

4-4 非線形光学の最適化(下崎)

(前半) 非線形光学の最適化とは

(後半) 電子蓄積リングにおける非線形光学の設計例

後半の概要:

- 1 非線形オプティクス補正の方法について
- 2 非線形共鳴と振幅依存チューンを補正したら
入射効率が良くなった話(まずはお話のベースとして)
- 3 更に非線形共鳴と振幅依存チューンを補正したら
入射効率が悪化した話(振幅依存center shiftの補正について)
- 4 更にスキュー六極磁場が励起する非線形共鳴を
ノーマル六極磁場で回避して入射効率が良くなった話
- 5 極低エミッタンス化に向けてのストラテジー

「非線形オプティクスの最適化を行う」とは何か

六極磁場：

$$B_y = \frac{B''}{2} (x^2 - y^2)$$

$$B_x = -B''xy$$

$$k = \frac{B''}{B\rho}$$

ベータatron振動の式：

$$\begin{aligned} x'' + K(s)x &= -k(s) \frac{x^2 - y^2}{2} \\ y'' - K(s)y &= +k(s)xy \end{aligned}$$

あるラティスにおいて、
四極磁場 $K(s)$ の調整で

- ・ β 関数 (= チューン)
- ・ 分散関数

の最適化などを行うように、

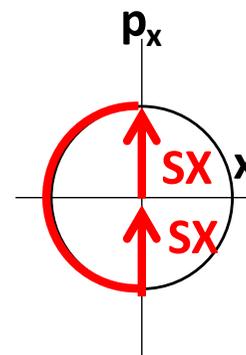
あるラティスにおいて、
六極磁場 $k(s)$ を調整して

- ・ クロマティシティ
- ・ 非線形共鳴
- ・ 振幅依存チューン

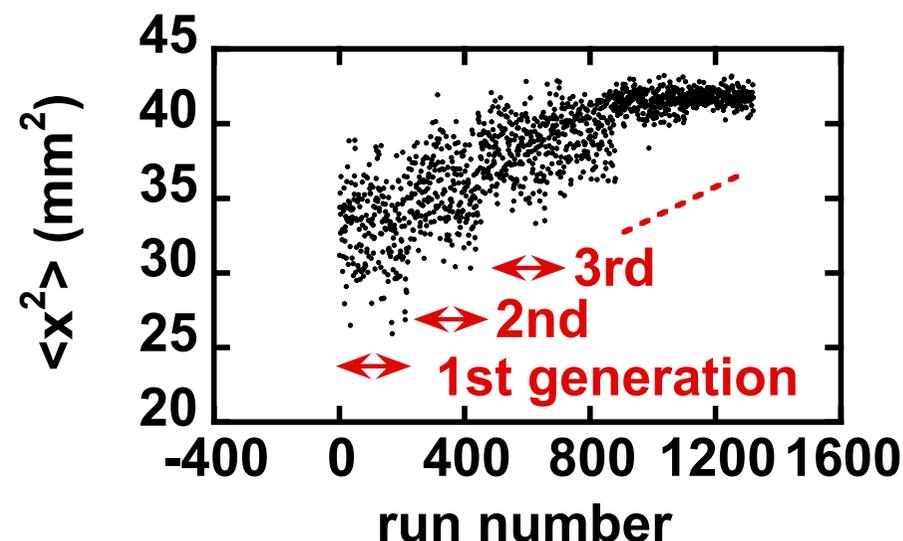
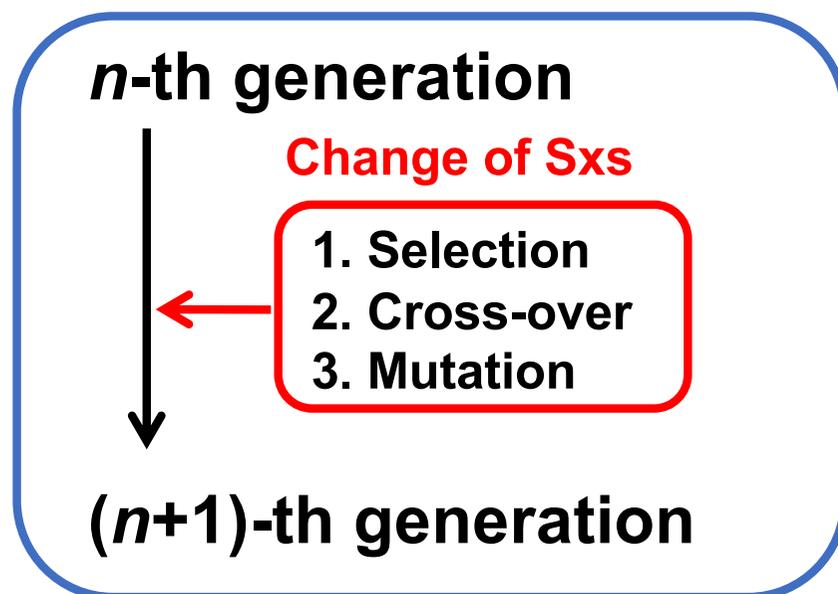
などを補正することで、
ビーム安定領域を拡張
すること。

狭いビーム安定領域の問題解決に向けて

- 振幅依存チューンシフトの補正
Resonance Driving Termの補正
- Interleaved Sextupoleの導入
- 八極磁石の導入
- 遺伝的アルゴリズムの導入



ベータatron振動の
位相差 $\Delta\psi = \pi$ の
前後に同じキックを
与えると元の場所
に戻る、という概念
(inter-leaved SX)



horizontal RMS size of DA
(Survey on genetic algorithm)

極低エミッタンスラティスにおける 非線形オプティクス最適化

下崎義人 (JASRI / SPring-8)

概要

- 1 背景と目的
- 2 遺伝的アルゴリズムに頼らない、六極磁場の最適化手法
- 3 SPring-8への適用例
- 4 非線形共鳴のdriving termを抑制した方が良いのか
振幅依存チューンシフトを抑制した方が良いのか
を調べる
- 5 サマリー

2015年11月26日 ビーム物理研究会2015

2015/11/26-27 ビーム物理研究会2015
@ いばらき量子ビーム研究センター

2015/11/27-28 ビーム物理若手の会2015
@ やよい研究員宿舎

他の施設(電子加速器、ハドロン加速器)が非線形最適化を「どうしているのか」、「どう考えているのか」を、ぜひとも知りたい

How

その1

(ビーム物理屋として)
遺伝的アルゴリズム
による最適化を
良しとするか



(ビーム物理屋として)
理論的／解析的に
理解を深めながら
最適すべきか



限られた自由度の中で、
目的関数として

What

その2

非線形共鳴の
Driving termを
叩くべきなのか



振幅依存
チューンシフトを
叩くべきなのか

極低エミッタンスラティスにおける 非線形オプティクス最適化

下崎義人 (JASRI / SPring-8)

概要

- 1 背景と目的
- 2 遺伝的アルゴリズムに頼らない、六極磁場の最適化手法
- 3 SPring-8への適用例
- 4 • 非線形共鳴のdriving termを抑制した方が良いのか
• 振幅依存チューンシフトを抑制した方が良い
- 5 サマリー

2015年11月26日 ビーム物

2015/11/26-27 ビーム物理研究会2015
@ いばらき量子ビーム研究センター

2015/11/27-28 ビーム物理若手の会2015
@ やよい研究員宿舎

遺伝的アルゴリズムについて

下崎から、「プロジェクトの場合、設計には時間的に締切がある。
ビーム物理屋として、

遺伝的アルゴリズムに頼った効率的設計を許容するか？
非効率的であっても理論的・解析的に理解を深めながら

設計すべきと思うか？」

と参加者に質問。

- プロジェクトには締切があるのだから遺伝的アルゴリズムを許容。
設計を何段階かに区切ることで、リングの性質を理解すれば良い。
- 設計したリングの本質を理論的に理解すれば、
遺伝的アルゴリズムは必要ない筈。
- 遺伝的アルゴリズムは生理的に嫌い。

という意見があった。

大学関係者

(人が少ないから) →

研究機関関係者

(研究者が多いから) →

今日のお話

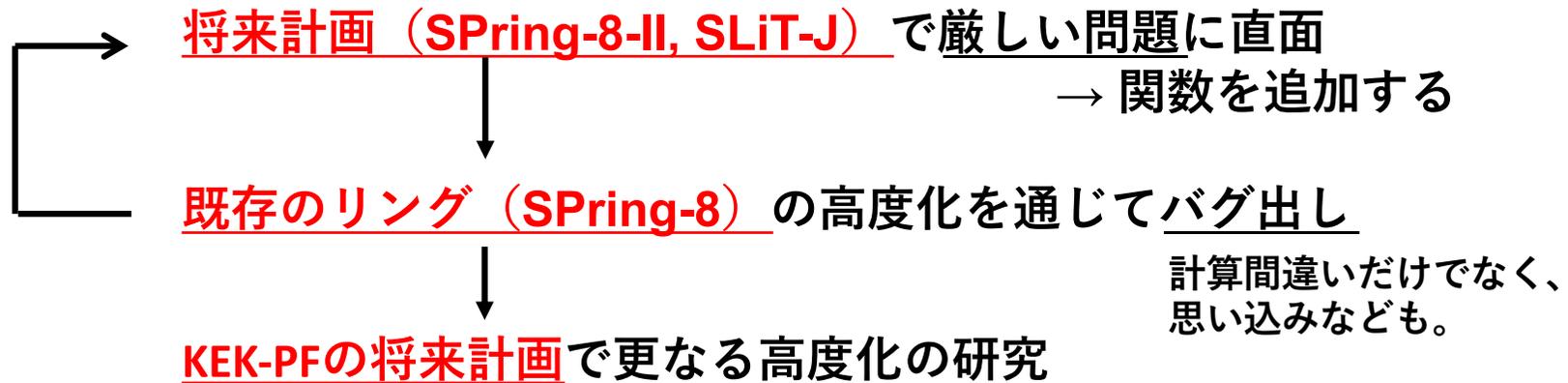
今回は

こちら→

- ・「六極磁場が誘起する諸現象」の式を解いて最適値を求める。
- ・ 遺伝的アルゴリズムなどを使って最適値を求める。

これまで様々な放射光施設において、ビーム安定領域を拡張するために六極磁場の最適化を行なってきた。

2008~2018	}	SPring-8	: 大型放射光施設@播磨
		SPring-8-II	: SPring-8の将来計画
		SLiT-J	: 今のNanoTerasu@仙台
2020~		KEK-PFの次期計画	



これまで
・何を考えて
・何を行なってきたか
についてお話する予定

六極磁場が誘起する諸現象

六極磁場
に対して
1次の式

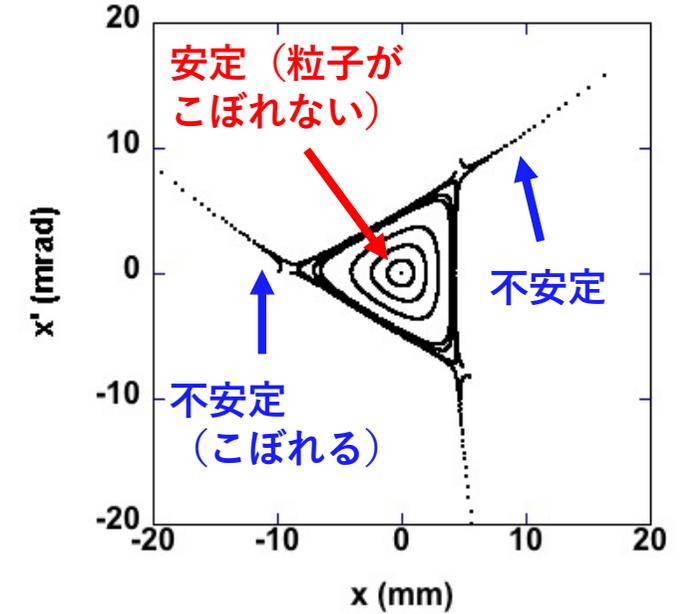
- 1 1次のクロマティシティ ($\Delta Q = \xi_0 \delta$)
- 2 非線形共鳴 ($Q_x \sim \text{int.}, 3Q_x = \text{int.}, Q_x \pm 2Q_y \sim \text{int.}$)
- 3 2次の分散関数 ($\Delta x = D_1 \delta^2$)
H. Tanaka et al., NIMA 431 (1999), 396-408.
- 4 振幅依存center shift
Y. Shoji, M. Takao, and T. Nakamura, PRSTAB 17 064001 (2014).

六極磁場
に対して
2次の式

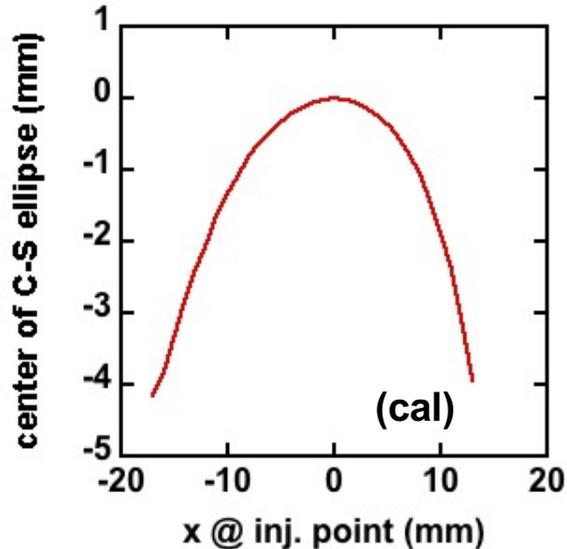
- 5 振幅依存チューンシフト
K. Soutome and H. Tanaka, PRAB 20, 064001 (2017).
- 6 2次のクロマティシティ ($\Delta Q = \xi_1 \delta^2$)
M. Takao, PRE 72, 046502 (2005).

