

4. ミュオンビームライン

高エネルギー加速器研究機構

河村成肇

目 次

ミュオンビームライン

1	はじめに	4-1
2	ミュオンの生成	4-2
2.1	π 中間子の生成	4-2
2.2	π 中間子の崩壊とミュオンの生成	4-4
3	ミュオンビーム	4-7
3.1	表面ミュオン	4-7
3.2	崩壊ミュオン	4-11
3.3	連続状ビームとパルス状ビーム	4-15
3.4	運動量幅の調整	4-16
3.5	運動量の校正	4-18
3.6	エミッタンスの増加	4-20
4	新しいコンセプトのビームライン.....	4-22
4.1	軸収束電磁石によるビームライン	4-22
4.2	大強度と汎用性の両立(MUSE H ライン).....	4-23
5	ビームラインの配置	4-26
6	おわりに	4-27
	参考文献	4-27

ミュオンビームライン

1. はじめに

1937年に宇宙線の中に発見されたミュオンは、人類が初めて発見した核子よりも軽い不安定な粒子であった。陽子／中性子、電子／陽電子、光子を基本粒子とする当時の物理において、明らかに“邪魔者”であるこの粒子の発見を中華料理店で会食中に聞いた I. I. Rabi は「Who ordered that?」といったと言われている。注文してもいない料理が目の前に出てきた気分であったのだろう。後にこの邪魔者は湯川の予言した中間子であるという誤解を経て、電子と同種のレプトンであることが判明する。1970年代、米国、カナダ、スイス、英国などの加速器施設でミュオンの生成と利用が始まった。その黎明期はミュオン自体の性質の解明から始まり、スピンなどの性質を利用した物質科学や元素分析等への応用の礎が築かれた。本邦でも 1978 年に東京大学理学部附属施設として高エネルギー加速器研究所ブースター利用施設内にミュオン・パイオンによる科学研究を推進する施設が設置され、その流れは現在の大強度陽子加速器施設 (J-PARC) のミュオン科学研究施設へとつながっている。

ミュオンは寿命 $2.2\mu\text{s}$ 、質量 $105.6\text{MeV}/c^2$ 、スピン $1/2$ 、素電荷 e を持つレプトンであり、正電荷をもつ正ミュオン (μ^+) と負電荷の負ミュオン (μ^-) が存在する。宇宙線中のミュオンは、1 次宇宙線である陽子が大気中の窒素や酸素の原子核と衝突する核反応で生成した 2 次粒子である π 中間子がさらに崩壊して生成される。陽子と大気の原子核との核反応では同時に K 中間子や反陽子など他の 2 次粒子も同時に生成される (Fig. 1 参照)。しかし、これらの 2 次粒子はミュオンと比べて圧倒的に寿命が短く (ミュオンの次に長い寿命の π 中間子でも 26ns)、地表に届くころには殆ど崩壊してしまっている。なお、ミュオンは宇宙線の主要な成分ということが多いが、数の上ではニュートリノや電子などの方が多し。しかし、宇宙線のミュオンによる構造体等の撮像 (ミュオン

トモグラフィ、ミュオグラフィ [1]) が近年、世界的にも活発に開発されていることなどを踏まえ、応用面で主要な粒子はミュオンであると言っても過言ではないだろう。

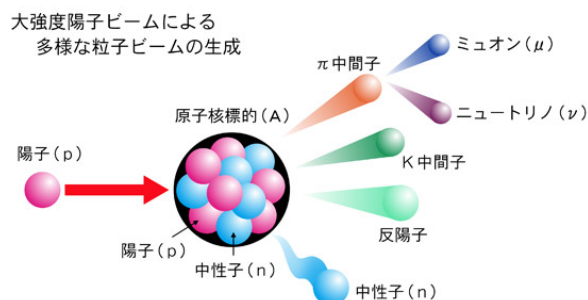


Fig. 1 多様な 2 次粒子の生成

宇宙線ミュオンでは、1 次宇宙線である陽子が宇宙から飛来し、地球大気の原子核と衝突して、Fig. 1 に見るような 2 次粒子を生成する。同様の現象は加速器により陽子を加速し、標的に衝突させることで人工的に起こすことが可能である。宇宙線により生じた天然のミュオンと加速器で発生させた人工のミュオンは本質的には同じ粒子である。しかし、それらは利用する観点からは大きく異なる。主な相違点は二つあり、①フラックス (単位面積、単位時間あたりのミュオン数) と②エネルギー (運動量) 分布である。宇宙から飛来する陽子は時間と方向はランダム、エネルギー (E) は数 100MeV の緩やかなピークから 10^6GeV 程度まで $E^{-2.7}$ で長い裾を引く分布を持つことが知られている [2]。また、陽子が原子核と衝突する場所も上空のどこか予め分からないため、統計的に傾向を示すことはできるが、特定はできない。したがって、その 2 次粒子であるミュオンもランダムな時間分布と天頂角に依存する幅広いエネルギー分布を持つ。一方、加速器で生成されるミュオンは陽子の加速周期に由来する時間構造を持ち、後述するように特定のエネルギーと放出される方向を切り出して利用するため、単色性や指向性が良い。このように一部を切り出して使うことは、加速器のミュオンが圧倒的に高いフラックスを持つことで可能となる。宇宙線ミュオンのフ

フラックスは地表面で $10^2/\text{cm}^2/\text{s}$ 程度、すなわち掌に毎秒 1 個程度である。これに対して J-PARC など提供されるミュオンビームはエネルギーや方向を切り出した後でも $10^7/\text{cm}^2/\text{s}$ 程度のフラックスがあり、9 桁以上の開きがある。このように、フラックスでは圧倒的に加速器のミュオンが勝るが、運動量は宇宙線ミュオンが数 10 から数 100 GeV/c であるのに対して、加速器のミュオンでは高々 100 MeV/c 程度までが利用可能である。(特殊な実験で約 3 GeV/c のミュオンが利用されたことはあるが、例外的である。) これらの違いから宇宙線ミュオンと加速器ミュオンではその利用法が大きく異なる。寧ろ、得られるミュオンの特性に合わせ、利用方法が進化してきたという方が適切だろう。宇宙線ミュオンの利用に関しては本解説の域を超えるため述べないが、加速器ミュオンに関しては後述する。本著ではミュオンの生成から始め、実際の実験で使用されるビームがどのように作られているのか、またそのためのビームラインはどのように設計されているのかに関して記述する。

2. ミュオンの生成

2.1. π 中間子の生成

一般的にミュオンは、加速器により陽子を加速し、それを適当な標的物質に打ち込み、標的中での核反応により生じた π 中間子が崩壊することで得られる。標的の詳細に関しては[3]を参照するものとして、ここでは陽子と標的原子核との反応と π 中間子の生成に関して記述する。

まず最も単純な系として、陽子-陽子衝突により π^+ が生成される場合を考察する。この反応が起こるための最小エネルギーは衝突エネルギーと π^+ の静止質量が等しい場合である (Fig. 2 参照)。

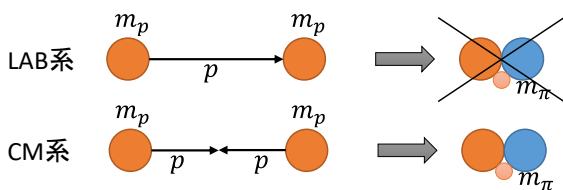


Fig. 2 π^+ の生成

ただし、運動量も同時に保存する必要があるため、Lab 系ではなく CM 系で考える方が簡易である。すなわち、加速された陽子と標的の陽子が等しい速度で衝突し、衝突後はすべての粒子が静止する場合である。この場合、エネルギーと運動量の保存則から次式を得る。

$$2\sqrt{m_p^2 + p^2} = m_p + m_n + m_\pi \cong 2m_p + m_\pi \quad (2-1)$$

ただし自然単位系 ($c = 1$) を用い、 m_p 、 m_n 、 m_π は各々陽子、中性子、 π^+ の質量、 p は陽子の運動量である。また、簡単のため $m_p \cong m_n$ とした。これより陽子の CM 系での速度は

$$\beta_{\text{CM}} = \frac{p}{E} = \frac{p}{\sqrt{m_p^2 + p^2}} = \frac{\sqrt{4\alpha + \alpha^2}}{2 + \alpha}, \quad \alpha = \frac{m_\pi}{m_p} \quad (2-2)$$

となる。CM 系から Lab 系に戻せば必要とする陽子の最小エネルギーを求めることができるが、相対論的な速度の合成則 ($u \oplus v = \frac{u+v}{1+uv/c^2}$) を用いることに注意が必要である。すなわち、 $\beta_{\text{Lab}} \neq 2\beta_{\text{CM}}$ であり、

$$\beta_{\text{Lab}} = \frac{2\beta_{\text{CM}}}{1 + \beta_{\text{CM}}^2} = \frac{(2 + \alpha)\sqrt{4\alpha + \alpha^2}}{(2 + \sqrt{2} + \alpha)(2 - \sqrt{2} + \alpha)} \quad (2-3)$$

となる。このままでは複雑だが、ローレンツ因子は簡易な式になる。

$$\gamma_{\text{Lab}} = 1 + 2\alpha + (1/2)\alpha^2 \quad (2-4)$$

すなわち、 π^+ を生成するため陽子のエネルギーは

$$T = (\gamma_{\text{Lab}} - 1)m_p = 2m_\pi \left(1 + \frac{m_\pi}{4m_p}\right) \cong 290 \text{ MeV} \quad (2-5)$$

が最小である。なお、この値は π^+ を生成するための“閾値”であり、実際の主要なミュオン実験施設では 500 MeV 以上の陽子加速器が使用されている。

実際の π 中間子の生成過程は複雑で、標的に使用される炭素などの原子核が陽子との衝突で励起し、様々な 2 次粒子の放出を伴う脱励起反応を起こす。その脱励起過程は Beritini[4]、INCL[5]、INC-ELF[6]、JAM[7]などの核反応モデルで数値的に取り扱われることが一般で、それらは Geant4[8]、MARS[9]、PHITS[10]等の粒子シミュレーションコードの中で暗示的・明示的に使用

され、加速器施設の設計に使用されている。これらの核反応モデルは開発された歴史的経緯の違い等により得意とするエネルギーの領域が異なる。得意とする領域ではベンチマーク等によりその信頼性が確認されているが、それ以外の領域や境界付近での使用には注意が必要である。一例として、Fig. 3 に INCL と JAM モデルでの π 中間子の生成断面積の違いを示す。一般に JAM モデルは 3GeV 以上の高エネルギー反応で使用することが推奨されているが、INCL と JAM の境界となる 3GeV 付近でも一桁程度の違いがみられる。

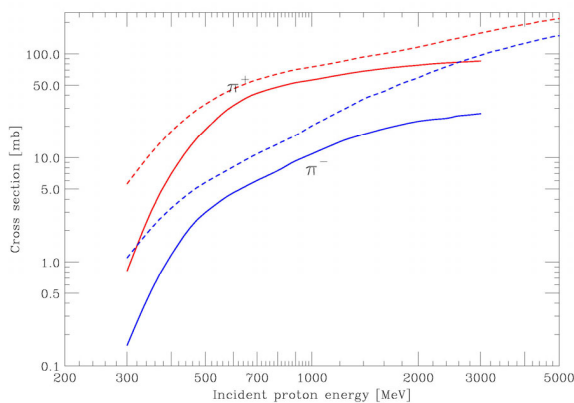


Fig. 3 π 中間子の全生成断面積のモデル依存性
実線は INCL モデル、点線は JAM モデル

生成された π 中間子は CM 系において当方的に放出されるが、ローレンツ変換された Lab 系では陽子ビーム入射方向にブーストされる。 π 中間子のエネルギーと角度分布は、一般的に定式化は困難である。しかし、必要に応じて特定の条件下で経験的な近似式を用いて表すことはある。次式は 3GeV 陽子と炭素原子核との反応により生じる π^+ の微分生成断面積である[11]。

$$\frac{d^2\sigma}{dE d\Omega} = \frac{80E_1}{(33 + 1200a + E_1) \left(1 + e^{\frac{E_1}{60} - 2}\right) \left(1 + e^{\frac{E-1000}{200}}\right)}$$

$$E_1 = 40aE$$

$$a = 0.001 + 0.02 \tan \theta_1$$

$$\theta_1 = \begin{cases} \theta/1.5 & (\theta < 90^\circ) \\ 0.32(\theta - 90) + 60 & (\theta > 90^\circ) \end{cases}$$

(2-6)

ただし、 E は π^+ のエネルギー、 θ は π^+ の陽子の入射方向に対する π^+ の放出角である。この式は 50MeV 程度までの低エネルギー領域では実験値[12]を 20%程度の精度で良く再現することが知られている。しかし、Fig. 4 に示すように、高エネルギーでの一致は必ずしも良くない。この近似式は実験で比較的によく使用される低エネルギーの π^+ の再現を目指したものであり、それ以外の目的で使用するには異なる近似式を作成、用いる必要がある。

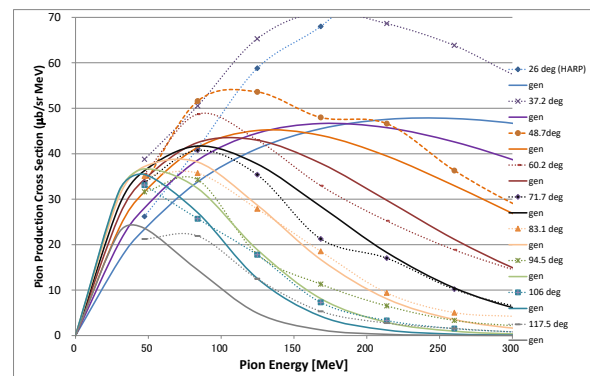


Fig. 4 3GeV 陽子と炭素原子核の反応で生じる π^+ の生成微分断面積の経験的な近似式(2-6) (実線)と実験値(点線)の比較

なお、計算機資源が潤沢な近年であっても、ミュオンの生成を陽子からスタートすることは得策とは言えない。それはひとえに効率が悪いからである。J-PARC MLF のミュオン実験施設を例にとると、厚さ 2cm、密度 1.8g/cc の黒鉛(炭素)が標的に使用されている。この炭素核数に π^+ の全生成断面積(約 50mb)を乗じ、陽子に対する生成効率を求めると、0.1%台となる。実際にビームライン設計などで必要とするのは特定の方向に放出され、特定のエネルギーを持ったものだけで、全 π^+ の 1/10⁵程度となることが一般的である。ビームラインの光学設計を Monte-Carlo シミュレーションを用いて行うことが、近年、活発になってきている。これは、後述するように最近のビームラインは従来のマトリクス計算などで扱うことが困難なものが増えてきたためである。それらの設計で用いるシミュレーションコードは、

光学設計が必要とする磁場・電場中での粒子トラッキングに加え、前述の核反応モデルも実装しているため、陽子からシミュレーションをスタートすることが可能である。より正確を期すためには陽子から計算をスタートする方が良いと考えがちだが、ビームライン設計を効率的に進めるためには、例えばミュオンの生成分布を経験式や部分的なシミュレーションで作成し、その先の計算に繋ぐ等の工夫が必要である。

2.1.1. π^+ と π^- の生成反応

前節では主に π 中間子の利用の観点から議論をし、 $p + p \rightarrow p + n + \pi^+$ 反応における入射陽子のエネルギーの閾値が 290MeV であること等を示した。この反応以外にも π^+ と π^- を生成する反応は多数存在する。典型的なものを Table 1 にまとめる。

Table 1 π^+ ・ π^- 生成反応の閾値
 E_{Lab} は Lab 系における陽子の運動エネルギー、
 \sqrt{s} は CM 系の全エネルギー [14]

