HD荷電二次ビームライン

1. J-PARCハドロン実験施設
2. 二次ビーム強度
3. 二次粒子の分離
4. 運動量分析

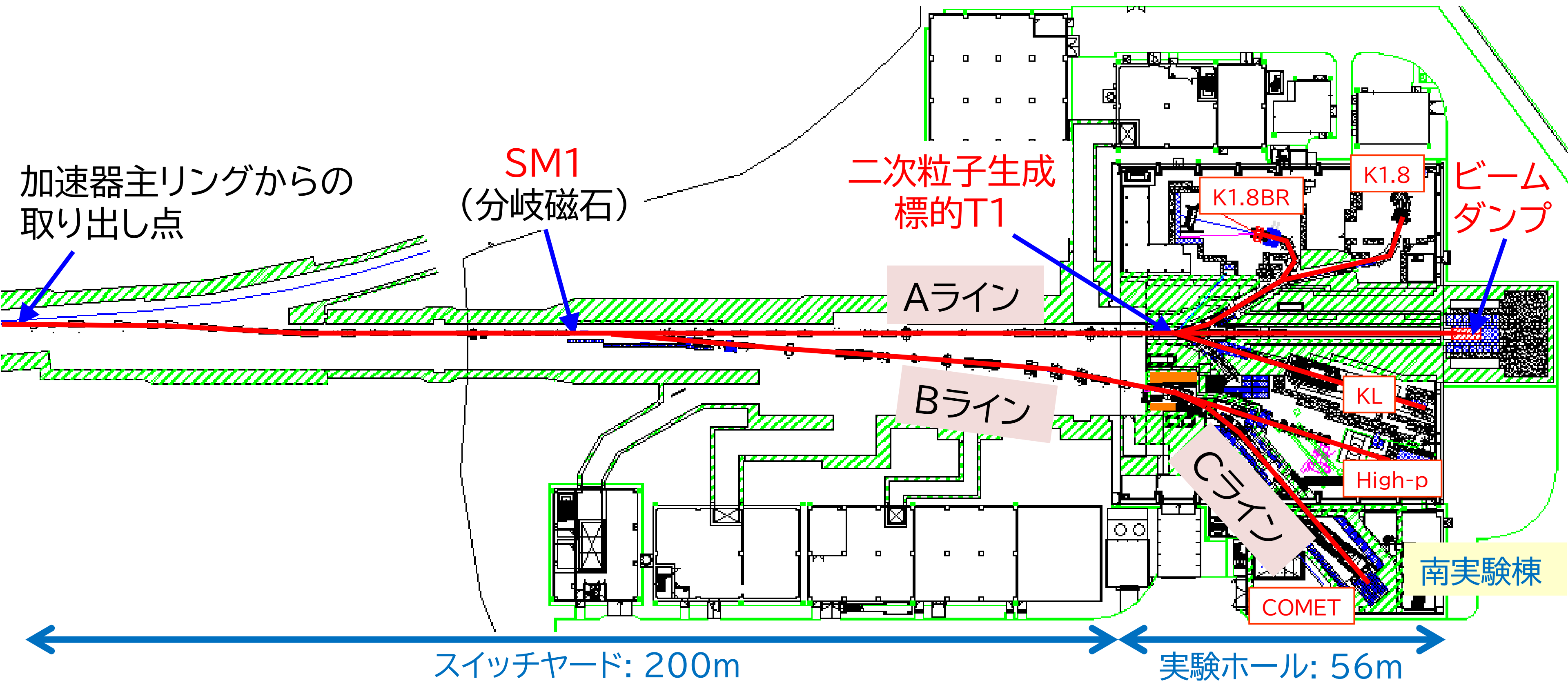
KEK / J-PARCセンター

高橋　仁

J-PARCハドロン実験施設


大強度陽子加速器施設
Japan Proton Accelerator
Research Complex
(J-PARC)
LINAC
400 MeV
RCS
3 GeV, 1 MW
ニュートリノ実験施設
物質生命科学実験施設
主リング
30 GeV, 0.75 MW
ハドロン実験施設

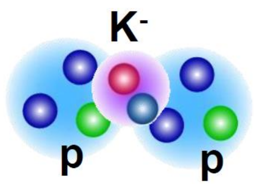
ハドロン実験施設

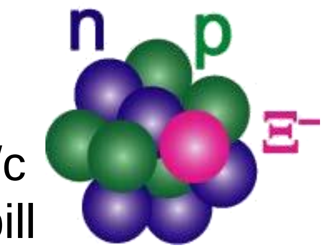


- ✓ Aライン：生成標的T1に一次陽子を当てて、さまざまな二次ビームをユーザー実験に供給。
- ✓ Bライン：Aラインから一部の陽子のみを分岐し、直接ユーザー実験で用いる。
- ✓ Cライン：Bラインからさらに分岐する形で、8GeVの一次陽子を南実験棟へ輸送する。

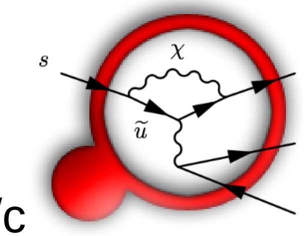
ハドロン実験施設

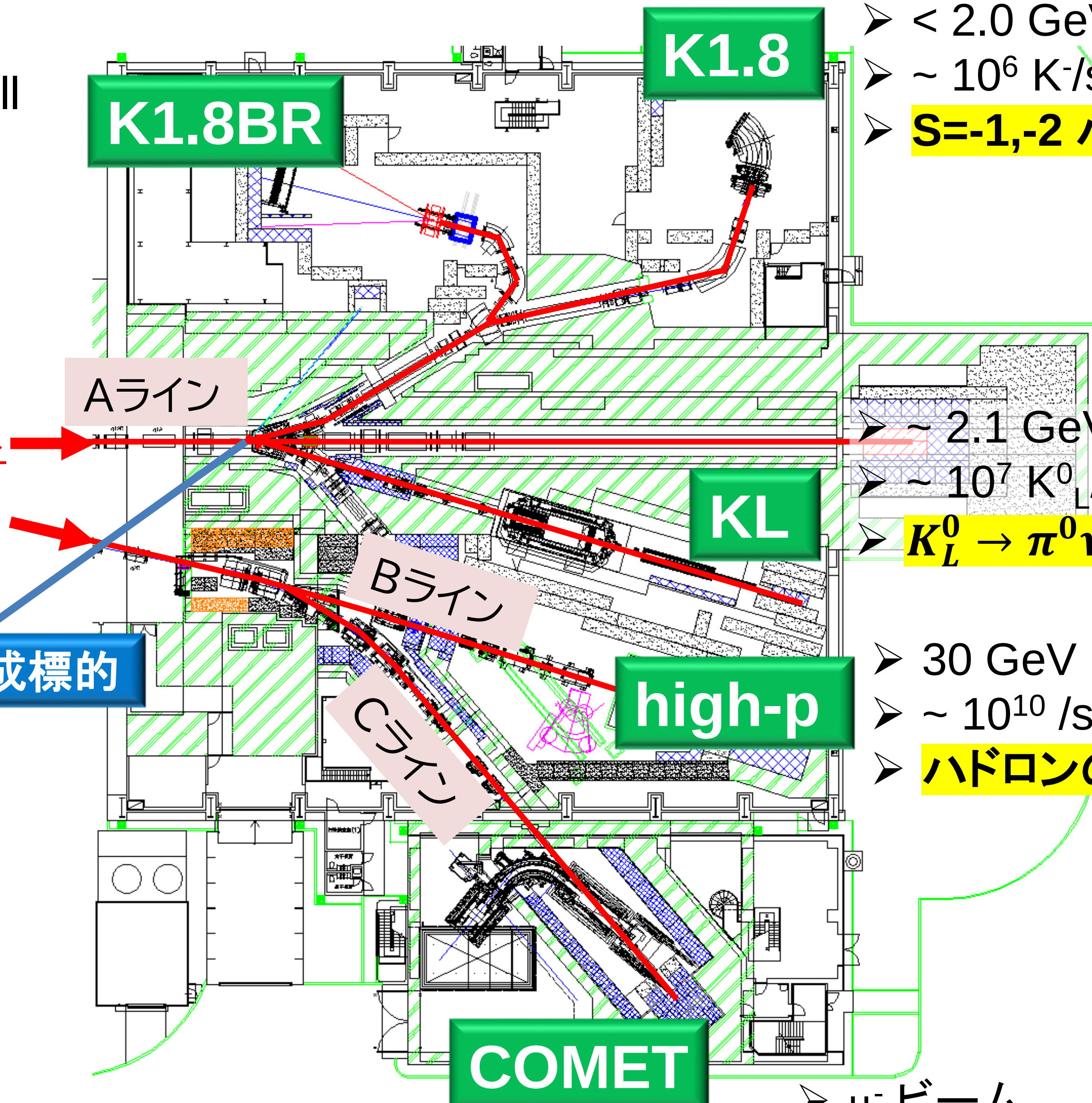
- < 1.1 GeV/c
- ~ 5x10^5 K$^-$/spill
- K中間子核





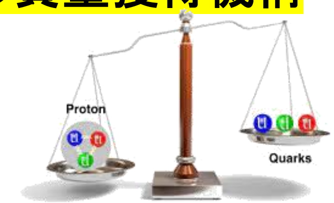
- < 2.0 GeV/c
- ~ 10^6 K$^-$/spill
- S=-1,-2 ハイパー核



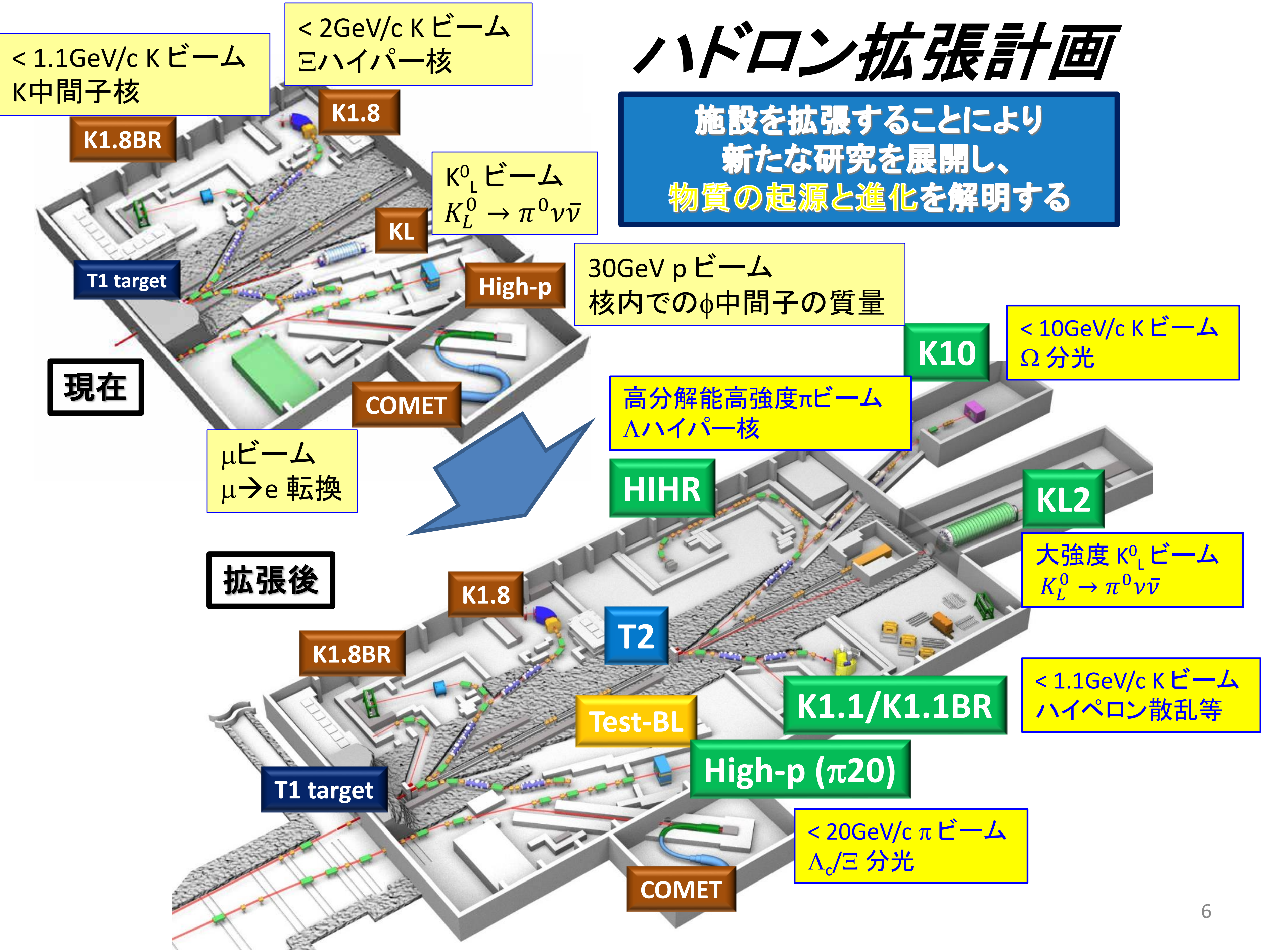


- ~ 2.1 GeV/c
- ~ 10^7 K^0_L/spill
- $K_L^0 \to \pi^0 \nu\bar{\nu}$

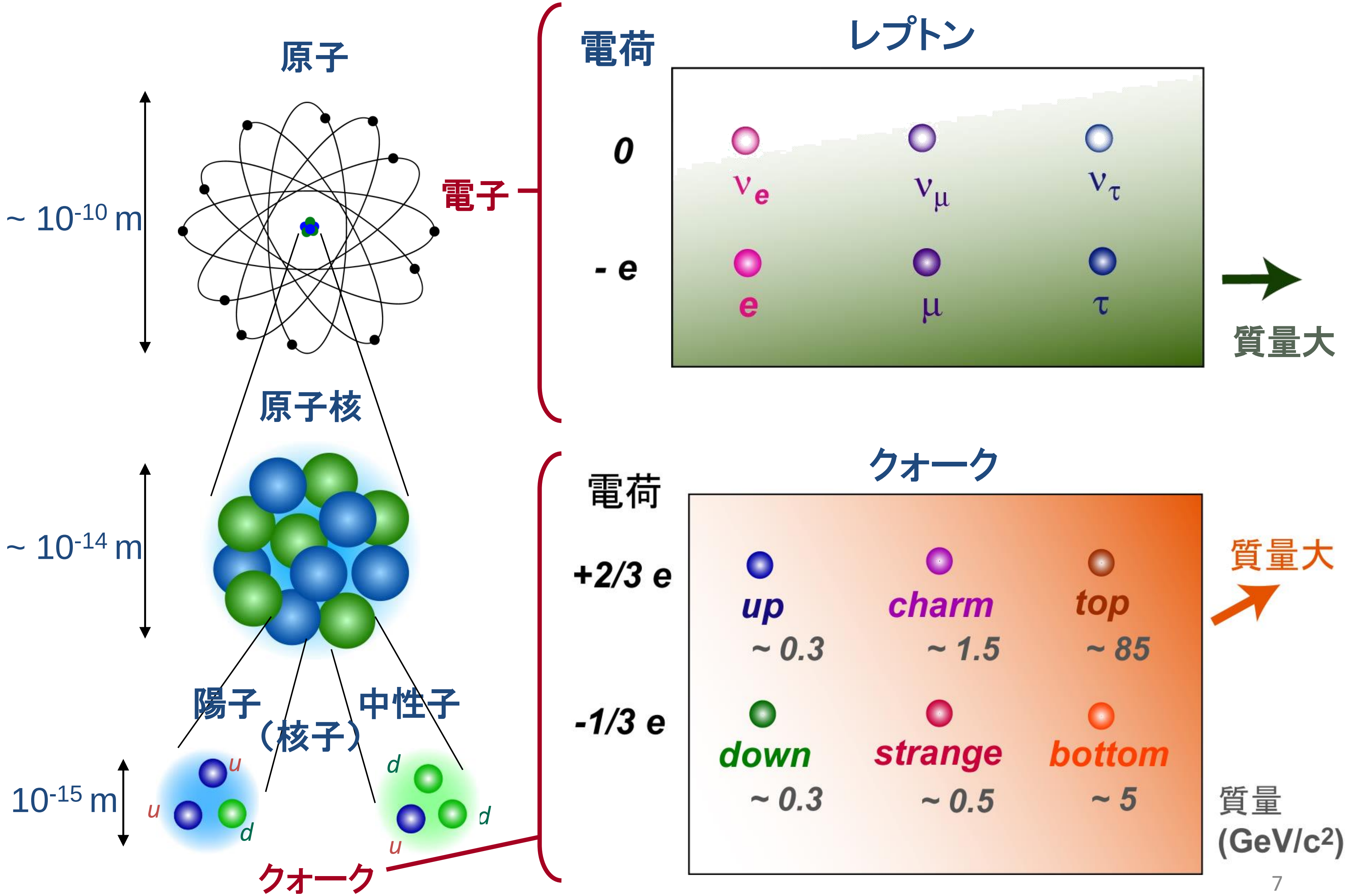
- 30 GeV 陽子
- ~ 10^{10} /spill
- ハドロンの質量獲得機構



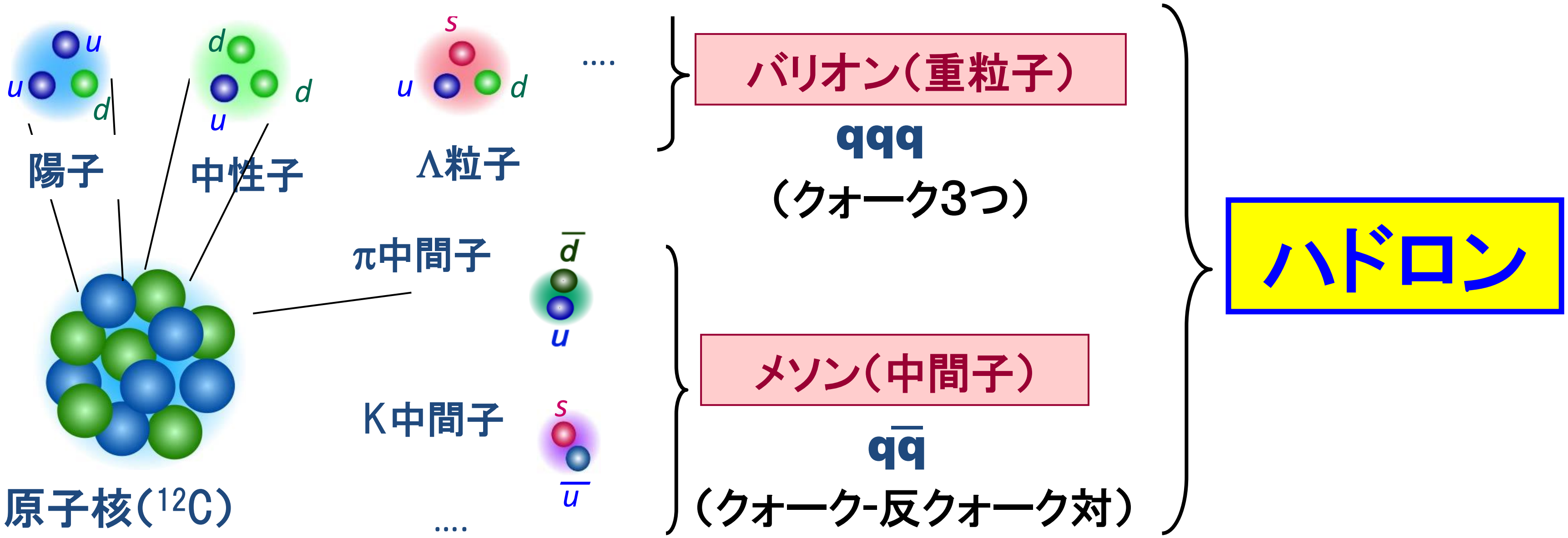
- μ$^-$ ビーム
- ミュオン電子転換


ハドロン拡張計画
施設を拡張することにより
新たな研究を展開し、
物質の起源と進化を解明する
現在
< 1.1GeV/c K ビーム
K中間子核
< 2GeV/c K ビーム
Ξハイパー核
K1.8BR
K1.8
K^0_L ビーム
$K_L^0 \to \pi^0 \nu\bar{\nu}$
KL
T1 target
High-p
30GeV p ビーム
核内でのϕ中間子の質量
COMET
μビーム
μ→e 転換
拡張後
K10
< 10GeV/c K ビーム
Ω 分光
高分解能高強度πビーム
Λハイパー核
HIHR
KL2
大強度 K^0_L ビーム
$K_L^0 \to \pi^0 \nu\bar{\nu}$
K1.8
K1.8BR
T2
Test-BL
K1.1/K1.1BR
< 1.1GeV/c K ビーム
ハイペロン散乱等
T1 target
High-p (π20)
< 20GeV/c π ビーム
Λ_c/Ξ 分光
COMET

物質の究極要素"素粒子"：クォークとレプトン



ハドロン ＝ 少数のクォークからなる粒子



ハドロン実験施設

加速器でほぼ光速まで加速された一次陽子ビームを生成標的にあて、そこから発生する様々な種類の二次ハドロン(π中間子、K中間子、反陽子、…)をビームとしてユーザー実験に供給する施設

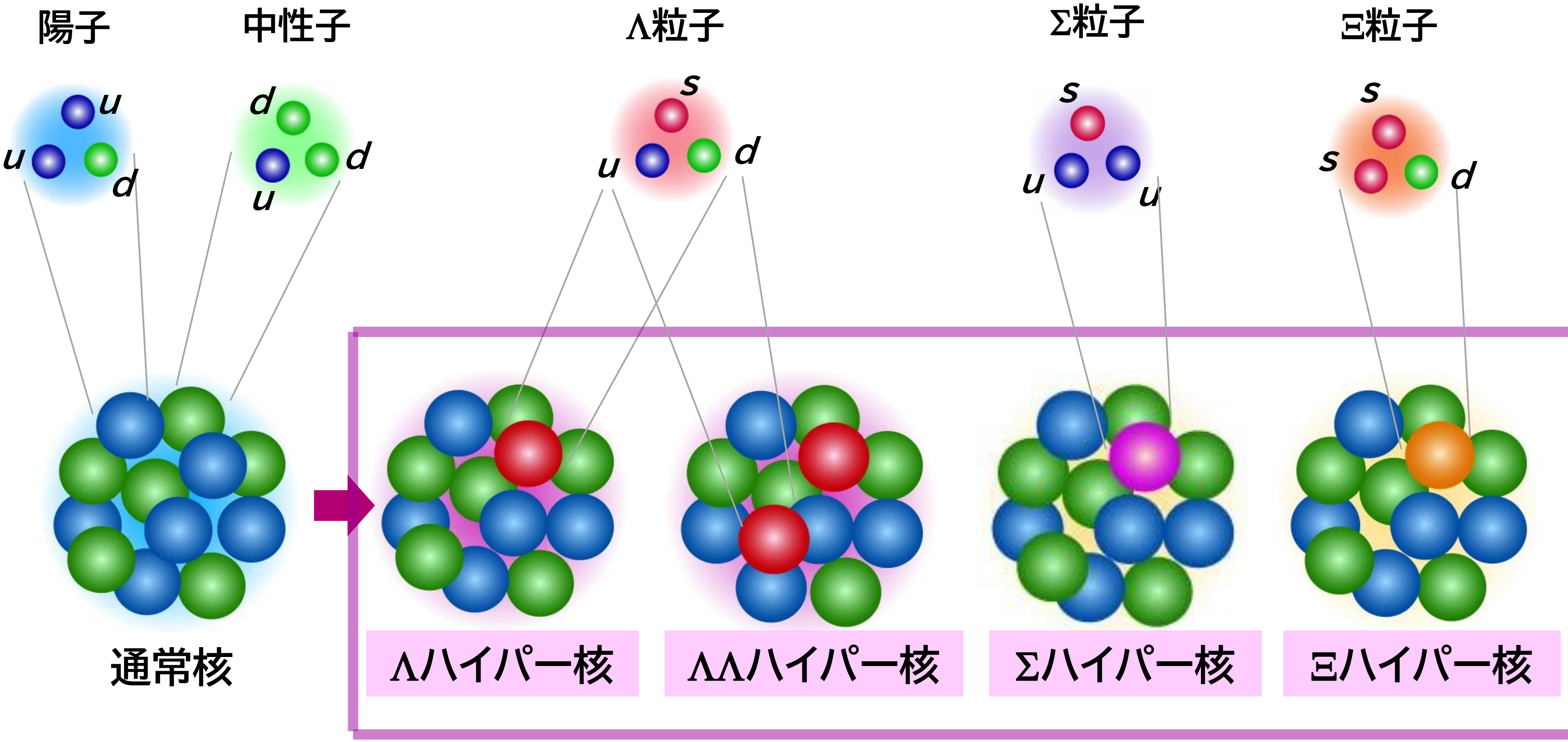
最近は一次陽子やミューオンビームも提供

J-PARCの他の実験施設のビーム:

- 物質・生命科学実験施設…中性子、ミューオン
- ニュートリノ実験施設…ニュートリノ

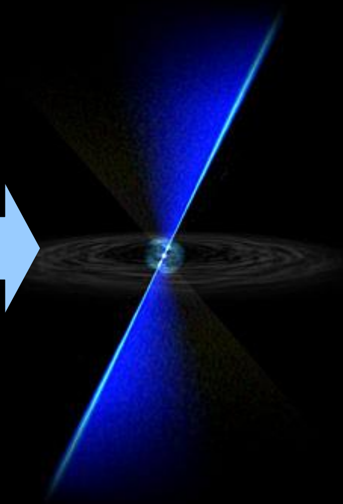
ハイパー核　ストレンジ・クォークを含む新しいタイプの“原子核”

