

超伝導加速空洞における積層薄膜技術の原理と最前線

1. はじめに

積層薄膜構造は、土台となるバルクの超伝導体 (Σ) の上に 10 nm 程度の薄い絶縁層 (I) を挟んで 100 nm 程度の厚みの超伝導薄膜 (S) を載せた構造 (SI Σ 構造) である。 Σ はニオブ、S については Nb₃Sn や NbN、NbTiN、MgB₂ などが用いられる。超伝導加速空洞の内面にこの構造を導入することで加速性能の大幅な向上が可能になると期待されている [1-5]。

この講義テキストでは、積層薄膜構造のアイデアを「最短距離」で理解することを目指す。受講者の専門領域は様々であろうから、超伝導の予備知識は要求しない。積層薄膜構造のエッセンスは、超伝導の最も初等的な理論、ロンドン理論だけで理解できる。よって、この講義では、定性的な議論に基づくオーダー評価とロンドン理論に基づく計算だけで多くの結果を導いていく。ただし、ロンドン理論は電流による超伝導破壊の効果を含んでいない近似理論であり、ロンドン理論だけでは不十分な場合もしばしばある。したがって、超伝導の微視的理論である BCS 理論に基づくもう少し定量的な結果も同時に (天下り的に) 与えるよう努める。

本講義は、次の順で進める。まず第 2 章で、超伝導加速空洞がどういうものかを見る。しかし、「何が加速性能の限界を決めているか」や「それを克服する積層薄膜のアイデアとはどういうものか」を理解するには多少の超伝導の知識 (上で述べたロンドン理論等) が必要である。そこで、第 3 章では、空洞の話から離れて超伝導の基本事項を扱う。そして、第 4 章で超伝導積層薄膜構造について解説する。

なお、講義テキストでは「積層薄膜技術の原理と最前線」のうちの「原理」のみを扱うが、講義では理論と実験の進展を含む「最前線」にも触れる予定である。

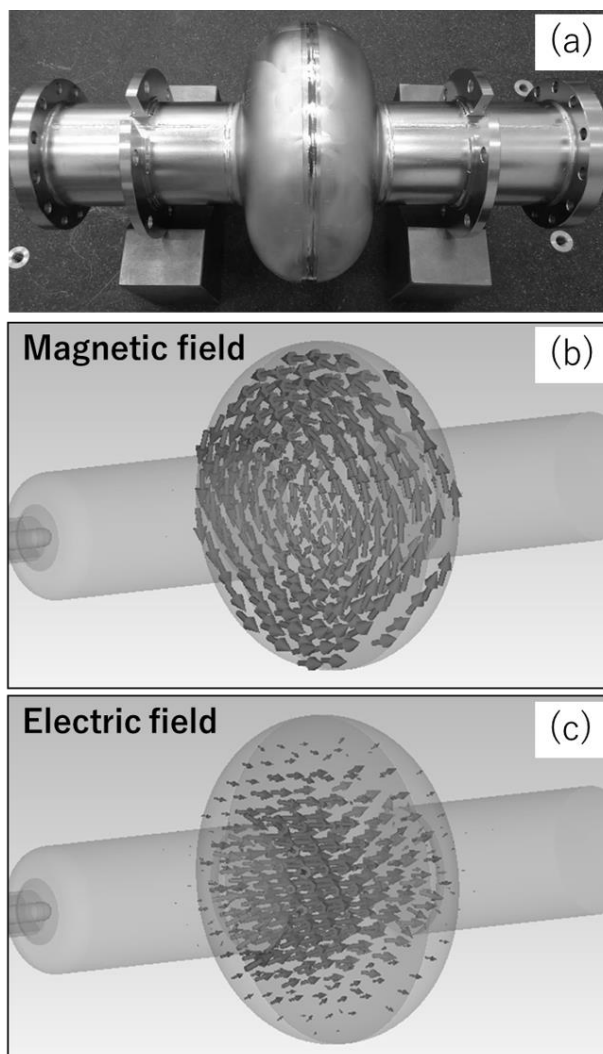


Fig. 1 1.3 GHz Tesla 形状楕円空洞の (a) 写真、(b) 磁場分布、(c) 電場分布。写真は KEK-R1 空洞のもの [6]。

2. 超伝導加速空洞概観

2.1. 超伝導加速空洞

加速空洞とは、容器にマイクロ波を入れ、その電場成分を使って荷電粒子を加速する装置である。超伝導とは、詳しくは次章で説明するが、当面の間は、物質が「超」を付けたくなる程に良い電気伝導率を示す現象だと思っておけば良い (直流では無限、マイクロ波など交流下では有限であるが、それでも数百 MHz や数 GHz 程度であれば「超」を付けるに値する伝導率を示す)。超伝導加速空洞はこれらの 2 つの言葉を組み合わせた

けであり、(少なくとも内壁が) **超伝導**を示す物質から作られた**加速空洞**のことである。

この章では超伝導加速空洞を概観する。まずは具体例を見よう。Figure 1 に電子加速用の 1.3 GHz ニオブ製 Tesla 形状楕円空洞の写真と電磁場分布(基本モード)の概略を示す。Fig. 1 (a)の写真をみると、空洞が(大雑把に言って)「楕円部分」と「ビームが通るための管(ビームパイプ)」から構成されていることが分かる。ここで写真を90度回転させて見て欲しい。楕円部分を地球だと思つと、北極と南極にビームパイプを付けた地球儀のように見える。そのため、楕円部分の真ん中に見える継ぎ目の辺りは「赤道」と呼ばれている。写真の1.3GHz空洞だと、赤道の直径は約20cmである。

Fig. 1 (b)に描かれているように、磁場は空洞の軸周りをグルグルと回っており、特に赤道周辺に沿っての磁場が大きい。また、Fig. 1 (c)に示すように電場は赤道を跨いで北半球と南半球の壁面を結ぶように走っている。

ビームパイプを通して楕円部分に入ってきた電子や陽電子は、その中の軸方向電場によって加速される。用途によって大きさや形状が全く異なる空洞が用いられるが、基本的にやっていることは同じで、電場成分を用いて荷電粒子を加速する。以下、本講義で空洞の話をする際は、Fig. 1のような形状や電磁場分布を想像していれば良い。

荷電粒子が空洞を通過する際に感じる平均電場を加速勾配(E_{acc})と呼ぶ。大きな E_{acc} を実現すれば、短い距離で粒子を加速できる。よって、ある空洞が到達できる最大の E_{acc} は、その空洞の性能を表す重要な指標となる。これはしばしば磁場の言葉で表現される。空洞の内表面マイクロ波磁場の振幅 B_0 と E_{acc} の間には比例関係

$$B_0 = gE_{acc} \quad (2-1)$$

がある。 g は空洞の設計に依存して決まる定数である。Fig. 1のようなTesla形状と呼ばれる空洞では、 $g \approx 4.3 \text{ mT}/(\text{MV}/\text{m})$ である。例えば、Tesla形状の空洞が $E_{acc} = 35 \text{ MV}/\text{m}$ に到達したとせば、内表面マイクロ波磁場の振幅が $B_0 = 150 \text{ mT}$

に到達したことを意味する(35×4.3を計算しただけ)。したがって、ある空洞の加速性能を表現する量として、その空洞が到達できる E_{acc} を用いることもあれば、 B_0 を用いることもある。どちらを用いても良いが、加速性能を究極的に制限するのは内表面マイクロ波磁場(電流)による超伝導破壊であるから、空洞性能を超伝導の観点から論ずる際は E_{acc} よりも磁場振幅 B_0 を用いる方が本質を掴みやすい。