		E_{Lab}	\sqrt{s}
		[MeV]	[MeV]
$p + p \rightarrow$	$p + n + \pi^+$	292.3	2017.4
	$d + \pi^+$	288.6	2015.7
	$p + p + \pi^+ + \pi^-$	599.8	2155.7
$n + n \rightarrow$	$n + n + \pi^+ + \pi^-$	599.8	2158.3
	$p + n + \pi^-$	286.7	2017.4
	$d + \pi^-$	283.0	2015.7
$p + n \rightarrow$	$n + n + \pi^+$	292.1	2018.7
	$p + p + \pi^-$	286.5	2016.1

核反応の生成断面積は参考文献[14]にまとめられている。それによると、 π^+ と π^- の生成閾値は大きく違わないが、特に低エネルギー側の生成断面積では一桁以上 π^- の方が小さいことが分かる。定性的には、この違いは反応の終状態 (π 中間子生成直後) の残留原子核からのクーロン相互作用 (π^+ は斥力、 π^- は引力) による加速 (π^+) または減速 (π^-) に由来するものとして解釈できる[15]。実際に、入射陽子のエネルギーが高くなる、また生成した π 中間子のエネルギーが高くなる条件下で

は、 π^+ と π^- の差は小さくなる。これは π^- 、 μ^- の生成・利用では陽子エネルギーの高い加速器施設の方が有利であることを示唆する。

2.2. π 中間子の崩壊とミュオンの生成

ミュオンは π 中間子が弱い相互作用により崩壊 (β 崩壊) して生成される。Fig. 5 に π^+ 崩壊の Feynman diagram を示す。この図に示す通り、 π 中間子の崩壊は 2 体崩壊である。

$$\begin{aligned} \pi^+ &\rightarrow \mu^+ + \nu_\mu \\ \pi^- &\rightarrow \mu^- + \bar{\nu}_\mu \end{aligned} \quad (2-7)$$

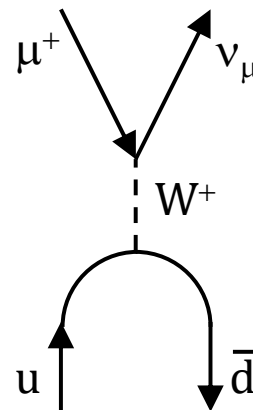


Fig. 5 π^+ 崩壊の Feynman diagram

簡単のため、 π 中間子が静止した場合を考える。この場合、エネルギーと運動量の保存則は次式で与えられる (自然単位系を採用)。

$$\begin{aligned} m_\pi &= \sqrt{m_\mu^2 + p_\mu^2} + p_\nu \\ p_\mu &= p_\nu \end{aligned} \quad (2-8)$$

ただし、 m_π 、 m_μ は各々 π 中間子とミュオンの質量、 p_μ 、 p_ν はミュオンとニュートリノの運動量である。また、ニュートリノの質量は無視した。これより、ミュオンの運動量は

$$p_\mu = \frac{m_\pi^2 - m_\mu^2}{2m_\pi} \quad (2-9)$$

となる。 $m_\pi = 139.6 \text{ MeV}/c^2$ 、 $m_\mu = 105.6 \text{ MeV}/c^2$ より $p_\mu = 29.8 \text{ MeV}/c$ を得る。後述するように、この運動量の μ^+ は表面ミュオンと呼ばれる [16]。そこで、以下ではこれを p_s と記す。また、表面ミュオンの速さは

$$\beta_s = \frac{p_s}{E_s} = \frac{m_\pi^2 - m_\mu^2}{m_\pi^2 + m_\mu^2} \cong 0.27 \quad (2-10)$$

となる。

次に、飛行中の π 中間子が崩壊する場合を考える。Fig. 6に示す通り、 β_s で飛行する表面ミュオンを π 中間子の速度(p_π)でローレンツ変換することになる。 π - μ 崩壊で定まる面を x - y 平面とし、 π 中間子の進行方向に対してCM系でのミュオンの放出角度を θ とする。特殊相対論における速度の合成則($u_x' = \frac{u_x+v}{1+u_x v/c^2}$, $u_y' = \frac{u_y}{\gamma(1+u_x v/c^2)}$)より、飛行中の π 中間子の崩壊から放出されたミュオンの速度は以下のようになる。

$$\beta_{\mu x} = \frac{\beta_\pi + \beta_s \cos \theta}{1 + \beta_\pi \beta_s \cos \theta} \quad (2-11)$$

$$\beta_{\mu y} = \frac{\beta_s \sin \theta}{\gamma_\pi (1 + \beta_\pi \beta_s \cos \theta)}$$

なお、 π 中間子の速さとローレンツ因子は運動量(p_π)と全エネルギー($E_\pi = \sqrt{m_\pi^2 + p_\pi^2}$)から、 $\beta_\pi = p_\pi/E_\pi$ 、 $\gamma_\pi = E_\pi/m_\pi$ となる。したがって、ミュオンのLab系での運動量(p_d)は

$$p_d = \beta_\mu \gamma_\mu m_\mu = \frac{\beta_\mu}{\sqrt{1 - \beta_\mu^2}} m_\mu \quad (2-12)$$

となる。ただし、 β_μ は(2-11)式を用いて $\beta_\mu = \sqrt{\beta_{\mu x}^2 + \beta_{\mu y}^2}$ である。また放出角度は

$$\theta' = \tan^{-1} \frac{\beta_{\mu y}}{\beta_{\mu x}} = \tan^{-1} \frac{\beta_s \sin \theta}{\gamma_\pi (\beta_\pi + \beta_s \cos \theta)} \quad (2-13)$$

となる。

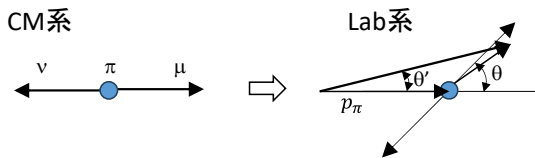


Fig. 6 π 中間子崩壊のCMからLab系への変換

π 中間子の飛行中の崩壊で、ミュオンの放出方向が π 中間子の飛行方向と同じ、または逆向きになる場合を考える。すなわち、(2-11)式で $\theta = 0$ または π の場合である。 $\theta = 0$ の場合、ミュオンは π 中間子の飛行方向の前方に放出されるので、前方ミュオン(Forward muon)と呼ばれる。その速さは(2-10)式、(2-11)式より以下のようになる。

$$\beta_f = \frac{\beta_\pi + \beta_s}{1 + \beta_\pi \beta_s} = \frac{(1 + \beta_\pi)m_\pi^2 - (1 - \beta_\pi)m_\mu^2}{(1 + \beta_\pi)m_\pi^2 + (1 - \beta_\pi)m_\mu^2}$$

(2-14)

また、運動量は(2-12)式より、

$$p_f = p_\pi + \frac{m_\pi^2 - m_\mu^2}{2(E_\pi + p_\pi)} \quad (2-15)$$

となる。また、同様に $\theta = \pi$ の場合、後方ミュオン(Backward muon)と呼ばれ、その速さと運動量は

$$\beta_b = \frac{\beta_\pi - \beta_s}{1 - \beta_\pi \beta_s} = \frac{-(1 - \beta_\pi)m_\pi^2 + (1 + \beta_\pi)m_\mu^2}{(1 - \beta_\pi)m_\pi^2 + (1 + \beta_\pi)m_\mu^2} \quad (2-16)$$

$$p_b = p_\pi - \frac{m_\pi^2 - m_\mu^2}{2(E_\pi - p_\pi)} \quad (2-17)$$

となる。なお、一般化のため、本著ではCM系(π 中間子の静止系)から出発して、前方ミュオン、後方ミュオンの運動量を求めたが、それらを求めるだけならば、Lab系でエネルギー保存則・運動量保存則から出発する方が、式の展開は簡易である。なお、 $E_\pi = \sqrt{m_\pi^2 + p_\pi^2}$ より $m_\pi^2 = (E_\pi + p_\pi)(E_\pi - p_\pi)$ となるため、一見すると異なる表式でも等価となることに注意が必要である。Fig. 7に π 中間子の運動量とそれに対する前方・後方ミュオンの運動量を示す。

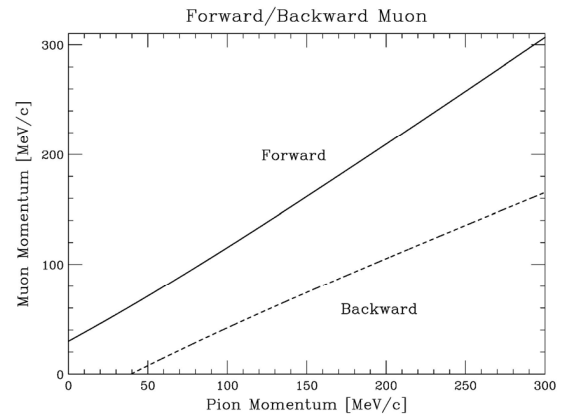


Fig. 7 前方・後方ミュオンの運動量

本節の最後に、飛行中の π 中間子の崩壊で生じるミュオン(崩壊ミュオン)の運動量分布に関して触れておく。CM系でのミュオンの運動量 p_s で、放出方向は π 中間子の飛行方向との相関なく、全立体角に等確率に放出される。すなわち、 $\cos \theta$ に対して一様分布となる。ここで、(2-15)式の第2項

の分母に着目すると $2(E_\pi + p_\pi) > m_\pi$ であるため、 $p_f < p_\pi + p_s$ となることが分かる。同様に $p_b < p_\pi - p_s$ となる。例えば、 $p_\pi = 50 \text{ MeV}/c$ の場合、 $p_f = p_\pi + 0.7p_s$ 、 $p_b = p_\pi - 1.4p_s$ である。Fig. 8に p_s の係数を $x = p_\pi/m_\pi$ をパラメータとして示す。したがって、崩壊ミュオンは p_s をニュートン力学的に座標変換して得られる p_π を中心とする $\pm p_s$ の範囲の一様分布から、前方ミュオン側は低運動量に向かってつぶされ、後方側は逆に引き延ばされた分布となる。すなわち前方ミュオン側に向かって急峻に立ち上がる特異な形状となる (Fig. 9 参照)。次章で実際のビームラインに即して詳しく述べる。

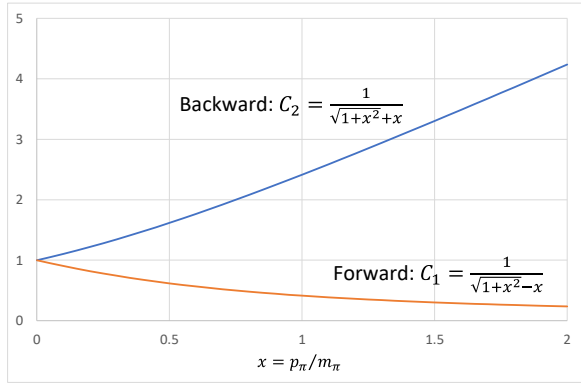


Fig. 8 前方ミュオン運動量 ($p_f = p_\pi + C_1 p_s$)、後方ミュオン運動量 ($p_b = p_\pi - C_2 p_s$) における p_s の係数

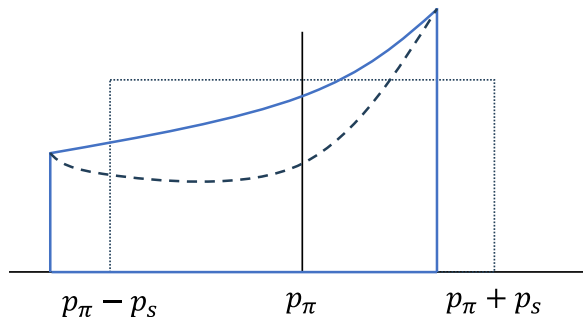


Fig. 9 崩壊ミュオンの運動量分布のイメージ
運動力学的には実線のようになる。実際のビームラインでは横方向運動量のアクセプタンスにより、破線の中央が凹んだ分布となる。

2.2.1. スピン偏極ビーム

本章の最後に、加速器ミュオンの最大の特徴であるスピン偏極について述べる。Fig. 10に示すように、ミュオンは π 中間子の崩壊により生じる。その際の反跳粒子であるニュートリノはヘリシティがマイナス (左巻き) のもののみ (反ニュートリノの場合はプラス (右巻き) のみ) であることが、素粒子標準理論の範疇で知られている。崩壊前の π 中間子はスピン 0 であるため、ニュートリノ/反ニュートリノの反跳粒子である μ^+/μ^- はニュートリノのヘリシティを打ち消す向きのスピンをもつ。すなわち、 π 中間子の崩壊に由来する μ^+/μ^- は、うまく選択することで 100%スピン偏極したものを得ることが原理的に可能である。実際のミュオンビームラインでは、逆方向のスピンをもったミュオンが僅かに混ざってしまうが、90%以上のスピン偏極度を達成している。

次章以降では、どのように π^+ 、 π^- 、 μ^+ 、 μ^- がどのように選択され、ビームとして輸送されているかを詳述する。

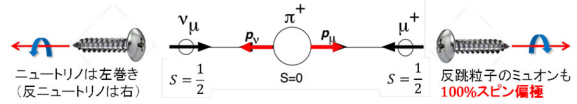


Fig. 10 スピン偏極ビームのイメージ

3. ミュオンビーム

3.1. 表面ミュオン

前章で、静止状態の π 中間子の崩壊により発生するミュオンを表面ミュオンと称した。この表面ミュオンは歴史的には最も古くからビームとして利用されているものである。静止した π 中間子を真空中に作ることは困難だが、陽子と標的原子核との反応で生成した π 中間子のうち低エネルギーのものは標的中に静止する。実際に J-PARC ミュオン実験施設で使用する黒鉛標的中に停止する π 中間子の停止位置の分布シミュレーションを Fig. 11 に示す。陽子ビームは設計値 (エミッタンス $\varepsilon = 81\pi \text{ mm} \cdot \text{mrad}$ 、位相空間上に一様分布、標的上で直径 24mm に収束) を仮定している。 π 中間子の生成位置は標的の厚さ方向にほぼ一様であるが、停止位置は標的中央部が陽子ビームの入射方向入口、出口両方で生成した π 中間子の双方が停止するため盛り上がった構造となる。また、標的表面付近は陽子ビーム径から標的厚さ程度の広がり裾を引いていることが分かる。この停止した状態の π 中間子は 26ns の寿命で崩壊して 29.8MeV/c のミュオンを生じる。ただし、標的内側で生成したミュオンは電離損失によりエネルギーを失い、標的中で止まってしまう。標的から抜け出すことができるのは、標的表面近傍で停止した π 中間子に由来するものだけである。また、 π は標的中で停止すると直ちに原子中の電子と入れ替わり、パイオン原子 (pionic atom) を生成し、さらに原子核に吸収されてしまう [17]。核吸収反応では μ を生じない ($p + \pi^- \rightarrow n + \pi^0$ 等) ため、上記のような表面ミュオンの機構により生じるのは μ^+ だけである。

標的表面近傍で静止した π^+ の崩壊により生じた μ^+ は比較的能量が揃っていて (単色性が良く)、前章で述べたように 100%に近いスピンの偏極度を持ち、29.8MeV/c という運動量もビームの輸送や実験試料への注入などの観点で比較的扱いやすいものであった。そのため、ミュオン科学の黎明期から現在に至るまで、特に物質科学の分野で盛んに利用されている。発生場所が標的表面

