\begin{aligned}\frac{dx'}{ds} &= -\frac{k_2}{2}(x^2 - (y-d)^2) \\ &\approx -\frac{k_2}{2}(x^2 - y^2) - k_2 dy \\ \frac{dy'}{ds} &= k_2 x(y-d) \\ &\approx k_2 xy - k_2 dx\end{aligned} \tag{3-50}$$

となり、余分なスキュー四極磁場 $(B_x, B_y, B_z) = (k_2 dx, -k_2 dy, 0)$ が励起されることになる。

3.8　ディスパージョンとビームサイズ

現実のビームはエネルギー広がりを持っているために、ディスパージョンのあるところではエミッタンスがゼロであってもディスパージョンから来る $\sigma = \eta\delta$ の有限のビームサイズをもつことになる。よって現実の加速器中でビームサイ

ズは

$$\sigma = \sqrt{\beta\epsilon + (\eta\delta)^2} \tag{3-51}$$

である。

3.9　クロマティシティとビームサイズ

チューンのエネルギー依存性をクロマティシティと呼ぶ。

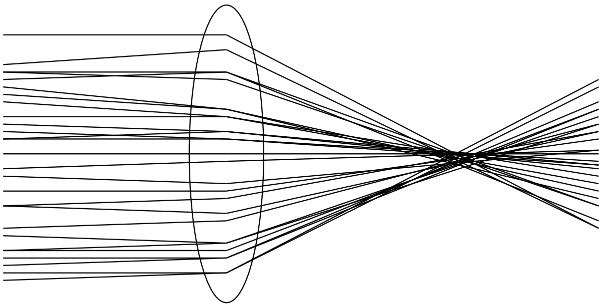

図 17　四極電磁石によるビーム収束の様子

ビーム中の粒子のエネルギーが σ_δ の有限の広がりを持っているとすると、エネルギー広がりによりビームサイズは

$$\sigma = \sigma_0\sqrt{1 + (\delta\sigma_\delta)^2} \tag{3-52}$$

に”ボケて”しまうことになる。特にビームの衝突点ではビームサイズを絞らなければならず、よってクロティシティは小さいほうが良い。しかし小さく絞るためには衝突点の手前で、ベータ関数を大きくしなければならないのでクロマティシティが大きくなってしまう。クロマティシティを補正するために、しばしば x 方向ディスパージョンのある場所に六極電磁石を設置して行う。ディスパージョンはエネルギーに依存した位置のずれであり、六極電磁石は中心からの位置ずれに比例した収束力があるので、結果としてエネルギーに比例して収束させることができる。六極電磁石中の粒子の運動の運動方程式は

$$\begin{aligned} \frac{d^2x}{ds^2} &= -\frac{k_2}{2}(x^2 - y^2) \\ \frac{d^2y}{ds^2} &= k_2xy \end{aligned} \tag{3-53}$$

水平ディスパージョンのある場所で水平方向の位置はベータトロン振動の分 x_β とディスパージョンの分で

$$x = x_\beta + \eta\delta \tag{3-54}$$

のように書ける。この時六極電磁石中では x_β と y の一次で

$$\begin{aligned} \frac{d^2x}{ds^2} &= -\frac{k_2}{2}((x_\beta + \eta\delta)^2 - y^2) \\ &\approx -k_2\eta\delta x_\beta - \frac{k_2}{2}(\eta\delta)^2 \\ \frac{d^2y}{ds^2} &= k_2(x_\beta + \eta\delta)y \\ &\approx k_2\eta\delta y \end{aligned} \tag{3-55}$$

となって、ベータトロン振動のみに注目すると、

$$\begin{aligned} \frac{d^2x_\beta}{ds^2} &= -k_2\eta\delta x_\beta \\ \frac{d^2y}{ds^2} &= k_2\eta\delta y \end{aligned} \tag{3-56}$$

となり、エネルギーずれに比例した収束力が得られる。水平方向と垂直方向で符号が反対なので一個の六極電磁石で両方を補正することはできない。

4　ダンピングリング

ダンピングリングの役割は粒子源で作られたビームのエミッタンスを小さくすることである。最終的に電子・陽電子ビームを衝突させる時にルミノシティを大きくするためには衝突時にビームの断面積が小さいことが必要であり、そのためにはビームのエミッタンスが小さいことが重要である。また、(陽) 電子源から生成される粒子ビームのエミッタンスははるかに大きく、ダンピングリングによってエミッタンスは急激に小さくなる。表 2 にビームエネルギー 5GeV におけるダンピングリング入射前後での規格化エミッタンスを示す。

ダンピングリングは図 18 のようなレーストラック型になっている。ダンピングリングを構成する要素としては

		電子	陽電子
ダンピングリング入射前	$\gamma\epsilon_x$(m)	7×10^{-5}	1×10^{-2}
	$\gamma\epsilon_y$(m)	7×10^{-5}	1×10^{-2}
ダンピングリング取り出し後	$\gamma\epsilon_x$(m)	6×10^{-6}	6×10^{-6}
	$\gamma\epsilon_y$(m)	2×10^{-8}	2×10^{-8}

表 2　ダンピングリング前後のビームの規格化エミッタンス (ビームのエネルギー 5GeV)

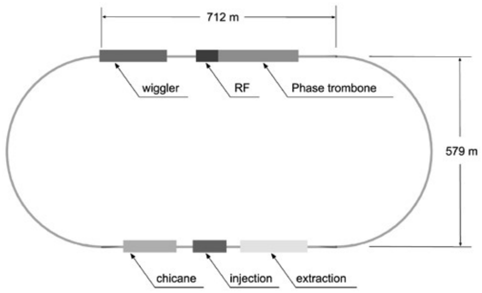

図 18　リニアコライダーダンピングリングの概略図

- ウィグラー部
- 加速空洞設置部
- ビームの入射・取出し部
- アーク部 (偏向磁石･収束･クロマティシティ補正の六極電磁石)

