

# ヘリウム冷凍システム

OHO 2022

KEK 加速器冷凍機グループ：中西功太

テキストの9-4ページ  
エンタルピーの定義式

誤： $H=U-pV$  → 正： $H=U+pV$

# 超伝導機器と超伝導転移温度

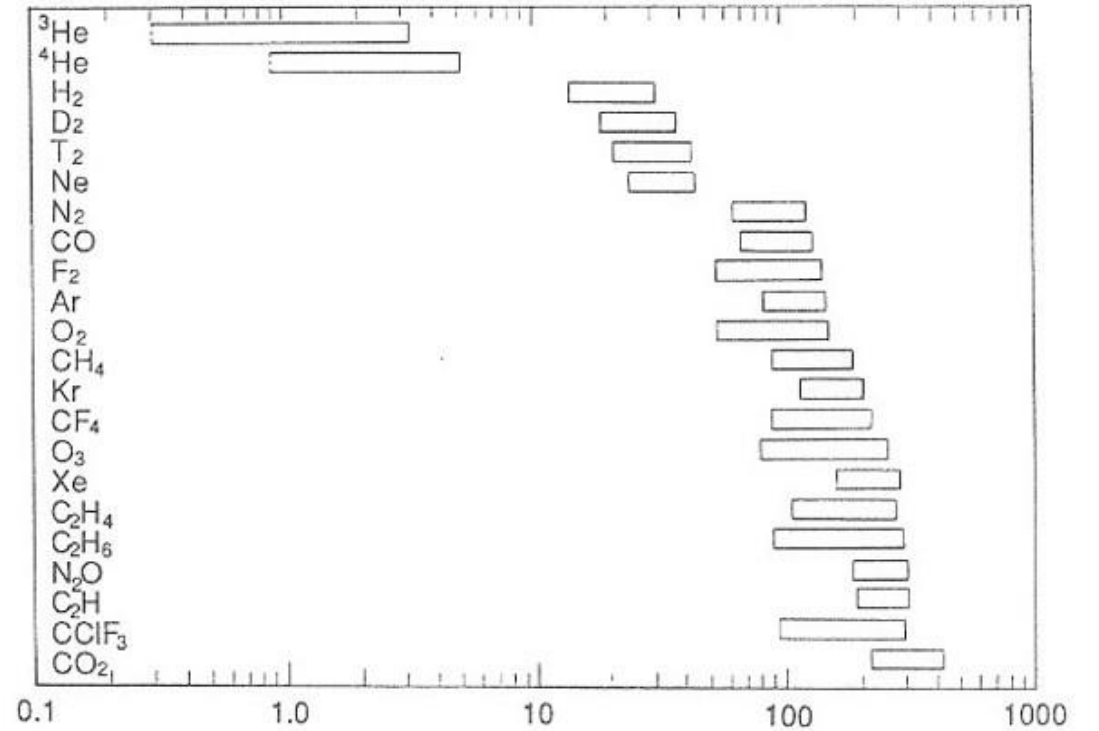
最近の大型加速器では、超伝導機器の採用は一般的になってきた。

一例として、SuperKEKB加速器には超伝導収束電磁石(QCS)、超伝導加速空洞(SCC)に使用されている。それぞれに使用されている超伝導材料はNbTiとNbである。

以下の超伝導転移温度からも、使用できる冷媒は液化ヘリウムに限定されることがわかる。

素材	超伝導転移温度[K]
Nb	9.3 (SCCで使用)
NbTi	9.5 (QCSで使用)
Nb <sub>3</sub> Sn	18.3
Nb <sub>3</sub> Al	18.9
MgB <sub>2</sub>	39

大気圧における沸点	
ガス種	沸点[K]
<sup>3</sup> He	3.2
<sup>4</sup> He	4.2
H <sub>2</sub>	20.3
Ne	27.1
N <sub>2</sub>	77.4

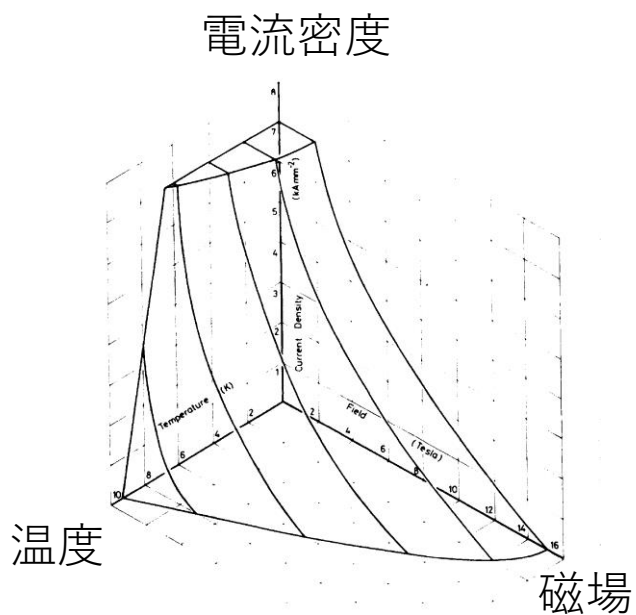


三重点から臨界温度までの幅

細山 OHOテキスト(1992)

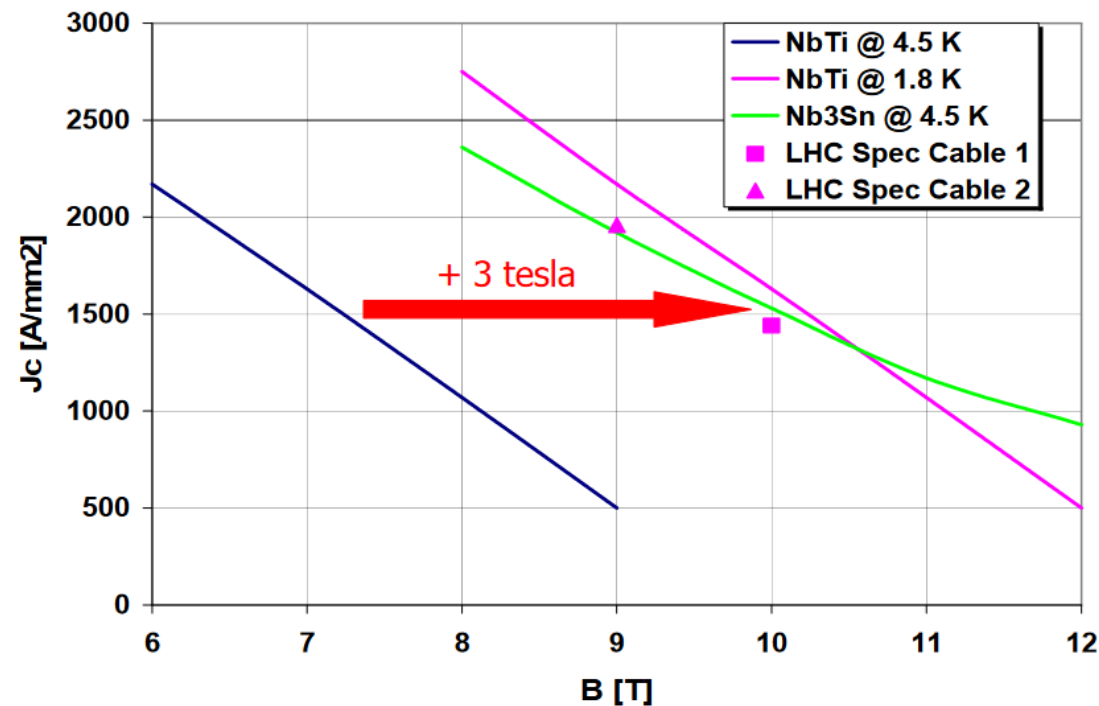
# 超伝導機器の運転温度(1)

超伝導は低温で運用するほうが高い性能が期待できる。  
例えば、超伝導電磁石でより高い磁場や電流密度を実現できる。



M.Wilson 「Superconducting Magnets」 (1983)

例：LHC@CERN



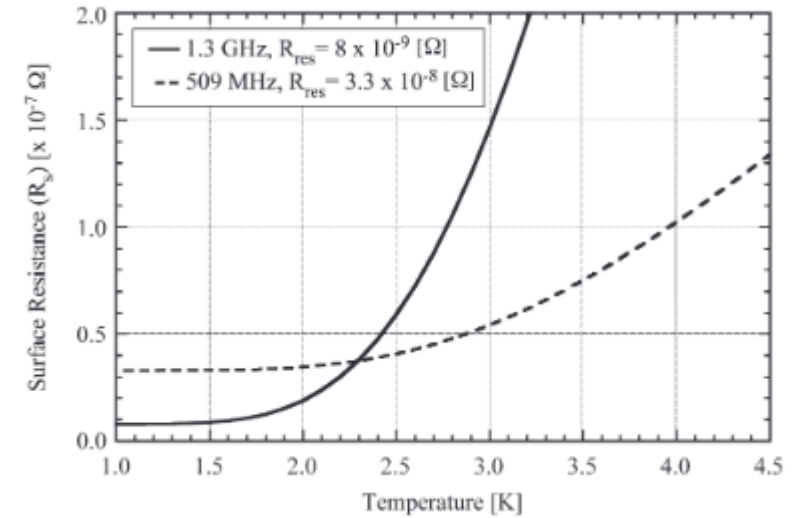
P.Lebrun 「Cryogenic refrigeration for the LHC」  
MaTeFu Spring Training School資料(2009)

# 超伝導機器の運転温度(2)

超伝導は低温で運用するほうが高い性能が期待できる。  
 例えば、超伝導空洞では表面抵抗 $R_s$ が低減される。  
 周波数の高い空洞では温度を下げたくなる。

$$R_s = \frac{A}{T} f^2 \exp\left\{\frac{-\Delta(0)}{k_B T}\right\} + R_0$$

$T$  [K]は温度、 $f$ はRFの周波数、 $k_B$ はボルツマン乗数、 $\Delta(0)$ は超伝導ギャップ、その他は素材や表面状態に依存する定数



「加速器」仲井、榎田 (2019)

$$Q \propto \frac{E_{acc}^2}{P}$$

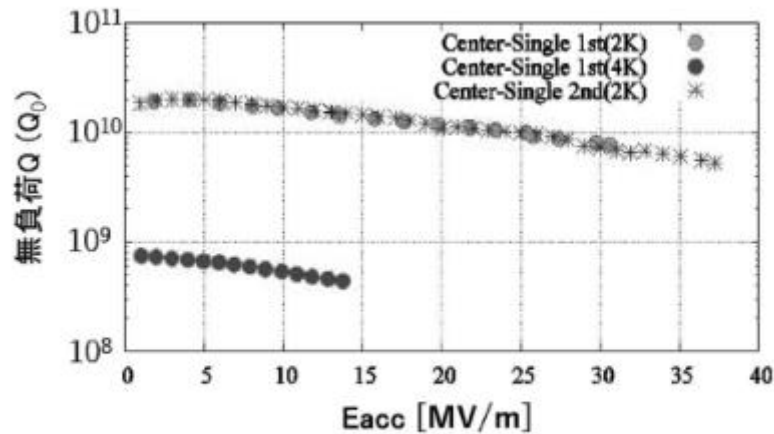


図4 超伝導空洞のQ-E特性<sup>10)</sup>.

「加速器」荻津、古屋 (2019)



超伝導機器の設計によっては~2Kでの運転が要請される。

# ヘリウムガス(1)

天然ガスの副産物として産出  
アメリカとカタールで全世界の85%を産出。  
日本は全量を輸入している。

KEKで購入しているヘリウムはアメリカ産。

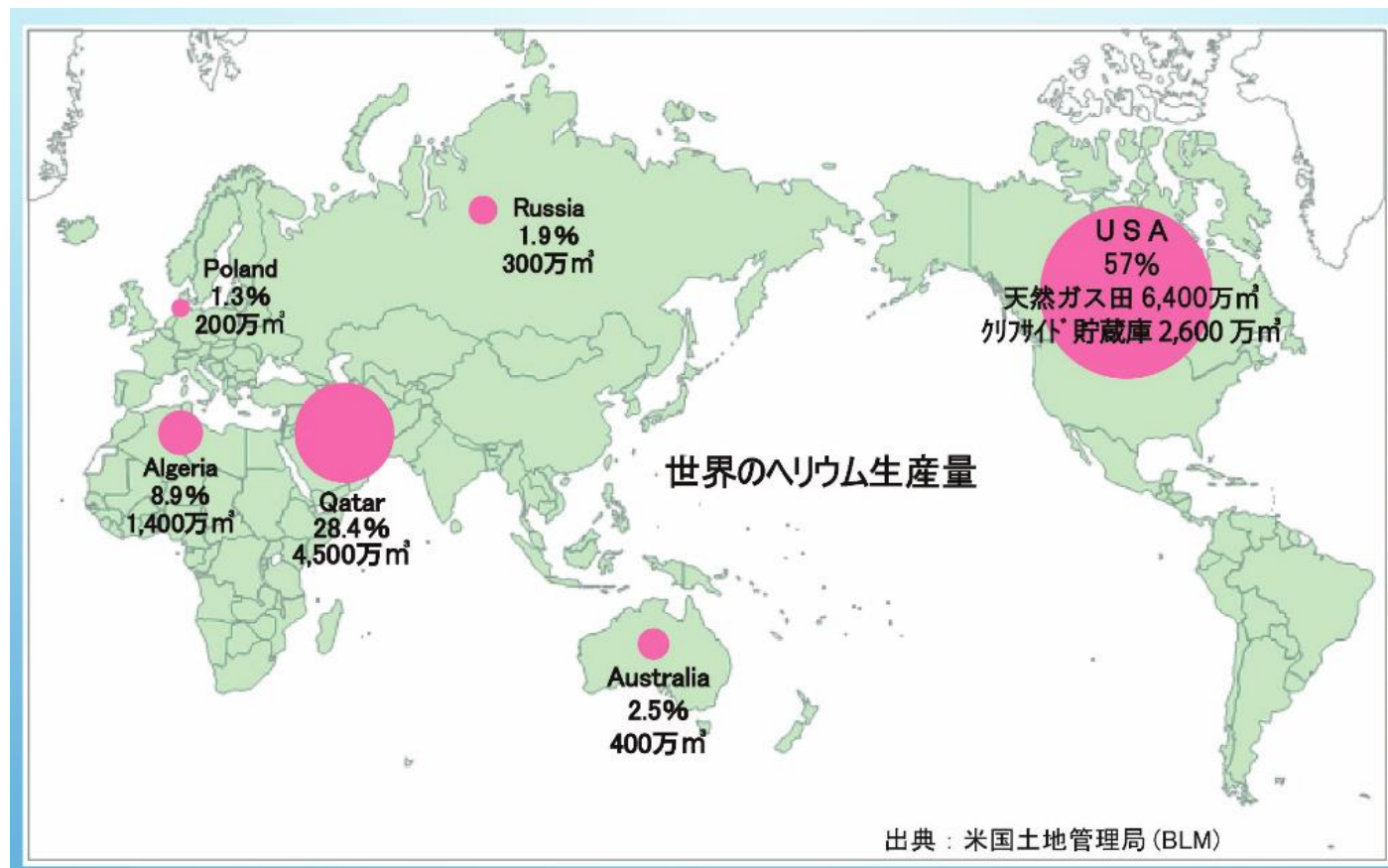
アメリカの物流の混乱、パイプラインの故障、精製装置の故障・大規模保守による供給が滞ることがあった。

アラブ諸国がカタールと断交した影響で緊張が走ったこともある。(結局は供給は滞らなかった。)

2013年と**今**、ヘリウムガス不足で東京ディズニーランドでヘリウム風船の販売中止。

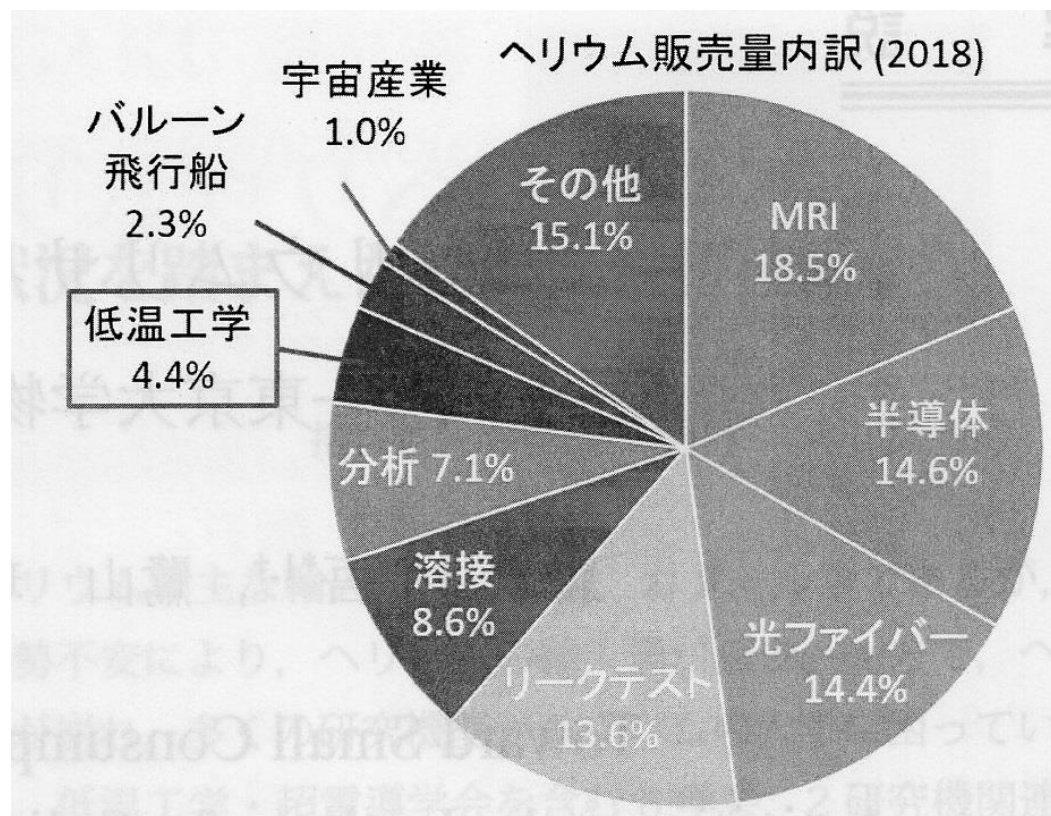
→ヘリウムは輸入に頼る希少資源であり、産出国に限られるために供給が不安定になりやすい。

皆さん、ヘリウムガスの回収には協力してください。



(株) ガスレビュー 小泉氏 セミナー資料 (2019)

# ヘリウムガス(2)



ヘリウムガスはその半分以上を製造業で使用しており、冷媒としての利用は割合としては小さい。

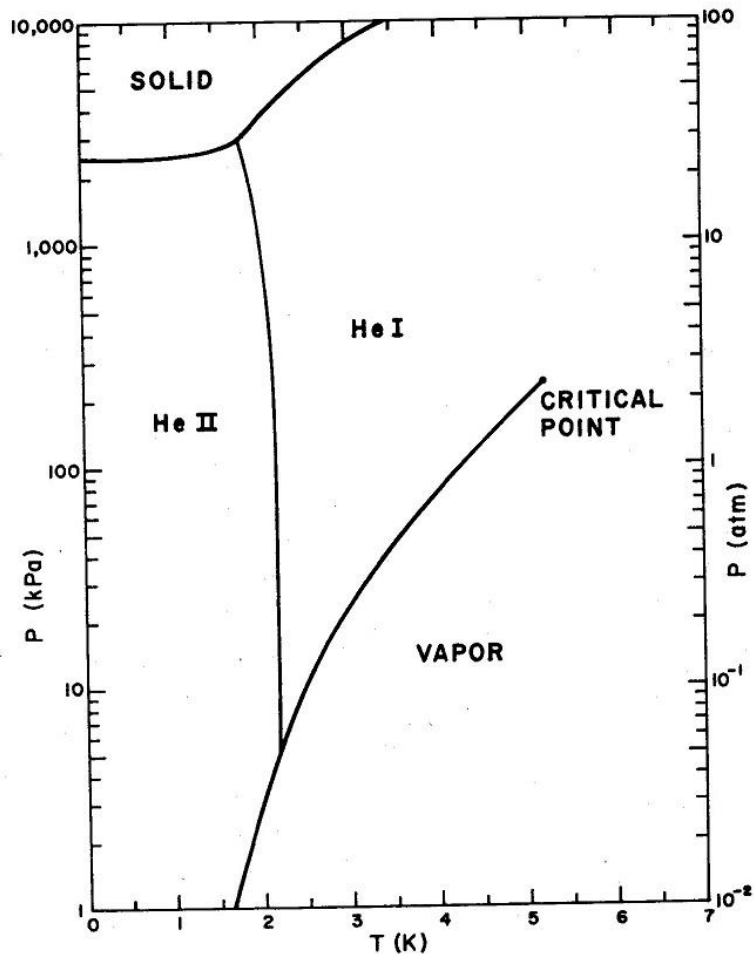
小口ユーザーゆえに商社や政府に対する影響力も小さい。

→外的要因に振り回される低温ユーザー

最近では、低温ユーザーを取りまとめ、技術的、法的な取り組みをする動きが出てきています。

まずは、ヘリウムガスの回収を徹底しましょう。

# 液化ヘリウム



ヘリウムの状態図を示す。  
(単位物質あたり)物質の状態はパラメータ2つで定められる。  
(ただし、境界線上は混合比率の自由度があるので除く。)

注目すべき特徴

(1) 2500kPa以下では絶対零度でも液体。

ヘリウムは冷凍機の中で、配管の中を移動しつつ、熱交換されたり、膨張させられたり、圧縮させられたりする。ちょっとしたきっかけで配管の中で固化したら設備の運転は続けられない。ただし、不純物は固化するので注意。

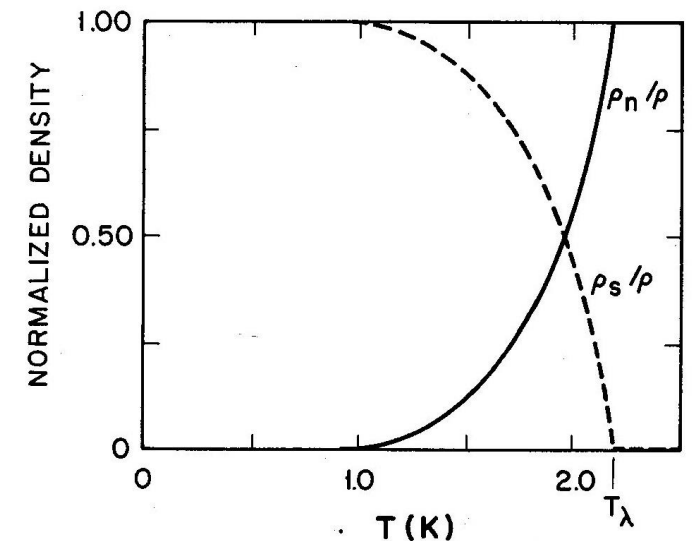
(2) 液体の中にHe IとHe IIの2つの相がある。  
He IIは超流動相。