であることに由来して、このようなミュオンは“表面ミュオン”と呼ばれている。

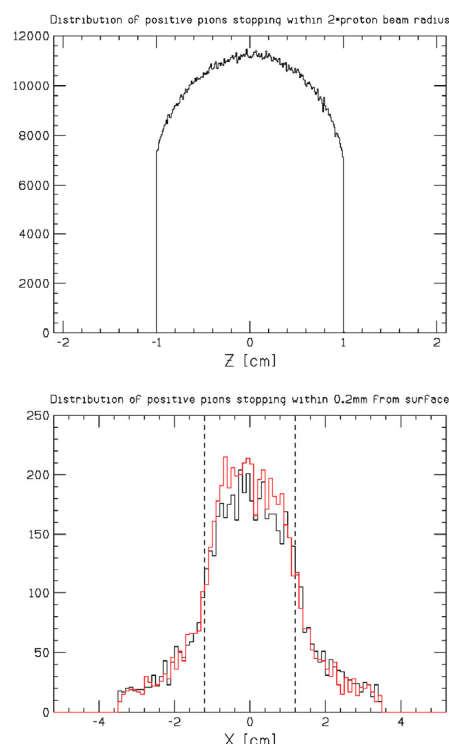


Fig. 11 π^+ の停止位置分布
陽子ビーム径内の標的厚さ方向 (上) と標的表面から 0.2mm 以内のビーム径方向分布

3.1.1. 運動量分布

表面ミュオンは標的表面で停止した π^+ の崩壊に由来し、理想的には 29.8MeV/c 単色のミュオンとなる。ただし、厳密には π^+ の停止位置から標的表面を抜けるまでの距離に応じて電離損失によりエネルギーを失うため、 π^+ の停止した深さに応じたエネルギー (運動量) 分布を持つ。以下、その分布を考える。

電離損失は次式の Bethe-Bloch の公式が一般的によく知られている [18]。

$$-\frac{dE}{dx} = \frac{4\pi e^4 z^2}{mv^2} NZ \left[\ln \left(\frac{2mv^2}{I} \right) - \ln \left(1 - \frac{v^2}{c^2} \right) - \frac{v^2}{c^2} \right]$$

ここで、 ze と v は入射粒子 (ミュオン) の電荷と速度、 m は電子質量、 N 、 Z は標的物質の数密度と原

子番号、 I は標的物質の平均イオン化エネルギーである。表面ミュオンでは $v \ll c$ とすると、上式は

$$-\frac{dE}{dx} = \frac{G}{\beta^2} \ln\left(\frac{2mc^2\beta^2}{I}\right) \quad (3-1)$$

$$G = \frac{4\pi e^4 z^2}{mc^2} NZ = \text{const.}$$

となる。なお、Bethe-Blochの公式には様々な表式があるが、主要項である上式は本質的に同じである。ここで $E = \sqrt{(mc^2)^2 + (pc)^2}$ より、

$$-\frac{dE}{dx} = \frac{pc}{E} \cdot \frac{dp}{dx}$$

であるから、(3-1)式より次式を得る。

$$\frac{dp}{dx} = -\frac{E}{pc} \frac{G}{\beta^2} \ln\left(\frac{2mc^2\beta^2}{I}\right)$$

$$= -\frac{G}{\beta^3} \ln\left(\frac{2mc^2}{I} \beta^2\right) \quad (3-2)$$

表面ミュオンは $\beta \cong 0.27$ よりも小さい値となるので、(3-2)式の対数部分を $\beta = \frac{1}{4}(1 - \xi)$ として、マクローリン展開すると

$$\ln\left(\frac{2mc^2}{I} \beta^2\right) = \ln\left[\frac{2mc^2}{16I} (1 - \xi)^2\right]$$

$$= C \left(1 - \frac{2\xi}{C} + \frac{\xi^2}{C} - \dots\right)$$

$$\cong 4 \left(1 - \frac{\xi}{2} + \frac{\xi^2}{4} - \dots\right) \quad (3-3)$$

となる。ただし、 $C = \ln(2mc^2/16I) \cong 4$ とした。一般的に標的材料として使用される黒鉛では $I = 78 \text{ eV}$ なので、 $C \approx 7$ となるが、ここでは簡単のため $C \cong 4$ とする。この取り扱いの妥当性は本節の最後に記す。ここで、 $\sqrt{\beta} = \frac{1}{2}\sqrt{1-\xi}$ を同様にマクローリン展開する。

$$\sqrt{\beta} = \frac{1}{2}(1 - \xi)^{1/2}$$

$$= \frac{1}{2} \left(1 - \frac{\xi}{2} + \frac{\xi^2}{8} - \dots\right)$$

上式と(3-3)式は ξ の1次項までは同じであることが分かる。2次以上の項を無視すると(3-2)式は

$$\frac{dp}{dx} = -8G\beta^{-2.5}$$

となる。表面ミュオンではローレンツ因子は $\gamma \cong 1$ が良い近似となるため、 $p \propto \beta$ が成り立つ。すなわち、 $dp/dx \propto p^{-2.5}$ となる。したがって、表面ミュオンの運動量分布（ある運動量あたりのミュオン数）は次式となる。

$$\frac{dN}{dp} = \frac{dN}{dx} \left(\frac{dp}{dx}\right)^{-1} \propto p^{2.5} \quad (3-4)$$

なお、 $\frac{dN}{dx}$ は表面からの深さ x あたりのミュオンの生成数で、Fig. 11上図で与えられる分布を持ち、一般に表面ミュオンへ寄与するのは表面から数 $100\mu\text{m}$ 程度なので、 $\frac{dN}{dx} = \text{const.}$ とした。後述するように一般的なミュオンビームラインの運動量アクセプタンスは中心運動量に対して $\pm 5\%$ 程度である。つまり、Fig. 12に示すように、 $26.8 \text{ MeV}/c$ から $29.8 \text{ MeV}/c$ のミュオンは表面から $300\mu\text{m}$ 以内で生成されたものである。

(3-3)式で導入した係数 C は平均イオン化エネルギーに依存する。原子番号 Z の物質の平均イオン化エネルギーは $I = 10Z \text{ eV}$ 程度であることが知られている。したがって、 $C = \ln(2mc^2/16I) \cong 4$ では $Z = 117$ となる。係数 C は平均イオン化エネルギー I の対数に依存するため、物質依存性は小さく、 $Z = 6$ の炭素と比べて2倍程度の違いしかない。そこで、(3-2)式を $\gamma \cong 1$ の条件下で p の関数として書くと

$$\frac{dp}{dx} \propto p^{-3} \ln(p) \quad (3-5)$$

となる。数値的に $\ln(p)$ を求め、 p のべき関数と比較すると、Fig. 13に示すように表面ミュオンの運動量領域では $\ln(p) \approx p^{0.4}$ が良い近似となることが分かる（厳密には $p^{0.362}$ が最も良い近似を与える）。すなわち、(3-4)式は

$$\frac{dN}{dp} \propto p^{2.6}$$

となる。つまり、表面ミュオン数は $29.8 \text{ MeV}/c$ を上端として、運動量の2.6乗に比例する分布となる。

なお、ビームとして取り出す場合には、一般にビームラインの運動量アクセプタンス Δp が運動量に比例（ $\Delta p/p = \text{const.}$ 、すなわち $\Delta p \propto p$ ）するため、観測されるミュオン数としては $p^{3.6}$ となる。なお、実際のデータは3.5乗でフィットできる場合が多いため、3.5乗則、3.6乗則など呼称が曖昧であるが、本質的には同一である。

本節の内容は参考文献[19]のAppendixの内容をまとめたものである。

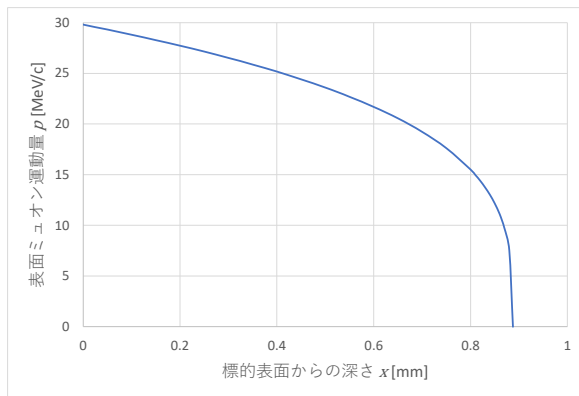


Fig. 12 ミュオンが生成する標的の表面からの深さと表面から出るときの運動量
J-PARC の標的を想定して密度 1.8g/cc の炭素に対して **Bethe-Bloch** の公式で計算

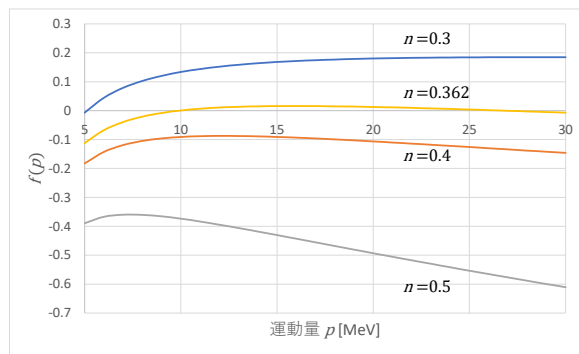


Fig. 13 $\ln(p)$ と p^n の比較
 縦軸は $f(p) = (\ln(p) - p^n)/\ln(p)$

3.1.2. 光学設計

表面ミュオン (surface muon) は $26.8\text{--}29.8\text{MeV/c}$ 程度の運動量を持つミュオンビームである。なお、より低い運動量が必要な場合は、標的の深いところから出てきたミュオンを利用する。そのようなミュオンは sub-surface muon などと呼称する場合もあるが、光学設計上は本質的に同じであるため、以下では同様に扱う。また、逆に少し高い運動量が必要な場合もある。その場合は、低運動量で標的から出て、直ちに崩壊した π 中間子に由来するミュオンを利用する。そのようなミュオンは標的の表面を π 中間子が雲のように覆っている状態から飛び出すイメージとなるた

め cloud muon と呼ばれる。余談だが、実際には数 MeV/c の運動量の π 中間子に由来するので、雲というよりは火山の噴火で飛び出した岩石が、空中で割れるイメージの方が近いのではないかと筆者は考える。この cloud muon も表面ミュオンと同様に扱うことができる。以下、表面ミュオンと記述して、簡単のため 30MeV/c の μ^+ に対して光学設計を行うが、本節の議論はビームラインの途中で粒子の種類が変わらない μ^+ 及び μ^- ビーム全てに対して適用可能である。後述する崩壊ミュオンビームラインが π 中間子の輸送から始まり、途中でミュオンに切り替わる特殊なものであるのに対して、表面ミュオンビームラインは加速器のビーム輸送系 (BT ライン) と同様のものである。

表面ミュオンを輸送するための、ビームラインの最小限の構成は、以下の通りである。①ミュオン生成標的 (表面ミュオン源) から全立体角に放出される μ^+ をより多く捕獲するための大口径の捕獲電磁石 (従来、Quadrupole doublet magnet または triplet magnet)、②運動量を選択するための偏向電磁石 (Bending magnet)、③実験試料に向かってビームを収束させる最終収束電磁石 (従来、Quadrupole doublet magnet または triplet magnet) これらに加えて、後述するような様々な装置が必用となる。そういった装置は収束力を持たないため、その装置前後に Q-doublet または triplet を配置する。さらに、建屋の構造や他のビームラインとの干渉を避けてビームラインを配置する必要がある。結果として表面ミュオンビームラインは、標的から始まり、捕獲電磁石で集めたミュオンを、2 台以上の偏向電磁石で屈曲させ、その前後を Q-doublet または triplet で収束させながら、最終収束電磁石で試料位置に収束させる構成となる。なお、近年の大強度化を目指し、捕獲電磁石をはじめビームライン電磁石に大口径ソレノイド電磁石を使用したビームラインが建設・計画されている。これに関しては後述する。

光学設計の実例として、Fig. 14 に J-PARC ミュオン実験施設の表面ミュオンライン (S ライン) の計算を示す。なお、転送行列によるビーム軌道の計算に関しては、過去の OHO の資料をはじめ

他に良著が多くあるので、そちらに譲る。Fig. 14では転送行列の計算コード TRANSPORT[20]をスイスのミュオン実験施設 PSI で拡張した版[21]を用いている。詳細は 3.6 節で述べるが、ミュオンビームラインは運動量・位相空間ともに大きく広がったビームを輸送するため、転送行列の使用で前提となる線形性は良い近似にならない。すなわち、Liouville の定理として知られるエミッタンスの保存は成り立たず、特に Q 電磁石の漏れ磁場 (fringe field) における 2 次 (x^2 , xx' など) 以上の項の効果で、ビームライン下流のエミッタンスは上流のものよりも大幅に大きくなっている。なお、Fig. 14 では比較のため、1 次までの計算で最適化した電磁石のパラメータに対し、そのまま 2 次の効果を含めた計算を行ったため、その結果が極端に広がってしまっている。2 次の効果を前提に最適化を行うと、ある程度は改善した結果を得られる。

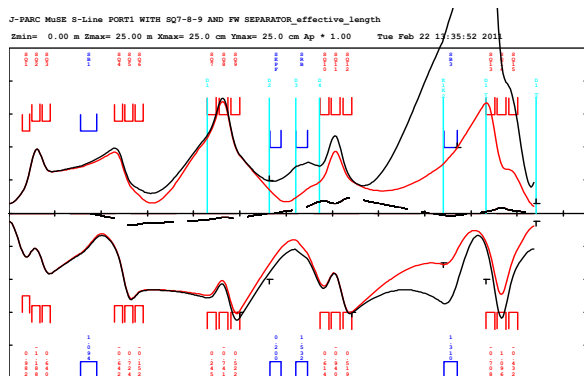


Fig. 14 表面ミュオンビームライン (J-PARC ミュオン実験施設 S ライン) の転送行列計算
左側がミュオン標的、右側が実験の試料位置
実線はビームエンベロップを表し、内側の線
は 1 次、外側は 2 次までの効果を含む
電磁石の配置や形状は次節で述べる拘束条件
も考慮し、決めている。

Fig. 14 は 2 次までの効果のみで、より高次の補正は含まれていない。また、磁極端付近の磁場分布の特異な形状 (外側へ広がる向きの磁場など) は高次補正に含まれない。さらに、J-PARC のような大強度施設ではビームライン上流部に鉄遮蔽を設置する場合が多く、その鉄への磁場の吸い込みなどの影響も一般的に無視できない。した

がって、より詳細な評価を行うためには、現実的な磁場分布中での粒子軌道のシミュレーションが必要となる。Fig. 15 は Fig. 14 に相当する計算を Geant4[8]をベースとした粒子軌道計算コード G4beamline[22]を用いて行ったものである。電磁石の磁場分布は Opera[23]などの有限要素法により得られたものを用いている。このように Monte-Carlo を駆使すれば現実に近い条件を模した評価が可能である。しかし、電磁石の磁場分布はある程度、電磁石の設計が進まないと決められない。また、粒子の軌道計算は、転送行列の計算と比べて大幅に時間がかかり、電磁石の磁極長・口径・磁束密度などの細かいパラメータ調整を行うには不向きである。大口径かつ短磁極長で、磁石中心部の磁場・磁場勾配に平坦部がないような偏向電磁石・Q 電磁石は除き、一般的な形状の電磁石のみで構成されるビームラインならば 2 次補正を含む転送行列計算は設計を進めるうえで十分に役立つ。そのようなビームラインの設計では、転送行列計算により大筋を決め、必要に応じて粒子軌道計算により確認・修正するのが得策と考えられる。

なお、3.1.1 節で述べた通り、表面ミュオンの運動量は 2.6 乗に比例した分布で生成される。一般的な転送行列の計算コードではそのような分布を扱うことはできないため、輸送効率やビーム強度を正確に評価したい場合などは、独自の粒子生成プロセスを G4beamline 等の粒子軌道計算コードから呼び出して使う必要がある。