もう一つの重要な指標が、マイクロ波損失 P の少なさに対応する量「 Q 値」で、 $Q = \omega U/P$ で与えられる。ここで $\omega = 2\pi f$ 、 f は空洞に閉じ込められている電磁場の周波数(Fig. 1の例では $f = 1.3 \text{ GHz}$)、 U は空洞に蓄えられた電磁場のエネルギーである。この式の意味は、 $P_1 = P/f$ と置くと分かりやすい。 P_1 は1周期あたりのマイクロ波損失である。よって、 $Q \sim U/P_1$ は、損失 P_1 がエネルギー U を食いつぶすのに何周期かかるかを示している。例えば、糸の先に重りを付けて作った振り子を考える。手で突っついている限り、振り子は振動を続けるが、突っつくのを止めれば数回の振動の後に静止する。仮に振り子が10回揺れたなら、 Q 値は10程度である。超伝導空洞では、その数値が 10^{10} とか 10^{11} に達する。

これら2つの指標を一つの図で同時に表現することができる。縦軸に Q 値、横軸に E_{acc} を取り、Fig. 2のようにプロットすれば良い。 E_{acc} を変え

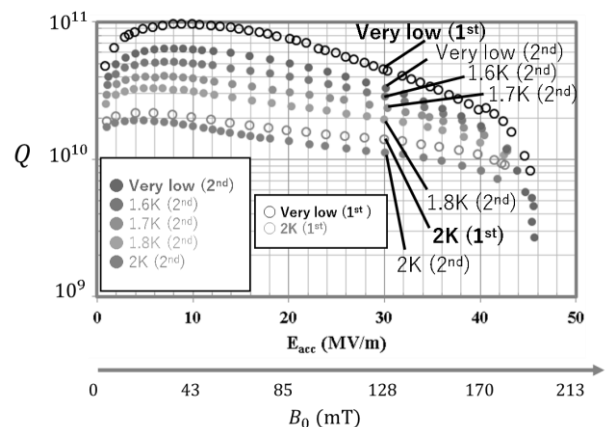


Fig. 2 超伝導加速空洞の性能を図示するために用いられるQE曲線(QB曲線)の例。データはKEK-R1空洞のもの[6]。

ながら Q 値を測定していき、 (E_{acc}, Q) をプロットしていく。これはQE曲線と呼ばれる。この図を見れば空洞性能が一目瞭然であろう。また、既に述べたように、超伝導物性の観点からは E_{acc} よりも B_0 を使う方が本質を捉えやすい。したがって、 (E_{acc}, Q) をプロットする代わりに、 (B_0, Q) をプロットする事もよく行われる。Fig. 2には、横軸に各 E_{acc} に対応する B_0 の値も書き込んである。

2.2. 現在の超伝導ニオブ空洞の技術

上で見た空洞の写真[Fig. 1 (a)]は、KEK で約10年前に内作されたニオブ空洞 (R1 空洞) である[6]。

製作手順は以下の通りである[6,7]。まず高純度ニオブのインゴットから切り出した円盤状の板材 (所謂ラージグレイン・ニオブ材) を購入→放電加工でドーナツ形状に加工→深絞りによって底に穴の開いた御椀形状に加工→御椀の淵をトリム。この御椀はハーフセルと呼ばれる。並行して、ニオブ板からロール加工でビームパイプを製作。そしてハーフセルとビームパイプは硝酸・フッ酸・リン酸の混合液を用いた化学研磨により研磨・清浄化された後、電子ビーム溶接で接続され、「ハーフセル+ビームパイプ」が作られる。これを二つ繋ぎ合わせれば写真の単セル空洞が完成する。

その後の処理は、100 μm 程度の電解研磨→真空炉中での750°C・3時間の熱処理→数 μm の電解研磨→超純水高圧洗浄→クリーンルームでの組立→48時間の低温ベーキング、という当時の標準的な方法である。詳しくは参考文献[7]のILCレシピの解説を見ると良い (なお、空洞の製作・表面処理のレビューは参考文献[7-12]や過去のOHO講義が参考になる)。

既に見た Fig. 2 のQE曲線 (QB曲線) は、このR1空洞の性能試験の結果[6]である。加速電場は $E_{acc} = 45 \text{ MV/m}$ 、磁場振幅にして $B_0 = 190 \text{ mT}$ に到達している。この B_0 の値は、10年が経過した現在から見ても最高水準の性能である。 $B_0 = 190 - 200 \text{ mT}$ が現在の空洞技術で到達できる限

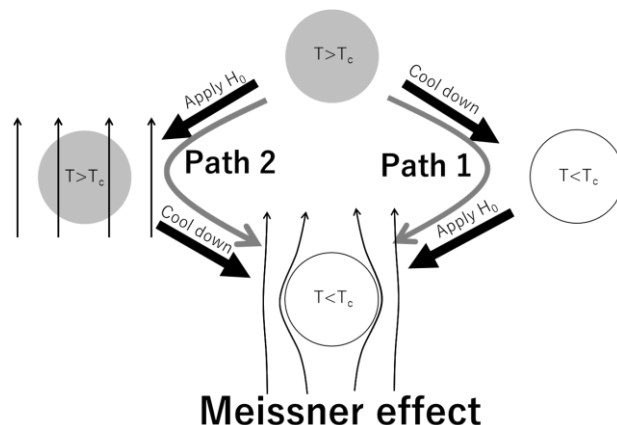


Fig. 3 マイスナー効果の概略図。

界であり、この状況は約20年に亘って変わっていない。

ここでいくつか疑問が浮かぶはずだ。例えば、①「 $B_0 = 190 - 200 \text{ mT}$ は超伝導の観点からどういう意味があるのか?」とか②「ニオブ空洞の性能の更なる向上は不可能なのか?」とか③「ニオブ以外の材料を使っても加速性能は向上しないのか?」といった疑問である。①や②の疑問に対して回答しようと思うと、少し超伝導の言葉を用いざるを得ない。例えば、下部臨界磁場 B_{c1} や過熱磁場 B_{sh} である。更に、③への回答がまさに積層薄膜構造の話であり、本講義の主題なのであるが、積層薄膜構造を理解するにも、ロンドン方程式を始めとする超伝導の基本事項を知っておく必要がある。したがって、次章では超伝導の基本を、超伝導の予備知識を想定せずに、最短距離で学ぶことにする。

3. 超伝導の基本と空洞性能の限界

3.1. マイスナー効果

多くの金属や合金を含むある種の物質を冷却していくと、ある温度 (臨界温度 T_c) を下回ったとき、「超伝導」と呼ばれる状態に移る。超伝導状態になると、その内部から磁束を完全に排除するようになるとともに、直流電気抵抗がゼロになる。物質の温度 T が $T < T_c$ のときに実現される超伝導状態に対し、 $T > T_c$ の状態を常伝導状態と言って区別する。

磁束を完全に排除する現象はマイスナー効果と呼ばれる。この現象をもう少し詳しく見るため、Figure 3 の Path 1 と Path 2 を考える。Path 1 では常伝導状態 ($T > T_c$) からゼロ磁場下で冷却して超伝導状態 ($T < T_c$) にし、それから磁場を印加する。そうすると一番下の絵のように磁束が排除される。一方、Path 2 では、常伝導状態 ($T > T_c$) のうちから外部磁場を印加してあり、磁束が物質を貫いている。これを冷却していき超伝導状態 ($T < T_c$) にすると、やはり、一番下の絵のように磁束が排除される。温度を下げてから磁場をかけても、磁場をかけてから温度を下げて、最後の温度と磁場が同じなら同じ状態が実現されるのである。この現象は、超伝導状態を単に電気抵抗ゼロの完全導体の状態と考えることでは説明できない（仮に超伝導状態を $T < T_c$ で完全導体に転移する現象だと思えば、path 1 はレンツの法則により実現されるが、path 2 は起こり得ない）。

