

誘電体アシスト型加速管

1. はじめに

一般的な高周波 (radio frequency; RF) 加速管は、常伝導加速管や超伝導加速空洞といった、主に金属のみで構成される加速構造を指す。これらに加えて、金属と誘電体の複合構造を用いた「誘電体加速管」という第三の加速管も存在する。本書では、誘電体加速管というカテゴリーに分類される「誘電体アシスト型加速管、(dielectric assist accelerating (DAA) structure)」という筆者が独自に考案し、研究開発を進めている新奇加速構造について解説する。

本書は、まず、基本的な高周波加速管（特に定在波型加速管）に必要な前提知識を概説する。その後、誘電体加速管の歴史的な変遷や問題点を解説し、誘電体アシスト型加速管の着想に至る経緯を電磁波伝搬理論に基づいて詳細に説明する。続いて、誘電体アシスト型加速管のこれまでの開発状況や現状の課題等に関して紹介する。

2. 定在波型加速管

電磁波をある金属筐体の中で共振させ、その内部に発生した共振電場を利用して荷電粒子を加速する加速管を定在波型加速管という。本講義で取り上げる誘電体アシスト型加速管は、この定在波型加速管に相当する。

定在波型加速管の基本形は、図 1 に示すような円形導波管の両端を金属平板で塞いだ円筒空洞共振器 (図 2) であり、ピルボックス空洞と呼ばれる。このピルボックス空洞内部では、両端の導体壁で電磁波の反射が起こり、ある特定の波長の電磁波だけが共振し、定在波が生じる。この共振モードの周波数は空洞形状によって決まり、それらのモードは無数に存在する。定在波型加速管の場合、円筒軸方向に電場を持つ TM (Transverse Magnetic) モードの基本モード (TM₀₁ mode) を荷電粒子の加速に利用する。本章では、このピルボックス空洞を例にとり、定在波型加速管内に励振

される電磁場モードや基本的な空洞パラメータとその基本性質について説明する。

2.1. 円形導波管内を伝搬する電磁波

円形導波管とは図 1 に示すように金属製の円筒形状をした電磁波の導波路のことをいう。円形導波管内部の電磁場モードは加速管内部の電磁場モードの基礎となっており、非常に重要である。

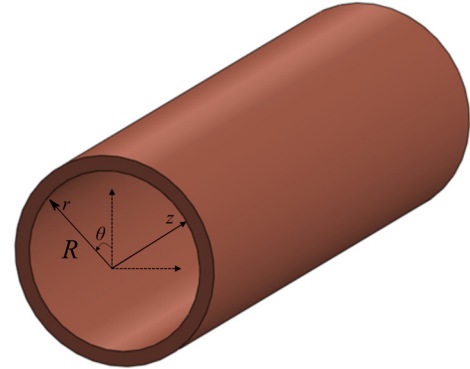


図 1: 円形導波管

図 1 に示す半径 R の円形導波管内部を伝搬する電磁波に関して述べる。まず、円筒座標系 (r, θ, z) における Maxwell 方程式を考える。ここでは、電磁波は時間因子 $e^{j\omega t}$ で、 $+z$ 軸方向に伝搬係数 γ で伝搬しているとする (つまり、 $e^{j\omega t - \gamma z}$ という因子を持っている)。まず、Faraday の法則と Ampere の法則より、以下の関係が成り立つ。

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -j\omega\mu\vec{H} \quad \dots (2.1)$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{H} = j\omega\epsilon\vec{E} \quad \dots (2.2)$$

式 (2.1)、(2.2) の左辺を円筒座標系 (r, θ, z) にて Faraday の法則と Ampere の法則より、電磁場ベクトルの各成分を整理すると以下のような円筒座標系における波動方程式が得られる。

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 E_z}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial E_z}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 E_z}{\partial \theta^2} + (\omega^2 \epsilon \mu + \gamma^2) E_z = 0 \\ \frac{\partial^2 H_z}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial H_z}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 H_z}{\partial \theta^2} + (\omega^2 \epsilon \mu + \gamma^2) H_z = 0 \end{cases}$$

一般的に、導波管内部を伝搬する電磁波は、斜交して進む二つの平面波の合成波が伝搬しているといえる。その場合、境界のない領域を伝搬する平面波 (TEM 波) と異なり、伝搬方向に磁場 (H_z)

$\neq 0$ 持つ TE 波 (Transverse Electric waves) や伝搬方向に電場 ($E_z \neq 0$) を持つ TM 波 (Transverse Magnetic waves) が存在する。本書では、特に加速モードとして関わる TM 波のみを取り扱うこととする。

TM 波は、電磁波の進行方向 (z 軸方向) に対して平行な電場成分をもち ($E_z \neq 0$)、磁場成分を持たない ($H_z = 0$) モードのことを言う。したがって、 $H_z = 0$ なので E_z に関する波動方程式を金属境界 ($r = R$) での境界条件を用いて解く。ここで、 $k_c^2 \equiv \omega^2 \epsilon \mu + \gamma^2$ と定義すると波動方程式は、以下のようになる。

$$\left(r^2 \frac{\partial^2}{\partial r^2} + r \frac{\partial}{\partial r} + k_c^2 r^2 \right) E_z = - \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} E_z \quad \dots \quad (2.3)$$

変数分離法より、 $H_z = R(r)\Theta(\theta)$ とおくと上式は以下のように変形できる。

$$r^2 \left(\frac{1}{R} \frac{\partial^2 R}{\partial r^2} + \frac{1}{rR} \frac{\partial R}{\partial r} + k_c^2 \right) + \frac{1}{\Theta} \frac{\partial^2 \Theta}{\partial \theta^2} = 0$$

ここで、定数 m^2 を用いて、以下の二つの微分方程式に分離できる。

$$\frac{\partial^2 \Theta}{\partial \theta^2} + m^2 \Theta = 0 \quad \dots \quad (2.4)$$

$$\frac{\partial^2 R}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial R}{\partial r} + \left(k_c^2 - \frac{m^2}{r^2} \right) R = 0 \quad \dots \quad (2.5)$$

式 (2.4) の一般解は、以下のような単振動の式となる。

$$\begin{aligned} \Theta(\theta) &= A \cos(m\theta) + B \sin(m\theta) \quad (m=0, \pm 1, \pm 2, \dots) \\ &= A' \cos(m\theta + \theta_0) \end{aligned}$$

A, A', B は積分定数である。 θ が 2π の整数倍だけ増減すると、 $\Theta(\theta)$ は、元の値に戻らなければならないため、 0 または、整数でなければならない。

次に、 $s \equiv k_c r$ と定義して、式 (2.5) の変数変換を行う。特に k_c が実数の場合、変数変換すると、以下のように書ける。

$$\left(\frac{\partial s}{\partial r} \right)^2 \frac{\partial^2 R}{\partial s^2} + \left(\frac{\partial s}{\partial r} \right) \frac{k_c}{s} \frac{\partial R}{\partial s} + k_c^2 \left(1 - \frac{m^2}{s^2} \right) R = 0$$

$$\therefore \frac{\partial^2 R}{\partial s^2} + \frac{1}{s} \frac{\partial R}{\partial s} + \left(1 - \frac{m^2}{s^2} \right) R = 0 \quad \dots \quad (2.6)$$

式 (2.6) の微分方程式は特に Bessel 微分方程式といい、その解は、 m 次のベッセル関数の線形結合となる。

$$R(r) = C J_m(k_c r) + D Y_m(k_c r)$$

ここで、 C, D は、積分定数である。また、 $J_m(k_c r)$ を m 次第一種 Bessel 関数 (Bessel 関数) といい、 $N_m(k_c r)$ を m 次第二種 Bessel 関数 (Neumann 関数) である。Neumann 関数 $Y_m(k_c r)$ は、 $r = 0$ で発散するため $D = 0$ となる。したがって、

$$E_z(r, \theta) = B_0 J_m(k_c r) \cos(m\theta + \theta_0) \quad \dots \quad (2.7)$$

導体壁での境界条件を考えると、 θ の値に依存せずに以下の関係が常に成り立つ必要がある。

$$E_z(r=R) \propto J_m(k_c R) = 0$$

ここで、ベッセル関数 $J_m(x)$ の n 番目の解を ρ_{mn} とすると、上式より、

$$k_c = \frac{\rho_{mn}}{R} \quad \begin{cases} m=0, 1, 2, \dots \\ n=1, 2, 3, \dots \end{cases} \quad \dots \quad (2.8)$$

という関係が成り立つ。この m, n に対応した TM 波のモードを円形導波管 TM_{mn} モードと呼ばれ、それぞれ区別される。式 (2.7)、(2.8) より、円形導波管 TM_{mn} モードの各電磁場成分を計算すると以下のように導出される。

$$E_r^{mn} = - \frac{\gamma}{k_c^2} \frac{\partial E_z}{\partial r} \quad \dots \quad (2.9)$$

$$= -B_0 \left(\frac{R}{\rho_{mn}} \right) \gamma J_m' \left(\frac{\rho_{mn}}{R} r \right) \cos(m\theta + \theta_0)$$

$$E_\theta^{mn} = - \frac{\gamma}{k_c^2} \frac{1}{r} \frac{\partial E_z}{\partial \theta} \quad \dots \quad (2.10)$$

$$= B_0 \left(\frac{R}{\rho_{mn}} \right)^2 \frac{\gamma m}{r} J_m \left(\frac{\rho_{mn}}{R} r \right) \sin(m\theta + \theta_0)$$

$$E_z^{mn} = B_0 J_m \left(\frac{\rho_{mn}}{R} r \right) \cos(m\theta + \theta_0) \quad \dots \quad (2.11)$$

$$\begin{aligned} H_r^{mn} &= \frac{1}{k_c^2} \frac{j\omega\epsilon}{r} \frac{\partial E_z}{\partial \theta} \\ &= -B_0 \left(\frac{R}{\rho_{mn}} \right)^2 \frac{j\omega\epsilon m}{r} J_m \left(\frac{\rho_{mn}}{R} r \right) \\ &\quad \times \sin(m\theta + \theta_0) \quad \dots \quad (2.12) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} H_\theta^{mn} &= -\frac{1}{k_c^2} j\omega\epsilon \frac{\partial E_z}{\partial r} \\ &= -B_0 \left(\frac{R}{\rho_{mn}} \right) j\omega\epsilon J_m' \left(\frac{\rho_{mn}}{R} r \right) \\ &\quad \times \cos(m\theta + \theta_0) \quad \dots \quad (2.13) \end{aligned}$$

$$H_z^{mn} = 0 \quad \dots \quad (2.14)$$

円形導波管内を+z 軸方向に進む波（進行波）は、伝搬条件より $\gamma = j\beta$ となり、式 (2.9) ~ (2.14) の各成分に位相 $e^{j\beta z}$ をかけたものとなる。一方で円形導波管内を-z 軸方向に進む波（後進波）は、位相成分 $e^{-j\beta z}$ をかけたものとなる。

2.2. ピルボックス空洞内の電磁場分布

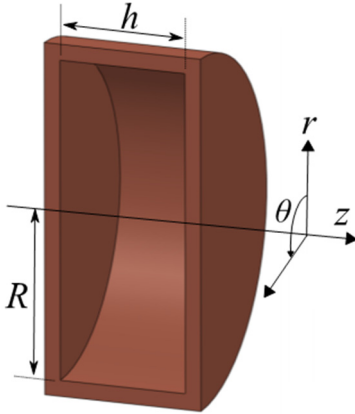


図 2：ピルボックス空洞

ピルボックス空洞内に励振される定在波の電磁場分布を考える。ここでは、前節同様に座標系として円筒軸方向を z 、動径方向を r 、軸の周りの回転角を θ とする円筒座標系を採用する。また、空洞内半径を R 、加速ギャップを h 、とし、2 枚のショート板の位置をそれぞれ、 $z=0, h$ とする。ピ

ルボックス空洞は、両端が短絡面である断面一定の円形導波管の一部と考えられる。したがって、本空洞の共振モードは円形導波管の伝搬モードを用いて表現できる。両金属端面での境界条件より、進行波と後退波和が $z=0, h$ で、 $E_r = E_\theta = 0$ となる必要がある。定在波の E_r 、 E_θ 成分は、以下のようなになる。

$$\begin{aligned} E_r^{mn} &= -2B_0 \left(\frac{R}{\rho_{mn}} \right) \beta J_m' \left(\frac{\rho_{mn}}{R} r \right) \\ &\quad \times \cos(m\theta + \theta_0) \sin(\beta z) \quad \dots \quad (2.15) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} E_\theta^{mn} &= 2B_0 \left(\frac{R}{\rho_{mn}} \right)^2 \frac{\beta m}{r} J_m \left(\frac{\rho_{mn}}{R} r \right) \\ &\quad \times \sin(m\theta + \theta_0) \sin(\beta z) \quad \dots \quad (2.16) \end{aligned}$$

$z=0$ では常に成り立つので、 $z=h$ の場合を考えると、

$$\beta = \frac{p\pi}{h} \quad (p=0, 1, 2, \dots) \quad \dots \quad (2.17)$$

以上の結果より、定在波の電磁場分布は以下のようなになる。

$$\begin{aligned} E_r^{mnp} &= -B_0' \left(\frac{R}{\rho_{mn}} \right) \frac{p\pi}{h} J_m' \left(\frac{\rho_{mn}}{R} r \right) \\ &\quad \times \cos(m\theta + \theta_0) \sin\left(\frac{p\pi}{h} z\right) \quad \dots \quad (2.18) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} E_\theta^{mnp} &= B_0' \left(\frac{R}{\rho_{mn}} \right)^2 \frac{p\pi m}{h r} J_m \left(\frac{\rho_{mn}}{R} r \right) \\ &\quad \times \sin(m\theta + \theta_0) \sin\left(\frac{p\pi}{h} z\right) \quad \dots \quad (2.19) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} E_z^{mnp} &= B_0' J_m \left(\frac{\rho_{mn}}{R} r \right) \cos(m\theta + \theta_0) \\ &\quad \times \cos\left(\frac{p\pi}{h} z\right) \quad \dots \quad (2.20) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} H_r^{mnp} &= -B_0' \left(\frac{R}{\rho_{mn}} \right)^2 \frac{j\omega\epsilon m}{r} J_m \left(\frac{\rho_{mn}}{R} r \right) \\ &\quad \times \sin(m\theta + \theta_0) \cos\left(\frac{p\pi}{h} z\right) \quad \dots \quad (2.21) \end{aligned}$$

$$H_\theta^{mnp} = -B_0' \left(\frac{R}{\rho_{mn}} \right) j\omega\epsilon J_m' \left(\frac{\rho_{mn}}{R} r \right)$$

$$\times \cos(m\theta + \theta_0) \cos\left(\frac{p\pi}{h}z\right) \quad \dots \quad (2.22)$$

$$H_z^{mnp} = 0 \quad \dots \quad (2.23)$$

この時、円筒空洞共振器の TM_{mnp} モードの共振周波数 f_{mnp} は、以下のような式であらわされる。

$$f_{mnp} = \frac{c}{2\pi} \sqrt{\left(\frac{\rho_{mn}}{R}\right)^2 + \left(\frac{p\pi}{h}\right)^2} \quad \dots \quad (2.24)$$

$$\begin{cases} m=0, 1, 2, \dots \\ n=1, 2, 3, \dots \\ p=0, 1, 2, \dots \end{cases}$$

一般的に、多くの定在波型加速空洞では、 TM_{010} モードという最低次の軸対称モードを加速に使用する。 TM_{010} モードの電磁場分布は、式 (2.18) ~ (2.23) を利用して、以下のように定義できる。

$$E_z^{010}(r) \equiv E_0 J_0\left(\frac{\rho_{01}}{R}r\right) \quad \dots \quad (2.25)$$

$$H_\theta^{010}(r) = \frac{E_0}{Z_0} J_1\left(\frac{\rho_{01}}{R}r\right) e^{j\frac{\pi}{2}} \quad \dots \quad (2.26)$$

$$\left(Z_0 \equiv \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}}\right)$$

$$E_r^{010} = E_\theta^{010} = H_r^{010} = H_z^{010} = 0 \quad \dots \quad (2.27)$$

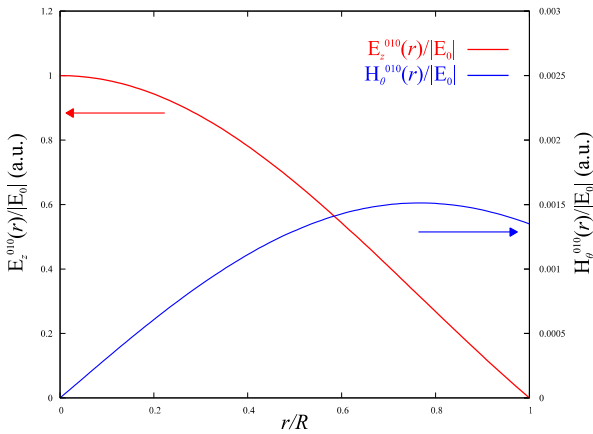


図 3：ピルボックス空洞内の TM_{010} モードの電磁場成分

ここで、 Z_0 は、電磁波の特性インピーダンスを表している。加速モードの電磁場を見ると、 H_θ^{010} の $e^{j\pi/2}$ より、電場と磁場の位相が 90° ずれているこ

とがわかる。 TM_{010} モードの E_z, H_θ をそれぞれ r の関数として 2 次元プロットを計算すると、以下の図 3 のようになる。

また、図 4 は、ピルボックス空洞内に励振される TM_{010} モードの 3 次元電磁場分布を示す。図 3 より、 TM_{010} モードの z 軸方向電場はビーム軸上 ($r=0$) で最大となるため、ビーム加速には適している。また、ビーム軸上で回転磁場が 0 であるため、ビーム軸上を運動する荷電粒子は横方向の力を受けない。

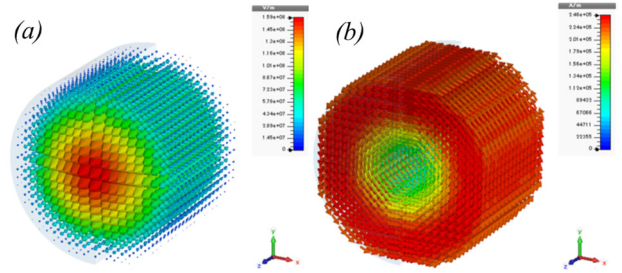


図 4：ピルボックス空洞の TM_{010} モードの電磁場分布。(a) 電場分布。(b) 磁場分布。

2.3. 共振周波数 (Resonant Frequency)

ピルボックス空洞における加速モードは、 TM_{010} モードである。 TM_{010} モードの共振周波数 f_{010} は、式 (2.24) の共振条件より、 $m=0, n=1, p=0$ を代入すると、

$$f_{010} = \frac{\rho_{01}c}{2\pi R} \quad \dots \quad (2.28)$$

と計算できる。ここで、 ρ_{01} は、 J_0 の第一番目の根であり、 $\rho_{01} = 2.40483\dots$ という値をもつ。

2.4. 加速モード (Accelerating Mode)

ピルボックス空洞を用いて、光速で運動する荷電粒子を加速する場合、空洞長 h は、空洞の共振波長 λ の半波長、つまり、

$$h = \frac{\lambda}{2} = \frac{2\pi R}{\rho_{01}}$$

をとることで、最も高い加速電圧が得られる。ピルボックス空洞が複数個連なった連成空洞の場合、空洞長 $h = \lambda/2$ に設計することで、隣り合う各空洞の位相差が π となる。このような、定在波型

連成空洞を一般的に、 π モード定在波加速空洞という。定在波加速空洞は、空洞内を伝搬する進行波と後進波の重ね合わせである定在波を用いて荷電粒子を加速するわけであるが、特に加速セル間の位相差が π となる場合だけ、進行波と後進波ともに加速に寄与できる。そのため、 π モード定在波加速空洞は、最も高い加速効率を持つという利点がある^[1]。しかし、 π モードは、群速度が0であるため、電磁場エネルギーが空洞の長手方向に伝搬しない。したがって、予期せぬ空洞内での空洞壁損やビームローディングによる電力損失が発生すると、容易に π モード以外のモードが励振される。その結果、入力カプラーから遠ざかるにつれて電磁場の振幅減少と位相変化がもたらされ、加速効率が急激に低下する。そのため、 π モード定在波加速空洞はいくらでも空洞数を増やすことはできず、例えば PEP や PETRA で実用化されたものはセル数で5程度である^[1]。