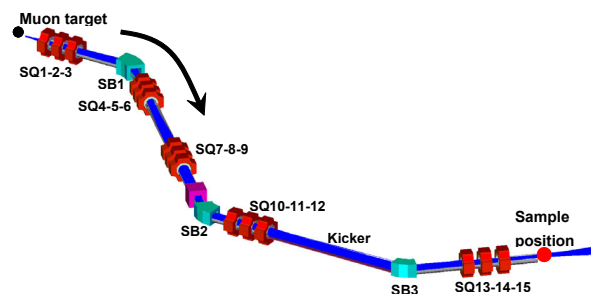


Fig. 15 G4beamline による計算例
Fig. 14 の表面ミュオンビームラインに相当
図左上の標的位置で μ^+ を発生させ、右側の試
料位置までの軌跡を計算している

3.1.3. ビームライン設計の実際

表面ミュオンビームは標的を出る段階で既にミュオンである。これは後述する崩壊ミュオンが標的から π 中間子で飛び出し途中でミュオンに変わるのとは大きく異なり、ビームラインの開発を容易にする特徴である。また、運動量は約30MeV/c程度であるため、例えば0.1Tの磁場中での曲率半径は1mとなる(単位も含めると $B[\text{T}] \cdot \rho[\text{m}] = P[\text{MeV}/c]/300$)。磁極間隙 $g(=0.2\text{ m})$ の偏向電磁石でこの磁場を作る起磁力は $NI = Bg/\mu_0 \approx 16000\text{ A} \cdot \text{turn}$ となる。すなわち、500A程度の電源を用い、S極、N極の両端に同一のコイルを配する場合、1コイルは $4 \times 4 = 16\text{ turn}$ のものとなる。ジュール熱の除熱方法(冷却水の流速・流量など)に注意が必要だが、この程度の仕様であれば1900年代後半、ミュオン施設の黎明期には既に枯れたものとなっていた。ここでは偏向電磁石を例にしたが、Q電磁石でも同様のことが言える。

ミュオン施設の黎明期においてはミュオンの強度が非常に重要で、より多くのミュオンを実験者に輸送することが求められた。その状況は現在のJ-PARCでは緩和したが、それでもビーム強度は強いに越したことはない。標的から放出されるミュオンは全立体角に飛び散るため、ビームの強度はビームライン入り口(先頭のQ-triplet)をいかに標的近くに設置できるかがビーム強度にとって重要である。施設全体の設計コンセプトにもよるが、一つの標的から4本のビームラインを引き出すJ-PARCのような施設では1次ビームライン及び各2次ビームラインの干渉を避けつつ、2次ビームライン入り口を標的に近づけることは標的周りの設計の肝となる。J-PARCではビームライン間の干渉・保守性、技術的な制約も考慮し、各2次ビームラインの先頭は標的から65cm離れた位置で、直径250mmの開口部を通して標的チェンバに接続された。すなわち、ビームラインの幾何学形状によるアクセプタンスは116mstrである。実際のビームラインアクセプタンスはQ-tripletの2番目のQ電磁石の位置で概ね決まる(DF一対となる)ため、特に先頭2台のQ電磁

石の口径・配置・磁場分布に注意しながらQ-tripletの概念設計を進める必要がある。Q-tripletの下流に配する最初の偏向電磁石はセクター型を採用し、水平収束の機能を持たせた。したがって、先頭のQ-tripletはDFD(水平発散・収束・発散)の構成となっている。また、それより下流の電磁石は、上流に合わせた発散・収束項の構成となる。ただし、下流のQ-tripletでは当初DFDの設計であっても、実際のビームチューニングなどによりFDFの方が輸送効率を良くすることが確認される場合があった。これは、電磁石以外のビームライン要素の幾何形状など様々な要因による。なお、最初の偏向電磁石はセクター型としたが、前後のQ電磁石とのマッチングなども考慮して、適当なpole face rotationの角度を持たせることは他の偏向電磁石では一般的に行われる。しかし、ビームライン下流側の偏向電磁石では、fringe fieldによる高次の効果が累積するため、設計段階でその点も考慮した検討を行う必要がある。

本設の最後にビームラインの長さについて簡単に述べる。2.2節で述べた通り表面ミュオンは速さ $\beta_s = 0.27$ 、ローレンツ因子 $\gamma_s = 1.04$ を持つ。したがって、寿命 $\gamma_s \tau = 2.28\ \mu\text{s}$ の間に走る距離は184mとなる。これは、一般的な表面ミュオンのビームラインと比べて十分に長い。Sライン(全長約30m)などで輸送途中に自然崩壊するミュオンは15%程度である。ただし、より低速、例えば20MeV/cのミュオンでは45%が失われることに注意が必要である。

3.2. 崩壊ミュオン

表面ミュオンの運動量は29.8MeV/cを上端とした分布になることを3.1.1節で示した。一般的なミュオンを利用する実験では、ミュオンをプローブとして試料中に打ち込む。試料の大きさ、厚さなどは様々だが、29.8MeV/cのミュオンが停止するまでに必要な物質量は約200mg/cm²であるため、実験者はそれに合わせた厚さの試料を用意する必要がある。薄い試料の場合、適当な物質を試料上流側に配置してミュオンを減速(degrade)させるか、 $p^{3.6}$ で減少するビーム強度を許容して

ビームの運動量を下げ、試料中でのミュオンの停止位置を調整する。しかし、例えば試料を高圧環境におく場合、耐圧試料容器の壁を貫通させてミュオンを試料に打ち込む必要があるため、より高い運動量が必要となる。また、3.1 節で述べたように、表面ミュオンは標的の表面で停止した π^+ に由来するが、 π は原子核に吸収されるため、表面ミュオンに相当する μ は生じない。表面ミュオンでは応えられない実験には異なる方法のミュオンビーム生成が必要となる。それが 2.2 節で述べた崩壊ミュオンである。崩壊ミュオンは標的から飛び出した π 中間子が飛行中に崩壊して生じたミュオンである。ビームラインとして崩壊ミュオンを輸送するためには、ビームライン上流は π 中間子を輸送し、下流でミュオンを輸送する必要がある。ただし、 π 中間子の崩壊は寿命 26ns の確率過程であるため、崩壊する場所が一意に定まらない。一方、Q 電磁石や偏向電磁石は輸送したい粒子の運動量に磁場を合わせるため、厳密に輸送する粒子を決める必要がある。この矛盾を解決し、崩壊ミュオンを輸送するため、 π 中間子が崩壊する区画 (Decay section) としてビーム軸に沿ったソレノイド電磁石を配したものが崩壊ミュオンビームラインである。

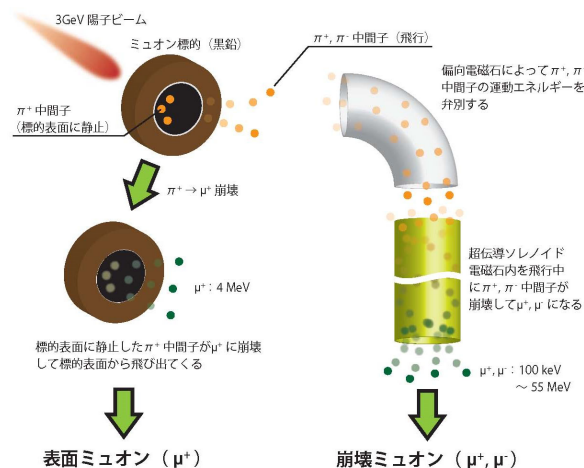


Fig. 16 表面ミュオンビーム (左) と崩壊ミュオンビーム (右) の生成機構の概念図
右図は Pion section から Decay section を示す

Fig.16 に表面ミュオンビームと崩壊ミュオンビームの生成機構の概念を示す。Decay section より上流には、標的からの π 中間子を捕獲、運動量を選択するため、Q-doublet または triplet と偏向電磁石が配され (Pion section)、下流は Decay section で生まれたミュオンを輸送・運動量選択するための Q-doublet または triplet と偏向電磁石が配される (Muon section)。

Pion section と Muon section の運動量は異なり、実験者がミュオンを停止させたい試料厚に応じてミュオンの運動量をまず決め、それに合わせて π 中間子の運動量を決める (2.2 章及び Fig. 7 参照)。Pion section、Muon section 自体の構成は、運動量は異なるが途中で変化することはないので、コンセプトとしては表面ミュオンビームラインと同様である。Decay section で使用されるソレノイド電磁石はビーム軸に沿った磁場を生み出し、入射した π 中間子はその磁場に巻き付くように螺旋運動し、途中、ミュオンへと崩壊し同様にソレノイド磁場中で螺旋運動する。 π 中間子とミュオンの運動量は異なるため、螺旋運動の径とピッチは異なるが、ビーム軸方向に巻き付いて輸送される点は同じで、結果として π 中間子として Decay section に入射し、ミュオンとして出射することになる。ただし、崩壊する場所が一意に定まらないため、崩壊ミュオンビームラインをミュオン源から資料位置まで一通で転送行列として表すことはできない。TRANSPORT で評価する場合は Pion section と Muon section を分けて評価することになる。転送行列を用いた Monte-Carlo シミュレーションコードとしては DECAY-TURTLE[24]が用いられる。DECAY-TURTLE では 3 次の効果までを含んだ計算が可能である。

3.2.1. 運動量分布

核反応モデル JAM を用い π^+ と π^- の生成量を評価し、PHITS により J-PARC ミュオン実験施設の崩壊ミュオンビームライン（陽子ビーム軸に対して 60 度）方向に放出されたフラックスを Fig. 17 に示す。

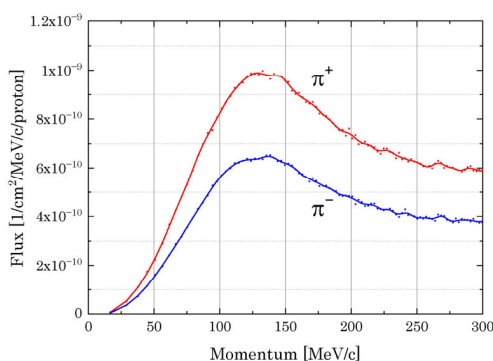


Fig. 17 崩壊ミュオンビームライン（陽子ビーム軸に対して 60 度）方向に放出された π^+ と π^- のフラックス

これらの π 中間子は Pion section の捕獲電磁石で収束、偏向電磁石で運動量を選択されながら、Decay section に入射する。Decay section で π 中間子は崩壊しミュオンが生成する。2.2 章で述べたように、生成したミュオンは CM 系では表面ミュオン運動量で等方的に放出されるが、ローレンツ変換により特異な運動量分布となる。ビーム軸に対して横方向の運動量成分を持たない Forward muon と Backward muon は輸送効率が高くなる。ただし、Forward muon は Fig. 7 に見るように、高運動量側では π 中間子との運動量の差が小さく、 π 中間子がミュオンビームに混入してしまうことや、高い運動量を必要とする実験があまり実施されなかったことなどにより、あまり利用されてこなかった。ミュオンは Decay section を螺旋運動する。(2-13)式で表される角度が元の π 中間子のもっていた発散角に重乗した角度を新たな発散角として持った状態で Decay section を射出し、Muon section に入射する。Muon section のビーム輸送効率は、この重乗された発散角とミュオンの空間分布を入射パラメータとして評価する必要がある。なお、Backward muon は厳密

には π 中間子の真後ろに放出されたミュオンだが、Muon section の運動量アクセプタンスの分だけ運動量の幅が許容され、やや斜め後ろに崩壊したミュオンも輸送される。なお、Fig. 8 に示すように、 π 中間子の運動量が高くなるほどローレンツ変換により Backward muon の運動量は低い方に強く引きのぼされ、CM 系に見たときの運動量の幅が狭くなる。すなわち、Muon section の運動量アクセプタンスに入るミュオン数が減ることになる。一方、それとは逆に $\Delta p/p = \text{const.}$ なので、輸送可能な運動量の幅自体は運動量に比例する。また、 π 中間子とミュオンの寿命は輸送効率とビーム強度に強く影響する。特に π 中間子のそれは重要で、速さ β_π の π 中間子の寿命 ($\tau_\pi = 26 \text{ ns}$) は相対論的に $\gamma_\pi \tau_\pi$ となり、崩壊までの平均行程は $c\beta_\pi \gamma_\pi \tau_\pi$ となる。つまり、Pion section を生き延び、Decay section で崩壊したものがミュオンビームとなるため、Pion section は短く、Decay section は長い方が良いということになる。他の装置や建屋との干渉、製造技術などにより、各々 4m、6m が典型的な長さとなる。例えば、72MeV/c の π 中間子の平均行程は Pion section の長さとはほぼ等しく、生成量の 37% が Decay section に入射する。残りの 78% (π 中間子生成数の 29%) が Decay section で崩壊しミュオンとなる。そのうち後方崩壊する確率は数%程度しかないため (Fig. 18)、崩壊ミュオンビームは表面ミュオンビームと比べると輸送効率が劣り、ビーム強度は低くなる。

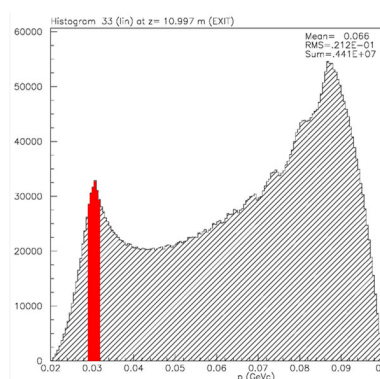


Fig. 18 80MeV/c π 中間子のソレノイド電磁石出口での崩壊ミュオン運動量スペクトル π 中間子の運動量幅を考慮に含む

崩壊ミュオンの輸送効率・ビーム強度の評価は複雑だが、Pion section の輸送効率と Muon section の輸送効率以外は解析的に求めることができる。J-PARC ミュオン実験施設の崩壊ミュオンライン (D ライン) を例に示す。Pion section と Muon section の輸送効率を (3 次補正を含む) 表面ミュオンビーム同様に、転送行列計算でまず導出する。Pion section での π 中間子生存率、Decay section での崩壊率と平均崩壊位置、それより下流でのミュオンの崩壊率などを解析的に求める。それらを合わせて求めた各 section の輸送効率を Table 2 に示す。Fig. 19 に D ラインで実際に得られる μ のビーム強度との比較を示す。なお、この評価では、磁場が遮蔽用の鉄へ吸い込まれ影響や、電磁石を強く励磁した際にヨークや鉄芯中の磁場が飽和してしまう効果などは含まれていない。最大の不確定性は π 中間子の核反応モデル依存性であることを考えても、良い一致を得ている。

Table 2 崩壊ミュオンビームライン (J-PARC ミュオン実験施設 D ライン) の輸送効率等
 1 行目から順に π 中間子運動量 (単位 MeV/c)、Backward muon 運動量 (MeV/c)、入射 π^+ 数 (1/proton) (係数と 10 の指数のみ記載)、入射 π^- 数、Pion section の輸送効率、Decay section の輸送効率、Muon section の輸送効率、 μ^+ 強度 (1/sec) (係数と 10 の指数のみ記載)、 μ^- 強度 1MW (2.08×10^{15} proton/sec) 相当を記載

p_π	67	97	128	160	191
p_b	20	40	60	80	100
I_{π^+}	1.4 -6	3.8 -6	6.1 -6	7.1 -6	7.1 -6
I_{π^-}	9.6 -7	2.5 -6	4.1 -6	4.6 -6	4.6 -6
ε_π	22%	31%	37%	41%	45%
ε_d	2.2%	3.8%	4.7%	5.0%	5.1%
ε_μ	2.6%	5.2%	7.1%	8.7%	10%
I_{μ^+}	3.8 +5	4.8 +6	1.5 +7	2.7 +7	3.4 +7
I_{μ^-}	2.6 +5	3.2 +6	1.1 +7	1.7 +7	2.2 +7