などである。メインライナックではバンチ間隔は 554nsec(166m) で 1 トレインに 1312 個のバンチがあるが、このまま 1312 個のバンチ全てをダンピングリングに入れようとすると 200km 以上の巨大なものが必要になってしまう。そのためダンピングリングには 6.15nsec 間隔で詰め込んで 554ns の時間間隔で次々に 1 バンチづつ取り出すようにする。バンチの取り出しはキッカー電磁石によって蹴りだすことによって行う。6.15nsec 間隔で取り出さなければいけないため、6nsec より短い時間で磁場が立ち上がり、ゼロになるようなキッカー電磁石が必要である。エミッタンスおよびエネルギーの広がりは偏向磁石で曲げられた際にでるシンクロトロン放射光によるエネルギー減衰と加速空洞によるエネルギー補填を繰り返すことにより小さくなっていく。エミッタンスが小さくなるのはベータトロン振動の放射減衰の結果である。エネルギー広がりが小さくなるのはシンクロトロン振動の放射減衰の結果である。またダンピング時間はビームがダンピングリングに滞在する時間に対して十分に小さくないといけない。リニアコライダーでは衝突頻度は 5Hz のため、ビームの滞在時間は ∼200msec である。ダンピング時間は s 方向 12msec、x(y) 方向 24msec である。よって、ビームのダンピングリングへの入射から取出しまでの減衰係数は

$$\begin{aligned} \exp\left(-\frac{2t_{\mathrm{ext}}}{\tau_z}\right) &\sim 3\times10^{-15} \\ \exp\left(-\frac{2t_{\mathrm{ext}}}{\tau_{x(y)}}\right) &\sim 6\times10^{-8} \end{aligned} \tag{4-1}$$

である。 入射時とビーム取り出し時のエネルギー幅およびエミッタンスの設計値の比は

$$\begin{aligned} \frac{\langle\delta^2\rangle_{\mathrm{ext}}}{\langle\delta^2\rangle_{\mathrm{inj}}} &\sim 10^{-2} \\ \frac{\epsilon_{x,\mathrm{ext}}}{\epsilon_{x,\mathrm{inj}}} &\sim \begin{cases} 6\times10^{-4}(e^+) \\ 0.1 \qquad (e^-) \end{cases} \\ \frac{\epsilon_{y,\mathrm{ext}}}{\epsilon_{y,\mathrm{inj}}} &\sim \begin{cases} 2\times10^{-6}(e^+) \\ 3\times10^{-5}(e^-) \end{cases} \end{aligned} \tag{4-2}$$

であるので、ダンピング時間は十分に短くビームは取り出し時点でほぼエミッタンス平衡状態になっていると考えられる。ダンピング時間をより短くするために全長約 100m のウィグラー磁石を使って制動放射によるエネルギー損失を大きくしている。

垂直方向エミッタンスは電磁石の設置誤差などのエラーの大きさで決まる。垂直方向のエラーを出来るだけ小さくするために調整が行われる。x-y カップリングが大きくなれば水平方向の曲がりによるディスパージョンの影響が垂直方向に回り込んでしまい ϵ_Y が大きくなってしまう。よって x-y カップリングを小さくしなければいけない。よって、低エミッタンスを実現するためには

- y 方向のディスパージョンを小さくする
- x-y カップリングを小さくしてベータトロン振動の固有方向の一つを真の垂直方向に近づける

ことが必要である。

4.1 ディスパージョン測定・補正

ディスパージョンを補正するために測定を行う。前述のとおり、ディスパーションはエネルギーによる x(y) 方向位置のずれであるのでエネルギーを変えた時の位置変化を見ればよい。エネルギーの変化は加速空洞の周波数を変化させたときのビームの軌道の変化を用いて測定することができる。前述のように粒子が一周するのにかかる時間は加速空洞の周波数の整数倍であるので、加速空洞の周波数を変えると粒子の軌道が変化する。加速空洞の周波数が f_0 の時の粒子の軌道を $L(0)$、周波数を Δf 変えた時の軌道を $L(\delta)$ とすると $L(0)\propto\frac{1}{f_0}$, $L(\delta)\propto\frac{1}{f_0+\Delta f}$ であるので、

$$\frac{f_0+\Delta f}{f_0}=\frac{L(0)}{L(\delta)}\approx\frac{1}{1+\eta_c\delta} \tag{4-3}$$

が成り立つ。ここで η_c は Momentum Compaction Factor である。ここから

$$\delta\approx-\frac{1}{\eta_c}\frac{\Delta f}{f_0} \tag{4-4}$$

となり、エネルギー変化を求めることができる。これにより

$$\eta=\frac{x_{\Delta f}-x_0}{\delta} \tag{4-5}$$

で測定することができる。ここで x_0 は加速空洞の周波数が f_0 のときのビームの位置 (ビーム位置モニタで測定)、$x_{\Delta f}$ は周波数を Δf 変えた時のビームの位置である。ディスパーションはビームが曲げられるときに発生するので、補正は偏向磁石に逆電流を流して行えばよい。

4.2 カップリング補正

前述のとおり、リニアコライダーにおいて、y 方向のエミッタンスは x 方向の 1/100 程度であるので、カップリングにより x 方向から回り込んでくるエミッタンス増大効果が y 方向エミッタンスへの大きく影響するのでカップリングの影響を出来るだけ抑えなければならない。カップリングの効果はビームライン上のスキュー四重極や四極電磁石の回転設置誤差、六極電磁石でのオフセットがある場合に引き起こされる。四次元ビームパラメータに対する転送行列は

$$\sigma_2=\begin{pmatrix}\sigma_{11}&\sigma_{12}&\sigma_{13}&\sigma_{14}\\ \sigma_{21}&\sigma_{22}&\sigma_{23}&\sigma_{24}\\ \sigma_{31}&\sigma_{32}&\sigma_{33}&\sigma_{34}\\ \sigma_{41}&\sigma_{42}&\sigma_{43}&\sigma_{44}\end{pmatrix} \tag{4-6}$$

と書くことができる。二次元転送行列の場合、独立なパラメータは 3 つ $(\sigma_{11},\sigma_{12},\sigma_{22})$ であるが、四次元でカップリングが存在するときの独立なパラメータは $3+3+4=10$ 個であることが分かる。よってカップリング補正のためにビームパラメータを測定する場合は少なくとも 10 個の独立なビームモニタによる測定が必要である。カップリングを補正するためには $\sigma_{13}=\sigma_{14}=\sigma_{23}=\sigma_{24}=0$ であることが必要である。そのために最低 4 つの水平垂直軸が独立でない電磁石を設置しなければならない。