核子：陽子と中性子の総称
ハイペロン：sクォークを含むバリオン
ハイパー核：ハイペロン(sクォーク)を含む原子核



ハイペロンは加速器を使って実験室で作れるが、すぐに崩壊する。
しかし、中性子星内部では安定に存在すると考えられている。

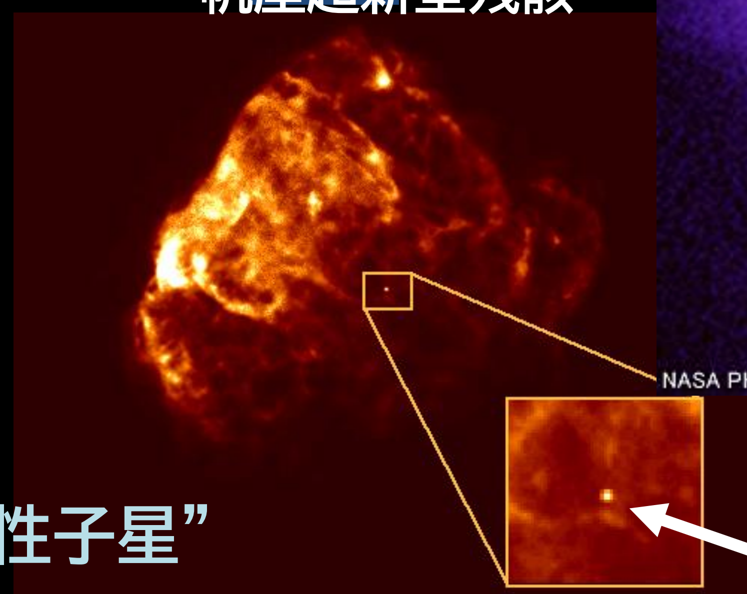
中性子星

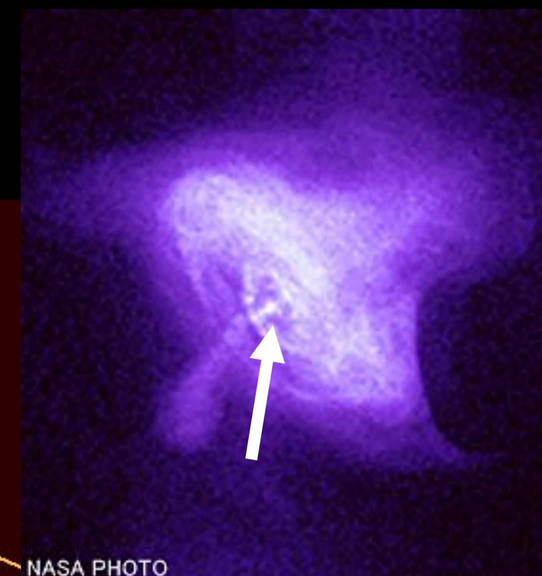


© KAGAYA

中性子星＝質量の大きな恒星の超新星爆発で作られる、主に中性子からなる超高密度（一つの原子核と同等）の星。

帆座超新星残骸





かに座超新星残骸

中性子星の内部には、陽子、中性子だけでなく、ハイペロン（Λ, Ξ）が安定に存在（？）

ハイパー核＝“ミニ中性子星”

“Hyperon Puzzle”

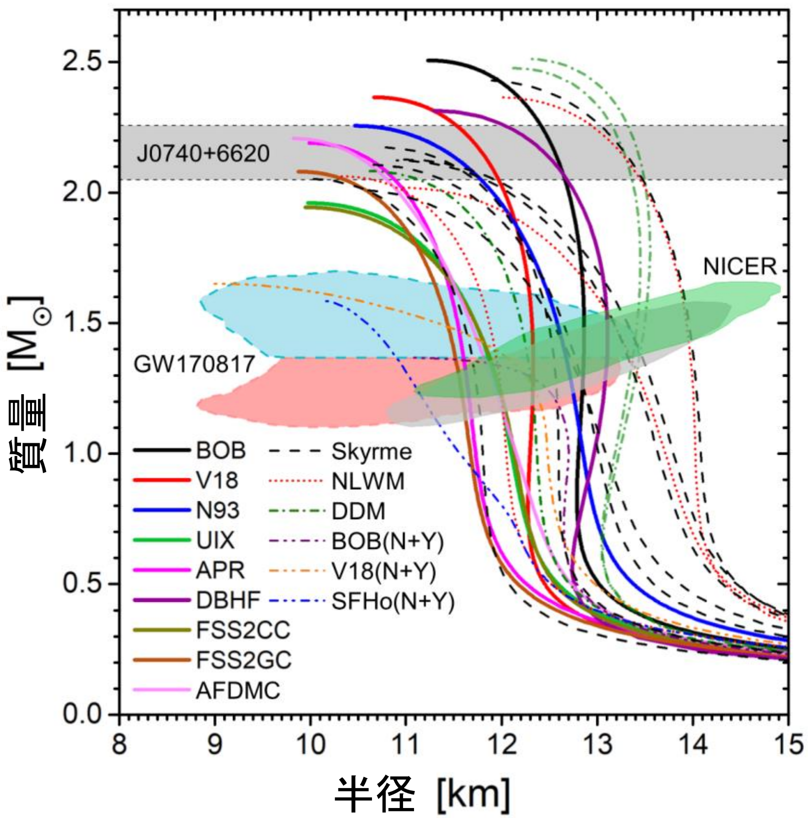
- 中性子星中心部の超高密度環境では、ΛやΞといったハイペロンが安定に存在すると予想されている。
- ハイペロンがあると圧力が下がり、中性子星物質は柔らかくなって、重い質量を支えられなくなる（ブラックホールになる）。
- 以前観測されていた中性子星の質量は太陽質量の1.5倍程度以下で、辻褄はあっていた。

- 2010年、太陽質量の約2倍の質量を持つ中性子星の発見

- 核子・ハイペロン間の力についての現在の知識では、ハイペロンがあると太陽質量の2倍は支えられない。

- ハイペロンは本当に中性子星の内部にあるのか？もしないのなら、なぜ現れないのか？

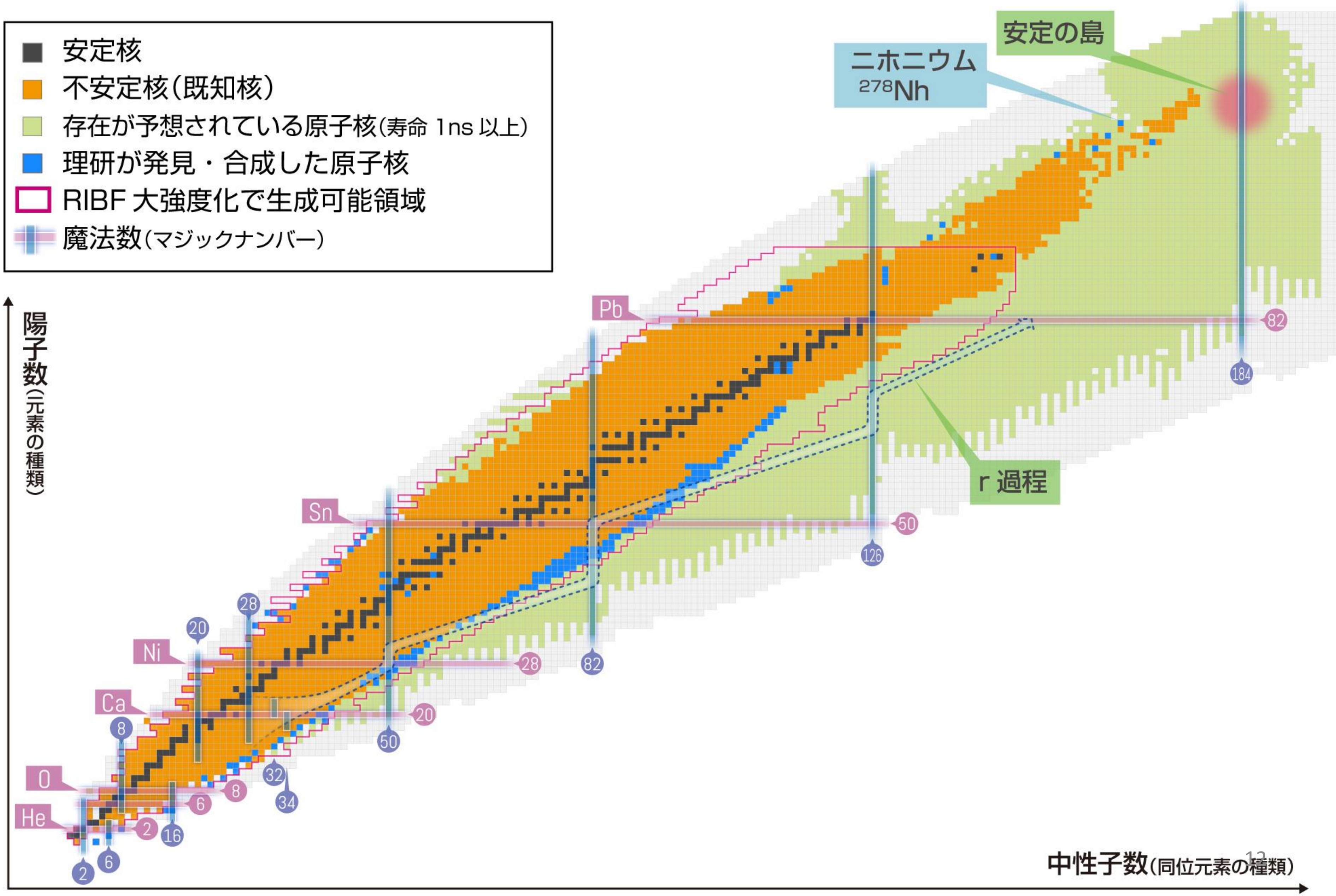
G.F. Burgio et al., arXiv:2105.03747



キーとなるのは3体力

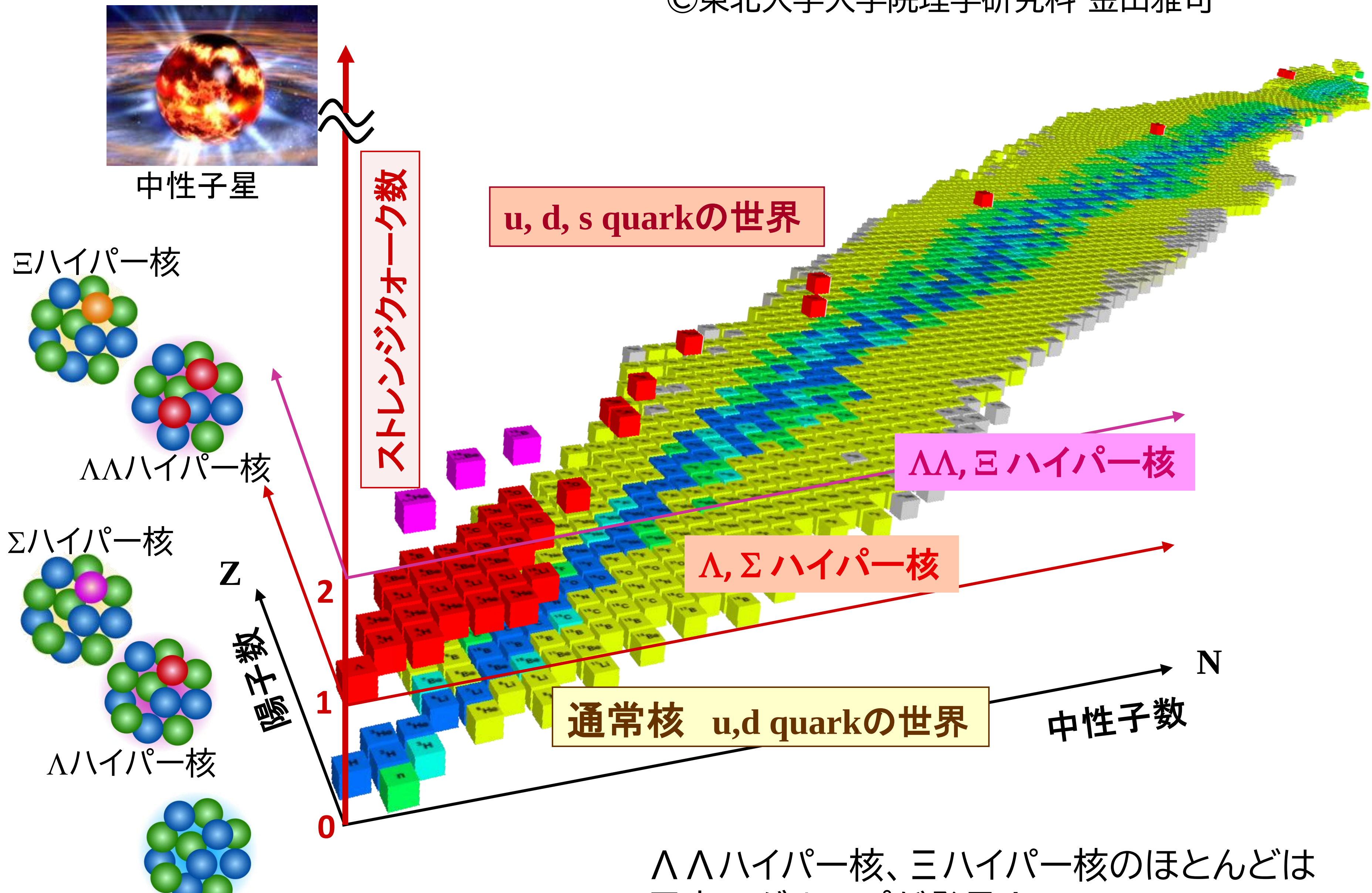
核図表

理化学研究所仁科加速器科学研究センター



3次元核図表

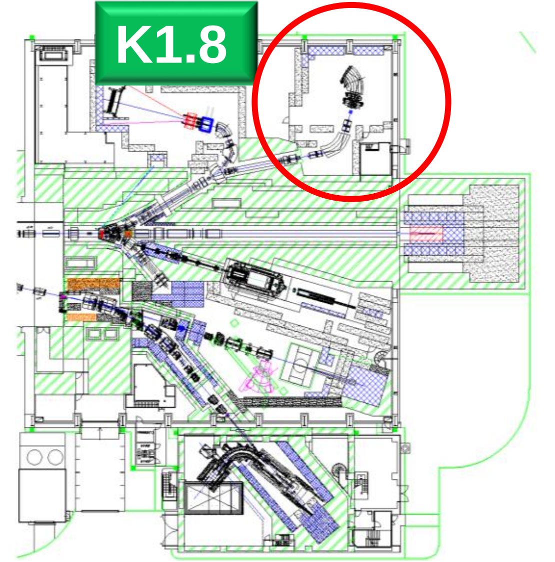
ストレンジクォーク数で拡張した核図表
©東北大学大学院理学研究科 金田雅司



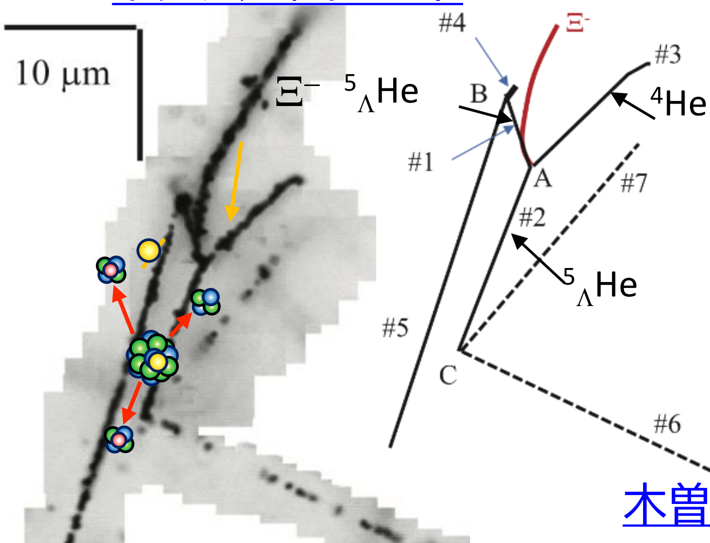
ΛΛハイパー核、ΞハイパーⅠ核のほとんどは
日本のグループが発見！

新種のハイパー核の発見

大強度のK中間子ビームを用いて、負電荷のΞ粒子を大量に生成。
それを原子核乾板中の原子核に吸収させて生成されたΞハイパー核の質量を測定する。



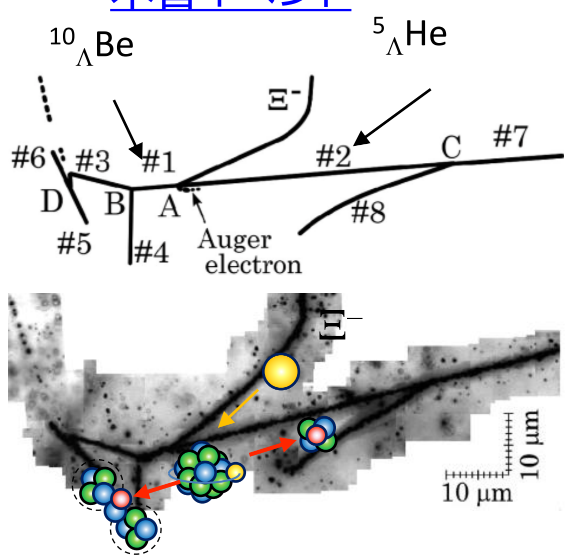
イラワディイベント



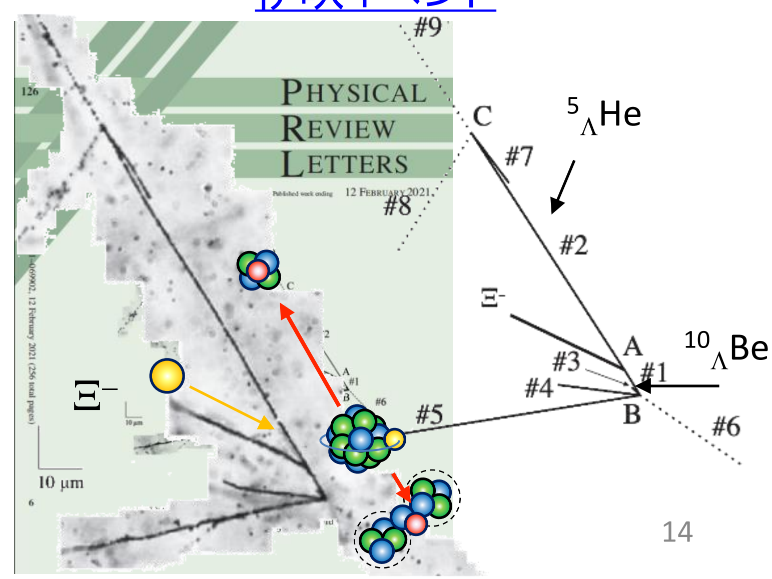
Ξハイパー核を世界で初めて発見！

陽子・中性子とΞの間に働く力が**引力**であることを確定

木曽イベント



伊吹イベント



二次ビーム強度

二次ビーム強度

二次ビーム強度 $Y = I\eta \frac{d^2N}{dp d\Omega} \Delta\Omega \frac{\Delta p}{p} pD$

二次ビーム強度

二次ビーム強度 $Y = I\eta \frac{d^2N}{dpd\Omega} \Delta\Omega \frac{\Delta p}{p} pD$

一次陽子ビーム強度

二次ビームの運動量

二次ビームラインの
立体角アクセプタンス

二次ビームラインの
運動量アクセプタンス

ray tracingにより計算

二次ビーム強度

二次ビーム強度 $Y = I\eta \dfrac{d^2N}{dp\,d\Omega} \Delta\Omega \dfrac{\Delta p}{p} p D$

崩壊係数

$$D = \exp\left(-\frac{L}{\gamma\beta c\tau}\right)$$

L : 二次ビームラインの長さ
c : 光速度
τ : 二次粒子の寿命
β : 二次粒子の速度をcで割ったもの
γ : ローレンツ因子

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}$$

例）

K^-中間子
寿命: τ = 12.38 ns ($c\tau$ = 3.71 m)
質量: m = 0.4937 GeV/c^2

p = 1.8 GeV/c の時
$\gamma\beta = pc/mc^2$ = 1.8/0.4937 = 3.65
$\gamma\beta c\tau$ = 3.65 × 3.71 = 13.5 m

ビームラインの長さ13.5mごとに
K^-ビーム強度は1/eに減る

特に低運動量で短寿命の二次粒子をビームとして用いる場合は、ビームライン長はできる限り短い方が良い

二次ビーム強度

二次ビーム強度 $Y = I\eta \frac{d^2N}{dpd\Omega} \Delta\Omega \frac{\Delta p}{p} pD$

単位運動量、単位立体角、1 反応陽子当たりの生成二次粒子数

$$\frac{d^2N}{dpd\Omega} = \frac{1}{\sigma_p}\frac{d^2\sigma}{dpd\Omega}$$
$$= f(p)\cdot g(p,\theta)$$

$\frac{d^2\sigma}{dpd\Omega}$: 二次粒子の生成微分断面積

σ_p : 陽子の吸収断面積

Sanford-Wangの経験式

$$f(p) = Ap^B\left(1-\frac{p}{p_i}\right)\exp\left(-C\frac{p^D}{p_i^E}\right)$$
$$g(p,\theta) = \exp\left(-F\theta\left(p - Gp_i\cos^H\theta\right)\right)$$

p_i : 一次陽子の運動量

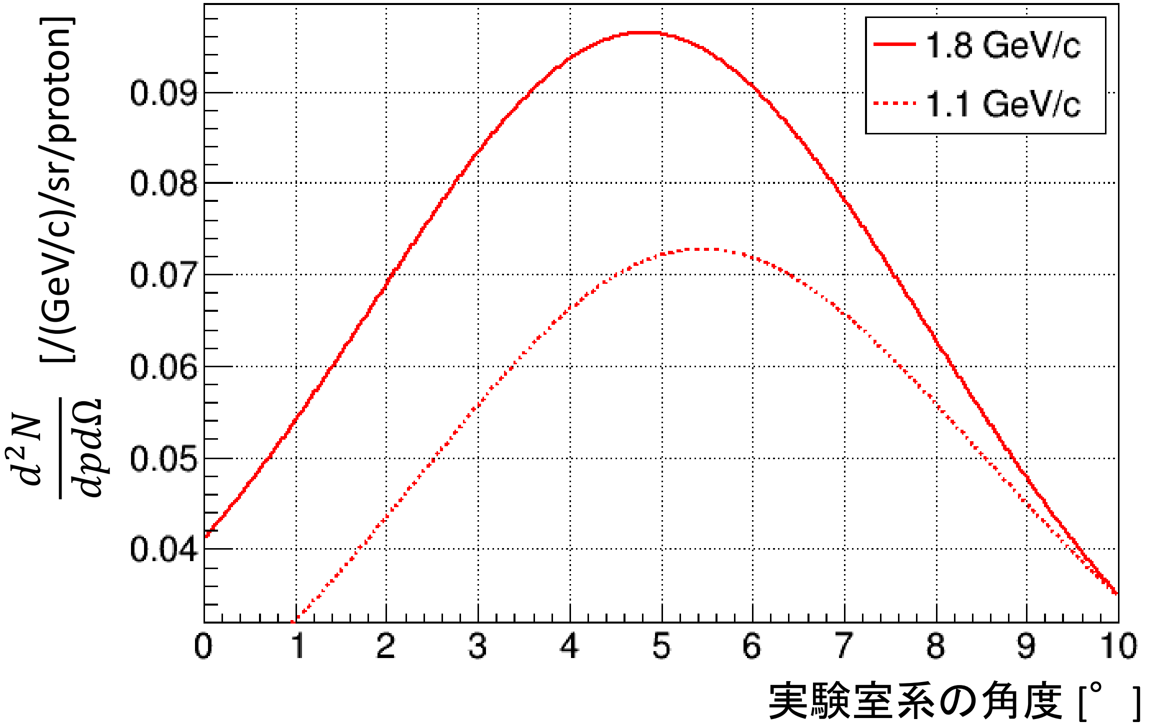
各二次粒子に対するパラメータA〜Hの値

標的物質の種類に依らない

	A	B	C	D	E	F	G	H
π^+	1.092	0.6458	4.046	1.625	1.656	5.029	0.1722	82.65
π^-	0.821	0.5271	3.956	1.731	1.617	4.735	0.1984	88.75
K^+	0.05897	0.6916	3.744	4.520	4.190	4.928	0.1922	50.28
K^-	0.02210	1.323	9.671	1.712	1.643	4.673	0.1686	77.27
反陽子	0.001426	1.994	9.320	1.672	1.480	4.461	0.2026	78.00

二次ビーム強度

例） 30GeV陽子ビームによる、1.8GeV/cと1.1GeV/cのK^-中間子の生成角分布



0° ではなく5～6° に生成のピークがある

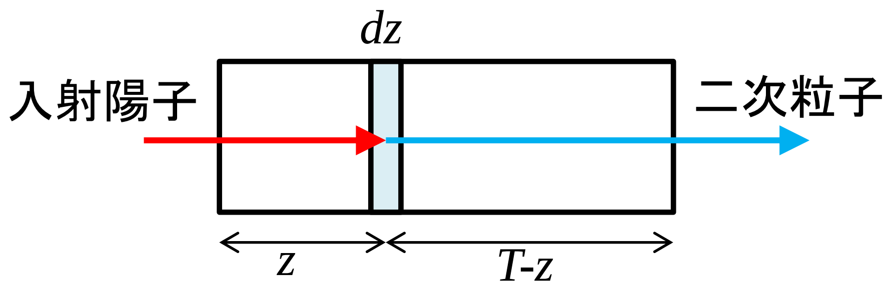
二次ビーム強度

二次ビーム強度 $Y = I\eta \dfrac{d^2N}{dp\,d\Omega}\Delta\Omega\dfrac{\Delta p}{p}pD$

二次粒子生成効率

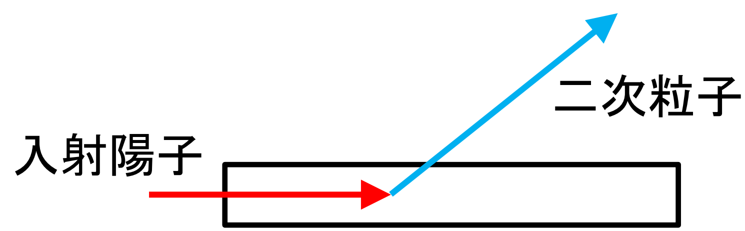
一次陽子が標的と反応して二次粒子が生成され標的から放出される確率

<u>生成角0°　の時</u>



$$\eta = \begin{cases} \dfrac{1}{1-\lambda_p/\lambda_s}\left(\exp\left(-\dfrac{T}{\lambda_s}\right)-\exp\left(-\dfrac{T}{\lambda_p}\right)\right) & (\lambda_p \neq \lambda_s\text{の時}) \\ \dfrac{T}{\lambda_p}\exp\left(-\dfrac{T}{\lambda_p}\right) & (\lambda_p = \lambda_s\text{の時}) \end{cases}$$