# 超流動ヘリウム(1)

超流動ヘリウム(He-II)を利用した冷却  
メリット

- 温度が低い。(飽和蒸気圧線上の相転移は2.17K。大気圧(100kPa)の液化ヘリウムの沸点は4.2K。)
- 見かけの熱伝導率が高い。(～100kW/m・K)
- 泡が出ないので熱伝達率が高い。

超流動はボーズアインシュタイン凝縮により、多数の粒子が一つの量子状態に重なっている状態で、**超伝導と同じ現象**。  
超流動ヘリウムは超流動成分と常流動成分の混合物として理解すると考えやすい。  
超流動ヘリウムでは温度によって、超流動成分の比率が異なる。



S.W. Van Sciver 「Helium Cryogenics」 (1986)



# 超流動ヘリウム(2)

超流動ヘリウム(He-II)を利用した冷却  
デメリット

- 超流動運用時のみ発生するスーパーリークに悩まされる可能性がある。
- 負圧での運転が必要になる。ヘリウムは凍らないが不純物は凍って、配管を閉塞させることがある。

# 熱力学の第一法則

- エネルギーは保存する。
- 系の状態量として内部エネルギー $U$ を導入

$$U_2 - U_1 = Q - W$$

$$dU = d'Q - d'W$$

系への流入した熱、系がした仕事を正にした場合。  
教科書によって符号が異なるので注意。  
(仕事の符号が異なることがたまにある。)  
 $W$ や $Q$ は経路によるので全微分ではなくただの微小量。  
なのでしばしば $d'W$ などと表記される。

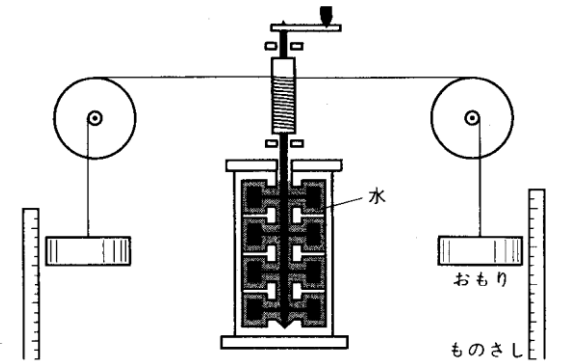
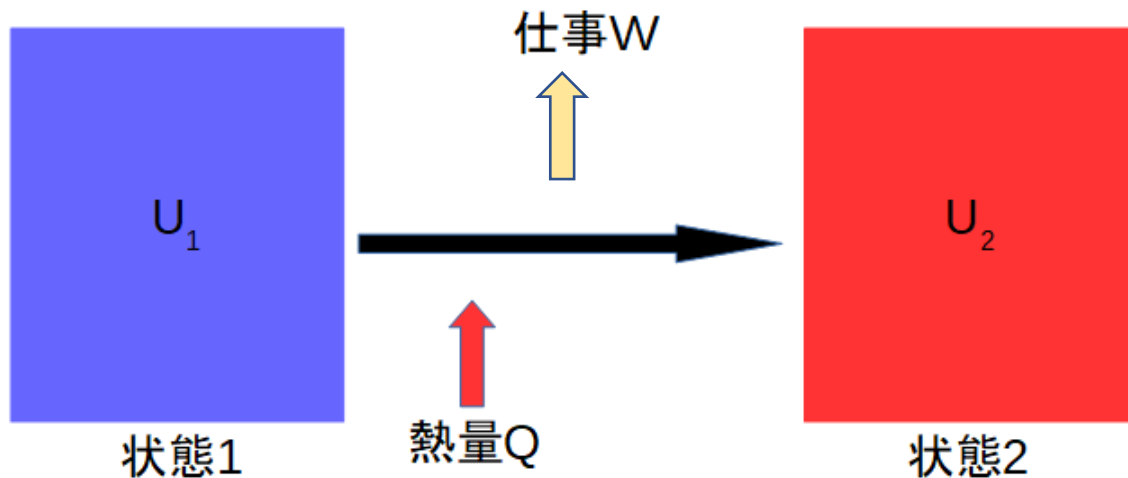


図1-6 ジュールの実験の模式図。

ジュールの実験(1)  
仕事を断熱容器内で熱にする実験。  
仕事当量を測定。断熱容器から熱を回収することはできないけれど、加熱は可能。

ところで、状態とは？

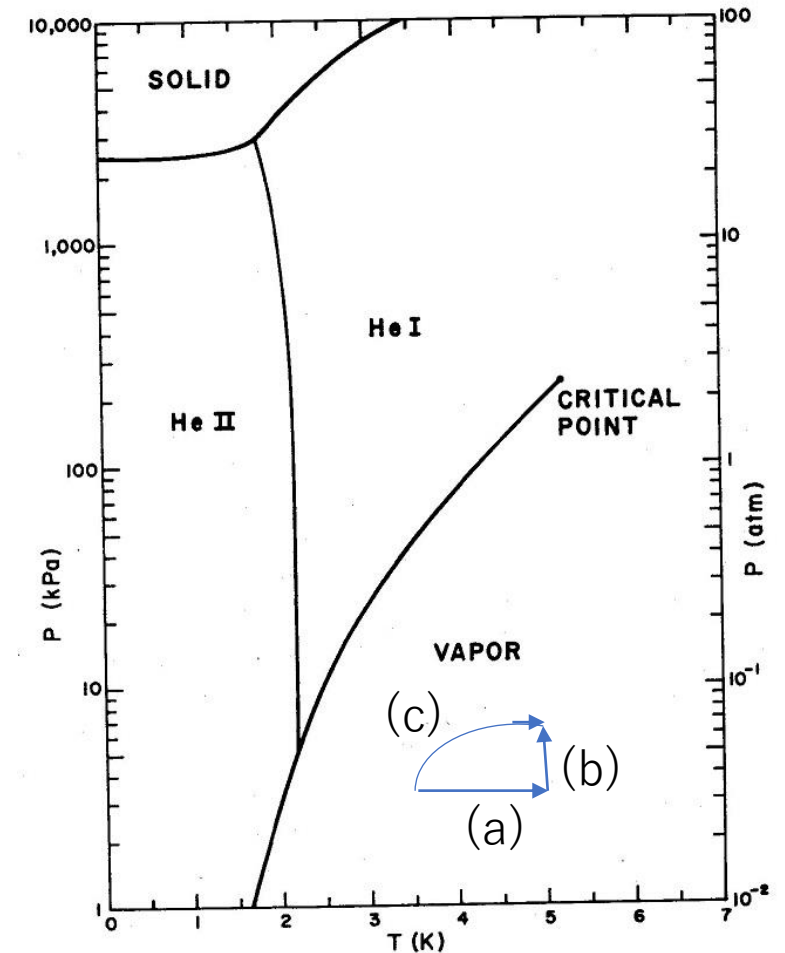
# 状態

- 物質の定常状態は物質質量を含めて3つのパラメータで決定される。

例えば $(T, P, N)$ とか $(T, V, N)$ とか。単位物質あたり $(N=1)$ の議論をするならパラメータは2つ。

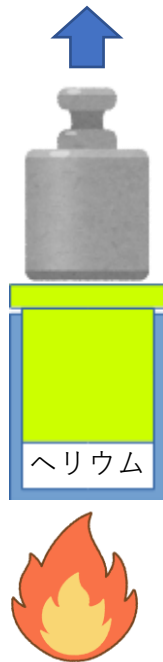
- 先に紹介した状態図は温度 $(T)$ と圧力 $(P)$ が決まれば物質の状態がわかる一例である。<sup>2</sup> 2つのパラメータを縦軸と横軸にとって状態変化を示すこともできる。

- (a)ヘリウムガスを等圧条件で加熱
- (b)そのガスをさらに等温圧縮
- (c)断熱圧縮



# 等圧操作(1) (Isobaric operation)

一般の実験室においても、冷凍設備の配管内においても圧力一定はありふれた拘束条件である。



圧力一定の条件でヘリウムガスを加熱する。操作する立場からは与えた熱量で語りたい。外部から与えた熱は仕事と内部エネルギーの上昇に振り分けられる。熱力学の第一法則(エネルギー保存則)から内部エネルギーの変化は

$$dU = d'Q - d'W$$

少し変形すると、

$$d'Q = dU + d'W = dU + pd'V$$

ここで次式のようにエンタルピー(H)という状態量を定義する。

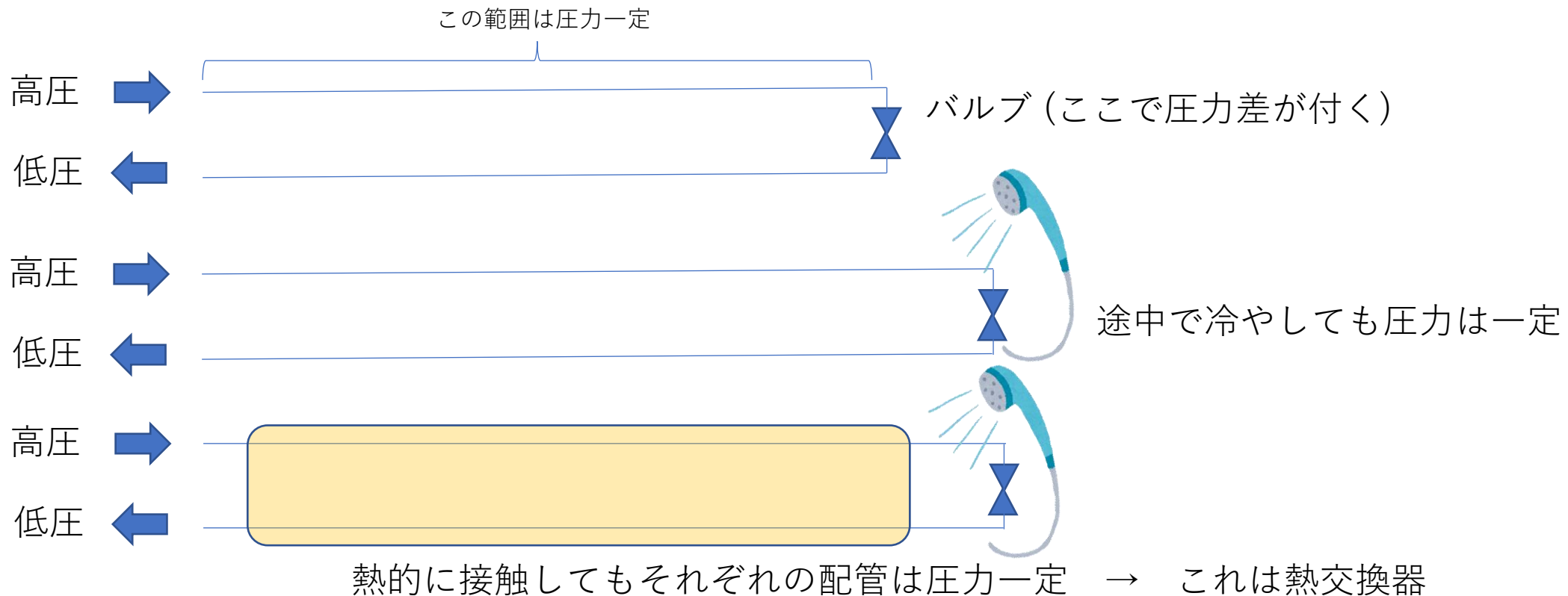
$$H = U + pV$$

すると、外部からエネルギーと、ヘリウムのエンタルピー変化が一致するようになり大変便利。(dQ=dH)

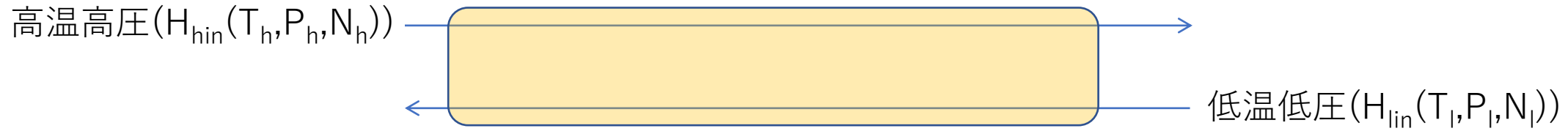
テキストの符号間違ってます。

# 等圧操作(2)

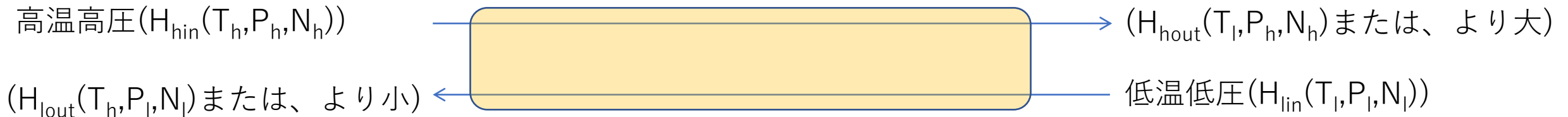
冷凍設備の配管は、圧力差がつかないのが理想的。実際には圧力差はゼロにはならないが、問題にならない程度に小さくなるように設計される。この後、配管内の圧力差は無視できると近似する。



# 等圧操作(3)



温度の異なった作業流体を熱交換器を湯して熱交換する。低圧側のガスが $T_h$ より高温になって出てくることはあり得ないし、高圧側のガスが $T_l$ より低温になって出てくることもあり得ない。

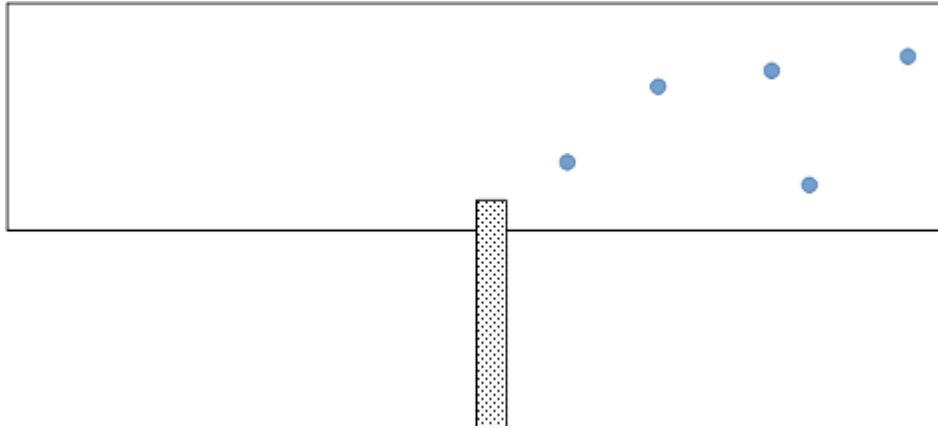


配管の出入り口のエンタルピー変化は熱交換器内で交換した熱量に等しい。効率(effectiveness)100%の熱交換器は、出口側の一方の温度が相手側配管の入り口温度に等しくなる。

(両方等しくなると仮定して、エンタルピー変化を計算し、エンタルピー変化の小さいほうが交換する熱量。)

# 断熱操作(1) (adiabatic operation)

## 断熱自由膨張



外部との熱のやり取りがない条件で、気体を膨張させる。

ゲートバルブを開く方法：断熱自由膨張

断熱自由圧縮はできない。

理想気体(剛体球モデル)

分子同士の相互作用がない。

ただし、近づきすぎると弾性散乱する。この小さな相互作用を通じて、速度分布は平衡状態に落ち着く。

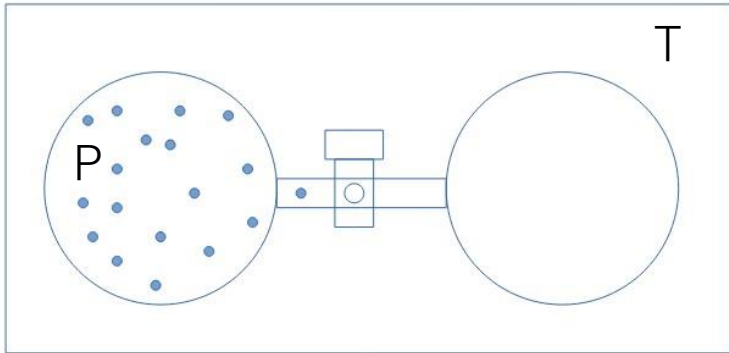
理想気体のガスを上記の断熱自由膨張により体積をN倍にしても、

(1)分子の速度は変化しない。

(2)壁との衝突頻度は $1/N$ になるので、圧力は $1/N$ になる。

(3)理想気体の状態方程式 $PV=nRT$ より温度も変化しない。→ 本当？ジュールの実験(2)

# 断熱操作(2)



## ジュールの実験(1)

片方の容器にガスを入れ、もう片方の容器を真空にして間のバルブを開く。  
ガスの流れが落ち着いて定常状態になったら温度変化を測定する。

この実験では系全体の温度変化は見られず。TはPやVによらない、内部エネルギーだけの関数とされた。

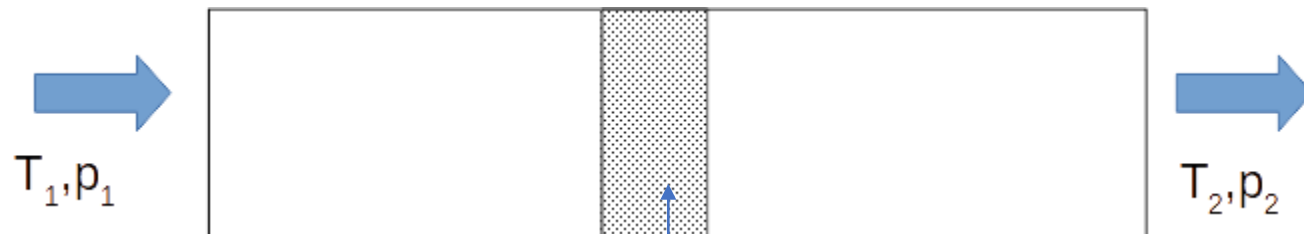
→本当？ジュール=トムソンの実験



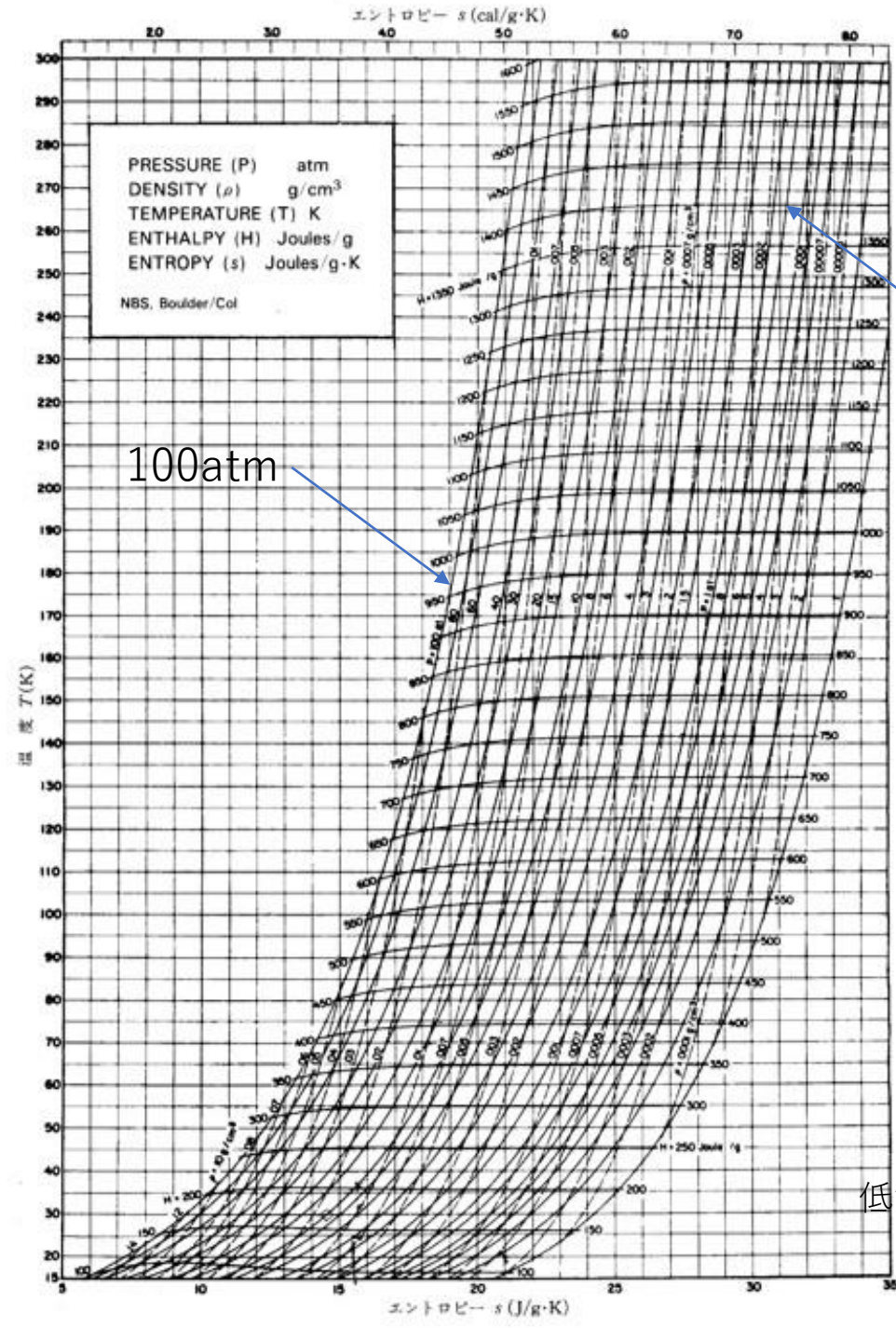
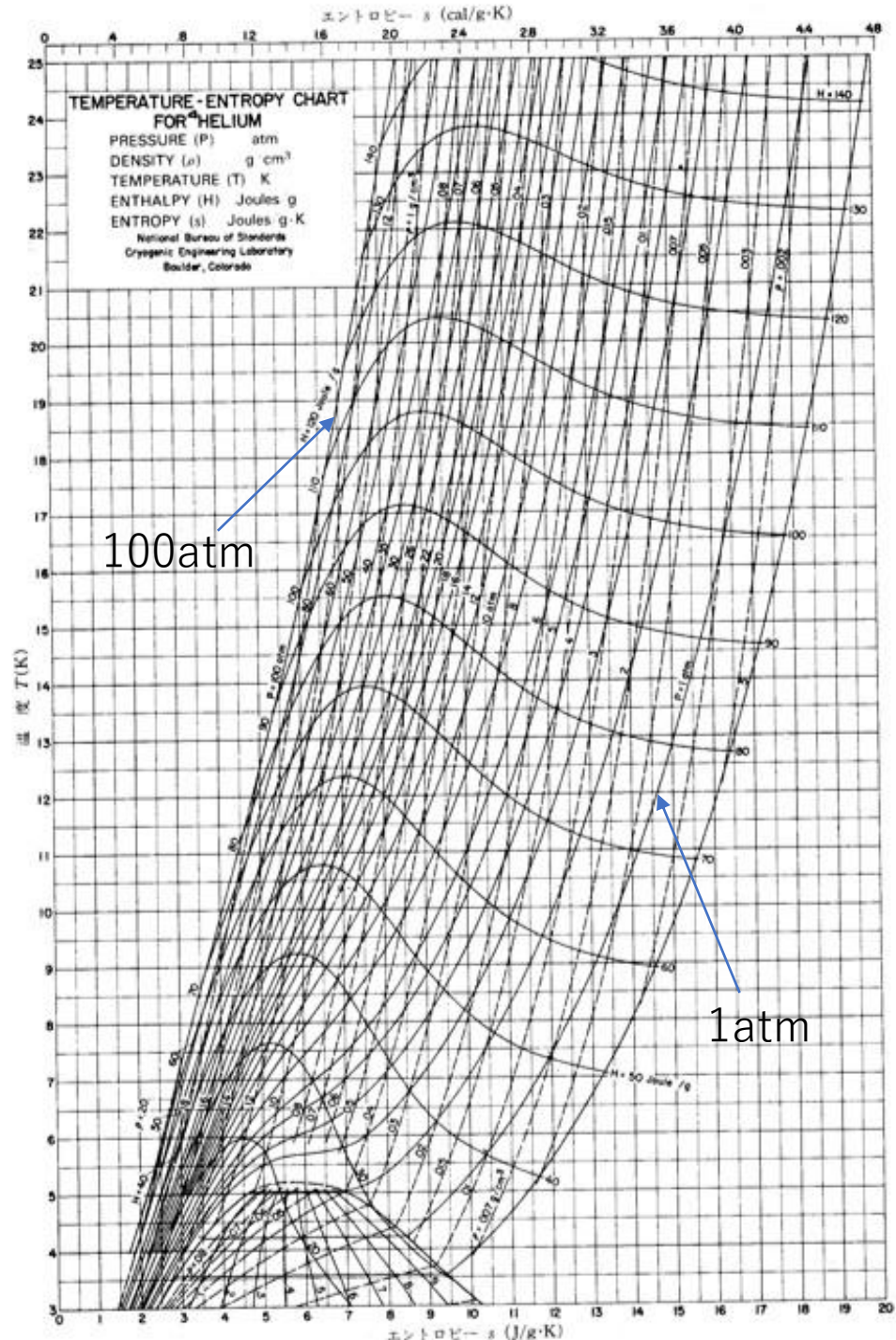
# 断熱操作(3)