π モード定在波加速空洞以外にも、隣り合う各空洞の位相差が $\pi/2$ となるように設計された $\pi/2$ モード定在波加速空洞がある。 $\pi/2$ モードは、 π モードと違って群速度が0でないため、加速電場の振幅・位相安定度が高い。実際に、等価回路モデルを用いた π モードと $\pi/2$ モードの振幅・位相安定度が計算され、 π モード空洞の場合、10空洞の連成空洞ですら空洞間の位相差が約 10° も発生するのに対して、 $\pi/2$ モード空洞の場合、30空洞の連成空洞でも空洞間の位相差が 0.1° 以下という高い位相安定性を持つことが示されている^[2]。そのため、長尺の定在波加速空洞を開発する場合は、 $\pi/2$ モードにする必要がある。

近年では、超精密6軸ミリング装置による製造技術が成熟し、導波管や加速管をメートル級で一体加工することが可能となってきた。そのため、各連成空洞同士は、高周波的には接続せずに、加速管の側壁に導波管を平行に設けて、空洞毎に導波管から高周波電力を供給する Distributed Coupling Accelerator Structures という構造が考案され、 π モードの定在波加速管で20 cellの加速管の製作に成功している^[3]。

2.5. 蓄積エネルギー (Stored Energy)

空洞内に蓄積される電磁場エネルギーは、その空洞内部に励振されたモードの電場強度の2乗を体積積分、あるいは磁場強度の2乗を体積積分することによって求まる。したがって、蓄積エネルギー U は、式(2.25)を利用して、以下のように求まる。

$$\begin{aligned}
 U &= \frac{\epsilon_0}{2} \int_V |E|^2 dV \\
 &= \frac{\epsilon_0}{2} \int_0^{2\pi} d\theta \int_0^h dz \int_0^R E_0^2 J_0^2 \left(\frac{\rho_{01}}{R} r \right) r dr \\
 &= \frac{\epsilon_0 E_0^2}{2} 2\pi h \int_0^R J_0^2 \left(\frac{\rho_{01}}{R} r \right) r dr \\
 &= \frac{\epsilon_0 E_0^2}{2} 2\pi h \left[-\frac{r^2}{2} J_1^2 \left(\frac{\rho_{01}}{R} r \right) \right]_0^R \\
 U &= \frac{\epsilon_0 E_0^2}{2} \pi h R^2 J_1^2(\rho_{01}) \quad \dots \quad (2.29)
 \end{aligned}$$

2.6. 高周波損失 (Dissipated power / RF loss)

高周波加速空洞内では、ある周波数の電磁波が空洞の幾何形状で決まる特定の電磁場モードで共振し、その電磁場エネルギーが内部に蓄積されている。空洞内部に蓄積されている電磁波は、空洞内壁で多重に反射されて、その大部分は自由空間に存在する。しかし、その一部は空洞壁のごく表面近傍の領域に侵入し、電磁場エネルギーが高周波損失として散逸する。

導体内での電磁波の振る舞いについて考えると、良導体 ($\sigma \gg \omega\epsilon$) の場合、Maxwell 方程式から導出される電磁波の波動方程式より、

$$\nabla^2 \vec{E} - j\omega\mu\sigma\vec{E} = 0 \quad \dots \quad (2.30)$$

となる。式(2.30)より、空洞内表面に平行な電場成分 E_{\parallel} は、導体内部へ向かう電磁波の侵入方向 z' に対して、以下のような減衰項を持った解となる。

$$E_{\parallel} = E_0 e^{j\omega t} e^{-(1+j)\sqrt{\frac{\omega\mu\sigma}{2}} z'} \quad \dots \quad (2.31)$$

この電場強度が $1/e$ に減衰する深さを表皮深さ δ (Skin depth) といい、空洞内表面を流れる表面電

流が実質的に通過する表皮の厚さに相当する。表皮深さは、定義より、

$$\delta = \sqrt{\frac{2}{\omega\sigma\mu}} \quad \dots \quad (2.32)$$

となる。表皮深さ δ と、導電率 σ を用いて導体内部の電波インピーダンス Z_m を考えると、以下のように変形できる。

$$Z_m = \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon_{eff}}} = \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon - j\frac{\sigma}{\omega}}} \approx (1+j) \frac{1}{\delta\sigma}$$

したがって、空洞内壁の表面抵抗 R_s は、

$$R_s = \frac{1}{\delta\sigma} = \sqrt{\frac{\omega\mu}{2\sigma}} \quad \dots \quad (2.33)$$

となる。

次に、ピルボックス空洞の高周波損失を計算する。高周波損失は、空洞表面における接線方向の磁場について、空洞内全表面についての面積分することで求めることができる。したがって、ピルボックス空洞の TM_{010} モードの磁場 H_θ を用いて計算すると高周波損失 P_{wall} は、

$$\begin{aligned} P_{wall} &= \frac{R_s}{2} \int_s |H_\theta|^2 dS \\ &= \frac{R_s E_0^2}{2Z_0^2} \int_s J_1^2 \left(\frac{\rho_{01}}{R} r \right) dS \\ &= \frac{R_s E_0^2}{2Z_0^2} \left\{ 2 \int_0^{2\pi} d\theta \int_0^R J_1^2 \left(\frac{\rho_{01}}{R} r \right) r dr + 2\pi h R J_1^2(\rho_{01}) \right\} \\ &= \frac{R_s E_0^2}{2Z_0^2} \left\{ 4\pi \frac{R^2}{2} J_1^2(\rho_{01}) + 2\pi h R J_1^2(\rho_{01}) \right\} \\ P_{wall} &= \frac{R_s E_0^2}{Z_0^2} \pi R (R+h) J_1^2(\rho_{01}) \quad \dots \quad (2.34) \end{aligned}$$

2.7. 無負荷 Q 値 (unloaded Quality factor : Q_0)

Q 値は、共振時に空洞に蓄積されている電磁場エネルギー U と共振角周波数 ω の積を電力損失 P で割った量で定義される。つまり、

$$Q = \frac{\omega U}{P}$$

となる。特に、電力損失として空洞共振器自身の内部で消費される空洞壁損 (高周波損失) P_{wall} だ

けを考えたときの Q 値を特に、無負荷 Q 値 (unloaded Q) といい、 Q_0 で表す。したがって、ピルボックス空洞内の蓄積エネルギーと高周波損失を用いて、ピルボックス空洞の無負荷 Q を計算すると、

$$\begin{aligned} Q_0 &= \frac{2\pi f_{010} U}{P_{wall}} \\ &= \frac{\rho_{01} c}{R} \left(\frac{\varepsilon_0 E_0^2}{2} \pi h R^2 J_1^2(\rho_{01}) \right) \left(\frac{Z_0^2}{\pi R J_1^2(\rho_{01}) (R+h) R_s E_0^2} \right) \\ Q_0 &= \frac{Z_0 \rho_{01}}{2R_s} \frac{h}{(R+h)} \quad \dots \quad (2.35) \end{aligned}$$

無負荷 Q 値が高い空洞ほど内部での電磁場のエネルギーロスが少なく、効果的に電磁場エネルギーを蓄積できることを意味し、加速空洞設計において重要なパラメータの一つである。

ピルボックス空洞における無負荷 Q 値は、式 (2.35) で求められるが、その値は (1) 空洞の運転周波数 f_{010} と (2) 空洞材質の電気伝導率 σ に大きく依存する。式 (2.32)、(2.35) より、無負荷 Q 値は表面抵抗 R_s に反比例するため、 $f^{-1/2}$ に比例する。同様に、空洞材料の電気伝導率 σ に対しては、 $\sigma^{1/2}$ に比例する。図 5 は、ピルボックス空洞における無負荷 Q 値の周波数依存性について、式 (2.35) を用いて理論的に計算した結果を示している。

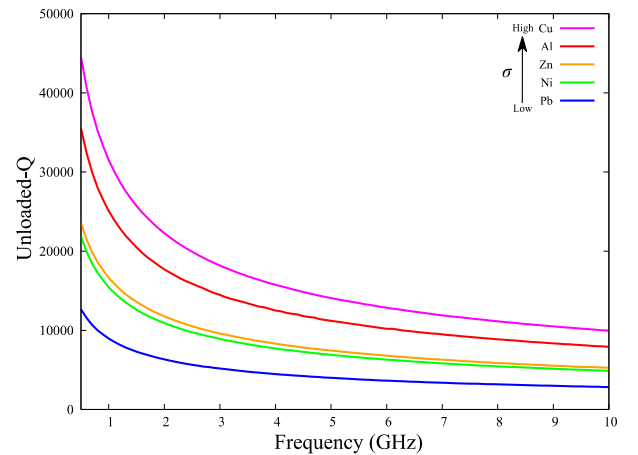


図 5: ピルボックス空洞における無負荷 Q 値の周波数依存性

ここでは、縦軸に空洞の無負荷 Q 値、横軸に空洞の運転周波数を取り、各プロットは空洞材質として、銅 (Cu)、アルミニウム (Al)、亜鉛 (Zn)、

ニッケル (Ni)、鉛 (Pb) といった電気伝導率 σ を利用して計算した。図 5 より、高い電気伝導率の金属材料を用いて低い周波数で運転可能なほど無負荷 Q 値は高くなる。

2.8. シャントインピーダンス (Shunt Impedance)

加速空洞としては、空洞への投入電力に対して、ビーム軸上に発生する実効加速電圧の割合が非常に重要である。ビームローディングがない場合、定常状態時において加速空洞への投入電力 P_{in} は、すべて空洞内壁での高周波損失 P_{wall} となって散逸する。シャントインピーダンス (Shunt Impedance: R_{sh}) とは、投入電力 P_{in} ($=P_{wall}$) に対して、発生する最大実効加速電圧 $V_{eff,max}$ の 2 乗の比で定義される物理量で、以下のように定義される。

$$R_{sh} = \frac{V_{eff,max}^2}{P_{in}} = \frac{V_{eff,max}^2}{P_{wall}} \quad \dots \quad (2.36)$$

一般化すると、式 (2.36) の定義より、以下の式で求められる。

$$R_{sh} = \frac{\left| \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} E_z(0,z) e^{j\omega z} dz \right|^2}{\frac{R_s}{2} \int_S |H_{\parallel}|^2 dS}$$

シャントインピーダンスは、その定義式より明らかだが、抵抗 (Ω) の次元をもつ物理量である。式 (2.36) の定義より、ある目標となる加速電圧を得ようとした場合、シャントインピーダンスの高い加速空洞のほうが少ない投入電力でその目標値を達成することが可能である。したがって、シャントインピーダンスは、加速空洞の加速効率を決めるパラメータであり、最も重要なパラメータである。

シャントインピーダンスを議論する場合、頻繁に「単位長さあたりの」シャントインピーダンス (Z_{sh}) が用いられることが多い。単位長さあたりのシャントインピーダンス (Z_{sh}) は、以下の式で定義される。

$$Z_{sh} = \frac{V_{eff,max}^2}{P_{loss}h} = \frac{E_{acc}^2}{P_{loss}/h}$$

なお、 $E_{acc} = V_{eff,max}/h$ は加速勾配である。

次に、ピルボックス空洞のシャントインピーダンスを計算する。荷電粒子が光速 $v = c$ で運動している場合、シャントインピーダンス R_{sh} は、以下の式 (2.37) で表される。

$$R_{sh} = \frac{4Z_0^2 h^2}{\pi^3 J_1^2(\rho_{0l}) R(R+h) R_s} \quad \dots \quad (2.37)$$

また、単位長さあたりのシャントインピーダンス Z_{sh} は、同様に、以下のように記述できる。

$$Z_{sh} = \frac{4Z_0^2 h}{\pi^3 J_1^2(\rho_{0l}) R(R+h) R_s} \quad \dots \quad (2.38)$$

次に、単位長さあたりのシャントインピーダンス Z_{sh} の周波数依存性について考える。式 (2.38) より、 Z_{sh} は、空洞の運転周波数 f に対して $f^{1/2}$ に比例し、電気伝導率 σ に対しても $\sigma^{1/2}$ に比例する。したがって、高い電気伝導率の金属材料を用いて高い周波数で運転可能な加速空洞ほどシャントインピーダンスが高く、加速効率が高くなる。図 6 は、ピルボックス空洞におけるシャントインピーダンスの周波数依存性について式 (2.38) を用いて理論的に計算した結果を示している。

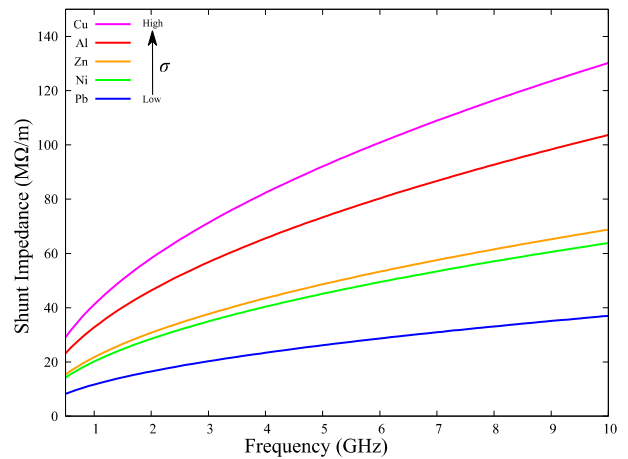


図 6: ピルボックス空洞におけるシャントインピーダンスの周波数依存性

ここでは荷電粒子の速度を光速 c の場合で計算した。縦軸に空洞の単位長さあたりのシャントイ

インピーダンス Z_{sh} ($M\Omega/m$)、横軸に空洞の運転周波数を取り、各プロットは空洞材質として、銅 (Cu)、アルミニウム (Al)、亜鉛 (Zn)、ニッケル (Ni)、鉛 (Pb) といった電気伝導率 σ を用いて計算した。

3. 誘電体加速管

高周波加速管は、金属構造のみで構成されるものが広く一般的に利用されているが、近年になって情報通信分野で新たに高品質な誘電体材料（セラミックス等）が次々と開発され、それに伴い誘電体材料を用いた高周波加速管が再検討されている。本章では、誘電体材料を用いた高周波加速管について説明する。

3.1. 同軸誘電体装荷型加速管

同軸誘電体装荷型加速管の概念図を図7に示す。同軸誘電体装荷型加速管とは、金属製円筒内に比誘電率 ϵ_r の誘電体材料からなる内径 a 、外径 b の誘電体円筒構造物を同軸となるように配置した構造をもつ。

同軸誘電体装荷型加速管の動作原理について、当該構造内を伝搬する電磁波に着目して定性的に説明する。まず、誘電体円筒内部を伝搬する電磁波というのは、誘電体材料の比誘電率 ϵ_r に応じて位相速度 v_p が自由空間を伝搬する時と比較して $\sqrt{\epsilon_r}$ 分の 1 となる。一方、当該加速管内部の自由空間においては、電磁波は evanescent 波という表面波の形で誘電体内部と同じ位相速度で伝搬するように設計されている。したがって、金属円形導波管内に誘電体円筒構造を同軸状に挿入することで遅波回路として働き、中空部分を伝搬する電磁波の位相速度を光速 c 以下に下げることができる。つまり、同軸誘電体装荷型加速管は、加速モード (TM_{01} モード) の位相速度が荷電粒子の運動速度と一致し、さらには加速管性能等が最適となるように各形状パラメータ (a, b, ϵ_r) の組み合わせが決定される、いわば進行波型加速管の一種である。

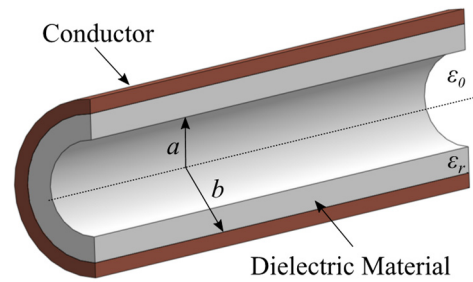


図7：同軸誘電体装荷型加速管

同軸誘電体装荷型加速管は、金属製高周波加速管と比較して優れている点がある。最も特徴的なのは、そのシンプルな構造である。前述したように、同軸誘電体装荷型加速管は、誘電体製円筒構造の周りを金属で覆っただけの構造であり、特に X-band 帯以上の超高周波帯の加速管製作においては、大きな利点である。

一般的な金属円盤装荷型高周波加速管の場合、中心に穴の開いた金属円盤を円形導波管内部に周期的に配列した構造により遅波構造として働く。この場合、隣り合うセル同士は、そのアイリス（穴）で電氣的に結合し、高周波が加速管内部を上流から下流に向かって伝搬するため、隣り合う各セル同士の加工誤差が、各セルの共振周波数や結合度に大きく影響してしまう。特に、高い運転周波数の加速管になればなるほど、電磁波の波長が短くなり、高い工作精度が要求される。例えば、近年、世界中で盛んに研究が行われている X-band 帯の進行波型加速管を例にとると、各セル $\pm 2.5 \mu\text{m}$ 以下の寸法精度と約 $10 \mu\text{m}$ 程度の組立精度が求められる^[4]。その点、DLA 構造はセル同士の結合を考慮しなくてよいため、製作しやすい加速管構造であり、また、シャントインピーダンスなど各加速管パラメータも既存の加速管と同程度の性能が見込めることから特に X-band やそれ以上の高周波数帯の加速管製作において大きな利点があると考えられる^[5,6]。

将来的に既存の高周波加速管で得られる加速電場を超えた電場強度を得ようとした場合、同軸誘電体装荷型加速管のように導体壁が誘電体で覆われたような構造は、高い耐電圧を実現できる可能性がある。一般的に、円盤装荷型加速管の場合、特にアイリス部に電界が集中し、放電の頻発

や電界電子放出に起因する暗電流の増加等が運転の際に問題となる。また、導体壁の軽微な傷や突起物等があると、その個所に電場が集中し、同様に放電や暗電流の増加が問題となるため、セルの高い寸法精度と同時に仕上げ精度が要求される。同軸誘電体装荷型加速管は、アイリス部がないためそもそもビーム軸上付近で電場が集中することはない。誘電体自体にも電場は集中しない^[7]。うえ、誘電体内部には金属と比較して自由電子がほとんどいないため、電界電子放出による暗電流が少ないといった利点が考えられる。さらに、同軸誘電体装荷型加速管と同じ加速管構造を利用した誘電体誘起波加速 (Dielectric Wakefield Acceleration, DWA) 方式において、非常に短パルスのミリ波に対してであるが 10 GV/m 以上の非常に高い加速電場の発生に成功^[8]している。

同軸誘電体装荷型加速管は、ビームの不安定性の要因となる HOM モードの抑制が容易に実現できる点も大きな利点である。高周波加速管で電子を加速する場合、バンチがビーム軸からずれた軌道を運動することによって、HOM モードのなかでも非軸対称な HEM モード (Hybrid Electromagnetic Mode) のウェーク場が励振される。この HEM モードのウェーク場は、電場・磁場の全 6 成分すべてを持つためビームが進行方向に対して垂直な方向に力を受け、加速管内でビームのエミッタンス増大 (emittance growth) やエネルギーの歪み (energy distortions)、ビームロスなどの不安定性の原因となる。特に、大電流のマルチバンチ運転のような場合、HEM モードの抑制は必須である。

同軸誘電体装荷型加速管の場合、 TM_{01} モードよりも低い周波数に HEM_{11} モードが存在するため、加速管のカットオフ周波数を HEM_{11} モードの周波数以上になるように設計することで簡単に HEM_{11} モードを除去できる。また、それ以外の高次の HEM モードに対しても非常に簡易な減衰構造を導入することで除去することができる^[5, 6]。同軸誘電体装荷型加速管の HOM 減衰 (抑制) 構造としては、図 8 に示すような DLA 構造の外導体に工夫を施した構造が提案されている^[9]。この

構造は、一般的な同軸誘電体装荷型加速管の外導体としてエポキシ樹脂で個々に絶縁された銅製ワイヤーをビーム軸に対して平行に張った構造である。外導体を電氣的に絶縁された金属ワイヤーとすることで、特に外導体表面をビーム軸方向にのみ表面電流が流れる電磁場モードのみ加速管内部に蓄積できる。つまり、加速モードである TM_{0l} モードはビーム軸方向にのみ表面電流が流れるため加速管内部に蓄積されるが、外導体表面を円周方向に表面電流が流れるような HEM モードの場合、著しく減衰され、加速管内部に存在できず、外部に放射される。この HOM 減衰構造はすでに実証実験が行われており、すでに 200 dB/m 以上の HOM の減衰効果が実現されている^[9]。以上のような原理で、DLA 構造内に誘起される HOM を簡易な構造で効果的に減衰させることができる。