4.3 エミッタンス測定

ビームサイズはエミッタンスとベータ関数を用いて $\sigma=\sqrt{\epsilon\beta}$ で与えられる。よってエミッタンスは

$$\epsilon=\frac{\sigma^2}{\beta} \tag{4-7}$$

である。よってビームサイズとベータ関数を測定すればよい。ビームサイズはビームサイズモニタを用いて測定する。例えば ATF においてはシンクロトロン放射光を用いてビームのプロファイルを測定し、これからビームサイズを測定している。

ベータ関数は四極電磁石の磁場を変えた時の位相進みの変化を測定することにより求めることができる。リングを一周した時の転送行列は

$$\begin{pmatrix} \cos\tilde{\mu} + \tilde{\alpha}\sin\tilde{\mu} & \tilde{\beta}\sin\tilde{\mu} \\ -\tilde{\gamma}\sin\tilde{\mu} & \cos\tilde{\mu} - \tilde{\alpha}\sin\tilde{\mu} \end{pmatrix} \quad \text{(4-8)}$$

で与えられる。四極電磁石での転送行列は周期条件を課すと

$$\begin{pmatrix} \cos\tilde{\mu}+\tilde{\alpha}\sin\tilde{\mu} & \tilde{\beta}\sin\tilde{\mu} \\ -\tilde{\gamma}\sin\tilde{\mu} & \cos\tilde{\mu}-\tilde{\alpha}\sin\tilde{\mu} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\mu+\alpha\sin\mu & \beta\sin\mu \\ -\gamma\sin\mu & \cos\mu-\alpha\sin\mu \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -K & 1 \end{pmatrix}$$
$$= \begin{pmatrix} \cos\mu+\alpha\sin\mu-K\beta\sin\mu & \beta\sin\mu \\ -\gamma\sin\mu-K(\cos\mu-\alpha\sin\mu) & \cos\mu-\alpha\sin\mu \end{pmatrix} \quad \text{(4-9)}$$

の関係式となる。ここで両辺の Trace をとると、

$$Tr/2 = \cos\tilde{\mu} = cos\mu - \frac{k\beta}{2}\sin\mu \approx cos(\mu + \frac{k\beta}{2}) \;\; (if\ |k\beta| << 1) \quad \text{(4-10)}$$

で位相進みは $\tilde{\mu} = \mu + \frac{k\beta}{2}$ となる。つまり四極電磁石の強さを変えることにより、位相進みの変化がベータ関数を比例係数として線型の変化をすることになる。これを四極電磁石のある位置で何点か測定して、ダンピングリングの光学設計にフィットさせ、ビームサイズモニタの位置に内挿することによってビームサイズモニタ位置でのベータ関数を測定することができる。図 19 に ATF におけるベータ関数測定の例を示す。

ATF においてはビームサイズモニタ付近に設置された 5 つの四極電磁石を用いて、それぞれの四極電磁石の電流を変えることによって位相の進みを変化させて式 (4-10) からベータ関数を求めている。その後、ビームサイズモニタ付近のベータ関数のモデルにフィットさせ、ビームサイズモニタでのベータ関数を内挿している。

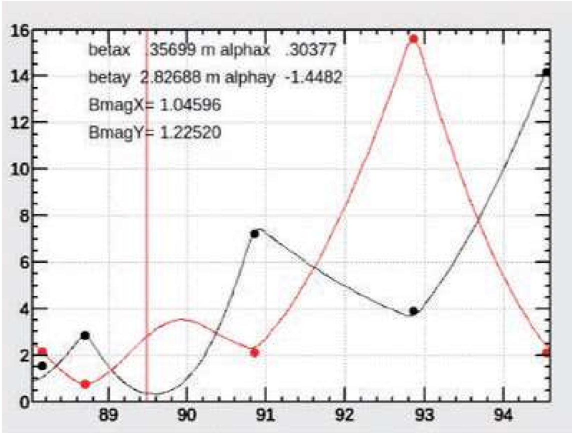

図 19　ATF におけるエミッタンス測定のための、ベータ関数測定の例。測定したい位置は縦線で表される位置である。その周囲にある四極電磁石 (点で表される) を用いて、それぞれのベータ関数を測定し、それを測定したい位置に内挿している。

5　最終収束系

ダンピングリングにおける低エミッタンスビームは主加速器で加速され最終収束系で絞られて衝突する。前述のとおり、衝突点でビームを絞るのは高いルミノシティを実現するためである [4][7][8]。

5.1　磁石

ビームを衝突点でしぼるためには基本的に Final Doublet と呼ばれる 2 つの四極電磁石のペアを用いる。Final Doublet のパラメータを適切に選ぶことにより衝突点でのベータ関数を小さくすることができる。焦点でビームを小さく絞るためには

- ビームのエミッタンスが小さいこと
- 最終収束系での収差等によるビームの変形が少ないこと

が必要である。ビームのエミッタンスを小さくすることはダンピングリングで低エミッタンスを達成して、最終収束系までそれを保持して輸送

することが重要である。ビーム変形を小さくするために最終収束系で大きな問題となるのはクロマティシティである。

5.2 Local Chromaticity Correction

クロマティシティはビームラインの全ての四極電磁石で生成されるが、Final Doublet が最終収束系の主要なクロマティシティの源となる。よっての Final Doublet のすぐ近くに六極電磁石を置くことでクロマティシティを局所的に抑える。また前述のとおり、エネルギーずれに比例した収束力を得るために六極電磁石の位置ではディスパージョンを生成させなくてはならない。六極電磁石は Final Doublet のすぐ近くに置くために、偏向電磁石を用いて生成したディスパージョンを補正する余裕がないため、衝突点で $\eta_x = 0$ は保証出来ても $\eta_x \neq 0$ となってしまう。しかし $\eta_x \neq 0$ の影響が小さいことはシミュレーションで確認されている。また、六極電磁石の中心から水平にずれた粒子はずれに比例した収束力を受け、垂直にずれた位置を通る粒子はずれの大きさに比例したカップリングを受けることになる。これを Geometric Abberation と呼ぶ。このような新たな収差によってビームサイズを小さくすることができなくなってしまう。これを補正するために、最終収束系の上流にさらに六極電磁石の対を置くことによって新たに生まれる収差を補正する。Local Chromaticity Corrction の概念図を図 20 に示す。