(Q_x, Q_y) : チューン
 δ : 運動量偏差

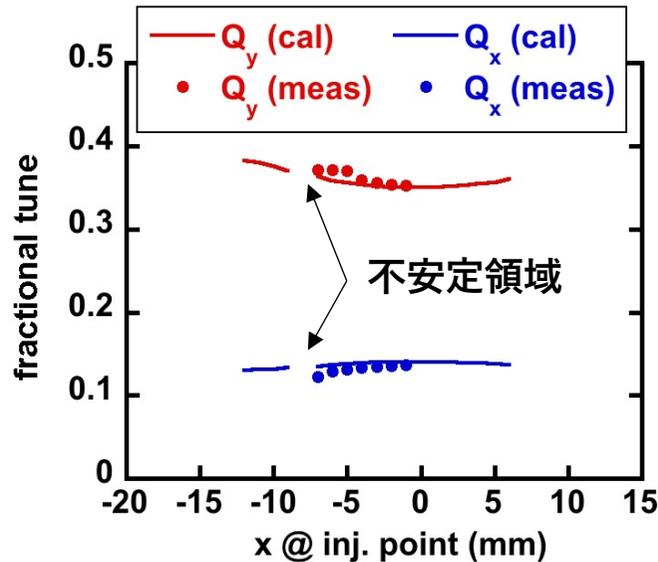
3次共鳴の例



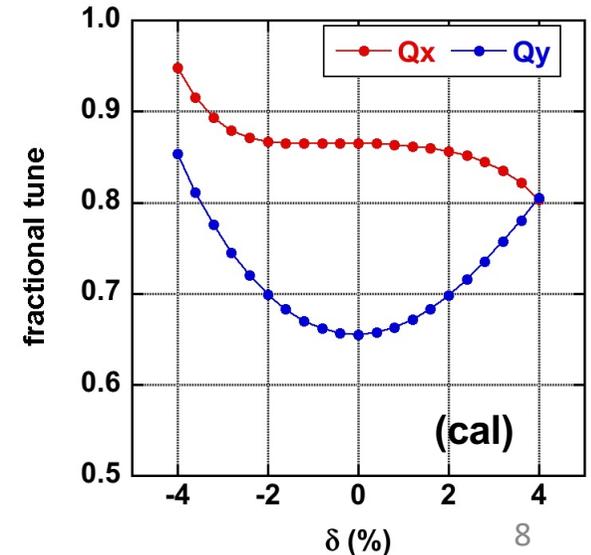
振幅依存center shift



振幅依存チューン(x)



振幅依存チューン(δ)



非線形オプティクス設計手法

「六極磁場が誘起する諸現象」の式を連立的に解いて
最適な六極磁場を求める。

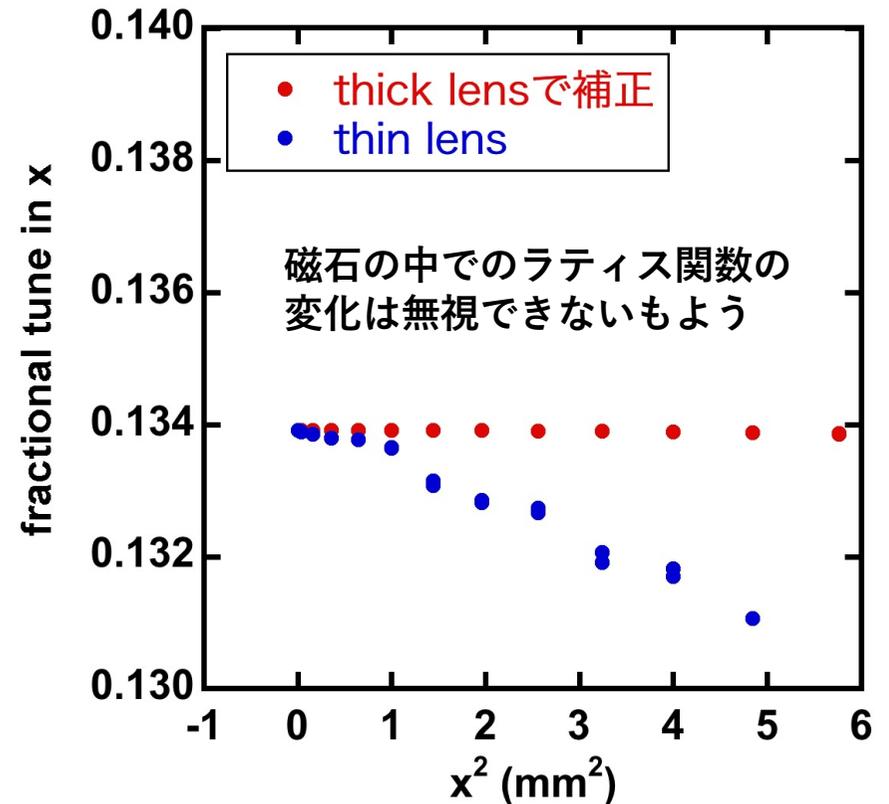
β 関数や分散関数などで決まる係数
ただし六極磁石を厚肉磁石として扱うこと

六極磁場係数

$$\begin{pmatrix} \text{coef. of linear chromaticity} \\ \text{coef. of resonant term } (\delta=0, \delta \neq 0) \\ \text{coef. of 2nd order dispersion} \\ \text{coef. of amp. dependent center shift} \\ \text{coef. of amp. dependent tune} \\ \text{coef. of 2nd order chromaticity} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} k_1 \\ \vdots \\ k_i \\ \vdots \\ k_n \\ k_1^2 \\ \vdots \\ k_i k_j \\ \vdots \\ k_n^2 \end{pmatrix} = \text{set-values}$$

X方向振幅依存チューン

厚肉近似で補正した場合と
薄肉近似で補正した場合



後半の概要:

- 1 非線形オプティクス補正の方法について
- 2 非線形共鳴と振幅依存チューンを補正したら
入射効率が良くなった話(まずはお話のベースとして)
- 3 更に非線形共鳴と振幅依存チューンを補正したら
入射効率が悪化した話(振幅依存center shiftの補正について)
- 4 更にスキュー六極磁場が励起する非線形共鳴を
ノーマル六極磁場で回避して入射効率が良くなった話
- 5 極低エミッタンス化に向けてのストラテジー

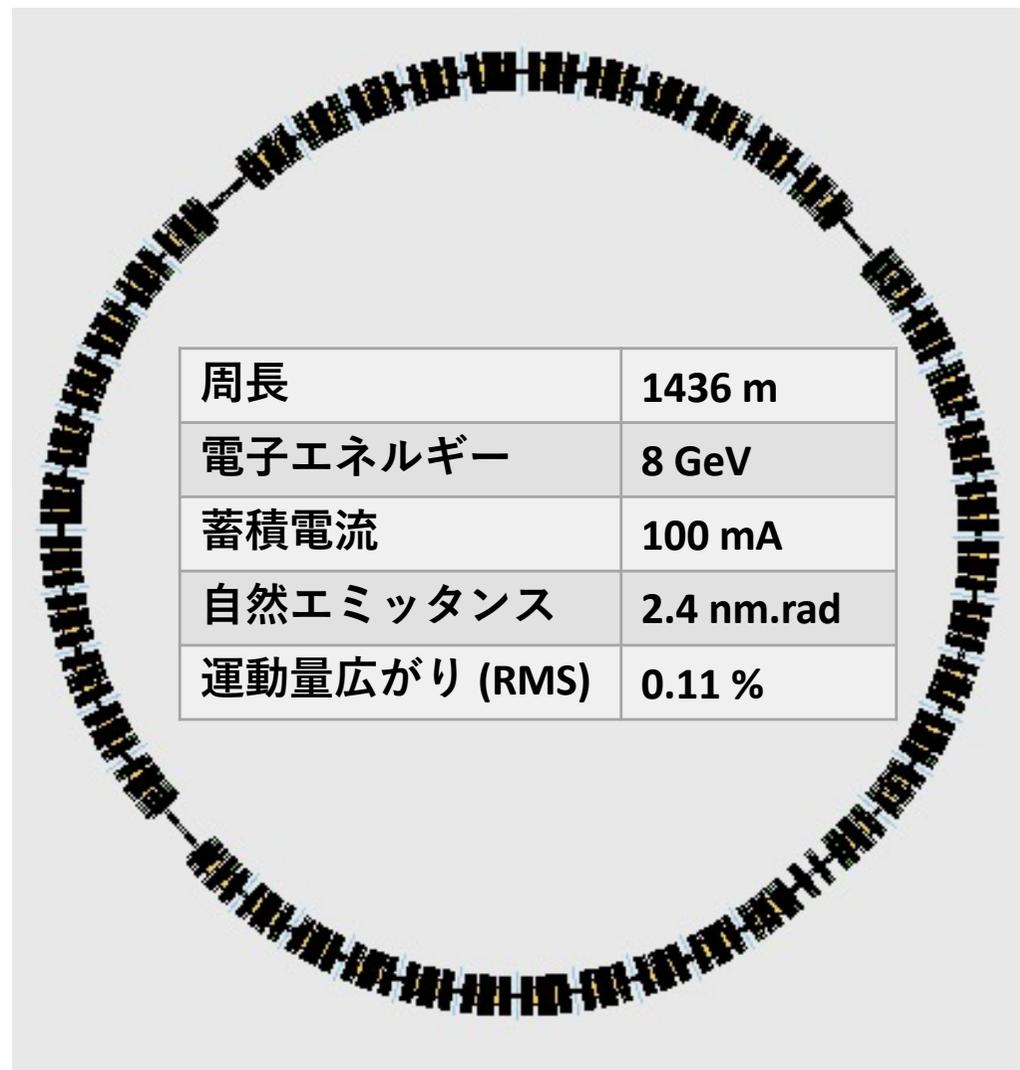
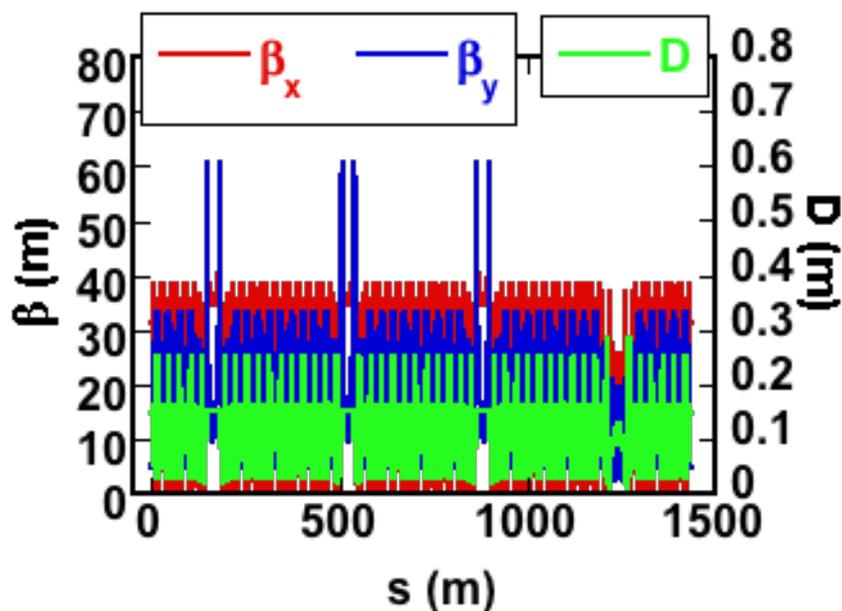
SPring-8蓄積リングについて

1回対称リングである：

挿入光源を入れるために、
四極配置の周期性を崩している。

加速器機器及び挿入光源用の
スペースを確保するために、
六極配置の周期性も崩している。

蓄積リングのラティス関数



SPring-8における非線形共鳴と振幅依存チューンの補正

まずはSPring-8蓄積リングで入射効率を改善するために

- 1 振幅依存チューンシフト
- 2 非線形共鳴

を補正する六極パラメータを、連立方程式

$$\begin{pmatrix} \text{coef. of linear chromatic term} \\ \text{coef. for suppression of bump leakage} \\ \text{coef. of resonant term } (\delta=0, \delta \neq 0) \\ \text{coef. of 2nd order dispersion} \\ \text{coef. of amp. dependent tune } (x, y) \\ \text{coef. of 2nd order chromaticity} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} k_1 \\ k_2 \\ \vdots \\ k_n \\ k_1^2 \\ \vdots \\ k_i k_j \\ \vdots \\ k_n^2 \end{pmatrix} = \text{goal}$$

を解いて求めた。

→ 解析値を実機に投入した。

補正条件

共鳴の強さ

	before	after
$Q_x \sim \text{int. (1) Real}$	0.5	0.0
Im.	-1.3	0.1
$Q_x \sim \text{int. (2) Real}$	26.6	0.0
Im.	11.2	0.0
$3Q_x \sim \text{int. Real}$	-0.9	-0.1
Im.	10.0	8.8
$Q_x + 2Q_y \sim \text{int. Real}$	7.2	-7.4
Im.	6.0	-6.1
$Q_x - 2Q_y \sim \text{int. Real}$	126.8	120.4
Im.	47.5	45.2

$Q_x \sim \text{int. (1)}$ はx方向作用変数 (I_x) だけの関数
 $Q_x \sim \text{int. (2)}$ は I_x と I_y の関数

Amplitude dependent tuneの係数

六極電源が
許容する範囲
で小さくした



他のパラメータ
は概ね固定

	before	after
α_{xx}	-14619	-7310
α_{xy}	6206	1241
α_{yy}	-3106	-1553
α_{px}	-45869	-45869
α_{py}	10551	-10551