3.2. 超伝導電流とロンドン方程式

超伝導のエッセンスはクーパー対である。クーパー対は、電子間に（従来型の超伝導では、電子と格子の相互作用を介して）引力が働くことで生じる。電子はクーパー対を形成することで、結合エネルギー $\Delta \sim k_B T_c$ （BCS 理論においては $\Delta = 1.76 k_B T_c$ ）だけエネルギーを安定化させ、クーパー対の波動関数へと凝縮していく。これさえ認めることにすれば（超伝導のことを知らなくとも）大雑把な現象論的議論から様々な事実を導き出すことができる（以下の多くの議論で文献[13]が大変参考になる）。

クーパー対の波動関数を $\psi = |\psi|e^{i\theta}$ と書こう。クーパー対の個数を N_c とすると、 $\int |\psi|^2 d^3r = N_c$ である。簡単のため、 $|\psi|$ は超伝導体中の至る所で一定であるとすると（ V を体積として）、 $|\psi|^2 V = N_c$ 、すなわち、 $|\psi|^2 = N_c/V = n_c = n_s/2$ である。ここで、 n_c はクーパー対の密度、 $n_s = 2n_c$ は超伝導電子の密度である。このとき、運動量演算子 $\hat{p} = (\hbar/i)\nabla - q\mathbf{A}$ を用いることで、電流密度 $\mathbf{J} = (q/2M)(\psi^* \hat{p}\psi + c.c) = -(n_c q^2/M)[\mathbf{A} - (\hbar/q)\nabla\theta]$

が得られる。ただし、 $q = -2e$ はクーパー対の電荷（ $-e$ は電子の電荷）、 $M = 2m$ はクーパー対の質量（ m は電子質量）である。ここで、ロンドン長を

$$\lambda = \sqrt{\frac{M}{\mu_0 n_c q^2}} = \sqrt{\frac{m}{\mu_0 n_s e^2}} \quad (3-1)$$

で定義すると（ここで λ が長さの次元を持つことを確認して欲しい）、上式は

$$\mathbf{J} = -\frac{1}{\mu_0 \lambda^2} \left(\mathbf{A} - \frac{\hbar}{q} \nabla\theta \right) \quad (3-2)$$

となる。両辺に rot 演算子を作用させて、

$$\Delta \mathbf{B} = \frac{1}{\lambda^2} \mathbf{B} \quad (3-3)$$

が得られる。これはロンドン方程式と呼ばれ、前節で見たマイスナー効果を表現している。更に \mathbf{B} が分かれば、アンペールの法則（ $\text{rot } \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{j}$ ）を使うことで遮蔽電流の分布を計算できる。ロンドン長 λ は超伝導物質や不純物の量に依存する。例えば、高純度の Nb であれば $\lambda = 40\text{nm}$ 程度である。

ロンドン方程式は、BCS 理論からも導かれる、すなわち、微視的な議論によって正当化される方程式である。ただし、遮蔽電流が超伝導を破壊する程に強い場合には（後で説明する対破壊電流に匹敵するほど強い場合には）、電流による超伝導破壊によって λ が電流に依存するようになり、ロンドン方程式が使えなくなる。これは非線形マイスナー効果と呼ばれる現象（例えば[5]参照）であるが、多くの場合、無視して支障はない。

ロンドン方程式がマイスナー効果を記述していることを見るため、簡単な例を考えよう。Fig. 4 のように $x \geq 0$ の空間に無限に広がる超伝導体に z 方向の磁場 ($B_x = B_y = 0$ かつ $B_z \neq 0$) が印加されている状況を考える。 B_z は超伝導体の表面からの深さ x にのみ依存するから $B_z = B(x)$ と書く。(3-3) のロンドン方程式は、一次元のロンドン方程式 $d^2 B/dx^2 = B/\lambda^2$ に帰着する。解は $B = C e^{-x/\lambda} + D e^{x/\lambda}$ と書けるが、境界条件として $B(\infty)$ が発散しないことと $B(0) = B_0$ を要求すれば、

$$B = B_0 e^{-x/\lambda} \quad (3-4)$$

となる。更にアンペールの法則より、 $J_x = J_z = 0$ 、

$$J_y(x) = \frac{B_0}{\mu_0 \lambda} e^{-x/\lambda} \quad (3-5)$$

が得られる。つまり、磁場も遮蔽電流（ \propto 磁場）も、超伝導体の表面から λ 程度の深さにのみ存在

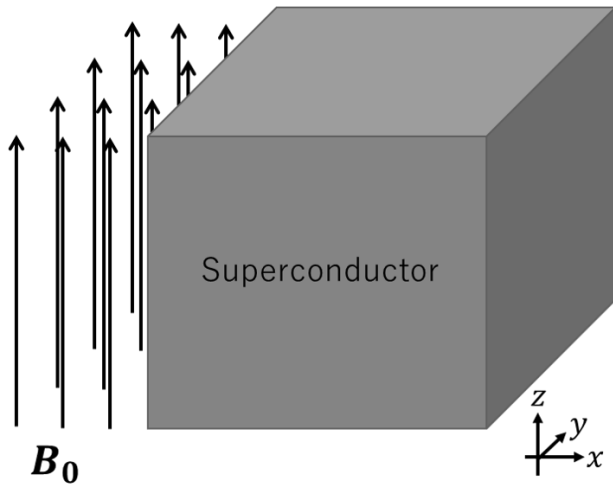


Fig. 4 半無限領域 ($x \geq 0$) を占める超伝導体。表面は $x = 0$ 。印加磁場は z 方向を向いている。

するということである。既に述べたとおり、BCS理論によれば、磁場を強くしていくと非線形マイスナー効果が現れるが、その場合の磁場分布や電流分布は、例えば、参考文献[5]を見ると良い。

3.3. 磁束の量子化

穴の開いた超伝導体を考え、穴の周囲を一周する経路 C を考える (Fig. 5)。前節の議論から、超伝導体の内部では磁束と電流がゼロであるから、 C が表面から離れている場合 (λ よりも十分に深い場合) には C 上で $\mathbf{J} = \mathbf{0}$ である。電流密度 \mathbf{J} は式 (3-2) で与えられることを思い出すと、 C に沿っての線積分 $\oint_C \mathbf{A} \cdot d\mathbf{l} = (\hbar/q) \oint_C \nabla\theta \cdot d\mathbf{l}$ が成立する。左辺は $\text{rot } \mathbf{A} (= \mathbf{B})$ の面積分、すなわち、 C を貫く全磁束 Φ である。一方、右辺は C に沿った波動関数の位相の変化分であり、一周すれば元に戻るから 2π の整数倍である。よって、整数 n を用いて、

$$\Phi = \frac{\hbar}{q} 2\pi n = \frac{\pi\hbar}{e} n = \phi_0 n \quad (3-6)$$

と書ける。ここで、 $\phi_0 = h/2|e| = 2.07 \times 10^{-15}$ Wb であり、磁束量子と呼ばれる。

3.4. 熱力学的臨界磁場 B_c

転移温度 T_c 以下で超伝導状態になるのは、超伝導状態の方が常伝導状態よりも熱力学的に安定、すなわち、自由エネルギーが低いからである (これは量子統計の枠組みに BCS 理論を放り込むこ