上流の六極電磁石の位置ではディスパージョンはゼロとして強さ K_{s1} の電磁石を置く。さらにその組となる六極電磁石をクロマティシティを補正したい電磁石のすぐ直前においてその強さを K_{s2} としてここではゼロでないディスパージョンをもたせる。ところで、六極電磁石を通過する粒子が中心から Δx ずれて通過するとする

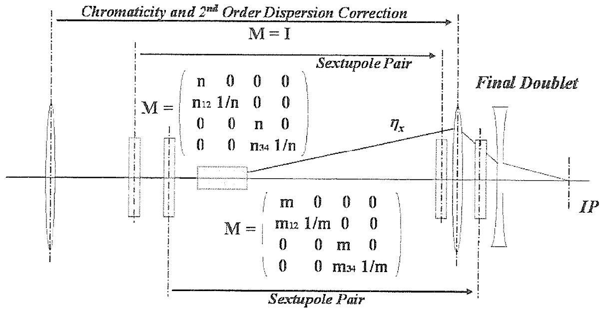

図 20 Local Chromaticity Correction の概念図 [7]

と、式 (2-8) から

$$
\begin{aligned}
\frac{d^2x}{ds^2} &= -\frac{k_2}{2}((x+\Delta x)^2 - y^2) \\
&\approx -\frac{k_2}{2}(x^2 - y^2) - k_2\Delta x x \\
\frac{d^2y}{ds^2} &= k_2(x+\Delta x)y \\
&\approx k_2 xy + k_2\Delta x y
\end{aligned}
\tag{5-1}
$$

となり、新たな四極磁場 (強さ $k_2\Delta x$) を感じる。これを踏まえて 2 つの六極電磁石間の転送行列を (天下り的であるが、)

$$
M = \begin{pmatrix} m & 0 & 0 & 0 \\ m_{12} & \frac{1}{m} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m & 0 \\ 0 & 0 & m_{34} & \frac{1}{m} \end{pmatrix} \tag{5-2}
$$

とすると、2 つの六極電磁石を含めた系の転送行列は

$$
\begin{aligned}
M_x &= \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -K_{s2}(m\Delta x+\eta_x\delta) & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} m & 0 \\ m_{12} & \frac{1}{m} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -K_{s1}\Delta x & 1 \end{pmatrix} \\
&= \begin{pmatrix} m & 0 \\ m_{12}-(m^2K_{s2}+\frac{K_{s1}}{m})\Delta x - m\eta_x K_{s2}\delta & \frac{1}{m} \end{pmatrix} \\
M_y &= \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ K_{s2}(m\Delta x+\eta_x\delta) & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} m & 0 \\ m_{34} & \frac{1}{m} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ K_{s1}\Delta x & 1 \end{pmatrix} \\
&= \begin{pmatrix} m & 0 \\ m_{34}+(m^2K_{s2}+\frac{K_{s1}}{m})\Delta x - m\eta_x K_{s2}\delta & \frac{1}{m} \end{pmatrix}
\end{aligned}
\tag{5-3}
$$

となる。入射粒子の変位 Δx に依存する項が Geometric Aberration を生み出している項であ

るので、これを打ち消すための六極電磁石の強さの条件は

$$K_{s1} = -m^3 K_{s2} \tag{5-4}$$

となり、転送行列は

$$\begin{aligned} M_x &\approx \begin{pmatrix} m & 0 \\ m_{12} - m\eta_x K_{s2}\delta & \frac{1}{m} \end{pmatrix} \\ M_y &\approx \begin{pmatrix} m & 0 \\ m_{34} + m\eta_x K_{s2}\delta & \frac{1}{m} \end{pmatrix} \end{aligned} \tag{5-5}$$

と近似できる。次にクロマティシティの補正について考える。クロマティシティを補正するために四極電磁石の直前においた六極電磁石の位置にはゼロでないディスパージョンがあるのでそれも考慮に入れると 2 つ目の六極電磁石を通過した後の水平方向の変位は

$$\begin{aligned} &\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\eta K_{s2}\delta & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \Delta x \\ \Delta x' \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\eta_x K_{s2}(\Delta x + \eta_x\delta) & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \eta_x\delta \\ \eta'_x\delta \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} \Delta x + \eta_x\delta \\ \Delta x' + \eta'_x\delta \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ -K_{s2}\eta_x(2\Delta x\delta + \eta_x\delta^2) \end{pmatrix} \end{aligned} \tag{5-6}$$

垂直方向の変位は

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \eta K_{s2}\delta & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \Delta y \\ \Delta y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \Delta y \\ \Delta y' \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ K_{s2}\eta_x\Delta y\delta \end{pmatrix} \tag{5-7}$$

である。式 (5-6) と式 (5-7) を比較すると、水平方向のクロマティシティの補正量 (δ1 次の項) は垂直方向の 2 倍になる。補正したい四極電磁石でのクロマティシティの影響は

垂直方向

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{K}{1+\delta} & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \Delta x \\ \Delta x' \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{K}{1+\delta} & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \eta_x\delta \\ \eta'_x\delta \end{pmatrix}$$

$$\approx \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -K & 1 \end{pmatrix}\left\{\begin{pmatrix} \Delta x + \eta_x\delta \\ \Delta x' + \eta'_x\delta \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ K(\Delta x\delta + \eta_x\delta^2) \end{pmatrix}\right\}$$

水平方向

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{K}{1+\delta} & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \Delta y \\ \Delta y' \end{pmatrix}$$

$$\approx \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -K & 1 \end{pmatrix}\left\{\begin{pmatrix} \Delta y \\ \Delta y' \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ K\delta\Delta y \end{pmatrix}\right\} \tag{5-8}$$

