# 14. QST 重粒子線治療用加速器の超伝導化

量子科学技術研究開発機構

## 水島康太 楊 叶

## QST重粒子線治療用加速器の超伝導化

1	はじ	めに	<b>14</b> -1
2	重粒	子線治療装置と超伝導技術	<b>14</b> -1
	2.1	重粒子線治療装置の変遷	<b>14</b> -1
	2.2	超伝導回転ガントリーの実用化	<b>14</b> -2
	2.3	次世代重粒子線治療装置の開発	<b>14</b> -3
3	シン	クロトロン用超伝導電磁石	<b>14</b> -3
	3.1	シンクロトロン概要	<b>14</b> -3
	3.2	超伝導電磁石概要	14 - 4
	3.3	超伝導電磁石の磁場設計	<b>14</b> -5
4	超伝	導電磁石の冷却設計	<b>14</b> -8
	4.1	高速励磁運転下の交流損失	<b>14</b> -8
	4.2	動的シミュレーション	<b>14</b> -13
5	おわ	りに	<b>14</b> -16
謝	辞 …		<b>14</b> -16
参	考文献		<b>14</b> -16

## QST 重粒子線治療用加速器の 超伝導化

## 1. はじめに

国内のがん発症患者数は毎年 100 万人を超え、 現在では、生涯でがんに罹る割合は2人に1人と 言われる。1981 年以降、がんは日本人の死亡原因 第一位となっており、がん対策は基礎研究から診 断、治療などの医療分野に至る様々な方面におい て重要課題として取り組まれている。一方、平均 寿命が延びて高齢化が進む社会においては医療 費の増加も大きな問題となっており、がん治療後 も生活の質(Quality of Life: QOL)を維持し、健 康寿命を伸ばすことが強く求められている[1]。

放射線がん治療の一つである重粒子線治療は、 加速された炭素などのイオンビームを利用し、ブ ラッグピークにおける線量集中性(Fig.1)や体内 における散乱の少なさを活かして、正常組織の損 傷を抑えつつ、腫瘍に対して高い線量を与えるこ とが可能である[2]。また、高い生物効果を持つ重 粒子線は低酸素下の放射線抵抗性がんに対して も有効であり、腫瘍への線量集中性や正常組織の 損傷抑制とあわせて、X線や陽子線を用いた放射 線治療と比較して短期間での治療を実現してい る。患部を切除しないため治療後の臓器機能を温 存でき、周辺正常組織の障害も低減できるという



Fig.1 放射線による深部線量分布の比較。

利点から、QOLの向上にも有効な治療法と言える だろう。

重粒子線治療による良好な臨床成績が明らか になるとともに有効性は広く認められ、重粒子線 治療施設は世界で増え続けている。しかしなが ら、十分に普及しているとも言えないのが現状で ある。実際、同じ荷電粒子を用いる陽子線治療は 2018 年から 2020 年の間に新たに建設された 30 以上の施設で治療が開始されたのに対し、重粒子 治療はわずか3施設の増加に留まっている[3]。X 線治療装置はもとより、陽子線治療と比べても重 粒子線治療の普及が遅れている大きな要因は、巨 大な装置とそれを納めるための専用建屋が必要 なこと、そして、そのために導入コスト、運用コ ストが非常に高額なことにある。また、これら費 用が高額な治療費として転嫁され、国内における 保険適用拡大の障害にもなっている。多くの人に 手頃な費用で高度な治療を提供するためには、小 型で安価な治療装置の開発が必須となる。

本稿では、重粒子線治療の普及を目指して量子 科学技術研究開発機構(QST)が進める次世代重 粒子線治療装置の開発プロジェクトをもとに、重 粒子線治療用シンクロトロンのために開発中の 超伝導電磁石について説明する。

### 2. 重粒子線治療装置と超伝導技術

#### 2.1. 重粒子線治療装置の変遷

最初期の重粒子線がん治療は、1975年から 1992年にかけて米国ローレンス・バークレー研 究所(LBL)で行われた臨床試験となる。そこで は、184インチシンクロサイクロトロンや重イオ ン加速器 Bevalac から供給されるヘリウム線やネ オン線を用いた治療が行われた。その後、日本の 放射線医学総合研究所(QSTの前身)に世界初の 医療用重粒子線加速器 HIMAC が建設され[4]、 1994年から炭素線を用いた治療が始まった。現 在までに HIMAC での治療患者数は延べ 12,000 名を超え、そこで示された多くの臨床成績によっ て重粒子線治療の有効性が広く認められるに至 ったと言える。HIMAC は重粒子線治療専用の加 速器ではあるものの、幅広い基礎研究や臨床試験 を行える複合施設として作られた側面が強く、治 療施設としては非常に大きな 120 m×65 m の建 屋に収容された大型装置となっている (Fig. 2)。

HIMAC 以降に建てられた主な重粒子線治療施 設は臨床に特化したものとなり、炭素線治療を行 えるように最適化された装置が使用されている。 最新の重粒子線治療施設の一例である山形大学 の東日本重粒子センター(2021年治療開始)は、 主加速器となるシンクロトロンと治療室を含む 回転ガントリー装置を立体的に配置した構造を しており、建屋面積を45m×45m程度まで縮小 できている(Fig. 3)[5]。

そのように大幅な装置の小型化を実現できた 背景には、回転ガントリーに載せるビーム輸送用 偏向電磁石を超伝導化したことが理由としてあ げられる。



Fig. 2 放射線医学総合研究所の重粒子線治療 用加速器 HIMAC。

#### 2.2. 超伝導回転ガントリーの実用化

回転ガントリーは、治療台上の患者の周りを回転し、360度の任意の方向から放射線を照射するための装置である。X線や陽子線治療では一般的に使われている装置であるものの、重粒子線の場合は必要なビームエネルギーが高いことから電磁石の大型化が避けられず、装置全体が巨大化してしまうため、まったく普及しないという状況があった。実際、世界初の重粒子線回転ガントリーはドイツのハイデルベルグ大学に作られたが、全長25m、重量は600tを超えるとも言われる巨大な装置であった(Fig.4)[6]。

重粒子線治療で使われる炭素イオンビームの 最大エネルギーは、水中飛程 30 cm 程度を確保す るために 430 MeV/u としている装置が多く、磁 気剛性は 6.6 Tm 程度となる。そのため、鉄の飽 和により実用上 1.8 T 程度が限界となる常伝導電 磁石では必要な磁極長が長くなり、電磁石の荷重 やそれらを支える構造も太くなることから重量 化が進んでしまう。そこで、放射線医学総合研究 所は超伝導電磁石を採用した回転ガントリー (Fig. 5)を株式会社東芝との共同で開発し、普及 可能な重粒子回転ガントリーの実現を目指した [7]。結果として、放射線医学総合研究所に作られ