ジュール=トムソンの実験：  
定常的な流れを用いて、断熱自由膨張前後の温度変化を測定。

→温度と圧力によっては温度変化を伴うことを発見。ジュール=トムソン効果

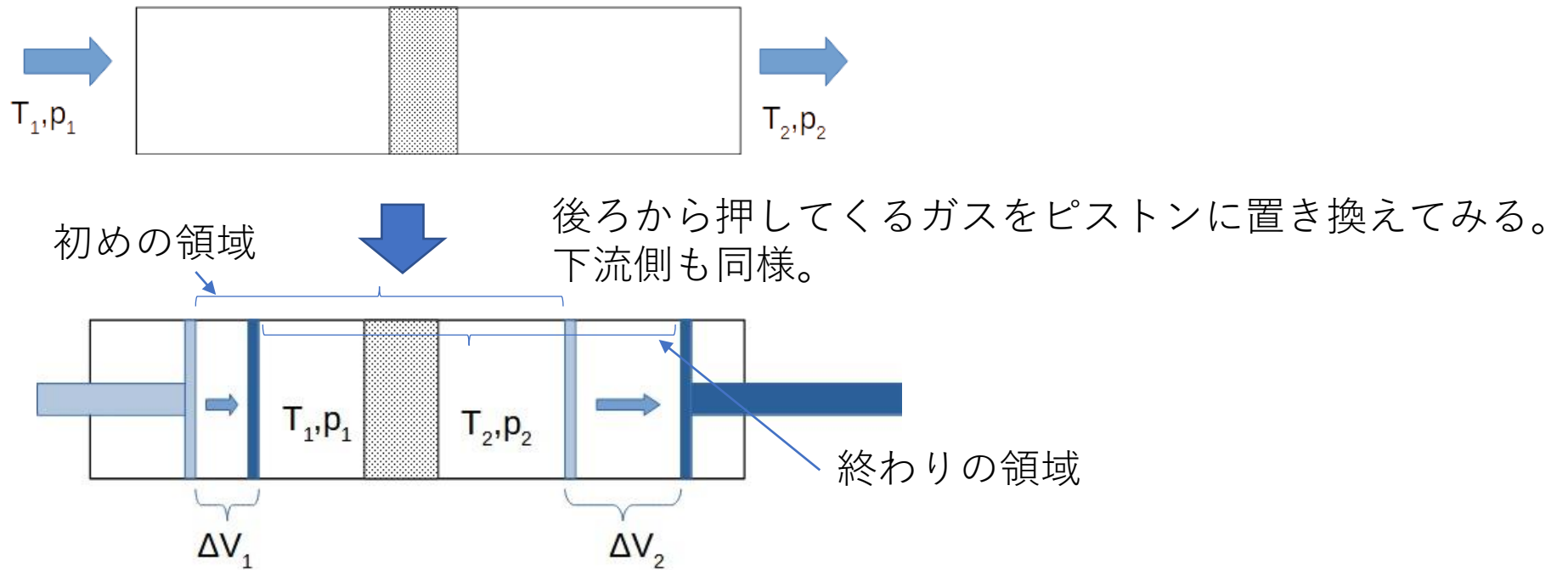


圧力変化を起こすようなガスの通りにくいもの。



断熱自由膨張に話を戻す。

# 断熱操作(4)



熱力学の第一法則を再度示す。  $dU = d'W + d'Q$

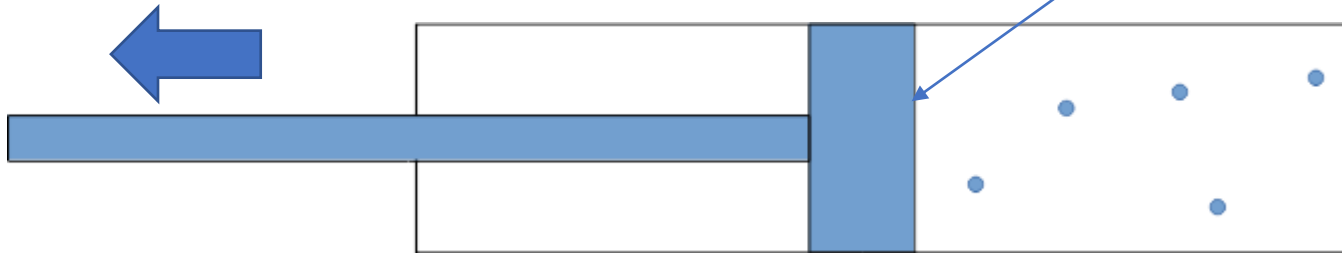
断熱操作なので、 $d'Q = 0$   $\Delta V_1$ に含まれる内部エネルギーを $\Delta U_1$ 、 $\Delta V_2$ に含まれる内部エネルギーを $\Delta U_2$ と表記すると、

$$dU = \Delta U_2 - \Delta U_1 = p_1 \Delta V_1 - p_2 \Delta V_2 \quad \text{すなわち} \quad \Delta U_1 + p_1 \Delta V_1 = \Delta U_2 + p_2 \Delta V_2$$

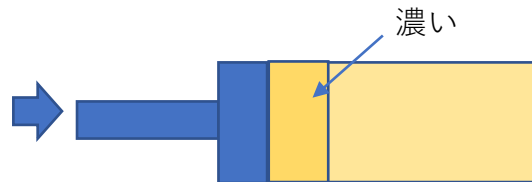
見覚えのあるエンタルピーの式が出てきた。断熱自由膨張では単位物質あたりのエンタルピーが変化しない。

# 断熱操作(5)

このピストンを押す力は計算できる？



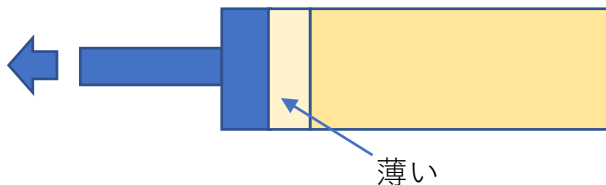
断熱仕事膨張は気体からエネルギーを奪うので内部エネルギーが小さくなり、温度が下がる。  
どれくらい仕事を気体にさせることができる？



勢い良くピストンを押すとピストン周辺の圧力が局所的に高くなり、必要な仕事  
が大きくなる。→平衡状態になった後、ゆっくり変化したときより温度が高い



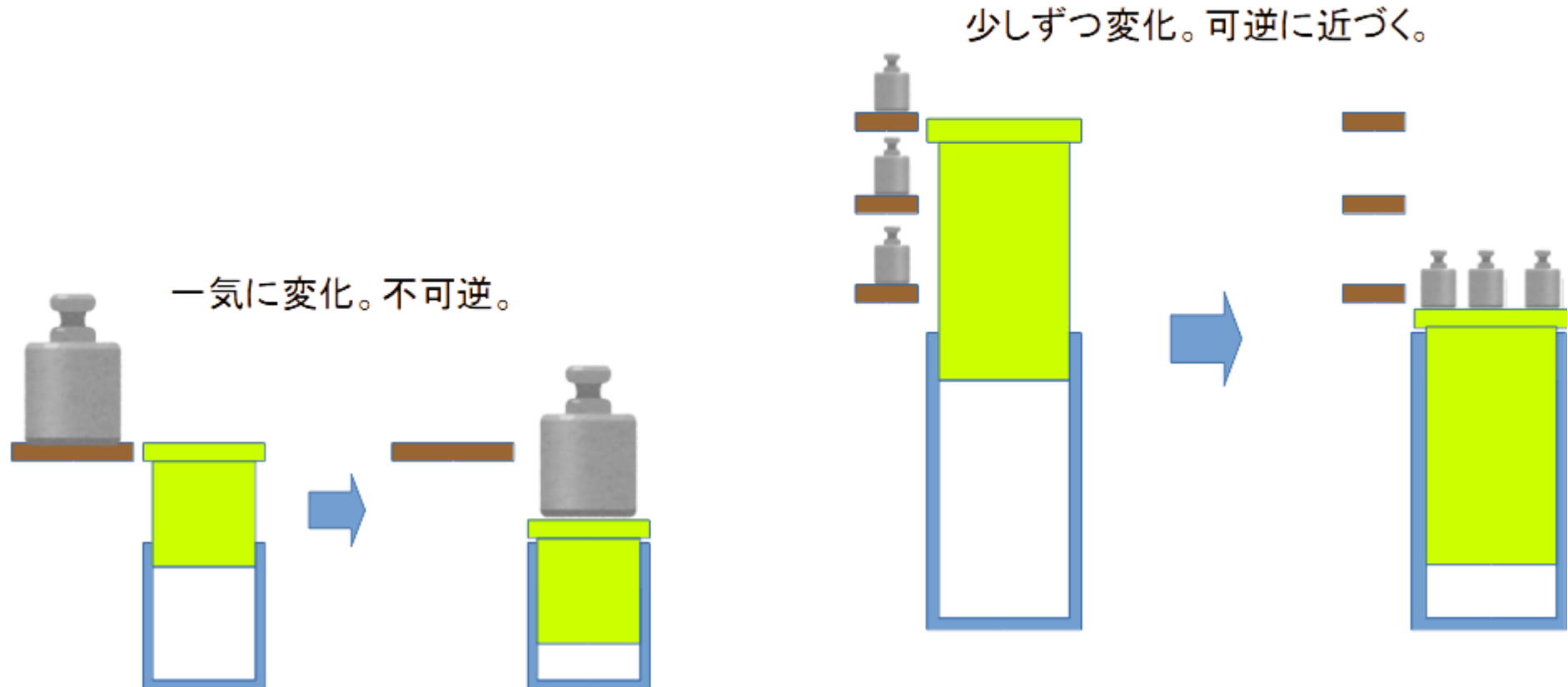
気体が平衡状態の時は、圧力は簡単に計算できる。



勢い良くピストンを引くとピストン周辺の圧力が局所的に低く高くなり、取り出  
す仕事小さくなる。(部分的に自由膨張)→平衡状態になった後ゆっくり変化し  
たときより温度が高い

# 準静操作

- 系が常に平衡状態に近い状態で変化する過程
- 計算しやすい。(積分との親和性が高い。)
- ある平衡状態から別の平衡状態へ次々に遷移すると考える。
- 可逆変化である。





# 断熱操作(6)

断熱準静操作(adiabatic quasistatic operation)の性質として、ポアソンの公式がよく知られている。

$$\begin{aligned} pV^\gamma &= \text{const} \\ TV^{\gamma-1} &= \text{const} \end{aligned}$$

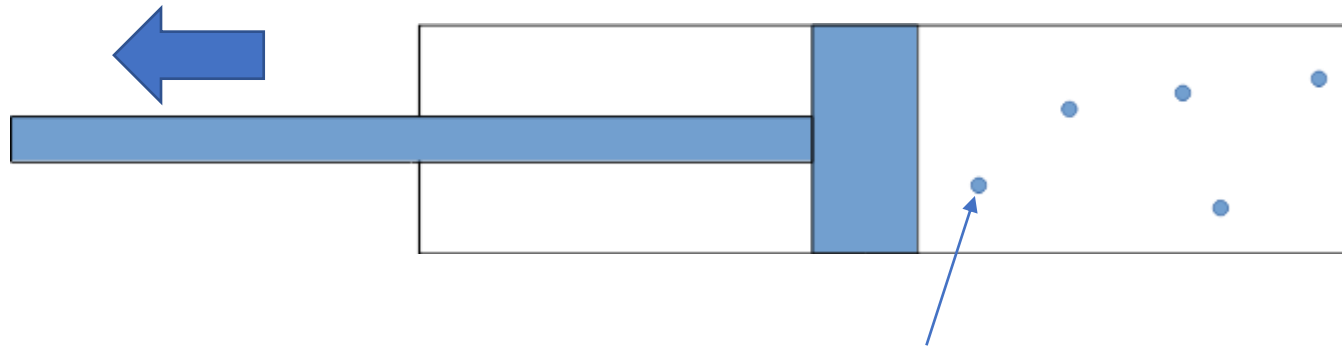
液化機の中では体積はあまり気にならないので、この式から消去すると、次の関係式が得られる。

$$p^{(1-\gamma)}T^\gamma = \text{const}$$

ヘリウムのような単原子分子の場合は、 $\gamma = 5/3$ なので、断熱準静操作で結ばれた2つの状態の温度と圧力の関係は次の通りとなる。

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{0.4}$$

# 断熱操作(7)



分子の拡散速度を超えて急速に膨張させるってどれくらい急速か？

指標となりそうな気体分子の速度 $v_m$ と音速 $v_s$ は次式のようにあらわされる。

$$\overline{v_m}^2 = \frac{3RT}{m} \quad \overline{v_s}^2 = \frac{\gamma RT}{m}$$

ヘリウムガスのような単原子分子では $\gamma = 5/3$ である。分子速度は音速より30%程度早い。この後ヘリウム冷凍システムで取り扱う温度領域での分子の速度は以下のとおりである。1370m/s(@300K)、250m/s(@10K)。

# 断熱操作(8)

現在、断熱仕事膨張を実現する代表的なコンポーネントは膨張タービンである。  
ヘリウム冷凍機システムの膨張タービンは毎秒数千回転という日常的な感覚としては高速で運用されているが、羽の速度は気体の音速程度なので、断熱仕事膨張が可能である。  
(効率は60~70%)

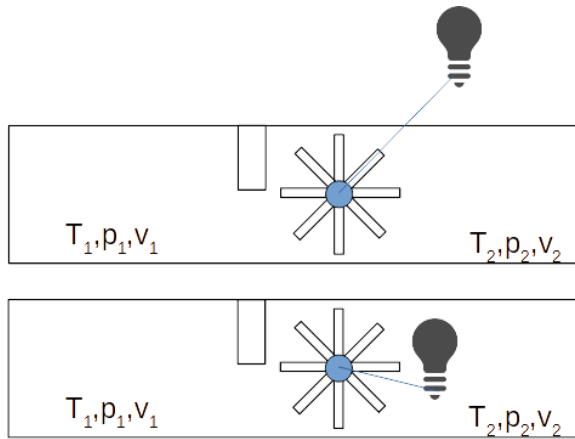
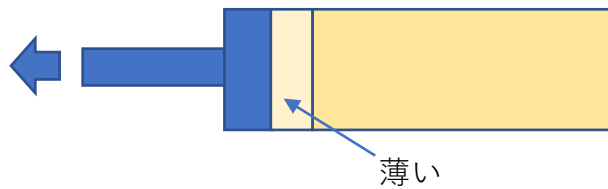


これは車のターボチャージャー。左側部分が膨張タービン。



# 断熱操作(9)

実際の膨張操作では、完全な仕事膨張というのは実現が難しい。ピストンを早く動かすすぎると自由膨張が混じってしまうし、



せっかく取り出した仕事をガスに戻してしまったりは断熱自由膨張になってしまう。一部戻るということもある。

断熱が完璧でないという事情も含めて、断熱仕事膨張後のガスの温度は理想よりも高くなる。これらの不完全性は、まとめてタービンの効率と表現すると状況を簡単に表現できる。

# 等温操作(1) (isothermal operation)

等温操作により気体を膨張させて仕事をさせる。

急激に膨張させると気体が外界にする仕事小さくなるのは断熱操作と同じである。

圧縮の際も同様で、急激に圧縮する場合は必要な仕事が多くなる。

準静操作に対しては可逆である。

(例えば、理想気体の場合、 $PV=RT$ が成り立っているので、 $\int_{V_1}^{V_2} P(V)dV = -\int_{V_2}^{V_1} P(V)dV$ は自明。)

→可逆過程に対してポテンシャルに相当する状態量 $F$ (ヘルムホルツの自由エネルギー)を定義できる。

状態1から状態2に系を等温準静操作で変化させたとして、系が外界にする最大仕事を $W_{\max}$ と表記して、

$$W_{\max}(1 \rightarrow 2) = F_1(P_1, V_1, T) - F_2(P_2, V_2, T)$$

$F$ の $T$ の依存性はエントロピーのところで改めて定義。

なお、等温過程で仕事 $W$ が外界にされた場合、理想気体なら同じエネルギーが熱として吸収されている。

最大仕事 $W_{\max}$ が実現するときの吸熱量が最大吸熱量 $Q_{\max}$ と呼ばれる量である。

# 断熱(1)

極低温の液化ヘリウムや液化窒素といった冷媒を効率的に運用するために、環境からの入熱を極力抑制したい。

## (1)熱伝導(Thermal conduction)

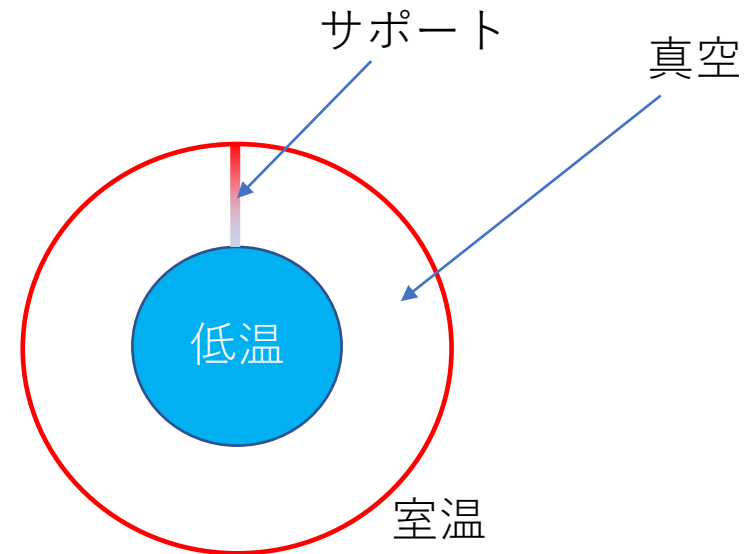
止まった物体を熱が伝わる

## (2)対流熱伝達(Convection)

流体の流れによって熱が運ばれる。

## (3)輻射熱伝達(Thermal radiation)

輻射による熱伝達で真空、気体中で起こる。



# 断熱(2)

熱伝導による入熱を削減するために、低温の構造体を支える方法を工夫する。

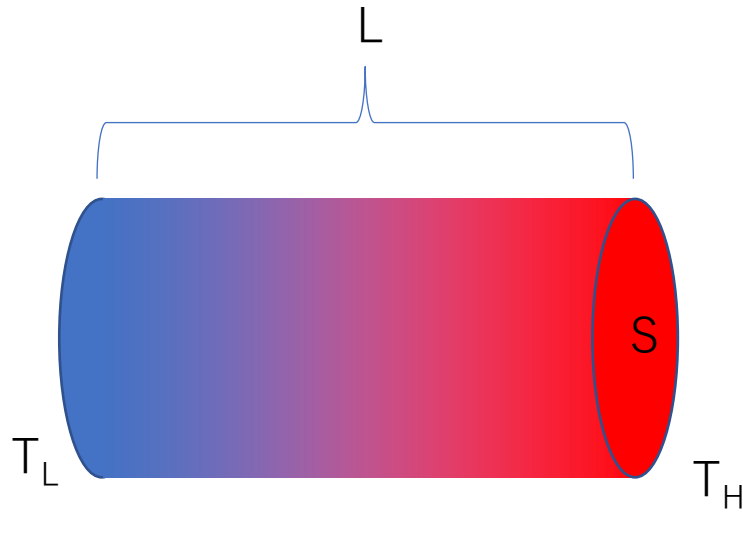
伝熱は次式のように温度分布をもとに熱流密度 $\vec{q}$ を計算する。

$$\vec{q} = -\lambda(T)\nabla T$$

断面積一定の場合は簡単に積分出来て、伝わる熱量 $Q$ は次式のように簡単に求められる。

$$Q = \frac{\lambda \cdot (T_H - T_L) \cdot S}{L}$$

$\lambda$ :熱伝導率,  $T_H$ : 高温側の温度,  $T_L$ :低温側の温度,  $S$ :断面積,  $L$ :長さ



$\lambda$ は本来温度に依存するが、高温側と低温側の温度が定まっており、断面積が一定であれば、定数で代表させることができ、便覧などで値を見つけることができる。

低温容器を支える構造物からの入熱を小さくするためには、

- (1) $\lambda$ を小さくする。
- (2) $T_H$ を低くする。
- (3) $S$ を小さくする。
- (4) $L$ を大きくする。

# 断熱(3)

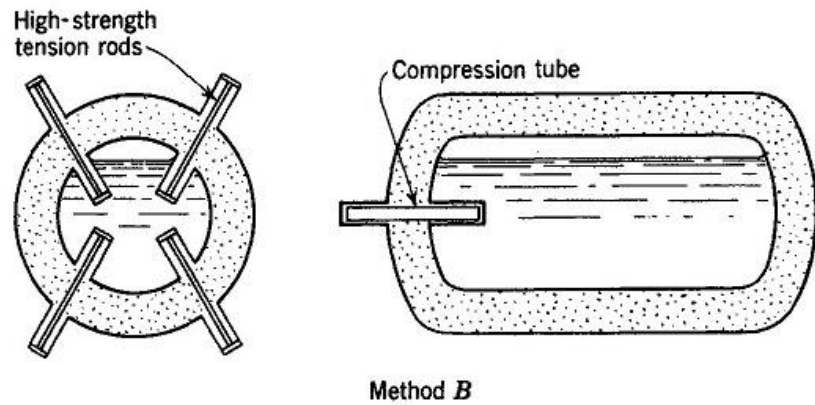
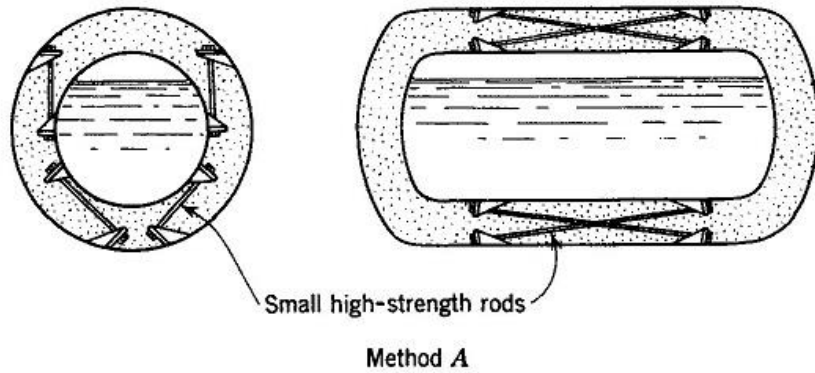
材質によって、熱伝導率は大きく異なる。