<u>生成角大の時</u>



$$\eta = 1-\exp\left(-\frac{T}{\lambda_p}\right)$$

二次粒子の吸収が無い分、
二次ビーム強度が増える

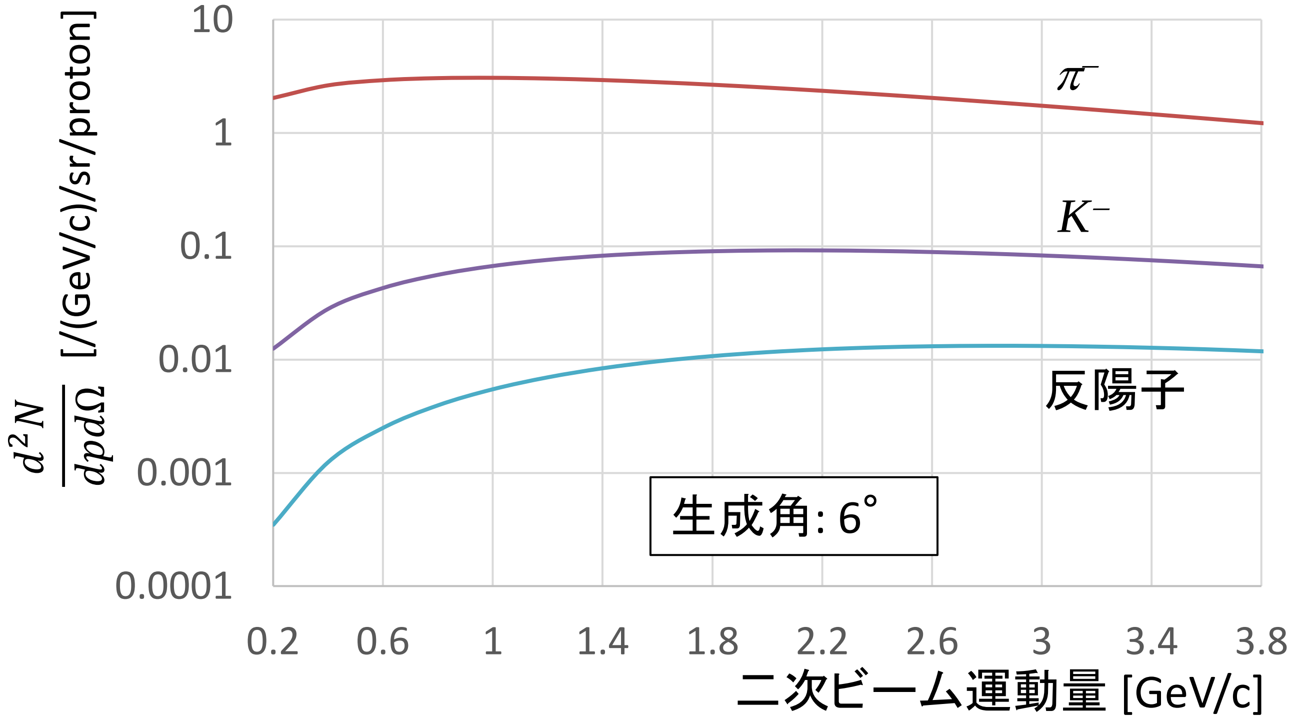
T : 標的の厚さ
λ_p: 陽子の相互作用長
λ_s : 二次粒子の相互作用長

低運動量のK-中間子など、0度よりも有限角に生成のピークがある場合は、その角度に生成角を合わせた上で、標的の横幅をなるべく小さくした方が良い

二次粒子の分離

二次粒子の分離

生成標的で発生する二次粒子は種類も運動量もさまざま



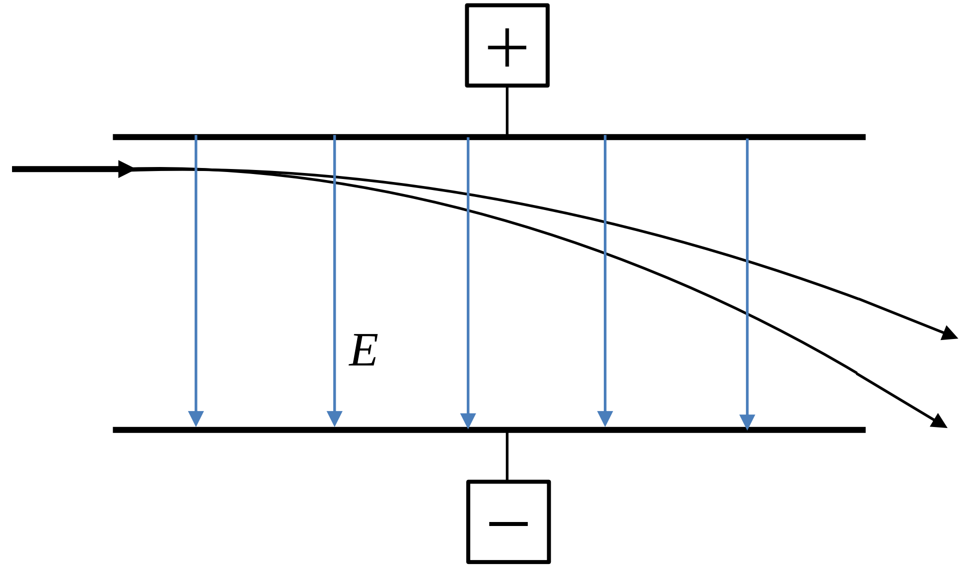
※Kはさらに崩壊で減る

特に、収量の小さいK中間子や反陽子を使う場合は、粒子の選別が必要

電磁石を用いれば運動量と電荷を選別できるが、粒子の種類は選別できない

静電セパレータ

進行方向に垂直な向きの静電場中
を通る粒子の運動方程式



$$\gamma m \frac{d^2 y}{dt^2} = eE$$

zについての微分方程式に直すと

$$\frac{d^2 y}{dz^2} = \frac{eE}{\gamma m v^2}$$

静電場領域の長さだけ積分して

$$y = \frac{eEl^2}{2pc\beta} \qquad y' = \frac{dy}{dz} = \frac{eEl}{pc\beta}$$

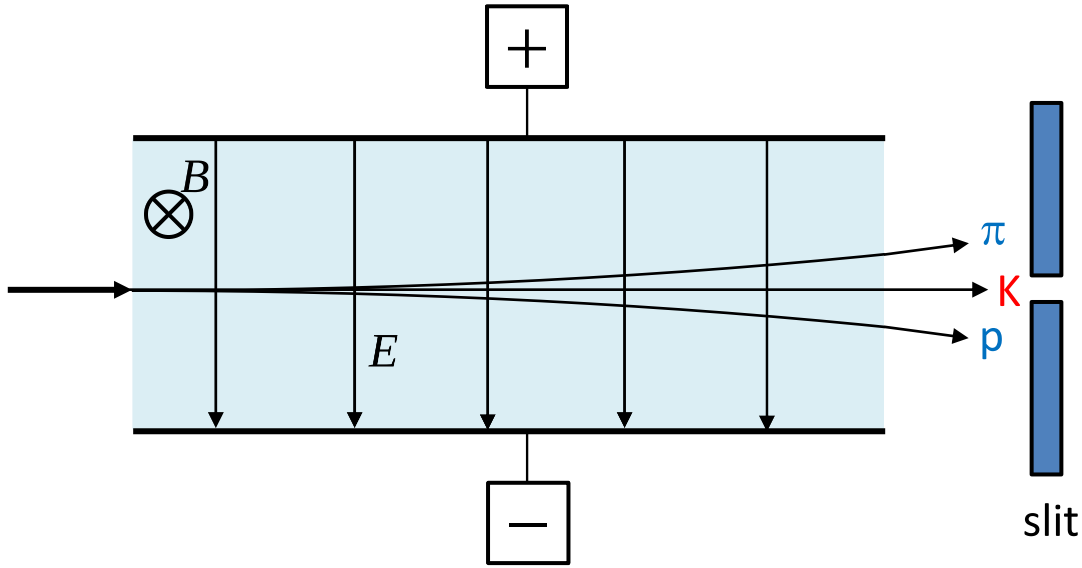
m: 質量
e: 電荷
v: 速度（v=$c\beta$）
p: 運動量
E: 電場勾配
l: 静電場領域の長さ
β_w, β_u: 必要/不要な粒子の速度
m_w,m_u:必要/不要な粒子の質量

必要粒子と不要粒子が受ける偏向の差

$$\Delta y' = \frac{eEl}{pc}\left(\frac{1}{\beta_w} - \frac{1}{\beta_u}\right) \approx \frac{eEl}{2(pc)^3}\left((m_w c^2)^2 - (m_u c^2)^2\right)$$

静電場から受ける偏向の大きさが速度（質量）に依存
⇒平行平板電極に高電圧をかけて静電場を発生させて粒子を分離＝静電セパレータ

静電セパレータの使い方



電場に直交する向きに磁場をかけて、電場による必要粒子の偏向をキャンセル
⇒ 不要粒子は中心軌道から逸れて、必要粒子だけがスリットを通過

磁場強度: 粒子に働くローレンツ力 $F = e(E+vB)$ を0にするから

$$B = -\frac{E}{v} = -\frac{E}{c\beta}$$

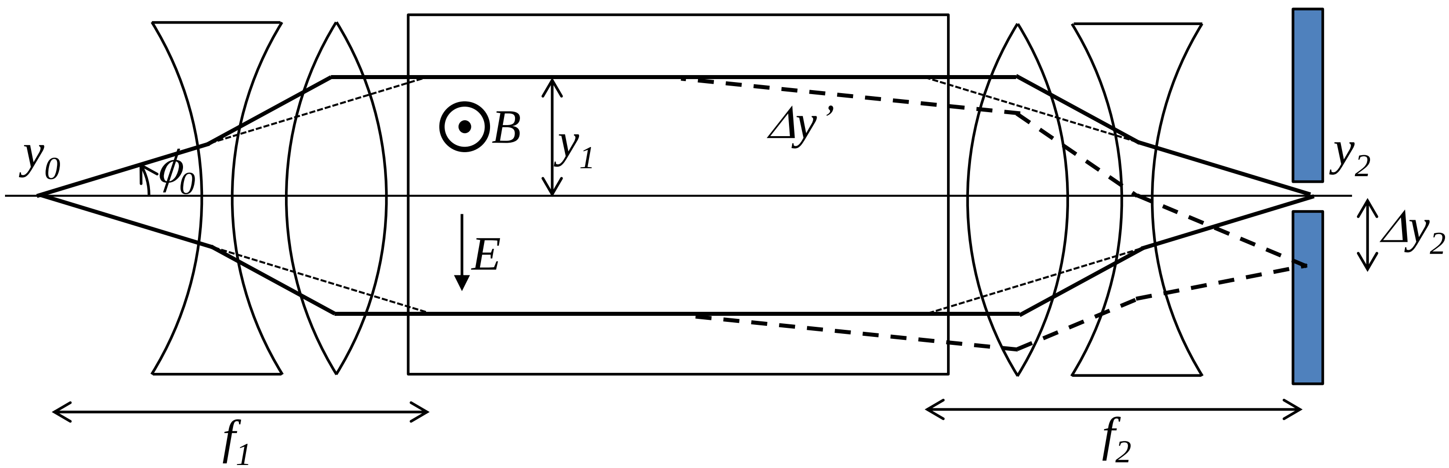
例）E = 600kV/10cm = 6MV/m, p = 1.8GeV/c のK^-中間子を通す場合、

$$\beta = \frac{pc}{\sqrt{(pc)^2+(mc^2)^2}} = \frac{1.8}{\sqrt{1.8^2 + 0.4937^2}} = 0.964$$ より、

$|B| = 6\times10^6/(3\times10^8\times0.964) = 0.0207$ T

曲げやすさ: 電場<磁場

静電セパレータの使い方



静電セパレータで平行ビームを作った後、スリット位置で収束
⇒ セパレータでの角度の差 $\Delta y'$を、スリットでの位置の差 Δy_2 に変換

$$\Delta y_2 = f_2 \Delta y', \quad y_2 = \frac{f_2}{f_1} y_0, \quad y_1 = f_1 \phi_0 \quad \text{より}$$

分離性能: $S \equiv \frac{\Delta y_2}{y_2} = \frac{f_2 \Delta y'}{(f_2/f_1) y_0} = \frac{y_1 \Delta y'}{y_0 \phi_0}$

y_0, y_1, y_2: 線源、セパレータ、スリットでのビームサイズ
f_1, f_2: セパレータ前後の四極磁石ダブレットの焦点距離
ϕ_0: 線源での角度

- 線源での角度(アクセプタンス)に反比例 ⇒ 二次ビームの強度と純度とは相反する要求
- 線源でのビームサイズに反比例 ⇒ 一次ビームの鉛直サイズが小さい方が良い

粒子分離の実際

- 標的周辺に存在する物質に一次陽子のビームハローが当たってπ中間子を発生
- 途中の二次ビームライン機器で散乱したπ中間子が混入
- 標的で発生した短寿命の中性K中間子(K_S^0)が崩壊してπ中間子を放出

線源でのπ中間子の像がぼける “cloud π”

二次ビーム純度悪化の要因

cloud π 対策の例:
セパレータを2段にして、1段目のスリットで線源の像を再定義する

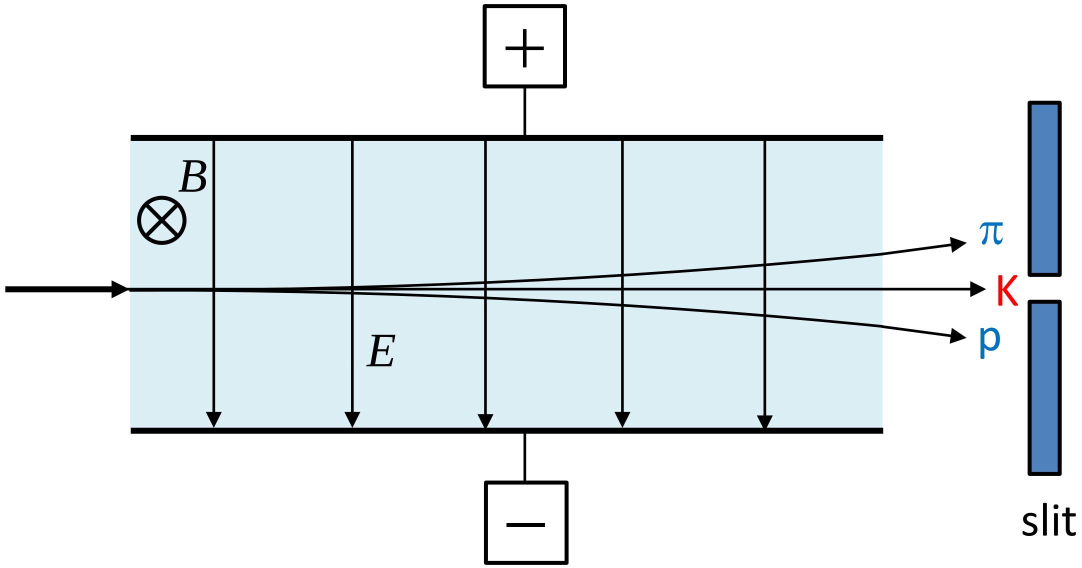
- 標的の奥行が長いと二次ビームラインから見た時の線源の像がぼける

標的はなるべく短い方が良い

二次ビーム強度も両立させるためには、標的はできる限り密度が高い方が良い

静電セパレータ

①磁場共存型



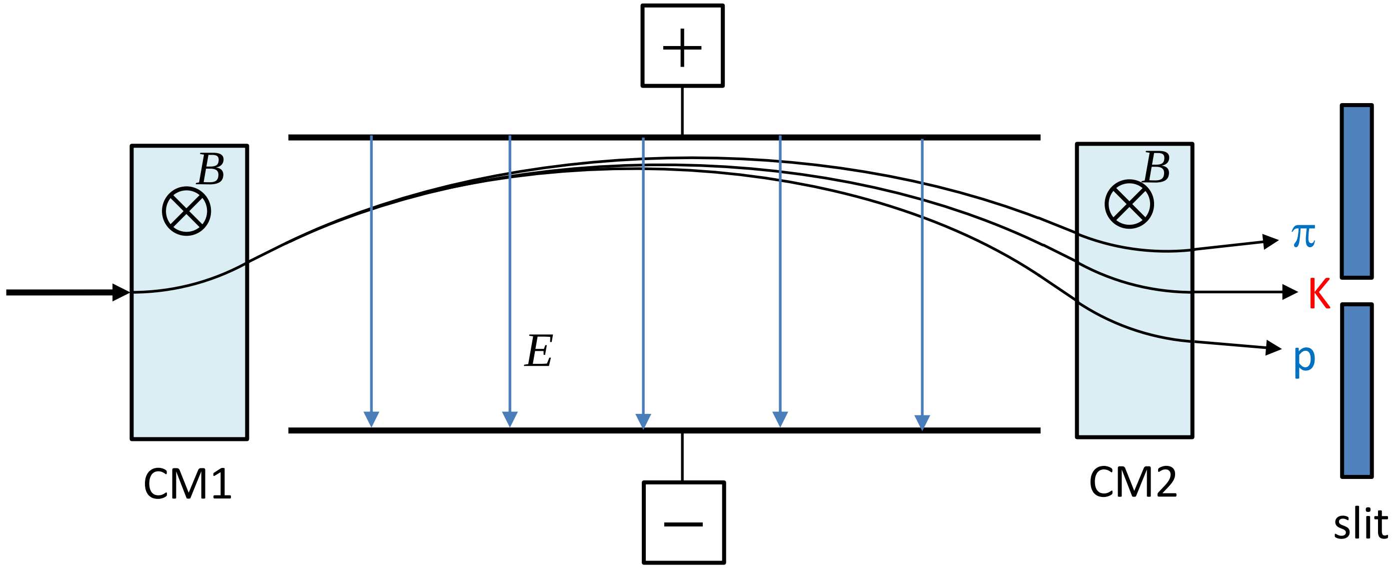
同じ区間に電場と直交磁場の両方が存在

- 目的の粒子に対しては入口から出口まで常に偏向が 0 なので、アクセプタンスが大きい。
- 電極と同じ長さだけ磁極とコイルが必要なので、コストが高い。
- 別の磁石を置く必要がないのでビームラインの総長を短く出来る。

➡ 主に1GeV/c程度以下の低運動量ビームで使用

静電セパレータ

②磁場分離型



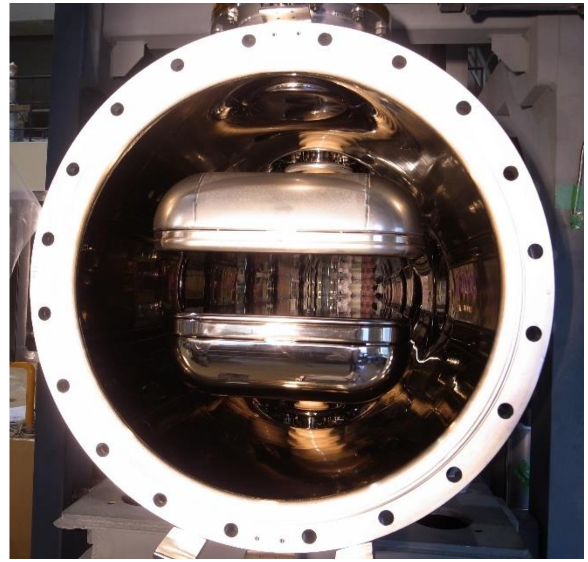
電場と独立して直交磁場をかける

- 目的の粒子も静電場区間は放物線を描くためアクセプタンスが狭くなる。
- 電極の長さに比べてずっと小さい電磁石を置くだけで済むので、構造が単純になり、コストも下げられる。
- 前後に置く補償電磁石の分だけ、ビームラインの総長が長くなる。

⇒ 主に1GeV/c以上の運動量のビームで使用

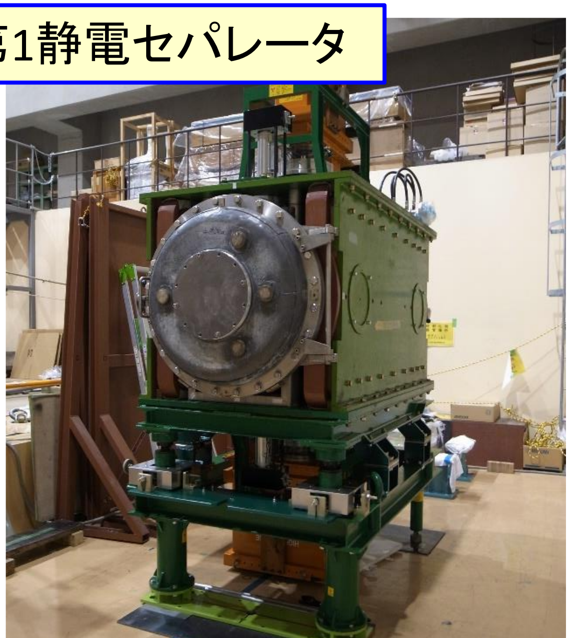
静電セパレータ

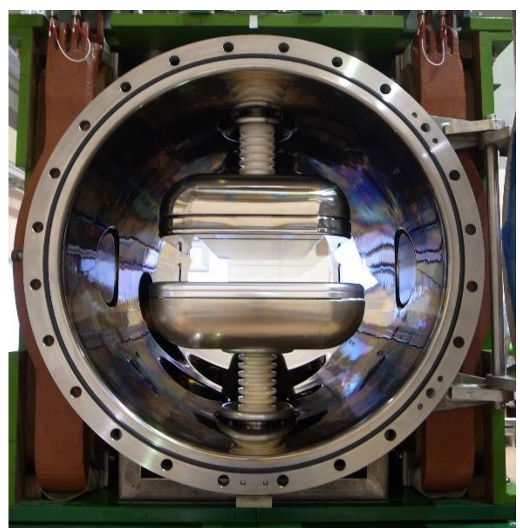
K1.8第1静電セパレータ



- 磁場分離型
- 電極長: 6m
- ギャップ: 10cm
- 最高電圧: ±400V
- 耐放射線仕様

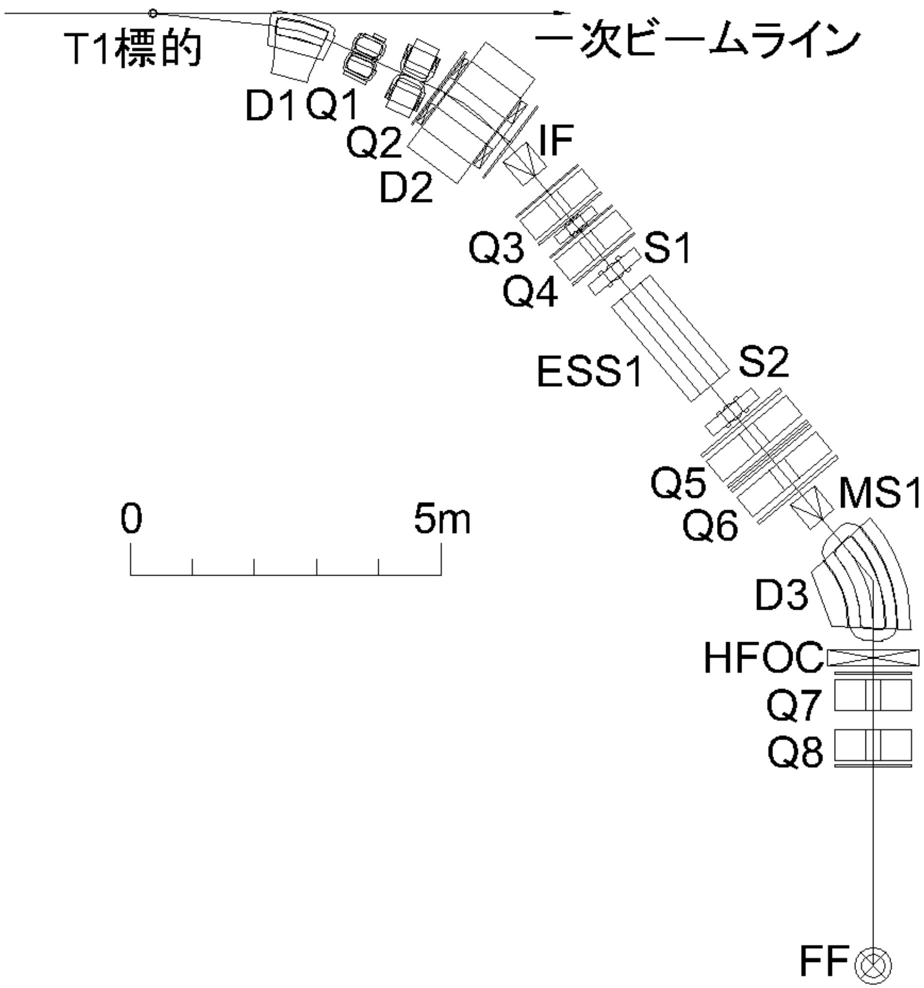
K1.1第1静電セパレータ



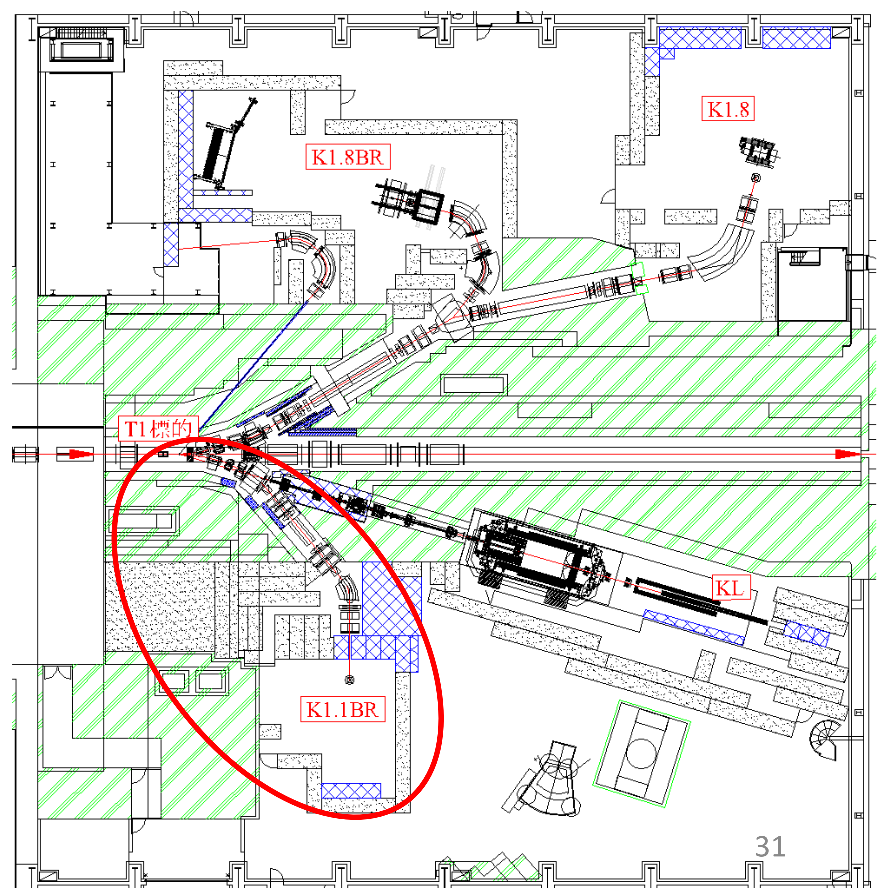


- 磁場共存型
- 電極長: 2m
- ギャップ: 10cm
- 最高電圧: ±400V
- KEK 12GeV PSのK5ビームラインで使用していたものを再利用