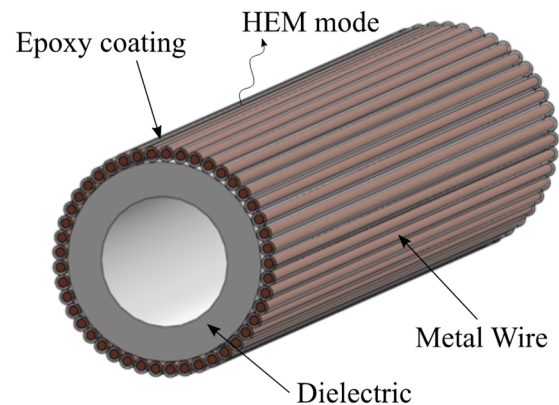


図 8 : HOM 減衰機構を有する DLA 構造

同軸誘電体装荷型加速管の最大の技術的課題は、空洞内でのマルチパクタ現象による電力損失の増加である^[10]。一般的に、誘電体表面に対して平行な高周波電場が存在する場合、一面性マルチパクタ現象が発生する^[10]。同軸誘電体装荷型加速管内部で発生するマルチパクタ現象の模式図を図 9 に示す。同軸誘電体装荷型加速管では、内部に挿入する誘電体円筒構造の材料としてアルミナセラミックス等の低誘電損失特性をもつものが採用されるが、その多くは二次電子放出係数が 1 よりも大きい。そのため、一旦、外部より電子が誘電体管の内壁に入射すると誘電体内部から 1 個以上の電子が放出され、誘電体管表面は正に帯

電する。その後、放出された二次電子は加速管の加速電場で進行方向 (z 軸方向) に加速されると同時に、径方向には正に帯電した誘電体表面から引力を受けることで、放出された二次電子が再び誘電体表面に入射される。これらのプロセスが繰り返し発生することで、電子衝撃による二次電子の数が指数関数的に増加し、加速管の電力負荷が急激に増加する。

同軸誘電体装荷型加速管では、投入電力が 100 kW 以上になってくると、このマルチパクタが発生し、MW クラスの電力を投入しても、二次電子への電力負荷が増すだけで、加速管の加速電場は十分に上げられないという現象が観測されている^[10]。このため、同軸誘電体装荷型加速管としては軸上加速電場で約 8 MV/m まで達成されたのが過去最大値となっている。

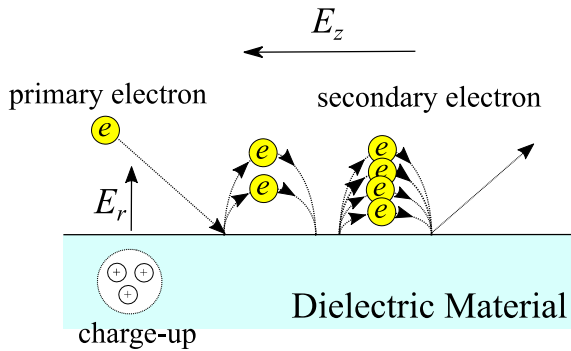


図 9：マルチパクタ現象の模式図

同軸誘電体装荷型加速管内でのマルチパクタ現象を抑制する方法として、加速管内部にソレノイド磁場を印加し、電子衝撃で発生した二次電子に対して加速管の中心軸方向へのローレンツ力を発生させ、誘電体表面の正の帯電による引力を打ち消し、二次電子の誘電体表面への再入射を防ぐ方法が考案され、実際に 10% 程度であるが加速管の透過電力を向上させることに成功している^[11]。しかしながら、同軸誘電体装荷型加速管は金属製加速管と比較すると、高い加速電場を発生させることができないという点で大きく劣っており、実用化に向けては、このマルチパクタ現象の解決が不可欠である。

3.2. 多層誘電体装荷型加速管

単層の誘電体装荷型高周波加速管の発展形と

して、多層誘電体装荷型加速管 (Multilayered Dielectric Loaded Accelerating Structure: MDLA) が提唱されている。多層誘電体装荷型加速管は、誘電率が大きく異なる 2 種類の誘電体円筒構造を金属円形導波管内部に同軸状に複数層配置した構造を持つ。図 10 は、代表的な多層誘電体装荷型加速管の断面図を示している。ここで、(a) は誘電率の高い材料からなる誘電体円筒構造の周りを誘電率の低い材料からなる誘電体円筒構造で覆った構造を持つ 2 層タイプの MDLA 構造^[12]を表し、(b) は、(a) と同様に誘電体円筒構造が径方向に 4 層配列された 4 層タイプの MDLA 構造^[13]を表す。

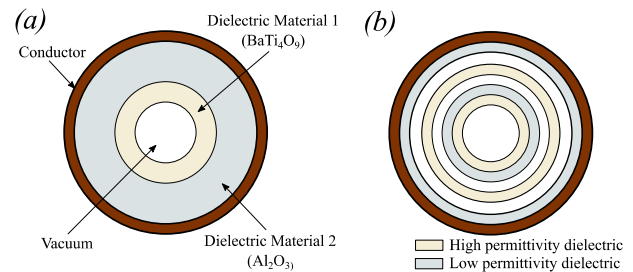


図 10：多層誘電体装荷型加速管

単層の誘電体装荷型加速管は、加速管内を伝搬する高周波の単位長さあたりの減衰率が比較的高いため、加速管の上流と下流で励振される加速電場が大きく異なり、長尺の加速管製作が困難となる。単層の誘電体加速管の減衰率が高くなるのは、加速モードである TM_{01} モードが金属導波管表面近傍に高い回転磁場を持つため、表面電流が大きくなり金属壁面での高周波損失が大きくなるのが原因である。一方、多層誘電体装荷型加速管の場合、金属製円形導波管内に複数の誘電体層を配置すると、一種の Bragg ファイバーのように、各誘電体層が反射体として振る舞うことで加速管の中心方向に高周波電力が蓄積され、結果的に金属壁面での高周波損失が減少し、加速管の減衰率が下げられるという効果がある。

図 10 (a) に示す 2 層タイプの多層誘電体装荷型加速管は、第 1 層目に誘電率の高い $BaTi_4O_9$ 製 ($\epsilon_r = 37$) 円筒構造、第 2 層目に誘電率の低い Al_2O_3 製 ($\epsilon_r = 9.7$) 円筒構造をそれぞれ同軸に配置した構造^[12]を持ち、加速モードとして TM_{03} モードを

用いるという特徴を持つ。この2層タイプの多層誘電体装荷型加速管の加速管性能に関して言えば、 BaTi_4O_9 製円筒構造を用いた TM_{01} モード単層誘電体装荷型加速管と比較して、ほぼ同じシャントインピーダンスをもち、なおかつ加速管の減衰率は $1/6$ 以下に抑えることができる^[12]。さらに、図 10 (b) に示す 4 層タイプの多層誘電体装荷型加速管に関して言えば、 TM_{01} モード単層誘電体装荷型加速管の 3 倍以上高いシャントインピーダンスと $1/10$ 以下の減衰率を実現できることが解析的な計算より示されている^[13]。

多層誘電体装荷型加速管の研究開発の動向としては、実際に 2 層タイプの MDLA 構造を試作し、低電力試験において、加速管内での高周波電力の減衰を抑制できることが実験的に示されている^[12, 13]が、高電界試験等に関しては未だに報告されていない。

3.3. フォトニック結晶加速管

高周波加速管といえば、誘電体装荷型加速管も含め、加速管外部に高周波電力が漏洩しないように加速管最外殻は金属で覆われ、その金属面で高周波を反射させることで内部に電力を蓄積させるというのが常識であった。フォトニック結晶加速管は、一般的な加速管とは異なり、フォトニック結晶という構造体を用いることで、加速管内に疑似的な共振を励振し、高周波電力を内部に局在化させるという新奇加速管である。

フォトニック結晶とは、誘電率の異なる 2 種類以上の物質（金属や誘電体）が周期的に配列され構造体^[14]であり、代表的な例としては誘電体多層膜ミラーが 1 次元フォトニック結晶に相当する。フォトニック結晶の特徴は、ある一定の周波数の電磁波や光などを結晶内から排除する能力を有しており、結晶内に存在できない周波数帯が存在する。この周波数領域をフォトニックバンドギャップといい、フォトニック結晶を構成する物質の誘電率や格子定数によって決まる。このフォトニックバンドギャップを利用すると、誘電体多層膜ミラーや誘電体導波路、誘電体共振器など高周波から光波に至るまで様々な周波数帯の電磁波を

自在に制御することができ、特にナノフォトニック構造を用いた光産業分野で盛んに研究が盛んに行われている。

図 11 は、2 次元フォトニック結晶加速管の概略図を示している。2 次元フォトニック結晶加速管は、2 枚の金属板の間に、誘電体や金属製のロッドを図 11 (a) のように周期的に配列した構造を持つ。この周期構造は、加速管の運転周波数の電磁波がフォトニックバンドギャップに含まれるように設計することで、この周期構造を通過して高周波電力が加速管外部へ漏洩する量を大幅に低減化できる。また、ビームが通過する位置のロッドを排除し、周期性を乱すことで、この欠陥部分に疑似的な共振モードが励振される。この疑似共振モードを利用してビームの加速に利用するのがフォトニック結晶加速管の動作原理である。

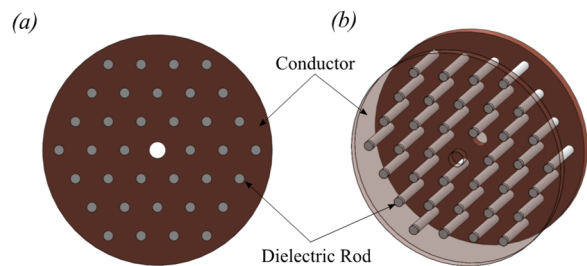


図 11：フォトニック結晶加速構造の概念図

フォトニック結晶加速管の最大の利点は、 HOM モードの減衰機構が容易に実現できる点である^[3-15]。フォトニック結晶加速管では、加速モードの高周波はフォトニック構造によってビーム軸近傍の自由空間に局在化されるが、周波数がフォトニックバンドギャップと一致しない HOM モードは、フォトニック構造内にも存在できる。そのため、フォトニック構造内の一部に吸収体を導入することで、 HOM モードのみを効果的に減衰させることができる。さらに、サファイアなどの低損失誘電体のロッドを使用することで、ロッドでの電力損失を低減化することが可能で、加速管の無負荷 Q 値を上昇させることができる^[3-16]。

金属ロッドを用いた 2 次元フォトニック結晶加速管は、マサチューセッツ工科大学にて運転周波数 17 GHz の 6 セル進行波型加速管が開発され、

実際に 35 MV/m の加速電場で電子ビームを 1.4 MeV 加速することに成功している^[17]。また、サファイアロッドを用いた 2 次元フォトニック結晶加速管も開発され、17.14 GHz にて 19 MV/m の加速電界が実現されている^[18-20]。2 次元フォトニック結晶加速管においては、誘電体と金属と真空における三重界面での放電とマルチパクタが観測され、これによって加速電界が 20 MV/m 以下に制限されている^[20]。

3.4. Hybrid Dielectric and Iris Loaded Periodic Accelerating Structure

X-band 帯の円盤装荷型進行波管は、最大で 100 MV/m を超える高電界加速が可能であるという優れた利点を持つが、高電界運転であるが故に加速管内での放電の頻発と暗電流の発生が問題となる。これらの問題を解決する方法として、円盤装荷型進行波加速管と誘電体装荷型加速管を組み合わせた、Hybrid Dielectric and Iris Loaded Periodic Accelerating Structure という加速管が提案されており^[21]、その概念図を図 12 に示す。この加速管は、加速管の内壁が誘電体で覆われているため、空洞表面での表面電場が下げられるという利点がある。実際に、電磁場シミュレーションによると、一般的な円盤装荷が進行波加速管の E_s/E_a (E_s : 空洞表面での最大表面電場、 E_a : 最大軸上加速電場) が 2 以上であるのに対して、Hybrid Dielectric and Iris Loaded Periodic Accelerating Structure は E_s/E_a を 1.01 まで低減できることが示されている^[21]。また、前述したように、誘電体は非常に放電限界が高い材料も存在するため、さらなる高電界加速の可能性が示唆されているが、原理実証研究は実施されていない。

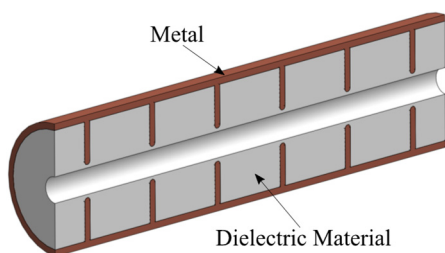


図 12 : Hybrid Dielectric and Iris Loaded Periodic Accelerating Structure の概念図

3.5. 誘電体円盤装荷型加速管

誘電体円盤装荷型加速管は、誘電体円盤を金属管内に周期的に装荷した加速構造であり、その概念図を図 13 に示す。誘電体円盤装荷型加速管は、筆者が調べる限り最も初期に開発された誘電体加速管である。誘電体円盤装荷型加速管は、1940 年代に開発が行われ、近年では、米国のアルゴンヌ国立研究所らの研究チームにより、最新の低損失誘電体材料に基づいて再検討が行われている。誘電体円盤装荷型加速管は、誘電体円盤によって各セルが分離されているが、金属円盤装荷型と異なり、誘電体円盤自体を高周波が透過するため、非常に大きな電磁結合が得られ、その結果、非常に高い群速度が得られるという特徴がある。高誘電率 ($\epsilon_r \sim 50$) および低損失 ($\tan \delta \sim 1 \times 10^{-4}$) のセラミックス材料を用いた 26 GHz 加速管で構造最適化されたモデルにおいて、高い群速度 ($0.16c$) と高いシャントインピーダンス ($\sim 208 \text{ M/m}$)、および高 Q 値 (~ 6400)^[22,23]を両立することに成功している。

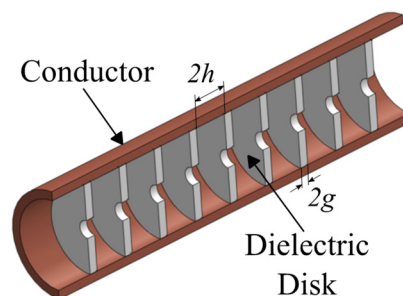


図 13 : 誘電体円盤装荷型加速管の概念図

誘電体円盤装荷型加速管は、高い群速度と高いシャントインピーダンスを両立できるため、非常に短パルスでの加速管の励振が可能である。一般的に、加速管に励振可能な加速電界の上限は、励振する RF パルス幅と強い相関が実験的に示されており、高い加速電界が得られる可能性がある。誘電体円盤装荷型加速管においても、金属-誘電体-真空の三重界面での放電が加速電界を制限していたが、接触箇所を改善し、ロウ付けではなく、クランプ式で構造を構成することで、11.7 GHz で 102 MV/m の加速電界が実現されている^[24]。

4. 誘電体アシスト型加速管の基礎

本章では、筆者らが考案した、高加速効率を有する新しい誘電体加速管として、誘電体アシスト型高周波加速構造（Dielectric Assist Accelerating Structure, DAA）について解説する。ここでは着想に至った経緯も踏まえて、2次元モデルによる理論的解析と電磁界シミュレーションによる設計方法等について紹介する。

4.1. DAA 管の基本構造

誘電体アシスト型加速管は、図 14 に示すように金属管内に低損失誘電体からなる同軸構造にアイリス付誘電体円板を周期的に装荷した構造を備え、 TM_{02p} ($p > 1$) モードという高次モードをビーム加速に利用する、誘電体装荷型の定在波加速管である。DAA 空洞の基本構造は、レギュラーセル（Regular cell）とエンドセル（End cell）という2種類のセル構造から構成される。レギュラーセルとは、ビーム軸近傍の真空中に高周波電力の大部分を蓄積し、実際に荷電粒子を加速する基本的なセルのことを指し、図 14 の赤色で示された領域の誘電体構造に相当する。エンドセルは、本加速空洞の両端に位置する金属端面表面での導体損失を低減化させるためのセル構造で、図 14 の青色で示された領域の誘電体構造に相当し、このセルで荷電粒子の加速は想定されていない。

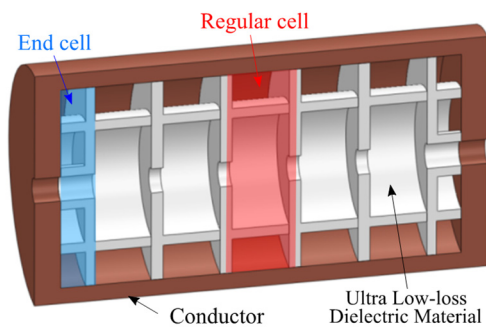


図 14：誘電体アシスト型加速管の概念図

4.2. 同軸誘電体装荷型加速管の特徴と問題点

同軸誘電体装荷型加速管は、金属円形導波管内に誘電体円筒を装荷することで高周波の位相速度を光速以下に低減することで加速管として動

作し、管内を伝搬する進行波を利用して荷電粒子を加速するわけであるが、加速に evanescent 波（誘電体管から漏れ出た表面波）を利用している。同軸誘電体装荷型加速管内での evanescent 波とは、誘電体内部を伝搬する電磁波が誘電体管壁と真空部分の境界で全反射する際に、その境界から真空領域へごくわずかに染み出す電磁波のことをいい、その強度は境界面からの距離に対して指数関数的に減衰するように振る舞う。つまり、同軸誘電体装荷型加速管内では高周波電力の大部分が誘電体内部を伝搬し、ごく僅かに真空領域へ浸み出した一部の高周波電力を用いて荷電粒子を加速していることになる。

同軸誘電体装荷型加速管内に蓄積される TM_{01} モードのエネルギー密度分布の例として、運転周波数 5.712 GHz、 $a = 5$ mm、 $b = 9.76$ mm、 $\epsilon_r = 10.0$ 、加速管の長さを一波長分としたモデルを、有限積分法による 3次元電磁界解析ソフトウェア CST Microwave Studio^[25]を用いてシミュレーションした結果を図 15 に示す。

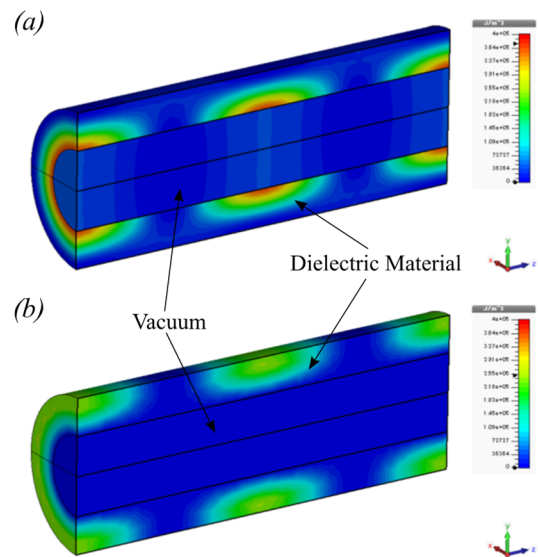


図 15：同軸誘電体装荷型加速管に蓄積される TM_{01} モードの (a) 電界、(b) 磁界のエネルギー密度分布（カラースケールは arbitrary unit）

誘電体内部に電磁波のエネルギーの大半が蓄積され、真空領域には電磁波のエネルギーがほとんど存在していないことがわかる。これでは、同軸誘電体装荷型加速管の加速効率は上がらず、高

い電力効率は期待できない。また、誘電体内での誘電損失は、誘電体材料の誘電正接と誘電体内部に蓄積されているエネルギーの積で決まるため、誘電体部分に電磁波のエネルギーが極端に蓄積される同軸誘電体装荷型加速管では、将来的に高電界運転が出来たとしても誘電体部分での局所的な加熱が問題となることが想定される。

一方で、同軸誘電体装荷型加速管の注目すべき特徴は、加速管の運転周波数が、誘電体の内外径 (a, b) と金属管の内径 c という3つの幾何学パラメータで決定する (誘電体の外径と金属管の内径が同じ場合は2つ) という点である (理論的導出については次節参照のこと)。一般的な金属製加速管の場合、特にピルボックス空洞を例にとれば、式 (2.28) に示すように加速管の運転周波数を決めると、金属管の内径 R は決まる。同軸誘電体装荷型加速管の場合、加速管のある運転周波数を実現する解は、(a, b, c) の組み合わせで決まるため、非常に多数の組み合わせが存在することになる。その結果、内部に生じる加速モードの電磁場分布は (a, b, c) の組み合わせで大きく変わるため、シンプルな構造でありながら加速管性能の選択できる幅が非常に広いという特徴を持つ。