$T_L$ : 4K,  $T_H$ : 300K or 80K,  $S$ : 1cm<sup>2</sup>,  $L$ : 1cm としたときの伝熱量を以下に示す。

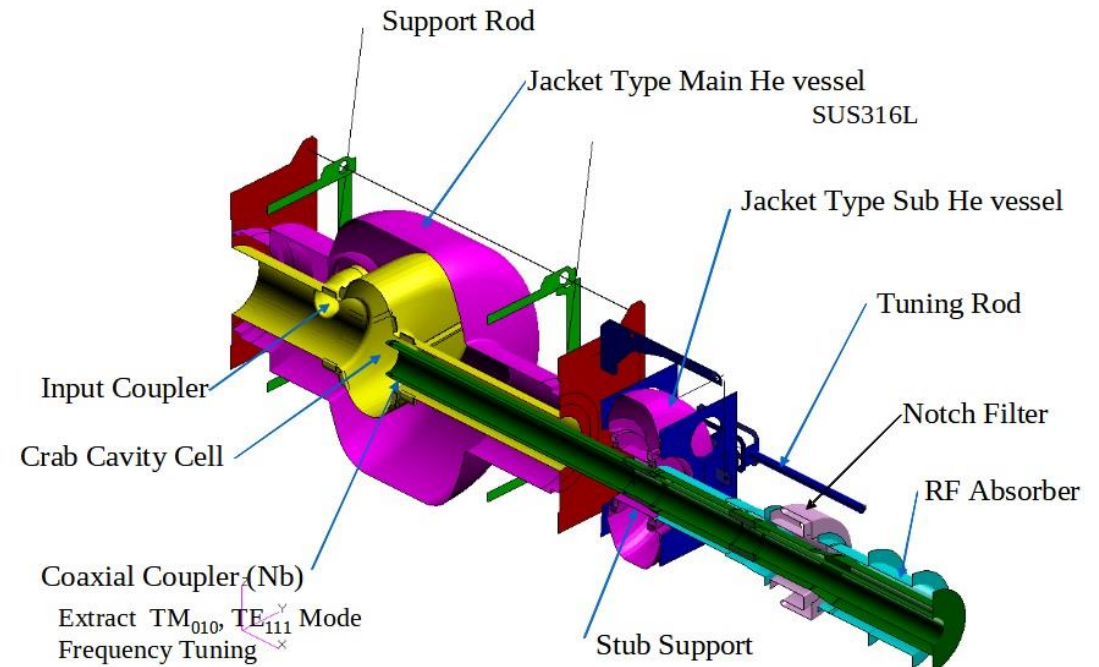
支持構造体にステンレス鋼やガラス繊維を樹脂で固めたFRPが好まれる。

材質	入熱	
	$T_H=80K$	$T_H=300K$
電解銅	707	1620
黄銅	17.7	172
アルミニウム	232	728
ステンレス鋼	3.49	30.6
ガラス	0.194	1.99
テフロン	0.139	0.702
ナイロン	0.142	0.895

# 断熱(4)



低温工学ハンドブック  
内田老鶴園新社



Crab cavity for KEKB

ステンレス製のロッドにより低温機器を吊り下げる構造。  
いろいろな方向から引っ張ることで安定に固定することができる。  
入熱が小さい。

# 断熱(5)

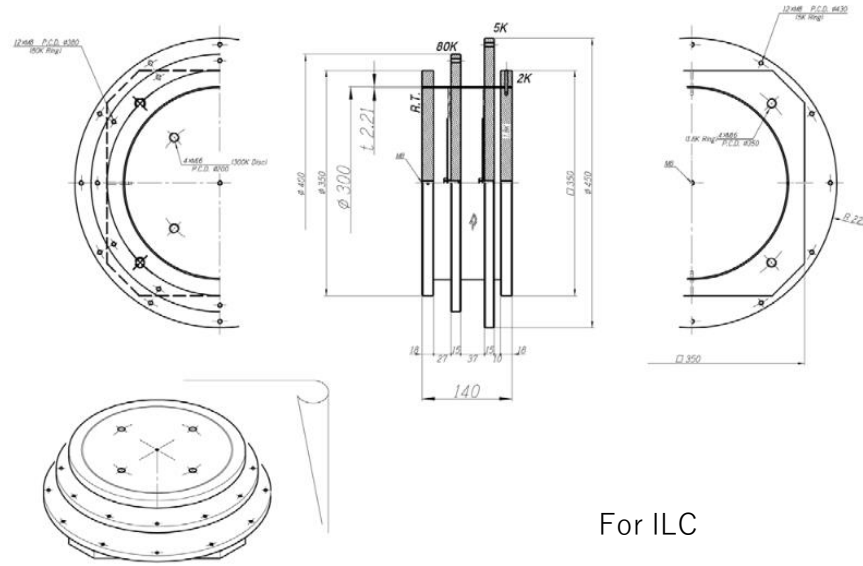


Fig. 7 サポートポスト概念図

For ILC

仲井 OHOテキスト(2014)

圧縮タイプのサポートは引張よりも多く見られる。大きな重量に耐えられ、アライメントもしやすい。引張タイプよりも入熱が大きい。

## Cryogenic supports

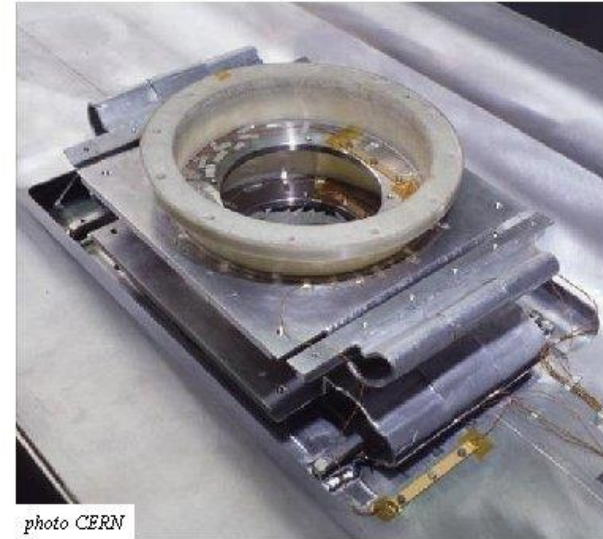
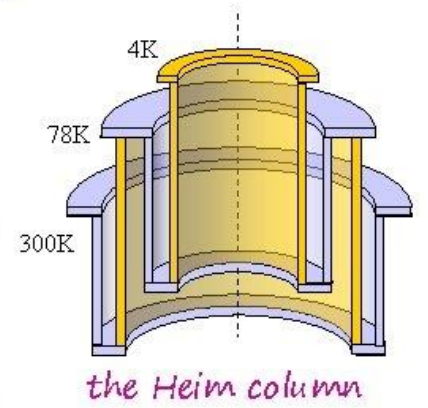


photo CERN

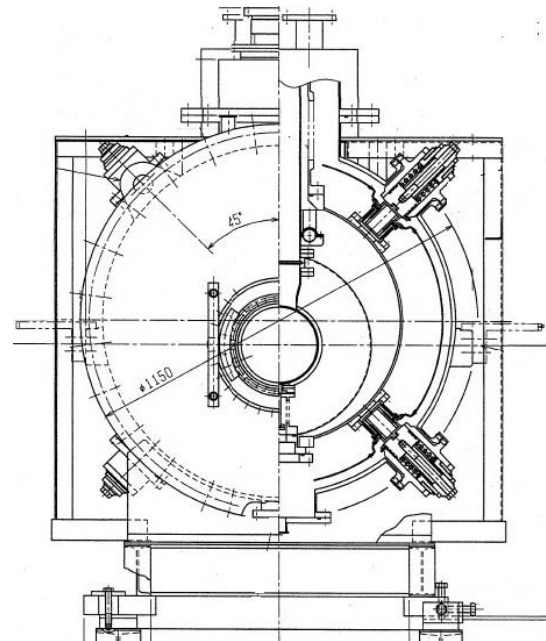
'feet' used to support cold mass inside cryostat (LHC dipole)



- long path length in short distance
- mechanical stiffness of tubes
- by choosing different material contractions can achieve zero thermal movement

セミナー資料より

JUAS February 2016



Cavity for SuperKEKB

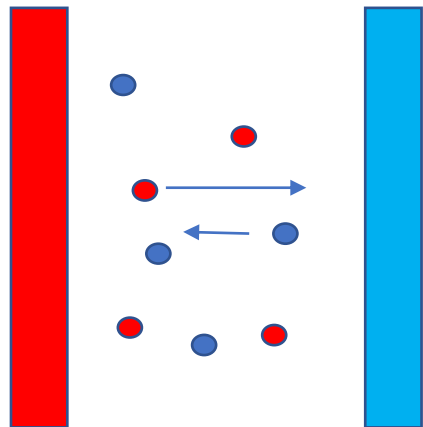


# 断熱(6)

- 伝熱と対流による入熱を遮断するために低温機器を真空中に浮かせる。
- 分子流領域(1方の板から出発した分子が他方の板に到達するまで他の分子に衝突しない)では、残留ガスの分子が運ぶ熱量は分子の密度に比例し、隙間の距離は無関係であることは自明である。
- M.Knudsenによれば、その伝熱量は次式の通りである。

$$Q = 1.83 \times 10^{-10} \times \frac{\gamma+1}{\gamma-1} \cdot P \cdot \frac{T_H - T_L}{\sqrt{M \cdot T_m}}$$

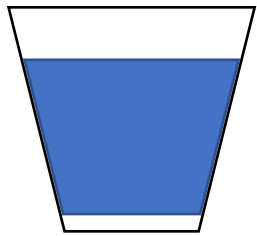
P:圧力[Pa]  
 $\gamma$ :比熱比  
M:分子量  
 $T_m$ :平均温度



- $10^{-2}$ Pa台で、次に考察するアルミで作った断熱容器の輻射入熱と残留ガスによる入熱が同じくらいになる。
- 極低温の表面についたガスは(ヘリウム以外は)吸着されるので、極低温機器の断熱真空は非常に低圧になり問題にならない。(漏れがなければ。)

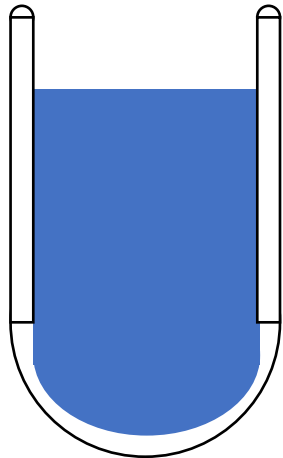


# 断熱(7)



表面積 $1\text{m}^2$ の球体は半径約 $28\text{cm}$ で、体積は約 $95\text{L}$ 。  
断熱して保護される低温の物体は表面積 $1\text{m}^2$ 、体積 $95\text{L}$ の液化ヘリウムとして断熱性能を評価していく。

大気中に置かれた物体表面の熱伝達率は自然対流の場合、 $5\text{W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$ 程度。  
室温 $300\text{K}$ 、ヘリウム温度 $4.2\text{K}$ とすると、 $1.48\text{kW}$ 程度の入熱が見込まれる。  
液化ヘリウムの比重を $0.125$ 、気化潜熱を $20\text{J}/\text{g}$ とすると、 $160$ 秒で蒸発する。



容器の壁の中を真空にして、伝熱による入熱を完全にカットし、輻射のみの入熱となった場合を考える。

# 断熱(8)

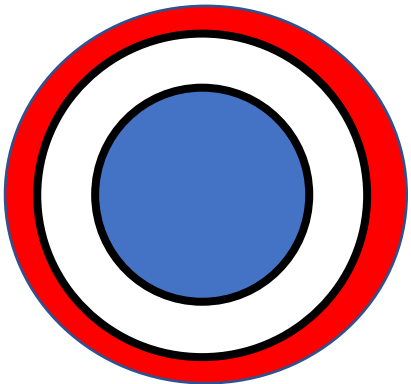
黒体が単位面積当たり輻射するエネルギーはステファンボルツマン係数  $\sigma$  と温度  $T$  で以下のように表される。

$$Q = \sigma T^4$$

高温側の温度  $T_H$  と低温側の温度  $T_L$  の黒体間には以下のエネルギーのやり取りがある。

$$Q = \sigma(T_H^4 - T_L^4)$$

$\sigma$  は  $5.67 \times 10^{-8} [\text{W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-4}]$  なので、黒体で作った断熱真空容器では入熱は約460Wとなり、液体ヘリウムは9分くらい持つようになる。



真空容器の壁が黒体というのは実際には無理がある。

# 断熱(9)

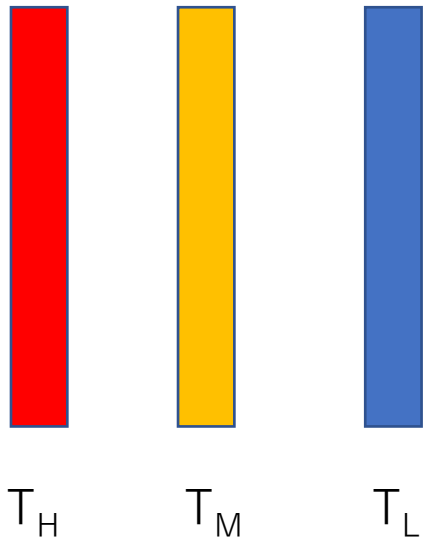
黒体ではない物質が単位面積当たり放射するエネルギーは放射率(emissivity)  $\varepsilon$  を用いて次式のように表される。

$$Q = \varepsilon \sigma T^4$$

放射率の一覧を見ると、金属光沢の表面が放射率が小さい。

低温機器や真空容器の表面にアルミニウムの蒸着シートを張り付けたとしよう。

これだけで、入熱は98%低減され、9.2W、液化ヘリウム95Lの保持時間は11時間程度になる。



中間層を設けてはどうだろうか。挿入された板は熱的に孤立していると考えると、

$$Q = \sigma \varepsilon (T_H^4 - T_M^4) = \sigma \varepsilon (T_M^4 - T_L^4)$$

$T_H$ を300K、 $T_L$ を4.2Kとすると $T_M$ は約252Kと求められる。

中間層を1枚入れると入熱は1/2に、  
2枚入れると入熱は1/3に、  
N枚入れると入熱は1/(1+N)になる。

表 2: 各種物質の放射率 [9]

材質	放射率
アルミニウム (磨いた面)	0.011 ~0.027
アルミニウム (蒸着面)	0.014 ~0.021
真鍮 (磨いた面)	0.018
銅 (磨いた面)	0.006 ~0.06
ステンレス (磨いた面)	0.055 ~0.13
GFRP	0.52 ~0.68
紙 (室温)	0.92

# 断熱(10)

アルミ蒸着シートを多層(30層とか)に施工するのは難しくない。層間のサポートは熱伝導率が小さく、輻射を通すメッシュ状のシートを用いる。

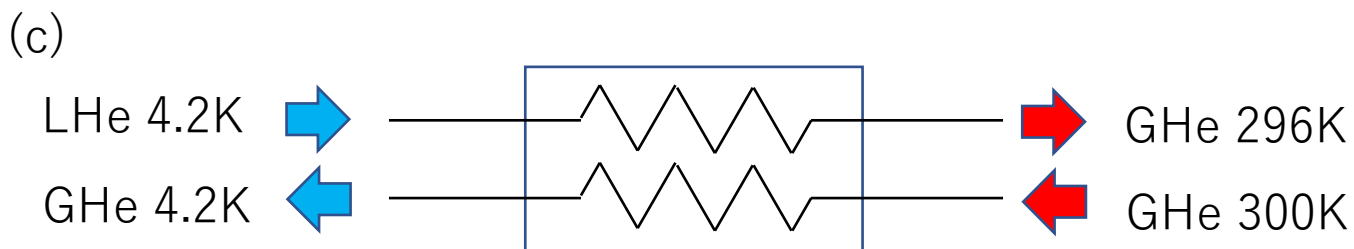
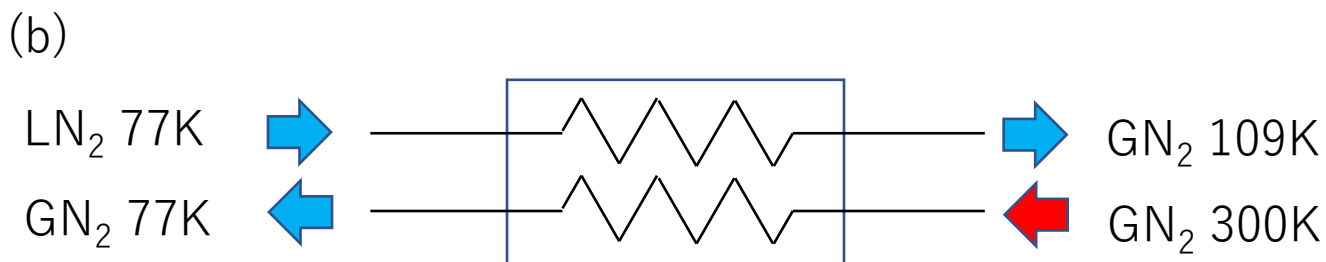
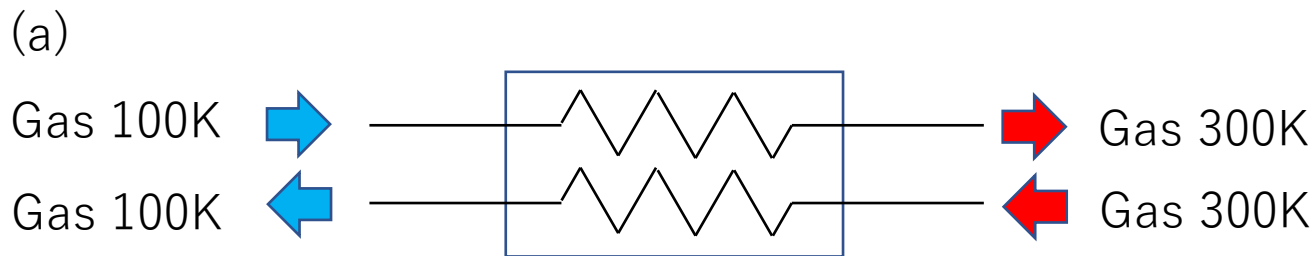


(株) カネカHPより

中間層を液化窒素で冷却した窒素シールドも入熱低減に有効

# 等圧変化(4)

行きと帰りの流体のマスフローが等しい場合を考えまる。



理想気体は圧力によらず比熱が一定( $\frac{5}{2}R$ )なので、低温側の温度によらず高温側と低温側の間で熱が移動しない。

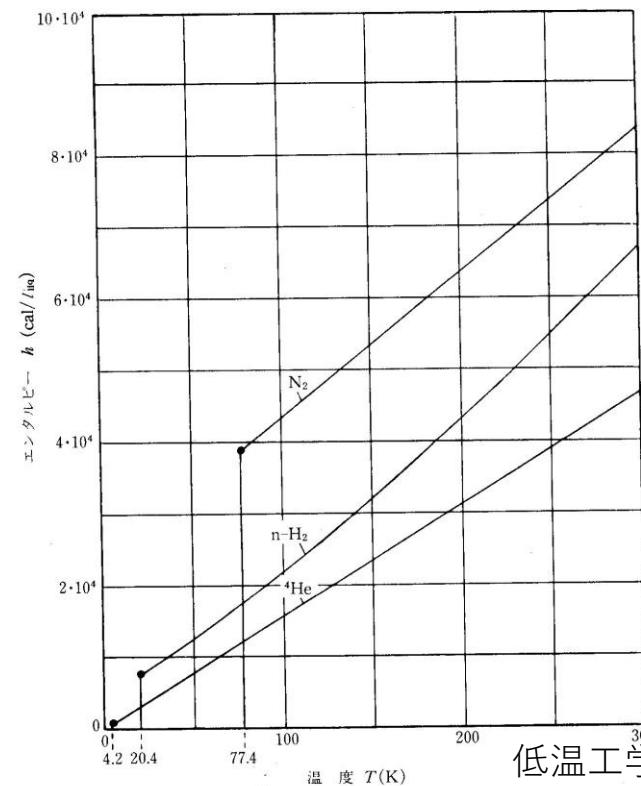


図 1.1 N<sub>2</sub>, H<sub>2</sub> および <sup>4</sup>He の液体 1l 当たりのエンタルピー。  
 (●印は液体 1l 当たりの蒸発潜熱である。  
 (沸点における液体のエンタルピーを零とする。))