非線形分散関数 (D_1) の乱れの大きさ

	before	after
Qx term Real	175.3	132.4
Im	-105.0	-76.7

上を満たす解析解 (ベクトル k) を、
tracking codeと実機に適用した

横軸：初期振幅
縦軸：FFTスペクトル

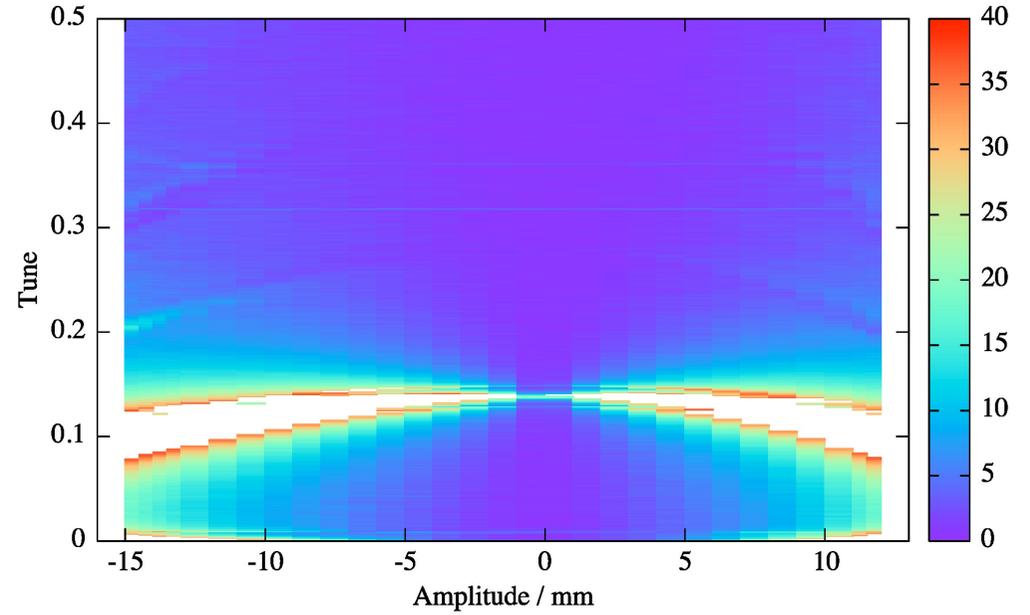
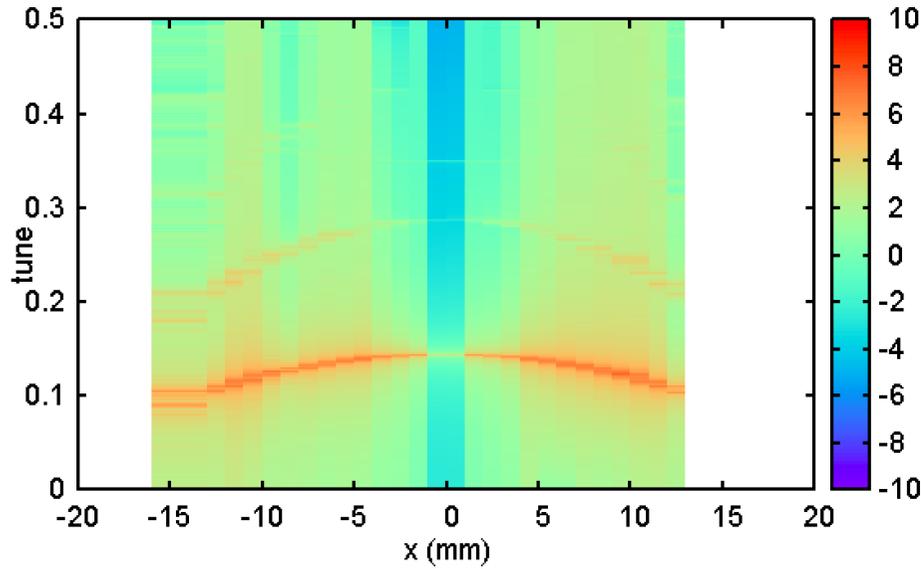
振幅依存チューン (Q_x vs x)

測定結果

tracking

'map_fft2.txt' u 2:1:4

before

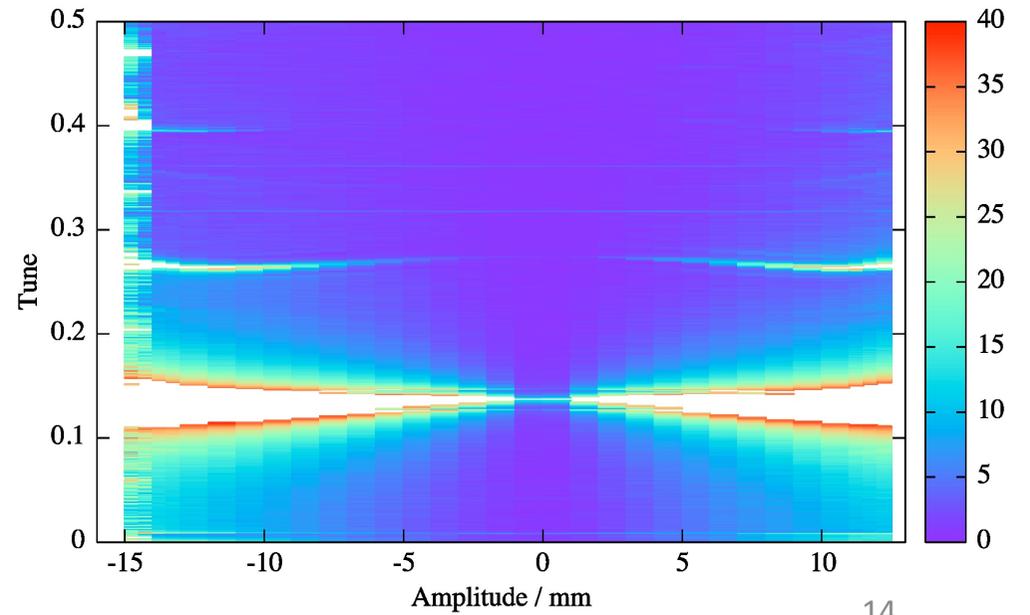
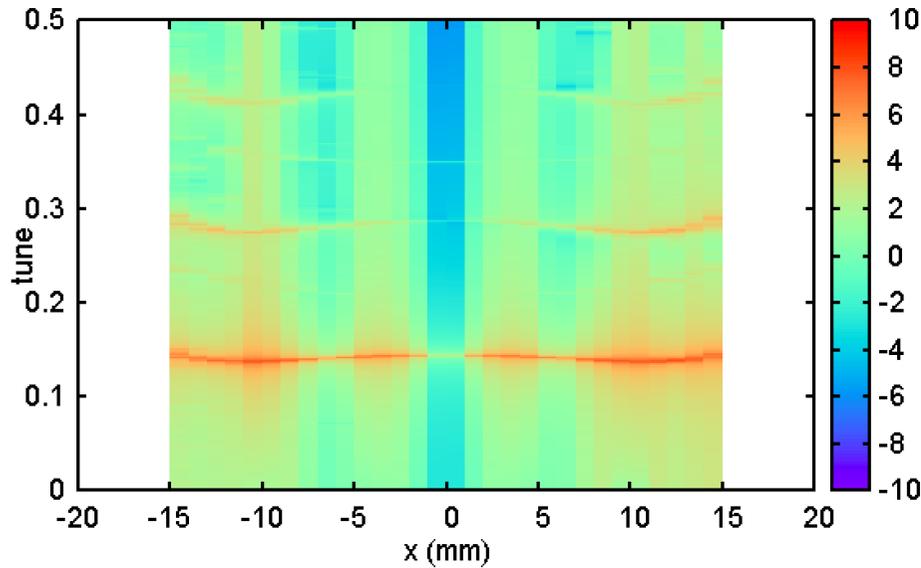


-4.03600, 0.268152

Qx vs x

'map_fft2.txt' u 2:1:4

after



1.72378, 0.173838

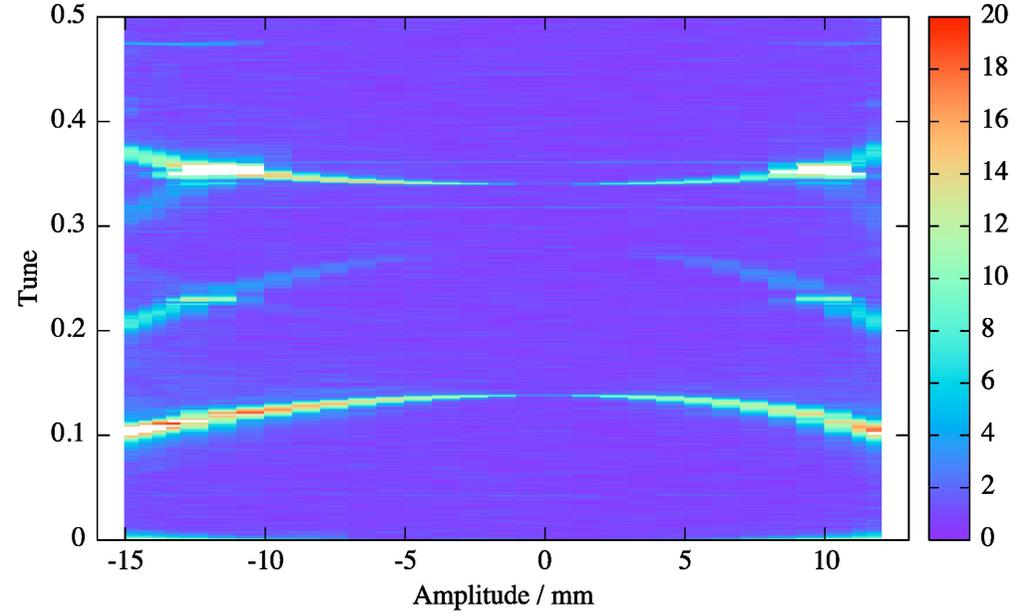
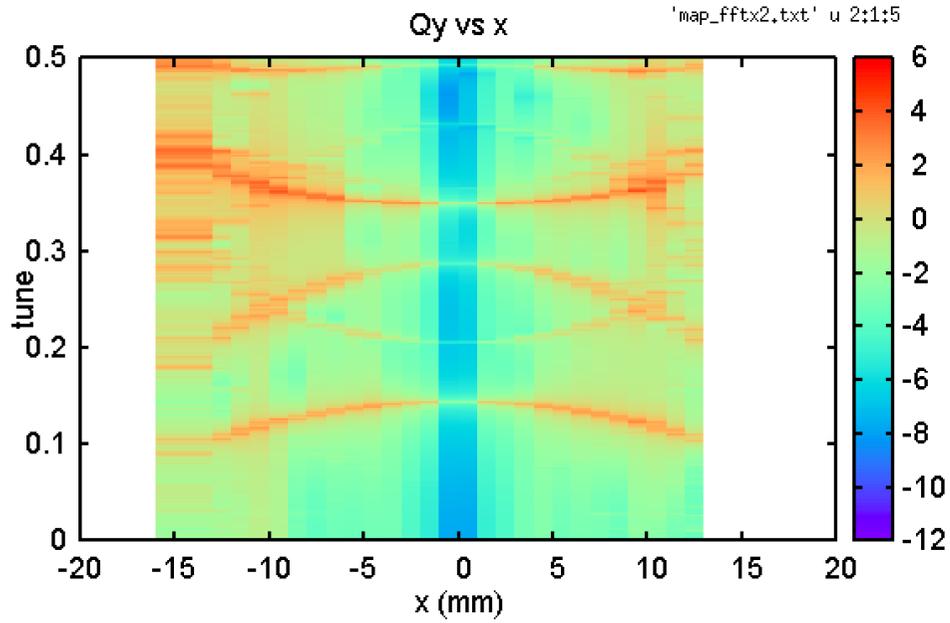
横軸：初期振幅

縦軸：FFTスペクトル

tracking 振幅依存チューン (Q_x vs x)

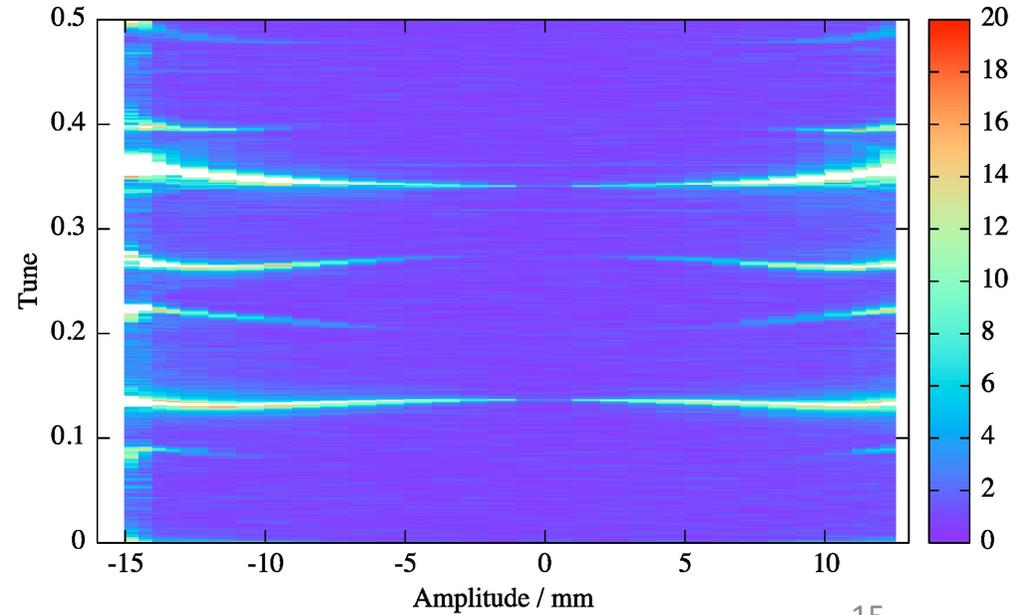
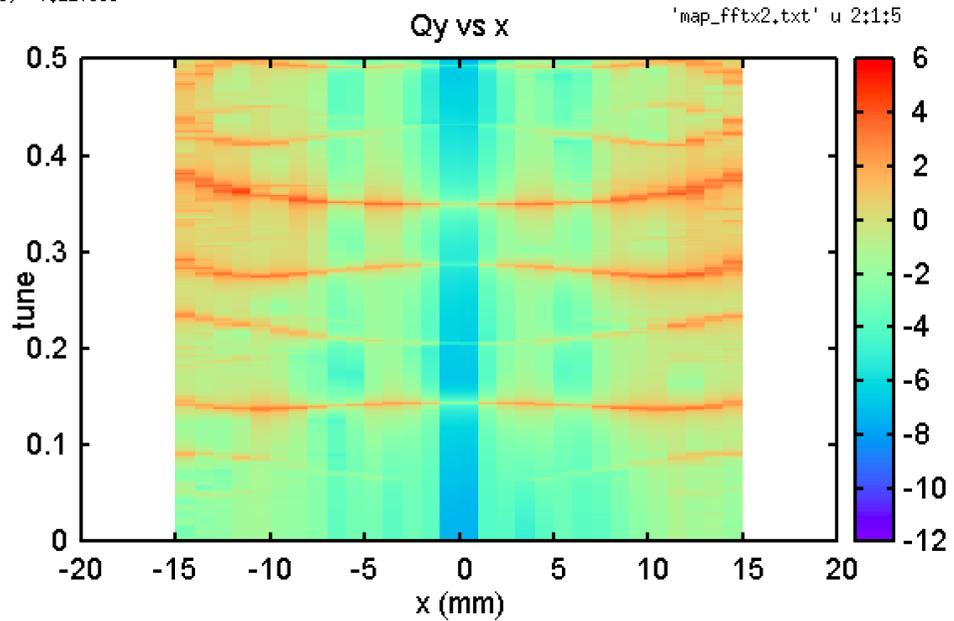
測定結果