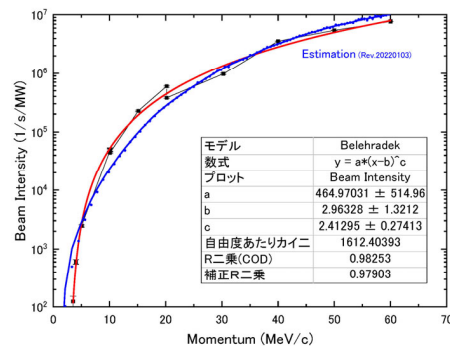


Fig. 19 崩壊ミュオンビームライン (J-PARC ミュオン実験施設 D ライン) の μ ビーム強度評価値と実測値

3.2.2. 超伝導ソレノイド電磁石

本節の最後に崩壊ミュオンビームラインで使用されるソレノイドについて述べたい。 π 中間子の崩壊により生じるミュオンはCM系で全立体角に放出される。これを磁場中に閉じ込めて輸送するには強い磁場が必要である。磁場に対して横方向に飛び出したミュオンは 5T の磁場中では半径 2cm の円軌道を描く。Lab 系では π 中間子の速さに合わせてローレンツ変換され、螺旋軌道となるが、(2-11)式から、CM系で $\theta = 90^\circ$ の場合の半径は γ_μ/γ_π 倍となる。例えば、40MeV/c の後方崩壊ミュオンの場合は 0.9 倍となり、CM系と Lab 系の違いは大きくない。この半径と π 中間子が持つ発散成分 (x' , y') が重畳したものがソレノイド磁場中での軌道の広がり (ビームエンベロープ) となる。

Pion section の運動量を Muon section と同じ運動量に調整することで、崩壊ミュオンビームラインでも表面ミュオンを輸送することは可能である。この場合、標的から試料位置まで通して TRANSPORT による転送行列計算が可能となる。Fig. 20 に示すように、ソレノイド磁場中でのビームエンベロープが波打つのは、ミュオンの螺旋運動によるもので、崩壊ミュオンでは螺旋運動の開始位置が、 π 中間子の崩壊点からとなるため、揃わない。しかし、表面ミュオンではソレノイドの入り口から螺旋運動するため、ビームエンベロ

ープに螺旋軌道の影響が現れる。螺旋運動の1周期は入射角によらず $t = 2\pi\gamma_s m_\mu / eB$ となり、ピッチは $l = v_{\parallel} t \cong 2\pi\gamma_s m_\mu c\beta_s / eB = 2\pi p_s / eB$ となる。ただし、 v_{\parallel} は表面ミュオンのビーム中心軌道方向の速さ（縦方向の速さ）で、一般に横方向は無視できるので $v_{\parallel} \cong c\beta_s$ と近似した。Fig. 20 では表面ミュオンに合わせて磁場を 0.34T としており、その場合のピッチは 1.8m となる。すなわち、6m のソレノイド中で表面ミュオンは 3.3 回転、fringe field の影響も含めると約 3.5 回転する。これはソレノイドの入り口と出口の整合を取るため、整数または半整数回転させることで、余計な skew 成分を生まず、入り口と出口の位相を同じ（または 180 度回った）状態にしている。なお、ソレノイド電磁石下流の Q-triplet の収束-発散項の入れ替えにより 90 度または 270 度とする場合があり、実際に全体の輸送効率を確認しながら、ビーム調整により決定する。

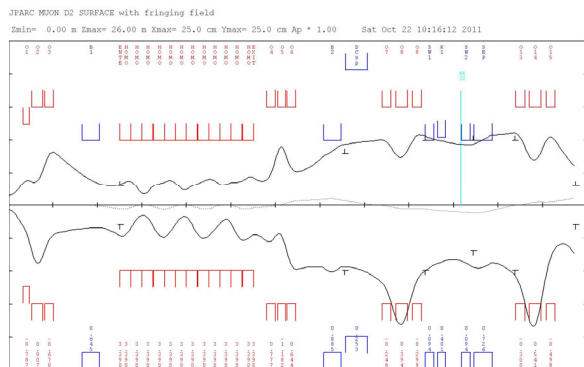


Fig. 20 崩壊ミュオンビームラインで表面ミュオンを輸送した場合の転送行列計算
中央左側で軌道が波打っている部分がソレノイド電磁石中の軌道

ソレノイド電磁石を抜ける間にミュオンは合計で 1180 度回転することになる。回転角度はソレノイドの全長（に fringe field の影響を加えたもの）を上述の螺旋運動のピッチ l で除したものに比例するため、この角度は運動量に反比例する。すなわち、中心運動量に対して $\pm 5\%$ の幅を持つビームでは、 1180 ± 60 度の角度の広がりが生じ、ビームライン下流で輸送効率低下などの影響が出

る。ソレノイド磁場 B を下げれば、この分散は小さくなるが、同時に螺旋運動の半径（ $r = \gamma_\mu m_\mu v_{\perp} / eB$ 、 v_{\perp} は横方向の速さ）は反比例して広がることになるため、電磁石の口径よりも広がらないようにする必要がある。したがって、ソレノイド電磁石で表面ミュオンを輸送する場合、出口での角度の分散と螺旋運動の横方向の広がりとのバランスを取りながら、磁場の強さを決定する必要がある。なお、崩壊ミュオンの場合、事情は異なり、より多くのミュオンを磁場中に閉じ込めるため、数テスラの強い磁場をかけて輸送する。

世界で最初に建設された崩壊ミュオンビームラインは東京大学理学部附属中間子科学実験施設で、1980 年に高エネルギー物理学研究所（現在の KEK の前身）ブースター利用施設内で大型ソレノイド電磁石によるビームの発生に成功した。その際に製造されたソレノイド電磁石は全長 6m・口径 12cm の空間に 6T の磁場を発生させるため、大型の超伝導電磁石として日本で初めて実用化されたものであった。そのソレノイド電磁石は同施設の後継となる J-PARC ミュオン科学実験施設に引き継がれ、東日本大震災後に交換されるまで 30 年以上にわたり利用された。現在の J-PARC ミュオン実験施設のソレノイド電磁石は 2 代目で、全長は初代と同じ、口径は 20cm に広がっている [25]。最大の特徴は超伝導コイルの断熱真空層をビームラインの真空と分けたことで、これにより熱遮蔽のためのアルミ箔が電磁石の入り口、出口で不要になった。かつての方式（cold bore）では超伝導転移温度以下を維持するために熱遮蔽箔は必須であったが、これは低運動量（約 20MeV/c 以下）のミュオンを散乱し、ビーム強度を下げる要因となっていた。新しいソレノイドでは warm bore 方式の採用によりこの問題が解決し、低運動量側のビーム強度は 1 桁以上増え、Fig. 19 に示すビーム強度が達成された。これにより試料のごく浅い領域（数 mg/cm²）にミュオンを停止させ、利用することが可能となった。

3.3. 連続状ビームとパルス状ビーム

前節まではミュオンビームの発生方法による違い（結果として運動量分布の違い）に分けて、ビームラインを説明してきた。この分け方以外に、ビーム時間構造による分け方がある。世界の主要なミュオン実験施設（Meson Factory と呼ばれる）はパルス状ミュオンビームと連続状ミュオンビームのどちらかに分類される。この違いはミュオンを生成する陽子ビーム、すなわち加速器の違いに由来し、陽子をバンチ状にまとめて加速するシンクロトロンからはパルス状のミュオンビームが作られ、陽子を高周波 RF で加速するサイクロトロンからは連続状ミュオンビームが作られる。各ビームの概念図を Fig. 21 に示す。これらのビームには各々、得意・不得意とする実験の種類がある。詳しくは本著の趣旨から外れるので述べないが、パルス状ミュオンビームはビームパルスに同期した試料環境装置（パルスレーザー等）の導入や白色バックグラウンド下での実験を得意とする。一方、連続状ミュオンビームは高時間分解を要する実験や一つ一つのミュオンに由来する事象を弁別する実験が得意である。J-PARC や英国ラザフォード・アップルトン研究所の ISIS[26] はパルス状ビーム施設、スイスの PSI[27] やカナダの TRIUMF[28] は連続状ビームの施設として知られる。近年、大阪大学の RCNP に完成した MuSIC[29] は連続状ミュオンビーム施設で、日本はパルス状ビームと連続状ビームの両方が揃う唯一の国となった。パルス状ミュオンビームと連続状ミュオンビームは研究面では時にライバルにも、相補的な関係にもなる。また、装置開発など多くの面では協力関係にもある。

なお、近年は、米国の大強度核破砕中性子施設 SNS で、陽子線形加速器からの H の 1ms ロングパルスの一部を laser stripping により切り出すことにより、パルス状と連続状ミュオンビームの良いところ併せ持ったビームラインの提案[30]がなされている。他に中国、韓国などでも同様に、従来の大強度ミュオン実験施設以外での興味深い提案が続いている。

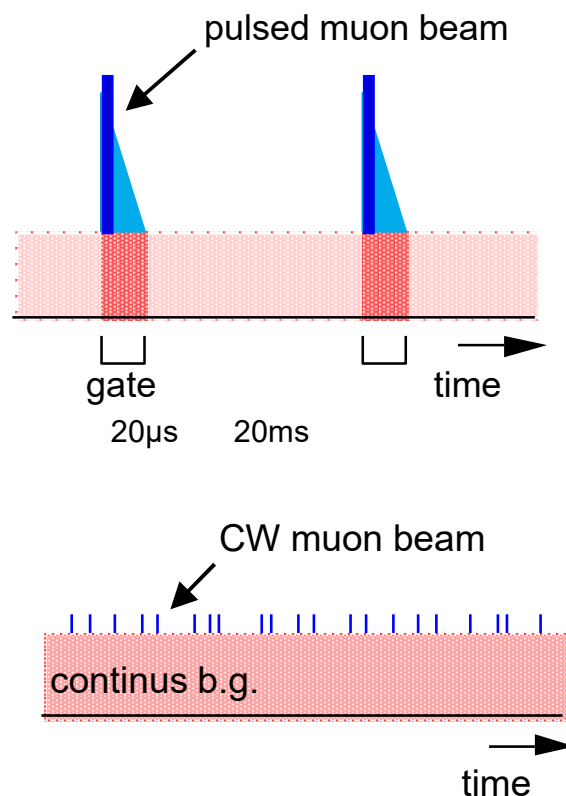


Fig. 21 パルス状ミュオンビーム（上図）と連続状ミュオン（下図）

3.4. 運動量幅の調整

ミュオン実験施設の黎明期以来、ミュオンビームの強度は常に強いことが求められてきた。これは短時間に多くの試料を多くの条件で実験したいという要請によるものである。しかし、ビームラインに入るミュオン数（パイオン数）は陽子ビーム強度と標的、ビームラインの配置でほぼ決まってしまう。そのような制約条件下で、より高強度のビームを得るため、ミュオンビームラインは空間的アクセプタンス・運動量アクセプタンスをともに広げる設計となってきた。すなわちビームのエミッタンスは広がり、結果的に実験試料に届くビームが空間的にも運動量的にも広がったものとなる。例えば、J-PARC ミュオン実験施設で表面ミュオンを使用する実験の場合、比較的大きな試料（直径 2cm、厚さ 200mg/cm² 程度）が用意可能ならば問題ないが、新奇な物質ではそのよ

うなものを用意できない場合も少なくない。空間的な広がりには試料上流にコリメータと呼ばれる装置（円錐上の鉛などの中心軸にビームを通すための穴が開いたもの）を配置し、試料外側のビームを削ることが可能である。また、flypast と呼ばれる装置で試料の外側のミュオンを下流に通過させてしまうことも行われている [31]。運動量に関しては試料前面にミュオンを減速させるための適当な物質（degrader）を設置する方法が行われ場合も多いが、degrader 自体がミュオンビームを散乱してしまうため、試料以外の試料フレームやクライオスタット等の試料環境装置にミュオンが止まり、S/N 比を悪化させる場合もある。このような場合、ビームライン運動量を下げるとともに、偏向電磁石の下流に設置した水平スリット（運動量スリット）により運動量幅を絞る場合もある。

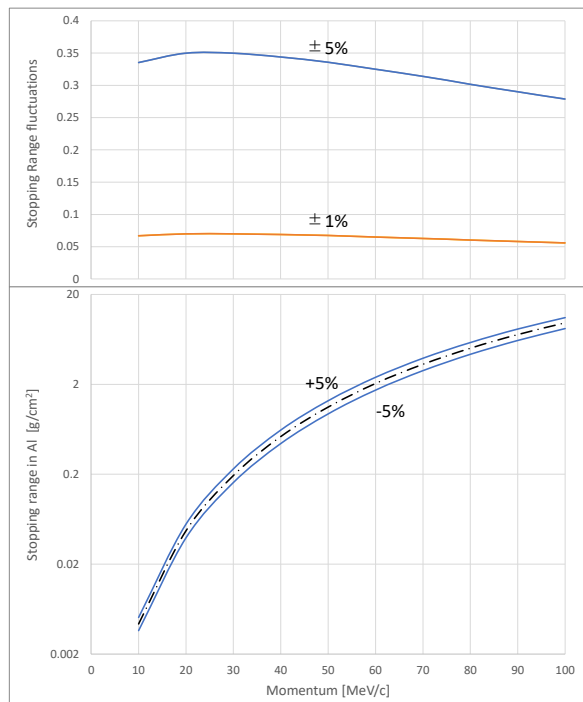


Fig. 22 AI 中での停止位置の広がり
中心運動量の飛程に対する相対値（上図）と
絶対値（下図）
運動量幅 $\pm 5\%$ では、飛程に対して 30-35%
（全幅）の広がりでもミュオンは停止する。
ほぼ比例して $\pm 1\%$ では、6-7%となる。

Fig. 22 に J-PARC ミュオン実験施設 S ラインや D ラインにおける典型的な運動量幅 ($\pm 4\sim 5\%$) と運動量スリットを用いた場合の幅 ($\pm 1\sim 2\%$) で、停止位置の広がりを、アルミに停止させる場合を例に示す。実際には、 $\pm 1\%$ まで絞ってしまうとビーム強度が大幅に減ってしまうため、 $\pm 2\%$ 程度にとどめることが多い。なお、ミュオンの停止は確率過程であるため、たとえ単色ビームでも有限の幅を持つが、それは運動量幅による広がりとは比べて無視できる程度である。

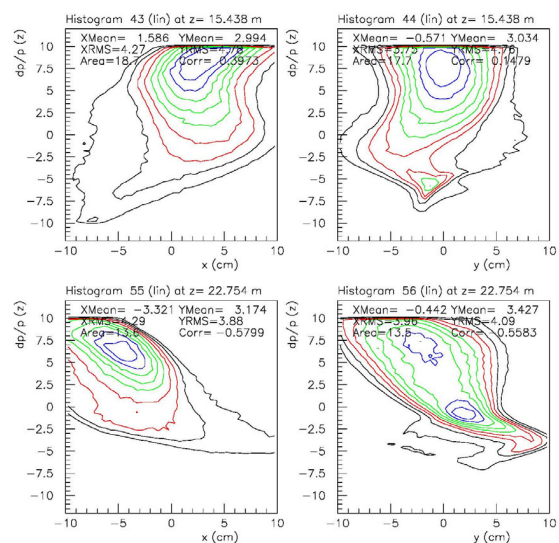


Fig. 23 D ラインで表面ミュオンを輸送した場合 (Fig. 20 に対応) のスリット位置での運動量の位置 (x, y) 依存性
上図は標的から 15.5m の位置 (DSL2) の x (左) と y (右)、下図は 22.8m (DSL3-2)

このような運動量スリットは J-PARC ミュオン施設以外でも使用されている。一般的に、運動量スリットは偏向電磁石の下流側など水平方向に運動量分散が大きくなる位置に配置する。しかし、J-PARC ミュオン施設では、他の装置の配置の制約上、そのような場所にスリットは設置できなかった。そのため、運動量幅を削ると、同時に削る必要のない運動量成分もけずられてしまう。したがって、運動量幅の調整はビーム強度とのバランスを取りながら行われる。Fig. 23 に D ラインに設置されたスリット位置での運動量分布を