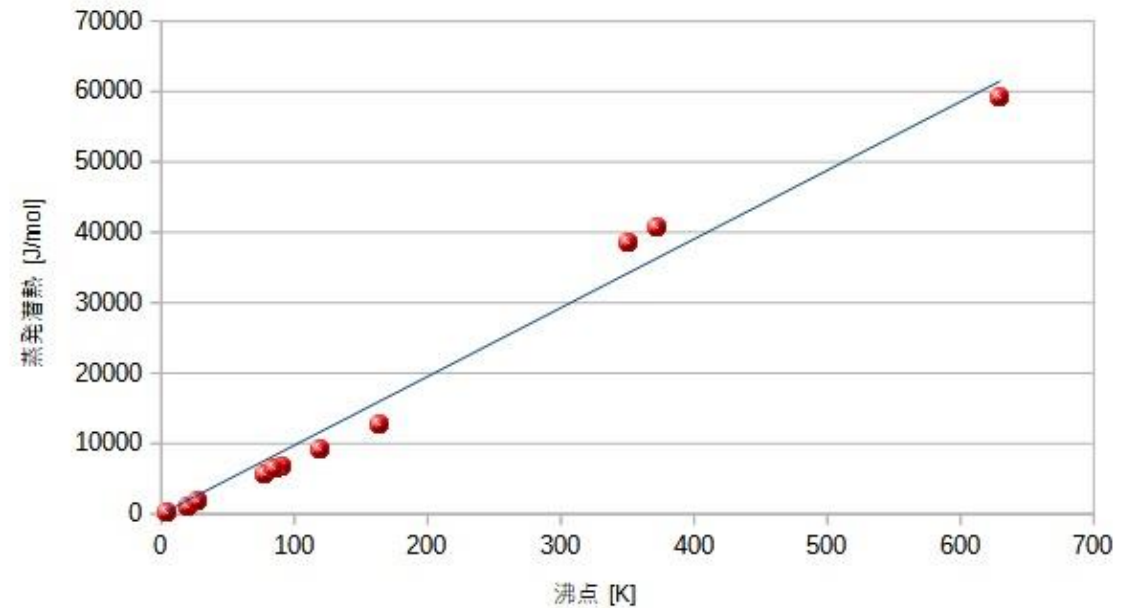
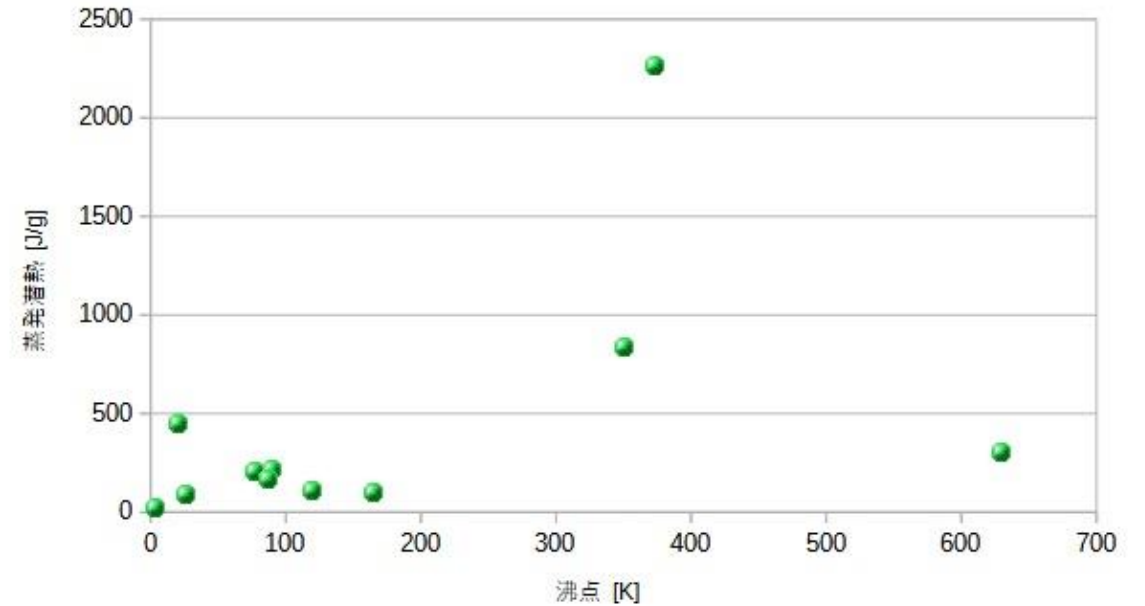
# トルー トンの規則

どうして、ヘリウムの気化潜熱は窒素に比べて小さいのか？

水の気化潜熱が大きいなどという一般論をよく聞くがどういうことか？

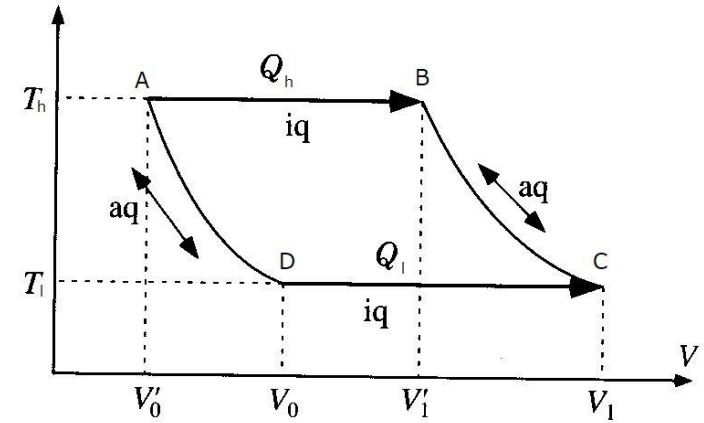
上の図は単位質量[g]あたりの気化潜熱を図示したものである。規則性はあまりなく、水の気化潜熱が突出して大きい。

下の図は単位物質質量[mol]あたりの気化潜熱である。かなり明確な相関があることがわかる。単位物質質量あたりの気化潜熱が沸点に比例するというのがトルー トンの規則である。



# カルノーサイクル(1)

高温源の温度 $T_h$ と低温源の温度 $T_l$ をとして、それぞれの温度を断熱準静操作で結ぶことができる2組の状態(ADとBC)を定める。右図参照  
 状態 $A \rightarrow B$ と $D \rightarrow C$ のそれぞれの操作における最大吸熱量、 $Q_{max}(A \rightarrow B)$ と $Q_{max}(D \rightarrow C)$ には以下のような関係が成り立ち、これをカルノー(Carnot)の定理と呼ぶ。



培風館 新物理学シリーズ 熱力学

$$\frac{Q_{max}(A \rightarrow B)}{Q_{max}(D \rightarrow C)} = \frac{T_h}{T_l}$$

状態 $A \rightarrow B$ の変化の際の内部エネルギーの変化は

$$U_B - U_A = Q_{max} - W_{max}$$

$W_{max}(A \rightarrow B) = F_A - F_B$  を利用して、

$$\frac{U_B - U_A - F_B + F_A}{T_h} = \frac{U_C - U_D - F_C + F_D}{T_l}$$

$S_B - S_A = S_C - S_D$  ただし、 $S = \frac{U-F}{T}$  として。

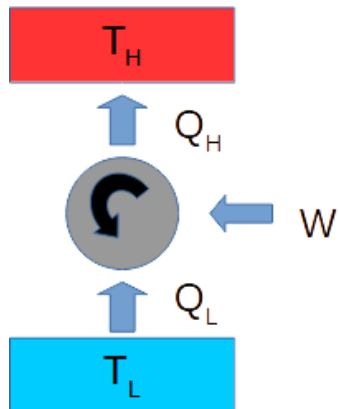
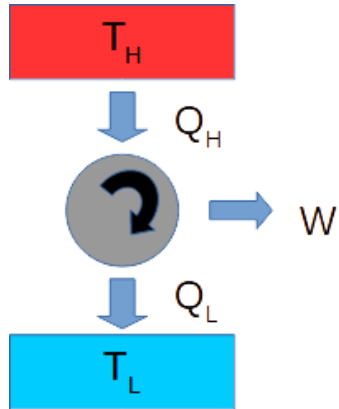
同じ温度差の状態量の変化量 $S$ (エントロピー)がたまたまいつも同じとするより $S_B$ と $S_C$ は等しい値を持つ状態量としたほうが見通しが良いので、そうなるように定義する。 $F$ の温度依存性が未定義だったのでそこで調整できる。

断熱仕事膨張(圧縮)は等エントロピー操作



これにより、  
 等圧操作、等温操作、等エンタルピー操作、  
 等エントロピー操作の説明が完了した。

# カルノーサイクル(2)



カルノーサイクルをもう少しエネルギーの流れに注目した図で示してみた。  
 高温源の温度を $T_H$ 、低温源の温度を $T_L$ 、取り出される仕事を $W$ 、  
 高温源から取り出される熱を $Q_H$ 、低温源から取り出される熱を $Q_L$ とした。  
 カルノーの定理から、

$$\frac{Q_H}{T_H} = \frac{Q_L}{T_L}$$

熱浴とやり取りするエントロピー  $S=Q/T$

エネルギー保存から

$$Q_H - Q_L = W$$

熱機関の効率  $\eta$  は

$$\eta = \frac{W}{Q_H} = \frac{Q_H - Q_L}{Q_H} = \frac{Q_H - \frac{Q_H \cdot T_L}{T_H}}{Q_H} = \frac{T_H - T_L}{T_H}$$

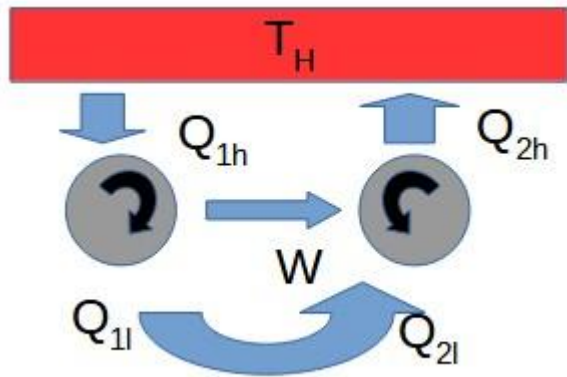
同様に冷凍機の効率は

$$\eta = \frac{Q_L}{W} = \frac{T_L}{T_H - T_L}$$

となる。



# カルノーサイクル(3)



カルノーサイクルより効率の良い熱機関は存在するのだろうか？  
カルノーサイクル(1)とカルノーサイクルより高効率な冷凍機(2)を  
並べて運用する。

低温源は熱浴ではなく、それぞれの低温源が接続されて一定温度に  
保たれているバッファーとする。すなわち  $Q_{1l} = Q_{2l}$

冷凍機の効率がより高いので、 $W_1 > W_2$  となり、仕事の一部が取り  
出される。冷凍機が高温側に戻す熱もカルノーサイクルより小さ  
くなる ( $Q_{1h} > Q_{2h}$ )。この組み合わされた機関は熱浴から  $Q_{1h} - Q_{2h}$   
の熱を取り出して仕事にかえる能力を持つことになる。

このような機関は第2種永久機関と呼ばれ、熱力学の第二法則によ  
り存在しないこととされている。

同様に熱機関側をカルノーサイクルより高効率と仮定しても第2種  
永久機関ができてしまうので、カルノーサイクルより高効率な熱機  
関も冷凍機も存在しないことがわかる。

また、すべての可逆機関の効率が等しいこともわかる。

# 熱力学の第二法則 (様々な表現があるが、全て等価)

- トムソンの原理

仕事 $W$ が熱 $Q$ に変わる現象は、それ以外に何の変化の残らないならば不可逆である。あるいは温度の一樣な一つの物体から奪った熱を全部仕事に変え、それ以外に何の変化も残さないことは不可能である。

- クラウジウスの原理

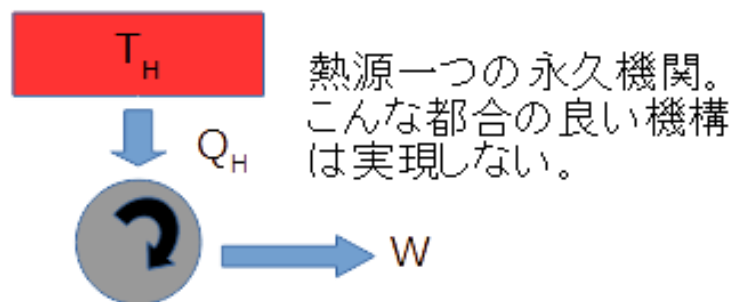
熱が高温度の物体から低温度の物体に移動する過程はそれ以外に何の変化の残っていないならば不可逆である。あるいは、熱が低温度の物体から高温度の物体へ自然に移ることはあり得ない。

- オストヴァルトの原理(第2種永久機関不可能の原理)

一つの熱源を冷やして仕事をする以外に、外界に何の変化も残さずに周期的に働く機関(第2種永久機関)は実現不可能である。

- エントロピー増大の原理

断熱系では、エントロピーが増大するように現象が起きる。



熱力学の第二法則が破れた日々

- 暑い日にクーラーをかけて涼みながら、取り出した熱を電気に変えて電力会社に売却。
- 海水の熱を動力に変えスクリューを回してタンカーを運航する。スクリュー出力は熱になり(ジュールの実験)、海水温は元に戻るの、いつまでも動力が得られる。

# TS線図

4.2Kの液化ヘリウムの場所がはっきり示される。

液とガスのエントロピー差  $\Delta S$  が明確になっている。  
 $S=Q/T$  だから、気化潜熱も明確になる。

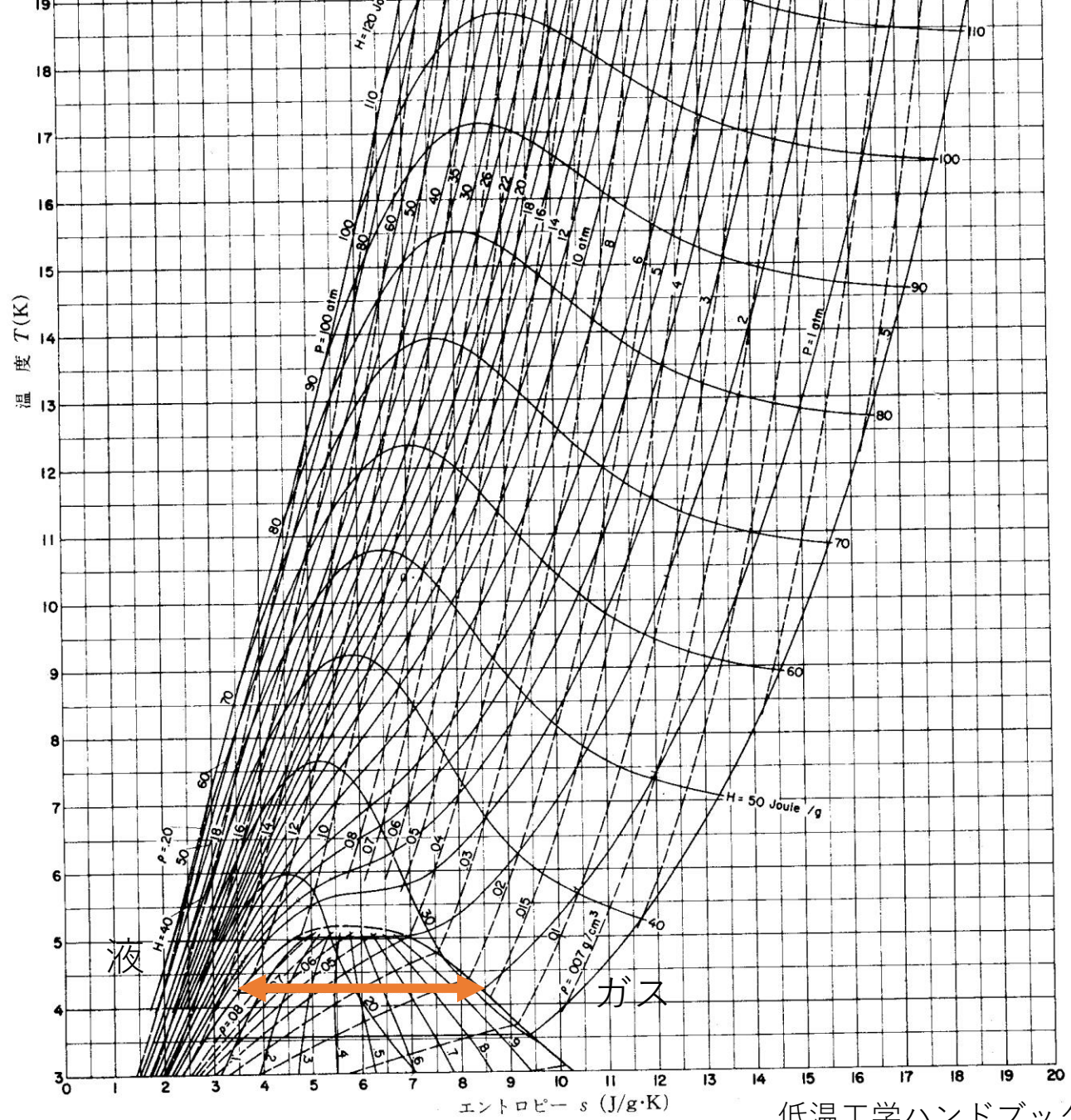


図 I.13 <sup>4</sup>He の温度 - エントロピー線図<sup>6)</sup>.



# 理想的な冷凍機

等温圧縮して常温の気体のエントロピーを下げていく。

液化ヘリウムと同じエントロピーまで下がったら、断熱仕事膨張(等エントロピー膨張)させて液化ヘリウムにする。

問題点

常温を300Kとして、液化ヘリウムと同じエントロピーまで圧縮すると、要求される圧力は約70GPa(70万気圧)。

(2.5MPa以下では液化ヘリウムが固化することはないのでそれ以上には加圧しないと聞いたことを覚えていますか?)

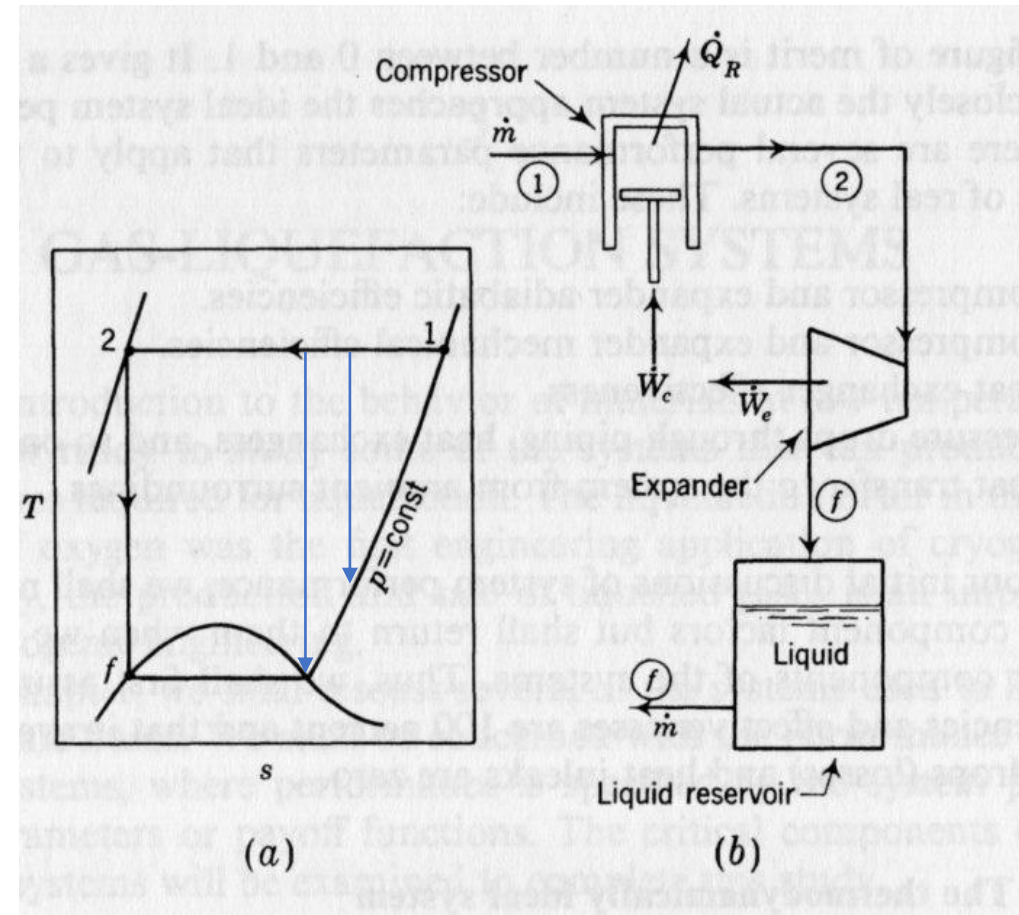
部分的な液化のためには4.2Kのヘリウムガスよりはエントロピーを下げておかなければならない。

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{0.4}$$



4.3GPa

実際の液化機としては使えそうにない。

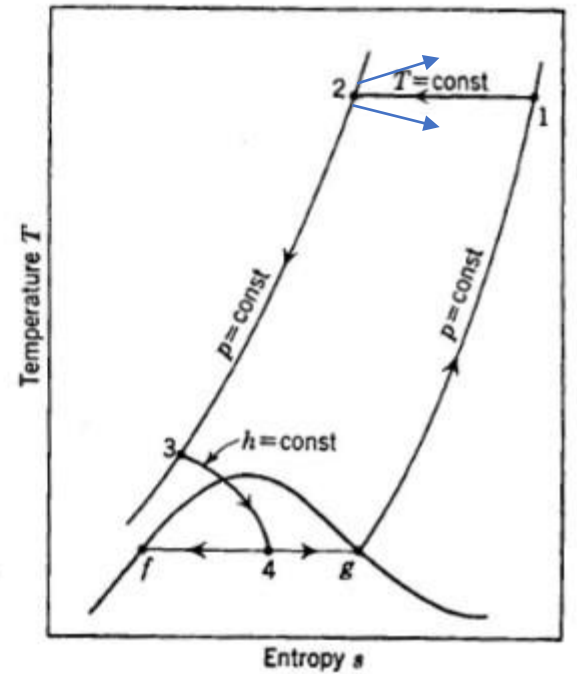
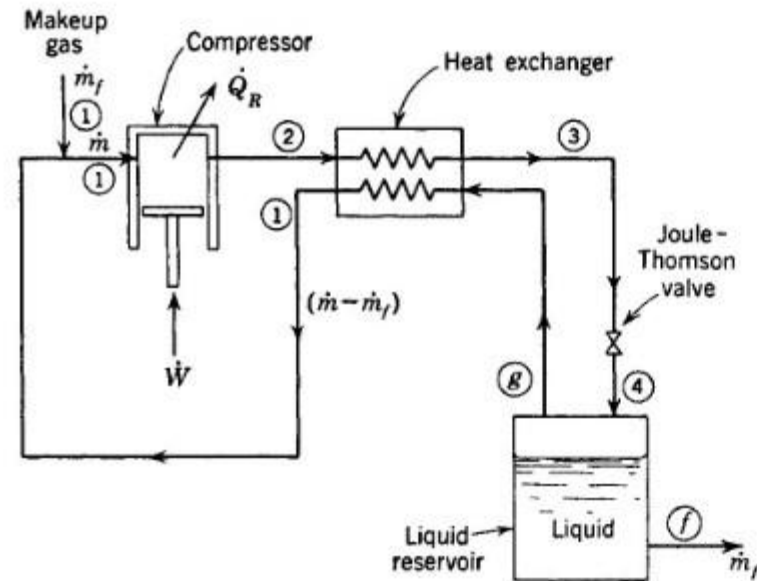


R. F. Barron "Cryogenic Systems"

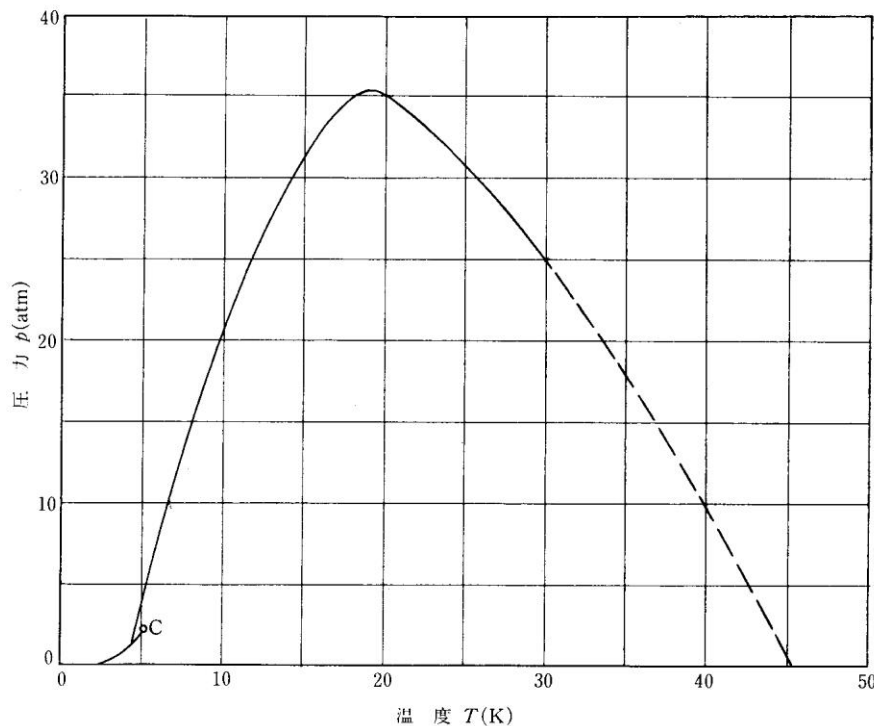
# リンデーハンブソン冷凍機(1)