であり、水平・垂直等しい程度の影響 (δ1 次の項) となる。このため、1 つの四極電磁石に対して 1 組の六極電磁石、といった 1 対 1 の対応をつけて水平・垂直の両方のクロマティシティを同時に補正することはできない。また、水平方向のクロマティシティ 2 次のエネルギー拡がりに関する項の比が違うのでクロマティシティを打ち消す条件 $2K_{s2}\eta_x = K$ を満たしたとしても 2 次のエネルギー拡がりの影響は残ってしまう。しかし、この 2 次のエネルギー影響は垂直方向のクロマティシティの影響と同時に抑制することは可能である。Final Doublet から上流に転送行列で I だけ離れ、かつ $\eta_x = 0$ のところに Final Doublet と同じ強さの四極電磁石を置く。この四極電磁石上では垂直方向のクロマティシティを生み出さないように垂直方向ベータ関数を小さくなるようにしておく。するとこの四極電磁石のクロマティシティの影響は

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{K}{1+\delta} & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \Delta x \\ \Delta x' \end{pmatrix} \approx \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -K & 1 \end{pmatrix}\left\{\begin{pmatrix} \Delta x \\ \Delta x' \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ K\Delta x\delta \end{pmatrix}\right\} \tag{5-9}$$

となって垂直方向のクロマティシティの影響は無視できる。式 (5-8) と (5-9) から系全体の垂直方向のクロマティシティによる変位は (δ1 次の項の合計)

$$-2K_{s2}\eta_x\Delta x\delta + K\Delta\delta + K\Delta\delta \tag{5-10}$$

であり、2 次のエネルギー拡がりからくる変位 (δ2 次の項の合計) は

$$-K_{s2}\eta_x^2\delta^2 + K\eta_x\delta^2 \tag{5-11}$$

となる。式 (5-10) と式 (5-11) を同時に抑制するための条件として

$$K_{s2} = \frac{K}{\eta_x} \tag{5-12}$$

が得られる。また、垂直方向のクロマティシティからくる変位は

$$K_{s2}\eta_x\Delta y\delta - K\Delta y\delta \tag{5-13}$$

で、条件式 (5-12) はこれも抑制することができる。これにより、垂直方向に関して Final Doublet の位置では完全にクロマティシティを補正することができる。図 21 にリニアコライダーにおけるクロマティシティ補正のための光学系を示す。

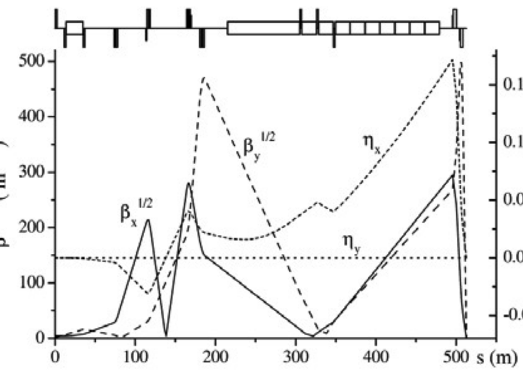

図 21　リニアコライダーにおける最終収束系の光学系の例

5.3　砂時計効果

ルミノシティを上げるためにはビームは出来るだけ絞るのが望ましい。Final Doublet 通過後は自由空間の運動であるので $x' = \text{const.}$, $x'' = 0$ である。衝突点付近でのビームサイズは

$$\sigma_x^2 = \left\langle x^2 \right\rangle - \left\langle x \right\rangle^2 \qquad (5\text{-}14)$$

を s で微分すると、

$$\begin{aligned}\frac{d(\sigma_x^2)}{ds} &= 2\left\langle xx' \right\rangle^2 - 2\left\langle x \right\rangle \left\langle x' \right\rangle \\ \frac{d^2(\sigma_x^2)}{ds^2} &= 2\left\langle x'^2 \right\rangle - 2\left\langle x' \right\rangle^2 = 2\sigma_{x'}^2 = \text{const.}\end{aligned} \qquad (5\text{-}15)$$

であるから、衝突点での変数には * を付けて表すことにすると、

$$\sigma_x^2 = \sigma_{x'}^{*2} s^2 + \sigma_x^{*2} \qquad (5\text{-}16)$$

の形になる。式 (3-29) および式 (3-30) から

$$\begin{aligned}\sigma_x^{*2} &= \epsilon_x \beta^* \\ \sigma_{x'}^{*2} &= \epsilon_x \gamma^* = \epsilon_x \frac{1+\alpha^{*2}}{\beta^*} = \frac{\epsilon_x}{\beta^*}\end{aligned} \qquad (5\text{-}17)$$

となるので、

$$\sigma_x^2 = \epsilon_x \beta^* (1 + \frac{s^2}{\beta^{*2}}) \qquad (5\text{-}18)$$

と書くこともできる。衝突点付近でのビームサイズの形は曲率 $\frac{1}{\beta^*}$ の 2 次関数の形になるためにあまりに β^* を小さくしすぎると、焦点から少しずれたビーム位置においては急激にビームサイズが大きくなってしまう。ルミノシティはビーム全体が寄与するので、かえってルミノシティを小さくしてしまうのである。これを砂時計効果と呼ぶ。焦点でのベータ関数はバンチ長位にするのが望ましい。ILC においてはバンチ長 0.3mm

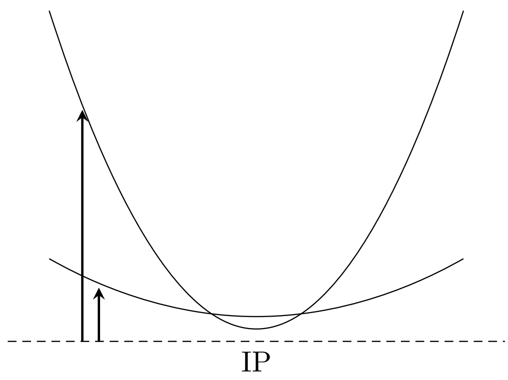

図 22　砂時計効果。衝突点でビームを小さく絞れたとしても、ビームサイズは衝突点から離れると急激に大きくなるためにビーム全体で考えるとルミノシティが下がってしまう。