4.3. 誘電体アシスト型加速管の2次元モデル

本節では、特に誘電体アシスト型加速管において重要な、加速管内部での電力損失について、DAA 構造に関する近似的な2次元モデルを導入し、Maxwell 方程式より導出した理論式に基づく解析計算、数値計算を行い、DAA 管の特徴について説明する。

4.3.1. 2次元モデル

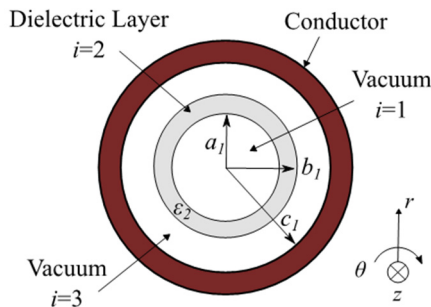


図 16 : DAA 管の2次元モデル

DAA 管のビーム軸に対して垂直な平面で切った断面図を図 16 に示す。ここでは、誘電体円筒の内径を a_1 、外径を b_1 とし、金属導体の内径 c_1 とおく。また、各真空領域と誘電体層を中心から順に $i=1, 2, 3$ とし、各領域の誘電率はこのインデックスを用いてそれぞれ ϵ_i とする (ただし、 $\epsilon_1 = \epsilon_3 = \epsilon_0$)。この2次元モデルでは、誘電体円板が装荷されていない、誘電体同軸装荷導波路内を伝搬する電磁波を考える。

円筒座標系 (r, θ, z) における電磁波の波動方程式は、以下のように書くことができる。

$$\frac{\partial^2 E_z}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial E_z}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 E_z}{\partial \theta^2} + k_i^2 E_z = 0 \quad \dots (4.1)$$

ここでは、前節で述べた通り、真空領域 ($i=1, 3$) においても真空中の光速 c よりも大きい位相速度で伝搬する電磁界モードのみを考える。つまり、波数 k'_i を一般化すると以下ようになる。

$$k'_i \equiv \sqrt{\omega^2 \epsilon_i \mu_0 - \beta^2} > 0 \quad (i=1, 2, 3) \quad \dots (4.2)$$

(補足すると、同軸誘電体装荷型加速管の場合は、真空領域において真空中の光速 c よりも小さい位相速度で伝搬する電磁界モードを取り扱う。) この式 (4.1) を変数分離法を用いて、 i 層における $+z$ 軸方向に伝搬する TM_{0n} モードの電磁界分布の一般解を求めると、以下のような式で表される。

(I) $i=1$ を伝搬する電磁波

$$E_{r,0n}^{i=1}(r, z) = \frac{j\beta}{k_1} A_1 J_1(k_1 r) e^{j(\omega t - \beta z)} \quad \dots (4.3)$$

$$E_{z,0n}^{i=1}(r, z) = A_1 J_0(k_1 r) e^{j(\omega t - \beta z)} \quad \dots (4.4)$$

$$H_{\theta,0n}^{i=1}(r, z) = \frac{j\omega \epsilon_1}{k_1} A_1 J_1(k_1 r) e^{j(\omega t - \beta z)} \quad \dots (4.5)$$

$$E_{\theta,0n}^i(r, z) = H_{r,0n}^i(r, z) = H_{z,0n}^i(r, z) = 0 \quad \dots (4.6)$$

(II) $i=2, 3$ を伝搬する電磁波

$$E_{r,0n}^i(r, z) = \frac{j\beta}{k_i} \{A_i J_1(k_i r) + B_i Y_1(k_i r)\} e^{j(\omega t - \beta z)} \quad \dots (4.7)$$

$$E_{z,0n}^i(r,z) = \{A_i J_0(k_i r) + B_i Y_0(k_i r)\} e^{j(\omega t - \beta z)} \quad \dots \quad (4.8)$$

$$H_{\theta,0n}^i(r,z) = \frac{j\omega\epsilon_i}{k_i} \{A_i J_1(k_i r) + B_i Y_1(k_i r)\} e^{j(\omega t - \beta z)} \quad \dots \quad (4.9)$$

$$E_{\theta,0n}^i(r,z) = H_{r,0n}^i(r,z) = H_{z,0n}^i(r,z) = 0 \quad \dots \quad (4.10)$$

ここで、 A_i 、 B_i はそれぞれ領域 i の電磁界の振幅強度を表す定数を意味している。また、整数 n は、半径 r 方向の節（モード）の数を意味しており、 n の値は、各境界面 (1) $r = a_1$ 境界【真空領域 ($i = 1$) - 誘電体領域 ($i = 2$)】、(2) $r = b_1$ 境界【誘電体領域 ($i = 2$) - 真空領域 ($i = 3$)】、(3) $r = c_1$ 境界【真空領域 ($i = 3$) - 金属面】での境界条件より得られる式を連立して解くことで決定される。次に、各領域での境界条件を考える。

(1) $r = a_1$ 境界

$r = a_1$ の境界面において接線方向の電磁界 (E_z , H_θ) の連続性より、以下の二式が得られる。

$$A_1 J_0(k_1 a_1) = \{A_2 J_0(k_2 a_1) + B_2 Y_0(k_2 a_1)\}$$

$$\frac{\epsilon_1}{k_1} A_1 J_1(k_1 a_1) = \frac{\epsilon_2}{k_2} \{A_2 J_1(k_2 a_1) + B_2 Y_1(k_2 a_1)\}$$

この二式をまとめ、変形すると以下に示す式 (4.11) が成立する。

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} A_2 \\ B_2 \end{pmatrix} &= \frac{1}{J_0(k_2 a_1) Y_1(k_2 a_1) - J_1(k_2 a_1) Y_0(k_2 a_1)} \\ &\times \begin{pmatrix} Y_1(k_2 a_1) & -\frac{k_2}{\epsilon_2} Y_0(k_2 a_1) \\ -J_1(k_2 a_1) & \frac{k_2}{\epsilon_2} J_0(k_2 a_1) \end{pmatrix} \\ &\times \begin{pmatrix} J_0(k_1 a_1) \\ \frac{\epsilon_1}{k_1} J_1(k_1 a_1) \end{pmatrix} A_1 \quad \dots \quad (4.11) \end{aligned}$$

(2) $r = b_1$ 境界

$r = b_1$ の境界面において接線方向の電磁界 (E_z , H_θ) の連続性より、以下の二式が得られる。

$$\begin{aligned} \{A_2 J_0(k_2 b_1) + B_2 Y_0(k_2 b_1)\} \\ = \{A_3 J_0(k_3 b_1) + B_3 Y_0(k_3 b_1)\} \end{aligned}$$

$$\frac{\epsilon_2}{k_2} \{A_2 J_1(k_2 b_1) + B_2 Y_1(k_2 b_1)\}$$

$$= \frac{\epsilon_3}{k_3} \{A_3 J_1(k_3 b_1) + B_3 Y_1(k_3 b_1)\}$$

この二式をまとめると、

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} A_3 \\ B_3 \end{pmatrix} &= \frac{1}{J_0(k_3 b_1) Y_1(k_3 b_1) - J_1(k_3 b_1) Y_0(k_3 b_1)} \\ &\times \begin{pmatrix} Y_1(k_3 b_1) & -\frac{k_3}{\epsilon_3} Y_0(k_3 b_1) \\ -J_1(k_3 b_1) & \frac{k_3}{\epsilon_3} J_0(k_3 b_1) \end{pmatrix} \\ &\times \begin{pmatrix} J_0(k_2 b_1) & Y_0(k_2 b_1) \\ \frac{\epsilon_2}{k_2} J_1(k_2 b_1) & \frac{\epsilon_2}{k_2} Y_1(k_2 b_1) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_2 \\ B_2 \end{pmatrix} \quad \dots \quad (4.12) \end{aligned}$$

となり、式 (4.11)、(4.12) をまとめると A_3 、 B_3 は A_1 を用いて以下のように表される。

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} A_3 \\ B_3 \end{pmatrix} &= \\ &M_3 M_2 M_1 \{S(b_1) \cdot R(a_1) \cdot A_1 \vec{V}_1\} \quad \dots \quad (4.13) \end{aligned}$$

式 (4.13) に含まれる関数 $R(a_1)$ 、 $S(b_1)$ 、ベクトル \vec{V}_1 、行列 M_i はそれぞれ以下ようになる。

$$R(a_1) = \frac{1}{J_0(k_2 a_1) Y_1(k_2 a_1) - J_1(k_2 a_1) Y_0(k_2 a_1)}$$

$$S(b_1) = \frac{1}{J_0(k_3 b_1) Y_1(k_3 b_1) - J_1(k_3 b_1) Y_0(k_3 b_1)}$$

$$\vec{V}_1 = \begin{pmatrix} J_0(k_1 a_1) \\ \frac{\epsilon_1}{k_1} J_1(k_1 a_1) \end{pmatrix}$$

$$M_1 = \begin{pmatrix} Y_1(k_2 a_1) & -\frac{k_2}{\epsilon_2} Y_0(k_2 a_1) \\ -J_1(k_2 a_1) & \frac{k_2}{\epsilon_2} J_0(k_2 a_1) \end{pmatrix}$$

$$M_2 = \begin{pmatrix} J_0(k_2 b_1) & Y_0(k_2 b_1) \\ \frac{\epsilon_2}{k_2} J_1(k_2 b_1) & \frac{\epsilon_2}{k_2} Y_1(k_2 b_1) \end{pmatrix}$$

$$M_3 = \begin{pmatrix} Y_1(k_3 b_1) & -\frac{k_3}{\epsilon_3} Y_0(k_3 b_1) \\ -J_1(k_3 b_1) & \frac{k_3}{\epsilon_3} J_0(k_3 b_1) \end{pmatrix}$$

(3) $r = c_1$ 境界

$r = c_1$ の境界面において、金属境界に対して接

線方向の電界成分は 0 なので、以下の関係が成り立つ。

$$A_3 J_0(k_3 c_1) + B_3 Y_0(k_3 c_1) = 0 \quad \dots (4.14)$$

したがって、式 (4.13)、(4.14) を解くことで、図 16 で示す構造内を伝搬する電磁波の分散関係が得られ、 TM_{0n} モードの電磁界分布が解析的に求まる。

4.3.2. 導体損失

金属表面での単位長さあたりの導体損失 P_{wall} を考えると、2.6 節より以下のように記述できる。

$$P_{wall} = \frac{R_s \int_S |H_\theta^{i=3}|^2 dS}{\left(\frac{\lambda_0}{2}\right)} \quad \dots (4.15)$$

$$= \frac{\pi}{2} R_s c_1 \frac{\omega^2 \epsilon_3^2}{k_3^2} \times \{A_3 J_1(k_3 c_1) + B_3 Y_1(k_3 c_1)\}^2$$

式 (4.15) を用いて、5.712 GHz の電磁波の位相定数 β が $\beta = \omega/2c$ という分散関係を満たす構造の金属面の導体損失を求めた。なお、初めに a_1 と c_1 の値を決め、上記の分散関係を満たすように b_1 の値を決定し、満たす解が存在する構造に対してのみ導体損失を計算した。

図 16 の 2 次元 DAA 構造における TM_{01} モードと TM_{02} モードの導体損失をそれぞれ計算した。図 17 (a)、(b) はそれぞれ、2 次元 DAA 構造内を伝搬する (a) TM_{01} モード、(b) TM_{02} モードの単位長さあたりの導体損失を表している。図 17 は、右のカラースケールで示した配色で金属壁での単位長さあたりの導体損失を表し、その単位は真空領域 ($i = 1$) の E_z 成分の振幅係数 A_1 によって規格化した $W \cdot m/MV^2$ を使用した。ここで、白色の領域は前提となる分散関係を満たす解が存在しないことを意味する。また、縦軸と横軸はそれぞれ、自由空間を伝搬する 5.712 GHz の電磁波の波長 λ_0 で規格化した、金属管の内径 c_1/λ_0 と誘電体円筒の内径 a_1/λ_0 をとっている。誘電体の比誘電率は、共に $\epsilon_r = 10.0$ を使用した。

図 17 より、 TM_{01} モードと TM_{02} モードの導体損失が最小となる点を比較すると、 TM_{02} モードの

導体損失 $241 W \cdot m/MV^2$ が TM_{01} モードの導体損失 $1540 W \cdot m/MV^2$ の 1/6 以下という非常に低損失伝搬特性を有していることがわかる。また、式 (2.34) より、C-band ピルボックス空洞の円筒側壁での単位長さあたり導体損失を求めると、 $P_{wall}/|A_1|^2 = 1169 W \cdot m/MV^2$ となり、C-band ピルボックス空洞と比較しても、その 1/4 以下という非常に小さい値を示す。

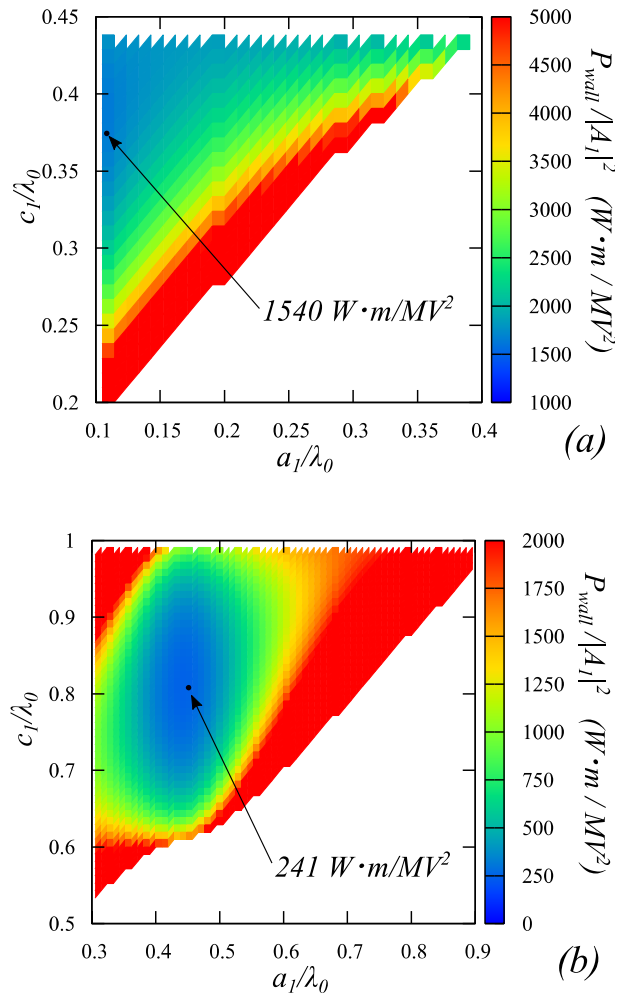


図 17：2 次元 DAA 構造内を伝搬する電磁波の単位長さあたりの導体損失。(a) TM_{01} モード (b) TM_{02} モード。

図 18 (a)、(b) はそれぞれ、構造内を伝搬する (a) TM_{01} モード、(b) TM_{02} モードの電磁波が前提となる分散関係 ($\beta = \omega_{(5.712 \text{ GHz})}/2c$) を満たす構造の形状パラメータ (a_1, b_1, c_1) の組み合わせを示している。図 18 の縦軸、横軸は、電磁波の波長 λ_0

で規格化した c_1/λ_0 と a_1/λ_0 をとり、配色によって誘電体円筒の、 λ_0 で規格化した厚み $(b_1 - a_1)/\lambda_0$ を表している。

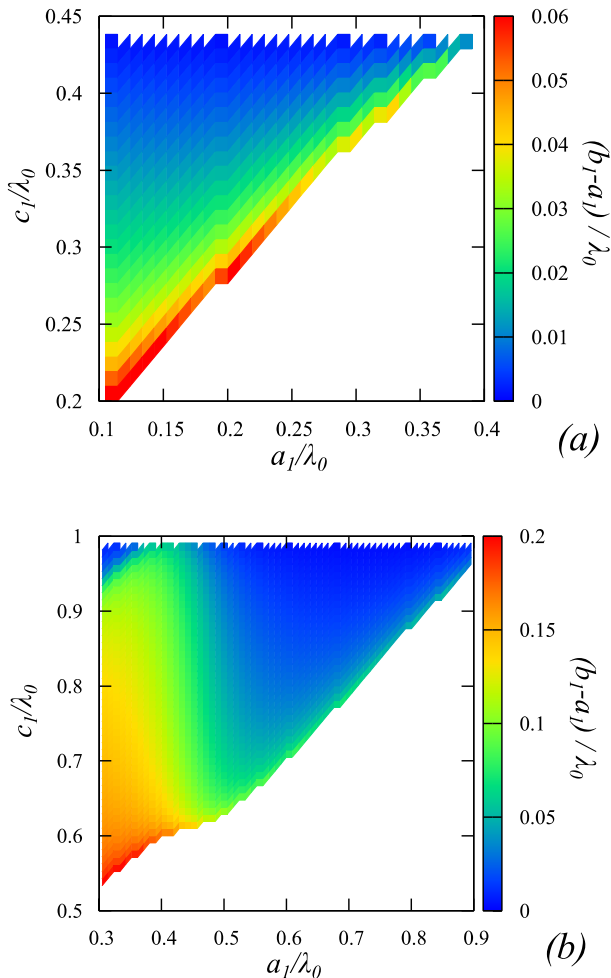


図 18 : $\beta = \omega(5.712 \text{ GHz})/2c$ を満たす 2 次元 DAA 構造の形状パラメータ。(a) TM_{01} モード (b) TM_{02} モード。

図 17 の導体損失と図 18 の形状パラメータを照らし合わせながら見ると、 TM_{01} モードの構造は、誘電体円筒の内径 a_1 が小さく、金属管の内径は比較的大きい場合に損失が小さくなることがわかる。そして、導体損失の最小値は $1540 \text{ W} \cdot \text{m}/\text{MV}^2$ であり (ただし、 $0.095 < a_1/\lambda_0 < 0.42$)、C-band ピルボックス空洞での損失と比較すると多少大きい、誘電体円筒の内径 a_1 をさらに小さくすることで、同程度の損失に抑えることは可能である。しかし、導体損失の大幅な減少を実現しようとすると、誘電体円筒内径 a_1 をさらに小さくし、誘電

体円筒の厚みをさらに薄くする必要があり、構造上の問題で実現困難である。

一方、 TM_{02} モードの導体損失は、C-band ピルボックス空洞での値と比較すると最大で 1/4 以下に低減化されるうえに構造も、 $a_1 = 23.5 \text{ mm}$ 、 $b_1 = 27.5 \text{ mm}$ 、 $c_1 = 42.5 \text{ mm}$ 、という現実的な形状で実現できる。

以上の結果から、誘電体同軸装荷導波路を真空中の光速 c よりも大きい位相速度で伝搬する TM_{02} モードは、仮に誘電体での高周波損失が 0 だと仮定すると非常に小さい導体損失で高周波を輸送することができることが示された。

4.3.3. 誘電損失

一般に、誘電体に外部電界を印加するとその電界によって誘電体内部の微視的な電気双極子が配列し、誘電体が電氣的に分極する。このような現象を誘電分極という。ここでは特に、誘電体に角周波数 ω で振動する高周波電界が印加された際に生じる誘電分極について焦点を当てて考える。高周波電界を印加することで発生する誘電分極は、瞬時にその飽和値に到達せず、その電界に対してある位相の遅れが生じる。それによって、電束密度も印加電界からわずかに位相が遅れて振動する。ここで、高周波電界として $E(t) = E_0 e^{j\omega t}$ と定義し、電束密度の位相遅れ角を δ とすると電束密度 $D(t)$ は、 $D(t) = D_0 e^{j(\omega t - \delta)}$ と定義できる。

等方性を有する誘電体の誘電率は、スカラー量で表され、特に、角周波数 ω で振動する高周波電界に対しては、常に一定ではなく ω の関数となる。この関数を誘電関数といい、 $\epsilon(\omega)$ で表現される。この誘電関数 $\epsilon(\omega)$ は、電束密度と電界の強度の間に線形関係を仮定すれば、

$$\begin{aligned} \epsilon(\omega) &\equiv \frac{D(t)}{E(t)} = \frac{D_0}{E_0} e^{-j\delta} \\ &= \frac{D_0}{E_0} \cos \delta - j \frac{D_0}{E_0} \sin \delta \end{aligned} \quad \dots \quad (4.16)$$

という複素関数で定義できる。この式 (4.16) の複素関数を一般的に複素誘電率といい、以下の式で表される^[26]。

$$\begin{aligned}\varepsilon(\omega) &\equiv \varepsilon'(\omega) - j\varepsilon''(\omega) \\ \varepsilon'(\omega) &\equiv \frac{D_0}{E_0} \cos \delta, \quad \varepsilon''(\omega) \equiv \frac{D_0}{E_0} \sin \delta \quad \dots \quad (4.17)\end{aligned}$$