K1.1BRビームライン

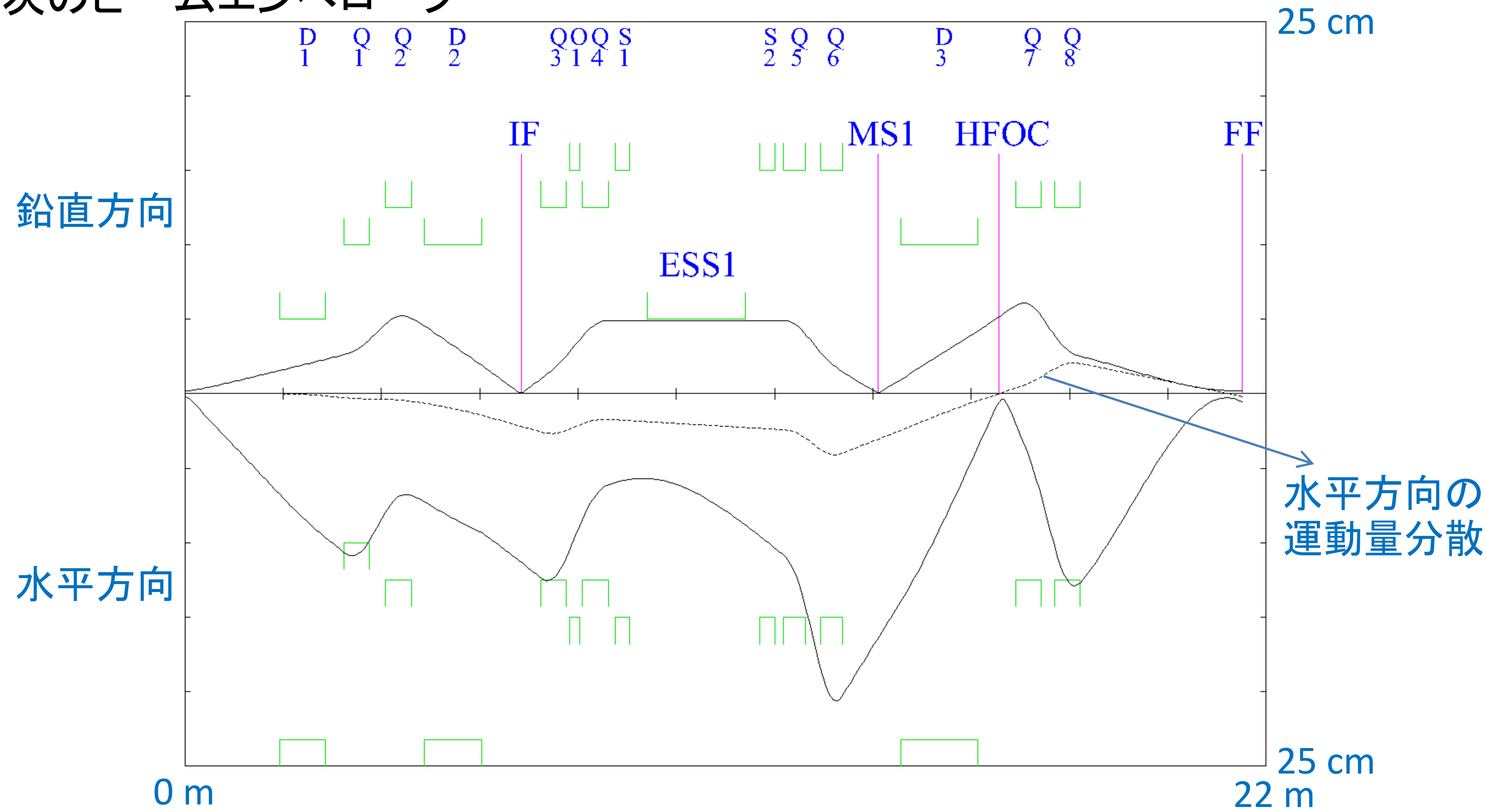


- 生成角度: 6°
- 全長: 21.5m
- 磁場共存型静電セパレータ: 2m
- 最大運動量: 1.0GeV/c
- 主に静止K中間子実験に利用



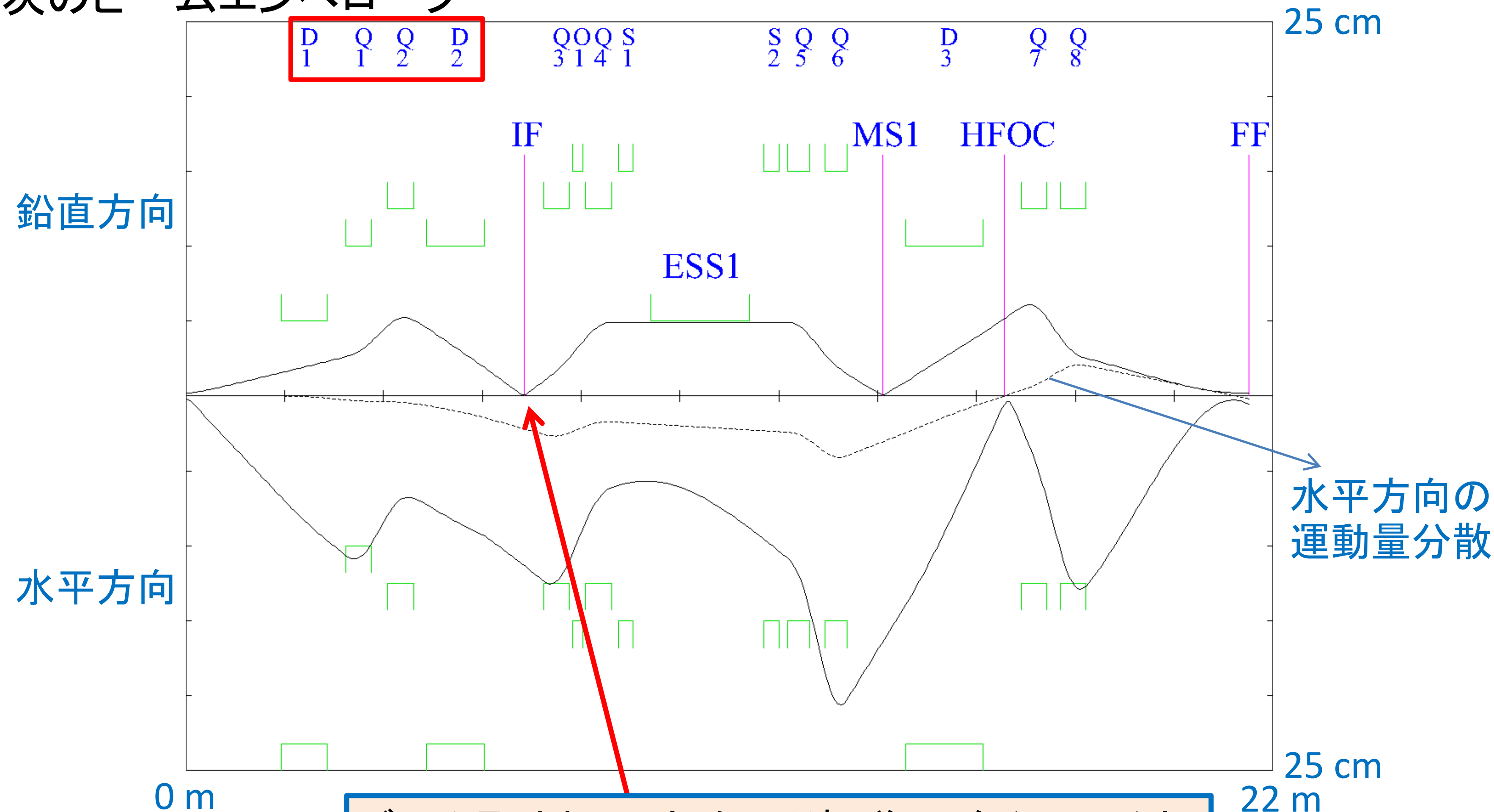
K1.1BRビームラインの光学

1次のビームエンベロープ



K1.1BRビームラインの光学

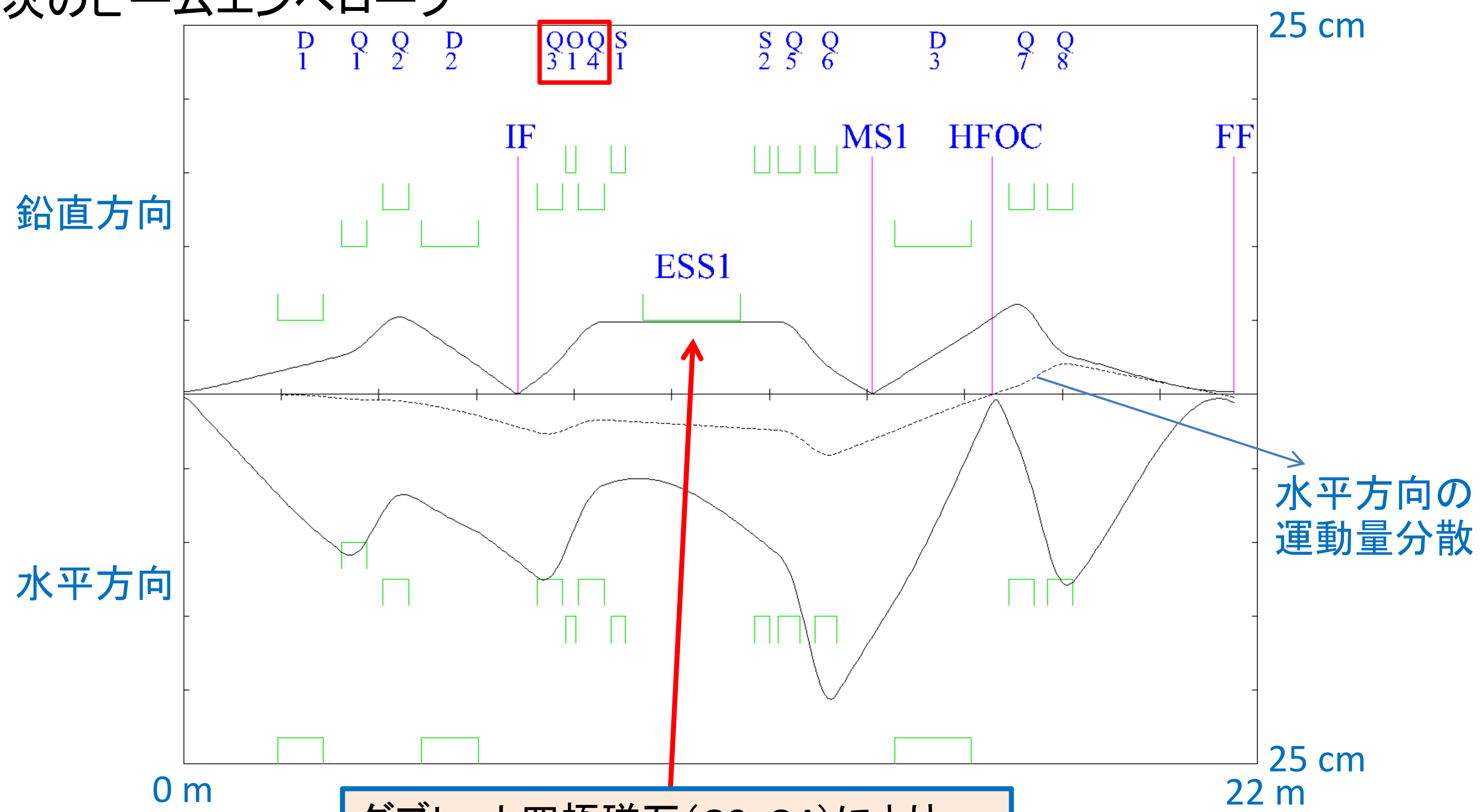
1次のビームエンベロープ



ビーム取り出しのための双極磁石2台（D1, D2）と
ダブレット四極磁石（Q1, Q2）により、
IFスリットで鉛直方向に収束（R_{34}=0）
⇒ cloud πの除去

K1.1BRビームラインの光学

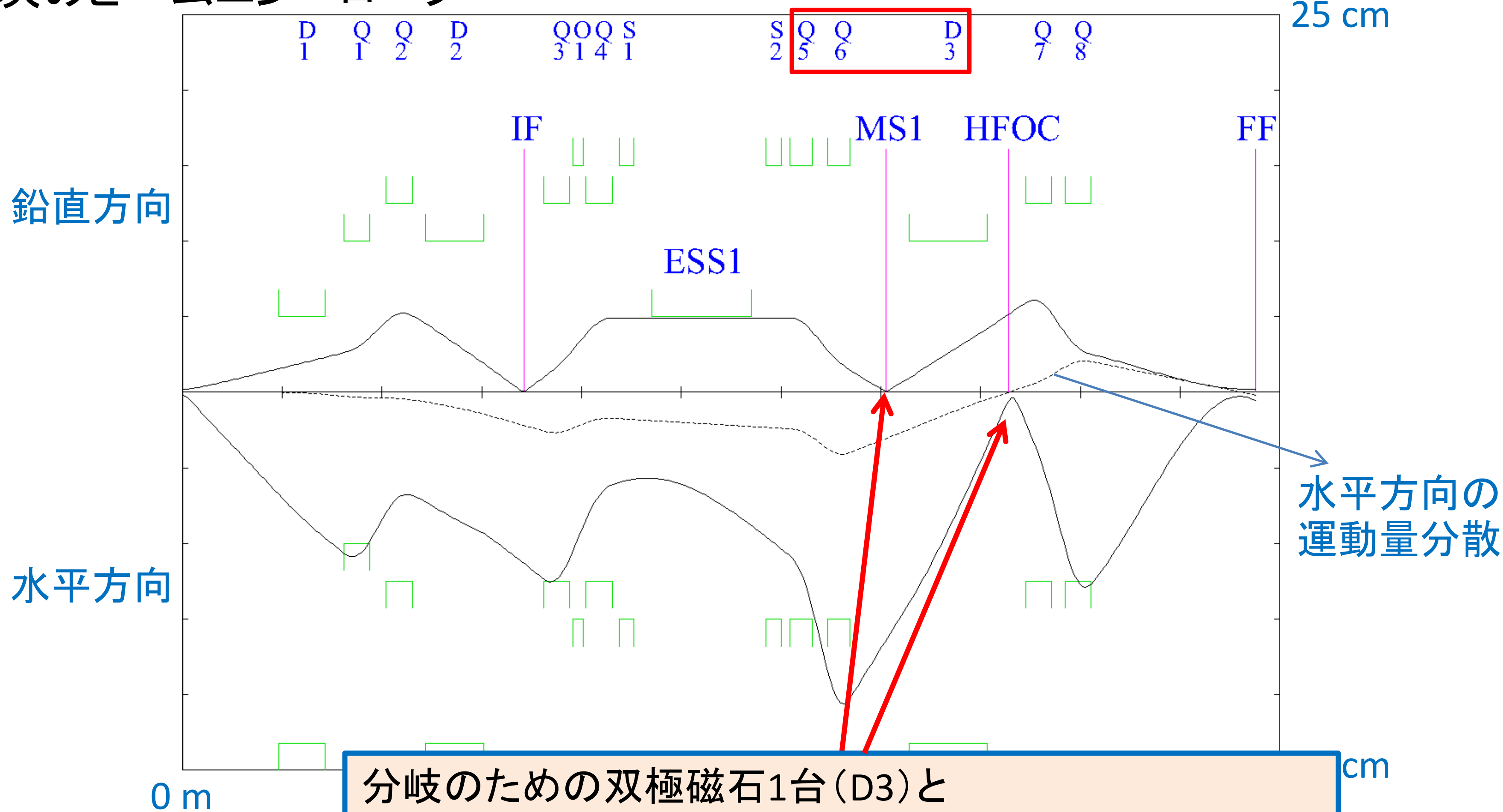
1次のビームエンベロープ



ダブレット四極磁石（Q3, Q4）により、
ESS1で鉛直方向に平行にする（R_{44}=0）

K1.1BRビームラインの光学

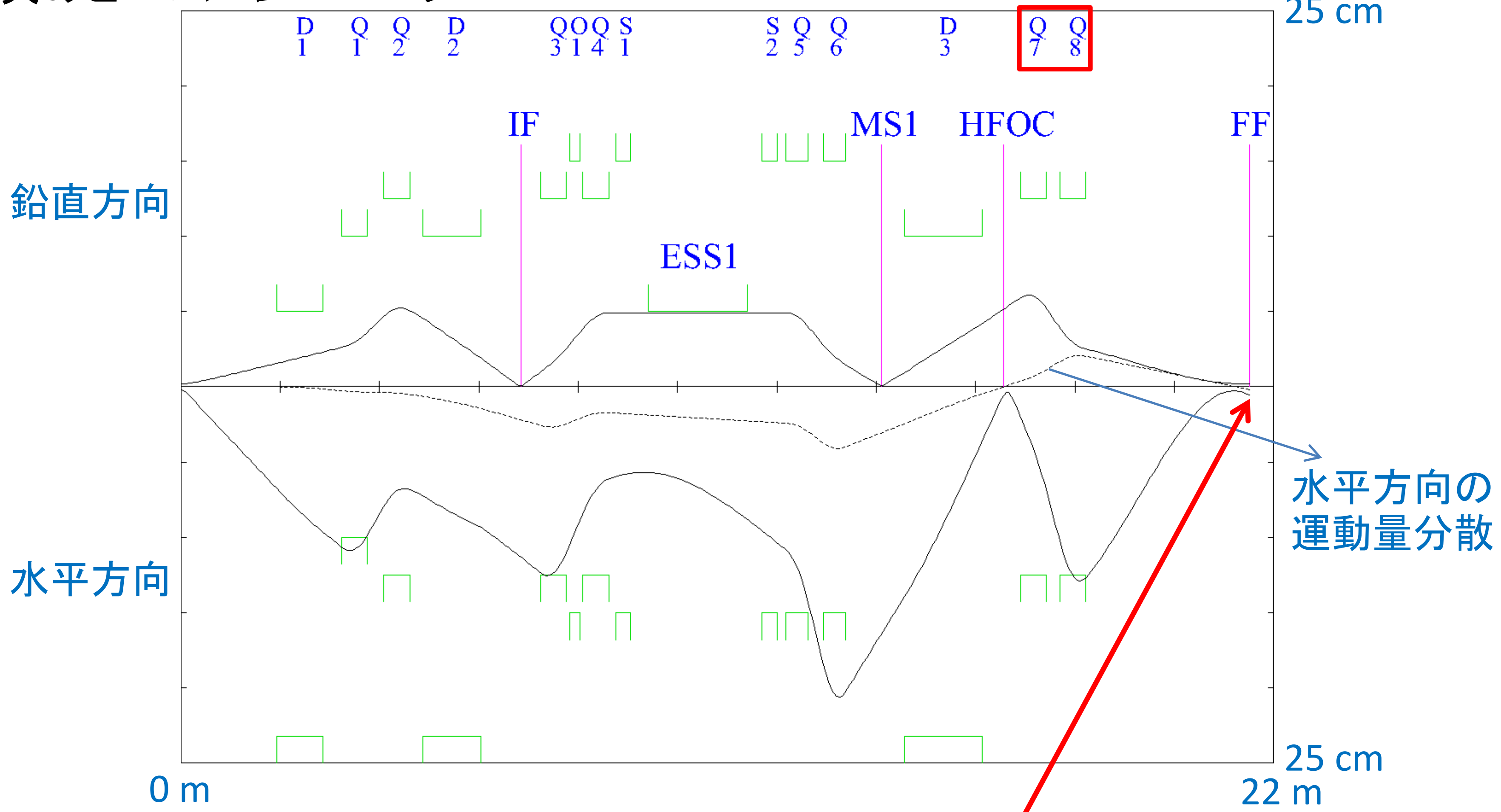
1次のビームエンベロープ



分岐のための双極磁石1台（D3）と
ダブレット四極磁石（Q5, Q6）により、
MS1スリットで鉛直方向に収束（$R_{34}=0$）
⇒ 粒子分離
HFOCスリットで水平方向に分散無しで収束（$R_{12}=R_{16}=0$）
⇒ 純度向上