Fig.3 山形大学の東日本重粒子センター[5]。



Fig. 4 ハイデルベルグ大学病院の重粒子線治療用回転ガントリー[6]。



Fig.5 重粒子線治療用超伝導回転ガントリー。

た回転ガントリーは、全長、重量ともに従来装置 のおよそ半分まで小型化することに成功した。

現在山形大学に納められている回転ガントリーは超伝導電磁石を高磁場化することで、放射線 医学総合研究所のモデルよりさらに3割ほど小型 化されている。同タイプの回転ガントリーは韓国 の延世大学、ソウル大学にも納入予定であり、今 後も超伝導化により小型化された回転ガントリーの普及は広がっていくものと考えられる。

#### 2.3. 次世代重粒子線治療装置の開発

超伝導技術による回転ガントリー装置の小型 化成功を受けて、QST は重粒子シンクロトロンに も超伝導電磁石を用い、さらに装置全体を大幅に 小型化する次世代重粒子線治療装置「量子メス」 (Fig. 6)の開発プロジェクトを立ち上げた[8]。量 子メス装置は、入射器となるレーザーイオン加速 器、主加速器の超伝導シンクロトロン、照射装置 となる超伝導回転ガントリーで構成され、陽子線 治療装置でも現在主流となりつつある治療室が 1室のみの最小パッケージとした。装置サイズと しては、既存の病院建物内にも設置が検討でき、 最新の陽子線治療装置と同等程度の 20 m×10 m の設置面積を目指している。重粒子線治療の場 合、X線や陽子線治療と比較して短期照射での治 療が可能であるため、治療室1室でも十分な治療 患者数を見込むことができる。



Fig.6 次世代重粒子線治療装置「量子メス」。

超伝導技術により偏向電磁石を高磁場化でき れば小型化した加速器の設計が可能となるが、そ のとき超伝導電磁石の設計が現実的に成り立つ かどうかが重要な鍵となる。特に、シンクロトロ ンの場合は交流運転による発熱があり、治療時間 短縮のために高い磁場変化速度が求められるこ とから、発熱に対する冷却システムの成立性が大 きな課題となる。

次章からは、次世代重粒子線治療装置に求めら れる仕様をもとに設計されたシンクロトロン用 超伝導電磁石の概要について説明する。

## 3. シンクロトロン用超伝導電磁石

#### 3.1. シンクロトロン概要

次世代重粒子線治療装置のために設計された シンクロトロンのレイアウトを Fig.7 に示す。シ ンクロトロンの機器配置には、製造コストの高い 超伝導電磁石の台数が少なく、磁場やアライメン トの誤差に比較的強い FODO 型の四回対称ラテ ィスが選ばれた。小型化のため、超伝導偏向電磁 石は二極磁場と四極磁場を独立に励磁可能な機 能結合型としている。高磁場化による小型化効果 と電磁石、冷却システムの成立性を考慮して、超 伝導電磁石の最大二極磁場は 3.5 T とされた。シ ンクロトロンの周長はおよそ 29 m であり、常伝 導電磁石を用いた従来の重粒子線治療用シンク ロトロンの半分程度の周長となる。

重粒子線治療に使用する目的で、4 つのイオン 種(4He<sup>2+</sup>、<sup>12</sup>C<sup>6+</sup>、<sup>16</sup>O<sup>8+</sup>、<sup>20</sup>Ne<sup>10+</sup>)を加速するこ とを想定している。シンクロトロンへの入射エネ ルギーは 4 MeV/u で、出射エネルギーは最大 430 MeV/u から 56 MeV/u まで可変となる。ビーム出



Fig.7 シンクロトロンのレイアウト。



Fig.8パルス内エネルギー可変型運転方式。

射方法には RF ノックアウトによる遅い取り出し を用い、重粒子線照射中のビームエネルギー変更 を素早く行うため、HIMAC で開発されたパルス 内エネルギー可変型運転方式 (Fig. 8)を採用する [9]。この運転方式を用いれば照射中のビーム入射 回数を最小化することができるため、超伝導電磁 石の励磁速度に対する要求仕様値を緩和するこ とにもつながる。

### 3.2. 超伝導電磁石概要

シンクロトロン設計から定められた超伝導偏 向電磁石[10]の仕様値を Table 1 にまとめる。シ ンクロトロンは4台の超伝導偏向電磁石で構成さ れ、1台あたりの長さはおよそ3mである。超伝 導電磁石の真空容器内部では2つの45度偏向電 磁石に分かれており、それぞれの電磁石には二極 磁場コイルと四極磁場コイルが備わっている。二 極磁場の運転範囲は 0.3 T (4 MeV/u 時) から 3.5 T (430 MeV/u 時) であり、最大励磁速度は 0.64 T/s が求められる。

#### Table 1 超伝導電磁石の仕様

Central field	0.3–3.5 T		
Central field gradient	0.1–1.5 T/m		
Ramp rate	0.64 T/s		
Operation temperature	4.2 K		
Bending angle	45 degrees		
Magnetic length	1.49 m		
Curvature radius	1.89 m		
Reference radius	30 mm		
	$2.5 \times 10^{-4}$		
E:-111:4	(injection) $3.5 \times 10^{-4}$		
Field quality			
	(top energy)		
Field gradient quality	$1.0 \times 10^{-3}$		

本超伝導電磁石のコイルには、回転ガントリー 用超伝導電磁石と同様にサーフェイスワインデ ィング法を採用し[11]、湾曲形状の巻き枠上に直 径 1 mm 程度の NbTi モノリス線を三次元的に巻 き線する (Fig. 9)。一般的な病院での運用を考え て運転や保守のしやすさを重視し、冷却システム には液体へリウムを使用せず、高純度アルミを伝 熱パスとして小型 GM 冷凍機のみで運転する伝 導冷却方式を採用した。この方式は回転ガントリ ー用超伝導電磁石でも採用されており (Fig. 10)、



Fig.9 超伝導回転ガントリーのコイル[11]。



Fig. 10 重粒子回転ガントリー用超伝導電磁石の外観[11]。

見込まれる運転時の発熱量にあわせて搭載する 冷凍機台数を増やすことで十分な冷凍能力を得 ることができる。

## 3.3. 超伝導電磁石の磁場設計

#### 3.3.1. 二次元断面設計

超伝導電磁石の断面図を Fig. 11 に示す。電磁 石は、内側からビームダクト (SUS)、輻射シール ド (SUS+A5083)、コイル巻き芯 (GFRP)、四極 磁場コイル、二極磁場コイル、カラー (SUS)、鉄 ヨークで構成され、輻射シールドより内側は室温 部、輻射シールドより外側は極低温部となる。ま た、それぞれのコイルと鉄ヨークの外側には高純 度アルミシートが伝熱パスとして貼り付けられ