before



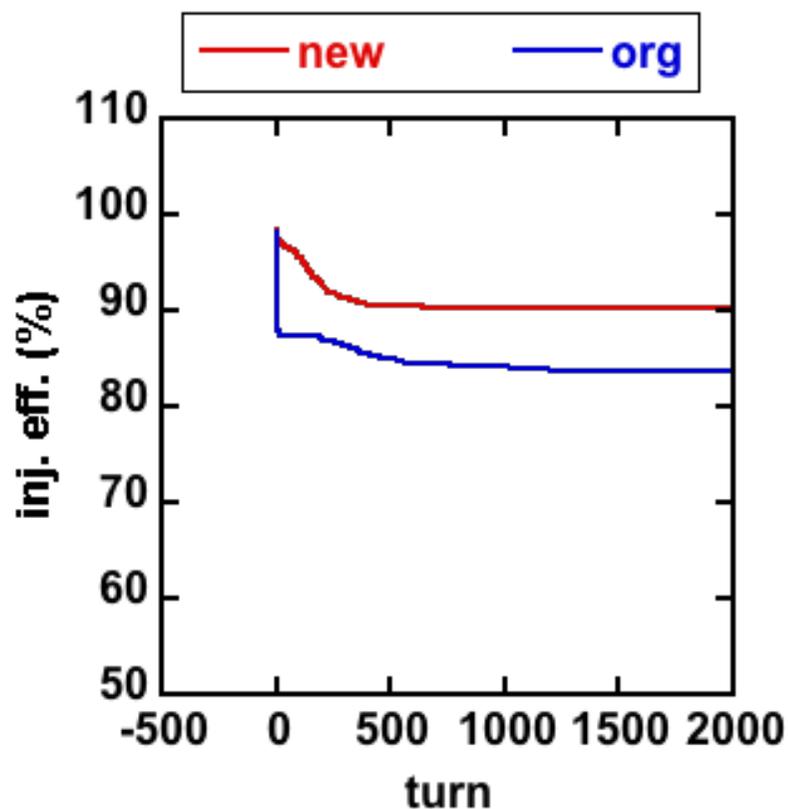
5.36518, 0.220899

after



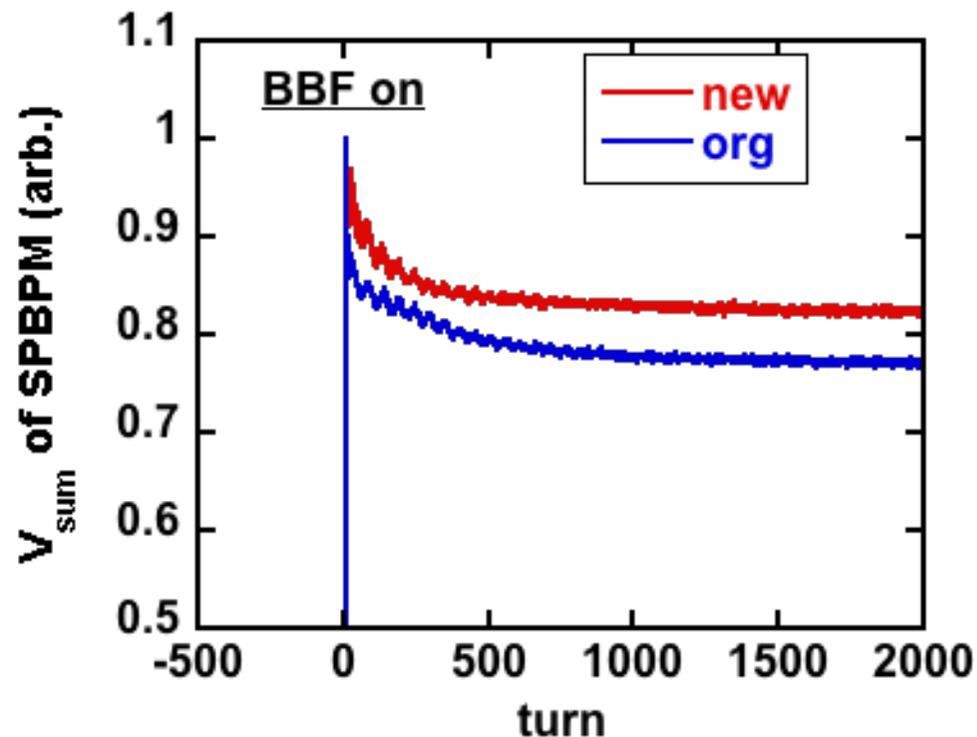
2.26376, 0.201690

積上入射効率 (tracking結果)



injection eff. @ 8000th
new: 90.2 %
org: 83.7 %

積上入射効率 (測定結果)



Injection efficiency (ave)
new Sx: 83.9 %
org Sx: 79.2 %

測定結果は計算結果を概ね再現。

＝ 「計算で原因を探って実験で検証する」が可能なリングである。
(次からのお話で重要となる)

後半の概要:

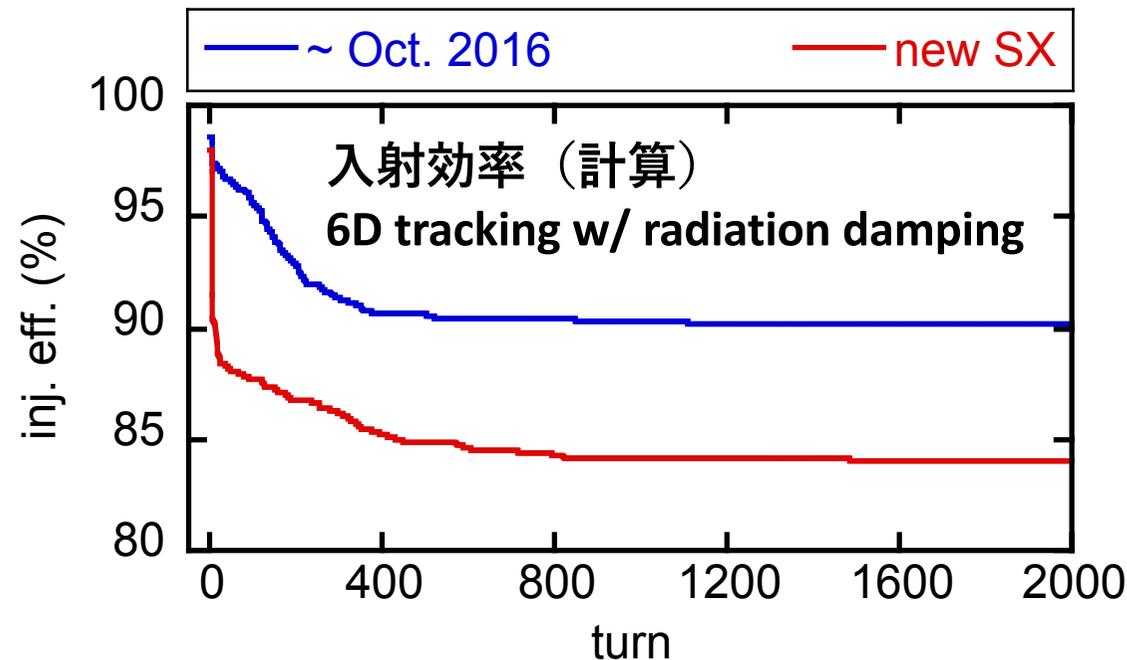
- 1 非線形オプティクス補正の方法について
- 2 非線形共鳴と振幅依存チューンを補正したら
入射効率が良くなった話(まずはお話のベースとして)
- 3 更に非線形共鳴と振幅依存チューンを補正したら
入射効率が悪化した話(振幅依存center shiftの補正について)
- 4 更にスキュー六極磁場が励起する非線形共鳴を
ノーマル六極磁場で回避して入射効率が良くなった話
- 5 極低エミッタンス化に向けてのストラテジー

研究背景

SPring-8蓄積リングの入射効率改善を期待して
六極が誘起する非線形共鳴と振幅依存チューンを更に補正した



共鳴も振幅依存チューンシフトもよく補正されているのに
入射効率が悪くなった。なぜ？



→ 振幅依存center shiftが原因だった

振幅依存center shiftとは(1/2)

PHYSICAL REVIEW SPECIAL TOPICS - ACCELERATORS AND BEAMS 17, 064001 (2014)

Amplitude dependent shift of betatron oscillation center

Yoshihiko Shoji,¹ Masaru Takao,² and Takeshi Nakamura²

¹*Laboratory of Advanced Science and Technology for Industry (LASTI),
University of Hyogo, 1-1-2 Kouto, Kamigori-cho, Ako-gun, Hyogo 678-1205, Japan*

²*Japan Synchrotron Radiation Research Institute (JASRI/SPring-8),
1-1-1 Kouto, Sayo, Hyogo 679-5148, Japan*

(Received 27 February 2014; published 17 June 2014)

We have analytically calculated and measured the amplitude-dependent shift of the betatron oscillation center at the electron storage ring, NewSUBARU. The shift is due to nonzero average horizontal deflections at the normal sextupole magnets. The shifted center forms a displaced closed orbit and is measured by a closed orbit distortion measurement system, although no single electron runs on this orbit. The measured shifts by betatron oscillations agreed with the theoretical calculation except the variation of data points, which did not obey the ring symmetry. Additional measurements, whose results included the effect of the circumference shift, experimentally proved the amplitude dependent circumference shift for the first time. We also discuss some applications of the shift, which has never been previously analyzed.

DOI: [10.1103/PhysRevSTAB.17.064001](https://doi.org/10.1103/PhysRevSTAB.17.064001)

PACS numbers: 41.60.Ap, 29.20.dk, 29.27.Bd

振幅依存center shiftとは(2/2)

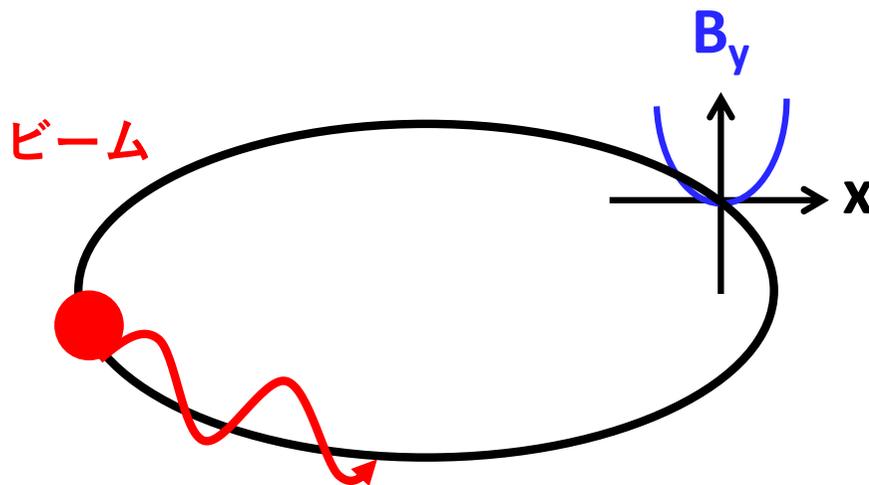
xに対して偶関数なy方向磁場がある場合、

ビームが振幅 x_0 で振動していると

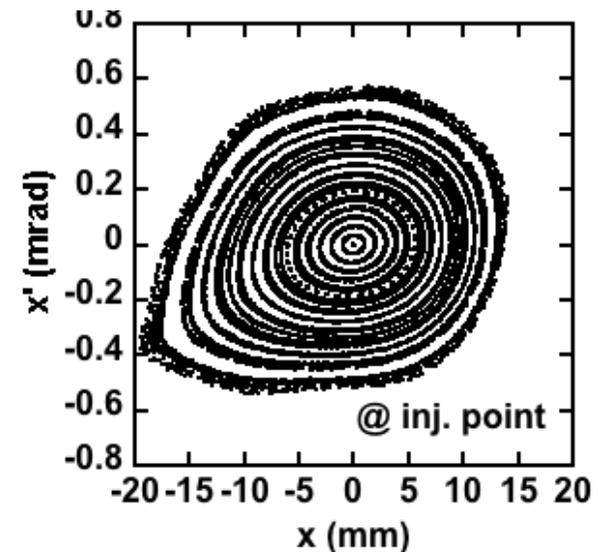
- 時間平均キック量 $\langle B_y \rangle$ がゼロにならない
- 時間平均キック量 $\langle B_y \rangle$ が振幅 x_0 の関数になる

$$\langle B_y \rangle = \langle kx^2 \rangle = \frac{1}{2\pi} \oint kx_0^2 \cos^2 \phi d\phi = \frac{kx_0^2}{2}$$