K1.1BRビームラインの光学

1次のビームエンベロープ

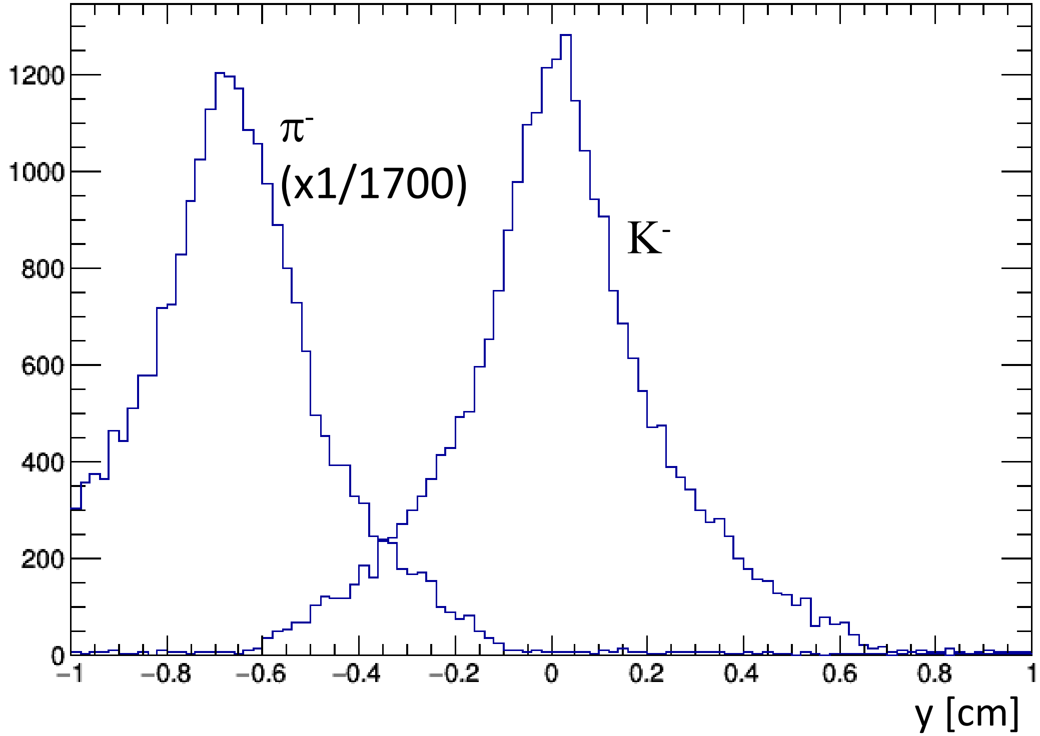


ダブレット四極磁石（Q7, Q8）により、FFで水平、鉛直方向ともに収束（$R_{12}=R_{34}=0$）

K1.1BRビームライン

マススリットでのπ^-とK^-のy分布

運動量: 0.8GeV/c
セパレータ電圧: 750kV

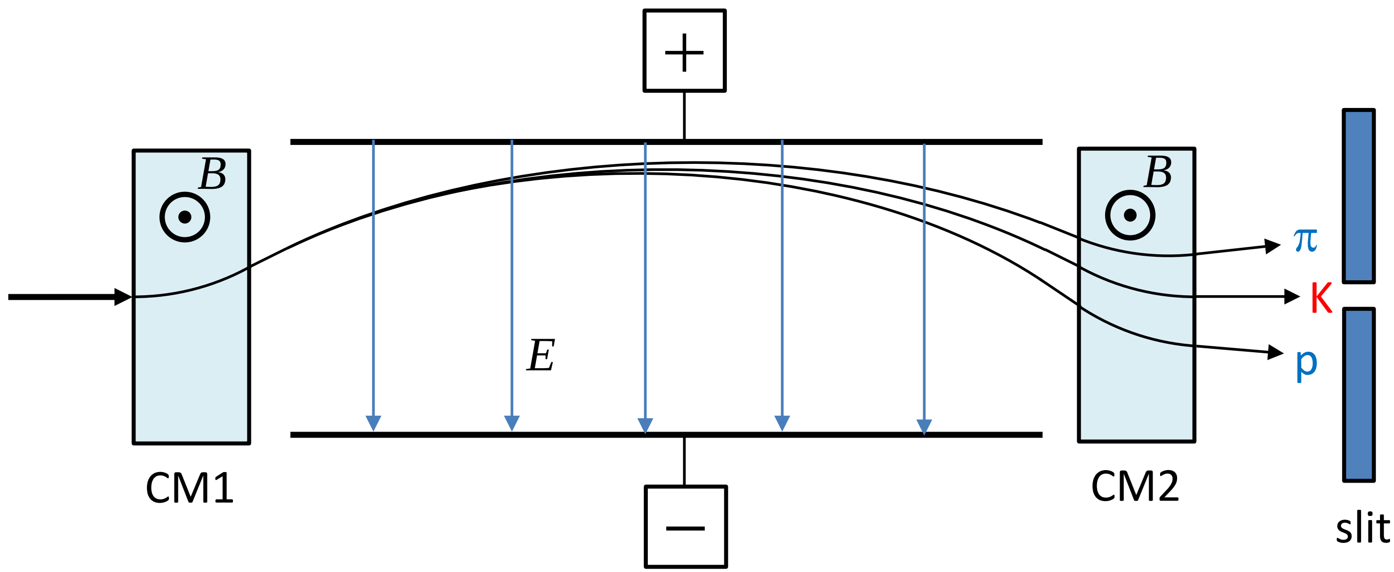


マススリット開口: ±2mm
一次陽子ビーム強度: 50kW

の時、

アクセプタンス: 3.7 msr・%Δp/p
K^-ビーム強度: 2.3×10^5 /spill
純度: K^-:π^- = 1:4
※ cloud πを含まず

静電セパレータの限界



$$\Delta y' = \frac{eEl}{pc}\left(\frac{1}{\beta_w} - \frac{1}{\beta_u}\right) \approx \frac{eEl}{2(pc)^3}\left((m_w c^2)^2 - (m_u c^2)^2\right)$$

分離の大きさが運動量の3乗に反比例
⇒ 運動量が高くなると加速度的に分離が困難になる

例）E = 600kV/10cm = 6MV/m, l = 6m の場合、
$\Delta y'_{\pi\text{-}K}$ = 0.50mrad (@2GeV/c), 0.06mrad (@4GeV/c)

実用的な4GeV/cのK^-ビームを作るには数十mの静電セパレータが必要
それ以上の運動量では別の分離方法が必要

RFセパレータ(2空洞法)

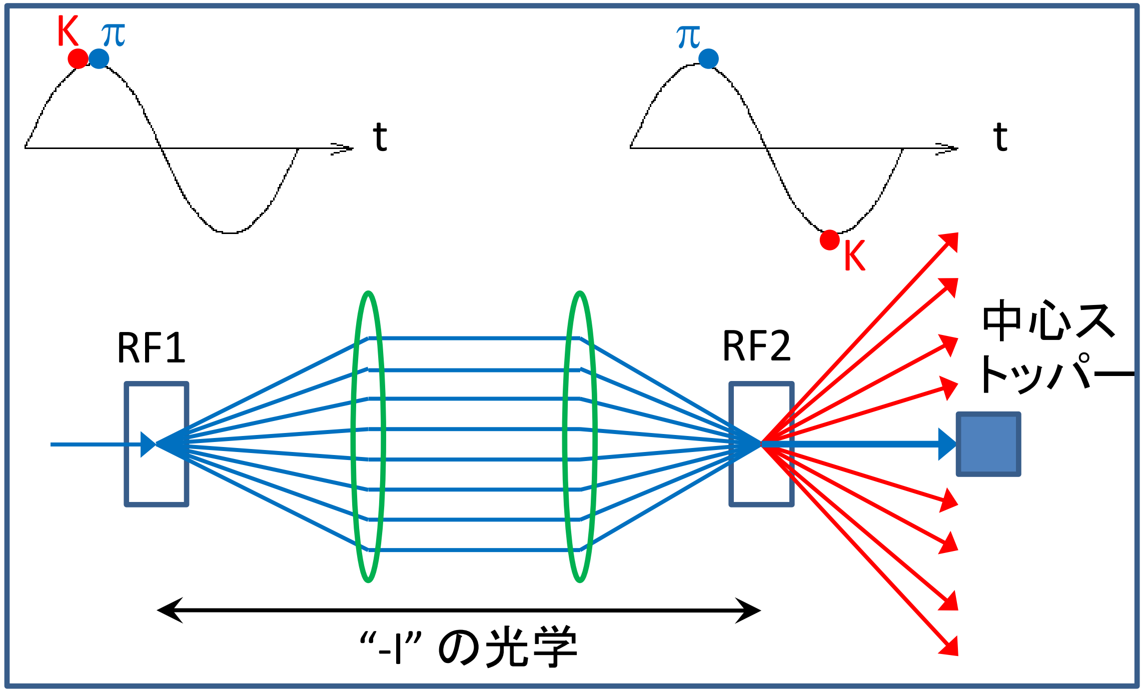
RF空洞2台による偏向の合計:

RF1-RF2間の“-I”の光学のため

$$y' = -A\sin\varphi + A\sin(\varphi + \Delta\varphi)$$
$$= 2A\sin\frac{\Delta\varphi}{2}\cos\left(\varphi + \frac{\Delta\varphi}{2}\right)$$

$$A = \frac{eEl}{pc\beta}$$

φ: RF1入口での位相
$\Delta\varphi$: RF1-RF2間の位相差
e: 電荷
E: 電場勾配
l: 空洞の長さ
p: 運動量



不要粒子 (π) に対するRF2の位相をRF1の位相と同じに設定すると、RF1入射時の位相に関わらずπに対する偏向がキャンセルする。
この時、必要粒子 (K又は反陽子) に対するRF2の位相は、次の値だけ異なる。

$$\Delta\varphi_w^u = \frac{2\pi f L}{c}\left(\frac{1}{\beta_w} - \frac{1}{\beta_u}\right) \approx \frac{\pi f L}{c}\,\frac{m_w^2 - m_u^2}{p^2c^2}$$

f: 周波数
L: RF1-RF2間の距離
β_w, β_u: 必要/不要な粒子の速度
m_w,m_u:必要/不要な粒子の質量

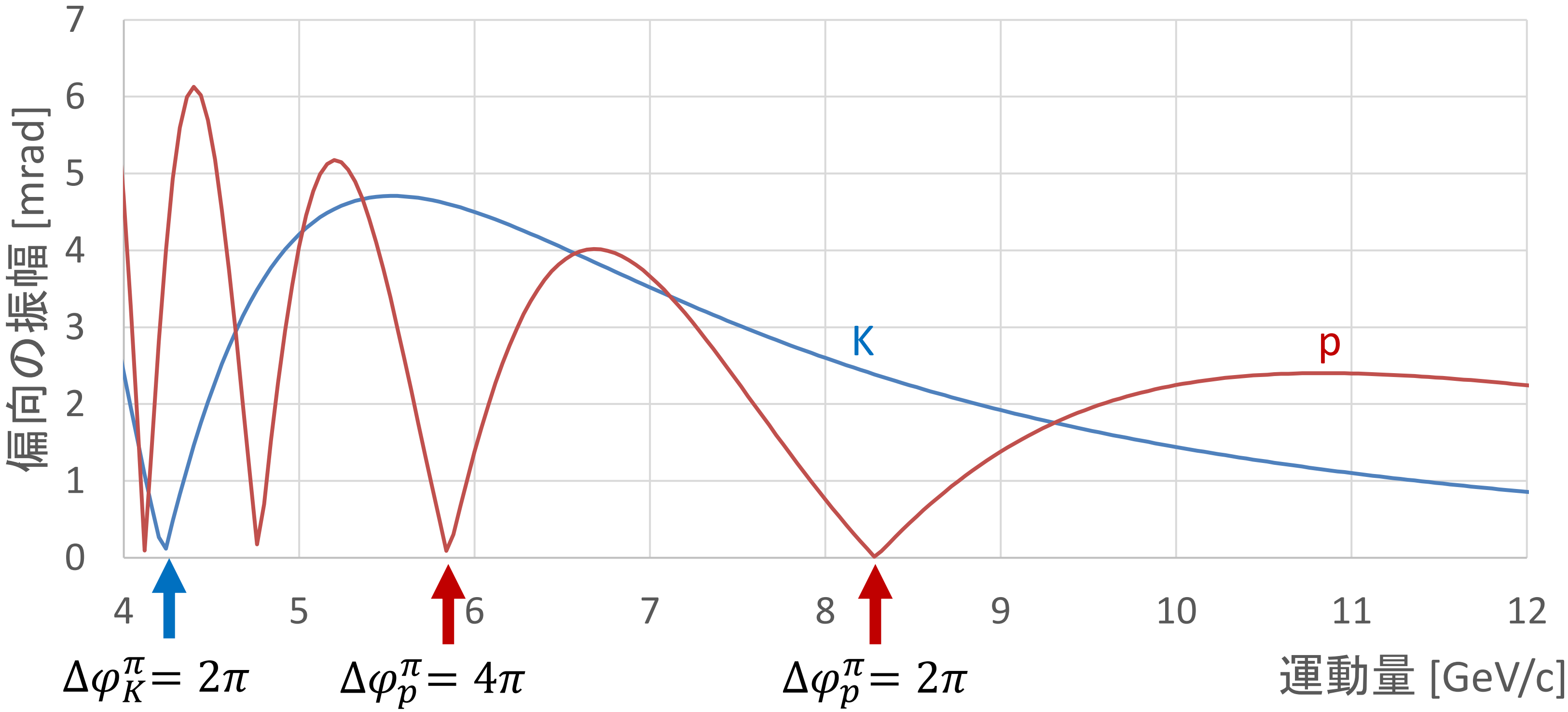
必要粒子は $2A\sin\frac{\Delta\varphi_w^u}{2}$ の振幅で偏向を受ける

RFセパレータ(2空洞法)

例） – f = 2.857 GHz
– L = 16.8 m
– l = 2.25 m
– E = 6 MV/m

RF2の位相をπに合わせた場合: πの偏向は0
⇒ K/pの偏向が大きい運動量領域で分離可

$$\frac{2eEl}{pc\beta}\left|\sin\frac{\Delta\varphi_w^{\pi}}{2}\right|$$

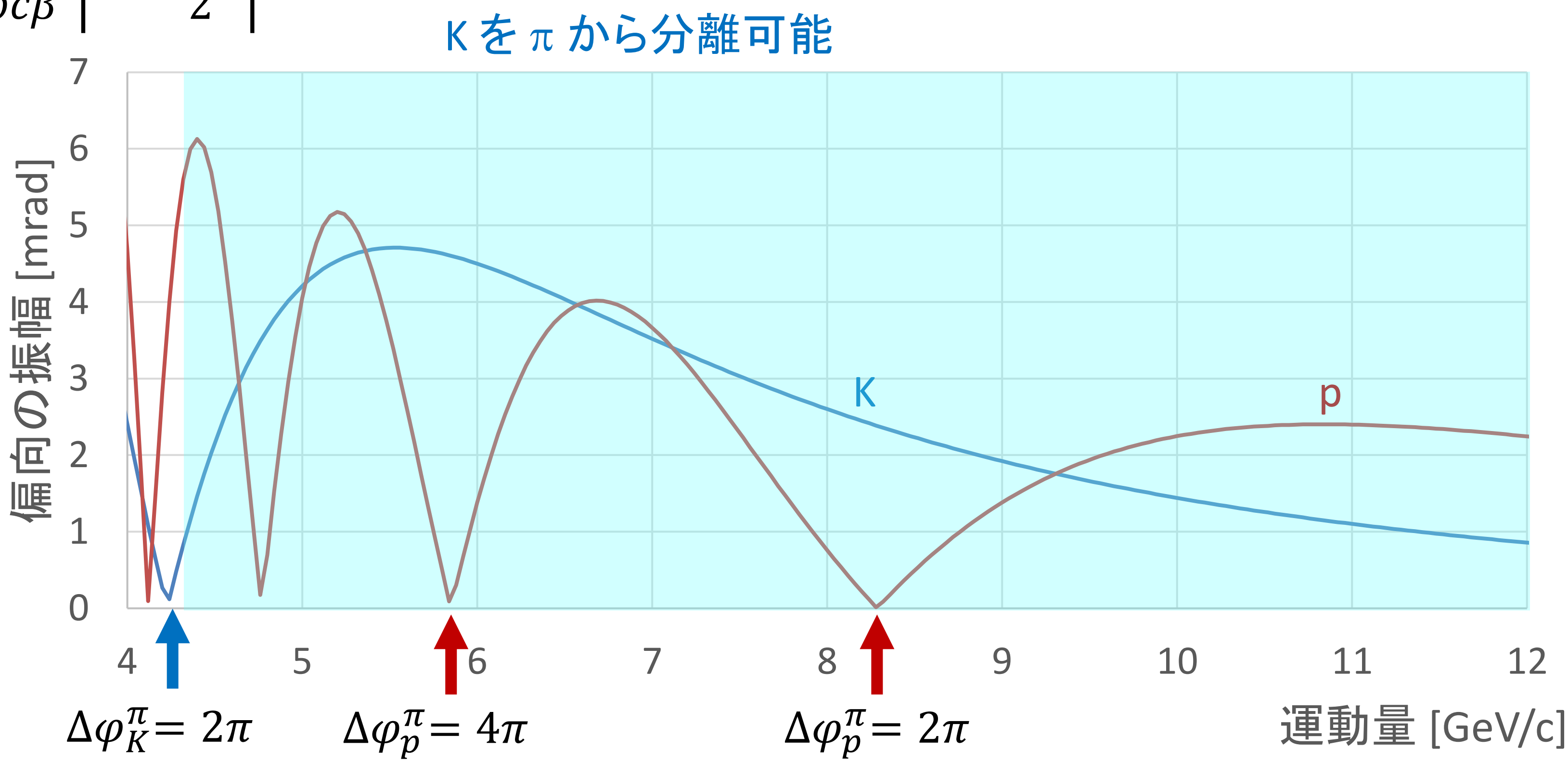


RFセパレータ(2空洞法)

例） – f = 2.857 GHz
– L = 16.8 m
– l = 2.25 m
– E = 6 MV/m

RF2の位相をπに合わせた場合: πの偏向は0
⇒ K/pの偏向が大きい運動量領域で分離可

$$\frac{2eEl}{pc\beta}\left|\sin\frac{\Delta\varphi_w^\pi}{2}\right|$$

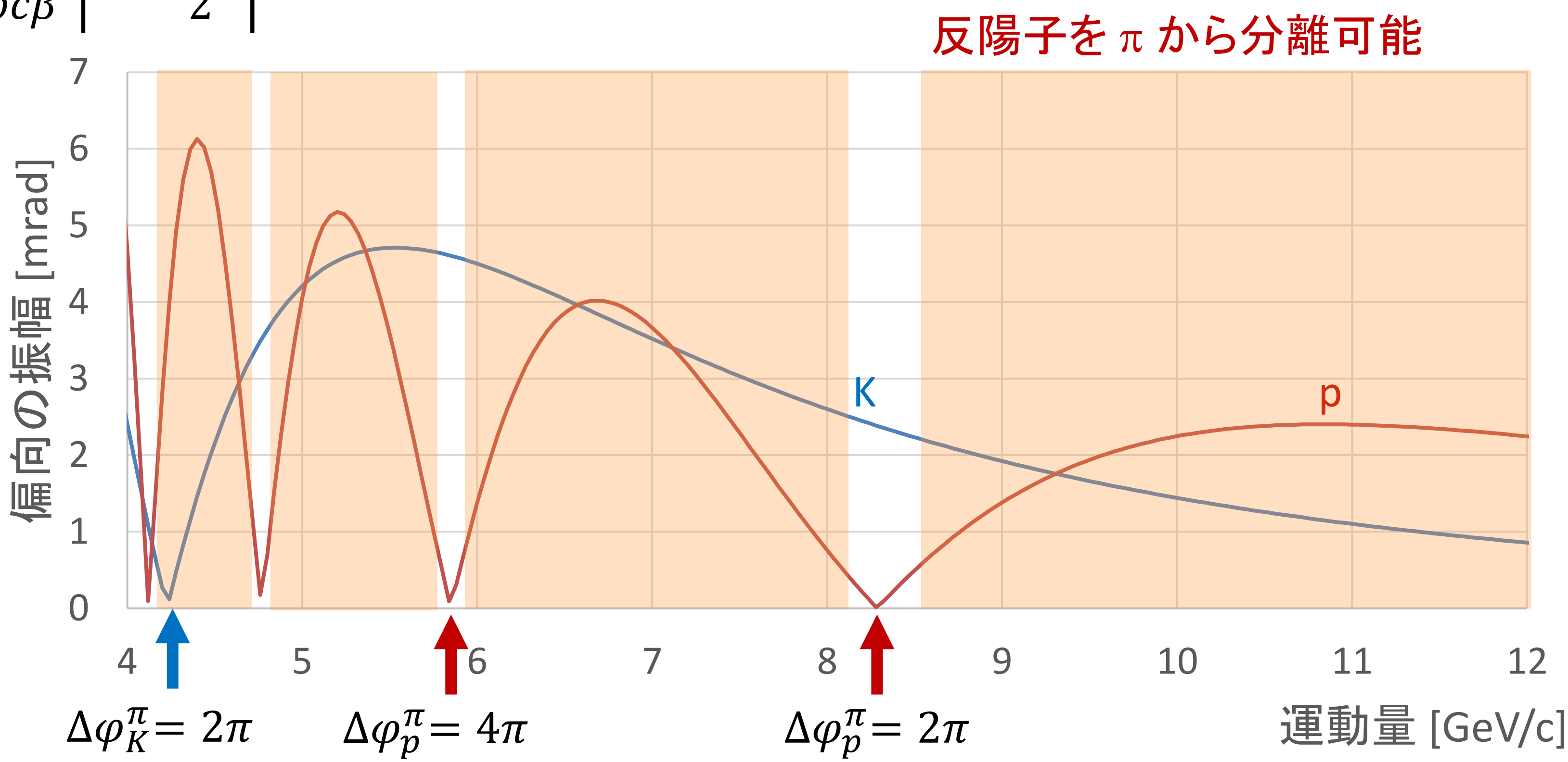


RFセパレータ(2空洞法)

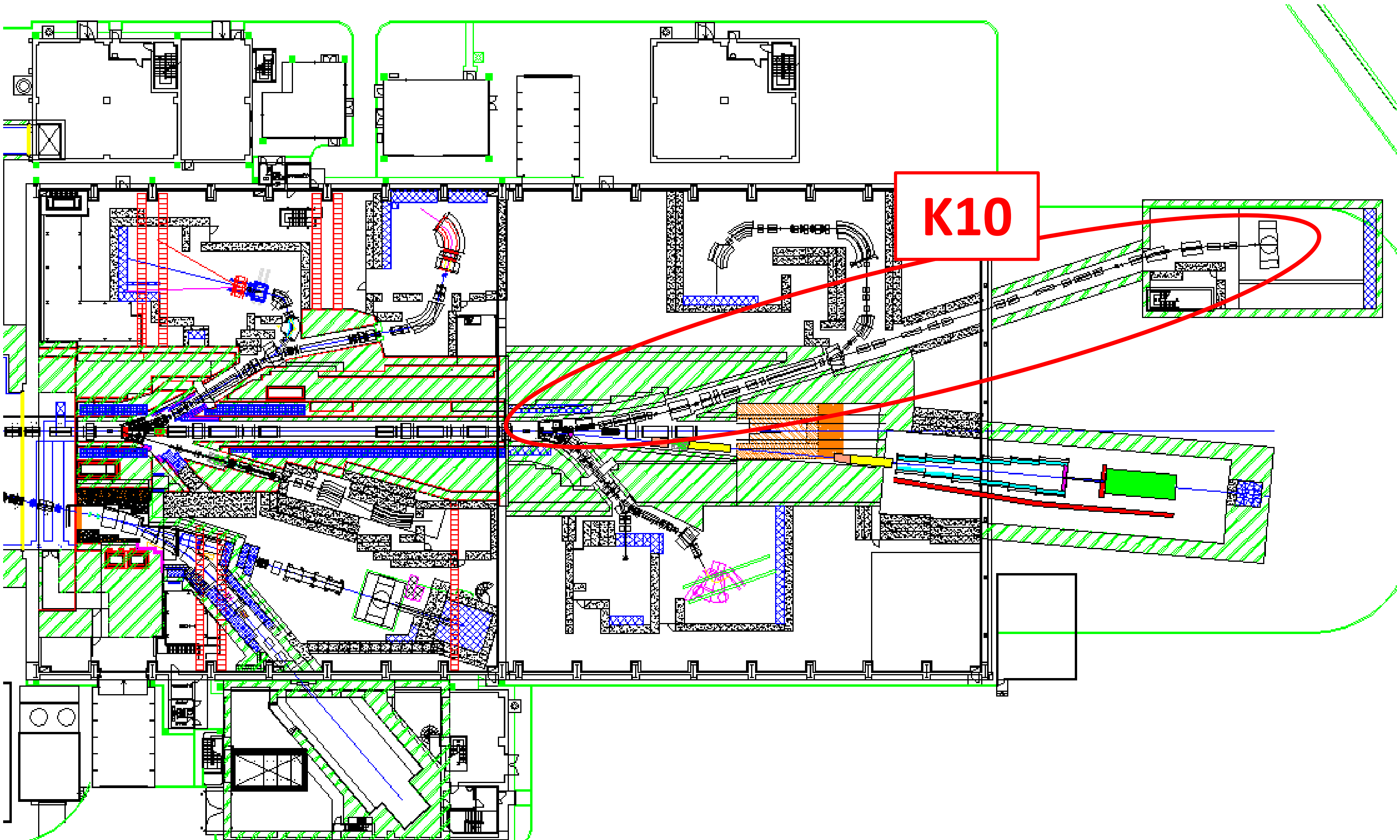
例）
- f = 2.857 GHz
- L = 16.8 m
- l = 2.25 m
- E = 6 MV/m

RF2の位相をπに合わせた場合: πの偏向は0
⇒ K/pの偏向が大きい運動量領域で分離可

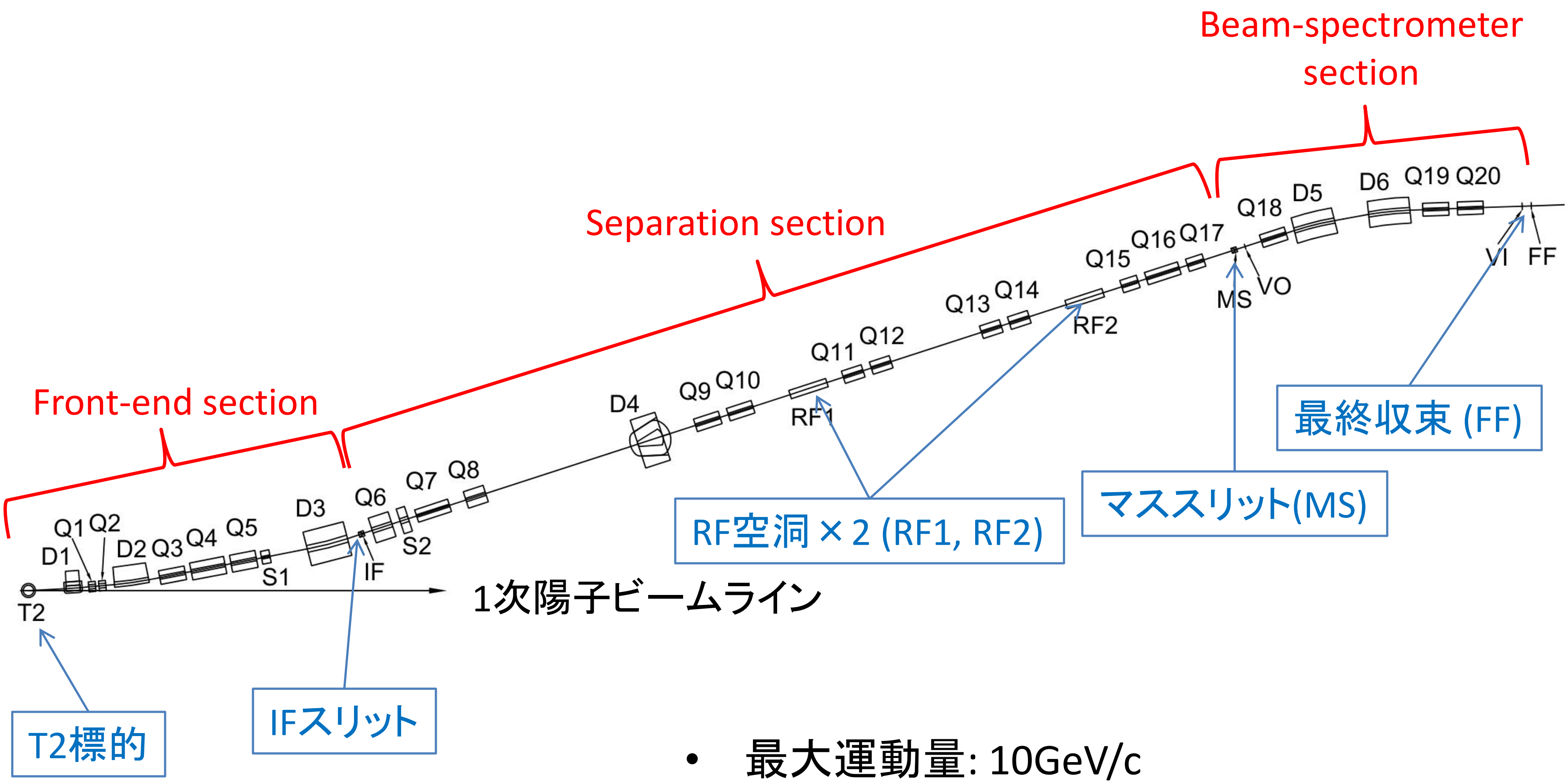
$$\frac{2eEl}{pc\beta}\left|\sin\frac{\Delta\varphi_w^\pi}{2}\right|$$