Fig.11 超伝導偏向電磁石の断面図。

る[12]。シンクロトロンの光学設計から、超伝導 電磁石中のビーム通過領域は 60 mm×38 mm(周 回領域: A) と 94 mm×16 mm(出射軌道領域: B) を合わせた扁平な領域となったため、コイルター ン数を減らす目的でコイル断面を楕円形状にし ている。二極、四極磁場コイルの導体配置はそれ ぞれコサインθ、コサイン 2 θ 型分布にもとづい ており、求められた磁場均一度を満たすため、電 磁場計算から得られる誤差にもとづき導体配置 をシフトする最適化計算を繰り返してコイル形 状を決定した[13]。また、0.5 mm 厚のケイ素鋼板 (50A470)を積層して作られる鉄ヨークの断面形 状は、鉄の飽和により増加する多極磁場が許容値 以内となるようにコイルからの距離、そして鉄ヨ ークの幅を水平方向、垂直方向に決めた。

最終的に得られたコイルパラメータを Table 2 に示す。ビームエネルギーに応じて動作点の調整 を行うため、二極磁場コイルと四極磁場コイルは それぞれ個別の電源で励磁される。伝導冷却シス テムにおける温度マージンを確保するため、二極 磁場コイルの最大電流値は 265 A に定めた。

#### Table 2 超伝導コイルのパラメータ

Item	Dipole	Quadrupole	
Number of turns/pole	1070	36	
Number of winding layers	22	2	
Inner radius	<i>a</i> : 77 mm	<i>a</i> : 72 mm	
inner ruurub	<i>b</i> : 55 mm	<i>b</i> : 50 mm	
Outer radius	<i>a</i> : 103 mm	<i>a</i> : 74 mm	
	<i>b</i> : 81 mm	<i>b</i> : 52 mm	
Nominal current	265 A	123 A	
Nominal current	(3.5 T)	(1.5 T/m)	
Stored energy	193 kJ	0.1 kJ	
Self-inductance	5.5 H	8.4 mH	

本超伝導電磁石に採用予定の NbTi モノリス線 のパラメータを Table 3 に示す。この超伝導線は、 古河電気工業にて製作実績があり、フィラメント が細くツイストピッチが小さい低交流損失用線 材の仕様をもとにしている。後述する三次元磁場 計算の結果からコイル内の最大磁場は 4.3 T であ り、分流開始温度は 5.8 K と見積もられた。また、 運転最大電流条件 265 A での負荷率は 71%@4.2 K となる。

Table 3 NbTi モノリス線のパラメータ

Diameter	<i>φ</i> 1.0 mm			
	(without insulation)			
	<i>φ</i> 1.1 mm			
	(with insulation)			
Cu:CuNi:NbTi	1.43:1.40:1.00			
Filament diameter	2.4 µm			
Number of	33600			
filaments				
Twist pitch	10 mm			
Critical current	492 A (5 T, 4.2 K)			
	399 A (6 T, 4.2 K)			
	305 A (7 T, 4.2 K)			
RRR	166 (0 T), 82 (2 T), 63 (3 T)			

## 3.3.2. 三次元コイル形状最適化

断面形状の決定後、商用の解析ソフト (OPERA-3D)を用いてフルスケールでの三次元 磁場計算を行う(Fig. 12)。湾曲形状により生ま れる多極磁場成分を計算結果から求め、その分を 打ち消すように二次元断面での導体位置は再度 調整された。超伝導電磁石の中心部における参照 半径 30 mm での多極磁場解析結果を Fig. 13 に 示す。この計算では二極、四極磁場コイルの電流 値を同時に 265 A、123 Aまで上げている。最大 電流条件まで B<sub>1</sub>、B<sub>2</sub> は線形に上昇しているが、 鉄の飽和の影響により B<sub>3</sub>、B<sub>4</sub> は二極磁場コイル が 200 A 以上の領域で増加する傾向が見えてい る。Table 4 に 20 極成分まで求めた相対誤差を示 しており、入射エネルギー、最大エネルギーのど



Fig. 12 最大励磁時の三次元磁場計算結果。

(a) 鉄ヨーク, (b) コイル。



Fig. 13 多極磁場解析結果。

ちらの条件においても所望の磁場均一度が満た されていることが確認された。

Table 4 多極磁場による相対誤差

$B_1$	0.30	3.50	[T]
$B_3 / B_1$	-1.07	3.35	[10 <sup>-4</sup> ]
$B_5 / B_1$	-0.08	-0.16	[10-4]
$B_7 / B_1$	-0.01	-0.01	[10-4]
$B_9 / B_1$	0.01	0.02	[10 <sup>-4</sup> ]
$B_2 / R_{\rm ref}$	0.13	1.5	[T/m]
$B_4 / B_2$	-3.61	1.68	[10 <sup>-4</sup> ]
$B_6 / B_2$	2.14	2.25	[10 <sup>-4</sup> ]
$B_8 / B_2$	-0.04	0.02	[10-4]
$B_{10} / B_2$	-0.40	-0.40	$[10^{-4}]$

磁場均一度はビーム軌道軸上に沿った積分値 で評価されるのが一般的である。鞍型コイルの場 合、コイルエンド領域に大きな多極成分が生じる ため[14]、積分磁場が許容値以内となるようにコ イルエンド形状を最適化する必要がある。サーフ ェイスワインディング法を用いれば高い自由度 で導体配置を制御できるため、ある領域に多極磁 場成分を付加することも比較的容易である。コイ ルエンドに六極磁場成分を加えた場合の一例を Fig. 14 に示している。この方法を用いれば、コイ ルエンドだけでなく、任意の局所に多極磁場を生 成することも可能である。

前述の通り、磁場均一度は積分値で評価するの が一般的であるものの、小型シンクロトロンの場 合、偏向電磁石1台あたりの偏向角が大きいため、 光学パラメータであるベータ関数の変化による 影響を無視できない。次世代重粒子線治療装置の シンクロトロンでは、ビーム入射時の空間電荷効 果により vx+vy=3の線形結合共鳴が働いてビー ムロスを引き起こすことが粒子トラッキング計 算からわかっていた。また、そのとき線形結合共 鳴を強く励起していた原因は、超伝導電磁石の六 極磁場と垂直方向閉軌道誤差 (COD) によってス キュー四極磁場に相当する効果がビームに働く ことにあった。そこで本超伝導電磁石では、垂直 方向 COD による線形結合共鳴の励起を抑えるた め、次の式にもとづいてコイルエンドの六極磁場 分布を最適化した。