→ 「振幅依存のCOD」のようなものができる
= Courant-Snyderの楕円が同心円でなくなる

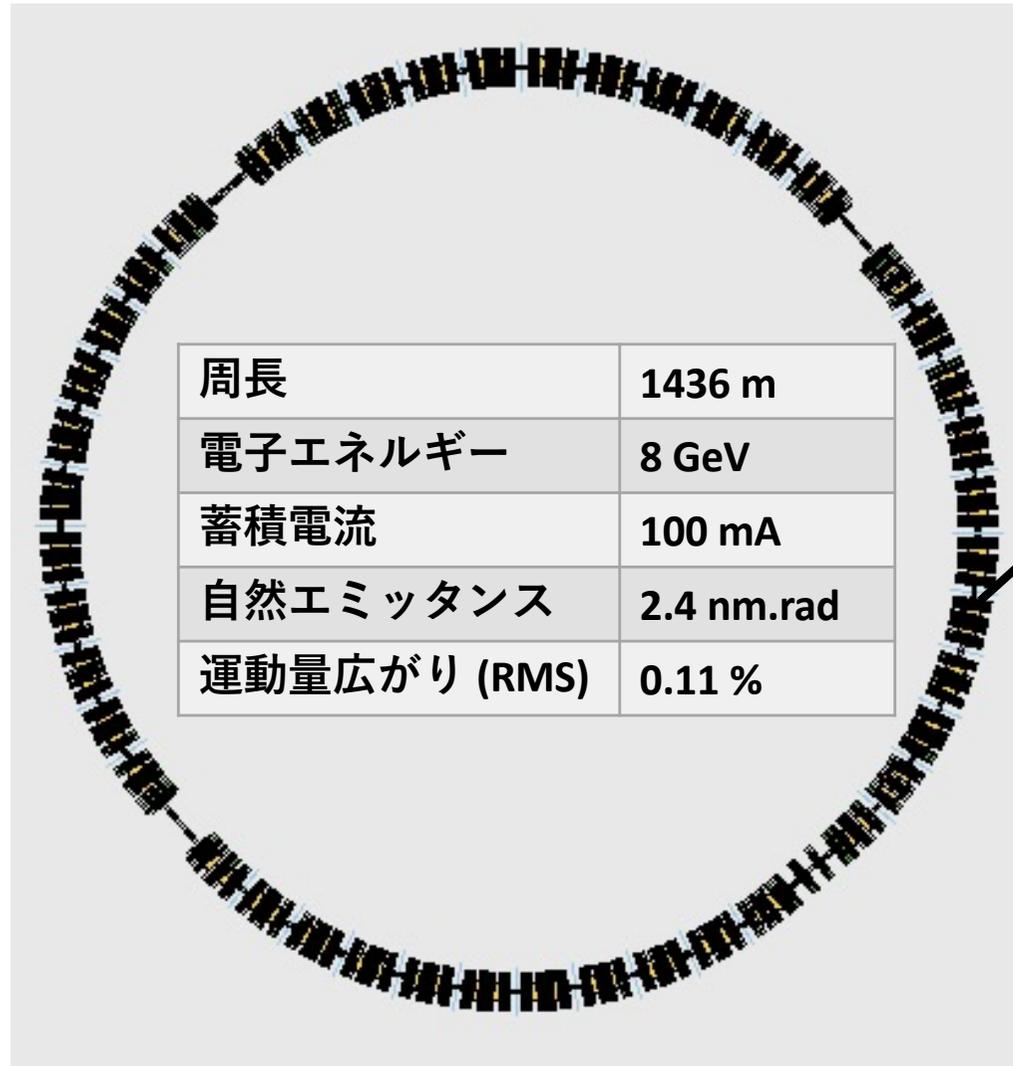


位相空間でのビーム軌道例



SPring-8蓄積リングについて

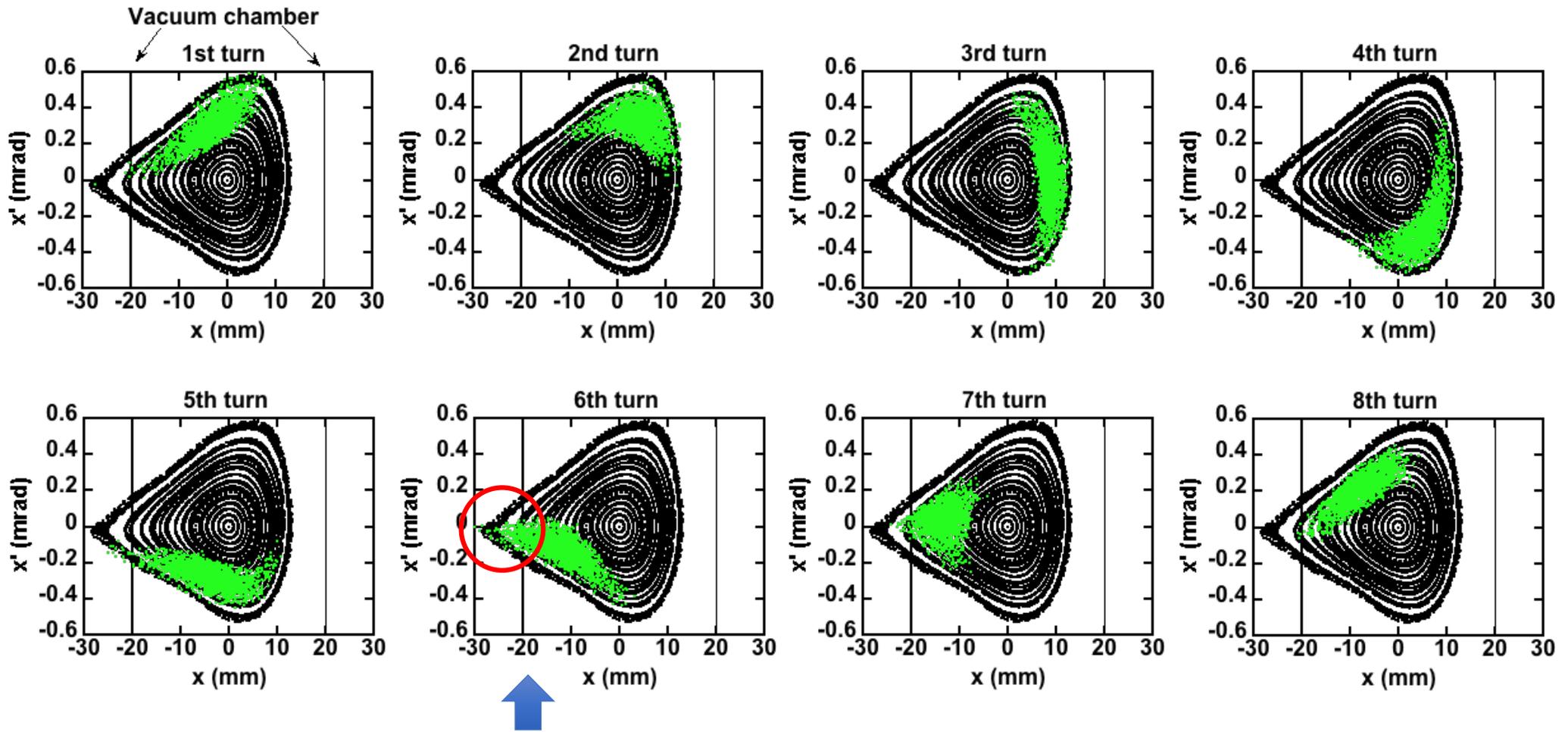
狭口径
チェンバー
(x方向に狭い)



振幅依存center shiftによる入射ロスについて

黒点：ポアンカレマップ
緑点：入射ビーム
黒線：狭口径チェンバー

振幅依存center shiftが未補正の場合



狭口径チェンバーに当たる（ビームロスを生じる）

振幅依存center shiftの補正について(1/2)

$$\langle x \rangle'' + K(s)\langle x \rangle = -\langle k(x^2 - y^2) \rangle = \theta_x$$

六極磁場からの寄与を
時間平均して蹴り角とする。
(y方向も同様)



$$\langle x \rangle \Big|_{s=s_0} = \frac{\sqrt{\beta(s_0)}}{4 \sin(\pi Q_x)} \oint ds' \sqrt{\beta(s')} \theta_x(s') \cos[\pi - |\psi(s_0) - \psi(s')|]$$

CODを補正する感じで、振幅依存center shiftも補正できる

振幅依存center shiftの補正について(2/2)

連立方程式

ラティスで決まる係数

六極磁場係数 $k = \frac{B''}{B\rho}$

coef. of linear chromatic term
coef. for suppression of bump leakage
coef. of resonant term ($\delta=0, \delta \neq 0$)
coef. of 2nd order dispersion
coef. of amp. dependent tune (x, y)
coef. of 2nd order chromaticity
coef. of amp. dependent COD (x, y, δ)

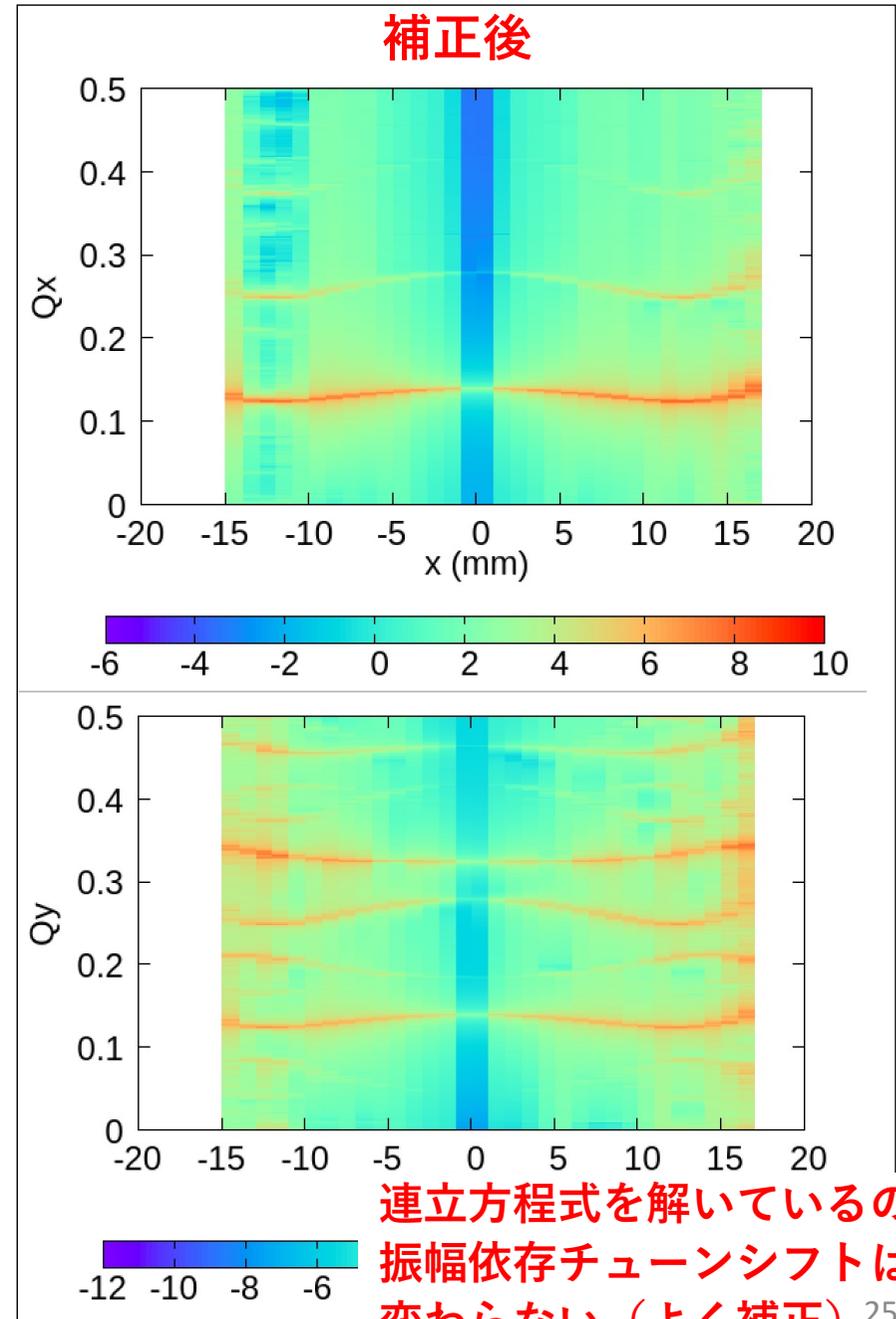
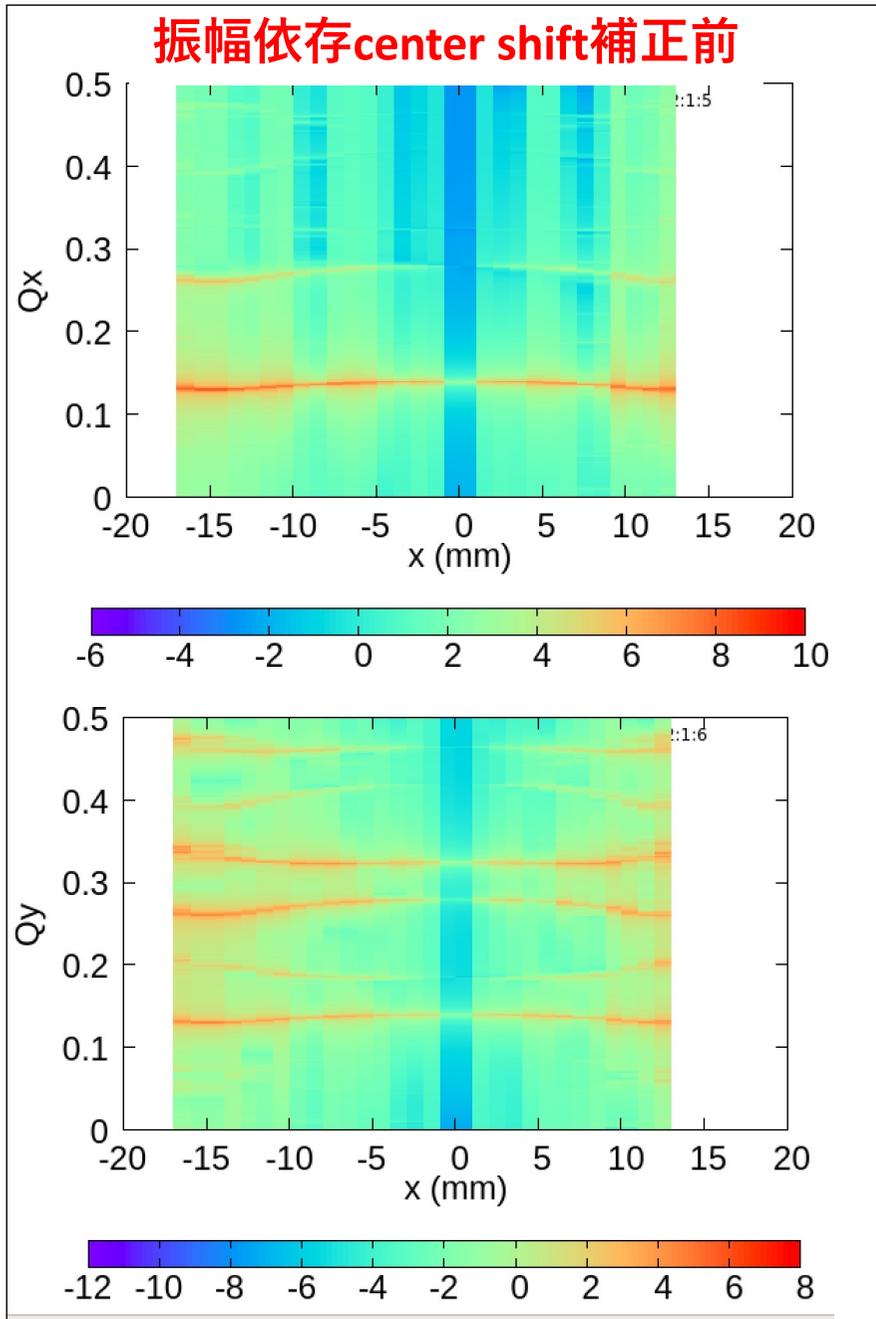
$\begin{pmatrix} k_1 \\ k_2 \\ \vdots \\ k_n \\ k_1^2 \\ \vdots \\ k_i k_j \\ \vdots \\ k_n^2 \end{pmatrix} = \text{goal}$