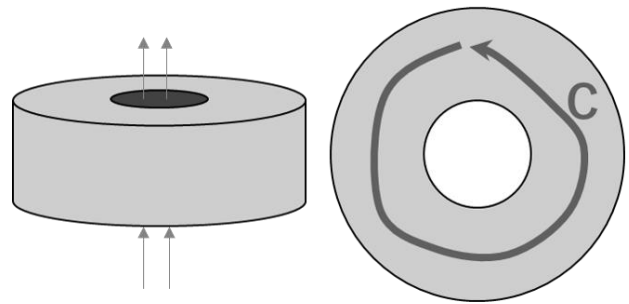


Fig. 5 リング状の超伝導体

とで示すことができる)。その差を E_c と書く。 E_c は超伝導凝縮エネルギーと呼ばれる。

ここで超伝導体に磁場をかけることを考える (参考文献[13]参照)。簡単のため、長さ L 、底面積が A の空間の中に底面積が a の円柱状の超伝導体 ($a \ll A$) を入れて軸方向の磁場を印加しているものとする。磁場はマイスナー効果によって超伝導体から外に押し出されるから、超伝導体外部の磁束密度が、 $A/(A-a) \approx 1+a/A$ 倍になる。よって、磁場のエネルギーは $(B^2/2\mu_0)[1+a/A]^2(A-a)L \approx (B^2/2\mu_0)(A+a)L$ へと増大する。円柱が常伝導の場合の磁場のエネルギー $(B^2/2\mu_0)AL$ と比較して $(B^2/2\mu_0)aL$ だけ大きい。それでもなお、超伝導凝縮エネルギーによる得 (E_c) が、磁場エネルギーの増加分を上回っていれば超伝導状態が安定である。両者が釣り合うときの磁場、すなわち、

$$B_c(T) = \sqrt{2\mu_0 E_c(T)} \quad (3-7)$$

を熱力学的臨界磁場と呼ぶ。BCS理論によると、超伝導凝縮エネルギーは $T = 0$ で $E_c(0) = (1/2)N_0\Delta_0^2$ で与えられる。これを代入すると、

$$B_c(0) = \Delta_0 \sqrt{\mu_0 N_0} \quad (3-8)$$

が得られる。 N_0 は常伝導状態におけるフェルミエネルギーでの状態密度である。また、 $T \approx T_c$ においてのみ正しい現象論的理論、ギンツブルグ・ランダウ (GL) 理論によると、

$$B_c(T)|_{T \approx T_c} = \frac{\phi_0}{2\sqrt{2\pi}\xi\lambda} \quad (3-9)$$

である。ここで、 ξ は GL コヒーレンス長と呼ばれる量で、超伝導が (部分的に、または、完全に) 破壊されている領域があった場合、その領域からどれくらい離れれば超伝導が回復するかを示す

量である。GL コヒーレンス長と BCS コヒーレンス長 ξ_0 (クーパ対の拡がり) との関係は、BCS 理論から GL 理論を導出する過程で得られ (GL 理論の導出は、例えば、参考文献[14])、clean limit ($mfp \gg \xi_0$) では、

$$\xi_{\text{clean}} = \frac{\pi}{2e^{\gamma E}} \sqrt{\frac{7\zeta(3)}{12}} \xi_0 = 0.739 \xi_0 \quad (3-10)$$

で与えられる。dirty limit ($mfp \ll \xi_0$) では

$$\xi_{\text{dirty}} = \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{\pi}{6e^{\gamma E}}} \sqrt{\xi_0 \ell} = 0.852 \sqrt{\xi_0 \ell} \quad (3-11)$$

である。要するに、 $\xi_{\text{clean}} \sim \xi_0$ と $\xi_{\text{dirty}} \sim \sqrt{\xi_0 \ell}$ である。

ここで注意すべきは、超伝導体は $B = B_c$ で必ずしも常伝導に転移しないことである。実は超伝導体は type I と type II に (type II は更に type II 1 と type II 2 に) 分けられ、 $B = B_c$ で常伝導に転移するのは、type I 超伝導だけである。一方、type II 超伝導では、 B_c よりも低い磁場 (下部臨界磁場 $B_{c1} < B_c$) から磁束の部分的な侵入が始まり、それによりエネルギーが安定化し、 B_c よりも大きい磁場 (上部臨界磁場 $B_{c2} > B_c$) まで超伝導が生き延びられる。超伝導応用において使われている材料で言えば、Ti や Al は type I であり、Nb や NbTi、Nb₃Sn、NbN、NbTiN などは type II である。

こういふと、熱力学的臨界磁場は type I でのみ定義される量だと思ってしまうかもしれないが、通常、熱力学的臨界磁場 B_c は、超伝導凝縮エネルギーを磁場に換算しただけの量だと思ふことにして、type I か type II かに依らず、(3-7)式で定義される。例えば、Nb であれば $B_c(0) \simeq 200$ mT、Nb₃Sn であれば $B_c(0) \simeq 540$ mT である。

3.5. 下部臨界磁場 B_{c1}

実用超伝導体の多くは type II であり、外部磁場を大きくしていくと、その内部に磁束を伴う糸状の常伝導領域 (渦糸と呼ばれる) の形で磁束の部分的な侵入を受け入れ、磁場のエネルギーを安定化させている。このことについて少し考えてみたい。

まず、第 3.3 節の議論を思いだそう。超伝導リング内の磁束は量子化されていることを見たが、

内部に糸状の常伝導領域を持つ超伝導体も超伝導リングと見做せるから、渦糸の磁束も $n\phi_0$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) に量子化されているはずである。

更に議論を進めよう。超伝導体内に磁束が存在する領域があったとしても、ロンドン長 λ 程度の距離で磁束密度はゼロになるから、渦糸の磁束もまたロンドン長程度の拡がりを持つことになる。よって渦糸の磁束密度は大雑把に $n\phi_0/\lambda^2$ 程度である。渦糸に伴う磁場のエネルギーは $\epsilon_{n\phi_0} = [(n\phi_0/\lambda^2)^2/2\mu_0]\lambda^2 L = n^2(\phi_0^2/2\mu_0\lambda^2)L$ となる。これより、2 磁束量子 ($2\phi_0$) を伴う渦糸のエネルギーは、 $\epsilon_{2\phi_0} = 4(\phi_0^2/2\mu_0\lambda^2)L = 4\epsilon_{\phi_0} > 2\epsilon_{\phi_0}$ であるから、2 磁束量子 ($2\phi_0$) を伴う渦糸を 1 本作るよりも、1 磁束量子 (ϕ_0) を伴う渦糸を 2 本作った方がエネルギー的に得だと分かる。したがって、渦糸の磁束は $n\phi_0$ ($n \geq 2$) ではなく、 ϕ_0 のはずである。

では、渦糸が入ることで磁場のエネルギーはどれだけ安定化するだろうか。第 3.4 節の議論を思い出そう。円柱が超伝導の場合には磁束が排除されて超伝導体外部の磁束密度が $[A/(A-a)]B$ になることは既に見た。もしも、超伝導体が磁束量子 1 個分に相当する磁束を受け入れたなら、 $\phi_0/(A-a)$ だけ超伝導体外部の磁束密度は減少する。すなわち、外部の磁束密度は $[A/(A-a)]B - \phi_0/(A-a) \simeq B(1 + a/A - \phi_0/AB)$ となる。磁場のエネルギーは、 $(B^2/2\mu_0)(1 + a/A - \phi_0/AB)^2(A-a)L \simeq (B^2/2\mu_0)(A+a)L - (B\phi_0/\mu_0)L$ となる。第一項は前節で得られた結果である。第二項 $\Delta E_M = -(B\phi_0/\mu_0)L$ は超伝導体が磁束を受け入れた結果、磁場のエネルギーが安定化したことを示している。