Fig. 14 コイルエンド巻き線の最適化例。



Fig. 15 コイルエンド最適化による六極磁場分 布の変化。

$$K_{1s} = \int \sqrt{\beta_x \beta_y} \left( k_2 + \frac{2k_1}{\rho} \right) \Delta y ds \qquad (3-1)$$

$$\approx \langle \Delta Y \rangle \int \sqrt{\beta_x} \beta_y \left( k_2 + \frac{2k_1}{\rho} \right) ds \qquad (3-2)$$

ここで、 $K_{1s}$ は六極磁場起因のスキュー四極磁場、  $k_1$ 、 $k_2$ は四極、六極磁場成分、 $\rho$ は曲率半径、 $\Delta y$ は垂直方向 COD、 $\langle \Delta Y \rangle$  は正規化位相空間での垂 直方向 COD の平均とする。

コイルエンド最適化前後の六極磁場分布をFig. 15に示す。最適化前にはコイルエンド領域に大き な六極磁場が生じているが、最適化により六極磁 場のピークが下げられている様子が見える。

#### 3.3.3. 動的磁場や履歴による影響

ここまでに記載した内容は静的な条件におけ る磁場設計である。本稿では記載しないが、実際 のシンクロトロン運転では、ビーム加減速にあわ せた磁場の時間的変動を伴うため、超伝導体のカ ップリング電流や遮蔽電流(永久電流)の履歴効 果[15,16]、金属体に生じる渦電流による影響など を含めて磁場均一度を評価することが次の段階 にて必要となる。

## 4. 超伝導電磁石の冷却設計

シンクロトロン用超伝導磁石は、加速する粒子 の運動量にあわせて磁場の強さを変えなければ ならない。その際、システム内の金属構造物に渦 電流、鉄のヒステリシス、超伝導線に流れる永久 電流とカップリング電流による損失が発生する。 超伝導電磁石を安定化させるため、冷却システム で損失による熱を取り出し、交流運転中の磁石温 度が分流開始温度以下に保つ必要がある。多くの 加速器施設の超伝導電磁石では、高磁場生成のた めに液体ヘリウムによる浸漬冷却方式が採用さ れている。一方、次世代重粒子線治療装置では、 一般的病院での運転を考え、小型 GM 冷凍機によ る伝導冷却方式を採用した。液体ヘリウムを用い た冷却方式と違って、GM 冷凍機の冷凍能力は小 さい。また、発熱源まで伝熱パスで接続するため、 冷凍機ヘッドとの間に温度差も生じ、高速励磁運 転下の熱安定性は大きな課題となる。

本章では、磁場掃引速度が 0.7 T/s、最大磁場 3.5 T のシンクロトロン用超伝導電磁石の実際の冷却 設計例について紹介する[17]。

#### 4.1. 高速励磁運転下の交流損失

超伝導電磁石を安定化させるため、システムへ の入熱と発熱を上回る冷凍能力にする必要があ る。本節では高速運転下の超伝導磁石に発生する 交流損失の見積りについて概要を説明する。超伝 導電磁石の交流損失は、磁束密度の大きさによる 静的な発熱と磁場変化率による動的な発熱に分 けられる。静的な発熱は、鉄のヒステリシスと超 伝導フィラメント内に流れる永久電流による磁 化の発熱だと考えられる。一方、動的な発熱はカ ラーや金属の伝熱パスに発生する渦電流、超伝導 のフィラメントと安定化材間に発生するカップ リング電流、鉄に発生する渦と異常渦電流などに よる発熱だと考えられる。本超伝導電磁石は NbTi のモノリス線を使用しているため、超伝導 素線間のカップリング損失はない。各部分に発生 する交流損失は磁場と磁場変化の関係から以下 のように簡単にまとめることができる。



本超伝導磁石は 0.5 mm の無方向性電磁鋼板を使 用している。また、鉄の断面に直交する磁束はコ イル端部しか発生せず、鉄ヨーク全体の発熱に対 しては小さいと考えられるため、本節では鉄ヨー ク内の渦電流損失と異常渦電流損失を無視した。

## 4.1.1. 超伝導コイルの交流損失

超伝導線に外部磁場をかけるとフィラメント 内に永久電流が流れ、超伝導線は磁化される。印 加する磁場を $0 \rightarrow B_{max} \rightarrow -B_{max} \rightarrow B_{max}$ のパ ターンで掃引していくと、Fig. 17 に示すようなヒ ステリシスループを描く。最初 0 T から磁場を下 部臨界磁場 $B_{c1}$ まで上げると、フィラメント表面か ら中心に向かって磁束が徐々に侵入し、磁化は外 部磁場に線形に比例する。さらに、磁場を下部磁 場 $B_{c1}$ から上部磁場 $B_{c2}$ まで上げていくと、 Meisnner 相から Shubnikov 相に転移し、磁化は 外部磁場の増加につれて減衰する[18]。超伝導線 に発生するヒステリシス損失は以下の式で求め られる。

$$Q = \int \oint M dB \, dV \tag{4-1}$$

ここで、*M*,*B*,*V*はそれぞれ磁化、磁束密度、線材の体積である。すなわち、磁化ループを磁束密度で積分すれば、ヒステリシスの発熱を求められる。

精度よく磁化ループを計算するため、本超伝導 電磁石設計では Nested Ellipse モデルを使用し た。Nested Ellipse モデルは、永久電流の大きさ が臨界電流密度となるとき、フィラメント内の磁 場分布を Ampere の法則 ( $\nabla \times \vec{H} = \vec{J}$ ) で計算し、 磁化分布を求める方法である[19]。線材内の磁場 分布は以下のように表せる。

$$\frac{dB}{da} = F\mu_0 r_f J_c(T, B) \tag{4-2}$$

ここで、qはフィラメントの規格した深さで、0 はフィラメントの表面、1 はフィラメントの中心 となる。Fは永久電流の幾何学的補正係数で、 1.227になる。r<sub>f</sub>はフィラメントの半径で、J<sub>c</sub>は臨 界電流密度である。線材全体の磁化はフィラメン トに流れる永久電流を積分することで求められ る。

$$M = \lambda r_f \sum_{i=1}^n \xi \int_{q_i}^{q_{i+1}} J_c(T, B) (1 - q^2) \, dq \qquad (4-3)$$