追加 

を解けば良い。

横軸：初期振幅
縦軸：FFTスペクトル

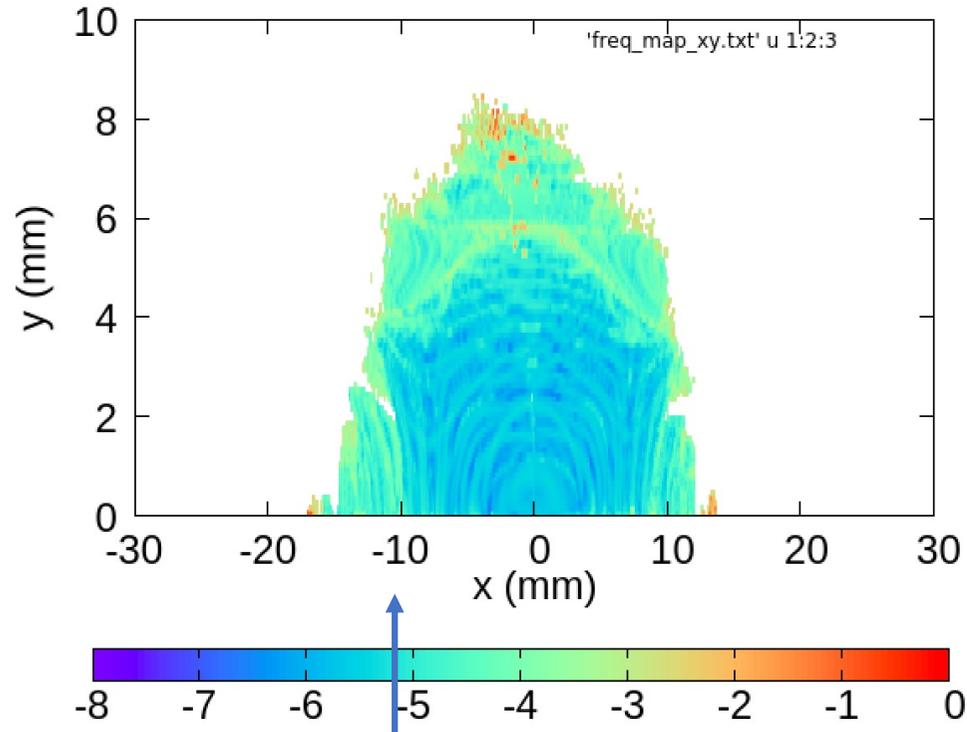
(計算) 振幅依存チューン (振幅：x方向)



連立方程式を解いているので
振幅依存チューンシフトは
変わらない (よく補正)

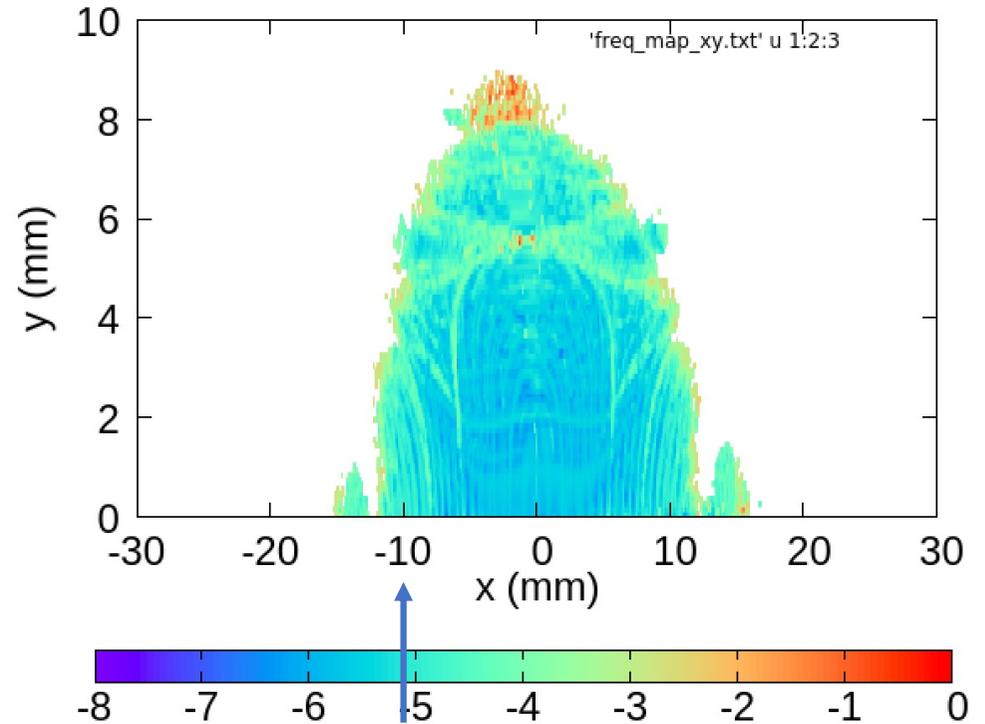
(計算) Frequency map

振幅依存center shift補正前



入射点

補正後



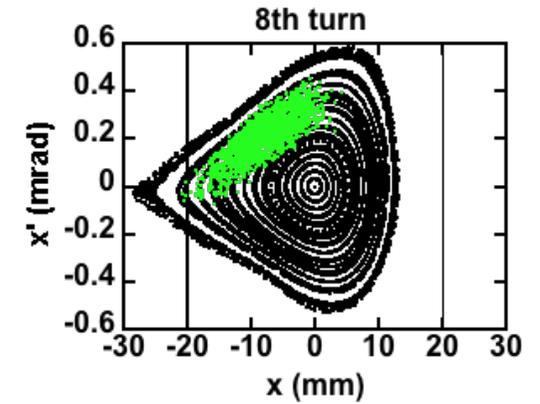
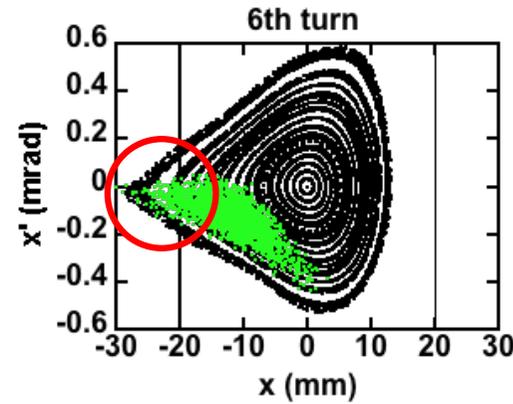
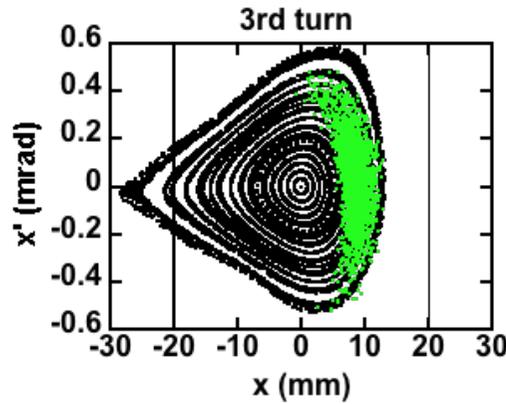
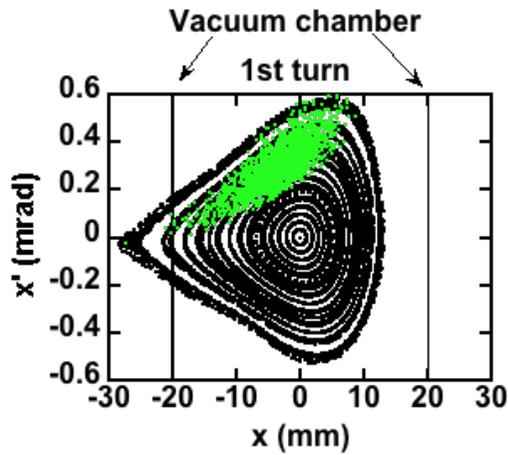
入射点

連立方程式を解いているので
入射点より内側でも共鳴による
変な構造（明るい色）は見えない

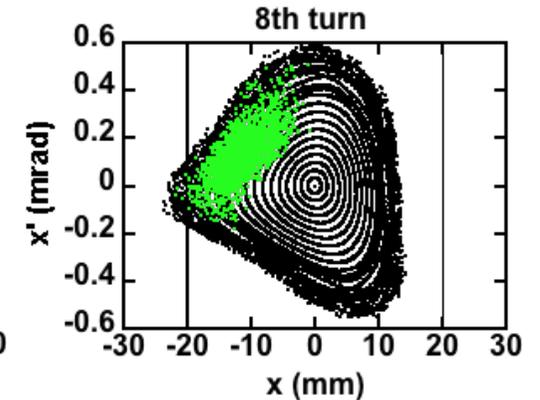
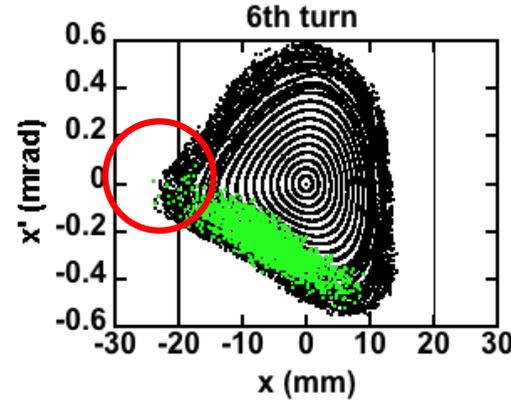
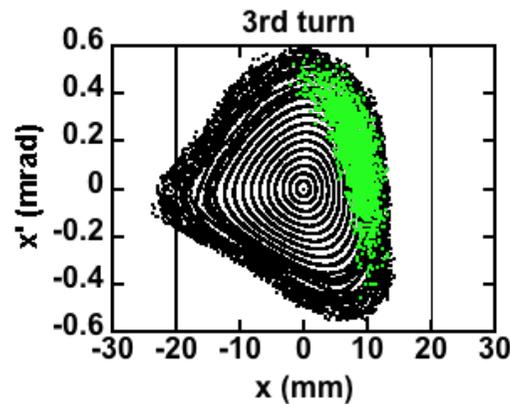
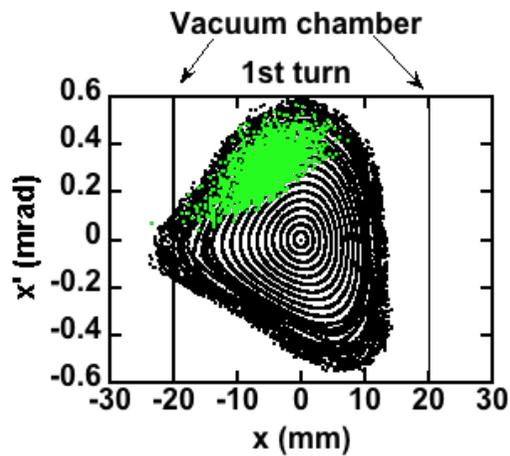
(計算) 振幅依存center shiftのビーム入射に対する影響