超伝導体が磁束を受け入れることで得する分 (ΔE_M) と損する分 (ϵ_ϕ) があるが、磁場 B を強くしていった両者が釣り合う ($\Delta E_M + \epsilon_\phi = 0$) とき、渦糸の侵入が始まる。これが下部臨界磁場 B_{c1} である。すなわち、

$$B_{c1} \sim \phi_0/\lambda^2 \quad (3-12)$$

である。ロンドン方程式を解くことで (もう少し) ましな ϵ_ϕ の評価ができて、その値は $\epsilon_\phi/L =$

$(\phi_0^2/4\pi\mu_0\lambda^2)\ln(\lambda/\xi)$ である。ただし、 $\lambda \gg \xi$ である。これを用いた場合、

$$B_{c1} = \frac{\phi_0}{4\pi\lambda^2} \ln \frac{\lambda}{\xi} \quad (3-13)$$

が得られる。ロンドン理論には超伝導破壊の効果は入っておらず、渦糸の芯の常伝導領域の半径として、手で GL コヒーレンス長 ξ を入れていることに注意しよう。

ついでなので上部臨界磁場 B_{c2} についても述べておく（スキップしても残りの議論で困ることはない）。下部臨界磁場を超えて更に磁場を大きくしていくと、超伝導体を貫く渦糸の本数が増大していく。渦糸の芯（半径 ξ の常伝導領域）が超伝導体全体を埋め尽くすとき、超伝導体は常伝導になる。この磁場が上部臨界磁場 B_{c2} である。すなわち、 $B_{c2} \sim \phi_0/\xi^2$ である。GL 理論を使うと $B_{c2}(T)|_{T \approx T_c} = \phi_0/2\pi\xi^2$ が得られる。因みに、 λ を小さくしていき、 $\lambda = \xi/\sqrt{2}$ となるところで、 $B_c = B_{c2}$ 、すなわち、Type I 超伝導となる。

3.6. 対破壊電流密度 J_{dp}

超伝導電流が担う運動エネルギー密度は、 $E_K = n_c(1/2)Mv_s^2 = n_s(1/2)mv_s^2$ で与えられる。ここで、 n_c はクーパー対の密度、 $n_s = 2n_c$ は超流動電子密度、 $M = 2m$ はクーパー対の質量、 m は電子質量である。次に、クーパー対の速度 v_s と電流密度 J との関係 $J = n_c q v_s$ を用いて、 E_K を電流密度 J を用いて書き換えた後、クーパー対の密度または超流動電子密度をロンドン長を使って書き換えると、 $E_K = (1/2)\mu_0\lambda^2 J^2$ を得る。この増加分が超伝導凝縮エネルギーによる得 (E_c) を上回るとき、すなわち、 $J \sim \sqrt{2E_c/\mu_0\lambda^2} = B_c/\mu_0\lambda$ となるとき、超伝導状態は不安定になる。これより、

$$J_{dp} \sim \frac{B_c}{\mu_0\lambda} \quad (3-14)$$

が分かる。GL 理論によると[15]、

$$J_{dp}(T)|_{T \approx T_c} = \left(\frac{2}{3}\right)^{3/2} \frac{B_c}{\mu_0\lambda} = 0.544 \frac{B_c}{\mu_0\lambda} \quad (3-15)$$

であるが、任意の温度で評価するには BCS 理論が必要である。特に、clean limit かつ $\lambda/\xi \gg 1$ の超伝導体の $T \rightarrow 0$ における値は[17,18]、

$$J_{dp}(0) = 0.826 \frac{B_c}{\mu_0\lambda} \quad (3-16)$$

である。また、dirty limit かつ $\lambda/\xi \gg 1$ の場合の $T \rightarrow 0$ での値は[15, 16, 17, 19]、

$$J_{dp}(0) = 0.595 \frac{B_c}{\mu_0\lambda} \quad (3-17)$$

である。

3.7. 過熱磁場 B_{sh}

超伝導体は $0 \leq B < B_{c1}$ でマイスナー状態にあるが、 $B > B_{c1}$ では渦糸状態が安定になる。しかし、 $B > B_{c1}$ であっても渦糸状態になるとは限らない。電子レンジに入れた水が、温度 $T > 100$ °C となっても必ずしも沸騰して気体（安定状態）にならず、液体（準安定状態）で居続けられる事と同様である。超伝導体は $B > B_{c1}$ でも、安定な渦糸状態ではなく、準安定状態であるマイスナー状態に居座り続けることが可能である。マイスナー状態が真に不安定な状態となる磁場を過熱磁場（superheating field） B_{sh} と呼ぶ。

再び Fig. 4 のような半無限の超伝導体を考えよう。磁場 B_0 を印加すると磁場分布は $B = B_0 e^{-x/\lambda}$ 、電流分布 $J = J_0 e^{-x/\lambda}$ （ここで、 $J_0 = B_0/\mu_0\lambda$ ）の遮蔽電流が流れる。最表面を流れる電流 J_0 が対破壊電流 J_{dp} 程度になるとき、すなわち、 $B_0 \sim B_c$ となるとき、超伝導体表面は真に不安定になる。これより、

$$B_{sh} \sim B_c \quad (3-18)$$

が分かる。ロンドン理論によると（渦糸の Bean-Livingston バリア[20]の議論から）、

$$B_{sh} = \frac{1}{\sqrt{2}} B_c = 0.71 B_c \quad (3-19)$$

が得られる。これは(3-18)より多少は解像度が上がっているが、あくまで、ロンドン理論という対破壊効果を含まない理論に基づくオーダー評価程度の意味しか持たない。ちゃんと評価するには GL 理論、または BCS 理論を使う必要がある。GL 理論によると、 $\lambda/\xi \gg 1$ の場合[21, 22, 23]、

$$B_{sh}(T)|_{T \approx T_c} = \frac{\sqrt{5}}{3} B_c = 0.745 B_c \quad (3-20)$$

であり、 $\lambda/\xi \approx 1$ の場合は[22,23]、

$$B_{sh}(T)|_{T \approx T_c} = 1.2 B_c \quad (3-21)$$

である（GL 理論は $T \approx T_c$ のみ使えることに注意）。任意の T ($0 < T < T_c$) における B_{sh} は BCS 理論を用いて計算できる。例えば、 $\lambda/\xi \gg 1$ かつ不純

物を余り含まない clean limit ($mfp \gg \xi_0$) の超伝導体の B_{sh} は、 $T \rightarrow 0$ で [17, 24, 25]、

$$B_{sh}(0) = 0.84B_c \quad (3-22)$$

である。また、 $\lambda/\xi \gg 1$ かつ不純物を沢山含む dirty limit の ($mfp \ll \xi_0$) 超伝導体の B_{sh} は、 $T \rightarrow 0$ で [19]、

$$B_{sh}(0) = 0.795B_c \quad (3-23)$$

で与えられる。

3.8. 超伝導加速空洞の加速性能の限界

ようやく空洞の加速性能の限界について述べる準備が出来た。

超伝導空洞はメイスナー状態で使用される。渦糸状態では損失が大きすぎて使用できないからだ (渦糸がマイクロ波電流で激しく振動して大きな損失を生む)。したがって、空洞のマイクロ波磁場振幅 B_0 が到達できる理論限界は、メイスナー状態が完全に不安定になる磁場「過熱磁場 B_{sh} 」であると考えられている。ただし、これはあくまで「理論限界」である。メイスナー状態が真に安定であるのは、それより低い「下部臨界磁場 B_{c1} 」未満の場合である。メイスナー状態は $B_{c1} < B_0 < B_{sh}$ の範囲においては準安定な状態である。現実の空洞が到達できる B_0 もこの範囲に収まり、 B_{sh} までは届かないと考えられる。

例としてニオブ ($T = 2\text{ K}$) を考える。下部臨界磁場は $B_{c1} = 170\text{ mT}$ である。過熱磁場は、GL 理論による結果、 $B_{sh}(T)|_{T \approx T_c} = 1.2B_c(T)|_{T \approx T_c}$ をそのまま低温 $T \rightarrow 0$ にまで外挿して $B_{sh}(2\text{ K}) \approx B_{sh}(0) = 1.2B_c(0) = 240\text{ mT}$ と見積もられている。ここで $B_c(0) = 200\text{ mT}$ を用いた。現在の Nb 空洞の技術で用意できる最良の空洞が到達できる磁場は $B_0 = 190 - 200\text{ mT}$ であり、 B_{c1} 以上 B_{sh} 未満である。ニオブの場合は、 B_{c1} も B_{sh} も、いずれの値も熱力学的臨界磁場 $B_c = 200\text{ mT}$ の前後にあるため、 B_{c1} を超えれば、もう理論限界は目前であり、 $B_0 = 190 - 200\text{ mT}$ は既に理論限界 B_{sh} に近い。あと 10% や 20% の向上は可能かも知れないが、もっと大きな B_0 を目指すなら、ニオブ以外の材料に頼るほかない。