に対して焦点でのベータ関数は 0.48mm に設計されており、砂時計効果からのビームパラメータの要求を満たす設計となっている。

5.4　生出リミット

ルミノシティを稼ぐために、ビームサイズをなるべく小さくして衝突させるのが良いはずである。そのためになるべく強い四極電磁石を用いて、その磁石の場所でのビームサイズを大きくし、一気に絞る必要がある。すると、粒子は四極電磁石の磁場によって大きく曲げられる。磁場により曲げられるのでその際に制動放射を引き起こす。制動放射の量子効果で粒子のエネルギーにばらつきが起こって粒子の軌道にもばらつきが出て、その結果ビームサイズが増大してしまう。この効果は四極電磁石の強さが強いほど、四極電磁石でのビームサイズが大きいほど大き

くなる。よってこの効果によって衝突点でビームを絞る限界を与えることになる。これを生出リミットと呼ぶ [9]。ILC における焦点でのベー

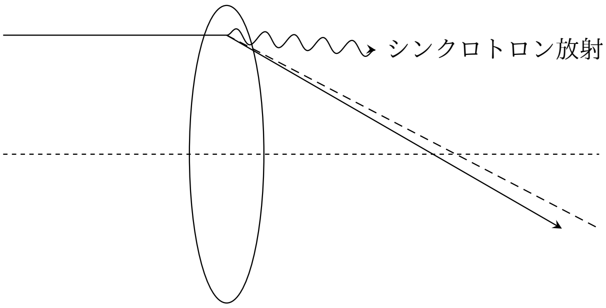

図 23　四極電磁石による制動放射でビーム内粒子軌道が変化する

タ関数の設計値は生出リミットの 200 倍大きく設定されており、最終収束での四極電磁石による制動放射の影響が衝突点でのビームサイズに及ぼす影響は小さいと考えられる。

5.5　IP フィードバック

衝突点での垂直ビームサイズは数 nm しかないので、ビーム位置のわずかなずれによりルミノシティは小さくなってしまう。ILC では 1 つのパルス内に 1312 個のバンチ (554ns 間隔) が加速され衝突点に送られる。バンチ間隔が長いのでデジタル回路によって前方のバンチを使って後方のバンチの位置を補正するのに十分な時間がある。そこで，パルス内の前方のバンチの位置を測定して，後方のバンチの位置を補正することで，パルス内のビームを正確に衝突させることが出来るようになる。ILC では衝突点でのビーム密度が非常に高く，衝突点でのビーム同士の反跳効果が大きいので，ビーム同士の中心位置がずれると，衝突点後に非常に大きな角度変化が生じる。この角度変化から生じる衝突点後のビーム位置の変化を補正するように，1 つのパルス内でビームの中心位置を整えることで，同一パルス内でのビーム位置を整えることが可能になると考えている。そのためには，バンチ間隔以内の応答速度でビームの位置を整える高速なフィードバックシステムが必要になる。

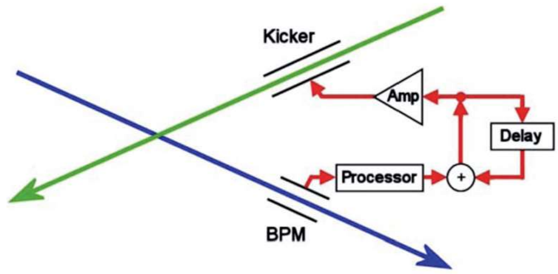

図 24　ILC における IP フィードバックシステムの概略図

6　Accelerator Test Facility(ATF/ATF2)

リニアコライダーで要求されるような、ビームを小さく絞り軌道を安定させるような技術が実現可能であることを検証するために ATF および ATF2 について実証実験が行われている [10][11]。図 25 は ATF および ATF2 の概略図である。また ATF2 でのビームパラメータを表 3 に示す。

パラメータ	ATF2	ILC
エネルギー [GeV]	1.3	125
エネルギー拡がり (e^+/e^-)[%]	-/0.08	0.15/0.19
IP での水平 β 関数 [mm]	4	13
IP での垂直 β 関数 [mm]	0.1	0.41
垂直エミッタンス [nm]	1.1	0.02
水平エミッタンス [pm]	12	0.07
水平ビームサイズ [nm]	37	7.7
垂直クロマティシティ (ILD/SiD)	10000	(7300/9400)

表 3　ATF2 および ILC のビームパラメータ。ILC における垂直クロマティシティは 2 つの測定器コンセプト (ILD/SiD) で大きさが異なるために違う値になる。

ATF では超低エミッタンスビームを生成するためのダンピングリングの研究、ATF2 では ATF で生成された低エミッタンスビームを用いてナノビームを実現するための最終収束系の研究を行っている。ATF は 1996 年にダンピングリングへビームを入射するためのリナック、ダ