振幅依存center shift補正前

黒：ポアンカレマップ
緑：入射ビーム

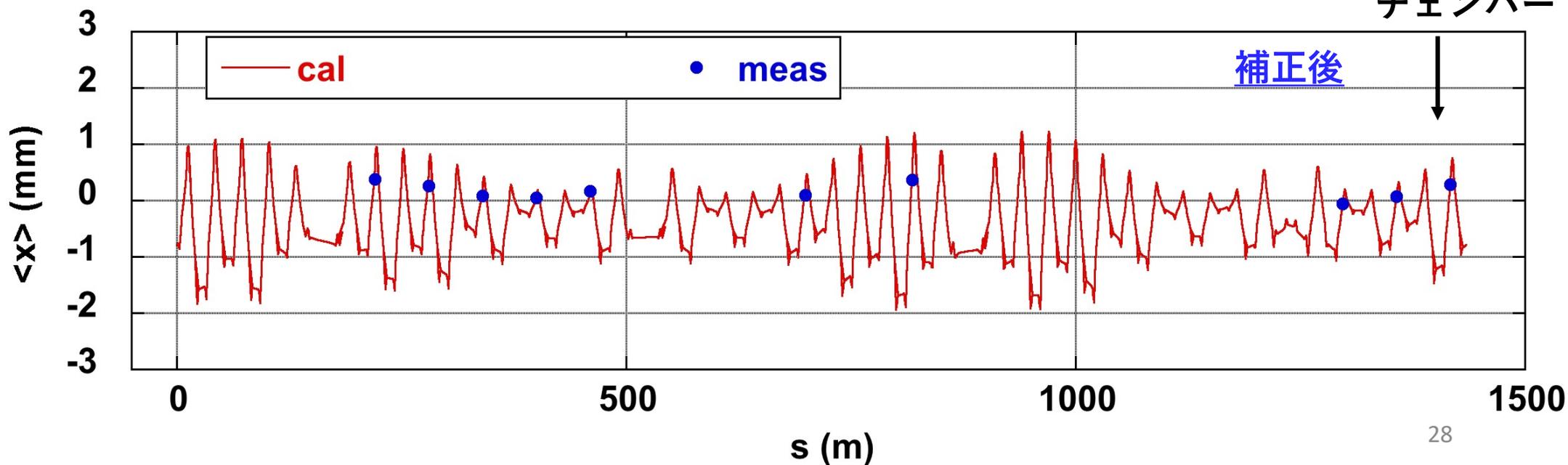
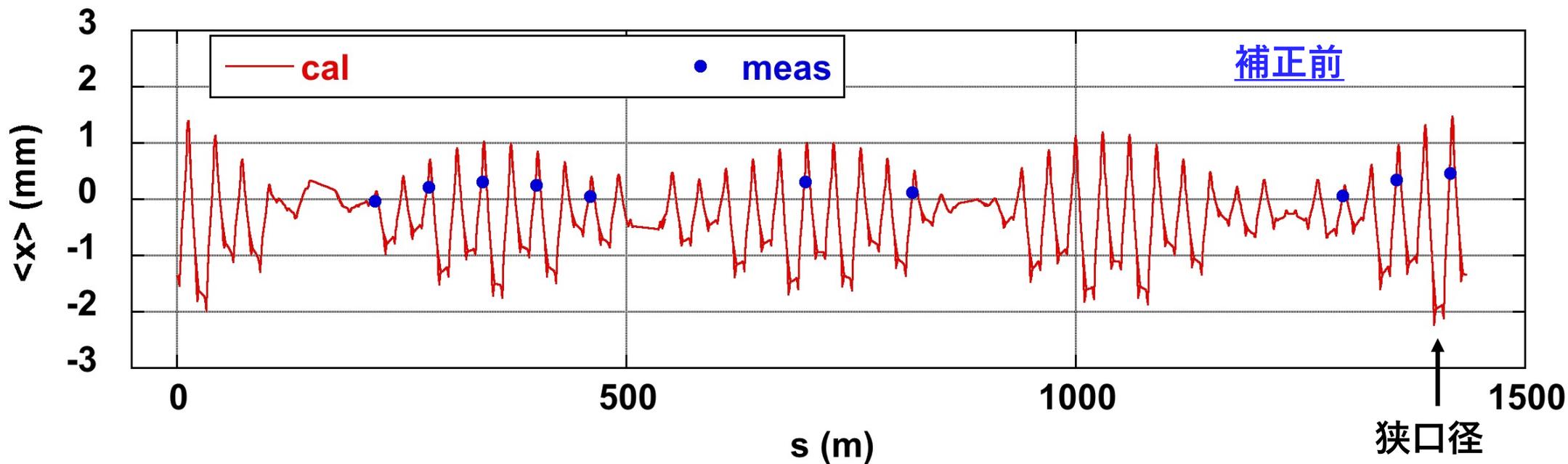


補正後

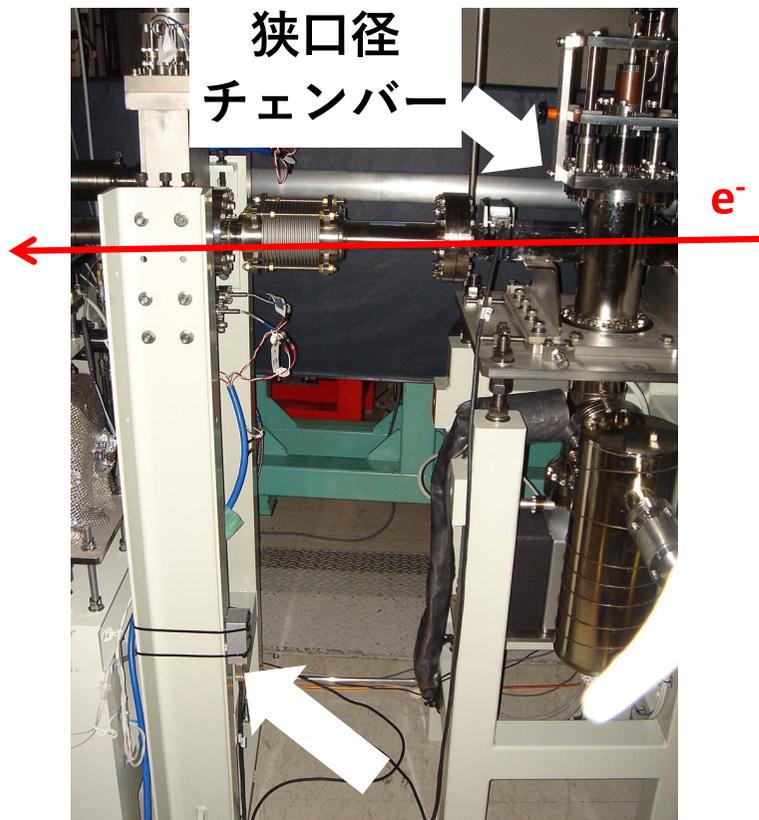


振幅依存center shiftの計算結果と実験結果の比較

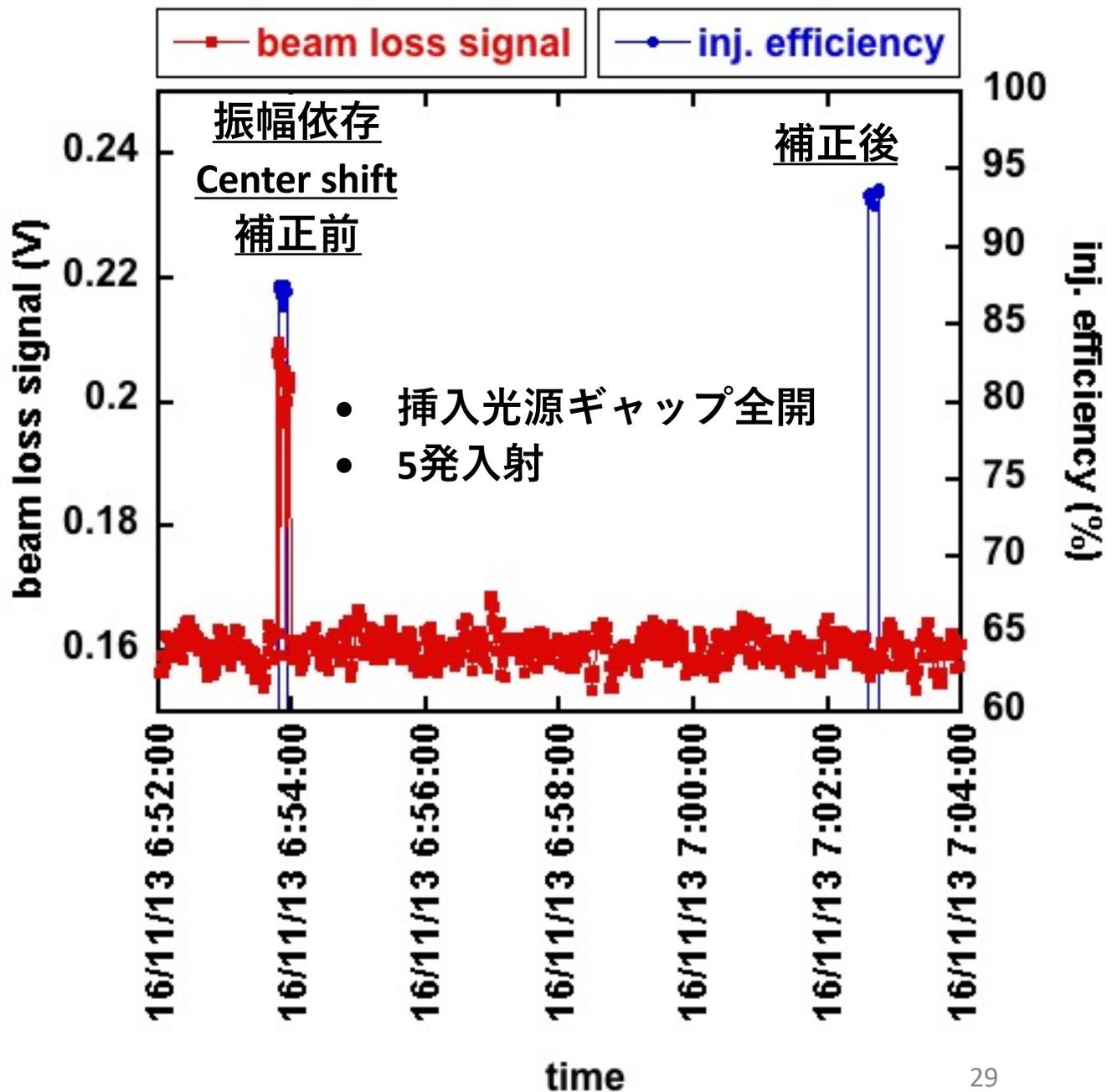
初期振幅 $x_0 = -10$ mm@入射点の場合



ビームロスモニターを用いた入射ロス観測



PINフォトダイオードを用いた
ビームロスモニターを開発



後半の概要:

- 1 非線形オプティクス補正の方法について
- 2 非線形共鳴と振幅依存チューンを補正したら
入射効率が良くなった話(まずはお話のベースとして)
- 3 更に非線形共鳴と振幅依存チューンを補正したら
入射効率が悪化した話(振幅依存center shiftの補正について)
- 4 更にスキュー六極磁場が励起する非線形共鳴を
ノーマル六極磁場で回避して入射効率が良くなった話
- 5 極低エミッタンス化に向けてのストラテジー

SPring-8 : 第3世代大型放射光施設

高輝度化のためのラティス更新が2回行われている。

ラティス設計：下崎

	DBA-6.6 ~ Nov. 2002	DB-3.5 ~ May 2013	DB-2.4 Present
Natural Emittance	6.67 nm.rad	3.49 nm.rad	2.41 nm.rad
Effective Emittance	6.67 nm.rad	3.77 nm.rad	2.79 nm.rad
Energy Spread σ_E / E	0.11 %		
Betatron Tune	(40.15 , 18.35)	(40.14 , 19.35)	(41.14 , 19.35)

ラティス更新における入射効率改善の履歴

- チューニング開始時の積上入射効率 : 8 % (入射効率)
- 振幅依存チューン補正 : 34 %まで改善
- ハーモニック六極調整 (beam-based) : 57 %
- バンプ・セプタム磁石調整 : 74 %
- 全六極磁石再調整 (応答関数 + CETRA) : 84 %
- 入射軌道調整 : 89 %まで達成

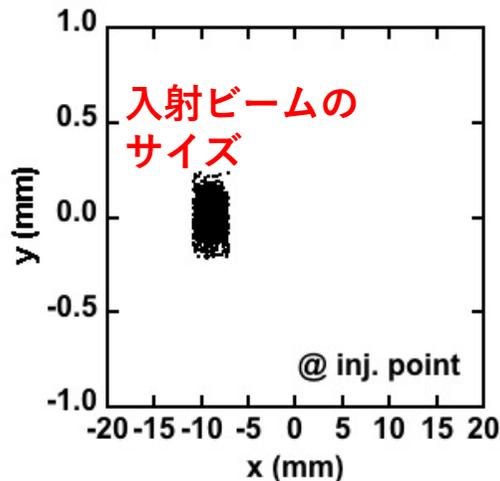
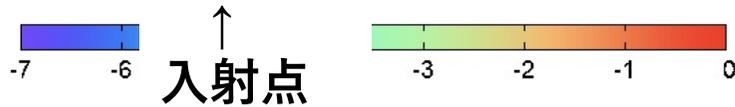
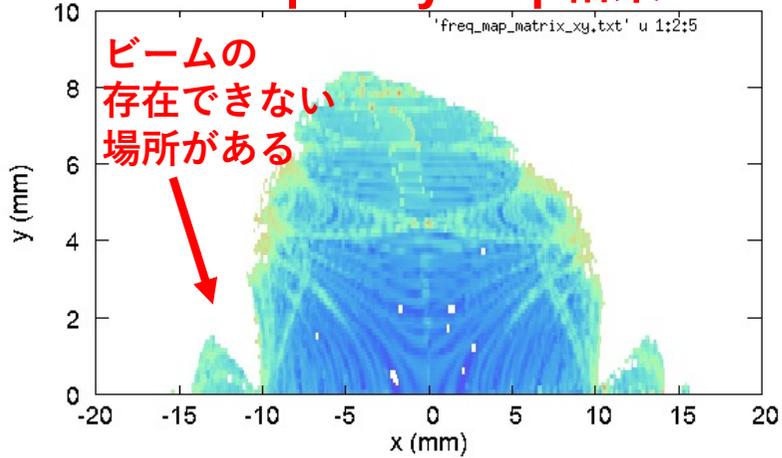
↓
この後、何をやったかの話