電束密度が時間変化する際に、変位電流が流れる。しかも、電束密度は複素数成分を持つため、外部電界と同位相の変位電流成分が存在し、Joule熱として失われる。単位体積・単位時間当たりの誘電損失は、複素誘電率の虚数成分 $\varepsilon''(\omega)$ に比例する。その誘電損失を議論する際の指標としては、

$$\tan \delta = \frac{\varepsilon''(\omega)}{\varepsilon'(\omega)}$$

で表される誘電正接 (loss tangent) という量が頻繁に利用される。

領域 V 内の誘電損失 P_d は、以下のような式で求められる^[27]。

$$P_d = \frac{\omega}{2} \varepsilon'_r \varepsilon_0 \tan \delta \int_V |E|^2 dV \quad \dots \quad (4.18)$$

ここで、 ε'_r は比誘電率の実数成分を表している。式 (4.18) より、DAA 空洞の 2 次元モデル内での単位長さあたりの誘電損失を P_{die} とすると、

$$\begin{aligned}P_{die} &= \frac{\omega}{2} \varepsilon_2 \tan \delta \\ &\times \int_0^{2\pi} d\theta \int_0^{\frac{\lambda}{2}} dz \int_{a_1}^{b_1} |E^i|^2 r dr / (\lambda_0/2) \\ &= \frac{\pi}{2} \omega \varepsilon_2 \tan \delta \\ &\times \int_{a_1}^{b_1} \left[\{A_2 J_0(k_2 r) + B_2 Y_0(k_2 r)\}^2 \right. \\ &\quad \left. + \frac{\beta^2}{k_2^2} \{A_2 J_1(k_2 r) + B_2 Y_1(k_2 r)\}^2 \right] r dr \quad \dots \quad (4.19)\end{aligned}$$

となる。4.3.2 項の計算条件と同様に、周波数 5.712 GHz の電磁波の位相定数 β が $\beta = \omega/2c$ という分散関係を満たす構造における誘電損失を求めた。誘電体の比誘電率としては、 $\varepsilon_r = 10.0$ の条件で計算を行う。

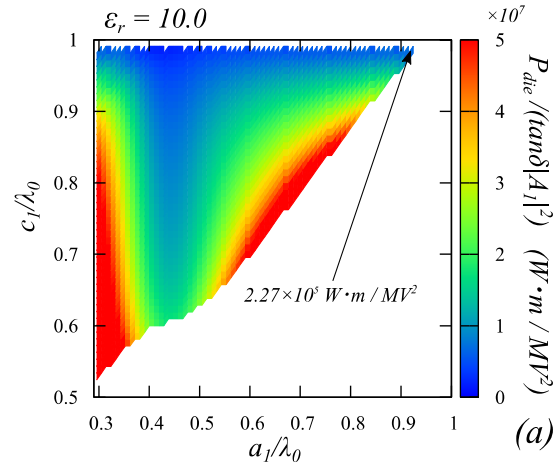
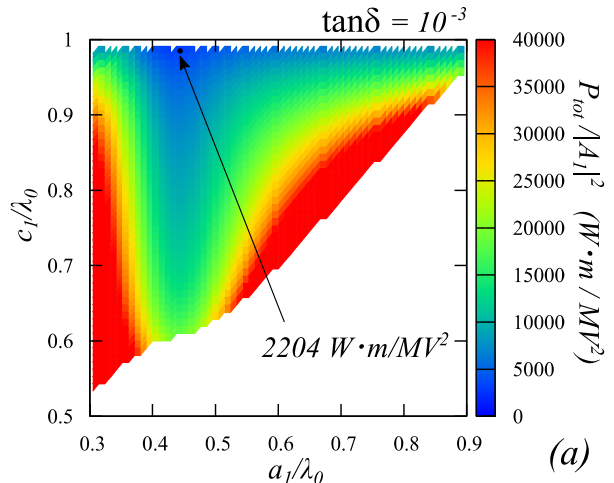


図 19: 2 次元 DAA 構造内を伝搬する TM_{02} モードの単位長さあたりの誘電損失。(a) $\varepsilon_r = 10.0$ 、

図 17(b) と図 19 より、導体損失が最小となる構造での誘電損失を見ると、最小ではないが、比較的誘電損失が小さくなるあることがわかる。

4.3.4. 全電力損失

図 17 及び図 19 の計算結果を基に 2 次元 DAA 構造内を伝搬する TM_{02} モードの全電力損失を考える。図 20 は、比誘電率 $\varepsilon_r = 10.0$ を用いた場合の単位長さあたりの全電力損失の形状パラメータの依存性を示している。図 20 の (a) ~ (d) は、誘電体材料の誘電正接がそれぞれ、(a) $\tan \delta = 10^{-3}$ 、(b) $\tan \delta = 10^{-4}$ 、(c) $\tan \delta = 10^{-5}$ 、(d) $\tan \delta = 10^{-6}$ の場合を仮定して計算を行った。また、各図内に 1 点ずつマークした黒点は、各条件下で全電力損失が最小となる位置を意味しており、各値がその損失量を示している。



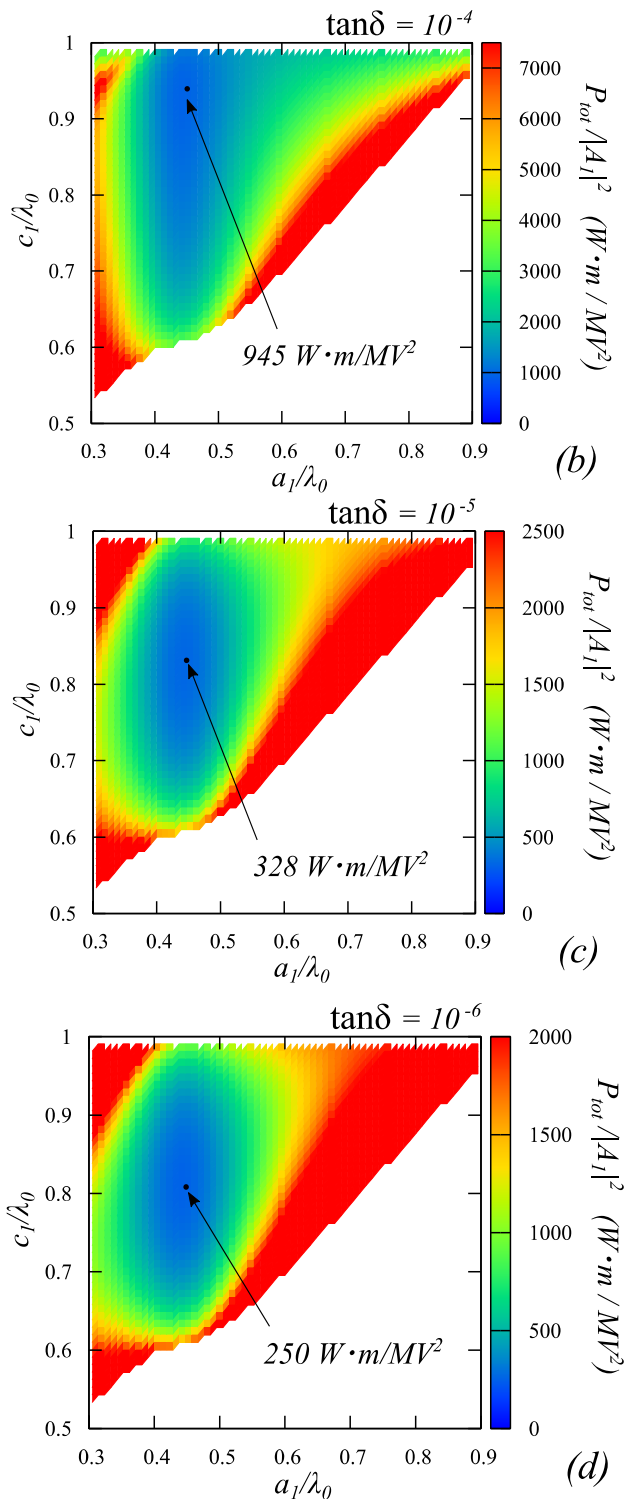


図 20 : 2 次元 DAA 構造内を伝搬する TM_{02} モードの単位長さあたりの全電力損失。 $\epsilon_r = 10.0$ (a) $\tan\delta = 10^{-3}$ 、(b) $\tan\delta = 10^{-4}$ 、(c) $\tan\delta = 10^{-5}$ 、(d) $\tan\delta = 10^{-6}$

内部での全電力損失が最小となる各形状に着目すると、 $\tan\delta < 10^{-3}$ の条件では、 ϵ_r や $\tan\delta$ の値によらず、 a_1 が $a_1 = 0.44 \lambda_0$ 近傍で常に電力損失が最小となる。 $\tan\delta \sim 10^{-5}$ の誘電体となると全電力損失内に占める誘電損失の割合が約 26 %、 $\tan\delta \sim 10^{-6}$ の誘電体となると誘電損失の割合が約 4 % となる。ただし、この傾向は、誘電体の比誘電率 $\epsilon_r = 10.0$ の場合である点を留意する必要がある。

2 次元 DAA 構造を構成する誘電体の誘電特性 (ϵ_r , $\tan\delta$) の組み合わせに対して、同構造の TM_{02} モードの伝搬によって生じる全電力損失が最小となる条件を算出する。図 21 は、横軸に誘電体材料の比誘電率、縦軸に $\tan\delta$ をとり、各 (ϵ_r , $\tan\delta$) の組み合わせごとに構造内での全電力損失の最小値を計算し、その損失量の大小を 2 次元平面上にマップ化したものを表している。また、グラフ上に 1~16 までの数字が割り振られた各点は、代表的な誘電体材料の誘電特性 (ϵ_r , $\tan\delta$) を示しており、各点の物質名等の詳細な情報はそれぞれ、後述の表 1、表 2 に示している。また、表 2 に示した単結晶材料の誘電特性のうち異方性媒質の場合、 c 軸に対して平行な成分 (ϵ_r , $\tan\delta_{\parallel}$) の値をもとに図 21 にプロットした。

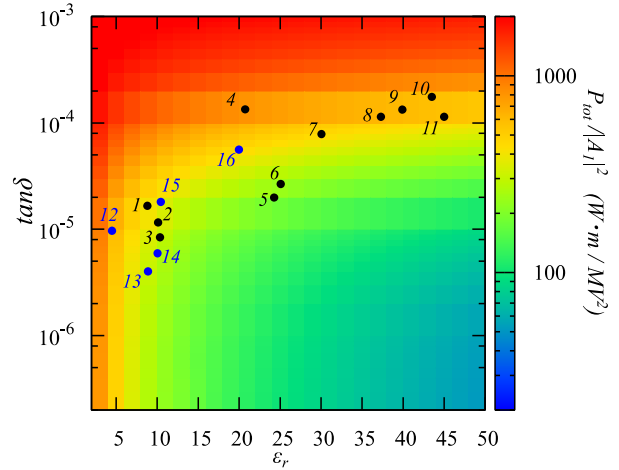


図 21 : 2 次元 DAA 構造を構成する誘電体の誘電特性 (ϵ_r , $\tan\delta$) と TM_{02} モードによる全電力損失の最小値との関係

表 1：代表的なセラミックスの誘電特性

No.	Material	ϵ_r	$\tan\delta$	$f(\text{GHz})$	Ref
1	MgO	9	2×10^{-5}	9	[28, 29]
2	Alumina	10	1.2×10^{-5}	9	[28, 29]
3	TiO ₂ -doped Alumina	10.15	7.25×10^{-6}	8.95557	[30]
4	MgTiO ₃ -CaTiO ₃	21	1.25×10^{-4}	7	[31, 32]
5	Ba(Mg _{1/3} Ta _{2/3})O ₃ -Ba(Mg _{1/2} W _{1/2})O ₃	24.2	2.5×10^{-5}	10	[33]
6	Ba(Mg, Ta)O ₃	25	2.86×10^{-5}	10	[31, 34]
7	Ba(Zn _{1/3} Ta _{2/3})O ₃	30	7.14×10^{-5}	12	[35]
8	BaO-TiO ₂ -WO ₃	37	1.13×10^{-4}	6	[31, 36]
9	Ba ₂ Ti ₉ O ₂₀	39.8	1.25×10^{-4}	4	[37]
10	Sr(Zn, Nb)O ₃ -SrTiO ₃	43	2×10^{-4}	5	[31, 38]
11	Pb _{0.6} Ca _{0.4} La _{0.5} (Mg _{1/2} Nb _{1/2})O ₃	45	1.09×10^{-4}	10	[39]

表 2：代表的な単結晶材の誘電特性

No.	Material	$\epsilon_{\parallel}/\epsilon_{\perp}$	$\tan \delta_{\parallel} / \tan \delta_{\perp} @300\text{K}$	$f(\text{GHz})$	Ref
12	Quartz	4.427 / 4.644	$1 \times 10^{-5} / 8 \times 10^{-6} *$	16.9 , 17.2	[40]
13	MgO	9	4×10^{-6}	7.5	[29]
14	Sapphire	9.4 / 11.587	$6 \times 10^{-6} / 2 \times 10^{-5}$	21.4 , 21.7	[40]
15	YAG	10.6	2×10^{-5}	20.2	[40]
16	SrLa _{1.03} Al _{0.97} O ₄	19.8 / 16.85	$6 \times 10^{-5} / 2 \times 10^{-5}$	11.8 , 12.1	[40]

*200 K

図 21 を見ると、誘電体材料は一般的に、比誘電率が高くなるにつれて、 $\tan\delta$ も大きくなる傾向にあるということがわかる。これらの傾向と構造内での全電力損失量との関係を見ていくと、No.2, 3 のアルミナ (Al₂O₃) 等の、比誘電率が 10 前後と低いながら $\tan\delta$ が極端に小さいセラミックスや No.5, 6 に示した Ba(Mg, Ta)O₃ 等の、比誘電率が 20~30 程度で、 $\tan\delta$ も比較的小さいセラミックスを用いることで構造内での電力損失が低減化できると考えられる。

以上、誘電体アシスト型加速管の 2 次元モデルの理論導出と様々な誘電体材料を用いた同構造内での全電力損失の解析の結果、真空中の光速 c よりも大きい位相速度で伝搬する TM₀₂ モードにおいて、非常に低損失で伝送できることが示され

た。これらの解析が誘電体アシスト型加速管の着想に至るきっかけとなった。

上述の伝搬モードを電子加速に利用するためには、位相速度を真空中の光速 c よりも下げる必要があり、そのために誘電体円盤構造等を導入する必要がある。

4.4. DAA 管のセル構造と設計方法

4.4.1. レギュラーセル

DAA 管にはレギュラーセル (Regular Cell) といって実際にビーム加速を行うための基本的なセル構造を持つ。レギュラーセルの最大の特徴は、同軸誘電体装荷型円形導波管内を低損失で伝搬する TM₀₂ モードを加速モードとして利用するために、低損失誘電体からなる誘電体円盤を周期的

に配置した構造を有する。レギュラーセルは、図 22 に示すように、内径 c_1 の金属製円形筐体内に、内径 a_1 、外径 b_1 の誘電体円筒構造を同軸状に配置し、中心に半径 h のビームホールを持つ厚さ D の誘電体円板を z 軸方向に $(L - D)$ の間隔で周期的に配置した構造を持つ。

管内に誘電体円盤を周期的に配置することで、(1) 各誘電体円盤の両端面での電磁波の多重反射や、(2) 電磁波が誘電媒質中を通過する際に発生する波長短縮効果によって、レギュラーセル構造は遅波回路として動作する。さらに、誘電体円盤に $\tan\delta$ の値が十分小さい低損失誘電体を用いることで、金属円板よりも円盤部分での高周波損失を大きく低減できる。その結果、誘電体円筒を装荷したことによる金属壁部分での低損失性を維持しつつ、ビーム加速が可能な分散関係（高周波の位相速度が荷電粒子の運動速度と一致した状態）を実現する。

DAA 管の性能は、レギュラーセルを構成している誘電体材料の誘電特性と誘電体構造によって決まる。そのため、各誘電体材料に応じて無負荷 Q 値やシャントインピーダンスが最大となるように 6 つの形状パラメータ (a_1, b_1, c_1, L, D, h) を最適化する必要がある。

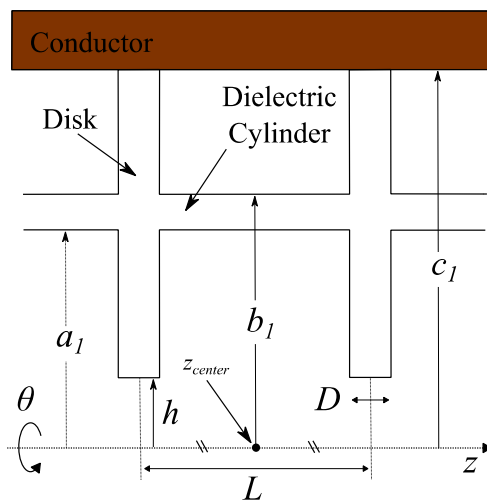


図 22 : レギュラーセルの基本構造

4.4.2. エンドセル

加速管や導波管内での導体損失を考察する際、長手方向は無限長であると仮定し、常に「単位長さあたりの」導体損失について議論してきた。しかし、DAA 管をはじめ、実際の高周波加速管の空洞長は有限であり、必ず空洞の最上下流は金属端板によって電氣的に短絡されている。そのため、この金属端板上での導体損失についても考慮する必要がある。

その一例として、シングルセルのピルボックス空洞内での導体損失を解析的に計算すると、金属端板上での高周波損失は空洞全体の高周波損失の約 43% (計算条件として空洞長を共振波長 λ_0 の半波長 $\lambda_0/2$ と仮定した) も占めるといえることがわかる。これでは、DAA 管のレギュラーセル構造によって金属円筒部分での導体損失を大幅に低減できたとしても、金属端板での導体損失は通常の金属製加速管と同等に発生するため、両端板での高周波損失の影響が支配的となり、空洞性能を飛躍的に上げることは困難である。

エンドセルは、図 23 に示すように、DAA 空洞の両端に配置された誘電体製の同軸二層円筒構造（第一層円筒内径： h 、第一層円筒外径： r_1 、第二層円筒内径： r_2 、第二層円筒外径： r_3 、）と一枚の誘電体円板形状が組み合わされた構造のことを指す。DAA 管に、エンドセル構造を導入することで、特に金属端板近傍の電磁界分布を自在に制御することができる。その結果、金属端板近傍の回転磁界強度が小さくなるように形状パラメータを設定することで両金属端板での高周波損失を大幅に低減化させることが可能となる。エンドセルの構造は 7 つの形状パラメータ ($r_1, r_2, r_3, l_1, l_2, l_3, h$) から構成されるが、金属端板の電力損失を低減させる役割だけなので、レギュラーセルを含む DAA 空洞全体の設計過程において、無負荷 Q 値やシャントインピーダンスが最大となるように、各パラメータの組み合わせを最適化するのが適切である。

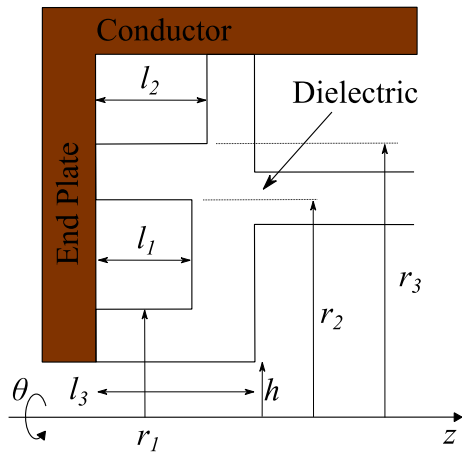


図 23 : エンドセルの基本構造

4.4.3. DAA 管の設計方法

π モード定在波型 DAA 管のレギュラーセルは、6つの形状パラメータ (a_1, b_1, c_1, L, D, h) と誘電体材料の誘電特性 ($\epsilon_r, \tan\delta$) の組み合わせで構成される。DAA 管は、既存の金属製高周波加速管に比べて形状パラメータの自由度が高いことが特徴で、例えば同じ共振周波数でも金属管の内径 c_1 が 2 倍以上異なる構造も実現可能である。そのため、加速モードの共振周波数と運転周波数が一致する多数の構造の中で Q 値やシャントインピーダンスといった加速管パラメータが最大となるパラメータの組み合わせを決定することが重要である。