JT膨張を利用した冷凍機。実際に空気の液化プラントで使用された。

ヘリウムガスに応用することができるか？



# リンデー-ハン普森冷凍機(2)



低温工学ハンドブック

リンデー-ハン普森冷凍機でヘリウムガスを冷却したくても、常温からの起動はできない。

JT膨張させると温度が上がっている。

JT膨張させて、温度が下がる領域はこれ。

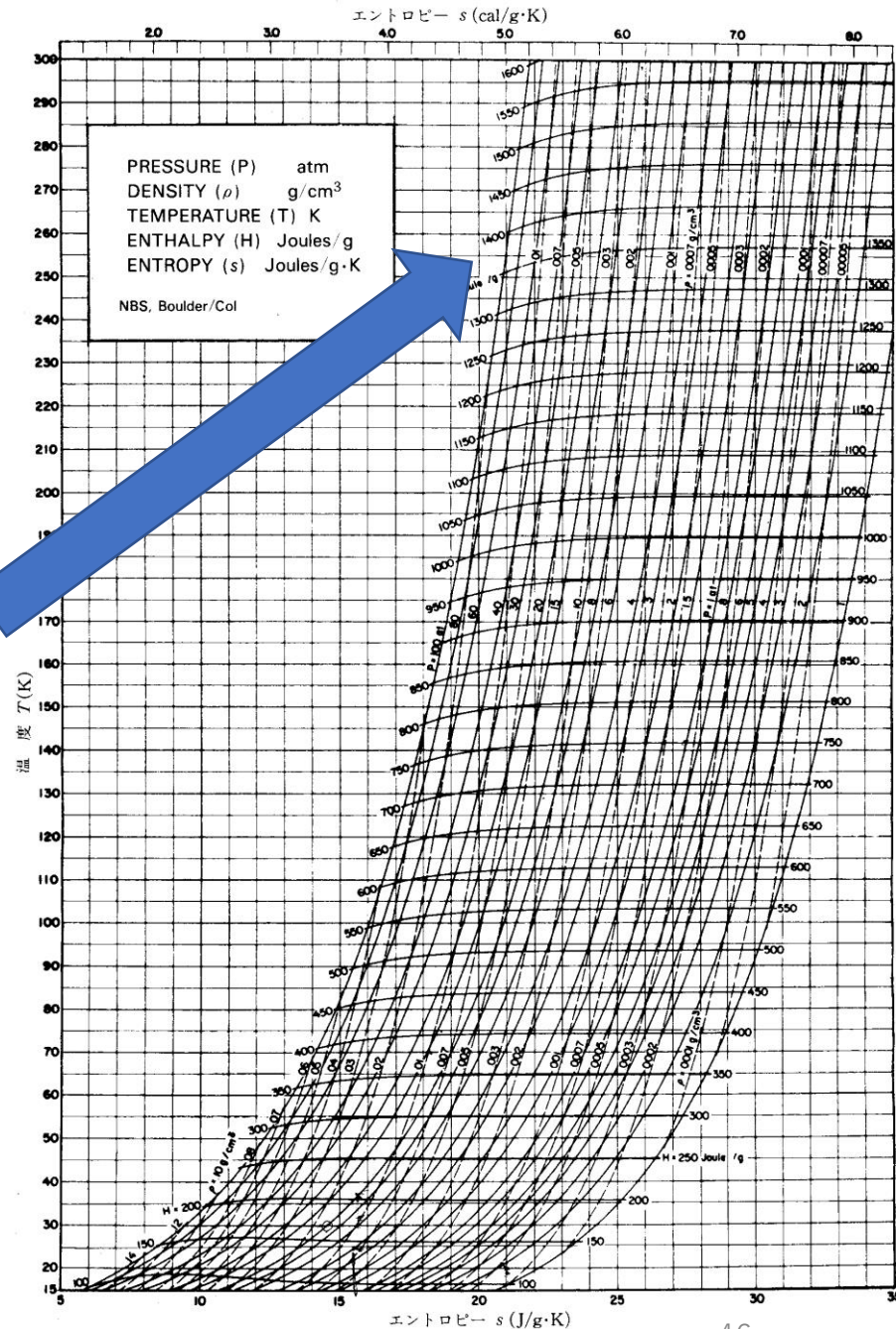
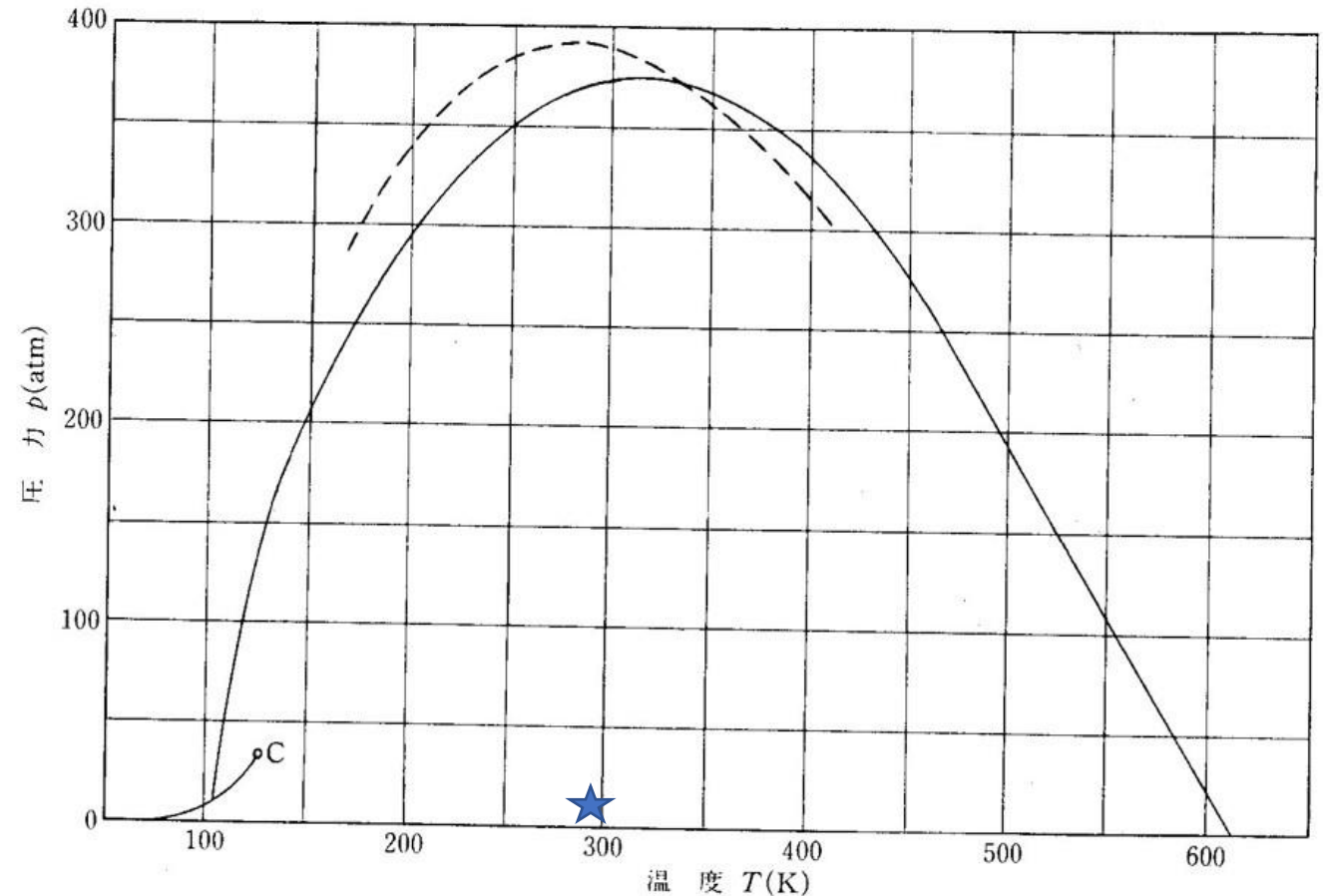


図 I.13 の続き <sup>4</sup>He の温度-エントロピー線図<sup>6)</sup>。

# リンデーハン普森冷凍機(3)

窒素ガスはJT膨張して温度が下がる領域が広く、日常的な温度、圧力状態でも膨張させれば温度が下がる。

リンデーハン普森冷凍機は空気の液化プラントには適用できるが、ヘリウムの液化機としては適していない。









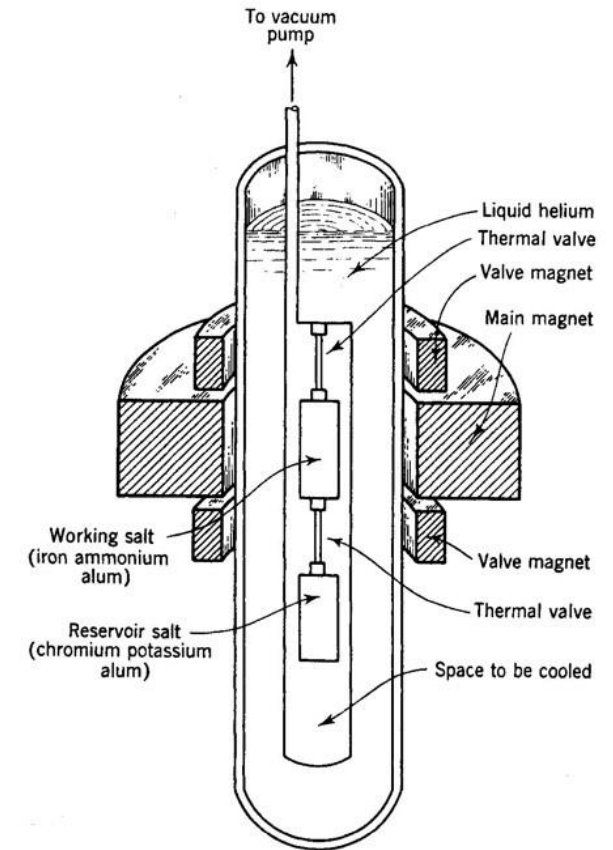
# 磁気冷凍機

磁場中の常磁性物質の温度を環境温度にならしておいて、磁場をなくすと常磁性物質の温度が下がる。

超伝導物質は熱伝導率が小さい。外部磁場により吊り下げているワイヤーを超伝導にしたり、常伝導にしたり出来る。この仕組みはthermal valveと呼ばれる。

外部磁場を操作して内部の常磁性物質の温度をベースとなる液化ヘリウム温度より下げることができる。減圧した液化ヘリウム温度をベースに1.4mKに到達した報告がある。

極めて低い温度を実現できるが、冷凍能力は小さいので加速器の冷凍機には向かない。



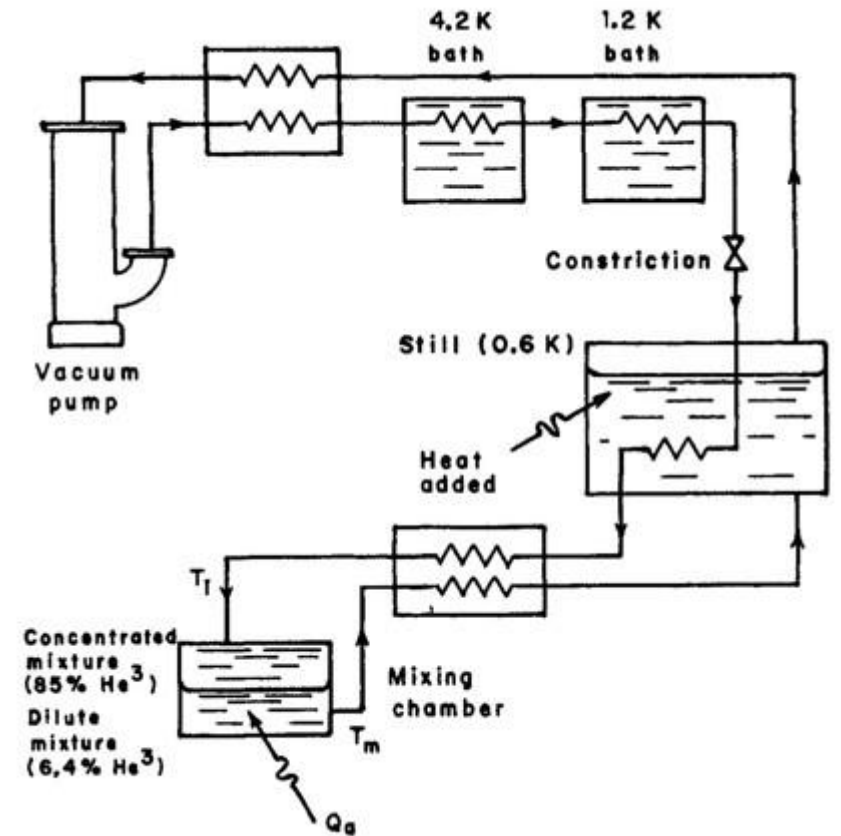
# 希釈冷凍機

通常ヘリウムといえば分子量が4の $^4\text{He}$ を指すが、希釈冷凍機では同位体の $^3\text{He}$ も利用する。

$^4\text{He}$ と $^3\text{He}$ が混じった液化ヘリウムの温度を0.87K以下に下げると超流動相と常流動相に分離する。超流動相は $^3\text{He}$ が希薄(6.4%)と小さい。

超流動相の $^3\text{He}$ を減圧ポンプで取り除くと常流動相から $^3\text{He}$ が供給される。超流動相と常流動相では $^3\text{He}$ の密度が異なり、この拡散の際に温度が低下する。

この方式で2mK程度の温度に到達できるが、冷凍能力は小さく加速器の冷凍システムには適していない。



R. F. Barron "Cryogenic Systems"

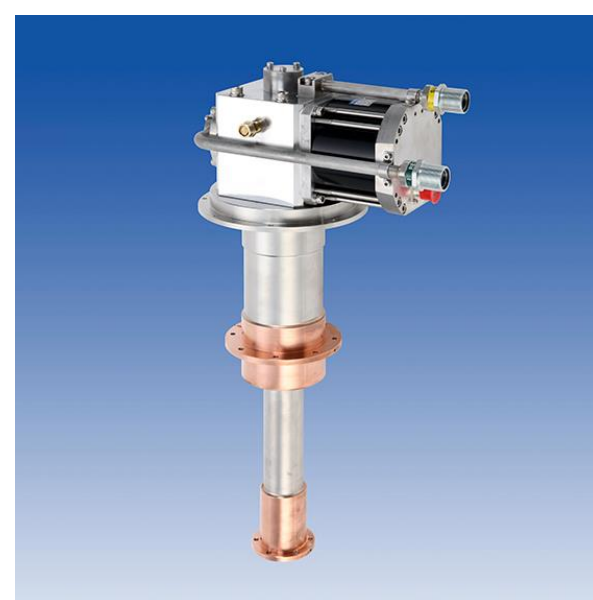
# 小型冷凍機(cryocooler)

右図のように機器の先端に低温になるブロックが機器の先端に取り付けられており、低温機器に機械的に締結して冷却することができる。

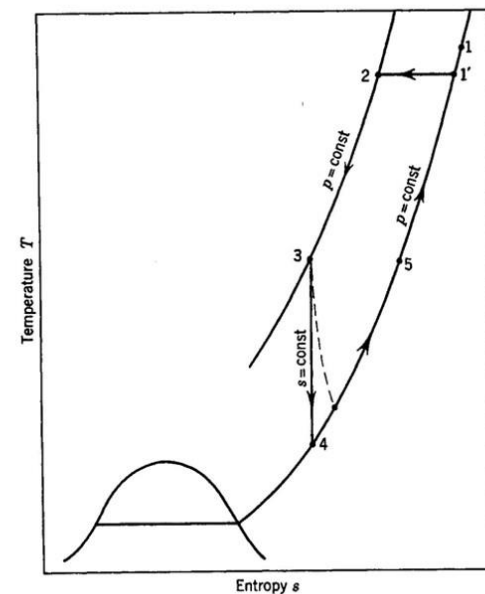
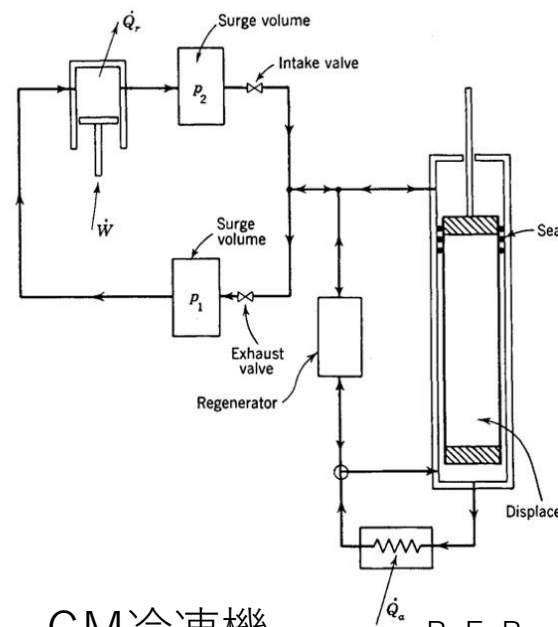
中間温度のブロックがある機器もあり、シールドの冷却に使用すると便利である。

最も普及したGifford-McMahon(GM)冷凍機のほかに、GM冷凍機を少し簡略化したSolvayサイクルを利用したもの、低温段にJTバルブを取り付けたもの、機械振動を抑えたパルス間冷凍機など様々なタイプのものがある。本来1つの冷凍機にまとめるものではないかもしれないが、機器の外観は大体同じであり、使用感も変わるものではないので小型冷凍機としてまとめておく。

機器の表面を液化ヘリウム温度付近まで冷却することができ、冷凍能力は5W程度のものが市販されているので、超伝導電磁石の台数が少ない場合は有力な選択肢となりうる。



住友重機械工業(株)HPより



GM冷凍機

R. F. Barron "Cryogenic Systems"

実際の加速器で使用された冷凍機の例

# SuperKEKB(1)

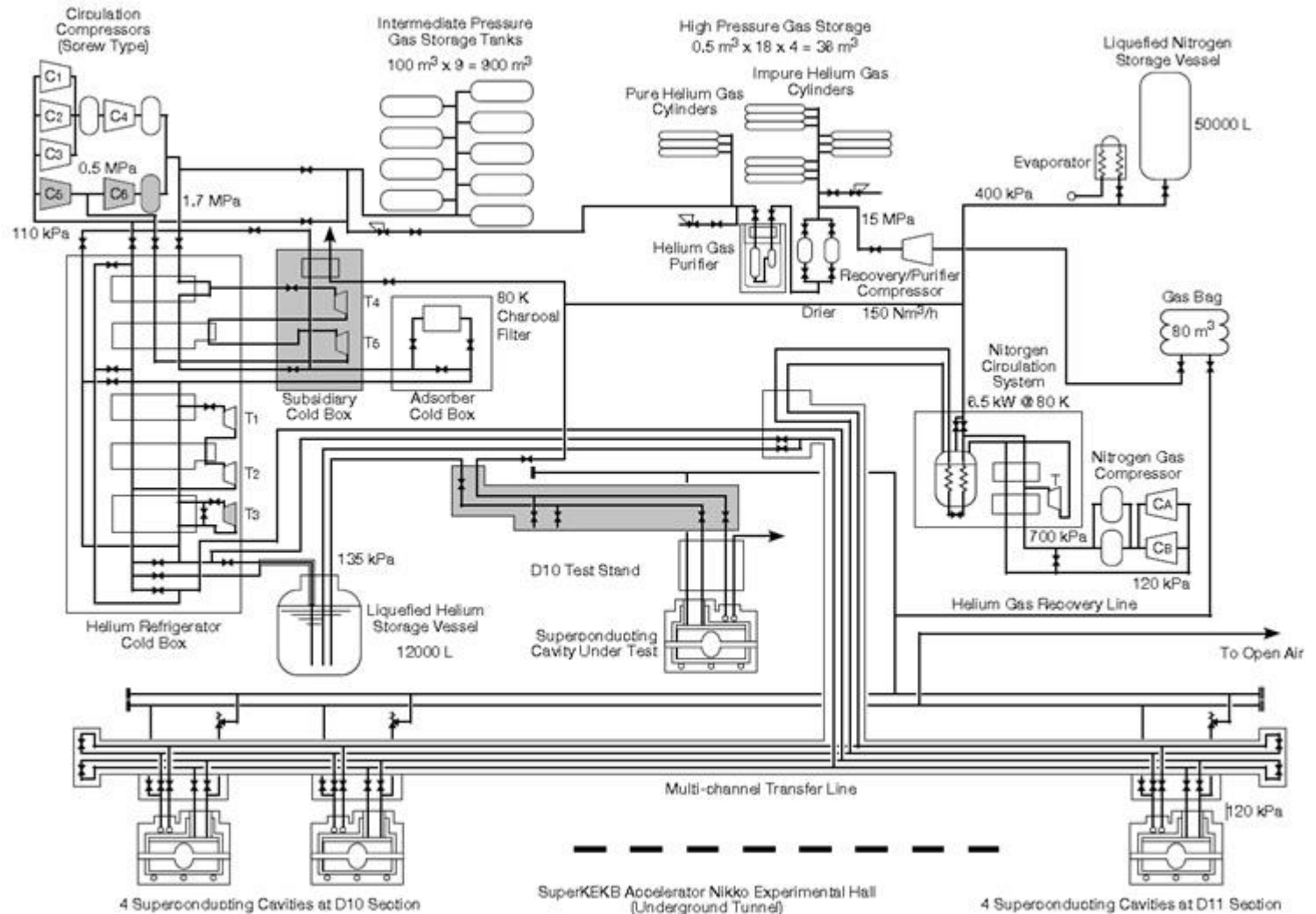
SuperKEKBの空洞冷却用の冷凍機は4.5Kにおける冷凍能力が設計値6.5kW(実績値8.1kW)の大型のものである。

冷凍機は地上に、超伝導加速空洞は地下4階相当のトンネル内にあるが、トンネル内では機器はそれほど分散せずに設置されている。

圧縮機は6台の組み合わせ。  
膨張タービンは5台。

液化機に液化窒素は不要。(高温タービンで同等の温度を発生)