ここで、λは NbTi の面積比である。ξは磁場掃引 方向の係数で、dI/dt > 0のとき-1、dI/dt < 0の とき1となる。Fig. 16 は Nested Ellipse モデル で計算した磁場侵入と永久電流分布を示す。外部 磁場を印加するときに、フィラメントの表面から 磁束が中心に向かって侵入する。フィラメントの 中心に到達した後、侵入磁場が強くなり、永久電 流(臨界電流密度)が下がる。磁場の方向が変化 すると、表面に逆方向の磁場が再び侵入し、Fig. 16(c)に示す分布となる。フィラメント径が大きい 線材ほど、侵入する磁束が多く、磁化されやすい。 超伝導線の磁化による発熱を正確に評価するた



**Fig. 16** 外部磁場が変化したときの Nested Ellipse モデルにより計算した磁場侵入と永久 電流分布。



Fig. 17 超伝導線の磁化測定結果とモデルの 比較。

めに、以上の式を 4 次 Runge-Kutta 法で解いた。 その結果は Fig. 17 に示す。ピックアップコイル 法で測定した線材の磁化をほぼ再現することを 確認でき、モデルの妥当性を検証できた。

次に、超伝導線材のカップリング損失を見積 る。カップリング損失はツイストしたフィラメン トと安定化材間のカップリング電流による発熱 である。カップリング電流は安定化材の断面を横 切っているので、安定化材の電気抵抗率で減衰す る。本超伝導電磁石に使用される NbTi のモノリ ス線は CuNi のバリアを入れることでカップリン グ電流の時定数を 1.16 ms まで減らすことができ た。一般的な厳密解を用いて、サイクル当たりの カップリング損失パワーを以下の式で計算でき る[20]。

$$P_{coup} = \lambda \frac{2}{\mu_0} \int \tau (\frac{dB}{dt})^2 dV \qquad (4-4)$$

ここで、 $\tau$ は時定数で、 $\frac{dB}{dt}$ は磁場変化率である。

以上の式を使って、代表的な磁場、コイル長さ とターン数で発熱をおよそ見積もることができ るが、発熱を過大評価しないために、三次元の磁 場分布を考慮した発熱密度を検討した。Fig. 18 は 超伝導コイルの発熱密度分布を示す。磁場が高い 場所で発熱が大きくなっている。0.2 T から 3.5 T



Fig. 18 超伝導コイルの三次元発熱密度分布。

まで 5 s で立上げ・立下げたとき、磁石 45 度当り に 81.9 J/cycle の発熱があることが分かった。

4.1.2. 鉄ヨークの交流損失

Fig. 19 は鉄の磁化過程を示す。消磁した鉄にお 互いに打ち消す磁区が形成されている。外部磁場 を印加すると、外部磁場の方向に近い磁区が成長 し、鉄の飽和領域に入る直前にスピン磁化しやす い方向に全部揃う。最後、全てスピンが外部磁場 方向に揃い、磁化が飽和する。減磁するとき、磁 化しやすい磁区のスピンが徐々に揃うため、外部 磁場を上げ・下げすると、Fig. 20 のようなループ を描くことができる[21]。

超伝導線の交流損失と同様に、鉄の交流損失も 磁化ループを積分することで求められる。鉄の磁 化ループを求めるために、Jiles-Atheron (J-A) モデル[22]、Preisach モデル[23]、Play モデル[24] などが使われる。Preisach モデルや Play モデル は磁場を変えながら磁化の分布関数を測定し、得 られた分布関数から磁化ループを計算する手法 である。J-A モデルは D. Jiles と D. Atherton が 提案した理論式で、 $M_{s},k,c,a,\alpha$ の五つのパラメー タで磁化ループを求める手法である。ここで、J-







## **Fig. 20** 鉄のメジャーループの測定とモデルの比較。

**A**モデルを使って鉄の交流損失を計算する。鉄の 磁化は非ヒステリシス磁化*M*anと不可逆磁化*M*irr に分離でき、以下の微分方程式で表せる。

$$\frac{dM}{dH} = \frac{1}{1 - \alpha c} \{ c \, \frac{dM_{an}}{dH_e} + (1 - c) \frac{dM_{irr}}{dH} \} \quad (4-5)$$

ここで、 $H_e = H + \alpha M$ は実効的な磁場である。非 ヒステリシス磁場は Langevin の式で書き換え る。

$$M_{an} = M_s \{ \coth\left(\frac{H_e}{a}\right) - \frac{a}{H_e} \}$$
(4-6)

$$\frac{dM_{an}}{dH_e} = \frac{M_s}{a} \{1 - \coth^2\left(\frac{H_e}{a}\right) - \left(\frac{a}{H_e}\right)^2\}$$
(4-7)

不可逆磁化の微分方程式は

$$\frac{dM_{irr}}{dH} = \frac{M_{an} - M}{k\delta(1 - c) - \alpha(M_{an} - M)}$$
(4-8)

ここで、 $\delta$ は磁場掃引方向の係数で、dH/dt > 0のでは1となり、dH/dt < 0では-1となる。

以上の微分方程式を 4 次 Runge-Kutta 法で解 けば Fig. 20 のような磁化ループを求めることが できる。77 K で測定した鉄(50A470, JFE Steel Corporation)のメジャーループと比較し、ほぼ再 現できていることを確認した。同様に、三次元の 磁場分布を考慮した発熱密度分布を Fig. 21 に示 す。磁場が高いコイルの極付近の発熱密度が大き い。0.2 T から 3.5 T まで上げ下げしたとき、磁



**Fig. 21** 鉄ヒステリシスによる三次元発熱密 度分布。

石 45 度当りの発熱は 8.0 J/cycle で、超伝導コイ ルの発熱に対し、約一桁低い。

4.1.3. カラーの交流損失

超伝導コイルはステンレスのカラーでクラン プされている。鉄と同様に大きな渦電流が流れな いように軸方向に分割して、カラー同士の間に絶 縁層を入れる構造にする。カラーは複雑な形状を しているため、ここでカラーの厚さと渦電流損失 の関係を有限要素法 (Finite Element Method: FEM)で調査した。モデルを簡単化するため、カ ラーのみのモデルの境界に虚像電流法で計算し たベクトルポテンシャルをかけ、以下の支配方程 式を解いた[25]。

$$\sigma \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} + \nabla \times \nu \nabla \times \vec{A} = 0 \tag{4-9}$$