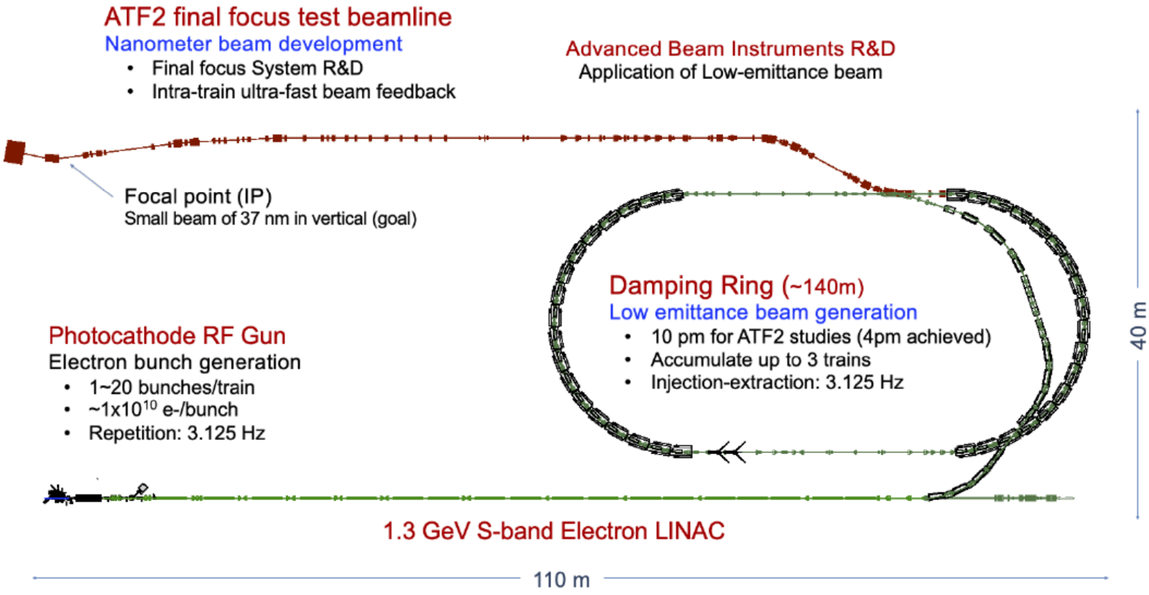

図 25　ATF/ATF2 の概略図

ンピングリング、ビーム取り出しラインで運転を開始した。目標エミッタンスは ILC の設計地とほぼ同じであった。その後、数々の改良を経て 2003 年に 4pm の垂直エミッタンスを達成している。その後 2001 年に Final Focus の色収差補正のために Local Chromaicity Correction をもとにした光学系がリニアコライダーに採用され、ILC と同様の最終収束系を検証するために ATF2 が建設された。図 26 に ILC における最終収束系の光学設計と ATF2 の光学設計を示す。ATF2 の大きな特徴は設計段階から国際協力のもと進められてきたところであり、アジア・ヨーロッパ・アメリカの 10 か国以上から大学・研究所が参加して研究が行われている。ILC の設計では衝突点での垂直ビームサイズは 8nm である。ATF のビームエネルギーは ILC での 1/100 ぐらいであるので、衝突点での幾何エミッタンスは 10 倍大きくなってしまう。よって ATF2 での垂直ビームサイズの目標値は同じ色収差のもとで収束できる 37nm になっている。ATF2 においても様々な改良を経て、2016 年に垂直ビームサイズ 41nm を達成した。図 27 は垂直ビームサイズ 41nm 達成までの変遷を示している。

6.1　ビームサイズ調節

衝突点での極小ビームを目指したビームサイズの調整に関してカギとなるものは六極電磁石をどのように調整するかである。ビームが六極電磁石の中心から離れた位置を通過すると、水平方向にずれた場合は水平方向の焦点位置、およびディスパージョン関数に影響を及ぼし、垂直方向にずれた場合は垂直方向のディスパージョン関数に影響を及ぼす。これは六極電磁石を動かすことによって線型のパラメータを調節できることを意味する。ATF2 では ILC の最終光学

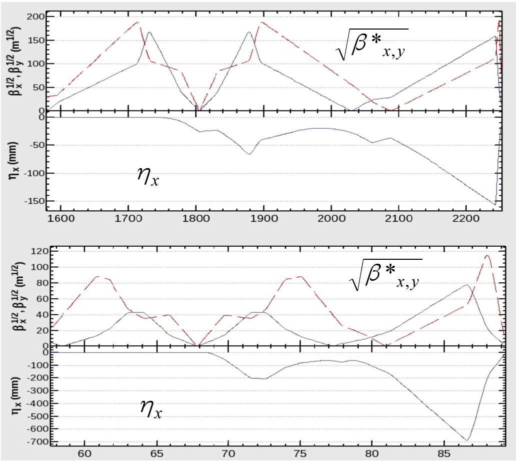

図 26　ILC および ATF2 の最終収束系の光学設計

	電磁石パラメータ	調整パラメータ
線型 knob	六極 水平方向 移動	yy' (焦点位置)
	六極 垂直方向 移動	yE (ディスパージョン)
		$x'y$ (x-y カップリング)
非線型 knob	六極 磁場強度	$x'yy'$
		$yy'E$ (クロマティシシティ)
	skew 六極 磁場強度	xxy
		xyE
		yEE (2 次ディスパージョン)
		$yy'y'$

表 4　ビームサイズ調節のための knob 一覧 [11]

系と同じように 5 つの六極電磁石を配置している。5 つの六極電磁石の調整の組み合わせでそれぞれのパラメータが独立に調整できるようにそれぞれのパラメータのための knob を設計しておくことによって、より効率的にビームサイズ調整を行っている。高次の効果についても非線形効果のため、調整するべきパラメータを完全に対角化することは難しいが、1 つのパラメータのみが大きく調整され、他のパラメータの変化を抑えるようにすることは可能である。よって非線形パラメータについても調整したいパラメータごとに knob を用意してビームサイズ調整を行っている。

6.2　FONT フィードバック

ILC ではバンチ間隔は 554ns である。ATF2 においても ILC ほどバンチ間隔は長くはないが，2 つのバンチ (180 ns 間隔) を同時に取り出すことができる。ILC では電子および陽電子 2 つのビームの中心位置を合わせているのに対して，ATF2 ではビームが 1 つしかないので、1 番目のバンチの位置情報を基にして 2 番目のバンチのビーム位置を基準位置に合わせることになる [12]。ただし，ATF2 のバンチ間隔は ILC のものよりも小さいので応答速度の要求が ILC よりも厳しいことや，ILC では衝突点での位置を整えるだけであるのに対して，ATF2 では，2 つのビーム位置モニターの位置情報と 2 つの高速キッカーを使うことで衝突点での位置と角度を同時に合わせることが可能である。図 28 に FONT フィードバックの有無によるビーム位置分布比較を示す。FONT フィードバックによってビームの位置補正が行われてビームごとの軌道のふらつき (ジッター) が抑えられていることが分かる。

6.3　ATF2 でのビームサイズ測定

ILC においては電子･陽電子ビームのルミノシティを測定することによってビームサイズが分かるが、ATF2 においては相手ビームがいない。よって、ビームサイズは特別なビームサイズモニタ (IPBSM) を用いて測定している。IPBSM の概要を図 29 にしめす。これはレーザー光と電子ビームによるコンプトン散乱を用いるものである。レーザー光の光路を 2 つに分け、ある交差角を持って交差させると、干渉縞ができる。干渉縞をビームが通過する時に、図 30 に示すように、干渉縞の強度によってコンプトン散乱光の強度が変化する。ビームサイズが干渉縞の間隔より小さい場合はコンプトン散乱光の強度は干渉縞の位置に大きく影響するが、大きい場合は強度はあまり変化しない。ビームサイズを求めるためにレーザー光路の一方の光路長を変えてコンプ