K10ビームライン



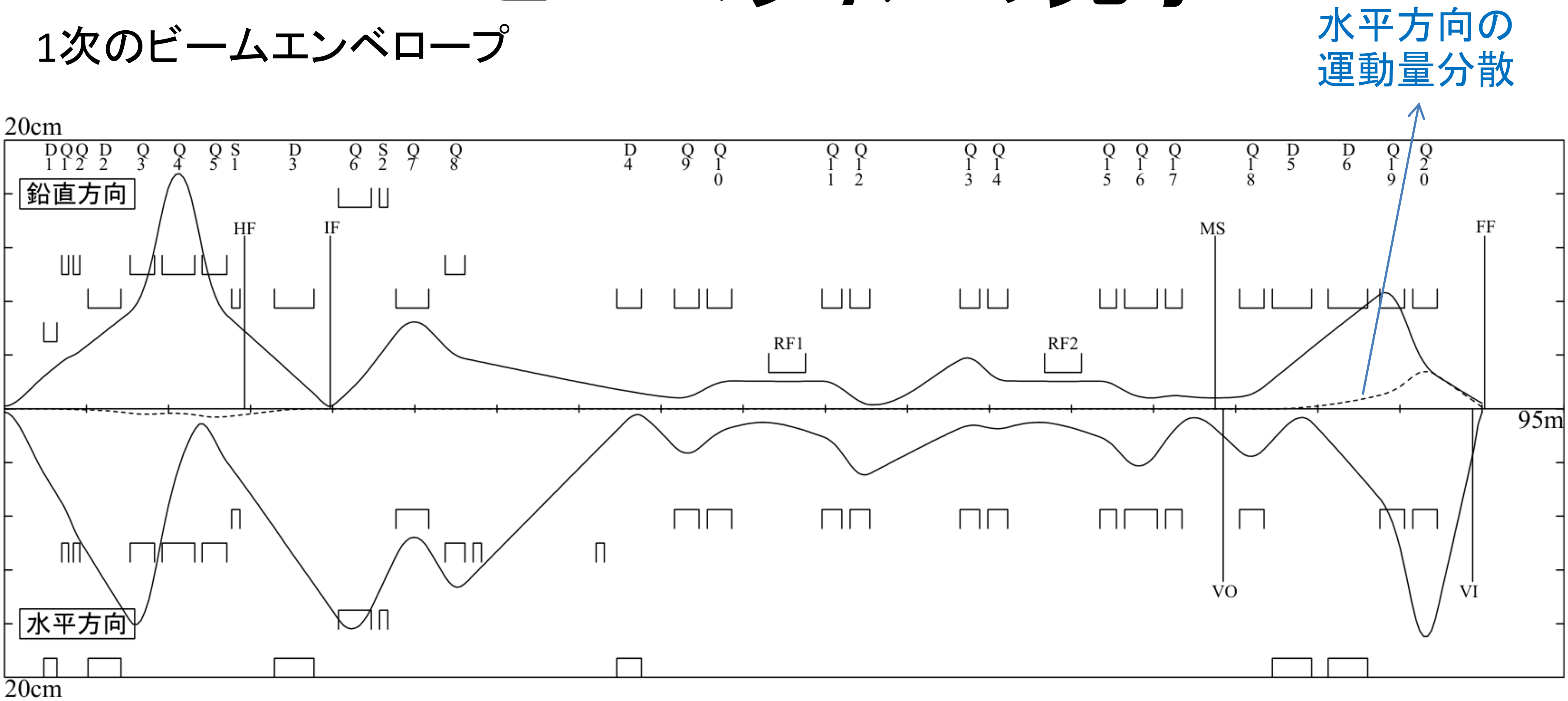
K10ビームライン



- 最大運動量: 10GeV/c
- 全長: 90.2m
- RF空洞: 2.857GHz, 6MV/m, 2.25m x 2
- RF1-RF2間の距離: 16.8m

K10ビームラインの光学

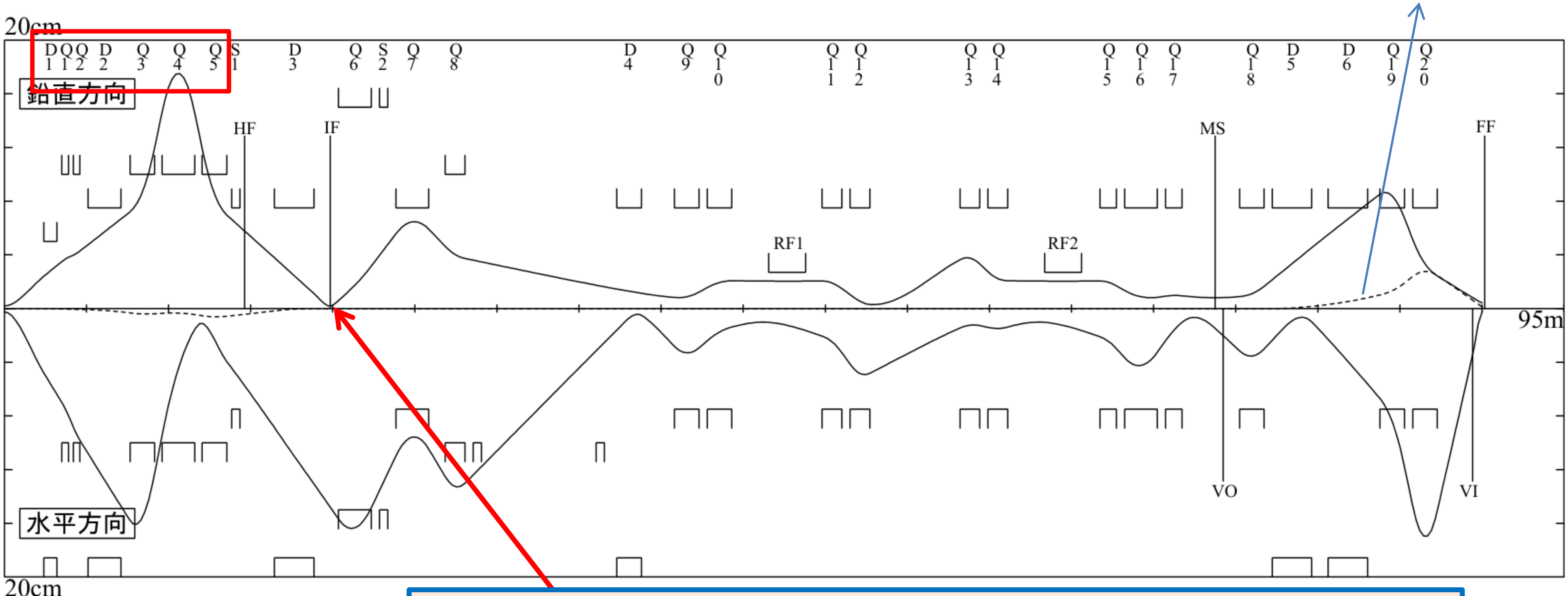
1次のビームエンベロープ



K10ビームラインの光学

1次のビームエンベロープ

水平方向の
運動量分散



ビーム取り出しのための双極磁石3台（D1～D3）と
トリプレット四極磁石（Q3～Q5）により、
- IFスリットで鉛直方向に収束（R_{34}=0）

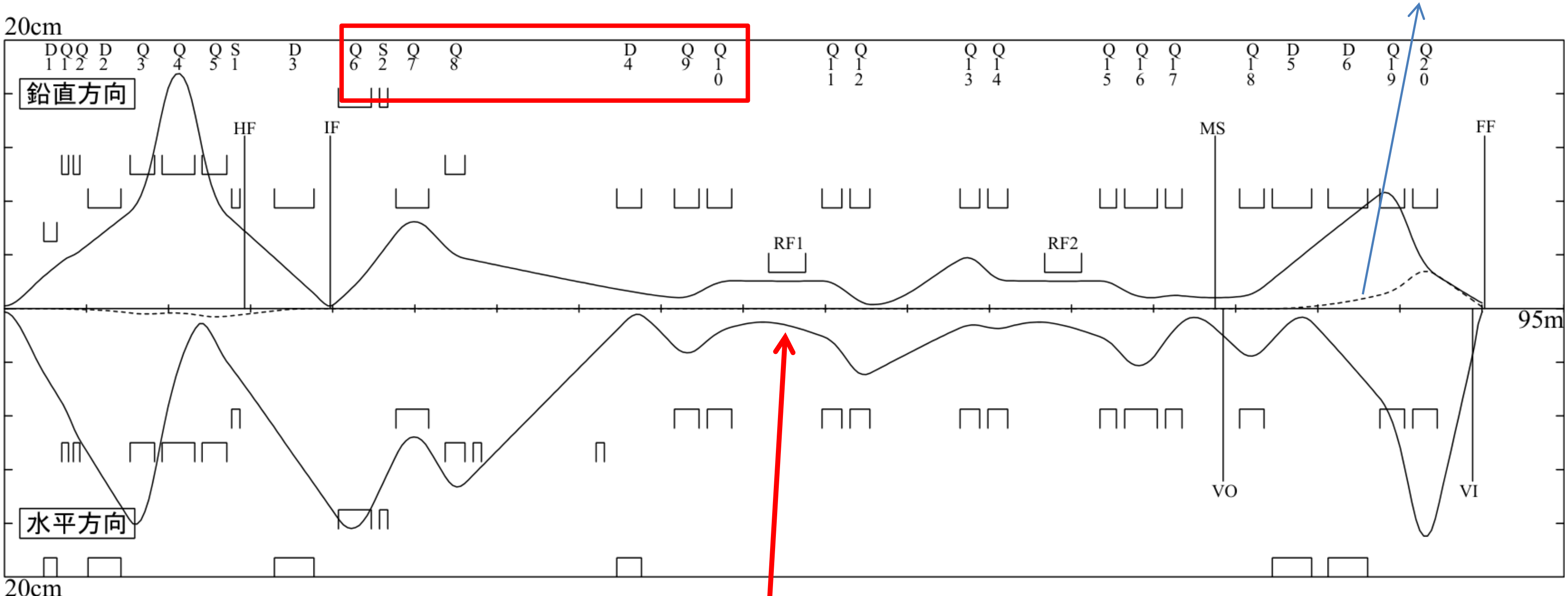
⇒ cloud πの除去
- IFスリットで色収差を消す（R_{16}=R_{26}=0）

⇒ その後のビームサイズを小さくする

K10ビームラインの光学

1次のビームエンベロープ

水平方向の
運動量分散



四極磁石5台（Q6〜Q10）により、
- RF1でほぼ平行かつサイズを小さく（R_{34}=0, R_{44}〜0）
- 2次の角度収差も小さく（経験的に1次でR_{43}=0とすると良い）

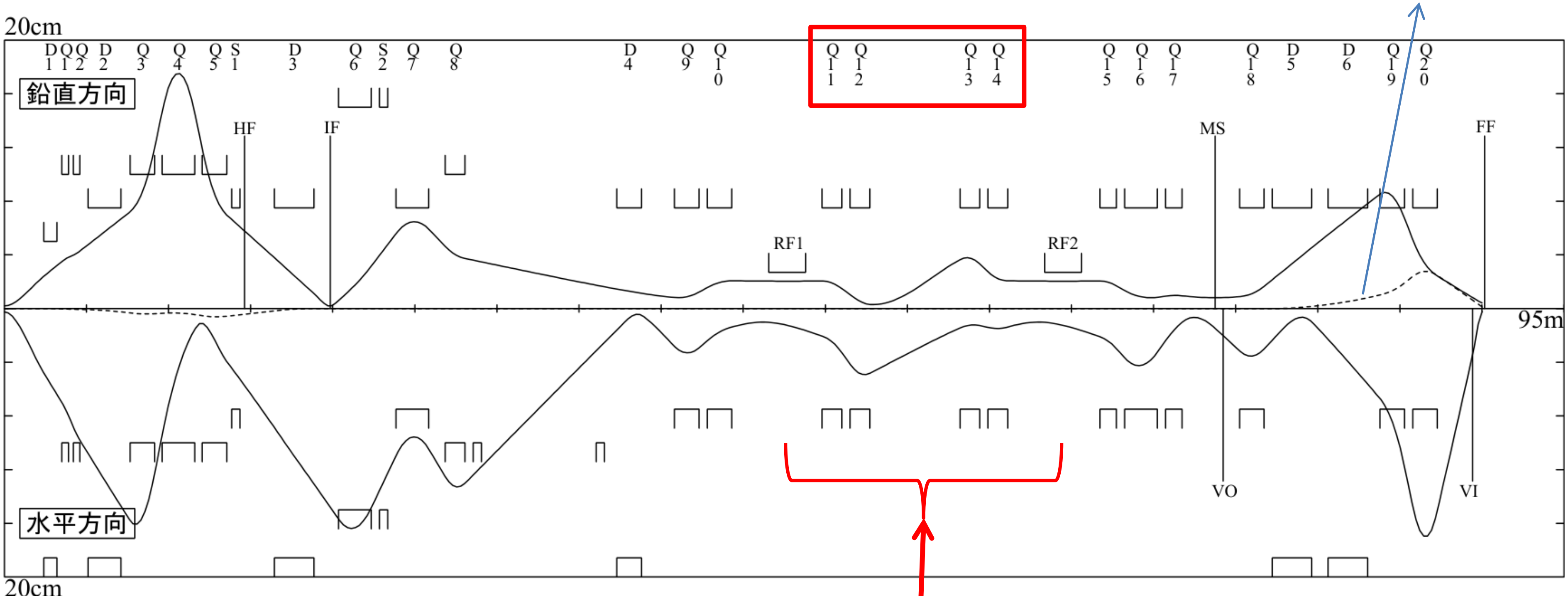
$$R_{O\rightarrow RF1} = \begin{pmatrix} 1/A & 0 \\ 0 & A \end{pmatrix} \qquad A \sim 0.1$$

静電セパレータの時と同じくR_{44}=0とするとサイズが大きくなってしまう

K10ビームラインの光学

1次のビームエンベロープ

水平方向の
運動量分散



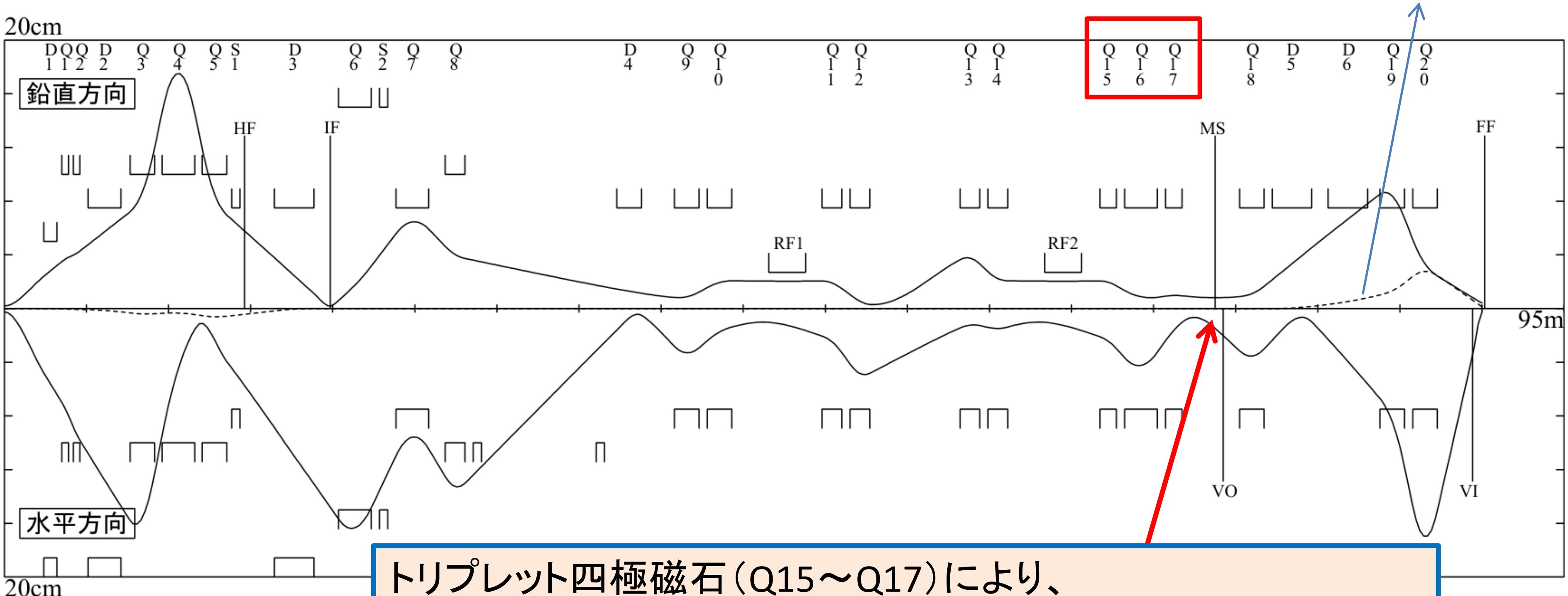
四極磁石4台（Q11～Q14）により、
RF1～RF2を”-*I*”で結ぶ

$$R_{RF1\rightarrow RF2}=\begin{pmatrix}-1 & 0\\ 0 & -1\end{pmatrix}$$

K10ビームラインの光学

1次のビームエンベロープ

水平方向の
運動量分散



トリプレット四極磁石（Q15～Q17）により、

- RF1,2での偏向をMSでの位置ずれに変換
- MS後に広がり過ぎないように角度を小さく

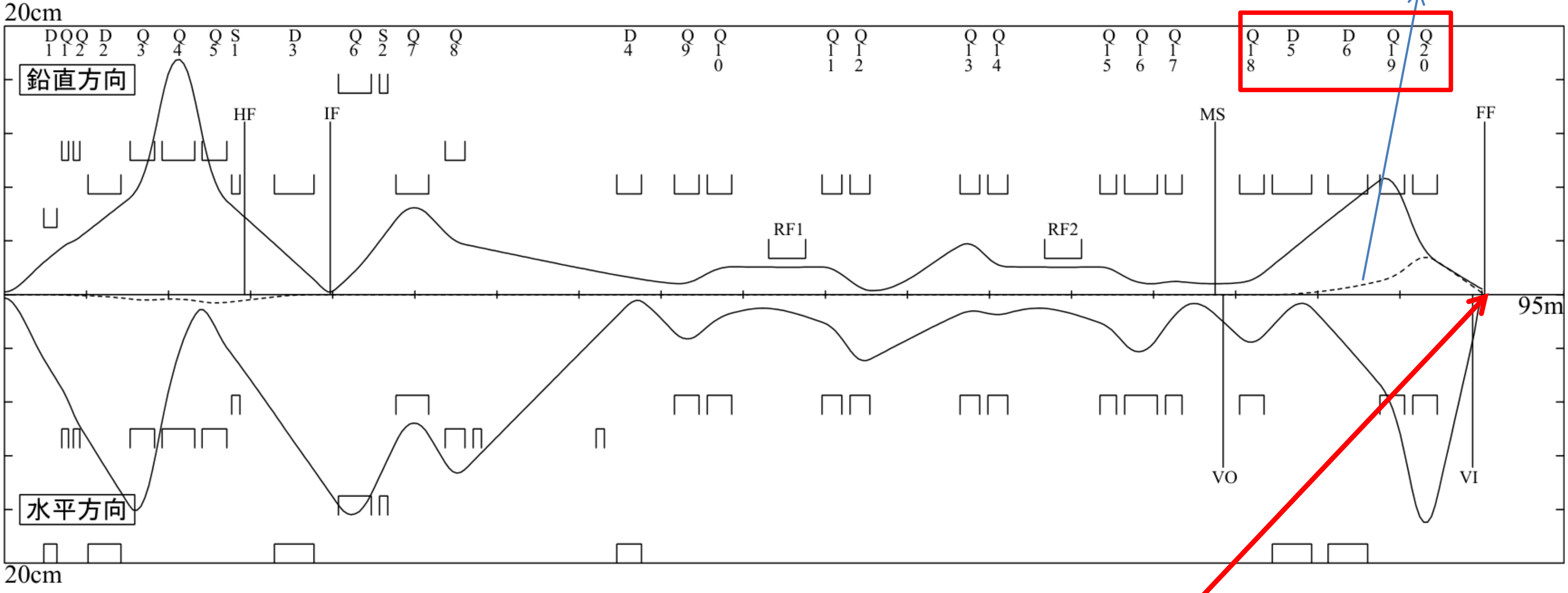
$$R_{RF2\to MS} = \begin{pmatrix} 0 & f \\ -1/f & 0 \end{pmatrix} \qquad f\sim 1\ [\mathrm{cm/mrad}] \quad A\sim 0.1$$

$$\therefore R_{O\to MS} = R_{RF2\to MS} R_{RF1\to RF2} R_{O\to RF1} = \begin{pmatrix} 0 & -fA \\ 1/fA & 0 \end{pmatrix}$$

K10ビームラインの光学

1次のビームエンベロープ

水平方向の
運動量分散

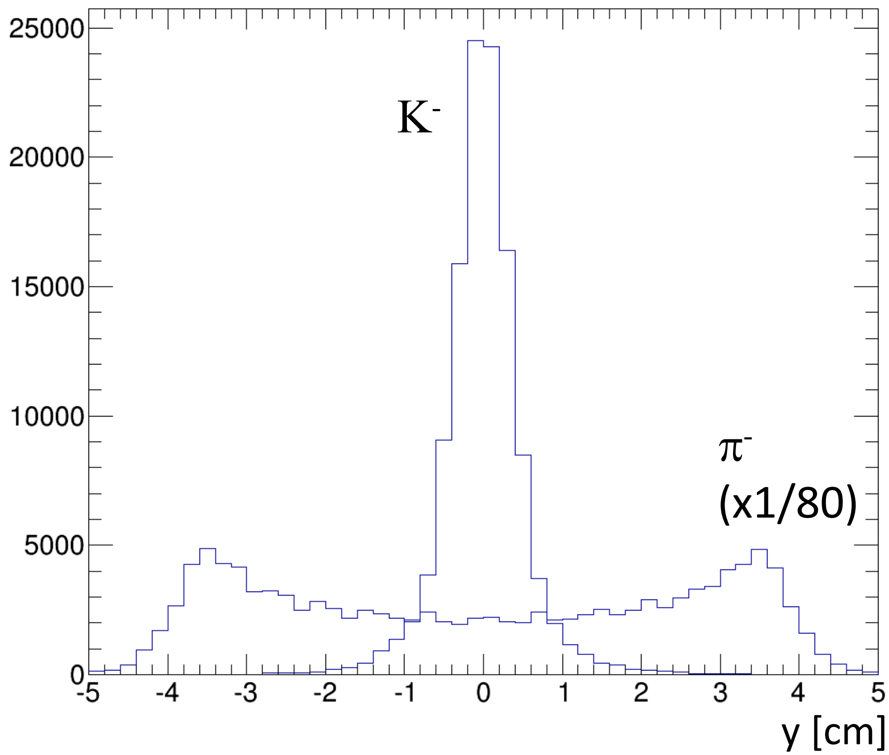


運動量解析のための双極磁石2台（D5,D6）とトリプレット四極磁石（Q18～Q20）により、FFで水平、鉛直方向とも分散無しで収束（$R_{12}=R_{16}=R_{34}=0$）