ここで、σは電気伝導率、*A*はベクトルポテンシャル、νは磁気抵抗率である。超伝導磁石が作るベクトルポテンシャル*A*は以下の式で近似できる[26]。

$$\begin{aligned} A_{z}(r,\theta) &= -\frac{\mu_{0}I}{2\pi} \ln\left(\frac{r}{a}\right) + \frac{\mu_{0}I}{2\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \left(\frac{a}{r}\right)^{n} \cos[n(\phi-\theta)] \left[1 + \frac{\mu-1}{\mu+1} \left(\frac{r}{R_{f}}\right)^{2n}\right] & \text{for } a < r < R_{f} \\ A_{z}(r,\theta) &= \frac{\mu_{0}I}{2\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \left(\frac{r}{a}\right)^{n} \cos[n(\phi-\theta)] \left[1 + \frac{\mu-1}{\mu+1} \left(\frac{r}{R_{f}}\right)^{2n}\right] & \text{for } r < a \\ A_{z}(r,\theta) &= -\frac{\mu\mu_{0}I}{2\pi} \ln\left(\frac{r}{a}\right) + \frac{2\mu}{\mu+1} \frac{\mu_{0}I}{2\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \left(\frac{a}{r}\right)^{n} \cos[n(\phi-\theta)] & \text{for } r > R_{f} \end{aligned}$$

(4-10)



Fig. 22 カラーの厚さと発熱密度の関係。

 $r, \theta$ は観測点の座標で、 $a, \phi$ は線材の中心座標である。 $\mu$ は代表的な比透磁率で、 $R_f$ は鉄の内径である。Fig. 22 は計算した渦電流損失を示す。発熱密度はカラーの厚さにほぼ二乗に比例して増加する。カラーの発熱を抑えるために、本超伝導磁石のカラー分割厚を 20 mm にした。

#### 4.1.4. 伝熱パスの交流損失

伝導冷却の超伝導電磁石は、超伝導コイルと冷 凍機間は熱伝導率が高い高純度アルミで熱的に 接続されている。例えば、残留抵抗比(RRR)が 2000のアルミの熱伝導率は約5000 W/m/K(4.2 K)となる。Wiedemann-Franzの法則により、4.2 Kにおけるアルミの電気抵抗率は以下のように計 算される。

$$\sigma = \frac{k}{LT} = \frac{5000}{2.44 \times 10^{-8} \times 4.2} = 4.9 \times 10^{10} \,\text{S/m} \quad (4\text{-}11)$$

良導体は非常に電気伝導率が高く、大きな渦電流 が生まれやすい。渦電流損失を低減させるために二極 と四極コイルの外径側にそれぞれ厚さ 0.25 mm、 幅 2 mm のアルミシート 15 枚を周方向に 32 等 分で挿入した。アルミシートに発生する渦電流損 失パワーは無限長の板の近似式で求めた[27]。

$$P_{eddy} = \frac{\sigma}{12} t b^3 l (\frac{d\vec{B}}{dt} \cdot \vec{n})^2 \qquad (4-12)$$

ここで、*t*,*b*,*l*は伝熱パスのそれぞれ厚さ、幅、長 さである。*n*は伝熱パスの表面に垂直する単位ベ クトルである。式から発熱パワーは幅の三乗に比



# Fig. 23 二極コイルと四極コイルの外径側に配置されるアルミ伝熱板の発熱分布。

例しているので、幅を減らすことが効果的であ る。

次に、伝熱パスを挿入する場所の磁場分布を考 慮する。本超伝導電磁石は楕円状の断面にしてお り、四極と二極コイルの外径側における磁場成分 を次のように楕円座標系に変換する[28]。

$$B_{\eta} = \frac{B_x \sinh \eta_0 \cos \phi + B_y \cosh \eta_0 \sin \phi}{\sqrt{\sinh^2 \eta + \sin^2 \phi}}$$
(4-13)

$$B_{\phi} = \frac{-B_x \cosh \eta_0 \sin \phi + B_y \sinh \eta_0 \cos \phi}{\sqrt{\sinh^2 \eta_0 + \sin^2 \phi}} \qquad (4-14)$$

ここで、 $\eta_0 = \tanh^{-1}(b/a)$ は楕円の参照半径で、 $B_\eta$ は楕円の径方向の磁場成分で、 $B_\phi$ は楕円の周方向の磁場成分である。

Fig. 23 は二極コイルと四極コイルの外径側に 配置されるアルミ伝熱板の発熱密度分布を示す。 コイルの極に近い場所は磁場が高く、約 60 kJ/m<sup>3</sup>/cycleとなる。一方、0、180 度側の磁場が 低く、そこに伝熱パスを配置することで発熱だけ でなく熱伝導率も向上させることができる。磁場 分布を考慮した発熱を積分すると、磁石 45 度当 りの発熱は約 14 J/cycle となる。

#### 4.1.5. まとめ

Table 5は90度の超伝導偏向電磁石に発生するサ イクル当たりの交流損失の内訳を示しており、二 極コイルのヒステリシス損失が支配であること が分かった。交流損失を低減させるために、コイ ルのターン数やフィラメント径などを最適化す ることも考えられる。また、運転周期を20秒(5秒 加速-10秒ホールド-5秒減速)としたとき、冷凍機二 段ステージの発熱負荷は約10.6 Wで、4.2 Kで1.8 W のGM冷凍機を用いた場合、冷凍機とコイル間の 熱抵抗や入熱などを無視して最低6台以上が必要 となる。

Item		Volume	Cycle 1 (0 T $\rightarrow$ 3.5 T $\rightarrow$ 0 T)		Cycle 2 (0.2 T $\rightarrow$ 3.5 T $\rightarrow$ 0.2 T)		Stage	Material
		$[\times 2 \text{ m}^3]$	Loss [J/cycle]	Power [W/cycle]	Loss [J/cycle]	Power [W/cycle]	•	
Dipole coil	(Hysteresis)	$6.49 \times 10^{-3}$	171.02	8.55	140.25	7.01	2nd	Sc wire
	(Coupling)		11.66	0.58	10.38	0.52		
Quadrupole coil	(Hysteresis)	$4.25 \times 10^{-4}$	14.47	0.72	11.75	0.59	2nd	Sc wire
	(Coupling)		1.57	0.08	1.40	0.07		
Iron yoke	(Hysteresis)	$2.68 \times 10^{-1}$	21.26	1.06	16.08	0.80	2nd	Silicon steel
Collar		$2.28 \times 10^{-2}$	4.22	0.22	3.76	0.20	2nd	SUS304
Thermal path	(Quadrupole)	$4.47 \times 10^{-4}$	23.49	1.18	20.91	1.05	2nd	Aluminum
	(Dipole)	$4.47 \times 10^{-4}$	8.07	0.43	7.18	0.36	2nd	(RRR:2000)
Thermal shield	(Inner layer)	$1.33 \times 10^{-3}$	34.42	1.72	30.63	1.53	1st	SUS304
Total			255.76	12.79	211.71	10.59	2nd	
			34.42	1.72	30.63	1.53	1st	