窒素シールド用の窒素循環装置を持ち、蒸発ガスの寒冷を利用して再液化を行い液化窒素の使用量を削減している。



# SuperKEKB(2)

超臨界タービンを装備している。  
JT膨張に適した領域の少し高压側で温度上昇が気になるので、断熱仕事膨張させたい。

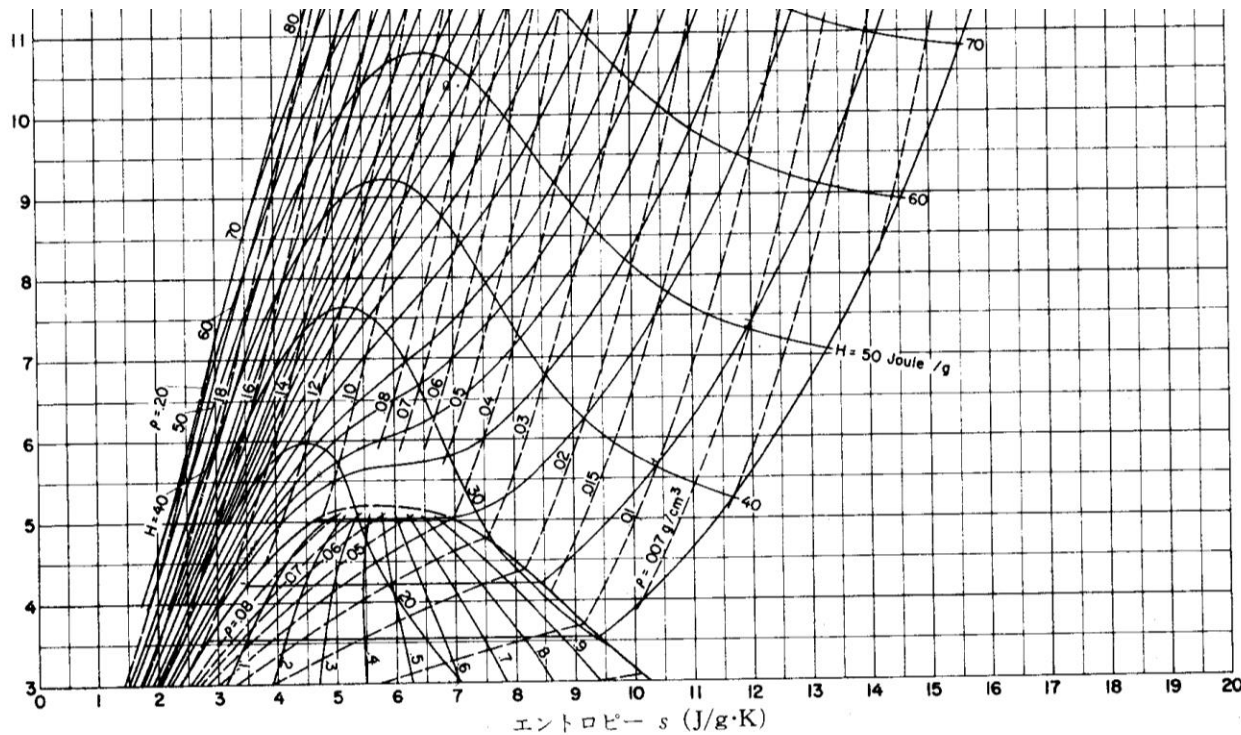
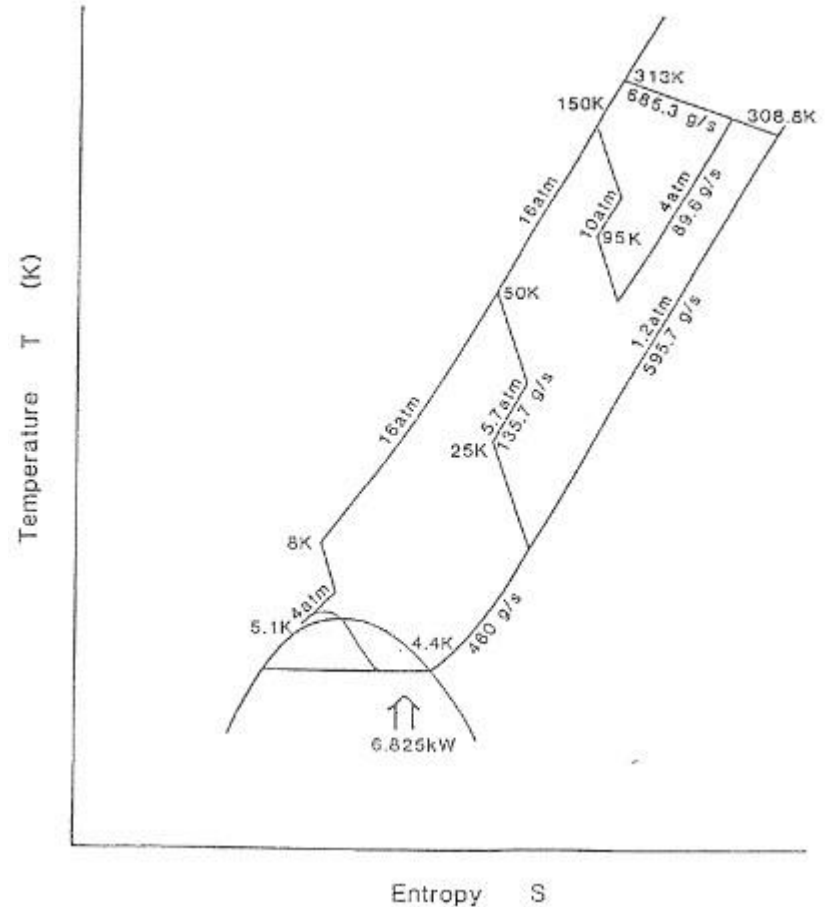


図 I.13  $^4\text{He}$  の温度-エントロピー線図<sup>6)</sup>.

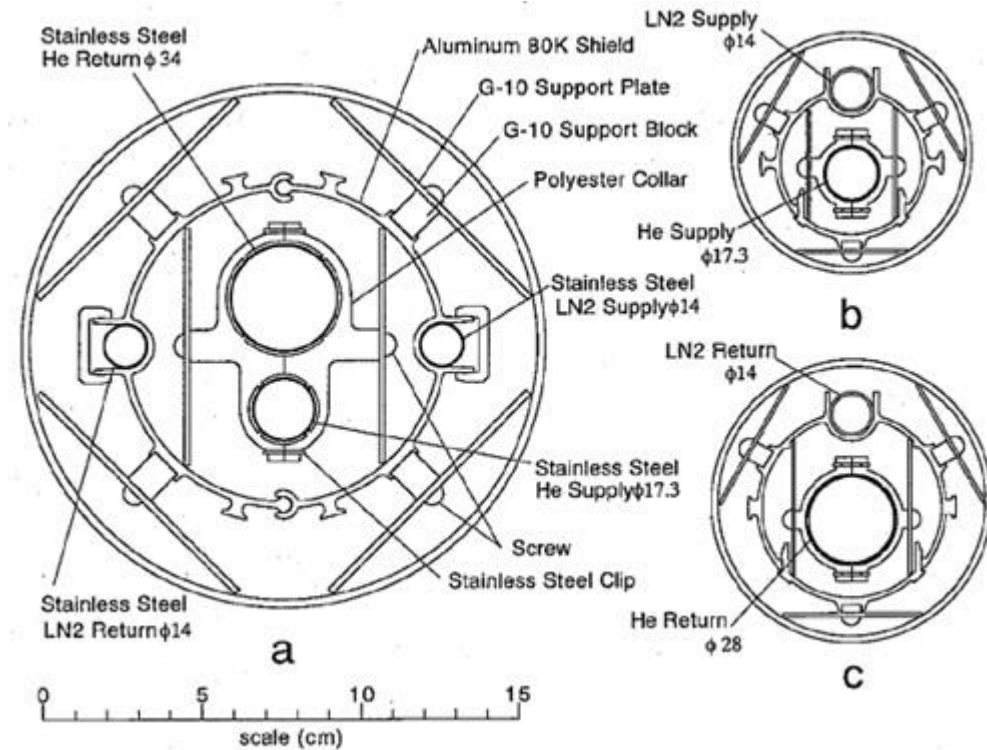


# SuperKEKB(3)

高性能な断熱配管(トランスファーライン)の実現は冷凍システム全体の性能向上に大きく貢献する。

所内で開発した断熱配管の断面を示す。測定では、液化ヘリウムラインへの入熱が0.05W/m程度と非常に小さくなっており、効率的な液化ヘリウムの分配と低温ガスの回収が可能になっている。(冷凍機モード)

窒素循環装置と合わせて、顕熱の利用が冷凍システムの総合的な効率向上に欠かせない。



# Tevatron(1)

周長6.3kmの大型の加速器であり、1000台以上の超伝導電磁石が導入されている。

機器が広く分散している。→低温ガスの回収が難しい。

常温ヘリウムガスから液化ヘリウムを発生させるのに取り去ったエントロピーは蒸発潜熱に比べて非常に大きい。  
→現場で、蒸発ガスの寒冷を利用して再液化を行い、戻りガスは常温にできないか？。

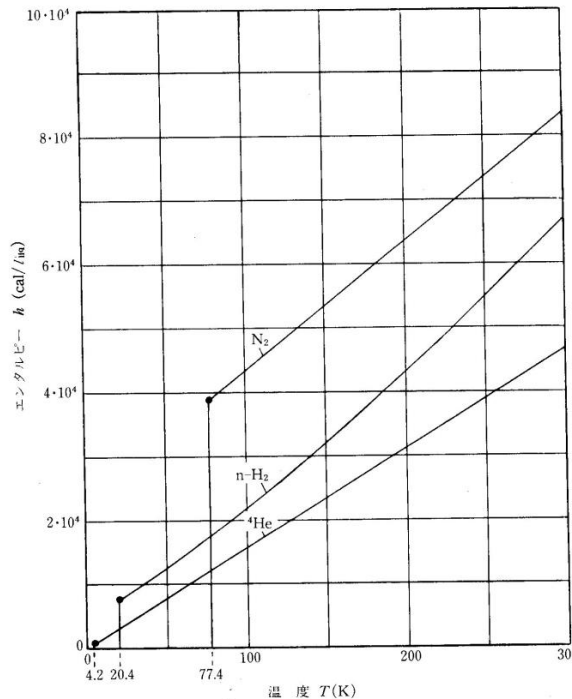


図 1.1 N<sub>2</sub>, H<sub>2</sub> および <sup>4</sup>He の液体 1l 当たりのエンタルピー。  
(●印は液体 1l 当たりの蒸発潜熱である。  
(沸点における液体のエンタルピーを零とする。))

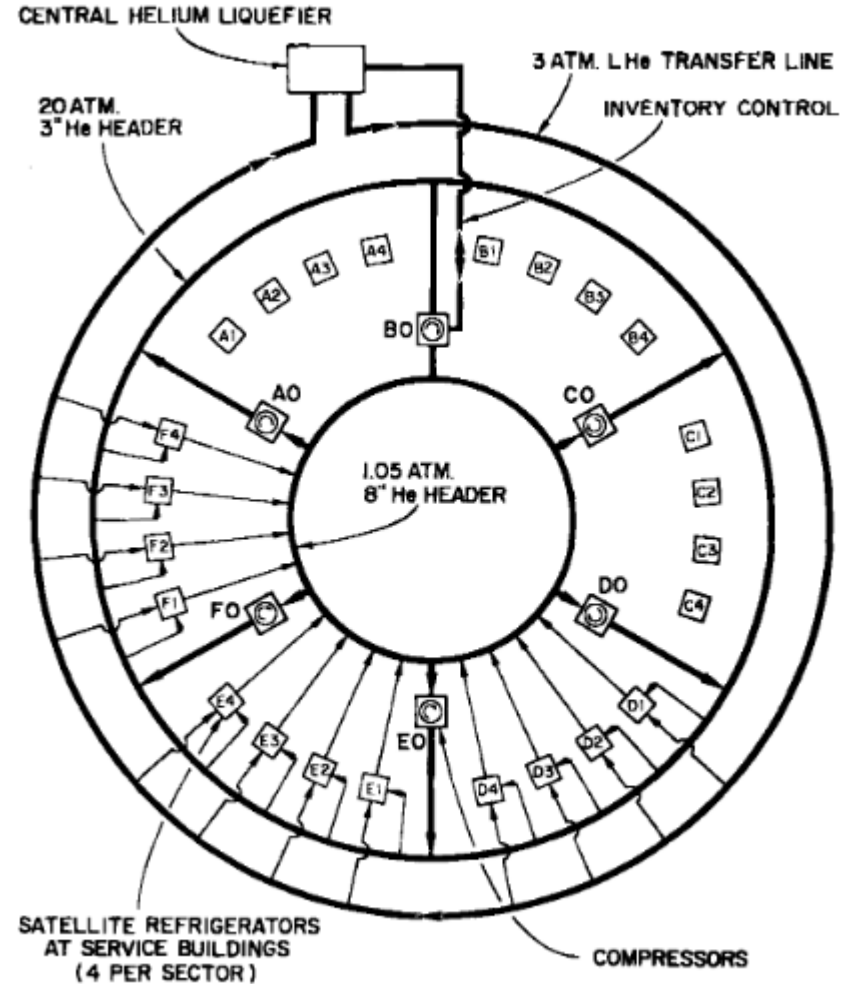


Figure 3. Layout of the Refrigeration System



# Tevatron(2)

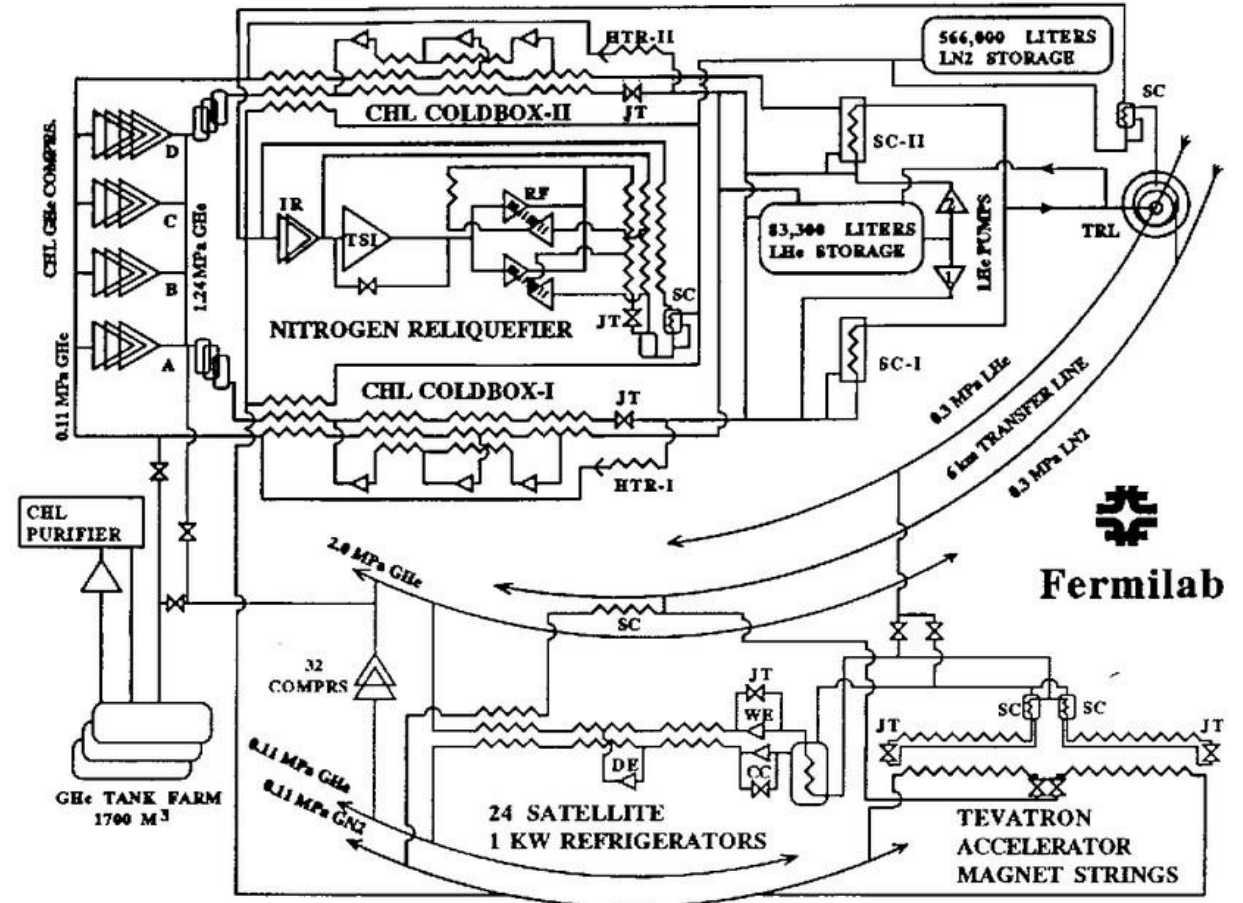
サテライト冷凍機：

(1)中央の液化機から液体ヘリウムの供給を受けて、超伝導電磁石を冷却する。

(2)常温の20気圧配管と1気圧配管が加速器に沿って敷設されており、サテライト冷凍機から利用可能。

(3)蒸発ガスの寒冷を利用し、高圧ヘリウムガスを再液化する。中央の液化機に戻すのは常温のヘリウムガス。

顕熱の利用が重要。



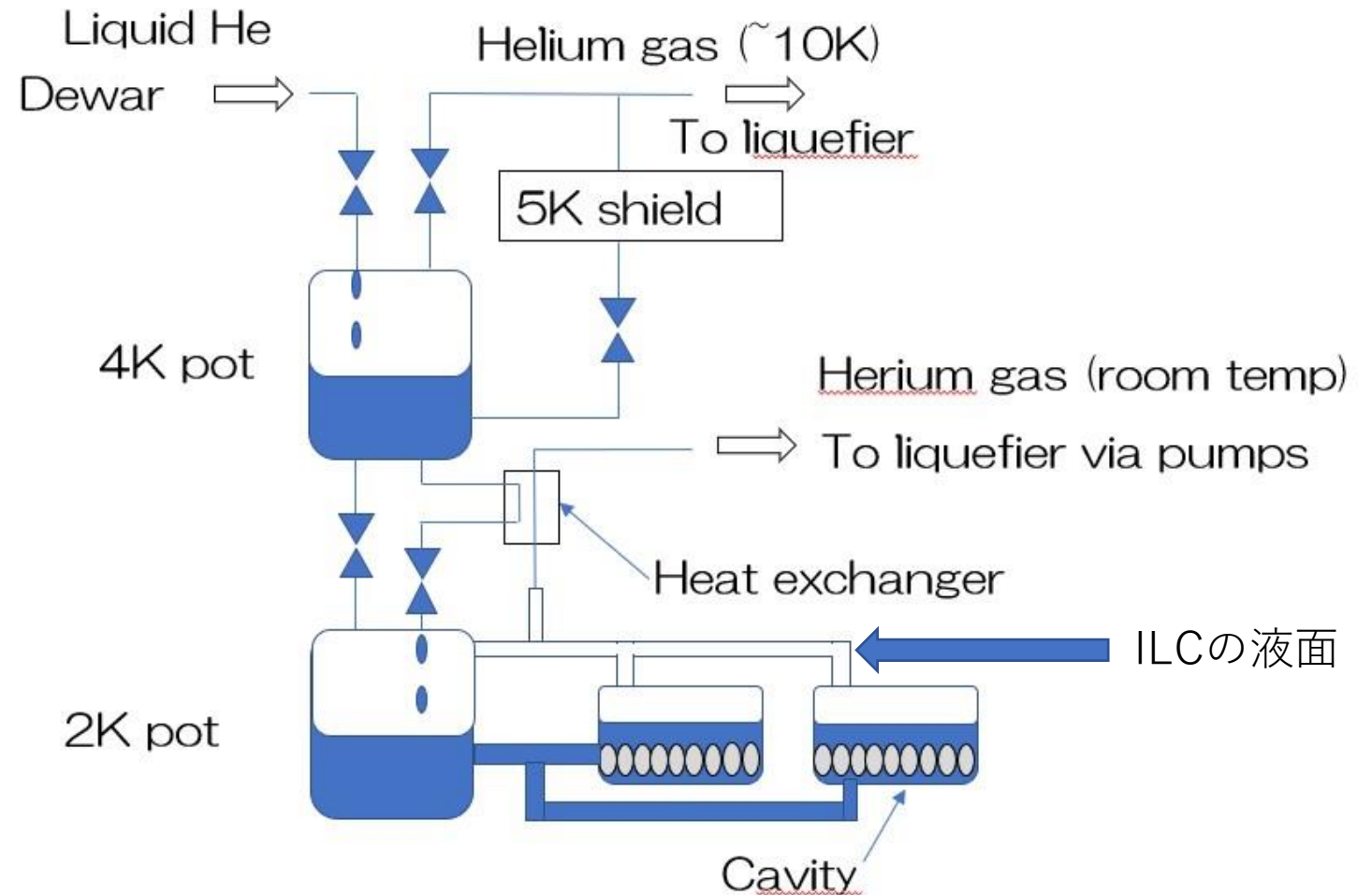
Michael G. Geynisman et al.  
“Cryogenic System for the Tevatron” (1996)

# cERL(1)

ヘリウム液化機から液化ヘリウムの供給を受け、液化ヘリウム槽を減圧することによって、2Kの超流動ヘリウムを発生させる。

2Kに対応する圧力は3.13kPa。

cERLでは空洞あたりの発熱が大きいので、ヘリウム液面と空洞を同じ容器の中に収めている。

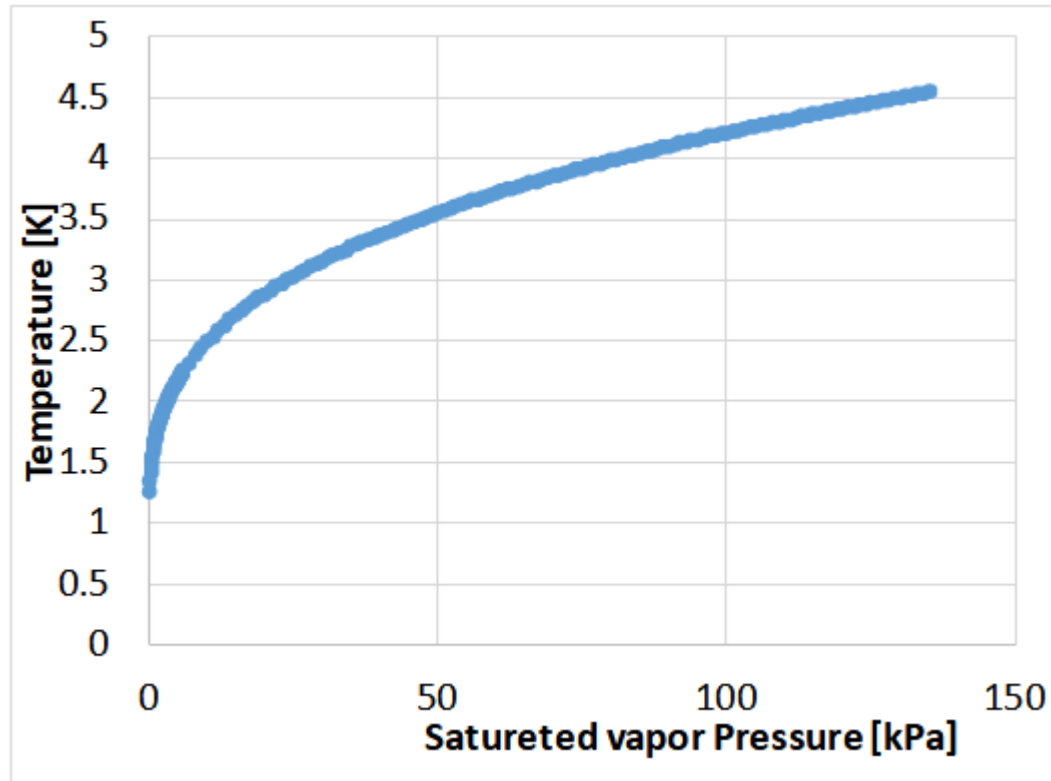


# cERL(2)

The International Temperature Scale of 1990 (ITS-90)1990  
年国際温度目盛

超伝導加速器の運転温度として問題になる温度領域はヘリウムの飽和蒸気圧により定義されている。

$$T_{90} = A_0 + \sum_{i=1}^8 A_i \left\{ \frac{\ln(P) - B}{C} \right\}^i$$



温度範囲 [K]	1.25~2.1768	2.1768~5.0
対応する圧力範囲 [kPa]	0.114~5.04	5.04~196
$A_0$	1.392408	3.146631
$A_1$	0.527153	1.357655
$A_2$	0.166756	0.413923
$A_3$	0.050988	0.091159
$A_4$	0.026514	0.016349
$A_5$	0.001975	0.001826
$A_6$	-0.017976	-0.004325
$A_7$	0.005409	-0.004973
$A_8$	0.013259	0
B	5.6	10.3
C	2.9	59 1.9