K10ビームライン

マススリットでのπ⁻とK⁻のy分布

運動量: 6GeV/c
RF周波数: 2.857HGz
電場勾配: 6MV/m



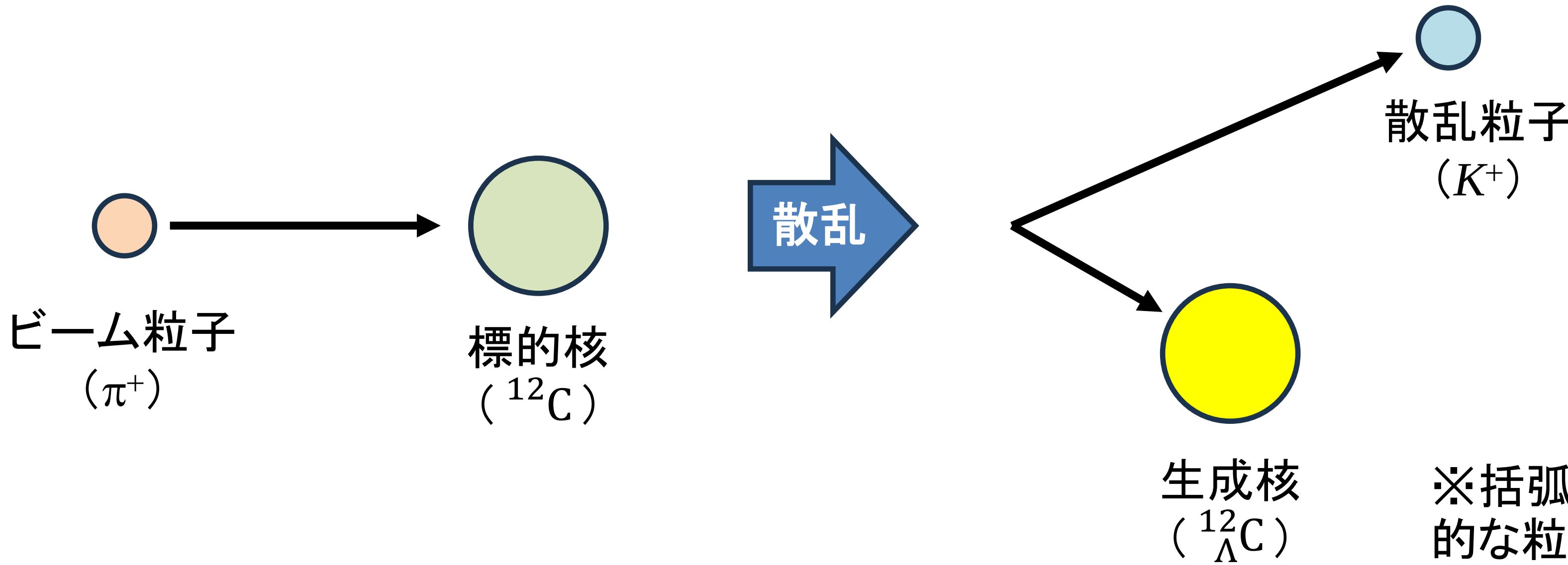
マススリット開口: 1cm
一次陽子ビーム強度: 50kW

の時、

アクセプタンス: 0.42 msr・%Δp/p
K^-ビーム強度: 5.2×10^6 /spill
純度: $K^-:\pi^-$ = 1:5.0
※ cloud π含まず

運動量分析

欠損質量分光
(missing mass spectroscopy)

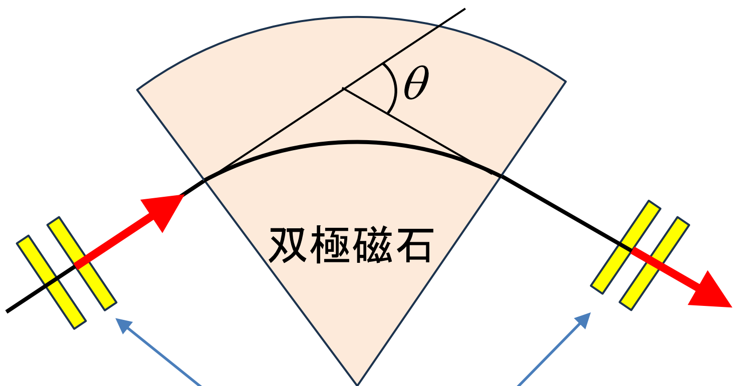


※括弧内は具体的な粒子の例

標的核の質量が分かっているので、ビーム粒子と散乱粒子の運動量を測定すれば、エネルギーと運動量の保存から生成核の質量を求めることが出来る

二次ビーム実験の従来のやり方:
ビーム粒子と散乱粒子をそれぞれ個別に運動量測定

最も単純な運動量分析



粒子に双極磁場をかけ、その前後の粒子の位置と角度を飛跡検出器で測定する

一般に角度は測定分解能を上げるのが難しいので、その分偏向角を大きくしないと運動量分解能は良くならない

※運動量と磁場の関係

$$p = eBr, \quad r = l/\theta$$

p : 運動量
e : 電荷
B : 磁場強度
r : 回転軌道半径
l : 軌道長
θ : 偏向角

※$p/e = Br$ を磁気剛性率（magnetic rigidity）と呼ぶ

運動量の単位に[GeV/c]を使う時は、
$pc/e = cBr$, $c = 3\times10^8$ [m/s] より
$$p/q = 0.3Br, \quad (p/q)\theta = 0.3Bl$$
(p[GeV/c], q[素電荷単位], θ[rad], B[T], r[m], l[m])
と覚えると使いやすい

ちょっと進んだ方法

区間VO→VIの輸送行列Rが分かっている時、VIでの位置xと、VOでの位置x_o、角度θ_o、運動量δ_oとの関係は、

$$x = R_{11}x_o+R_{12}\theta_o+R_{16}\delta_o$$

$$\therefore \quad \delta_o = \frac{1}{R_{16}}(x - R_{11}x_o - R_{12}\theta_o)$$

$$\sigma_{\delta_0}{}^2 = \frac{1}{R_{16}{}^2}\left(\sigma_x{}^2 + R_{11}{}^2\sigma_{x_0}{}^2 + R_{12}{}^2\sigma_{\theta_0}{}^2\right)$$

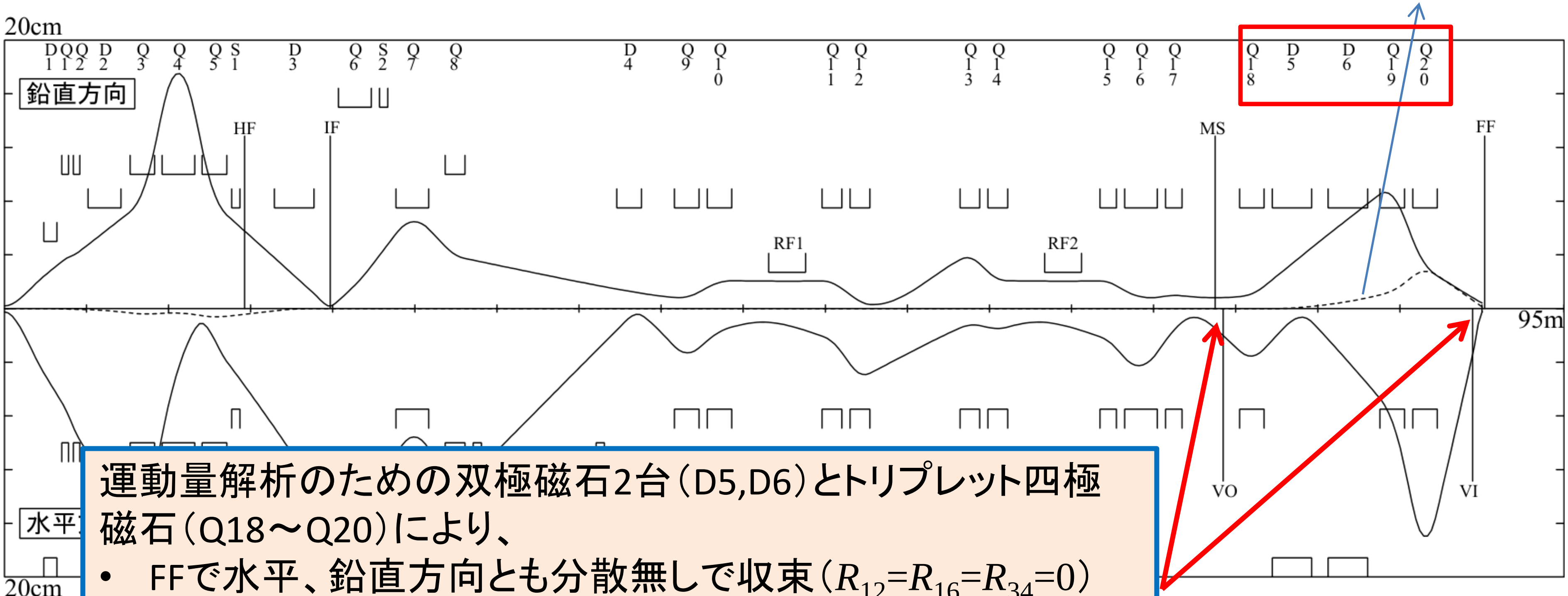
ここで、区間VO→VIをpoint-to-point focusの光学で結ぶと、R_{12}=0となるから、xとx_oだけ測定すればδ_oが求まる。

さらに、なるべくσ_{δ_0}を小さくするには、R_{16}（分散）をなるべく大きく、R_{11}（像倍率）をなるべく小さくするのが良い。

K10ビームラインの例

1次のビームエンベロープ

水平方向の
運動量分散



運動量解析のための双極磁石2台（D5,D6）とトリプレット四極磁石（Q18～Q20）により、

- FFで水平、鉛直方向とも分散無しで収束（R_{12}=R_{16}=R_{34}=0）

それと同時に、

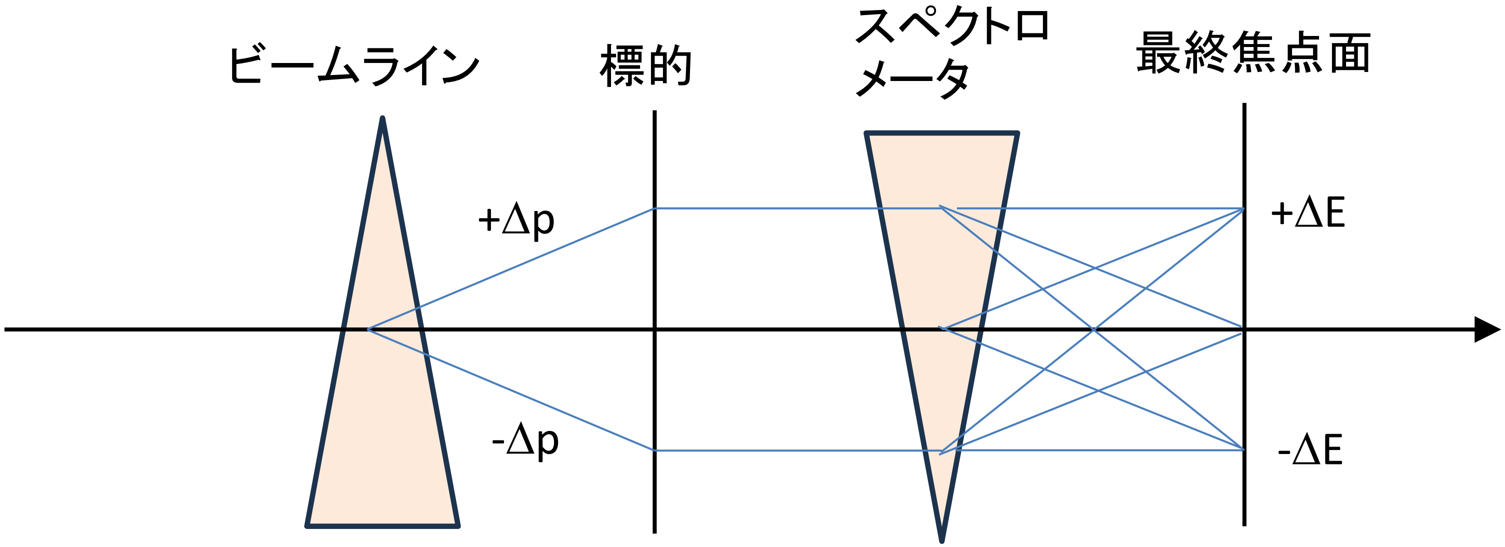
- VO→VIでpoint-to-point focus（$R_{12}^{VO\rightarrow VI}=0$）

$$\begin{cases} R_{11}^{VO\rightarrow VI} = -1.597 \\ R_{16}^{VO\rightarrow VI} = -0.625\ \text{cm/\%} \end{cases}$$

$\sigma_x = \sigma_{x_0}$ = 300μm を仮定すると、

$$\sigma_{\delta_0} = \frac{\sqrt{1+{R_{11}^{VO\rightarrow VI}}^2}}{\left|R_{16}^{VO\rightarrow VI}\right|}\sigma_x = 0.090\ \%$$

もっと進んだ方法

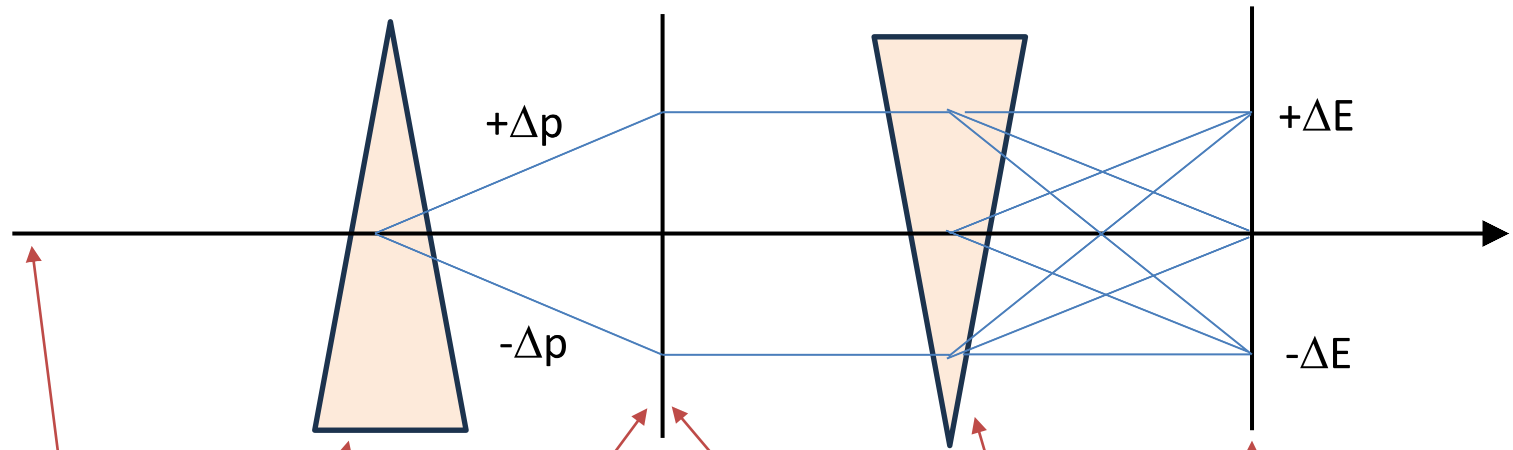


ビームラインの運動量分散と、散乱スペクトロメータの運動量分散とを整合させることで、最終焦点面での散乱粒子の位置を測るだけで、生成核の質量（束縛エネルギー、励起エネルギー）を求めることができる

運動量分散整合法
（dispersion matching）

ビーム粒子のパラメータを測定する必要がないので、検出器がもたないほどの大強度ビームを使用可能

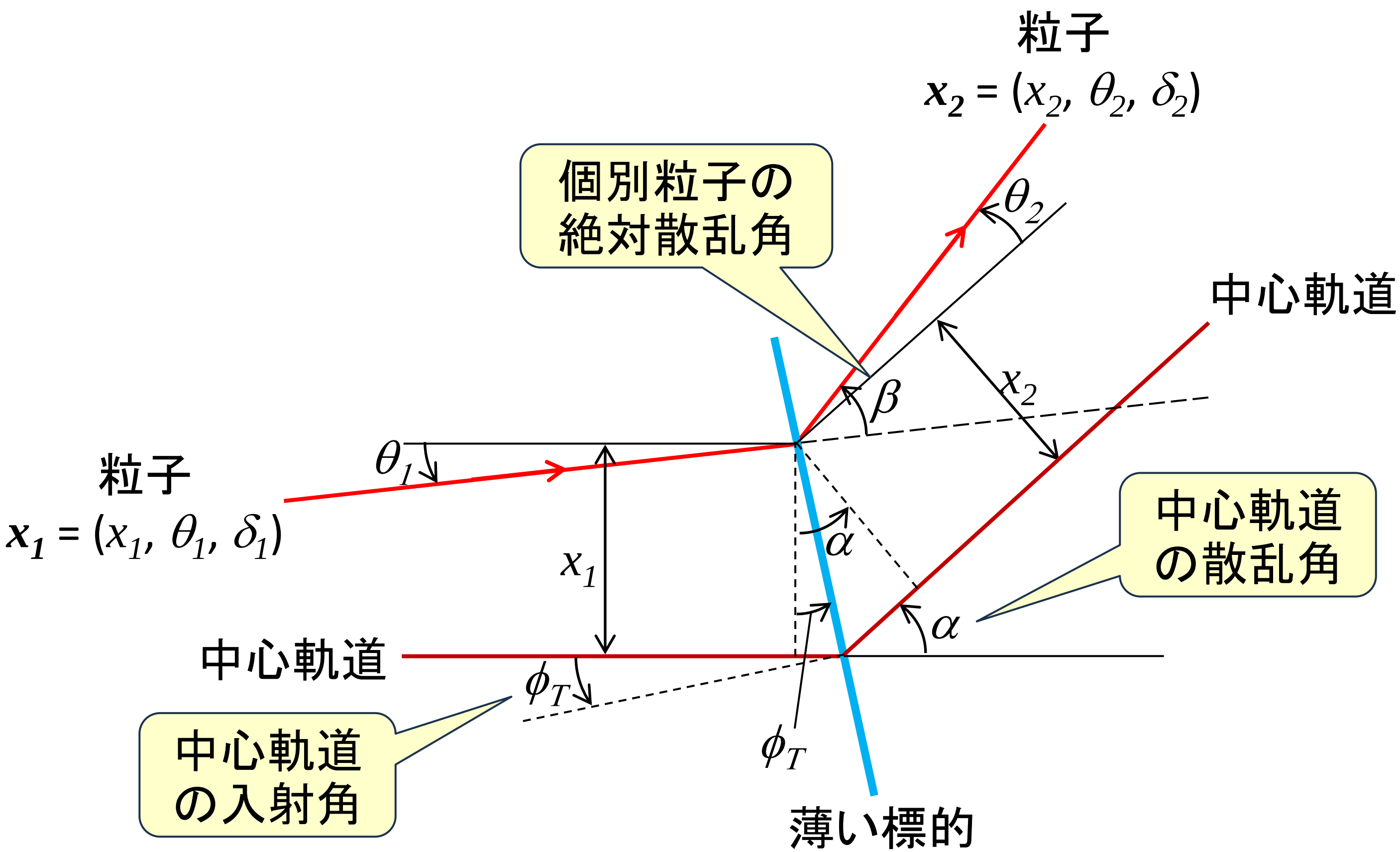
運動量分散整合法：パラメータ定義



	線源	標的（散乱前）	標的（散乱後）	焦点面
粒子のパラメータ	$\boldsymbol{x_0} = (x_0, \theta_0, \delta_0)$	$\boldsymbol{x_1} = (x_1, \theta_1, \delta_1)$	$\boldsymbol{x_2} = (x_2, \theta_2, \delta_2)$	$\boldsymbol{x_3} = (x_3, \theta_3, \delta_3)$

	ビームライン	標的	スペクトロメータ
輸送行列	$R_B = \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{16} \\ b_{21} & b_{22} & b_{26} \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$	R_T	$R_S = \begin{pmatrix} s_{11} & s_{12} & s_{16} \\ s_{21} & s_{22} & s_{26} \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$
	$\boldsymbol{x_1} = R_B \boldsymbol{x_0}$	$\boldsymbol{x_2} = R_T \boldsymbol{x_1}$	$\boldsymbol{x_3} = R_S \boldsymbol{x_2}$

運動量分散整合法：標的での散乱



図より

$$\frac{x_1}{\cos\phi_T} = \frac{x_2}{\cos(\alpha - \phi_T)}$$

$$\beta = \alpha + \theta_2 - \theta_1$$

中心軌道に対する
個別粒子の相対散乱角

$$\theta \equiv \beta - \alpha$$
$$= \theta_2 - \theta_1$$

運動量分散整合法：標的での散乱

散乱後の相対運動量δ_2 は、散乱前の相対運動量$\delta_1 = \delta_0$、
相対散乱角θ、生成核の励起エネルギー Q に依存する

$$\delta_2 = \mathcal{K}\theta + \mathcal{D}Q + \mathcal{C}\delta_0$$

各係数は実験の運動学によって決まる

$$\begin{cases} \mathcal{K} \equiv \dfrac{\partial \delta_2}{\partial \theta} = \dfrac{1}{p_{scat}} \dfrac{\partial p_{scat}}{\partial \theta} \\ \mathcal{D} \equiv \dfrac{\partial \delta_2}{\partial Q} = \dfrac{1}{p_{scat}} \dfrac{\partial p_{scat}}{\partial Q} \\ \mathcal{C} \equiv \dfrac{\partial \delta_2}{\partial \delta_0} = \dfrac{p_{beam}}{p_{scat}} \dfrac{\partial p_{scat}}{\partial p_{beam}} \end{cases}$$

p_{beam}：ビームの中心運動量
p_{scat}：散乱粒子の中心運動量

以上より、標的での散乱を表す輸送行列R_T（x1とx2の関係式）は

$$\begin{cases} x_2 = \mathcal{T} x_1 \\ \theta_2 = \theta_1 + \theta \\ \delta_2 = \mathcal{K}\theta + \mathcal{D}Q + \mathcal{C}\delta_0 \end{cases} \qquad \mathcal{T} \equiv \frac{\cos(\alpha - \phi_T)}{\cos \phi_T}$$

特に、中心散乱角$\alpha = 0$ のとき、$\mathcal{T} = 1,\ \mathcal{K} = 0$

運動量分散整合法:整合条件

最終焦点面での位置 x_3 を計算し、初期パラメータ $\boldsymbol{x_0} = (x_0, \theta_0, \delta_0)$ と、
相対散乱角 θ、励起エネルギー Q について整理すると、

$$x_3 = \frac{\partial x_3}{\partial x_0}x_0 + \frac{\partial x_3}{\partial \theta_0}\theta_0 + \frac{\partial x_3}{\partial \delta_0}\delta_0 + \frac{\partial x_3}{\partial \theta}\theta + s_{16}\mathcal{D}Q$$

$$\begin{cases} \dfrac{\partial x_3}{\partial x_0} = s_{11}b_{11}\mathcal{T} + s_{12}b_{21} & \longrightarrow \text{なるべく小さく} \\ \dfrac{\partial x_3}{\partial \theta_0} = s_{11}b_{12}\mathcal{T} + s_{12}b_{22} & \longrightarrow 0 \\ \dfrac{\partial x_3}{\partial \delta_0} = s_{11}b_{16}\mathcal{T} + s_{12}b_{26} + s_{16}\mathcal{C} & \longrightarrow 0 \\ \dfrac{\partial x_3}{\partial \theta} = s_{12} + s_{16}\mathcal{K} & \longrightarrow 0 \end{cases}$$

分散整合条件

$\alpha = 0$ のとき、
$\mathcal{T} = 1,\ \mathcal{K} = 0$ より

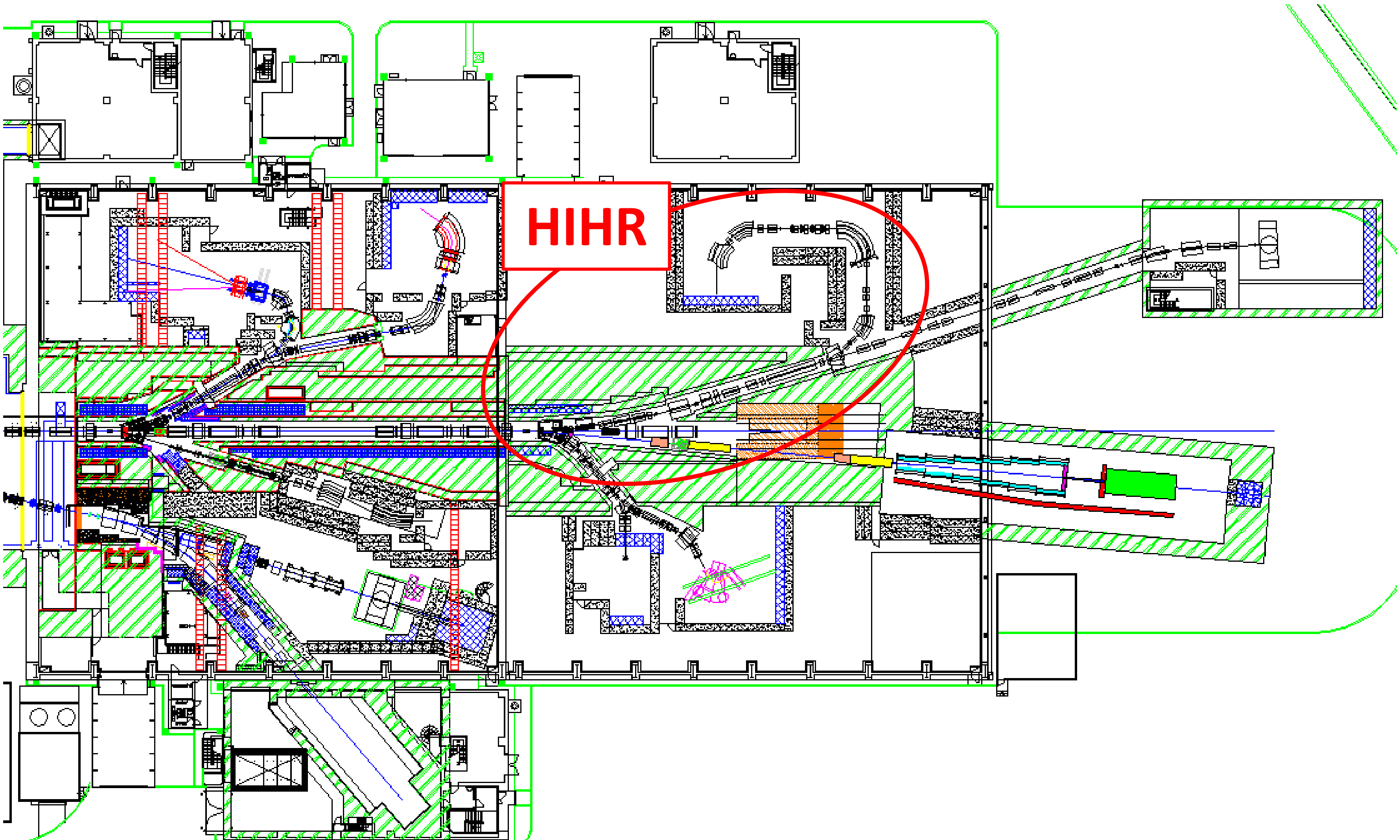
$$\begin{cases} s_{12} = 0 \\ b_{12} = 0 \\ b_{16} = -\mathcal{C}\dfrac{s_{16}}{s_{11}} \end{cases}$$