示す。 $\Delta p/p$ の中心が7%付近にずれているのは計算の都合なので無視する。上図・下図とも $\Delta p/p$ は x や y に対して分散していないことが分かる。つまり、仮に x や y 方向にスリットを絞っても、 $\Delta p/p$ を減少させることができない。この図はビーム強度を最大化するために調整したパラメータの場合であり、運動量幅を狭める際には、上流の電磁石の調整により、この図の状態よりはスリット位置での運動量分散が大きくなるようにする。

3.5. 運動量の校正

ミュオンの停止位置の調整では運動量幅とともに運動量の絶対値も重要である。原理的には、偏向電磁石の磁束密度と磁場長の積 (BL 積) から中心軌道を通る粒子の運動量を求めることができる。しかし、実際にはビームの中心軌道と電磁石の中心が一致しているのか、鉄遮蔽などが配置されたビームライン上で、(有限要素計算やホール素子等により実測したものであっても) BL 積が期待通りか、などの不確定要素がある。ビームの磁場中での曲率半径を計測すれば確実だが、それ以外の方法を本節では紹介する。

3.5.1. TOFによる決定法

表面ミュオンビームライン等で有効な方法である。表面ミュオンと同じ運動量の陽電子が標的に生成され、それらは表面ミュオンと同じようにビームラインを輸送される。陽電子はほぼ光速で輸送されるため、ミュオンとの飛行時間 (TOF) の差を計測することで、ミュオンの運動量を求めることができる。観測される TOF の差は $t_{TOF} = L/c\beta - L/c$ である。ただし、 L はビームラインの全長である。これよりミュオンの速さが $\beta = L/(L + ct_{TOF})$ となり、速さ (運動量) が求められる。なお、ビームライン中には1次ビームライン真空と2次ビームライン真空を隔てるため、厚さ $50\mu\text{m}$ のポリイミド等のフォイルが設置される。そこでの電離損失により、輸送途中にミュオンの運動量は $1\text{MeV}/c$ 程度低下する。厳密にはそれを考慮する必要があるが、この方法はそもそも運動量分布などを無視しており、ビームライン立ち上

げ時などに暫定的に運動量を決めるための簡易な方法である。実際には次節の方法と相補的に用いられる。

Fig. 24にDラインで最初にビームを引き出した際の信号を捉えたスペクトルを示す。最初の鋭い陽電子のピークに続き、 μ^+ のなだらかなピークが約 300ns 遅れて現れている。ビームラインの全長約 30m (当時) より、 $\beta = 0.25$ すなわちミュオンの中心運動量は $27\text{MeV}/c$ と求められる。表面ミュオン端 $29.8\text{MeV}/c$ からポリイミド箔とソレノイドの熱遮蔽用アルミ箔 (当時) などによる減速を差し引き、運動量幅を考慮すると、ほぼ一致した値となる。

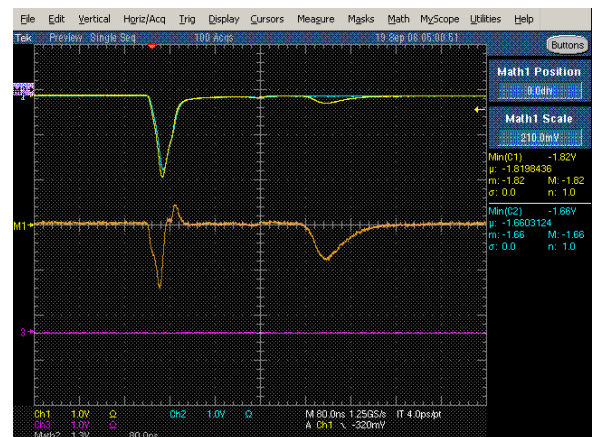


Fig. 24 Dラインで観測された陽電子 (左の鋭いピーク) と μ^+ (右の緩やかなピーク)

3.5.2. 表面ミュオン端による決定法

TOFによる決定法で得られた運動量を基準として、その値の前後で運動量をスケール (電磁石の電流値をスケール) することで、ビーム強度 (ミュオン数) が変化し、表面ミュオン端を観測することができる。端は運動量幅で鈍っているため、同時に運動量幅を見積もることもできる。

Fig. 25に2011年にDラインで観測された表面ミュオン端を示す。ピーク値が表面ミュオンの中心運動量 ($27.4\text{MeV}/c$) となり、そこから高運動量側によって半値となる値 ($29\text{MeV}/c$) までの差から運動量幅は $\pm 5\%$ と見積もられる。なお、こ

これらの値は 2011 年当時のもので、その後のソレノイド電磁石の交換により、現在とは異なる。

この値はビームラインを輸送されるミュオンの値であり、ビームライン末端にフォイル等を設置して、それを通過させてビームを取り出す場合、フォイルによる減衰（電離損失）する。試料に入射するミュオンの運動量はビームライン中のものから減少することに注意する必要がある。

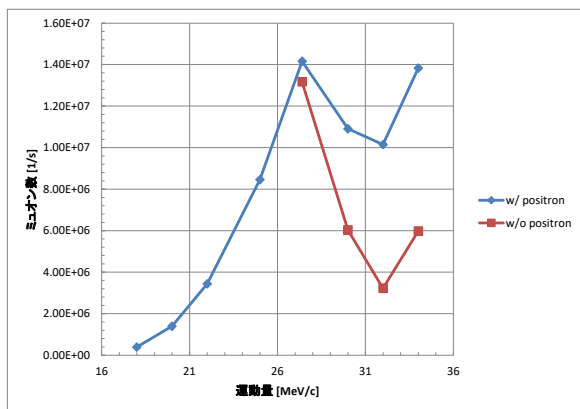


Fig. 25 D ラインで観測された表面ミュオン端表面ミュオンの中心運動量はピークの半値から 27.4MeV/c となる (2011 年当時)

3.5.3. μ SR、ミュオン原子 X 線による決定法

表面ミュオン端による決定法は表面ミュオンにのみ適用可能である。崩壊ミュオンの運動量は表面ミュオンにより決めた運動量から、電磁石の電流値をスケールして決めることが可能である。しかし、本節に述べる方法により、ミュオンに由来する物理現象を測定することで、崩壊ミュオンの運動量を表面ミュオンの運動量と整合するように決めることが可能である。

ミュオンはスピンに由来した磁気モーメントを持ち、磁場中では $\gamma_{\mu}/2\pi = 135.54$ [MHz/T] の磁気回転比で歳差運動をすることが知られている。物質中の μ^+ は電子と結合し、ミュオニウム ($\text{Mu}; \mu^+e^-$) の状態を作る場合がある。Mu の合成スピンによる磁気回転比は、磁気モーメントが質量に半比例して大きくなるため電子のものが支配的になり、 μ^+ の約 200 倍と全く異なる値となる。 μ^+ と

Mu のどちらの状態をとるかは物質により異なり、例えば室温の金属中では μ^+ の状態のみ、サファイヤ (Al_2O_3) では殆どが Mu になることが知られている。この特徴を応用して、アルミ箔とサファイヤ板を積層した試料を磁場中に置き、アルミ箔の厚さを変化させながらミュオンスピンの回転スペクトルを測る (μ SR 法[32]) ことで、アルミとサファイヤのどちらにミュオンが停止したかを定めることができる。この測定を運動量の分かった表面ミュオンを参照値として、崩壊ミュオンでも行うことで崩壊ミュオンの運動量を定めることができる。この手法の概念を Fig. 26 に参照値とした表面ミュオンのデータを Fig. 27、崩壊ミュオンのデータを Fig. 28 に示す。

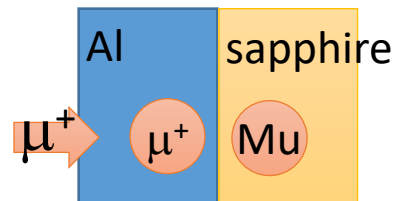


Fig. 26 運動量を定める実験の概念図

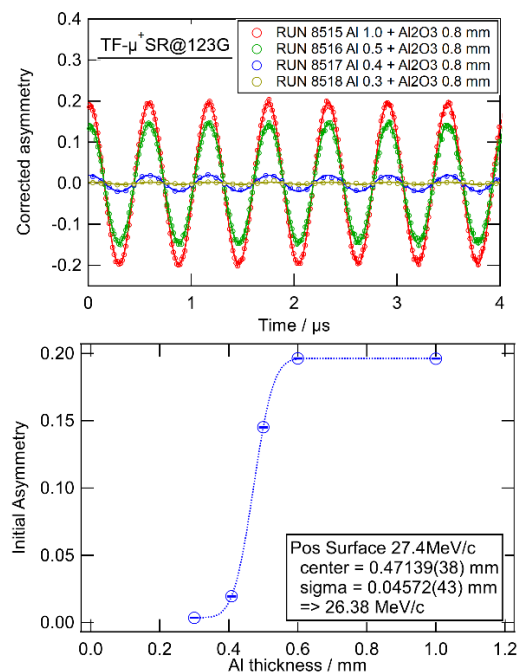


Fig. 27 表面ミュオン：スピン歳差運動の回転スペクトルと振幅のアルミ箔の厚さ依存性

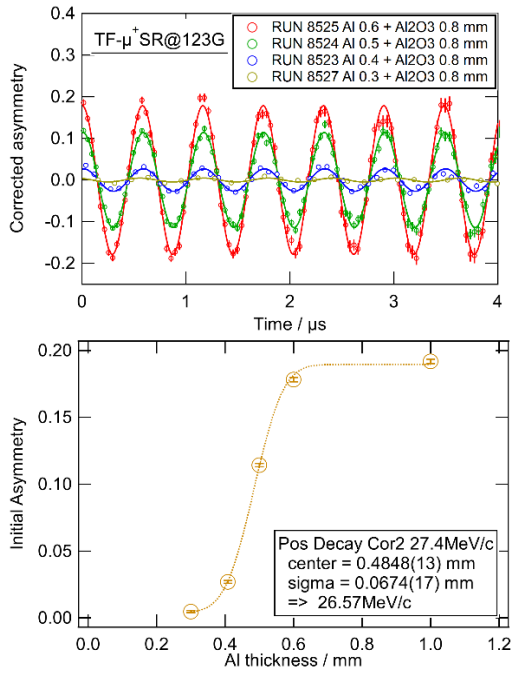


Fig. 28 崩壊ミュオン：スピン歳差運動の回転スペクトルと振幅のアルミ箔の厚さ依存性

この方法は μ SR法を用いているため μ^+ に特有だが、ビームラインの極性を反転させることで μ^- の運動量に適用することが可能である。

また、類似の方法として、 μ^- に特有の物理現象を応用することが可能である。 μ^- は物質中に入るとミュオン原子を生成し、その過程で特性X線を放出する。そのX線のエネルギーは通常の原子からのものと比べてミュオンの質量に比例し200倍高いエネルギーとなることが知られている。適当な元素組成の箔板を積層し、運動量を変えながらそのX線を観測することで、 μ^- がどこに停止したかを定めることができる。これをBethe-Blochの公式による計算（実際にはSRIM[33]などの適当なコードを用いた計算）と比較しながら、運動量を推定することができる。

3.6. エミッタンスの増加

各ビームラインの節でも述べたようにミュオンビームラインでは、ビームライン下流のエミッタンスは上流のものよりも大幅に大きくなって

いる。その原因は次の3つに大別できる。①運動量幅の広がりによる分散、②Q電磁石のfringe fieldにおける高次(x^2 , xx' など)の効果、③実際の磁場分布と輸送計算上のものとのズレ。

まず、①については偏向電磁石では水平方向(x 方向)の軌道のズレ、Q電磁石では収束点(軌道方向 s)のズレ、ソレノイド電磁石ではそれに加えて横方向(xy 平面)の回転角のズレとして現れる。

②についてはビーム物理の入門書[34]などに詳しいが、4極磁場の軌道 s に沿った粒子の水平(xy)平面内の運動方程式は

$$\frac{d^2u}{ds^2} + K(s) \cdot u = 0 \quad (3-6)$$

となる。ただし、 u は x または y を表す。 $K(s) = K > 0$ で収束する三角関数の解を取り、 $K(s) = K < 0$ では発散する双極関数の解を取る。長さ L のQ電磁石の転送行列の収束、発散項は各々以下の通りとなる。

$$M_F = \begin{bmatrix} \cos(\sqrt{K}L) & \frac{1}{\sqrt{K}} \sin(\sqrt{K}L) \\ -\sqrt{K} \sin(\sqrt{K}L) & \cos(\sqrt{K}L) \end{bmatrix}$$

$$M_D = \begin{bmatrix} \cosh(\sqrt{-K}L) & \frac{1}{\sqrt{-K}} \sinh(\sqrt{-K}L) \\ -\sqrt{-K} \sinh(\sqrt{-K}L) & \cosh(\sqrt{-K}L) \end{bmatrix}$$

これらはよく知られた転送行列の一部である。このような転送行列として表せる、すなわち線形性を有するためには、(3-6)式において収束力 $K = -eg/p$ (g は x または y 方向の磁場勾配、 p は運動量)が軌道 s によらず一定であることが要請される。漏れ磁場(fringe field)がある場合はこの要請から外れるため補正が必要となる。ミュオンビームラインでは一般に、ビームラインの鉛直断面内に大きく広がったビームを口径に対して磁極長が短い電磁石で輸送する。したがって電磁石の収束力に対してfringe fieldの効果が無視できない。むしろ、ビームライン下流におけるエミッタンスはfringe fieldによる広がりが支配的となる。

実際の計算コードにおけるfringe fieldの取り扱いは様々である。PSI版のTRANSPORやDECAY-TURTLEではfringe fieldの形から決まる積分値[35]を入力する形で各々2次、3次までの補正を含む計算が可能である。COSY-INFINITY[36]やG4beamlineではEnge関数

$(F(z) = 1/\exp[\sum_{i=0}^5 a_i(z/D)^i])$ 、 D は電磁石径)と呼ばれる経験式で fringe field を再現している。Fig. 29 に Enge 関数の実例を示す

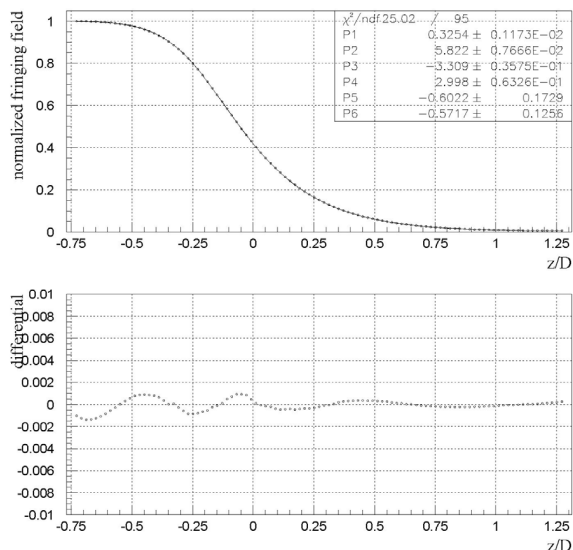


Fig. 29 Enge 関数の実例
H ライン用の Q 電磁石 (口径 400mm、磁極長 400mm) の fringe field を Enge 関数でフィットし、パラメータを求めている。

③の実際の磁場分布と計算上のものとのズレに関して、Fig. 30 にその概念を示す。Fig. 30 はソレノイド磁場の場合を示しているが、Q 電磁石などでも同様である。部分的に正しい磁場分布をモデル化できる計算コードもあるが、例えば Enge 関数はビーム軸方向への fringe field の形状だけで決まり、中心軌道から外れた位置の 3 次元の磁場の向きは計算には含まれない。

G4beamline などの粒子軌道計算コードでは磁場分布を用いた計算が可能である。次章で述べる近年開発されたビームラインでは複雑な磁場分布を持つ電磁石を採用し、ビームの大強度化が図られている。そのようなビームラインではビームライン設計に粒子軌道計算コードは必須となる。近年の計算機能力の向上も相まって、そのような開発手法が可能になってきたが、表面ミュオンビームラインや崩壊ミュオンビームラインでは、高次補正を含む転送行列による計算も未だ有効である。