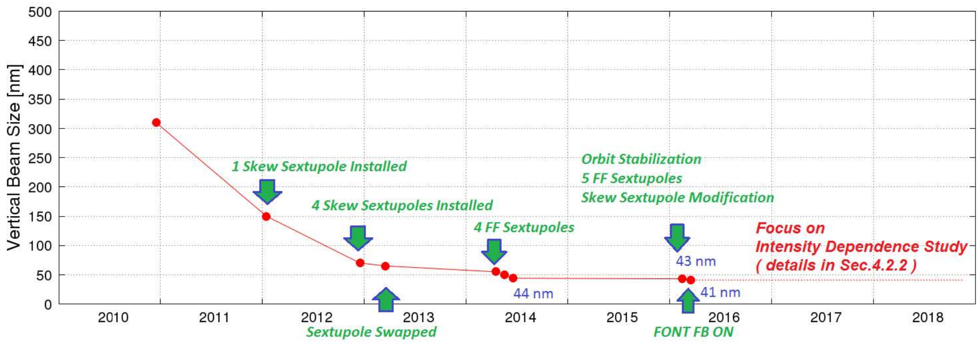

図 27　ATF/ATF2 でのビームサイズの変遷

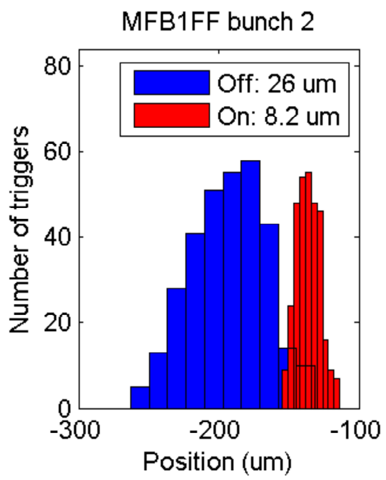

図 28　FONT フィードバックによるビーム位置補正の例

トン散乱光の強度を測ることによって、強度は

$$G(\phi) = G_0 \left\{1 + M\cos(\phi + \phi_0)\right\} \qquad (6\text{-}1)$$

のように変化する。ここで M は Modulation で強度の変化の大きさを表す。Modulation からビームサイズは

$$\sigma_y = \frac{d}{2\pi}\sqrt{2\ln\frac{C_M|\cos\theta|}{M}} \qquad (6\text{-}2)$$

で求められる。ここで C_M は種々の誤差により Modulation が小さくなることを考慮するための定数であり、C_M を正確に評価することは難しいため $C_M = 1$ としてビームサイズを求める。よって得られる値はビームサイズの上限値である。

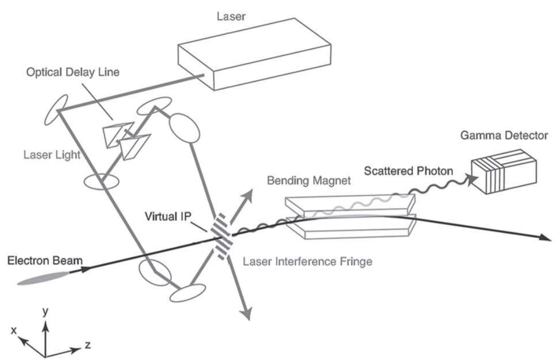

図 29　ATF2 でのビームサイズモニタ (IPBSM) の概略図

6.4　ATF/ATF2 でのさらなる研究

もちろん、ビームサイズはまだ目標値を達成していないので、垂直ビームサイズ 37nm に向けたさらなる研究が必要である。まず IPBSM で使用しているレーザー光の変形やレーザーの不安定性などの影響によってビームサイズ測定の誤差や不安定性がもたらされているためにレーザー光の安定性の研究が必要である。また、ダンピングリングからの取り出しから最終収束系までのビーム輸送におけるエミッタンス増大や

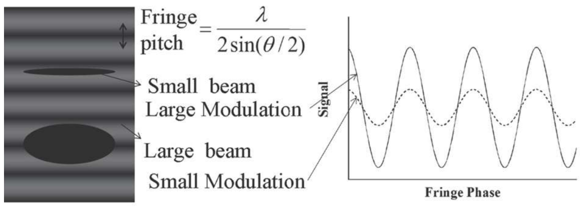

図 30　レーザ光干渉縞およびビームサイズとの関係

ビーム軌道の変動のためにビームサイズが見かけ上大きくなっている可能性もある。また、ビーム内粒子の密度が大きくなるとビームサイズが大きくなってしまう問題が確認されており、これは ATF2 ビームライン内を先行して通過したバンチが電磁場を励起する。これを Wakefield と呼び、後方のバンチはその Wakefield の影響を受けてビーム軌道が変化することによるものと考えられる。ILC においてはこの Wekefield の影響は ATF に比べて小さいと考えられているが、ATF においてこの影響を調べることは重要なことである。今のところの研究ではシミュレーションおよび理論計算の結果は一致しているが、観測されているビームサイズのビーム内粒子の密度による依存性はこの結果より強く出ている。まだビームライン上に考慮に入れていない Wakefield 源があると考えられ、この調査を行わなければならない。

参考文献

[1] The International Linear Collider Technical Design Report, (2013)

[2] 横谷 馨, リニアコライダー加速器, OHO'14 テキスト

[3] Y. Arimoto et. al., Study of conduction-cooled superconducting quadrupole magnets combined with dipole correctors for the ILC main linac, IPAC 21

[4] 久保 浄, リニアコライダービーム力学, OHO'14 テキスト

[5] 久保 浄, 単粒子ビーム力学, OHO'12 テキスト

[6] 大西 幸喜, 加速器の基礎とダンピングリング, OHO'06 テキスト

[7] 奥木 敏行, 最終収束系の設計, OHO'06 テキスト

[8] 奥木 敏行, ビーム輸送, OHO'02 テキスト

[9] K. Oide, PRL vol 61, p1713 (1988)

[10] A Aryshev et. al., ATF Report 2020, CERN-ACC-2020-0029

[11] 久保 浄, KEK-ATF における極小ビームサイズ達成, 「加速器」 Vol.12, No.1. (2015)

[12] 奥木 敏行他, ATF2 焦点における FONT パルス内フィードバックを使ったジッター低減, MOOL04 (2016)