誘電体円板の厚さ D は、本加速空洞の誘電体内部における共振波長 λ_d の 1/4 とすることが望ましい。誘電体円板の中心間の距離 L は、加速粒子の速度によって調節する必要があり、特に光速の粒子を加速する場合、 $L = \lambda_0/2$ とする。誘電体円板の中心に位置するアイリスの半径 h に関しては、既存の金属円板装荷型加速管とは異なり、隣接する空洞間の電氣的な結合をアイリス部のみで実現しているわけではないので、比較的自由に値を選択することができる。

DAA 管の共振周波数 f_0 は、 a_1, b_1, c_1 の組み合わせでほぼ決定される。これらの 3 つのパラメータのうち、とりわけ誘電体円筒構造の形状、つまり a_1, b_1 の値に対して敏感に共振周波数が変化する。そのため、加速モードの共振周波数のチュー

ニング方法としては、 a_1 または b_1 の値を微調節するのが最も効果的である。Q 値やシャントインピーダンスといった加速管パラメータが最大となる最適なパラメータの組み合わせを決定するためには、あらかじめ a_1 と c_1 の値を決め、 b_1 の大きさを変化させて共振周波数を運転共振周波数にチューニングし、各 (a_1, c_1) の組み合わせに対する加速管パラメータを各々算出するという方法で、最適なレギュラーセル構造の設計を行うことができる。

4.4.4. DAA 管の加速モード

DAA 管の無限長モデル(レギュラーセルがビーム軸方向に無限に並んでいると仮定したモデル)を用いた 3 次元電磁場シミュレーションによる諸特性解析について説明する。

誘電体の比誘電率が $\epsilon_r = 10.15$ で誘電損失 $\tan\delta = 7.25 \times 10^{-6}$ の TiO₂-doped Alumina の物性値^[30]を利用し、運転周波数が 5.712 GHz で、加速モードが TM₀₂ モードのレギュラーセル構造を検討する。誘電体円板のアイリス半径は $h = 5\text{mm}$ とし、加速粒子の運動速度を光速 c と仮定して、レギュラーセルのセル長を $L = \lambda_0/2$ と設定する。

代表的な加速モードの加速電界分布 $E_z(r, \theta, z)$ と磁界分布 $H_\theta(r, \theta, z)$ の 2 次元マップを図 24 に示す。また、レギュラーセル構造内に蓄積される加速モードの電界と磁界のエネルギー密度分布を図 25 に示す。

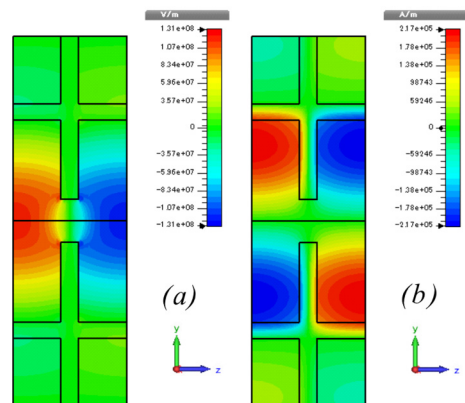


図 24 : レギュラーセル内に励振される加速モードの (a) 加速電界分布 $E_z(r, \theta, z)$ と (b) 回転磁界分布 $H_\theta(r, \theta, z)$

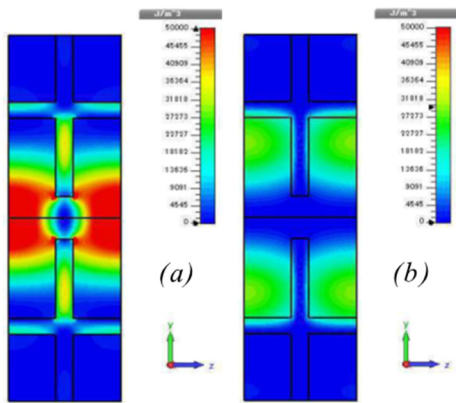


図 25: レギュラーセル内に蓄積される加速モードの(a)電界と(b)磁界のエネルギー密度分布。

図 24 (a) より、ビーム軸を含む最内殻の真空領域に加速に有効な π モード (隣接するレギュラーセル間で位相が 180° ずれた z 軸方向の共振電界) の電界が励振されることがわかる。また、レギュラーセル内に励振される加速モードの電磁界分布は、誘電体円筒構造近傍に動径方向の振動モードにおける節 (モード) が位置し、誘電体円筒構造より内側の真空領域には、既存の金属製高周波加速管内に励振される TM_{01} モードの電磁界分布と非常に類似した電磁界分布が得られることがわかる。

レギュラーセル内に蓄積される高周波のエネルギー密度分布に着目すると、図 25 より、ビーム軸を含む真空領域にそのエネルギーの大部分が蓄積されるということがわかる。これは、図 15 に示した同軸誘電体装荷型加速構造内に蓄積される加速モードのエネルギー密度分布とは大きく異なり、高周波エネルギーを有効にビーム加速に利用できることが示唆されている。

4.4.5. 無負荷 Q 値とシャントインピーダンス

図 21 に示した誘電体の誘電特性 (ϵ_r , $\tan\delta$) と TM_{02} モードによる全電力損失の関係から、加速空洞内部での電力損失が最も小さくなると理論的に予測した (1) TiO_2 -doped Alumina ($\epsilon_r = 10.15$, $\tan\delta = 7.25 \times 10^{-6}$) [30] と (2) $Ba(Mg_{1/3}Ta_{2/3})O_3$ - $Ba(Mg_{1/2}W_{1/2})O_3$ ($\epsilon_r = 24.2$, $\tan\delta = 2.5 \times 10^{-5}$) [33] の 2 種類の誘電体材料の物性値を利用し、レギュラー

セルの無負荷 Q 値とシャントインピーダンスを計算した。

計算条件としては、DAA 管の運転周波数は 5.712 GHz、誘電体円板のアイリス半径 h を、 $h = 5$ mm、レギュラーセルのセル長 L を $L = \lambda_0/2$ とした。また、レギュラーセルはビーム軸方向に無限に並んでいると仮定し、空洞内部の高周波損失としては誘電体内部での誘電損失と金属管表面での導体損失のみを考慮した。

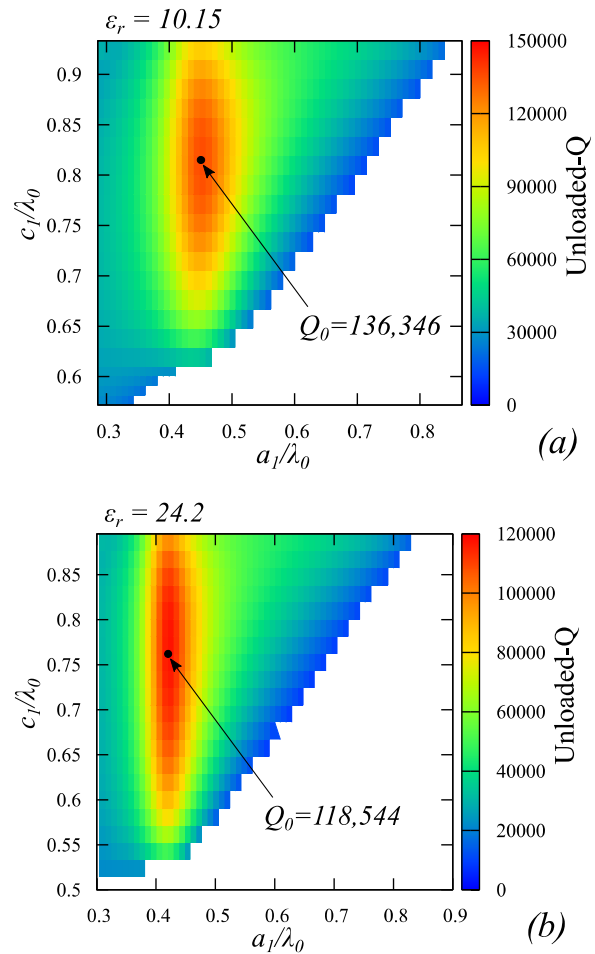


図 26: 各 (a_1, c_1) の組み合わせでのレギュラーセルの無負荷 Q 値 (a) TiO_2 -doped Alumina、(b) $Ba(Mg_{1/3}Ta_{2/3})O_3$ - $Ba(Mg_{1/2}W_{1/2})O_3$

電磁界シミュレーションにより得られた、レギュラーセルの各 (a_1, c_1) の組み合わせに対する、無負荷 Q 値と単位長さあたりのシャントインピーダンス Z_{sh} を図 26 と図 27 に示す。これらのグラフの縦軸、横軸はそれぞれ、空洞の共振波長 λ_0 で規格化した c_1 、 a_1 をとり、無負荷 Q 値やシ

ヤントインピーダンスの大きさをカラースケールで示している。また、両グラフ内の空白部分は、運転周波数の TM_{02} モードの解が存在しないことを意味している。図 26 と図 27 上の黒点はそれぞれ、レギュラーセルの無負荷 Q 値とシャントインピーダンスがそれぞれ最大となる (a_1, c_1) の組み合わせの部分である。

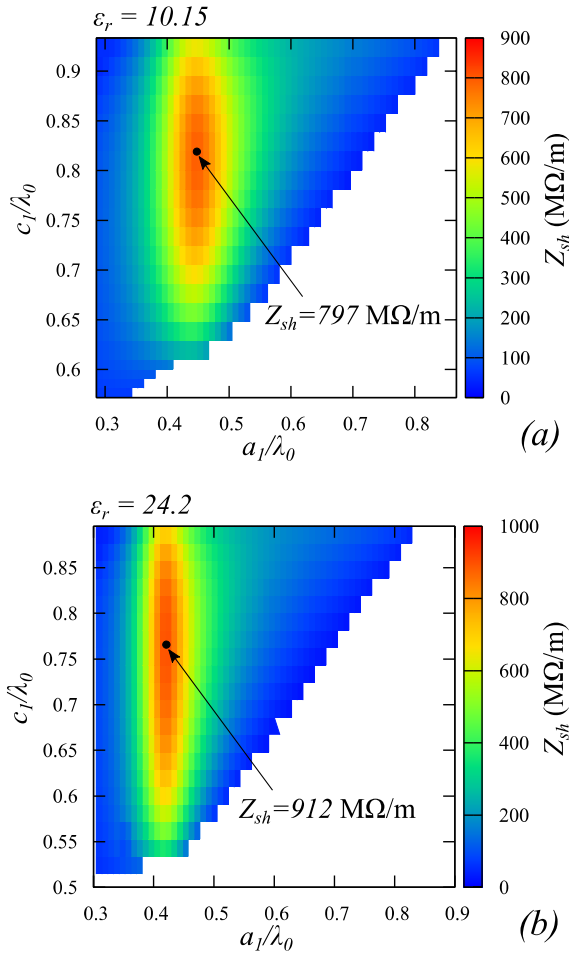


図 27: 各 (a_1, c_1) の組み合わせでのレギュラーセルの単位長さあたりのシャントインピーダンス Z_{sh} (a) TiO_2 -doped Alumina、(b) $Ba(Mg_{1/3}Ta_{2/3})O_3$ - $Ba(Mg_{1/2}W_{1/2})O_3$

これら二つの加速管パラメータは、DAA 構造の 2 次元モデル内を伝搬する TM_{02} モードの電力損失が形状パラメータ (a_1, b_1, c_1) によって低減化される傾向 (例えば、図 20) と、ほぼ一致する結果となった。

誘電体材料の違いによる空洞性能への効果について着目すると、無負荷 Q 値は、誘電体材料 (1)

TiO_2 -doped Alumina を利用した場合に最大 $Q_0 = 136,346$ 、誘電体材料 (2) $Ba(Mg_{1/3}Ta_{2/3})O_3$ - $Ba(Mg_{1/2}W_{1/2})O_3$ を利用した場合に最大 $Q_0 = 118,544$ と、両者で 1×10^6 を超える無負荷 Q 値が得られる結果となった。また、単位長さあたりのシャントインピーダンスに関しては、誘電体材料 (2) $Ba(Mg_{1/3}Ta_{2/3})O_3$ - $Ba(Mg_{1/2}W_{1/2})O_3$ の場合の方が 15% 程度高いシャントインピーダンスが得られる。その理由としては、誘電体材料 (2) $Ba(Mg_{1/3}Ta_{2/3})O_3$ - $Ba(Mg_{1/2}W_{1/2})O_3$ を利用したレギュラーセルの方が空洞内部での全電力損失が小さくなることと、ビーム軸近傍にエネルギーを蓄積でき、高周波電力がより加速電界の発生に利用されるため、高いシャントインピーダンスが得られると考えられる。

4.5. 金属製定在波加速管との性能比較

DAA 管の電力損失が小さく、高い無負荷 Q 値とシャントインピーダンスを得られる理由を、金属製 π モード定在波型加速管と比較しながら説明する。

金属製定在波型加速管は、ピルボックス空洞とする。両加速管は、円盤の中心に位置するアイリス半径 h は同じく $h = 5 \text{ mm}$ 、セル長 L も同じく $L = \lambda_0/2$ とする。図 28 は (a) 金属製定在波加速管内と (b) DAA 管のレギュラーセル内にそれぞれ励振される、加速セル中心 $z = z_{center}$ の位置での加速モードの加速電界 $E_z(r, z_{center})$ と回転磁界 $H_\theta(r, z_{center})$ の r 依存性に関するグラフである。両グラフの縦軸の値は軸上加速電界で、横軸の値は空洞の共振波長 λ_0 で規格化した値を用いている。また、図 28 の横軸の最大値は共に金属管の内径 c_1 の位置を示しており、(b) 上の点線はそれぞれ、誘電体円筒の内径 a_1 と外径 b_1 の位置を示している。

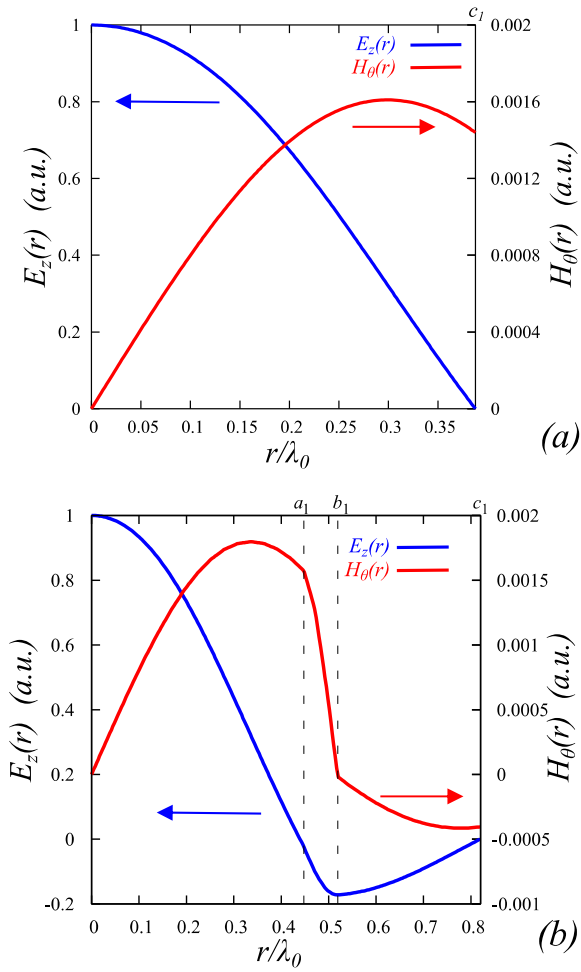


図 28 : 加速モードの加速電界 $E_z(r, z_{center})$ と回転磁界分布 $H_\theta(r, z_{center})$ (a) 金属製定在波型加速空洞、(b) レギュラーセル (DAA 構造)

回転磁界 $H_\theta(r, z_{center})$ の絶対値が $0 < r < c_1$ の範囲で最大となる r の値を r_{max} とする。そして、金属管表面での回転磁界強度 $|H_\theta(c_1, z_{center})|$ と $|H_\theta(r_{max}, z_{center})|$ の比、 $|H_\theta(c_1, z_{center})| / |H_\theta(r_{max}, z_{center})|$ を求めると、(a) 金属製定在波型加速空洞の場合、 $|H_\theta(c_1, z_{center})| / |H_\theta(r_{max}, z_{center})| = 0.89$ になる。一方、(b) DAA 空洞のレギュラーセルの場合、 $|H_\theta(c_1, z_{center})| / |H_\theta(r_{max}, z_{center})| = 0.23$ であり、金属製定在波型加速空洞の場合と比較すると約 1/4 程度小さい値となる。このレギュラーセル内で回転磁界強度の最大値に対する金属管表面での回転磁界強度の比が大幅に小さいという結果は、金属管表面での導体損失が極端に小さいことを意味する。2.6 節に示したように金属管表面での導体損失は、金属管内径 c_1 と金属管表面での回転磁界強度の 2 乗であ

る $|H_\theta(c_1, z_{center})|^2$ に比例する。したがって、図 28 に示すように DAA 管のレギュラーセルの c_1 の値は、金属製定在波型加速管の c_1 の値と比較すると、約 2.1 倍大きくなってしまいが、 $(|H_\theta(c_1, z_{center})| / |H_\theta(r_{max}, z_{center})|)^2$ を見ると約 6.7% と大幅に小さくなり、レギュラーセル内での導体損失は金属製定在波型加速管内での導体損失の約 14% 程度まで低減できることになる。これが、DAA 管が非常に高い加速効率を有する理由である。

5. 誘電体アシスト型加速管の開発

本章では、主に誘電体アシスト型加速管の原理実証機の開発に関して説明する。まず、DAA 管の形状最適化や周波数のチューニング方法、入力結合器の設計等の高周波計算について概説する。その後、開発した DAA 管の低電力試験や高電界試験について順に紹介する。

5.1. DAA 管の高周波設計

DAA 管の原理実証機は、C バンド (5.712 GHz) 5 セル π モード DAA 管を設計した (図 29)。原理実証機では、誘電体材料としては複素誘電率 $\epsilon_r = 9.64$ 、 $\tan\delta = 6.0 \times 10^{-6}$ を持つ純度 99.9% 以上のマグネシアセラミックの使用を想定し、高周波設計を行った。本研究では、2 次元有限要素法コード SUPERFISH と 3 次元有限積分法を用いた電磁場解析ソフト CST Microwave Studio を利用して高周波設計を実施した。

原理実証機的设计では誘電体セル構造の製作プロセスを考慮して DAA 管の形状パラメータを図 29 (b) に示す 8 個とした。以下の 3 つの形状パラメータに関しては、 $h = 10.00$ mm、設計条件により $L = 26.24$ mm、 D に関しては誘電体円板での反射を考慮して誘電体内部での電磁波の波長の 1/4 と設定した^[41]。DAA 管は、非常に複雑な誘電体セル構造を内部に有する単一の空洞共振器の高次モードをビーム加速に利用するため、図 29 (b) に示す形状パラメータの組み合わせが共振周波数や電磁界分布、加速管性能にシビアに影響する。そのため、各形状パラメータを変数とし、シャントインピーダンスを最大化させるための

多変数最適化問題を滑降シンプレックス法で解くことで加速管設計を行った。

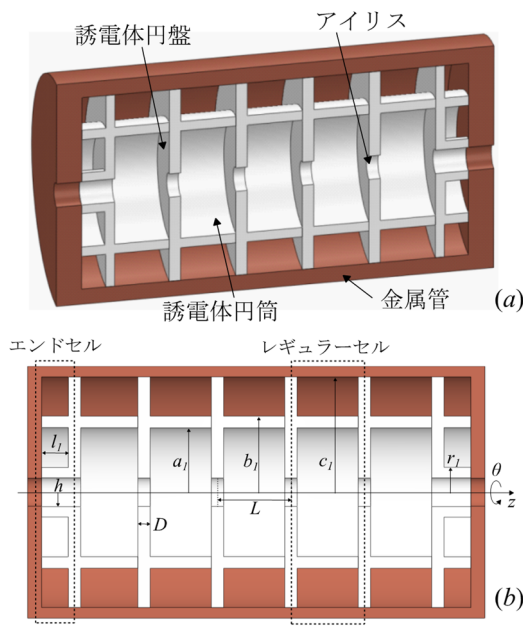


図 29 : DAA 管原理実証機。(a) 概念図、(b) 形状パラメータ

滑降シンプレックス法とは、 n 次元のパラメータ空間の中に $(n+1)$ 個の頂点を持つシンプレックス (多面体) を用意し、この頂点位置を 4 つの操作 (鏡像、拡大、収縮、縮小) を用いて変えながらパラメータ値を更新し、ある評価関数の最小値を探索する方法である。この説明では非常に抽象的なため、加速管のシャントインピーダンスを最大化するために滑降シンプレックス法をどのように用いるのかを例にとり本手法を簡潔に説明する。加速管の形状パラメータが n 個あるとすると、 n 個の形状パラメータがそれぞれ異なる $n+1$ 個の加速管モデルを準備する。そうすると各 $n+1$ 個のモデルでシャントインピーダンスが求まる。ここで、シャントインピーダンスの逆数を評価関数とする。すると $n+1$ 個のモデルの中でシャントインピーダンスが最大のモデル、シャントインピーダンスが最低のモデル、2 番目にシャントインピーダンスが低いモデルというのが順に決定されます。このシャントインピーダンスが低いモデルの n 個の形状パラメータの位置を、鏡像、拡大、収縮、縮小という評価結果を基に変更して、再度