本章の最後に D ライン (Fig. 20) に対応した運動量幅が 0、fringe field が無い場合と、fringe field だけ無い場合の計算を Fig. 31 に示す。

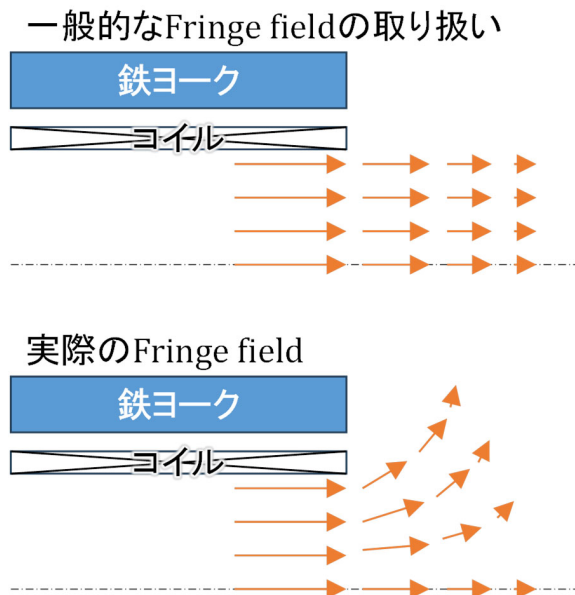


Fig. 30 一般的な計算コードでの fringe field の取り扱い (上図) と実際の磁場分布 (下図)

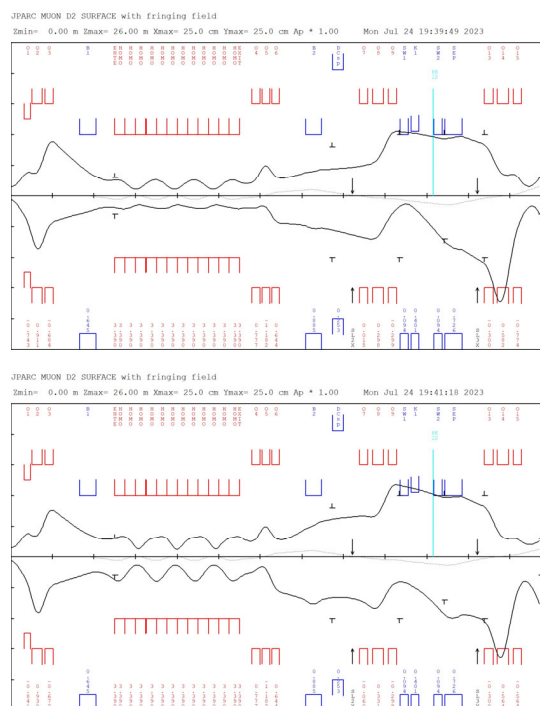


Fig. 31 運動量幅 0、fringe field なし (上) と運動量幅 ±5%、fringe field なし (下)

4. 新しいコンセプトのビームライン

3章で紹介した表面ミュオンライン、崩壊ミュオンラインが世界中の大型ミュオン施設で、その黎明期から活躍してきたビームラインである。しかし、より大強度のビーム（より短時間により多くのミュオン）を必要とする実験が提案され、従来のビームラインコンセプトと一線を画するビームラインが建設・運転を始めている。そこで、本章ではそのようなビームラインを紹介する。

4.1. 軸収束電磁石によるビームライン

ミュオンビームの強度は陽子ビーム強度、標的材料、ミュオンビームラインの配置と輸送効率により決まる。話をミュオンビームラインに限ると、輸送効率が仮に 100%であっても、標的からビームライン入り口までの距離（配置）が遠ければビーム強度は低くなる。大強度化にはビームラインの入り口までの距離をいかに短くするか、また入り口サイズをいかに大きくするか、すなわちビームラインアクセプタンスの最大化が重要である。従来のビームラインでは先頭の電磁石に Q-doublet または triplet を利用し、標的からのミュオンを捕獲している。Fig. 14 や Fig. 20 に見るように、Q 電磁石では x , y 方向の収束と発散が必ず対になるため、2 番目の Q 電磁石の位置がビームラインアクセプタンスを決める支配的な要素となる。J-PARC の表面ミュオンライン、崩壊ミュオンラインでは、先頭 Q 電磁石の口径をやや小さく、磁極をやや短くすることで、2 番目の Q 電磁石を標的に寄せる設計とし、アクセプタンスの増加を図っている。

しかし、これとは異なるコンセプトでアクセプタンスの増加を図っているビームラインがある。先頭で Q 電磁石を使用する限り上述の問題は避けられないが、先頭の電磁石にソレノイドを配置することでこの問題は避けられる。ソレノイド電磁石は 3.2 節でも述べたようにビーム軌道に平行な磁場によりビームを収束する。大口径のものを標的に近くに配置すれば、入り口に入射したミュオンを従来のビームラインと比べて圧倒的に高

い確率で捕獲することが可能である。ただし、Fig. 30 に見るようにソレノイド電磁石出口では外向きに広がる fringe field があり、ミュオンはそれに沿って発散してしまう。したがって、ソレノイド出口を Q-doublet または triplet で構成すると、標的からのミュオンを捕獲するのと似た状況となり、輸送効率を下げることになる。すなわち、ソレノイド電磁石により高効率で捕獲した標的からのミュオンを高効率で輸送するには、ビームラインの出口まですべてソレノイド磁場で輸送するのが適切といえる。このようなコンセプトのもと、KEK において試験機が開発され [37]、J-PARC ミュオン実験施設 U ラインにおける本格的な稼働へ繋がった [38]。なお、ソレノイド電磁石など軸方向にビームを収束させる電磁石のみで構成されたビームラインを軸収束ビームラインと呼ぶこともある。

類似のコンセプトを持つビームラインとして、大阪大学 RCNP に建設させた MuSIC[29]や、COMET[39]、Mu2e[40]実験用のビームラインがある。これらのビームラインは軸収束ビームラインであることに加え、先頭のソレノイド磁場の中にミュオン生成標的を設置することで極限までビーム強度の向上を図っている。

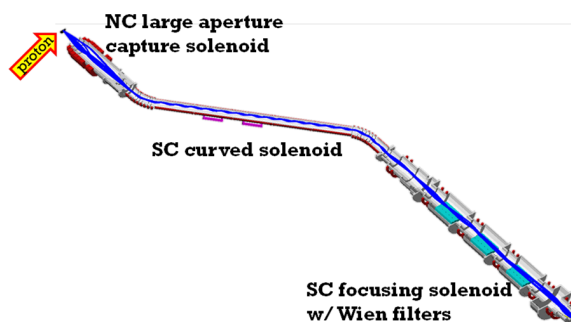


Fig. 32 軸収束ミュオンビームライン（J-PARC ミュオン実験施設 U ライン）の G4beamline による粒子軌道計算例

U ラインは表面ミュオンを輸送することに特化したビームラインで、そこで得られた大強度の表面ミュオンビームは超低速ミュオンビーム[41]を作るために利用されている。超低速ミュオンを

生成・輸送するビームラインもミュオンビームラインの一つではあるが、他のビームラインと比べ特殊なもののため、紙面の都合もあり、本著からは割愛する。Fig. 32 に示すように、U ラインは以下の 3 つのソレノイド電磁石群で構成される。① 大口径捕獲ソレノイド、② 湾曲ソレノイド、③ 収束ソレノイド。大口径捕獲ソレノイドは上流から順に内径 480mm・長さ 88mm、内径 576mm・長さ 132mm、内径 640mm・長さ 528mm の 3 つのコイルで構成される第 1 ソレノイドと、そこから 157mm 下流に設置された内径 640mm・長さ 220mm の第 2 ソレノイドで構成される。口径を徐々に広げることで、他の装置のとの干渉を避けつつ、広がりながら入射するミュオンビームを高効率で捕獲する。第 1 ソレノイドと第 2 ソレノイドの励磁のバランスで収束点を調整し、下流の湾曲ソレノイドへの入射効率を上げている。湾曲ソレノイドが設置されている場所は陽子ビームを輸送するためのトンネルとミュオンを利用した実験を行うための実験ホールをつなぐ境界部で、標的付近で発生する放射線を低減するため回廊状の構造をもつ。そのような建屋構造の制約のため、湾曲ソレノイドは内径 190mm・全長約 8m、入り口と出口を S 字型に曲げた形状となっている。従来のミュオンビームラインと同様に、 μ^+ ビームには同じ運動量の陽電子が混ざる。これらを除去するため、湾曲ソレノイドの下流に設置された収束ソレノイドは、ヘルムホルツコイルの間に、陽電子除去のための装置 (Wien filter) を挟んだ構造を持つ。ヘルムホルツコイルは内径 370mm・長さ 48mm のものが各 2 個ずつ Wien filter の前後に配置され、これらを一つのユニットとする。そのユニット 3 組で収束ソレノイドを構成する。

U ラインを構成する全てのソレノイド電磁石は複雑な形状を持ち、転送行列による評価を行うことはできない。したがって、当初より U ラインの設計は有限要素法により作成された磁場分布を基に G4beamline を用いて行われた。U ラインの入り口に入ったミュオンの輸送効率は、寿命により崩壊する分を除くと 80%程度と評価される。

従来のビームラインが 10%程度であることと比べて圧倒的に高い効率を実現している。

本節の最後に、湾曲ソレノイドの湾曲部に特徴的なビームの軌道に関して記載する。中心軌道を通り湾曲ソレノイドに入射した場合でも、ソレノイドの中心が湾曲しているため、ビームの方は見かけ上、水平方向に斜めに入射したことになる。したがって、横 (x) 方向の速さ成分を持ち、螺旋運動により y 方向に円軌道を描く。通常の螺旋軌道と異なり、湾曲に沿って進む間は常に x 方向の速さが見かけ上存在するため、 y 方向の円軌道の曲率半径は大きくなり続ける。湾曲ソレノイドの直線部に入る際には、ビームの中心軌道はソレノイドの中心よりは大きく上または下方向に電荷に応じてシフトする[42]。U ラインの湾曲ソレノイドは超伝導電磁石を採用している。その主コイルにいわゆる $\cos \theta$ 巻の補正コイル[43]を取り付け、中心軌道の位置を調整するとともに、 μ^+ に混ざって入射した電子や μ^- の除去にも利用している。なお、湾曲ソレノイド出口の湾曲部では上または下にシフトしていた軌道は電磁石中心に近い位置にシフトする。ただし、完全にビームラインの中心に戻るわけではないので、上記の補正コイルによる調整が必要である。

4.2. 大強度と汎用性の両立 (MUSE H ライン)

U ラインなどの軸収束電磁石によるビームの輸送は高いミュオン捕獲率と輸送効率を実現している。しかし、それらは特定の利用方法に特化した設計となっている。例えば、U ラインでは超低速ミュオンを生成するための装置がビームライン出口に置かれ、ビームラインからの漏れ磁場対策も含め、ビームラインと実験装置 (超低速ミュオンビームライン) はほぼ一体のものとなっている。また、COMET や Mu2e 実験用のビームラインはビームを止める試料を囲う検出器用のソレノイド電磁石がビームラインに連結され、こちらもビームラインと実験装置は一体のものである。これらのビームラインは目的とする実験に対して最適化されたものである。しかし、目的外の実験に対する制約は大きく、具体的には試料位置

での磁場の影響を除くことが難しい。また、ミュオンを用いた実験は「ミュオン科学」と呼ばれるように、その内容は多彩で、様々な装置を設置して行われるため最終収束電磁石は収束位置やスポットサイズの調整代が大きいことが望まれる。さらに輸送可能なビームの電荷 ($\mu^+ \cdot \mu^-$) や運動量の調整幅も大きい方が良い。上記の要求を満たす汎用性の高いビームラインとして J-PARC ミュオン実験施設では H ラインが設計・開発された。

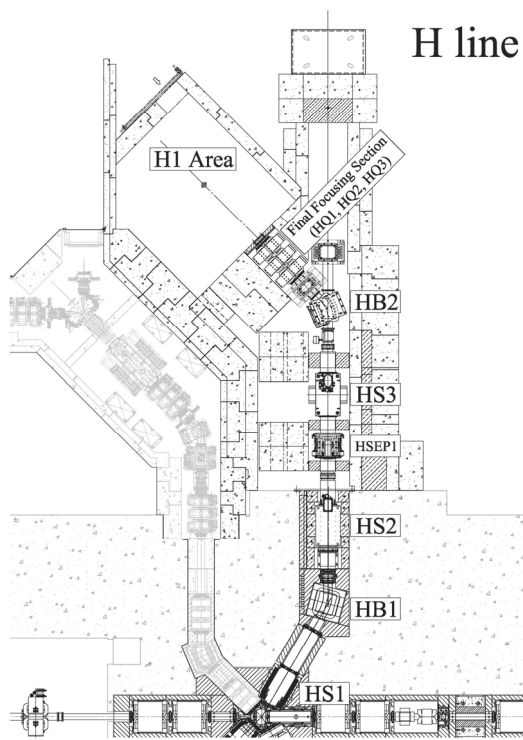


Fig. 33 J-PARC ミュオン実験施設 H ラインのビームラインレイアウト

Fig. 33 に示すように、H ラインは U ラインと同様に大口径捕獲ソレノイド (HS1) を先頭に配置する。しかし、U ラインの湾曲ソレノイド入り口に相当する位置には偏向電磁石 (HB1) を配置し、電荷と運動量の選択を可能にしている。偏極電磁石の下流で広がってしまうビームは 2 台の大口径ソレノイド電磁石 (HS2、HS3) のみで輸送し、偏向電磁石 (HB2) から最終収束電磁石 (Q-triplet, HQ123) を経て実験装置へとビームを輸送する。HS2 はビームをゆるやかに収束、平行に

近いビームを作ることで、その出口から HS3 の入り口まで約 4m を電磁石などの要素を入れずに輸送している。この間隙は Wien filter (HSEP1) やキッカー電磁石など収束能力を持たない装置の設置が可能である。HS3 には HS2 とは逆向きの磁場を発生させる。3.2.2 節に記載したソレノイド磁場による運動量分散はこの逆向き磁場により相殺され、HS3 出口では横方向の運動量分散が低減、下流の輸送効率の向上に寄与する。最終収束電磁石には実験装置位置での柔軟なビーム成形が可能な Q-triplet が選択されているが、実験に合わせてソレノイド電磁石への入れ替えも可能である。

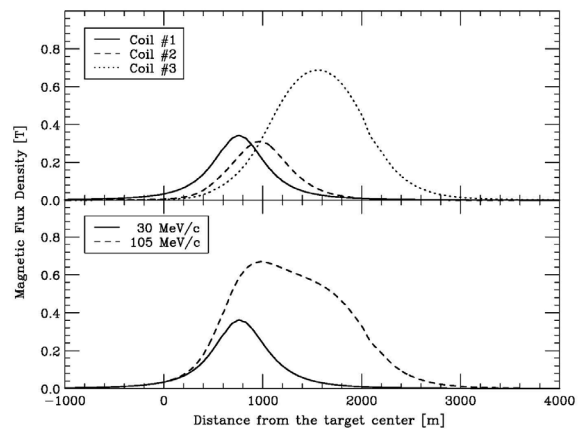
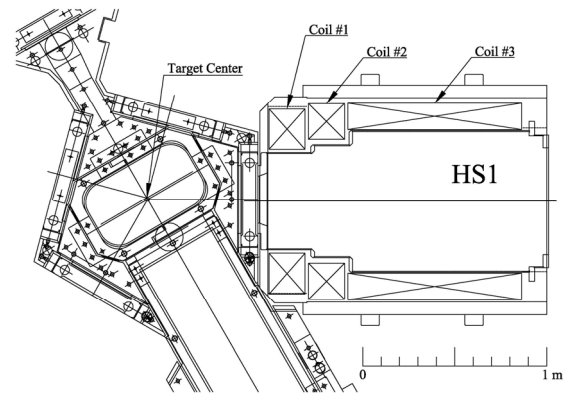