そこで Nb_3Sn を考える。下部臨界磁場は $B_{c1} \approx 40\text{ mT}$ である。過熱磁場は前節で見た (3-22) と (3-23) を用いて、Clean limit で $B_{sh}(0) = 0.84B_c(0) = 450\text{ mT}$ 、dirty limit で $B_{sh}(0) = 0.795B_c(0) = 430\text{ mT}$ である。ここで、 $B_c(0) = 540\text{ mT}$ を用いた。すなわち、過熱磁場は $430 - 450\text{ mT}$ 程度である。 Nb_3Sn 空洞の最大到達磁場の記録は $B_0 < 100\text{ mT}$ であり、やはり、 B_{c1} 以上 B_{sh} 未満であるが、 B_{sh} は遙か彼方、雲の上である。メイスナー状態を維持したまま $B_0 > B_{c1}$ (過熱状態) に達するには、渦糸の侵入の引き金となる種々の表面欠陥 (凹凸や非超伝導物質) を極力減らさねばならない。特に、 B_{sh} に到達するには、表面積が約 1 m^2 もある超伝導空洞の表面からあらゆる欠陥をなくす必要があり、それは途方もなく難しい。 B_{sh} に到達できないのは寧ろ当然であろう。素朴に Nb_3Sn のような他の超伝導体を用いるというアプローチは (Q 値の向上には役立っても)、ニオブ以上の B_0 の実現は難しいと考えられている。過熱磁場 B_{sh} は大きい下部臨界磁場 B_{c1} が小さいためである。

現状の空洞が、 B_{sh} よりも寧ろ B_{c1} を多少超える程度の磁場振幅で制限されているという事実を考えれば、我々が知る限り最も大きな B_{c1} を持つ材料「ニオブ」を使って空洞を作ることが妥当だろう。しかし、大きな B_0 を目指す上でニオブが最良の材料であるなら、今後どのような材料を用いようと、ニオブ空洞による $B_0 \sim 200\text{ mT}$ を大幅かつ定常的に上回る技術の開発は不可能に思えてくる。この悲観的な考えを覆し、これまでの超伝導空洞が達成した最大 B_0 を大幅かつ定常的に上回る技術を開発する事が我々の長年の課題である。この課題を解決するかも知れないのが、積層薄膜構造である [1-5]。

4. 積層薄膜構造

Fig. 6 のような構造を考えよう。土台となるバルクの超伝導体 (Σ) の上に薄い絶縁層 (I) を挟んで厚み d の超伝導薄膜 (S) を載せた構造 (SI Σ 構造) である。S の厚みを d 、S と Σ のロンドン長をそれぞれ λ_S と λ_Σ とする。

S と Σ の間の絶縁層は、渦糸の侵入を止める役割がある。絶縁層があれば、S の表面から渦糸が侵入を始めたとしても、絶縁層で消えてなくなり、ただの磁束となる。 Σ に渦糸が侵入するには、 Σ の表面で改めて渦糸が生成される必要がある。更に、渦糸の総延長は S の厚み程度しかなく、それによる損失は、表面磁場が B_{sh} に匹敵する程度となって膨大な量の渦糸が生成しない限り、非常に小さいと考えられる。

大雑把な言い方をすれば、積層薄膜構造は「たとえ渦糸の侵入が始まっても殆ど損失の無い超伝導体 S で、バルクの超伝導体 Σ を保護する構造」と言える。

また、薄膜 S には最適な厚みがある[2]。下で見る通り、S は薄いほど磁場に強くなるが、薄すぎると Σ を保護できなくなる。最適な膜厚は $d \sim \lambda_s$ 程度である。以下では、ロンドン方程式を解くことでこれを確認する。

4.1. ロンドン方程式の解

ここでは簡単のため、絶縁層の厚みは無視する。ロンドン方程式は $B'' = B/\lambda_i^2$ ($i = s, \Sigma$) の 2 本である。薄膜 S は $0 \leq x < d$ を占め、バルクの超伝導体 Σ は $x > d$ を占めるものとする、各領域での磁束密度とベクトルポテンシャルは以下の一般解で書ける。 $0 \leq x < d$ で、

$$B(x) = C_1 e^{x/\lambda_s} + C_2 e^{-x/\lambda_s} \quad (4-1)$$

$$A(x) = \lambda_s (C_1 e^{x/\lambda_s} - C_2 e^{-x/\lambda_s}) \quad (4-2)$$

また、 $x > d$ では、

$$B(x) = C_3 e^{-(x-d)/\lambda_\Sigma} \quad (4-3)$$

$$A(x) = -\lambda_\Sigma C_3 e^{-(x-d)/\lambda_\Sigma} \quad (4-4)$$

と書ける（無限遠で B が発散する解は捨てた）。ベクトルポテンシャルは $\mathbf{B} = \text{rot}\mathbf{A}$ 、すなわち $B = \partial_x A$ を満たすことに注意。ここに現れた定数 C_1, C_2, C_3 は次の境界条件から定まる。最表面での値が印加磁場、すなわち、空洞のマイクロ波磁場の振幅で与えられること、

$$B(0) = B_0 \quad (4-5)$$

そして、境界 $x = d$ において磁場と電場 ($E = -\partial_t A$) が連続であること、

$$B(d_-) = B(d_+) \quad (4-6)$$

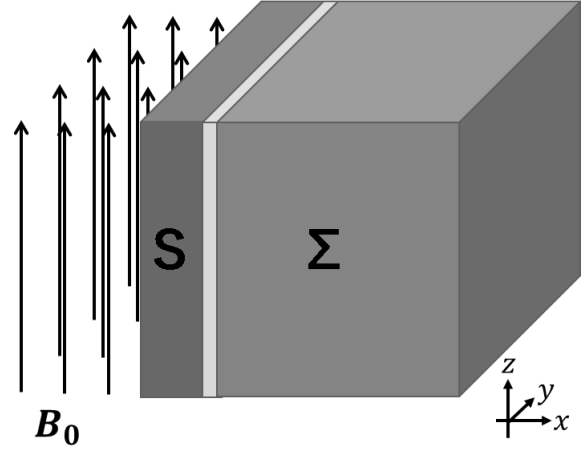


Fig. 6 積層薄膜構造。超伝導薄膜 S が絶縁層を挟んでバルクの超伝導体 Σ の上に積層されている。

$$A(d_-) = A(d_+) \quad (4-7)$$

の 3 つである。ただし、 d_- は $x = d$ の S 側、 d_+ は $x = d$ の Σ 側を表す。

これはロンドン方程式を解く良い練習になる。境界条件(4-5), (4-6) (4-7)を具体的に書き下すと、

$$B_0 = C_1 + C_2 \quad (4-8)$$

$$C_1 e^{d/\lambda_s} + C_2 e^{-d/\lambda_s} = C_3 \quad (4-9)$$

$$C_1 e^{d/\lambda_s} - C_2 e^{-d/\lambda_s} = -\frac{\lambda_\Sigma}{\lambda_s} C_3 \quad (4-10)$$