シャントインピーダンスを求めます。このような作業を繰り返し実行することでシャントインピーダンスの逆数が最小になるまで繰り返します。

DAA 管の原理実証機的设计では、シャントインピーダンスとトランジットタイムファクターを用いて、このアルゴリズムの評価関数を定義した。そして、以下の 5 つの形状パラメータ (l_i, r_i, a_i, b_i, c_i) の様々な組み合わせで固有値問題を解くわけであるが、DAA 管の場合、共振周波数が b_i に対して特に敏感に変化する。そこで b_i を除く 4 つの形状パラメータ (l_i, r_i, a_i, c_i) を滑降シンプレックス法のアルゴリズムで変更し、DAA 管の共振周波数は各シンプレックスポイントで b_i をチューンすることにより常に C-band となるようにした。

上記の設計アルゴリズムを用いて設計した C-band 5 セル DAA 管の加速管性能を表 3 に示す。高周波設計の結果、商用のセラミックスを用いて室温動作で Q 値が 10^5 以上もの性能を有する常伝導加速管が実現できることが示された。

表 3 : C-band 5 セル DAA 管の加速管性能

Parameter	Five-cell DAA Structure
Dielectric material	Magnesia
ϵ_r	9.64
$\tan \delta$	6.0×10^{-6}
Accelerator type	Standing wave type
Accelerating mode	TM ₀₂ - π mode
Operation frequency	5.712 GHz
Number of accelerating cells	5
Total cavity length	157.5 mm
Q_0	126,400
Z_{sh}	630 M Ω /m
E_{max}/E_0	2.92
H_{max}/E_0	2.74 mA/V

原理実証機内に励振される加速モードの電磁場分布を図 30 に示す。

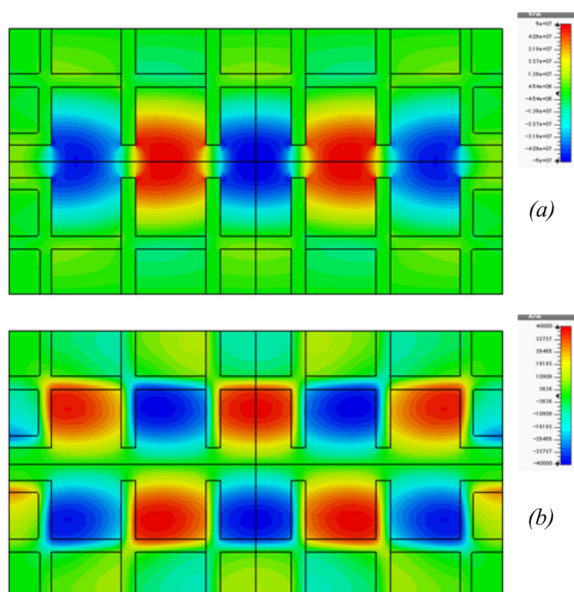


図 30 : 原理実証機の電磁場シミュレーション結果 (a) 加速電界分布 $E_z(r, \theta, z)$ と (b) 回転磁界分布 $H_\theta(r, \theta, z)$

5.2. DAA 管の周波数チューニング法

DAA 管は、金属とセラミックという異種材質を組み合わせることができる高周波加速空洞であり、例えばセラミックセルの焼結時の歪みや反りといった、既存の加速管では生じにくい形状誤差が発生する。また、セラミックは粉体を焼結させて作製する多結晶材質であり、仕上げ加工時にセラミック表面やエッジにチッピング等が生じる可能性もあり、金属加工ほどの高精度で加工することは困難である。

DAA 管の場合、加速管内の導体近傍の領域は図 30 に示す通り、電磁場が弱いため周波数チューニング箇所が限定される。原理実証機では、最上下流に位置する平坦な金属製端板の一部を同心円状に数 mm 程度掘り下げ、共振周波数を変化させることとした。図 31 は、DAA 管における周波数調整機構の概略を示しており、(a) (b) は共に周波数調整機構を含む原理実証機の断面図を示している。

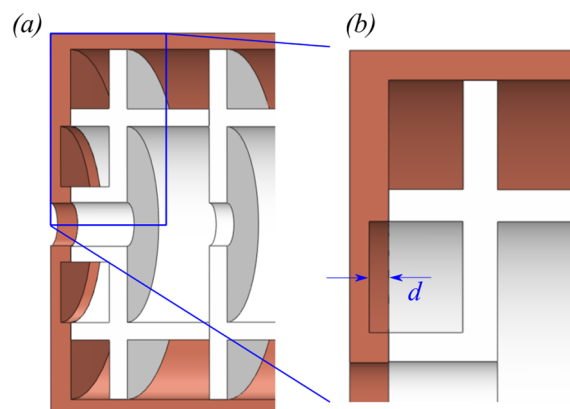


図 31 : 周波数調整機構の概略図。(a) 原理実証機の断面図、(b) エンドセルの拡大断面図

図 32 は、原理実証機における金属製端板の掘り下げ深さ d と共振周波数やシャントインピーダンスといった各空洞パラメータの相関関係を表している。ここでは、両端に位置する金属製端板の 2 枚に対して同じ掘り下げ深さ d の溝を与えた場合の共振特性の変化を検証した。また、その同心円状の溝の内径は $17.4\text{mm} (=2r_1)$ 、外径は $46\text{mm} (=2a_1)$ とした。図 32 (a) は、横軸に金属製端板の掘り下げ深さ d (mm) をとり、縦軸には、原理実証機空洞の設計値の共振周波数 f_0 と金属製端板を深さ d だけ掘り下げた空洞の共振周波数 $f_0(d)$ との差 $\Delta f_0 = f_0(d) - f_0$ をプロットしたグラフとなっている。また、図 32 (b) は、金属製端板を深さ d だけ掘り下げた空洞の無負荷 Q 値を $Q_0(d)$ 、シャントインピーダンスを $Z_{sh}(d)$ とすると、縦軸には、金属製端板を深さ d だけ掘り下げることによる設計値の Q_0 や Z_{sh} からの増加率 ($\Delta Q_0/Q_0 = (Q_0(d) - Q_0)/Q_0$, $\Delta Z_{sh}/Z_{sh} = (Z_{sh}(d) - Z_{sh})/Z_{sh}$) を示している。図 32 (a) より、原理実証機における加速モードの共振周波数は金属製端板の掘り下げ深さ d の値に、ほぼ比例して減少する。電磁場シミュレーションによると、 $d = 4\text{mm}$ 程度掘り下げることによって、共振周波数は約 30MHz も下方にシフトさせることができる。しかも、図 32 (b) より、端板を d だけ掘り下げることによって空洞の無負荷 Q 値やシャントインピーダンスが最大で 2.5% 程度向上する。

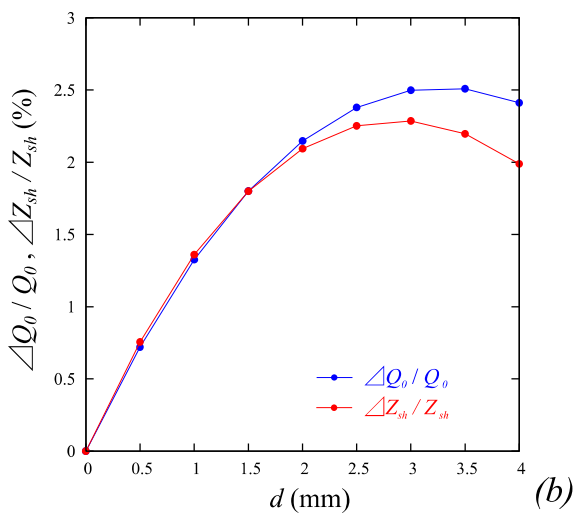
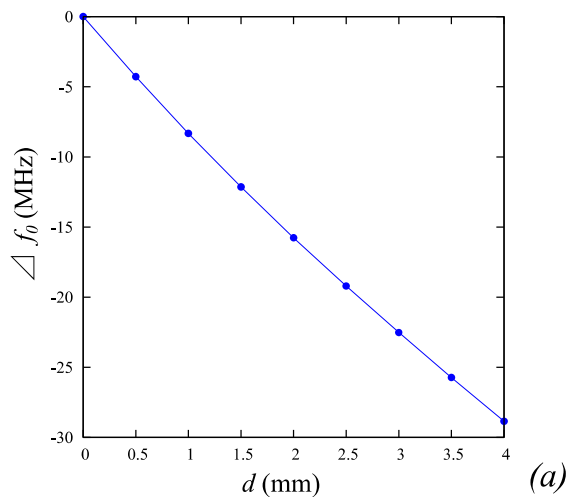


図 32：端板の掘り下げ深さ d と各空洞パラメータの相関関係。(a) d と Δf_0 の関係、(b) d と $\Delta Q_0/Q_0$, $\Delta Z_{sh}/Z_{sh}$ の関係。

5.3. DAA 管の入力結合器

5.2 節で説明した通り、DAA 管内の導体近傍の領域は図 30 に示す通り、電磁場が弱いため、入力結合器の構造も限定される。DAA 管の原理実証機の入力結合器は図 33 に示すような、高周波電力を円形導波管の TM_{01} モードで伝送し、ビーム軸上に設けた結合孔 (Coupling Hole) で電氣的に結合させて加速管内に高周波電力を入力する構造とした。

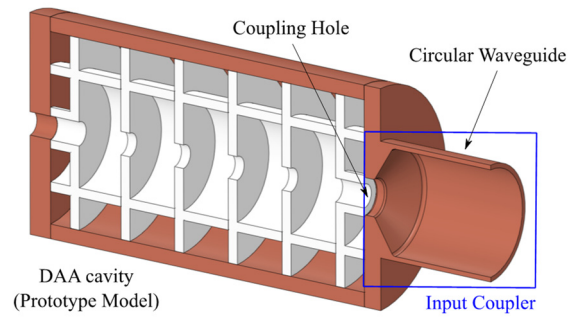


図 33：DAA 管と入力結合器の概略図

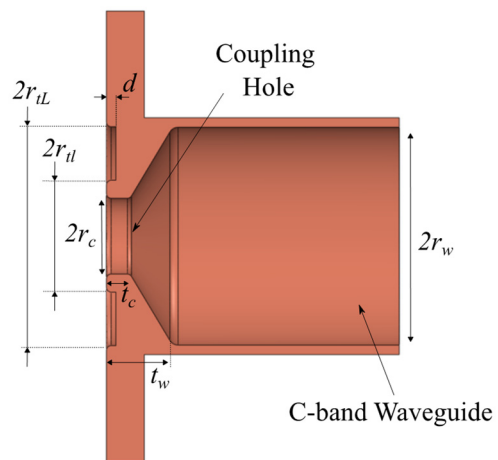


図 34：入力結合器の形状パラメータ

図 34 は、入力結合器単体の断面図を示す。入力カプラーの構造は 7 つの形状パラメータで決定される。本構造では、内径 $2r_w$ の円形導波管で高周波電力を輸送し、テーパ導波管を通り、最終的にはビーム軸上に設けた半径 r_c の結合孔で結合させて、加速管内に高周波電力を入力する。その際、導波管と加速空洞の結合度 β は結合孔の直径 $2r_c$ によって決まるため、設計の際は $2r_c$ の値を変化させて結合度 β を所定の値へ調整していく。原理実証機では、結合孔の直径 $2r_c$ と d の値を変化させることで結合度 β と加速管の共振周波数を同時に調整し、目標とする 5.712 GHz の RF に対して $\beta=2.5$ となるように形状を電磁場シミュレーションより求めた。

図 35 は、 $r_c=9.8\text{mm}$ 、 $d=3.2\text{mm}$ での条件で計算した同調曲線を示している。ここでは、横軸に空洞結合系の共振周波数、縦軸に入力カプラーの結合孔から導波管の短絡面までの距離 $L = 121.8\text{mm}$

での電圧反射係数の位相を基準 ($\theta=0$) にした時の位相差を示している。図 35 のプロット点 (青) は、シミュレーションより求めたデータ点を示し、赤線はシミュレーションより求めたデータ点に対して以下の式 (6.1) で Fitting した時の近似曲線を示している。

$$\theta(f) = -2 \arctan\left(\frac{2(f-f_0)Q_{ext}}{f_0}\right) - af - \phi_0 \quad \dots \quad (6.1)$$

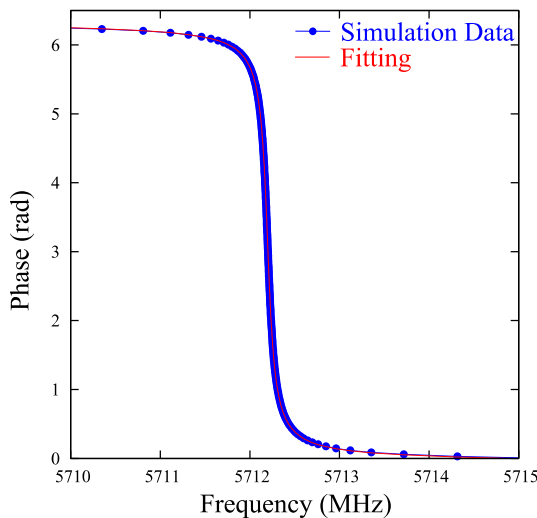


図 35 : 同調曲線 ($r_c = 9.8\text{mm}$, $d = 3.2\text{mm}$)

Fitting より、入力結合器も加えた加速空洞の真の共振周波数 f_0 と外部 Q 値 Q_{ext} が求まり、それぞれ $f_0 = 5712.19$ (MHz)、 $Q_{ext} = 46560$ となった。この設計では、入力結合器も加えた DAA 管の共振周波数が C-band とほぼ一致しており、DAA 管単体の無負荷 Q 値を $Q_0 = 120,000$ と仮定した場合、入力結合器の結合度 β は $\beta = 2.58$ となった。原理実証機用の入力結合器としては、 $r_c = 9.8\text{mm}$ 、 $d = 3.2\text{mm}$ で製作することとした。

5.4. DAA 管のアセンブリ方法

原理実証機は、図 36 に示すように無酸素銅製円筒内に分割した誘電体セル構造を円筒軸方向から順にスタックし、両端面を無酸素銅製端板で閉じる構造とした。実際に高電界試験を行う際、DAA 管ではビーム軸近傍以外にも誘電体円筒と金属管の間の真空排気を行う必要がある。そのため、原理実証機では銅製の円筒と両端板上に、十

分な真空コンダクタンスを確保しつつ、高周波電力が漏れないような多数の真空排気口を設け、原理実証機全体を真空容器に入れることで DAA 管内全体を真空排気するような構造とした。

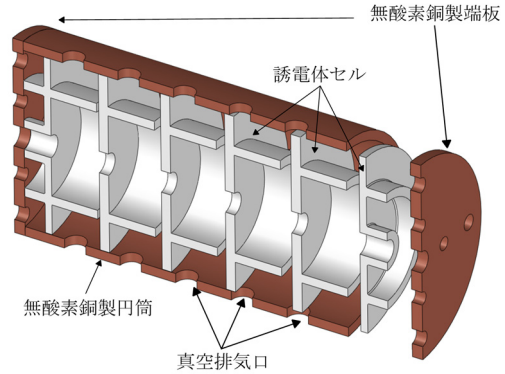


図 36 : DAA 管のアセンブリ方法

5.5. DAA 管の製作

誘電体セル構造については、誘電体円筒が誘電体ディスク面の垂直方向に一体成型された 3 種類の構造体を製作した。製作した 3 種類の誘電体セル構造を図 37 にそれぞれ示す。図 37 (a), (b) はそれぞれ、レギュラーセル、エンドセルを構成する誘電体セル構造である。図 37 (c) に示す誘電体セル構造は、誘電体ディスクを介して一体に形成されたレギュラーセルとエンドセルを両方の機能を担うハイブリッドセルである。

原理実証機では、図 38 (a) に示すように無酸素銅製円筒内の両端にエンドセル、ハイブリッドセルを配置し、その間に 4 枚のレギュラーセルを装荷することで 5 セル DAA 管となる。原理実証機への高周波電力の入力は、矩形導波管で高周波を輸送してきた後、矩形 TE_{10} -円形 TM_{01} へのモードコンバータを経て、円形導波管 TM_{01} モードの入力結合器から行う構造とした。設計・製作してきた各コンポーネントを組み上げることで、C バンド 5 セル DAA 管の原理実証機を完成させた。図 38 (b) は、アセンブリした DAA 管の原理実証機の写真を掲載する。

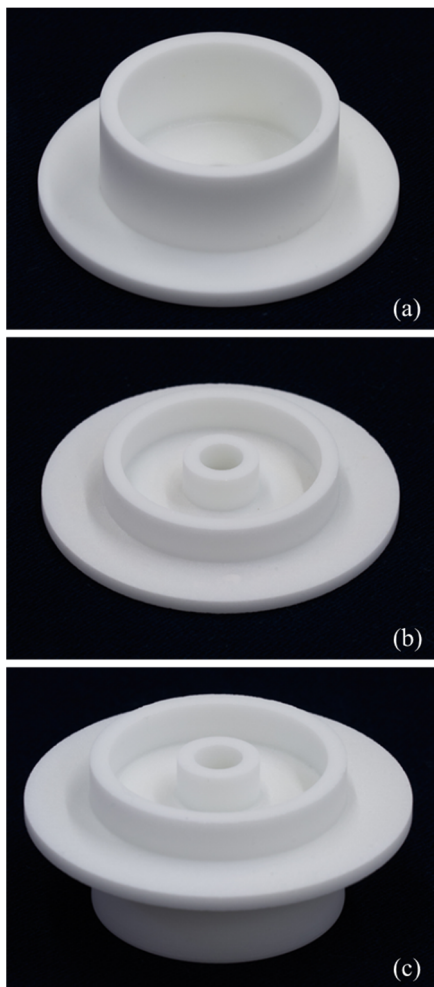


図37：製作した誘電体セル構造. (a) レギュラーセル. (b) エンドセル. (c) ハイブリッドセル^[41].