Table 5 90 度超伝導偏向電磁石に発生する交流損失

#### 4.2. 動的シミュレーション

現実の治療では患者の入退室や位置決めなど に時間を要すため、シンクロトロンは単純な連続 運転とはならない。Fig. 24 は治療に基づく加速器 の運転パターンを示す。一回の照射で最大6サイ クルが必要で、照射間に最短10分かかると仮定 した。照射待機中は超伝導磁石を冷却させるため に、磁場を0Tまで減磁する。このような運転方 式で、一日8時間連続運転する。実際は腫瘍の深 さに合わせて可変エネルギーで照射を行うので、 腫瘍によって運転パターンが異なるが、冷却設計 は以下の最も厳しい運転条件で検討する。

- 加速:0.2 T → 3.5 T, 5 s
- ホールド: 3.5 T, 10 s
- 減速:3.5 T → 0.2 T, 5 s

本節は前節見積もった発熱量をもとに高速励 磁運転下での超伝導電磁石の温度上昇を評価す る。また、運転中に超伝導電磁石がクエンチした 場合の回復時間を見積る。



Fig. 24 加速器の運転と照射パターン。

4.2.1. シミュレーションモデル

システムの温度分布は以下の熱伝導方程式で 与えられる。

$$\rho C \frac{dT}{dt} = \nabla (k \cdot \nabla T) + q \qquad (4-15)$$

ここで、*ρ*,*C*,*T*,*t*,*k*,*q*はそれぞれ密度、比熱、温度、 時間、熱伝導率と単位体積当たりの発熱である。 伝導冷却の場合、Fig. 25 に示すように一段と二段 ステージの冷凍能力はそれぞれのヘッド温度で 決まる。つまり、伝導冷却システムは閉じた系で、 ベース温度は一定にならず、吸収する熱量によっ て変化している。本システムに適用させるため に、熱伝導方程式を以下の式に書き替える。

$$mC\frac{dT}{dt} = V\nabla(k \cdot \nabla T) + P_{cond} + P_{rad} + P_{lead} + P_{loss} - nP_{ref}$$
(4-16)

ここで、*m*,Vは質量と体積である。*P*<sub>loss</sub>は前節で 計算した交流損失で、*P*<sub>ref</sub>は冷凍機の冷凍曲線で、 *n*は冷凍機の台数である。*P*<sub>cond</sub>と*P*<sub>rad</sub>は磁石サポ ートや予冷管などの伝導と輻射による熱侵入で、 以下の式で与えられる。

$$P_{cond} = \frac{A}{l} \int_{T_l}^{T_h} k(T) dT \qquad (4-17)$$

$$P_{rad} = \sigma A (T_h^4 - T_l^4)$$
 (4-18)

ここで、A, lは断面積と長さで、 $T_h, T_l$ は高温と低温 側の温度で、 $\sigma$ は輻射係数である。例えば、室温と 一段の間に径 6 mm、長さ 100 mm の G10 サポ ートを入れるとする。G10 の 40 K から 300 K ま での熱伝導の積分値は 155.9 W/m なので、上式



Fig. 25 GM 冷凍機 (RDE-418D4,SHI) を 50 Hz で運転した時の冷凍曲線。

に代入して計算すると、伝導の熱侵入は約44mW となる。

P<sub>lead</sub>は電流リードによる熱侵入で、以下の式で 与えられる。

$$P_{lead} = RI^2 + \frac{A}{l} \int_{T_l}^{T_h} k(T) dT \qquad (4-19)$$

Rは電流リードの抵抗値で、Iは電流値である。一 般的に電流リードは高温超伝導体(HTS)で作ら れているので、RはHTSテープ線と電極間の接触 抵抗となる。Fig. 26 は本超伝導磁石の冷却システ ムのシミュレーションモデルを示す。コイルの内 側と外側に伝熱パスを挿入し、端部から取り出す 構造となっている。取り出した伝熱パスは鉄ヨー クの外径側で合流し、二段ステージに接続する。 二段ステージとヘッドは熱伝導がいいフレキで 接続する。同様に、一段ステージにアンカーして いる輻射シールドは冷凍機の一段ヘッドに接続 している。Fig. 27 は計算で使用する熱伝導率と比 熱を示す [29]。



Fig. 27 材質の熱伝導率と比熱。



Fig. 26 動的シミュレーションのモデル。

#### 4.2.2. 連続運転時の温度上昇

Fig. 28 は1台の90 度偏向超伝導電磁石に冷凍 機6台の条件で計算した連続運転時の温度上昇を 示す。加速器の運転サイクル(5秒加速-10秒ホー ルド・5秒減速)を固定し、1回の照射で6サイク ル、照射後の待機時間を10分とした。定常状態 における超伝導コイルと冷凍機二段ヘッドの温 度は2.7 Kと2.6 Kで、冷凍機一段ヘッドと輻射 シールドの温度は35.2 Kと53.9 Kとなる。それ に相当する90 度偏向超伝導電磁石1台当りの熱 侵入は一段と二段でそれぞれ249 Wと3.5 Wと なる。

磁場を上げるときに交流損失が大きくなり、温 度は磁場をホールドするまで急上昇し、ベース温 度に対する温度差は約 1.3 K となる。磁場を 3.5 T にホールドすると、10 秒間で約 0.4 K 回復 する。その後、磁場を下げると、同様に交流損失 で温度は約 0.5 K を上昇する。6 回の繰り返し運 転終了後、温度は徐々に減衰する。こういった照 射サイクルを8時間模擬していくと、約 400 分で 熱平衡状態に達し、ピーク温度は 4.5 K となる。 5.8 K の分流開始温度に対し、十分温度マージン があることが分かった。仮に冷凍機2 台分に相当 する冷凍能力が低下しても、Fig. 29 に示すよう に、最大温度が約 0.2 K しか上昇しないことが分 かる。

#### 4.2.3. クエンチ回復

超伝導電磁石がクエンチした場合、再び運転可 能な温度に冷えるまで治療を中断しなければな らない。治療運用を考えると、クエンチからの回 復時間は3時間以内が好ましい。