# cERL(3)

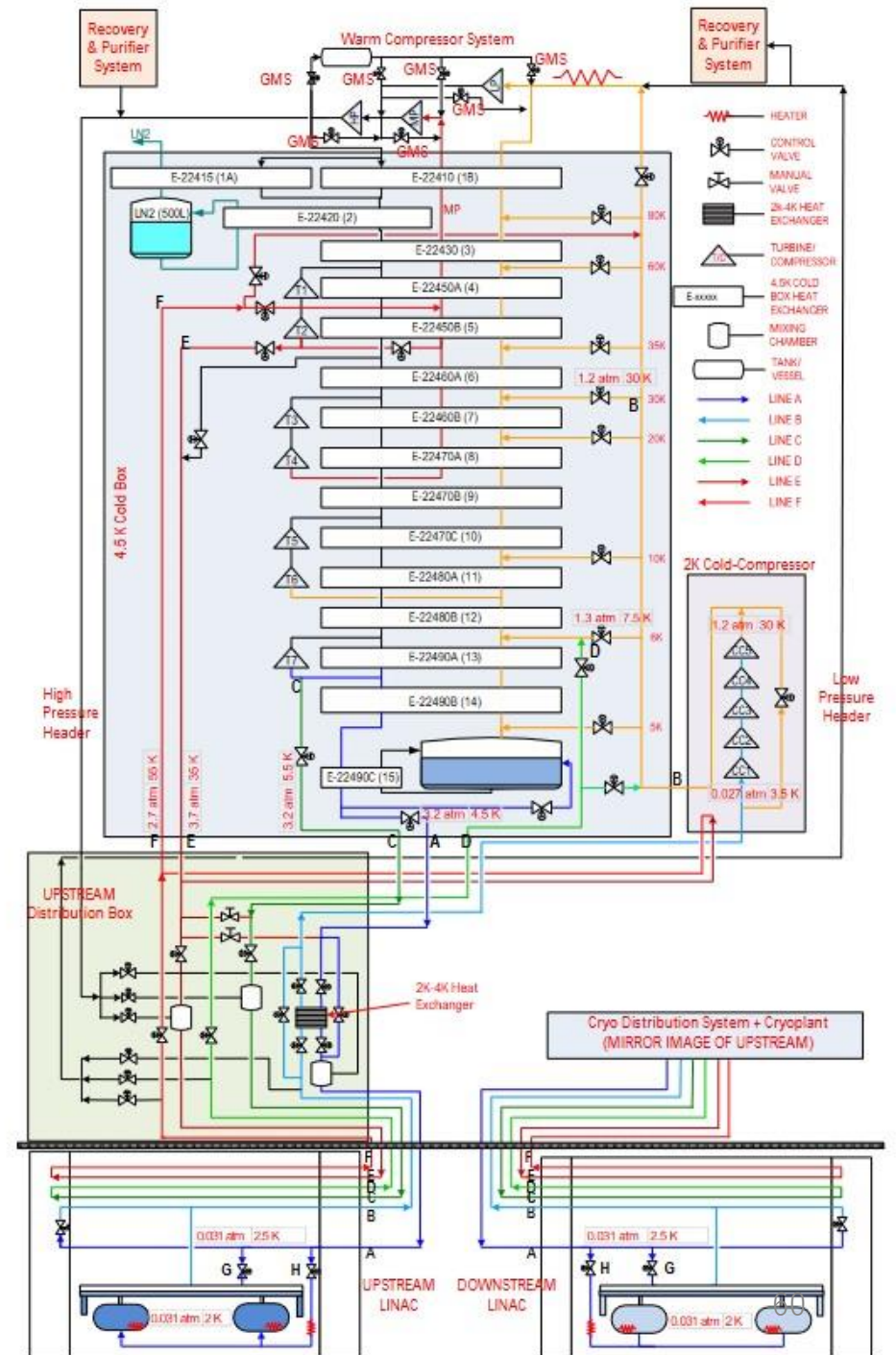
飽和超流動を利用した施設は基本的には同じ仕組み。LCLS-IIのフロー図を示す。ポンプがコールドコンプレッサになっているのが大きな違い。

入口: 0.027 atm 3.5 K  
 出口: 1.2 atm 30 K

300 K から圧縮するなら ~1350 K

$$\frac{T_2}{T_1} = \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{0.4}$$

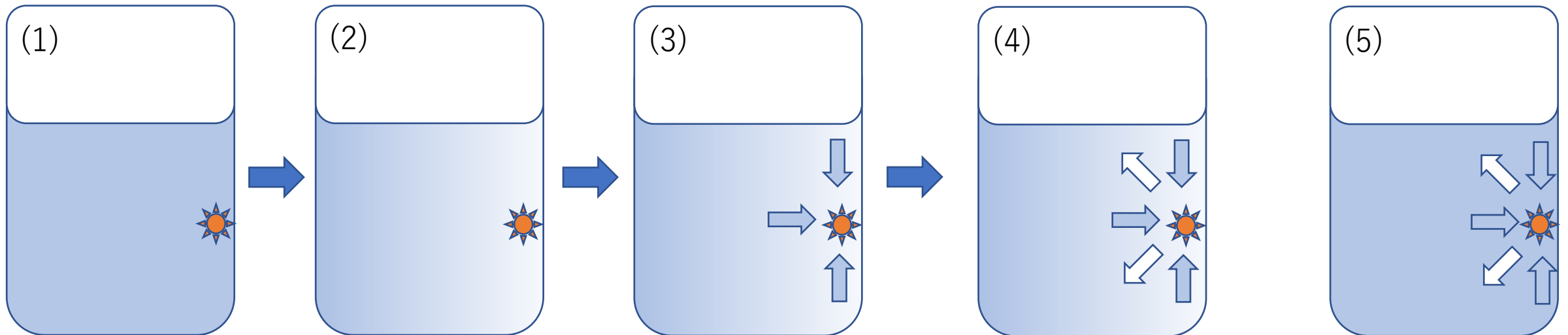
断熱仕事圧縮すると、温度は約16 K になるはずだが、断熱仕事は完全ではないので、30 K になっている。



# 見かけの熱伝導率が高い？

熱伝導率？ほんとは対流じゃないの？

- (1) He-IIの中で発熱する。
- (2) He-IIの中の超流動成分比率が低下する。(温度上昇)
- (3) 超流動成分の密度分布に勾配が付き超流動成分が拡散で移動する。抵抗なしで！
- (4) 超流動成分が熱源付近に流れ込むと圧力が上がって、常流動成分が押し出される。
- (5) 一つの熱源に流れ込む超流動成分と、排出される常流動成分。対向流。



一般に、流れによる徐熱は効率が良い。超流動成分の拡散が原動力となる流れは超流動成分の密度差をほとんど残さない。すなわち、温度差がつかない。→単位温度差あたりの熱流束を熱伝導率と呼ぶので、内部に温度差がつかない超流動流体の熱伝導率は非常に高いということになる。



# 対向流の限界

- (1) 寒冷は上部タンクの液面で発生し、熱源は下部タンクにある。
- (2) くびれた配管部分で対向流の流れの密度が極大になる。
- (3) ある流速で超流動が破壊される。

液面で蒸発が起こる。  
 気相と液相のエントロピー差を  $\Delta S$  とすると、 $\Delta S \cdot T$  の熱量が気化潜熱として取り去られる。  
 → 常流動成分が超流動成分に変換される。

超流動流体中での発熱。  
 → 超流動成分が常流動成分に変換される。

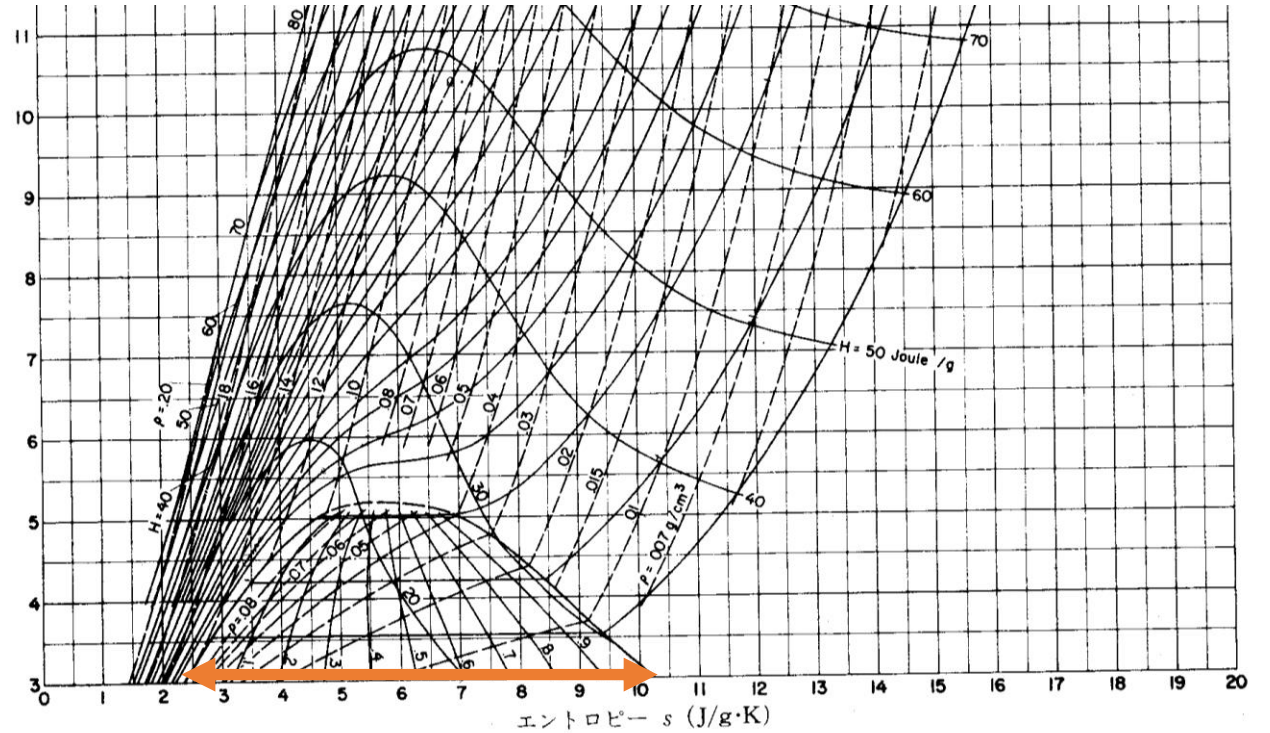
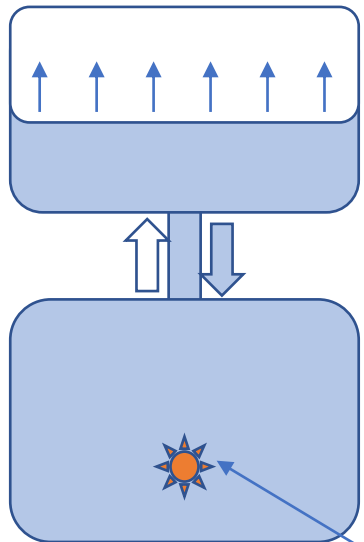


図 1.13  $^4\text{He}$  の温度-エントロピー線図<sup>6)</sup>.

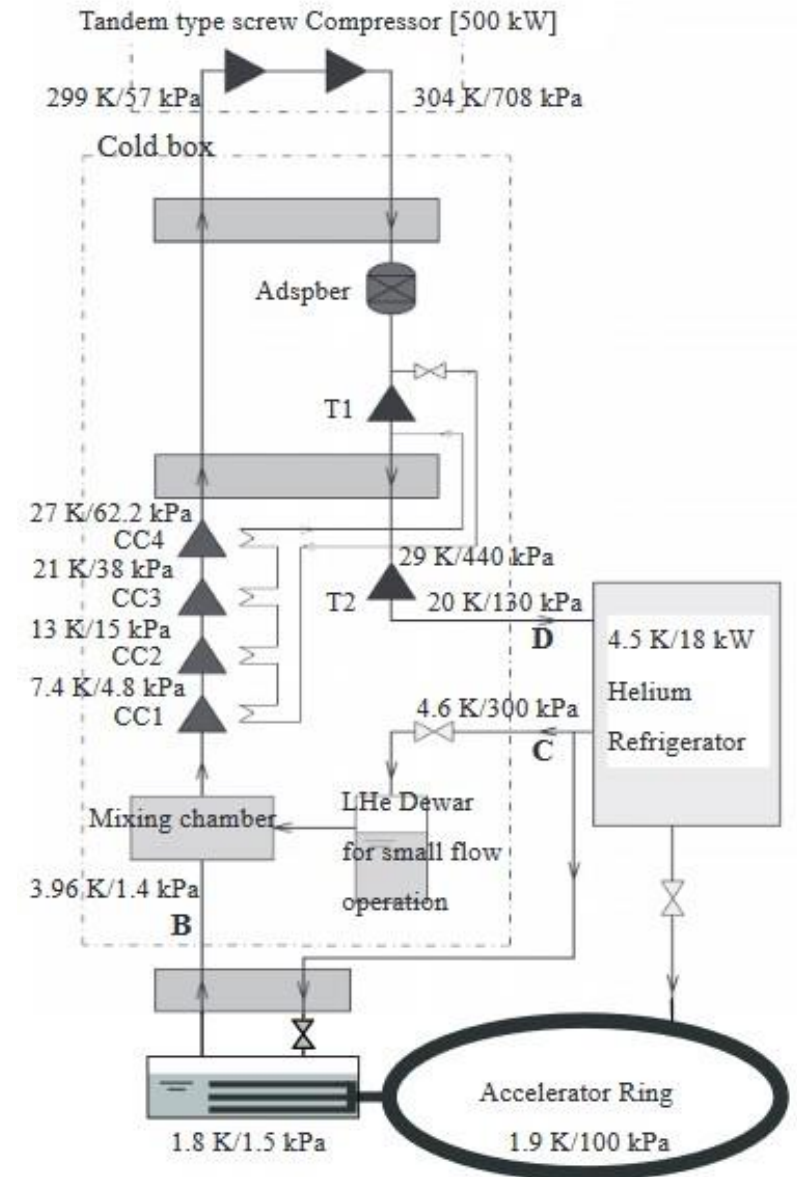
# LHC(1)

LHCは周長27kmの大型の加速器であり、超伝導電磁石と超伝導加速空洞が広範囲に分散して配置されており、Tevatron以上に負荷が分散している。

トータルの熱負荷も大きく、冷凍システムの能力は4.4K換算で18kWのものが8式導入されている。

LHCでは加圧超流動ヘリウムが超伝導加速空洞や超伝導電磁石の冷却に使用される。

冷凍システムに直接接触れる部分は飽和超流動の発生システムと変わらないが、飽和超流動ヘリウムは直接加速器のコンポーネントを冷却せずに、熱交換して加圧超流動ヘリウムを冷却する仕組みとなっている。



# LHC(2)

加圧超流動ヘリウムの冷却部分のコンセプトは図のようになっている。  
飽和超流動部分はcERLやLCLS-IIと同じ。

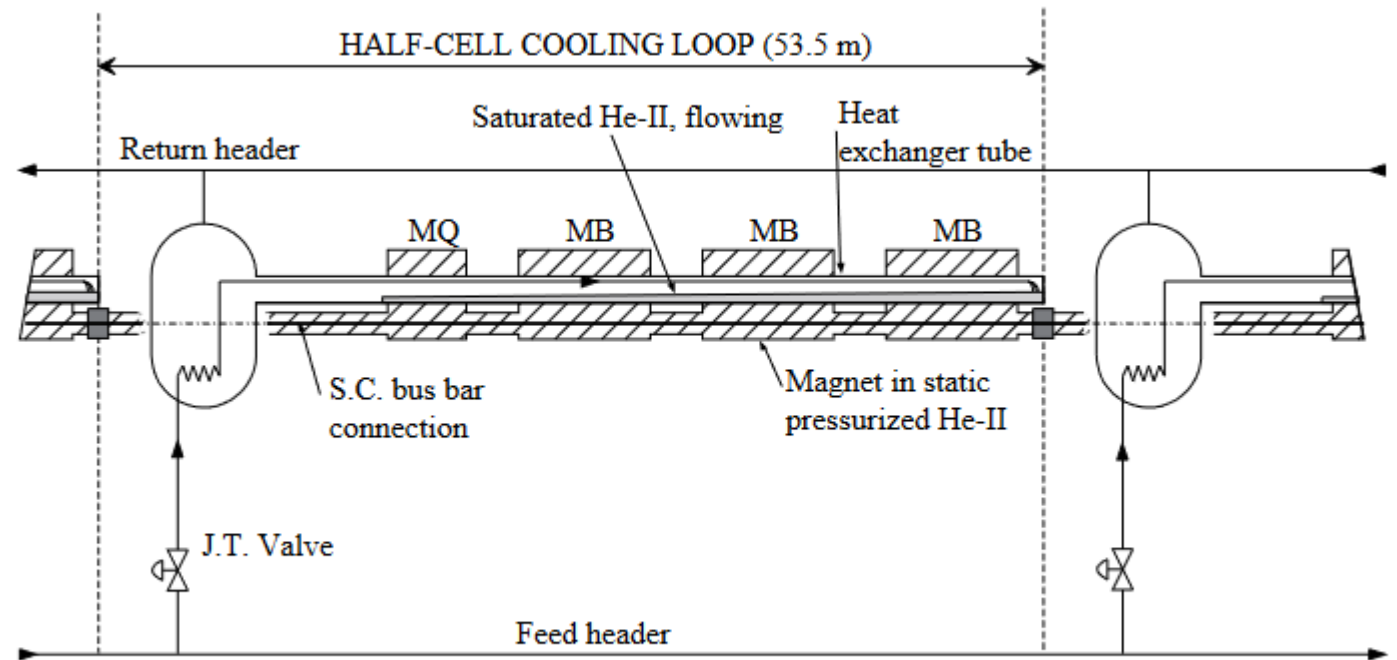


Fig. 1 The superfluid helium cooling scheme of a LHC half-cell



# 消費電力(1)

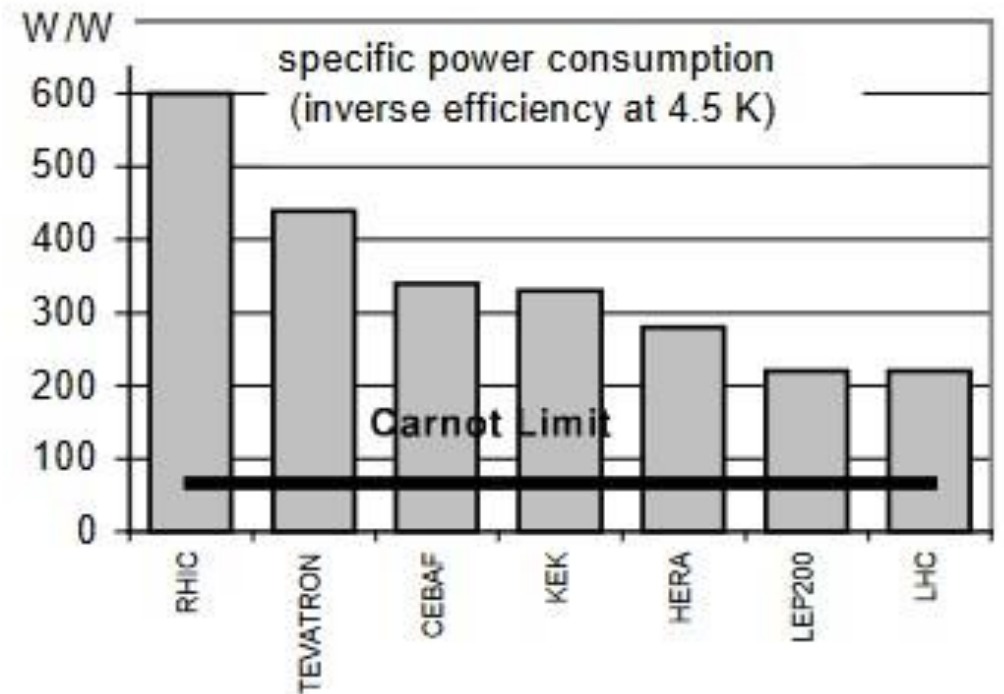
冷凍機の理論的な効率が次式の通り表されることはすでに述べた。

$$\eta = \frac{T_l}{T_h - T_l}$$

空調機であればこのまま計算するのが良い。40°Cの外気温の時に28°Cに冷房する場合は、 $\eta \approx 25$ なので問題ない。

室温300K,ヘリウム温度4.5Kの冷凍機の効率は  
 $\eta = (4.5)/(300-4.5) \approx 0.015$ となっていて、直感的にとらえにくいので、逆数を取って $1/\eta \approx 66$ のように表現するとわかりやすい。

実際の冷凍機の効率は理論的な限界より低い。新しい機械でも理論値の3倍くらいの電力を使っている。



# 消費電力(2)

例えば、SuperKEKB用の冷凍機は8.1kWの能力があり、効率が1/350くらいなので、2.8MWくらいの消費電力になる。

LHCでは18kWの能力で効率が1/230くらいなので、4.3MW。それが8式あるので約33MW。

大型冷凍機は大電力を消費する設備であることがわかる。

超伝導機器を設計する際には、

冷凍機も含めた、導入コスト、運用コスト(電気代だけでなくメンテなども)を考える必要がある。

冷凍能力は最終的には熱負荷と釣り合わなければならない。

室温から冷却したり、負荷側の試験をしたときに熱負荷が大きくなる一方、

熱負荷の小さい待機状態になる時もある。

低出力運転時にも高効率な運転ができるように設備を設計しなければならない。

ヘリウム冷凍機は現在の効率でも導入することによってトータルの消費電力を削減できるが、最大出力時の効率と、低出力運転時の効率の向上は、現在も重要な開発課題である。