となる。(4-9)式と(4-10)式を足し引きすることで C_1 と C_2 を C_3 で表すことができる。これを(4-8)式に入れることで C_3 が定まる。最終的に解は、 $0 \leq x < d$ で、

$$B(x) = B_0 \frac{\cosh \frac{d-x}{\lambda_s} + \frac{\lambda_\Sigma}{\lambda_s} \sinh \frac{d-x}{\lambda_s}}{\cosh \frac{d}{\lambda_s} + \frac{\lambda_\Sigma}{\lambda_s} \sinh \frac{d}{\lambda_s}} \quad (4-11)$$

そして、 $x > d$ で、

$$B(x) = B_0 \frac{e^{-(x-d)/\lambda_\Sigma}}{\cosh \frac{d}{\lambda_s} + \frac{\lambda_\Sigma}{\lambda_s} \sinh \frac{d}{\lambda_s}} \quad (4-12)$$

で与えられる。因みに、両領域が同じロンドン長を持つときは、(4-11)式と(4-12)式に $\lambda_s = \lambda_\Sigma \equiv \lambda$ を代入することで $B(x) = B_0 e^{-x/\lambda}$ が得られる。また、領域 S が薄膜ではなくロンドン長と比較して十分に分厚い場合には、(4-11)式に $d \rightarrow \infty$ を代入することで $B(x) = B_0 e^{-x/\lambda_s}$ が得られる。

ここでは、簡単のため、絶縁層厚みは無視する近似を行ったが、有限の厚み d_I を考えても同様に計算できる。領域を $0 \leq x < d$ 、 $d \leq x < d + d_I$ 、

$d + d_l \leq x$ の三つの領域に分け、一般解の5つの定数を境界 $x = 0, d, d + d_l$ における5つの境界条件から定めるだけである。

4.2. 最適膜厚の存在

ここまでの結果を使うと面白いことが分かる。遮蔽電流の分布は $\text{rot}\mathbf{B} = \mu_0\mathbf{J}$ 、すなわち、 $J = -\mu_0^{-1}\partial_x B$ で与えられる ($\mathbf{B} = (0,0,B)$ 及び $\mathbf{J} = (0,J,0)$ に注意) ので、 $0 \leq x < d$ で、

$$J(x) = \frac{B_0}{\mu_0\lambda_s} \frac{\sinh\frac{d-x}{\lambda_s} + \frac{\lambda_\Sigma}{\lambda_s} \cosh\frac{d-x}{\lambda_s}}{\cosh\frac{d}{\lambda_s} + \frac{\lambda_\Sigma}{\lambda_s} \sinh\frac{d}{\lambda_s}} \quad (4-13)$$

そして、 $x > d$ で、

$$J(x) = \frac{B_0}{\mu_0\lambda_\Sigma} \frac{e^{-(x-d)/\lambda_\Sigma}}{\cosh\frac{d}{\lambda_s} + \frac{\lambda_\Sigma}{\lambda_s} \sinh\frac{d}{\lambda_s}} \quad (4-14)$$

が得られる。これより、 $J(d_-) = (\lambda_\Sigma/\lambda_s)^2 J(d_+)$ だと分かる。したがって、2つの超伝導体 S と Σ の材料を、

$$\lambda_s > \lambda_\Sigma \quad (4-15)$$

となるように選ぶことで、薄膜 S を流れる遮蔽電流を小さく抑えることができる (Fig. 7 の実線)。マイスナー状態を壊すのは印加磁場に付随する遮蔽電流であるから、遮蔽電流を抑えることが出来れば、超伝導体はより大きな印加磁場まで耐えられることになる。

薄膜 S がどれくらいの磁場に耐えられるかを見てみよう。最表面 ($x = 0$) での電流密度は

$$J(0) = \gamma_s \frac{B_0}{\mu_0\lambda_s} \quad (4-16)$$

$$\gamma_s = \frac{\sinh\frac{d}{\lambda_s} + \frac{\lambda_\Sigma}{\lambda_s} \cosh\frac{d}{\lambda_s}}{\cosh\frac{d}{\lambda_s} + \frac{\lambda_\Sigma}{\lambda_s} \sinh\frac{d}{\lambda_s}} \quad (4-17)$$

で与えられる。 $\lambda_s > \lambda_\Sigma$ の場合、 $\gamma_s < 1$ となって最表面の電流密度がファクター γ_s だけ抑えられる。よって、最表面の電流密度が薄膜 S の対破壊電流密度 $J_{dp}^{(S)}$ に達するときの磁場 ($J(0) = J_{dp}^{(S)}$ となる時の磁場) は

$$B_{\max}^{(S \text{ in } S\Sigma)} = \gamma_s^{-1} \mu_0 \lambda_s J_{dp}^{(S)} \approx \gamma_s^{-1} B_{sh}^{(S)} \quad (4-18)$$

となり、ファクター γ_s^{-1} だけ増幅される。ここで $B_{sh}^{(S)}$ は材料 S からなるバルク超伝導体の過熱磁場である。

一方、バルク部分 Σ はどれだけ磁場に耐えられるだろうか。 Σ の表面磁場は(4-12)式に $x = d$ を代入して、

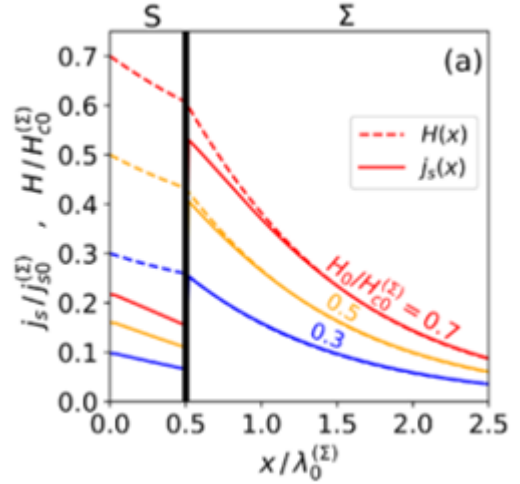


Fig. 7 積層薄膜構造における磁場分布と電流分布 (参考文献[5]の Figure 4(a)を転載)。この結果は BCS 理論に基づく数値計算であり、非線形マイスナー効果も含んでいる。

$$B(d) = \gamma_\Sigma B_0 \quad (4-19)$$

$$\gamma_\Sigma = \frac{1}{\cosh\frac{d}{\lambda_s} + \frac{\lambda_\Sigma}{\lambda_s} \sinh\frac{d}{\lambda_s}} \quad (4-20)$$

で与えられる。印加磁場 B_0 の最大値は、 Σ の表面磁場が Σ の過熱磁場 $B_{sh}^{(\Sigma)}$ に達するとき、すなわち

$$B_{\max}^{(\Sigma \text{ in } S\Sigma)} = \gamma_\Sigma^{-1} B_{sh}^{(\Sigma)} \quad (4-21)$$

に達したときである。または、保守的に考えて Σ の下部臨界磁場 $B_{c1}^{(\Sigma)}$ に達するとき、すなわち、 B_0 が $B_{\max}^{(\Sigma \text{ in } S\Sigma)} = \gamma_\Sigma^{-1} B_{c1}^{(\Sigma)}$ に達するときである。

SI Σ 構造全体として耐えられる磁場は薄膜 S とバルク Σ の弱い方で決まる。すなわち、

$$B_{sh}^{(S\Sigma)} = \min(B_{\max}^{(S \text{ in } S\Sigma)}, B_{\max}^{(\Sigma \text{ in } S\Sigma)}) \\ = \min(\gamma_s^{-1} B_{sh}^{(S)}, \gamma_\Sigma^{-1} B_{sh}^{(\Sigma)}) \quad (4-22)$$