Fig. 29 冷凍機台数と最大温度上昇の関係。





Fig. 30 は、定格電流における蓄積エネルギーを 全て超伝導磁石に落した場合のクエンチを模擬 した温度波形を示す。クエンチで発生した熱は冷 凍機に吸収され、約 250 分をかけて4K以下に回 復した。クエンチする時刻からコイルの温度が4K になる時刻までの時間を回復時間と定義する。回 復時間と冷凍能力、蓄積エネルギーの関係はFig. 31 に示す。時間と冷凍機の関係は熱伝導方程式から 以下のように近似できるので、冷凍機台数と回復 時間は反比例していると考えられる。

$$\Delta t = mC \frac{\Delta T}{nP_{ref}} \tag{4-20}$$

超伝導磁石に落とす蓄積エネルギーを小さくす れば回復時間が改善できるので、クエンチ検出を 早くすることが重要である。



Fig. 30 クエンチ後の温度波形。



Fig. 31 クエンチ回復時間と蓄積エネルギーの 関係。

## 5. おわりに

QST は重粒子線治療の普及を目指した次世代 小型装置の開発プロジェクトを進めており、本稿 では現在検討されている重粒子線治療用シンク ロトロンの超伝導電磁石について紹介させてい ただいた。現在はまだ実現性評価を含む基本的な 設計検討の段階であるため、本稿に記載した内容 が必ずしも実機にそのまま適用されるとは限ら ないことにご留意いただきたい。

## 謝辞

この度の OHO'22 にて講義する機会を与えて 下さった KEK の荻津透先生、増澤美佳先生に感 謝いたします。本稿の作成に際しましては、QST の楊叶さんに冷却設計に関する原稿のご協力を いただきました。本稿の内容は、QST と東芝エネ ルギーシステムズとの共同研究にて得られた知 見、成果をもとに記載しております。QST・東芝 エネルギーシステムズの関係者の皆様に感謝い たします。

#### 参考文献

- [1] 令和3年版厚生労働白書.
  (https://www.mhlw.go.jp/stf/wp/hakusyo/kousei/2 0/)
- [2] J. Castro, "Results of heavy ion radiotherapy", Radiat. Environ. Biophys., 34, 45–48 (1995).
- [3] Particle Therapy Co-Operative Group. "Particle therapy facilities in clinical operation". (https://www.ptcog.ch/index.php/facilities-inoperation)
- [4] Y. Hirao et al., "Heavy ion synchrotron for medical use —HIMAC project at NIRS-Japan—", Nucl. Phys. A 538, 541–550 (1992).
- [5] 想田光 他,"山形大学医学部東日本重粒子センターの建設",日本加速器学会誌「加速器」 Vol. 17, No. 3, 144–150 (2020).
- [6] R. Fuchs et al., "ASSEMBLY OF THE CARBON BEAM GANTRY AT THE HEIDELBERG ION THERAPY (HIT) ACCELERATOR", in Proc. of EPAC08, Genoa, Italy, 2008, pp. 1839–1841.
- [7] 岩田佳之他、"炭素線治療用超伝導回転ガントリーの研究開発"、日本加速器学会誌「加速器」 Vol. 14, No. 2, 58–65 (2017).

- [8] Y. Iwata et al., "Development of carbon-ion radiotherapy facilities at NIRS", IEEE Trans. Appl. Supercond., 28, 4400807 (2018).
- [9] K. Mizushima et al., "Performance of the HIMAC beam control system using multiple-energy synchrotron operation", Nucl. Instrum. Methods Phys. Res. Sect. B, 406, 347–351 (2017).
- [10] K. Mizushima et al., "Concept Design of a Superconducting Magnet for a Compact Heavy-Ion Synchrotron", IEEE Trans. Appl. Supercond., 32, 4401405 (2022).
- [11] S. Takayama et al., "Design and Test Results of Superconducting Magnet for Heavy-Ion Rotating Gantry", J. Phys. Conf. Ser., 871, 012083 (2017).
- [12] S. Amano et al., "Thermal design and test results of the superconducting magnet for a compact heavy-ion synchrotron", IEEE Trans. Appl. Supercond., 32, 4401305 (2022).
- [13] T. Obana et al., "Magnetic field design of a Superconducting magnet for a FFAG accelerator", IEEE Trans. Appl. Supercond., 15, 1185–1188 (2005).
- [14] M. Sorbi et al., "Electromagnetic design of the coil-ends for the FAIR SIS300 model dipole", IEEE Trans. Appl. Supercond., 19, 1131–1135, (2009).
- [15] B. Auchmann et al., "Calculation of field quality in fast-ramping superconducting magnets", IEEE Trans. Appl. Supercond., 18, 1569–1572 (2008).
- [16] C. Liu et al., "Mitigation of persistent current effects in the RHIC superconducting magnets", Phys. Rev. Accel. Beams, 22, 111003 (2019).
- [17] Y. Yang et al., "Thermal characteristics of a helium-free superconducting magnet system for a fast-ramping heavy-ion synchrotron", Cryogenics, 126, 103524 (2022).
- [18] P. Mangin, R. Kahn, "Superconductivity: An introduction", Cham: Springer; 2017.
- [19] C. Vollinger, "Superconductor magnetization modelling for the numerical calculation of field errors in accelerator magnets", Ph.D. thesis, der Technischen Universitat Berlin, Berlin, 2003.
- [20] M. Wilson, "Superconducting Magnets", New York: Oxford University Press; 1983.
- [21] G. Bertotti, "Hysteresis in Magnetism", San Diego: Academic Press; 1998.
- [22] D. Jiles, D. Atherton, Ferromagnetic hysteresis. IEEE Trans. Magn., 19, 2183-2185 (1983).
- [23] L. D'Alessandro, A. Ferrero, "A method for the determination of the parameters of the hysteresis

model of magnetic materials", IEEE Trans. Ins. & Meas., 43, 599-605 (1994).

- [24] T. Matsuo, M. Shimasaki, "An identification method of Play model with input-dependent shape function", IEEE Trans. Magn. 41, 3112-3114 (2005).
- [25] E. Kriezis et al., "Eddy currents: theory and applications", Proc IEEE, 80, 1559-1589 (1992).
- [26] R. Gupta, "Field calculations and computations", School at CAT, Indore, India, 1998.
- [27] S. Russenschuck, "Field computation for accelerator magnets: analytical and numerical methods for electromagnetic design and optimization", Weinheim: Wiley-VCH, 2010.
- [28] P. Schnizer, "Advanced multipoles for accelerator magnets: theoretical analysis and their measurement", Cham: Springer, 2017.
- [29] Y. Yang, "Study of radiation influence on thermal characteristics of superconducting magnets for high intense muon beam line", Ph.D. thesis, Fukuoka: Kyushu University, 2018.