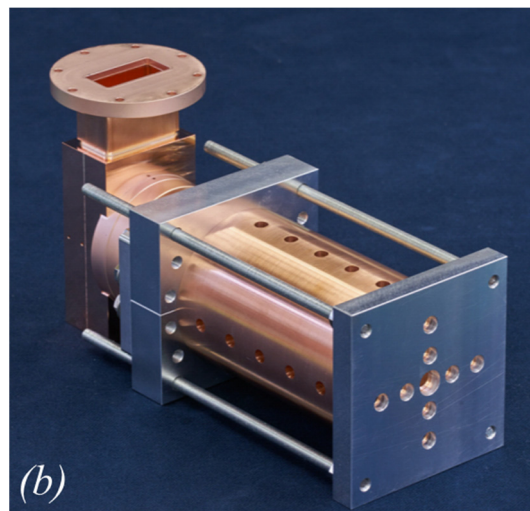
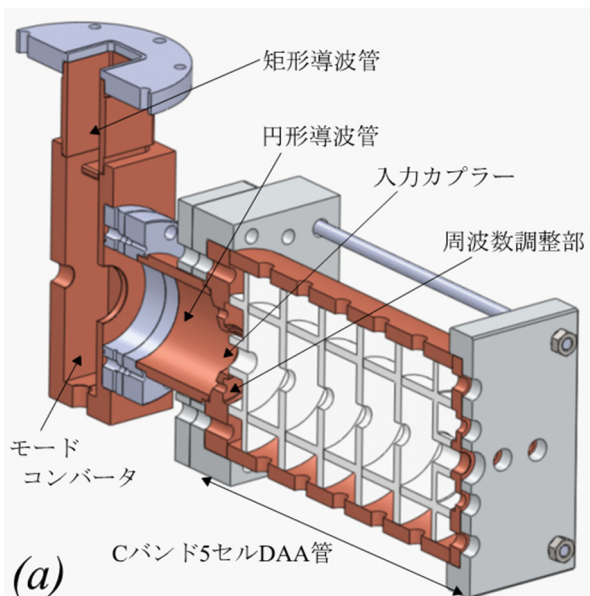


図38：原理実証機の (a) 内部設計図, (b) アセンブリしたDAA管の原理実証機の外観写真

5.6. DAA 管の低電力試験

製作した C-band 5 セル DAA 管の高周波特性は、図 38 (b) に示した原理実証機の矩形導波管部に同軸導波管変換器を取り付け、ベクトルネットワークアナライザを用いて計測した。原理実証機の低電力試験結果を図 39 に示す^[41]。この測定結果より、原理実証機の共振周波数や各 Q 値、入力結合器と加速管の結合度 β を求めた。原理実証機の加速管パラメータの設計値と計測値を表 4 に示す。なお、表 4 のパラメータは DAA 管の周波数チューニングを行った後の測定結果である。原理実証機の加速管パラメータの設計値と計測値を表 4 に示す。なお、表 4 のパラメータは DAA 管の周波数チューニングを行った後の測定結果である。原理実証機では、各誘電体セル構造の超精密仕上げ加工を行わず、5.2 節の方法で DAA 管の周波数チューニングを行うために、DAA 管の共振周波数が 5.712 GHz よりも高周波数で仕上がるように加工公差を設定して製作した。製作後、溝深さ $d=0$ の終端板を用いて低電力試験を実施し、その共振周波数の測定値を基に溝深さ d を決定した。上記の製作方法で共振周波数をおおよそ C-band に調整することができた。無負荷 Q 値についてもほぼ設計通り、 10^5 を越える高い Q 値を実現した。

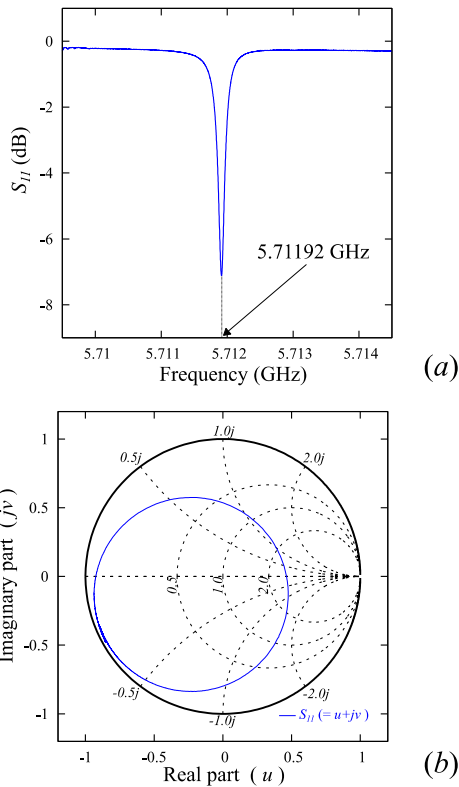


図39：原理実証機の低電力試験結果。

表4：C-band 5セルDAA管の加速管性能の設計値と測定値の比較。

Parameter	Design values	Measured values
f_0 (GHz)	5.7120	5.71192
Q_0	125,000	119,314
Q_{ext}	48,803	46,246
Q_L	35,112	33,328
β	2.56	2.58

ビードプル摂動法^[42]を用いてDAA管内に励振される軸上加速電場分布とシャントインピーダンスの測定を行った。ビードプル摂動法は、空洞共振器における摂動論を利用して、加速管のビーム軸上に沿って摂動体（微小な導体や誘電体）を挿入していき、その摂動体の位置と非摂動時からの共振周波数変化を測定することにより、加速モードの電場分布を間接的に測定する方法である。参考文献 42 によると、ビーム軸をz軸とすると、軸上電界 $E(z)$ は $\{-\Delta f(z)\}^{-1/2}/f_0$ に比例する。 f_0 は非摂動時の共振周波数、 $\Delta f(z)$ は摂動体がzの位置での

非摂動時からの共振周波数変化を意味している。本測定では、直径2 mmのアルミニウム製球状ビーズを摂動体として利用して、ビーム軸上を掃引し、各点での周波数変化から軸上電界の計測を行った。図40には、原理実証機内に励振される軸上規格化加速電場分布の計算値と本計測結果の比較を示しており、非常に良い一致を示した。

加速管の R/Q は、以下の式で計算される。

$$\frac{R}{Q} = \frac{1}{f_0^2} \frac{2}{3\pi\epsilon_0} \frac{1}{\Delta V} \left(\int_0^{L_{tot}} \sqrt{-\Delta f(z)} dz \right)^2$$

ここで、 ΔV は摂動体の体積、 L_{tot} はDAA管の全長を表しており、本測定と前述のQ値測定値を用いて、上式より、単位長さ当たりのシャントインピーダンス Z_{sh} を求めた。その値は、617 M Ω /mとなり、こちらもほぼ設計値通り非常に高いシャントインピーダンスであった。

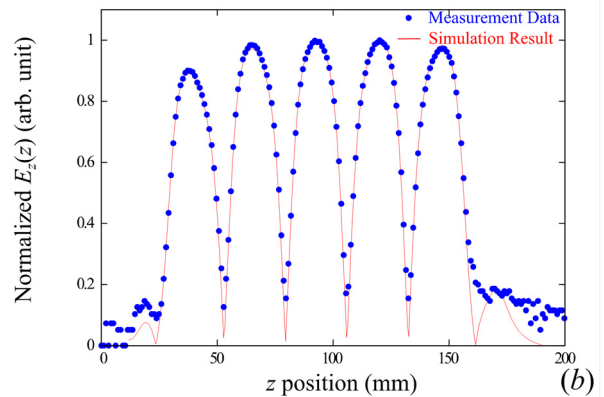


図40：原理実証機内に励振される軸上規格化電場分布の計算値と計測結果。

5.7. DAA 管の高電界試験

高電界試験用テストスタンドの設備図を図 41 に示す。高電界試験用テストスタンドでは高周波源として、周波数 5712 ± 5 MHz、ピーク電力 150 kW、最大パルス幅 10 μ s の C-band クライストロン (PV-5001) を使用した。DAA 管は定在波加速管のため、クライストロン保護として 4-port サーキュレーターを導入している。DAA 管は、図 42 に示すように真空容器内に配置した。クライストロンと真空容器の間に方向性結合器を設けており、入力電力と反射電力の時間波形をモニターす

ることができる。なお、DAA 管の金属部には真空排気口を多数設けており、この排気口より放電時の発光などの一部をモニターすることも可能である。

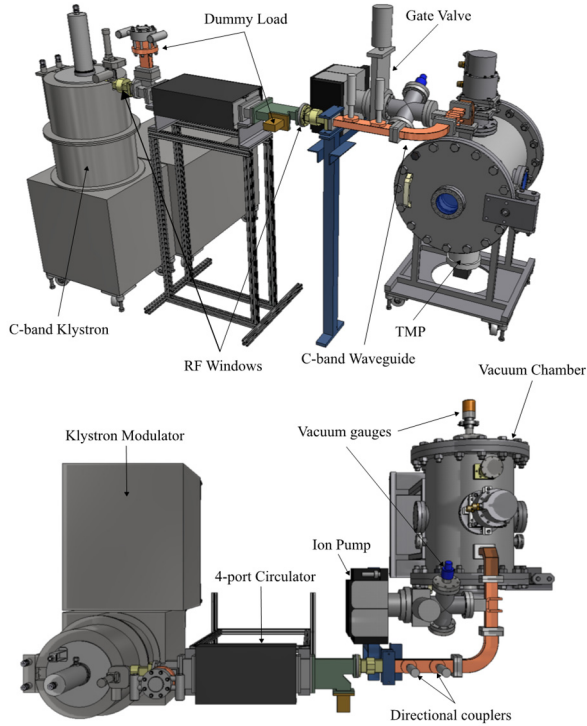


図41：DAA管の高電界試験設備図

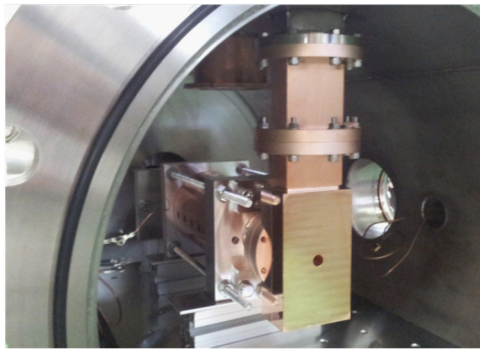


図42：真空容器内に設置されたDAA管の原理実証機

原理実証機の高電界試験中の代表的なRF波形等を図43に示す。正常にRF電力が入力された場合、図43 (a) に示すようにきれいな反射波の波形を確認することができる。しかしながら、徐々に投入電力を上げながらパルス幅を伸ばしていくと図43 (b) の反射波形に見られるような不規則かつ不

安定な波形が確認される。その時、DAA管の側壁に設けた真空排気口からは、微弱な発光が確認されることから、DAA管内部で放電やマルチパクタ等が発生していると考えられる。

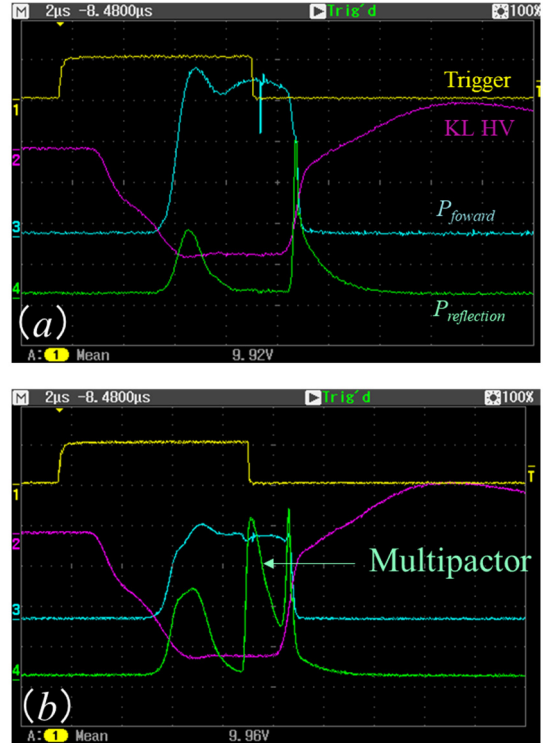


図43：原理実証機の高電界試験中のRF波形等。(a) 正常波形、(b) 放電やマルチパクタ発生時の波形
原理実証機においては、最終的にパルス幅 $2\mu\text{s}$ で 1 MV/m の加速電界の励振には成功した。ただし、それ以上の加速電界になると図43 (b) のような波形が終始続き、高加速電界化が困難であった。

5.8. セラミック表面へのダイヤモンドライクカーボン膜の効果

誘電体加速管においては、数M～数10 MV/mの電界領域で発生するマルチパクタの抑制が共通の課題である。DAA管においても加速管内でマルチパクタが絶えず発生しているために高加速電界が実現することが難しいと考えた。そこで、その対策としてセラミック表面へのダイヤモンドライクカーボン (DLC) 膜の成膜を考えた。その理由としては、マルチパクタの主たる原因である二次電子放出係数を大きく下げることができる点^[43]と加速管表面への成膜した際に余剰な高周

波損失が発生しないため^[44]である。つまり、DAA管の高い加速効率を維持しつつ、高い加速電界を実現できるのではないかと考えた。

図44にDLCを成膜した誘電体セルの写真に掲載する。DLCを成膜することで表面は白色から黒色となる。次にDLCの成膜の有無によるマグネシアセラミックス表面の2次電子放出係数の違いを評価した。その結果を図45に示す。DLC無しのマグネシアセラミック表面は、500 V以上の入射電子に対して約4以上と高い二次電子放出係数を有しているのに対してDLCを成膜することで1.5以下まで大幅に低減化することができるということが明らかとなった^[45]。さらには、複数の誘電体セルにDLCを成膜し、DAA管をアセンブリした後の低電力試験を行った。その結果、成膜前は、 $Q_0 = 112,000$ 、成膜後は、 $Q_0 = 113,000$ とほとんど変化が見られず、高いシャントインピーダンスを維持することができた^[45]。

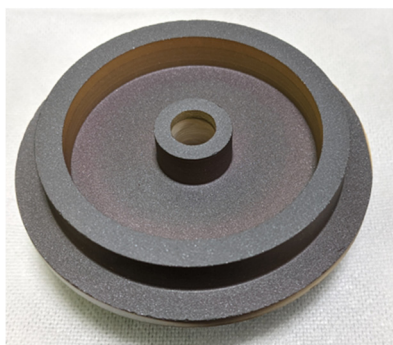


図44：DLCを成膜したハイブリッドセル

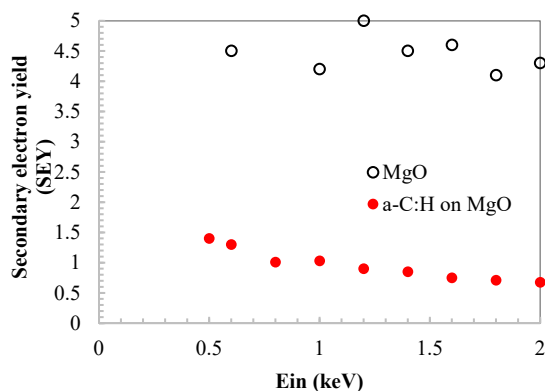


図45：マグネシアセラミックス表面の2次電子放出係数。(白丸：DLC無、赤丸：DLC有)^[45]

DLCを成膜した誘電体セルで構成されるDAA管の高電界試験を実施した。高電界試験の結果を図46に示す。横軸にショット数、縦軸に軸上加速電界を示す。高電界試験の結果、5.4 μs のロングパルスで10 MV/m以上の加速電界を実現した。さらに加速電界を上げると大きな放電が発生し、誘電体セルに不可逆的な変化が生じ、同等の水準まで加速電界を上げることができなくなってしまった。

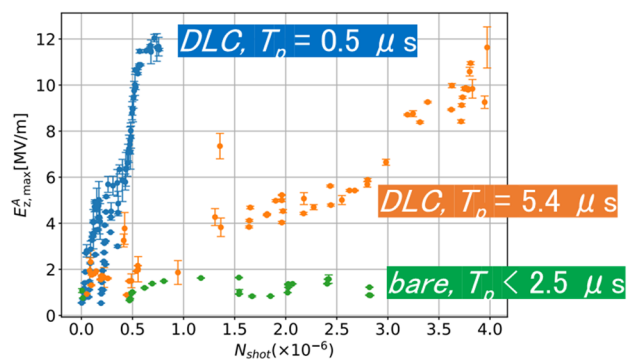


図45：DLC膜付きDAA管の高電界試験結果^[45]

参考文献

- [1] K. Takada, ‘高周波加速’, in OHO text II of OHO’ 97 Accelerating Seminar, 5 (1997)
- [2] T. Natsui, ‘Scientific Verification of X-band Linacs for Industrial and Medical Uses’ Doctoral Dissertation (2010)
- [3] S. Tantawi, et al., PHYS. REV. ACCEL. BEAMS 23, 092001 (2020)
- [4] T. Takatomi, et al., in *Proceedings of Particle Accelerator Society Meeting 2009, JAEA, Tokai, Naka-gun, Ibaraki, Japan, FPACA27*, pp. 998-1000 (2009)
- [5] P. Zou, et al., Rev. Sci. Instrum. 71, 2301 (2000)
- [6] W. Gai, et al., in *Proceedings of 1997 Particle Accelerator Conference, Vancouver, Canada (IEEE, Piscataway, NJ)*, pp. 636–638 (1998)
- [7] S. H. Gold, et al., in *Proceedings of PAC09, Vancouver, BC, Canada, WE6RFP087*, pp. 3001-3003 (2009)
- [8] M. C. Thompson, et al., PRL 100, 214801 (2008)
- [9] E. Chojnacki, et al., J. Appl. Phys. 69, 6257 (1991)
- [10] J.G. Power, et al., PRL 92, 164801 (2004)

- [11] C. Jing, et al., in *Proceedings of IPAC2013, Shanghai, China TUPEA087*, pp. 1319-1321 (2013)
- [12] C. Jing, et al., *Nucl. Instrum. Meth. A*, 594, 2, pp. 132-139 (2008)
- [13] C. Jing, et al., *Nucl. Instrum. Meth. A*, 539, 3, pp. 445-454 (2005)
- [14] K. Sakoda, ‘フォトニック結晶入門’, 森北出版株式会社 (2004)
- [15] M. Hu, *PRSTAB* 16, 022002 (2013)
- [16] G. R. Werner, et al., in *Proceedings of 2005 Particle Accelerator Conference, Knoxville, Tennessee, TPAE051*, pp. 3164-3166 (2005)
- [17] E. I. Smirnova, et al., *PRL* 95, 074801 (2005)
- [18] M. R. Masullo, et al., *Microw. Opt. Technol. Lett.* 48, 2486 (2006)
- [19] J. X. Zhang, et al., in *Proceedings of PAC2013, Pasadena, CA, USA, MOPSM06*, pp. 357-359 (2013)
- [20] J. Zhang, et al., *PHYS. REV. ACCEL. BEAMS* 19, 081304 (2016)
- [21] P. Zou, et al., in *Proceedings of the 2001 Particle Accelerator Conference, Chicago, USA, FPAH125*, pp. 3966-3968 (2001)
- [22] J. Shao, et al., in *Proceedings of the 9th International Particle Accelerator Conference, Vancouver, BC, Canada, (JACoW, Geneva, Switzerland, 2018)*, pp. 1539-1541.
- [23] C. Jing, et al., in *2018 IEEE Advanced Accelerator Concepts Workshop (AAC)*, (IEEE, New York, 2018), pp. 1-5.
- [24] B. Freemire et al., *PHYS. REV. ACCEL. BEAMS* 26, 071301 (2023)
- [25] <https://www.cst.com/Products/CSTMWS>
- [26] Y. Takagi and S. Sawada, 『磁性体・誘電体の物性工学』, オーム社 (1967)
- [27] L. F. Chen, C. K. Ong, C. P. Neo, V. V. Varadan and Vijay K. Varadan, ‘*Microwave Electronics: Measurement and Materials Characterization*’ (Wiley, New York, 2004)
- [28] X. Aupi, et al., *J. Appl. Phys* 95, 2639 (2004)
- [29] N. McN Alford, et al., *J. European. Ceram. Soc.* 21, 2605 (2001)
- [30] J. D. Breeze, et al., *Appl. Phys. Lett.* 81, 5021 (2002)
- [31] Y. Konishi, 『マイクロ波回路の基礎とその応用 (第4版)』, 総合電子出版社 (1997)
- [32] K. Wakino, et al., ‘*Dielectric Materials for Dielectric Resonator*’, *Joint Convention Record of Four Institutes of Electrical Engineers, Japan*, 235 (1976)
- [33] M. Furuya, et al., *Jpn. J. Appl. Phys.* 33, 5482 (1994)
- [34] T. Hiuga, K. Matsumoto and H. Ichimura, ‘*Dielectric Properties of BMT Series Ceramics at Microwave Frequencies*’ *IEICE Tech. Rep. Japan, CPM 86-31*, pp.41 (1986)
- [35] S. Kawashima, et al., *J. Am. Ceram. Soc.* 66, 421 (1983)
- [36] S. Nishigaki, et al., ‘*Dielectric Properties of BaO-TiO₂-WO₃ System at Microwave Frequency*’, *Abstract of the 3rd U.S. ; Japan Seminar on Dielectric and Piezoelectric Ceramics*, pp.55 (1986)
- [37] H. M. O'Bryan, et al., *J. Am. Ceram. Soc.* 57, 450 (1974)
- [38] A. Takasugi and R. Kitoh, *IEICE Tech. Rep. Japan, SC -9-6* (1988)
- [39] C. L. Liu, et al., *J. Am. Ceram. Soc.* 84, 6, 1291-1295 (2001)
- [40] J. Krupka, et al., *Meas. Sci. Technol.* 10, 387 (1999)
- [41] D. Satoh, et al., *Phys. Rev. Accel. Beams*, 20, 091302 (2017).
- [42] L. C. Maier Jr., et al., *J. Appl. Phys.* 23, 68 (1952).
- [43] 西脇 みちる他, *真空* 48 巻, 3 号, pp.22 - 24 (2005)
- [44] H. Xu, et al., *PHYS. REV. ACCEL. BEAMS* 22, 021002 (2019)
- [45] S. Mori, et al., *PHYS. REV. ACCEL. BEAMS* 24, 022001 (2021)