整合条件が満たされた時、最終焦点面上での粒子の位置は
励起エネルギーQに比例してシフトし、その分解能は $\left|\dfrac{\partial x_3}{\partial x_0}\right|\sigma_{x_0}$

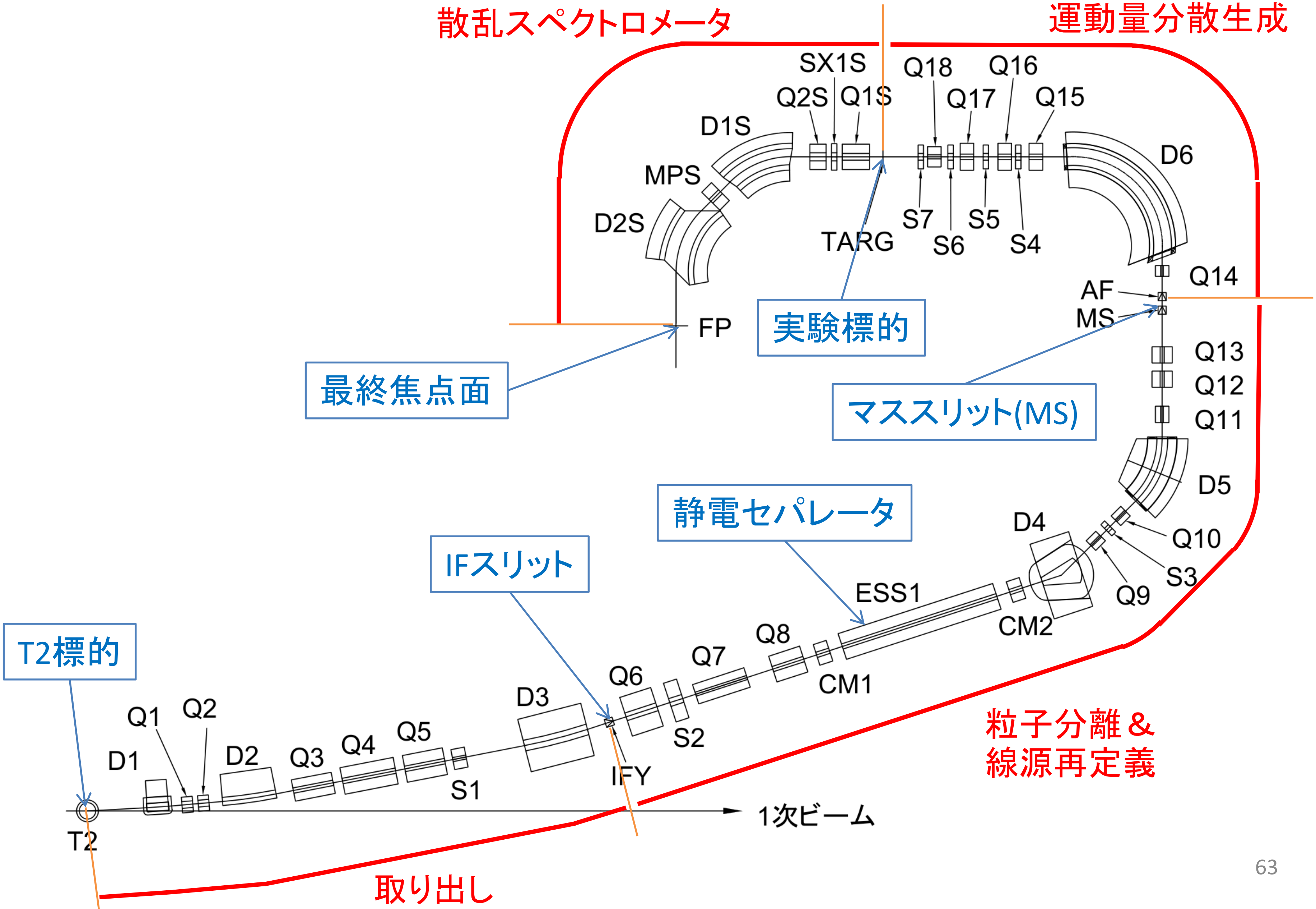
⬇

最終焦点面での位置スペクトル＝生成核のエネルギースペクトル

HIHRビームライン



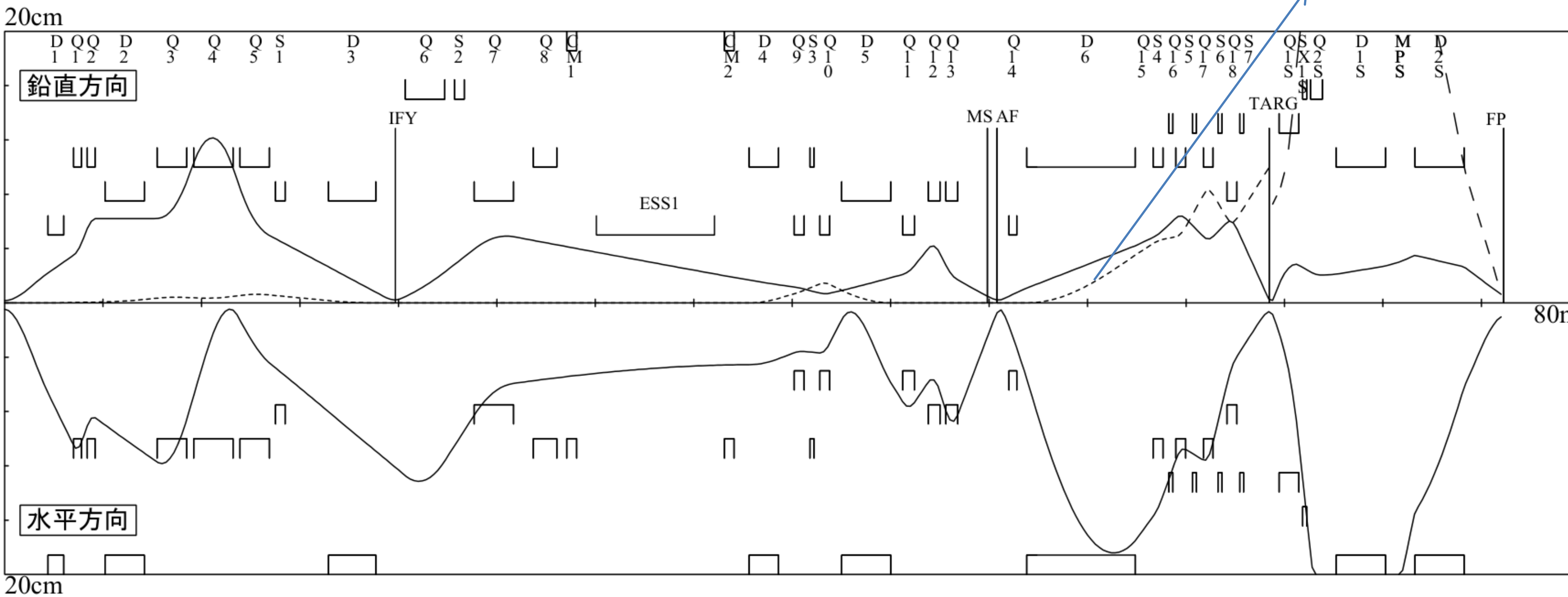
HIHRビームライン


散乱スペクトロメータ
運動量分散生成
SX1S
Q18
Q16
Q2S
Q1S
Q17
Q15
D1S
D6
MPS
D2S
S7
S5
S6
S4
TARG
Q14
AF
MS
FP
実験標的
最終焦点面
Q13
Q12
Q11
マススリット(MS)
D5
静電セパレータ
D4
Q10
S3
IFスリット
ESS1
Q9
CM2
T2標的
Q8
Q7
CM1
Q6
D3
Q1
Q2
S2
Q5
粒子分離＆
線源再定義
D1
D2
Q3
Q4
S1
IFY
1次ビーム
T2
取り出し

HIHRビームラインの光学

1次のビームエンベロープ

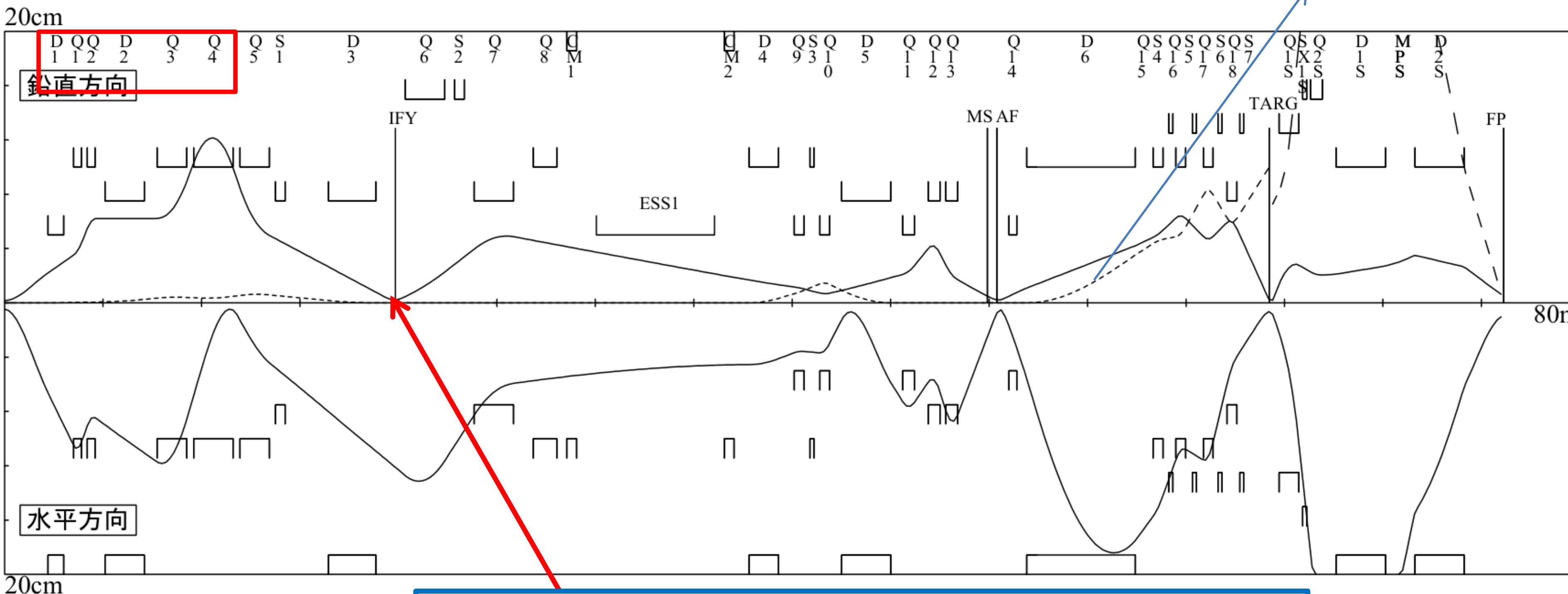
水平方向の
運動量分散



HIHRビームラインの光学

1次のビームエンベロープ

水平方向の
運動量分散



ビーム取り出しのための双極磁石3台（D1～D3）と
トリプレット四極磁石（Q3～Q5）により、

- IFスリットで鉛直方向に収束（R_{34}=0）

⇒ BGの除去

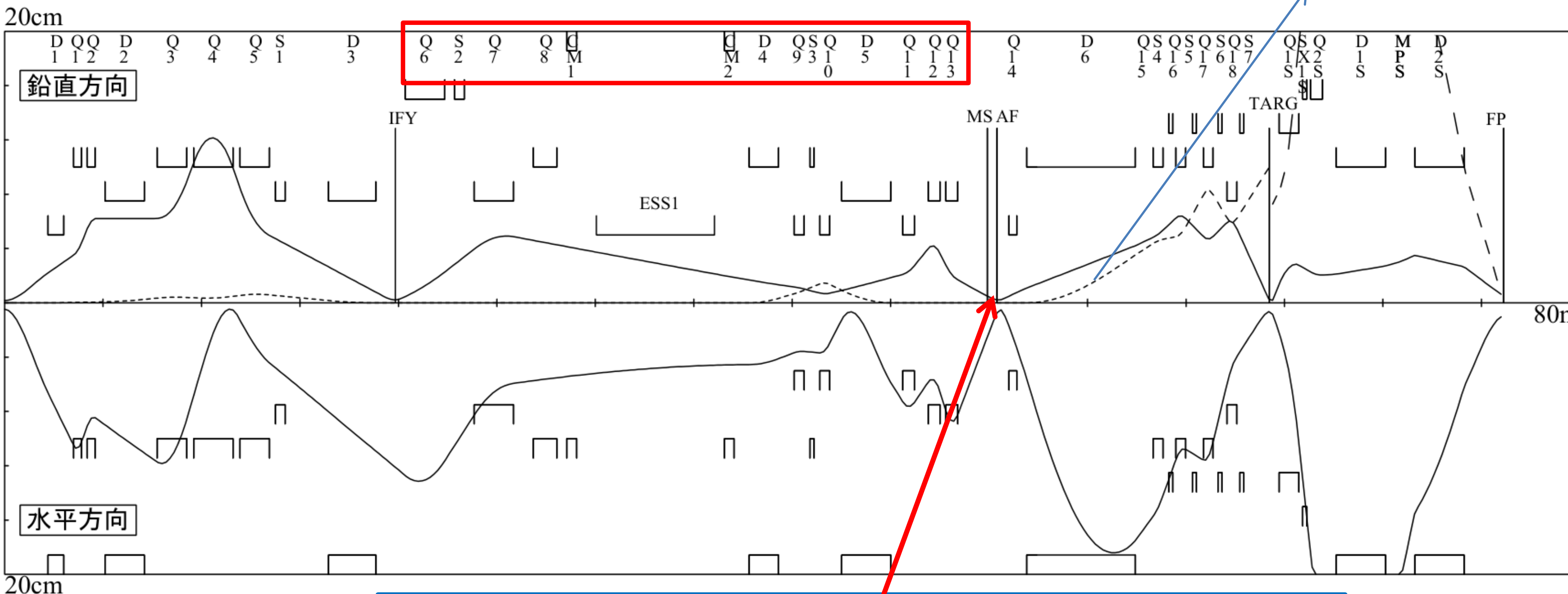
- IFスリットで色収差を消す（R_{16}=R_{26}=0）

⇒ アクセプタンスを稼ぐ

HIHRビームラインの光学

1次のビームエンベロープ

水平方向の
運動量分散

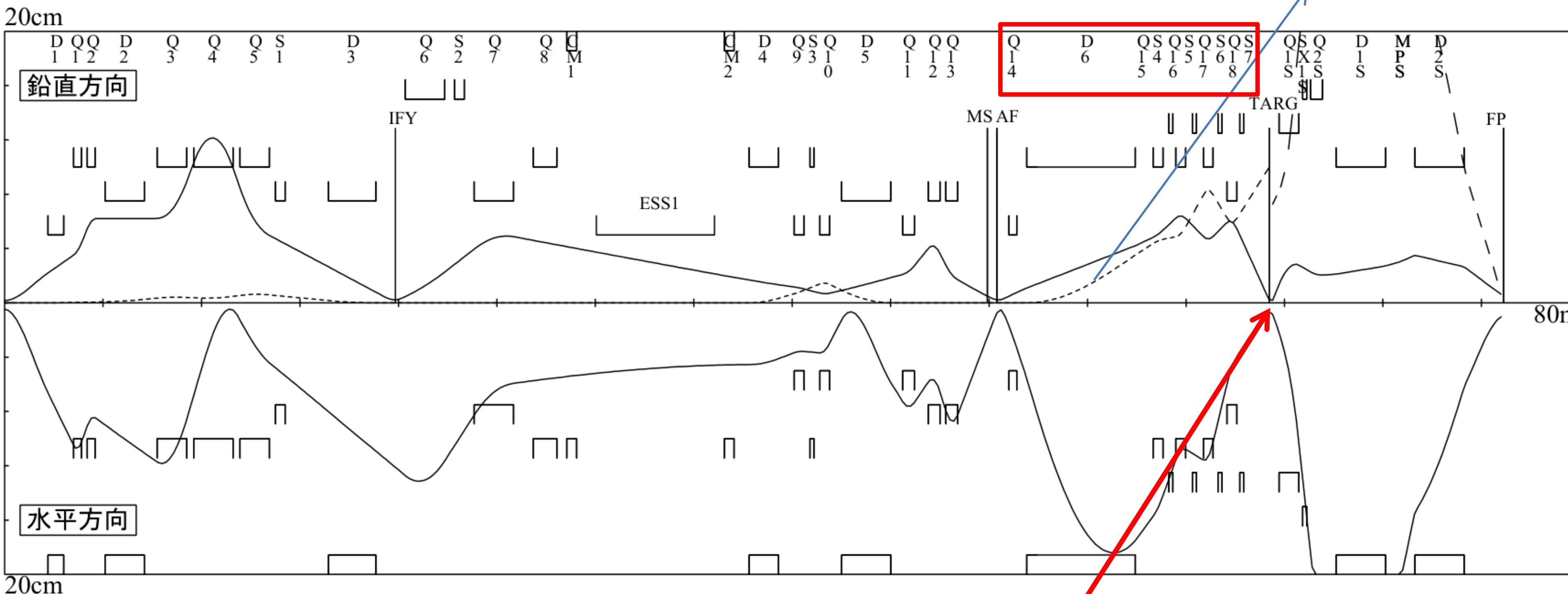


静電セパレータ(ESS1)と分岐用双極磁石2台(D4, D5)を通しながら、四極磁石7台(Q6, Q7, Q9～Q13)により、マススリットで水平、鉛直方向ともに色収差無しで収束
$(R_{12}=R_{16}=R_{26}=R_{34}=0)$
⇒ 粒子分離と線源の像の再定義

HIHRビームラインの光学

1次のビームエンベロープ

水平方向の
運動量分散



偏向角90°の大型双極磁石(D6)と四極磁石5台(Q14～Q18)により、
標的で水平方向に大きな分散を持たせつつ
水平、鉛直方向ともに収束($R_{12}=R_{34}=0$)

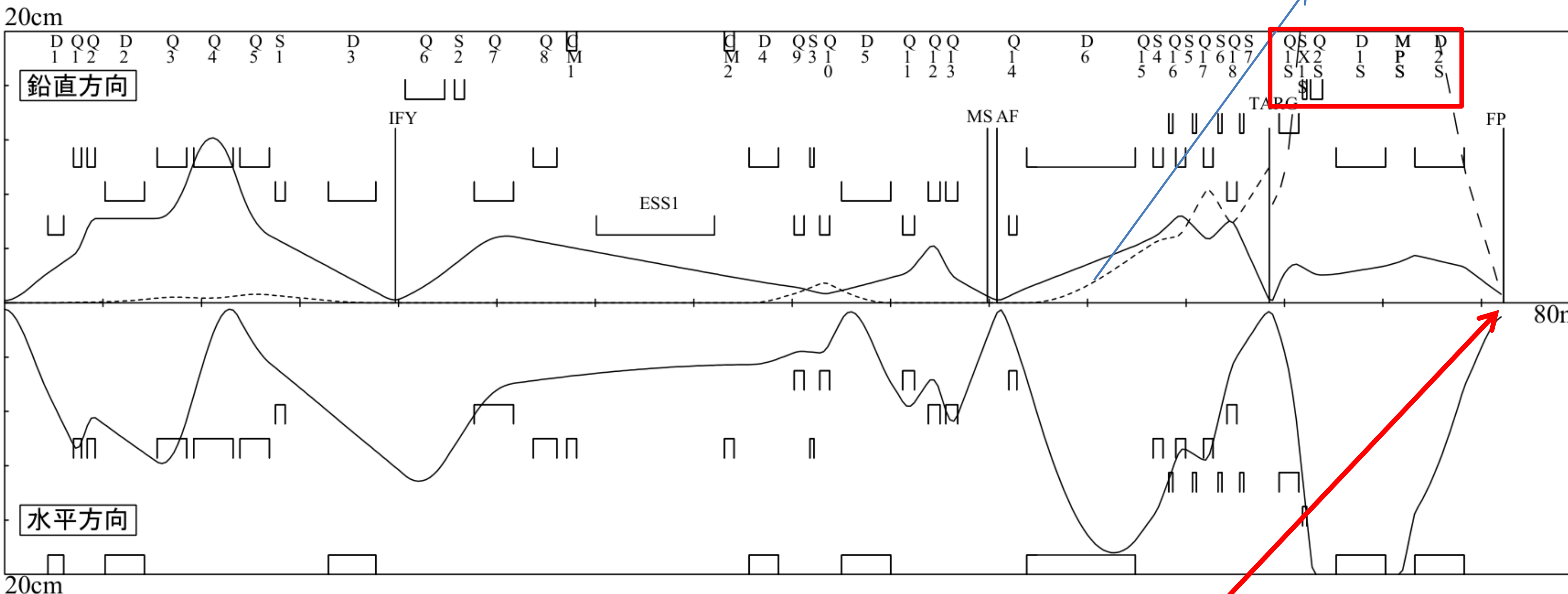
像倍率：$R_{11}= 1$

分散：$R_{16}= -10$ cm/%

HIHRビームラインの光学

1次のビームエンベロープ

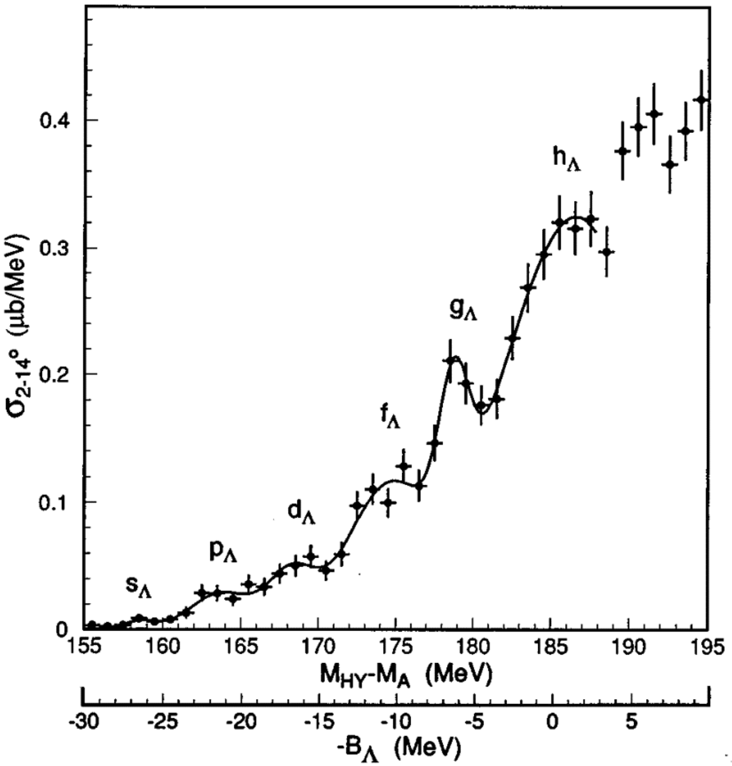
水平方向の
運動量分散



双極磁石2台（D1S,D2S）と四極磁石2台（Q1S, Q2S）のスペクトロメータにより、FPで分散整合条件を満たして水平、鉛直方向とも収束

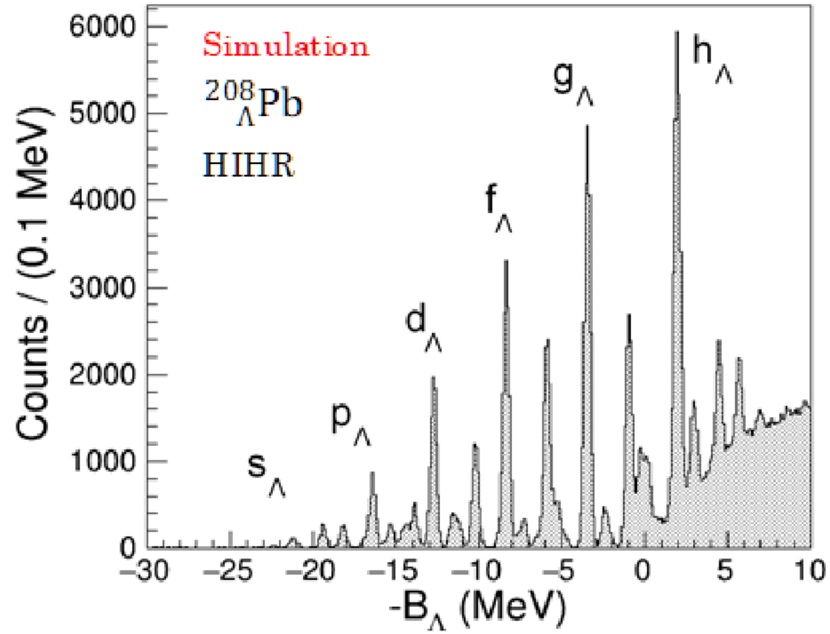
HIHRビームライン

$^{208}_{\Lambda}$Pbハイパー核のΛ束縛エネルギースペクトル



過去の実験で得られたデータ

T. Hasegawa et al., Phys. Rev. C 53 (1996) pp.1210.



HIHRで予想されるスペクトル
（シミュレーション）

まとめ: 多彩な二次ビームラインで物質の様々な階層を研究するハドロン実験施設