Fig. 34 H ライン先頭捕獲ソレノイド電磁石 (上) と各コイルの定格電流での磁束密度、及び励磁パターン (下)

H ライン先頭の大口径捕獲ソレノイド電磁石は U ラインのものから更に発展し、Fig. 34 に示

すように3つのコイルをそれぞれに独立に励磁可能にし、輸送効率の最適化を行っている。これにより、Uラインに近い表面ミュオンのビーム強度を実現するとともに105MeV/cのビーム輸送も可能となっている。次章で述べるように、ビームライン先頭の電磁石は標的からの強い放射線にさらされるため、使用可能な材料に大きな制約がある。通常、ビームラインの運動量を変更する場合、電磁石の電流値をそれに合わせてスケールするのが一般的だが、Hライン先頭のソレノイド電磁石ではコイルの仕様のため30MeV/cの電流値から105MeV/cへのスケールはできない。そこで、3つのコイルの励磁パターンを変えることで対応している。

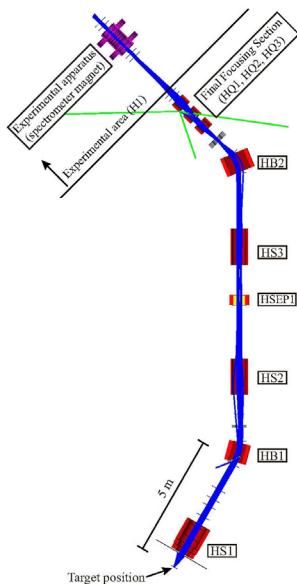


Fig. 35 HラインのG4beamlineによる粒子軌道計算例

Hラインでは大口径捕獲ソレノイドHS1をはじめ、全ての電磁石やビームライン機器の口径を大きくし、ビームライン途中で急峻にビームを絞る箇所を減らし、輸送効率の向上、エミッタンス増加の抑制に繋げている。そのためUラインと同様に転送行列による評価は行えず、Fig. 35に見るようにG4beamlineによる粒子軌道計算による評価を行い、ビームラインの設計を行っている。

3.6節で述べたように、表面ミュオンビームラインや崩壊ミュオンビームラインなど従来のビームラインではQ電磁石を多用しているため、それらのfringe fieldによりエミッタンスが増加している。HラインではQ電磁石は最終収束電磁石のみのため、エミッタンスの増加は最小限となっている。Fig. 36に30MeV/cモードの場合のビームエンベロップとエミッタンスを示す。Fig. 35や36の評価では有限要素法などにより得られた磁場分布を用いているため、高次の効果などは全て含まれていることになる。Fig. 14やFig. 20などと比べて、ビームラインの途中でエンベロップが広がっていないことが分かる。Dラインで表面ミュオンを輸送した場合、エミッタンスは10倍以上広がっており、大きな違いがある。

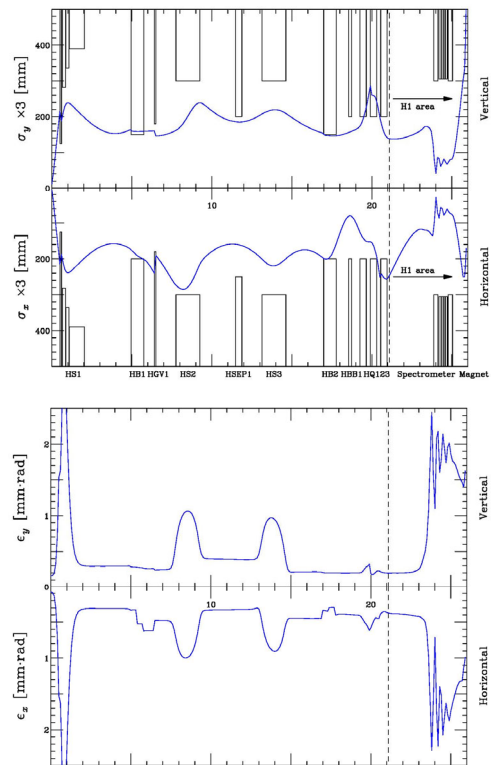


Fig. 36 Fig. 35に相当するビームエンベロップ(上)とエミッタンス(下)

Hラインの入り口、フランジの幾何学的形状で決まる立体角は136mstrである。このうちHS1を通過するのは80%、109mstrに相当する。最終

収束電磁石 (Q-triplet) 手前まではほぼ 100%の輸送効率で、Q-triplet を通過するのは 80% である。3.1 節で述べた表面ミュオンの生成量の評価と合わせると、H ラインの出口における表面ミュオンのビーム強度は 10^8 /sとなる。

本節の内容は参考文献[44]の内容をまとめたものである。

5. ビームラインの配置

J-PARC ミュオン実験施設にはミュオン生成標的を中心に 4 本のビームラインが設置されている。Fig. 37 に施設全体を示す。

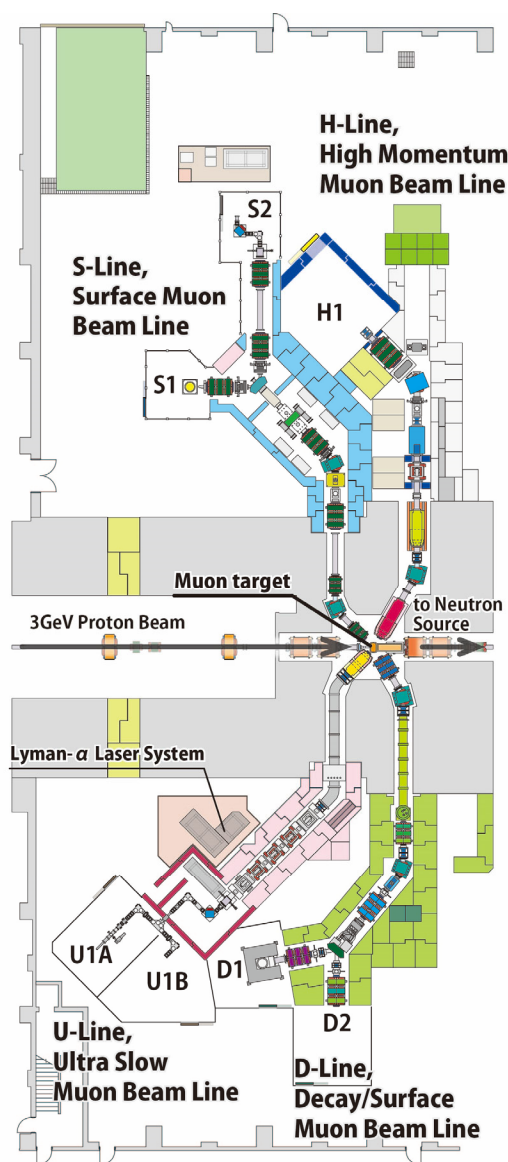


Fig. 37 J-PARC ミュオン実験施設全体図

ミュオン実験施設は基礎から応用まで、物質・生命科学、考古学資料の分析、基礎物理学など多くの実験者がミュオンを使った研究を行っている。より多くの多彩な実験が同時に行えるよう、4 本のビームラインは各々、電荷や運動量など特性の異なるミュオンを利用することが可能である。大強度の陽子ビームが生み出すミュオンを少しでも多く取り出すため、Fig. 38 に示すように、4 本のビームラインは、可能な限り標的に近づけて設置されている。

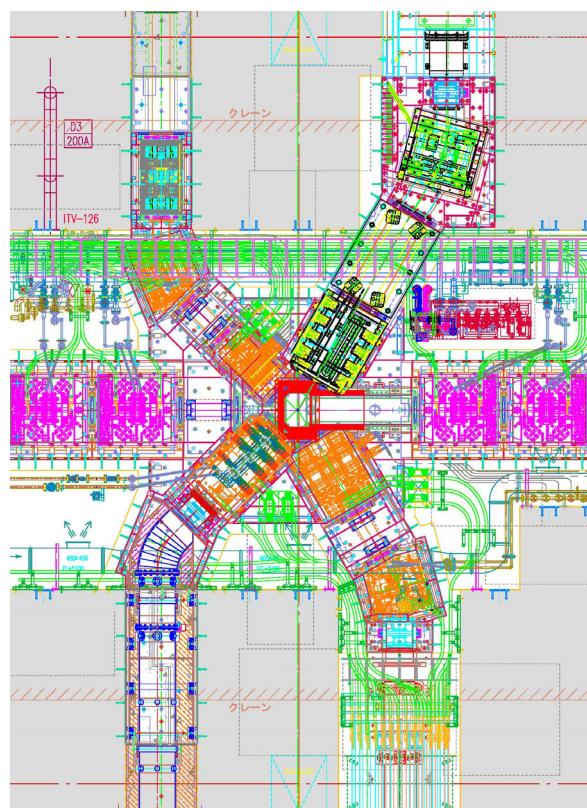


Fig. 38 標的周辺詳細図

標的では放射線（中性子線、 γ 線など）も大量に生成されるため、標的近傍の装置はそれらに曝されることになる。したがって、ビームライン先頭の電磁石で使用する機器の素材は耐放射線性を考慮して選択する必要がある[45]。また、それらの装置の保守や故障時の交換作業は、ビームライン付近に近づかずに実施できるように、遠隔作業を中心としたシナリオが作成されている。そのた

め、Fig. 39 に示すように一般的なビームライン機器には必要ない特徴も備え、標的の周囲の電磁石は全体的に大型化している。また、周囲への放射線の影響を抑えるため、標的周囲には鉄を中心とした遮蔽も多数、設置されている。このような厳しい拘束条件のなか、いかに“良い”位置にビームラインを配置するかは、施設設計の要と言える。

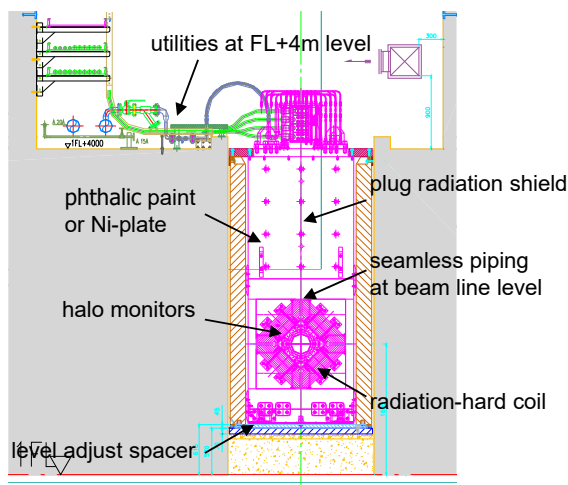


Fig. 39 典型的な電磁石の設計

6. おわりに

本著は、1 章、2 章を大学院前期課程の範囲でも理解できるよう教科書的に、3 章はミュオンを利用する実験者がビームラインに関して興味を持った際のリファレンスマニュアルとして、4 章以降は新たなビームラインの開発者のヒントになるように記述したつもりである。ただし、このような構成としたため、説明が散逸してしまった部分もあり、読みづらいと感じる方もいるかもしれないが、お許しいただきたい。読んでいただいた方のお役に立てれば、幸いである。

参考文献

- [1] 例えば、
https://en.wikipedia.org/wiki/Muon_tomography
- [2] J. Beringer *et al.*, “Review of Particle Physics”, Phys. Rev. D86 010001 (2012).
- [3] 的場史朗, 「ミュオン標的」 OHO’23
- [4] H. W. Beritini, Phys. Rev. 188 1711 (1969).
- [5] A. Boudard *et al.*, Phys. Rev. C 87 014606 (2013).
- [6] Y. Sawada *et al.*, Nucl. Inst. Meth. B 291 38 (2012).
- [7] Y. Nara *et al.*, Phys. Rev. C 61 024901 (1999); Y. Nara *et al.*, Phys. Rev. C 100 054902 (2019).
- [8] <http://geant4.cern.ch/>
- [9] N. V. Mokhov *et al.*, Technical Report Fermilab-Conf-12-635-APC, 2012.
- [10] T. Sato *et al.*, J. Nucl. Sci. Technol. 50:9 913 (2013).
- [11] K. Ishida, private communication
- [12] P. A. Pioué *et al.*, Phys. Rev. 148 1315 (1966).
- [13] The HARP Collaboration, Eur. Phys. J. C 53 177 (2008).
- [14] J. W. Norbury, “Pion Total Cross Section in Nucleon – Nucleon Collisions”, NASA/TP-2009-215953.
- [15] 柳瀬安生・植松一郎、水産講習所研究業績 第 171 号、第 173 号
- [16] A. E. Pifer *et al.*, Nucl. Inst. Meth. 135 39 (1976).
- [17] L.I. Ponomarev, Ann. Rev. Nucl. Sci. 23 495 (1973).
- [18] 例えば、
W.R. Leo, “Techniques for Nuclear and Particle Physics Experiments”, Springer-Verlag
- [19] R. Kitamura *et al.*, Phys. Rev. Accel. Beams 24 033403 (2021).
- [20] K.L. Brown *et al.*, “Transport, a Computer Program for Designing Charged Particle Beam Transport Systems”, CERN 73-16 (1973) and CERN 80-04 (1980).
- [21] http://aea.web.psi.ch/Urs_Rohrer/MyWeb/trans.htm
- [22] <https://www.muonsinc.com/Website1/G4beamline>
- [23] <https://www.3ds.com/ja/products-services/simulia/products/opera/>
- [24] K.L. Brown *et al.*, “DECAY TURTLE, a Computer Program for Simulating Charged Particle Beam Transport Systems, Including Decay Calculations”, UCERN 74-02 (1974).
- [25] Y. Tanaka *et al.*, “J-PARC ミュオン科学実験施設 D-Line 用超伝導輸送ソレノイドの設計・製作”, Proceedings of the 13th Annual Meeting of Particle Accelerator Society of Japan, PASJ2016 TUP113.
- [26] <https://www.isis.stfc.ac.uk/Pages/home.aspx>

- [27] <https://www.psi.ch/en/lmu/>
- [28] <https://cmms.triumf.ca/>
- [29] <https://www.rcnp.osaka-u.ac.jp/RCNPhome/music/>
- [30] Y. Liu *et al.*, Nucl. Inst. Meth. A 962 11 163706 (2020).
- [31] M.C. Lynch *et al.*, Physica B: Condensed Matter 326 1-4 270 (2003).
- [32] 門野良典、「ミュオンスピン回転法」共立出版 (2016)
- [33] <http://www.srim.org/>
- [34] 佐藤康太郎、「ビーム輸送の物理（入門）」OHO'07、3章
- [35] H. Matsuda *et al.*, Nucl. Inst. Meth. 103 117 (1972).
- [36] <https://www.bmtdynamics.org/cosy/>
- [37] H. Miyadera *et al.*, Nucl. Inst. Meth. A 569 3 713 (2006).
- [38] K. Nakahara *et al.*, Nucl. Inst. Meth. A 600 1 132 (2009).
- [39] <https://comet.kek.jp/>
- [40] <https://mu2e.fnal.gov/>
- [41] Y. Miyake *et al.*, AIP Conf. Proc. 1104 47 (2009).
- [42] 吉田誠/飯尾雅実、「COMET と耐放射線超伝導電磁石開発」OHO'22
- [43] 荻津透、「超伝導電磁石加速器応用全般」OHO'22
- [44] N. Kawamura *et al.*, Prog. Theor. Exp. Phys. 2018 113G01 (2018).
- [45] N. Kawamura *et al.*, Nucl. Inst. Meth. A 600 114 (2009).