である。(4-15)式を満たす場合、前者は d の単調減少関数、後者は d の単調増加関数であり、最適膜厚 d_{opt} は両者が一致するときの膜厚である。これは

$$d_{opt} = \lambda_s \ln u \quad (4-23)$$

$$u = \frac{\frac{B_{sh}^{(S)}}{B_{sh}^{(\Sigma)}} + \sqrt{1 + \left(\frac{B_{sh}^{(S)}}{B_{sh}^{(\Sigma)}}\right)^2 - \left(\frac{\lambda_\Sigma}{\lambda_s}\right)^2}}{1 + \lambda_\Sigma/\lambda_s} \quad (4-24)$$

で与えられる。この厚みは S と Σ の材料選択、すなわち、 $B_{sh}^{(S)}/B_{sh}^{(\Sigma)}$ と λ_Σ/λ_s に依存するが、おおよそ、 λ_s 程度である。

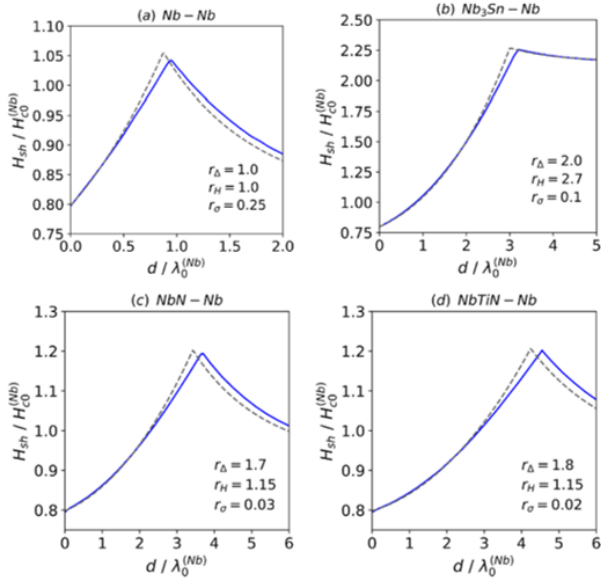


Fig. 8 積層薄膜構造に最大到達磁場の膜厚依存 (参考文献[5]の Figure 5 を転載)。点線は(4-22)より計算。実線はBCS理論に基づく数値計算で非線形マイスナー効果も含む。

Sには大きな $B_{sh}^{(S)}$ を持つ材料を選ぶのが良い。ただしニオブと同程度かそれ以上の Q 値が欲しいのでs波超伝導体から選ぶ。 $B_{sh} \propto B_c \propto \Delta \propto T_c$ であるから、大きな T_c を持つ超伝導体を選ぼう。例えば、 Nb_3Sn は最適な材料の一つである。

Σ もやはり大きな B_{sh} を持っていることが望ましいが、 B_{c1} が大きい方が良い。そうでなければ、たとえSを最適化しても Σ から渦糸の侵入が始まりクエンチへと至る可能性があるからである。よってSには、高純度のバルクニオブが適している。

例えば、Sに Nb_3Sn 、 Σ に高純度バルクニオブを用いた場合、 $B_{c1}^{(Nb)}$ 以上、 $B_{sh}^{(\Sigma)}$ (= 400 – 500 mT)未滿に到達可能であると期待される (Fig. 8にいくつかの材料について最大到達磁場の膜厚依存を示す)。現在、サンプルを用いた積層薄膜構造の実証実験が世界中で進んでいる。詳細は講義で扱う予定である。

5. おわりに

本講義テキストでは超伝導の基礎事項を定性的な議論を通じて確認したあと、積層薄膜の原理

を初等的なロンドン理論を使って説明した。テキストでは「積層薄膜技術の原理と最前線」のうちの「原理」のみを扱ったが、講義では理論と実験の進展を含む「最前線」にも触れる予定である。

参考文献

- [1] A. Gurevich, Enhancement of rf breakdown field of superconductors by multilayer coating, *Appl. Phys. Lett.* **88**, 012511 (2006).
- [2] T. Kubo, Y. Iwashita, and T. Saeki, Radio-frequency electromagnetic field and vortex penetration in multilayered superconductors, *Appl. Phys. Lett.* **104**, 032603 (2014).
- [3] A. Gurevich, Maximum screening fields of superconducting multilayer structures, *AIP Adv.* **5**, 017112 (2015).
- [4] T. Kubo, Multilayer coating for higher accelerating fields in superconducting radio-frequency cavities: a review of theoretical aspects, *Supercond. Sci. Technol.* **30**, 023001 (2017).
- [5] T. Kubo, Superheating fields of semi-infinite superconductors and layered superconductors in the diffusive limit: structural optimization based on the microscopic theory, *Supercond. Sci. Technol.* **34**, 045006 (2021).
- [6] T. Kubo, Y. Ajima, H. Inoue, K. Umemori, Y. Watanabe, and M. Yamanaka, In-house production of a large-grain singlecell cavity at cavity fabrication facility and results of performance tests, in *Proceedings of IPAC2014, Dresden, Germany* (JACoW, CERN, Geneva, 2014), p. 2519.
- [7] 久保毅幸「超伝導空洞の物理と窒素インフュージョン: 国際リニアコライダー計画の実現に向けて」*加速器* **15**, 40 (2018).
- [8] 佐伯学行「ILC 用超伝導加速空洞の量産化に向けた製造の研究」*加速器* **11**, 161 (2014).
- [9] 加古永治「超伝導空洞技術: 技術研修会 (1)」, *加速器* **13** (2016) 2-11.
- [10] 加古永治「超伝導空洞技術: 技術研修会 (2)」, *加速器* **13** (2016) 70-79.
- [11] 梅森健成「超伝導加速空洞の性能向上に向けた技術開発」*低温工学* **54**, 267 (2019).
- [12] 久保毅幸「超伝導加速空洞の物理と課題, そして性能向上への理論的示唆—新規参入の誘い—」*低温工学* **54**, 275 (2019).
- [13] 長岡洋介「低温・超伝導・高温超伝導」(丸善, 1995).

- [14] N. B. Kopnin, *Theory of Nonequilibrium Superconductivity*, (Oxford University Press, 2001).
- [15] 久保毅幸「対破壊電流密度概観」低温工学 **56**, 277 (2021).
- [16] K. Maki, On Persistent Currents in a Superconducting Alloy. I, *Prog. Theor. Phys.* **29**, 10 (1963).
- [17] F. P. Lin and A. Gurevich, Effect of impurities on the superheating field of type-II superconductors, *Phys. Rev. B* **85**, 054513 (2012).
- [18] T. Kubo, Effects of Nonmagnetic Impurities and Subgap States on the Kinetic Inductance, Complex Conductivity, Quality Factor, and Depairing Current Density, *Phys. Rev. Applied* **17**, 014018 (2022).
- [19] T. Kubo, Superfluid flow in disordered superconductors with Dynes pair-breaking scattering: Depairing current, kinetic inductance, and superheating field, *Phys. Rev. Research* **2**, 033203 (2020).
- [20] C. P. Bean and J. D. Livingston, Surface Barrier in Type-II Superconductors, *Phys. Rev. Lett.* **12**, 14 (1964).
- [21] P. V. Christiansen, Magnetic superheating of high- κ superconductors, *Solid State Commun.* **7**, 727 (1969)
- [22] L. Kramer, Stability Limits of the Meissner State and the Mechanism of Spontaneous Vortex Nucleation in Superconductors, *Phys. Rev.* **170**, 475 (1968).
- [23] M. K. Transtrum, G. Catelani, and J. P. Sethna, Superheating field of superconductors within Ginzburg-Landau theory, *Phys. Rev. B* **83**, 094505 (2011).
- [24] V. P. Galaiko, Stability Limits of the Superconducting State in a Magnetic Field for Superconductors of the Second Kind, *Sov. Phys. JETP* **23**, 475 (1966).
- [25] G. Catelani and J. P. Sethna, Temperature dependence of the superheating field for superconductors in the high- κ London limit, *Phys. Rev. B* **78**, 224509 (2008).