CETRAによる数値解析 (2016年)

6D Symplectic integrator **CETRA**を使って何が入射効率を悪化させているのかを調べた。

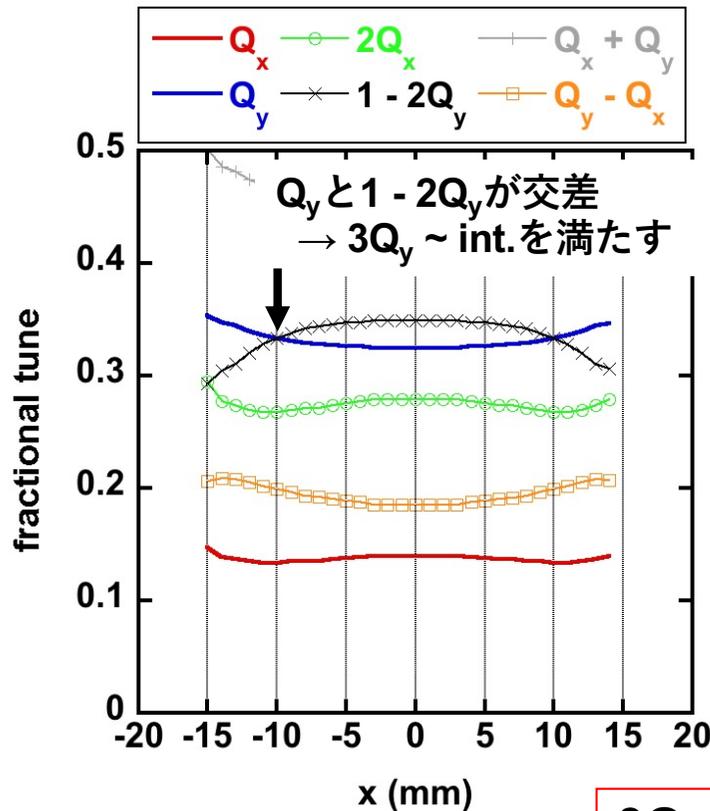
J. Schimizu, et al., Proc. of 13th Symp. on Accel. Sci. and Tech. Osaka, Japan (2001), pp.80-82.

Frequency map結果

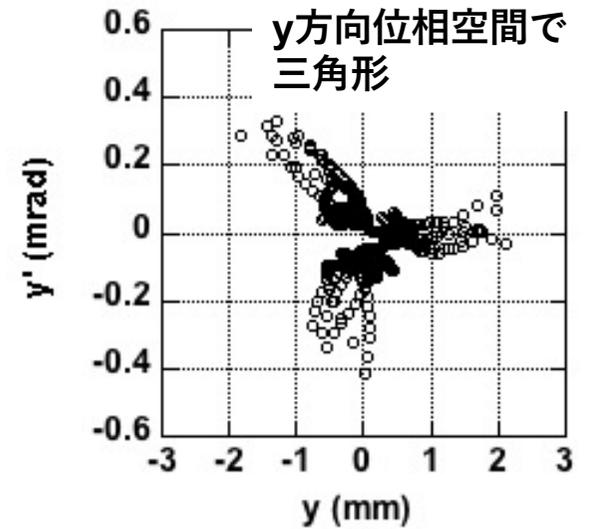


$-11 \text{ mm} < x < -7 \text{ mm}$
 $-0.2 \text{ mm} < y < 0.2 \text{ mm}$

振幅依存チューンによる非線形共鳴解析



Single particle tracking @ 入射点



y方向に物理口径の狭い場所 (IDなど) で
 ビームが失われている

$3Q_y \sim \text{int.}$ の共鳴が入射点近傍で誘起されて、入射ビームの一部が削れているように見える。

どうやって入射効率を改善するか (2016年)

六極磁場で振幅依存チューンを修正して、
 $3Q_y \sim \text{int.}$ の共鳴を入射点から遠ざければ良い。
 (チューンを変えるとエミッタンスが変わるし、
 補正用にskew六極を入れるのも非現実的なので)

ただし

- ・クロマティシティを変えたくない。
- ・非線形共鳴を誘起したくない。

共鳴の振幅

		before	after
$Q_x \sim \text{int. (1)}$ ($\delta = 0, \delta \neq 0$)	Re.	0.0	0.0
	Im.	0.1	0.1
$Q_x \sim \text{int. (2)}$ ($\delta = 0, \delta \neq 0$)	Re.	0.0	0.0
	Im.	0.0	0.0
$3Q_x \sim \text{int.}$ ($\delta = 0, \delta \neq 0$)	Re.	-0.1	-0.1
	Im.	8.8	7.7
$Q_x + 2Q_y \sim \text{int.}$ ($\delta = 0, \delta \neq 0$)	Re.	-7.4	-5.4
	Im.	-6.1	-4.5
$Q_x - 2Q_y \sim \text{int.}$ ($\delta = 0, \delta \neq 0$)	Re.	-44.9	-39.5
	Im.	10.5	9.3

1次のクロマティシティ

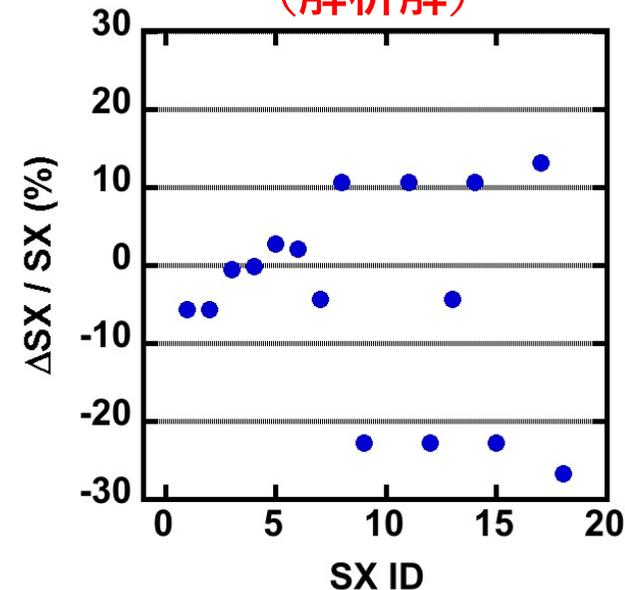
	before	after
(ξ_{x0}, ξ_{y0})	(3, 3)	(3, 3)

振幅依存チューンシフトの係数

	before	after
α_{xx}	-7310	-7310
α_{xy}	1241	-1241
α_{yy}	-1553	0

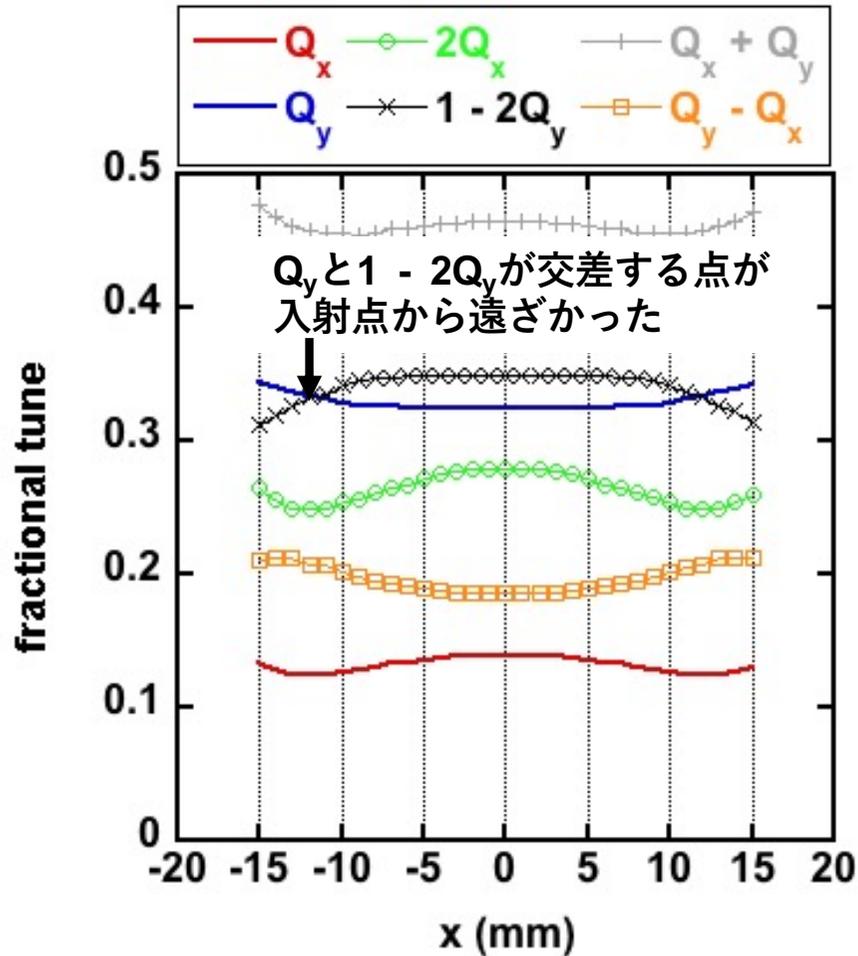
符号を
反転
させた

六極磁場係数変化量 (解析解)



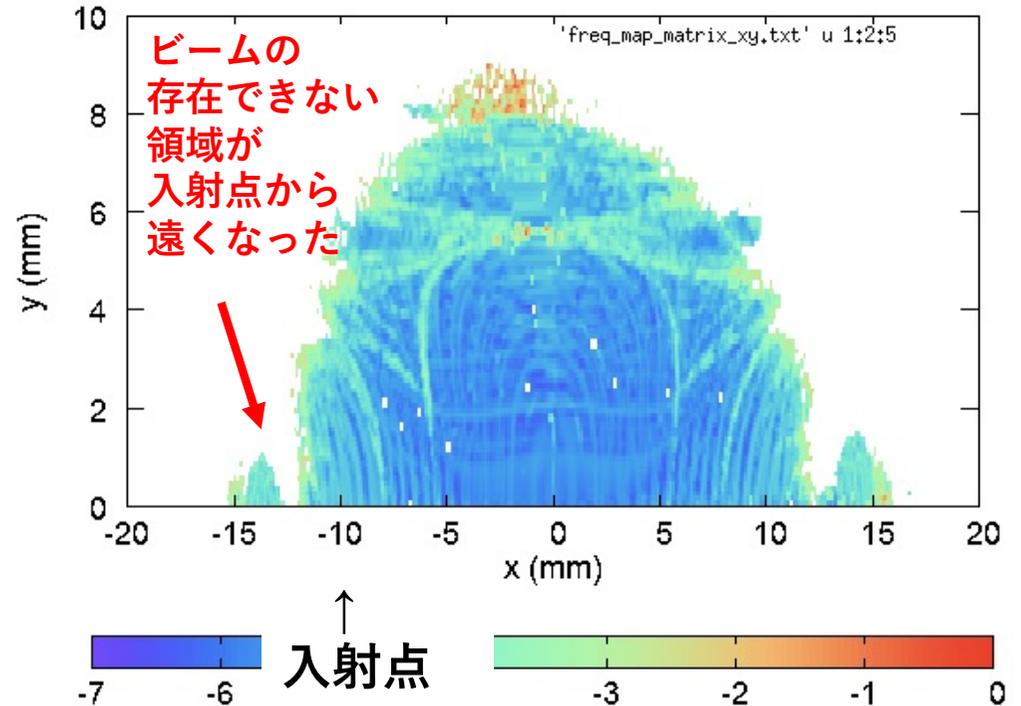
CETRAによる数値解析：補正後

振幅依存チューン（補正後）



↑
入射点

Frequency map（補正後）

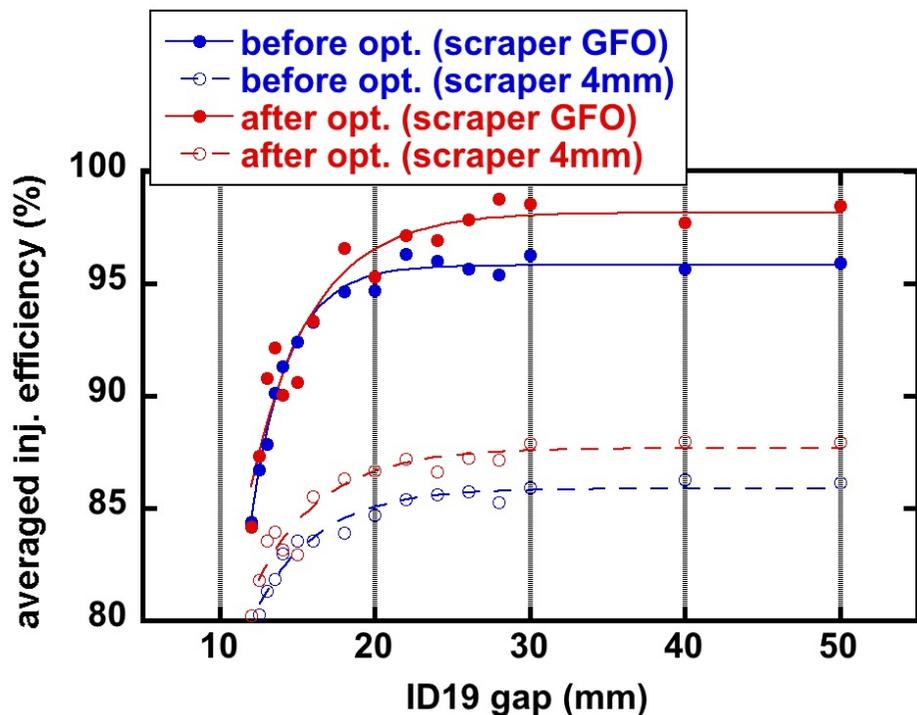


問題なさそうなので
六極磁場（解析解）を実機へ投げた

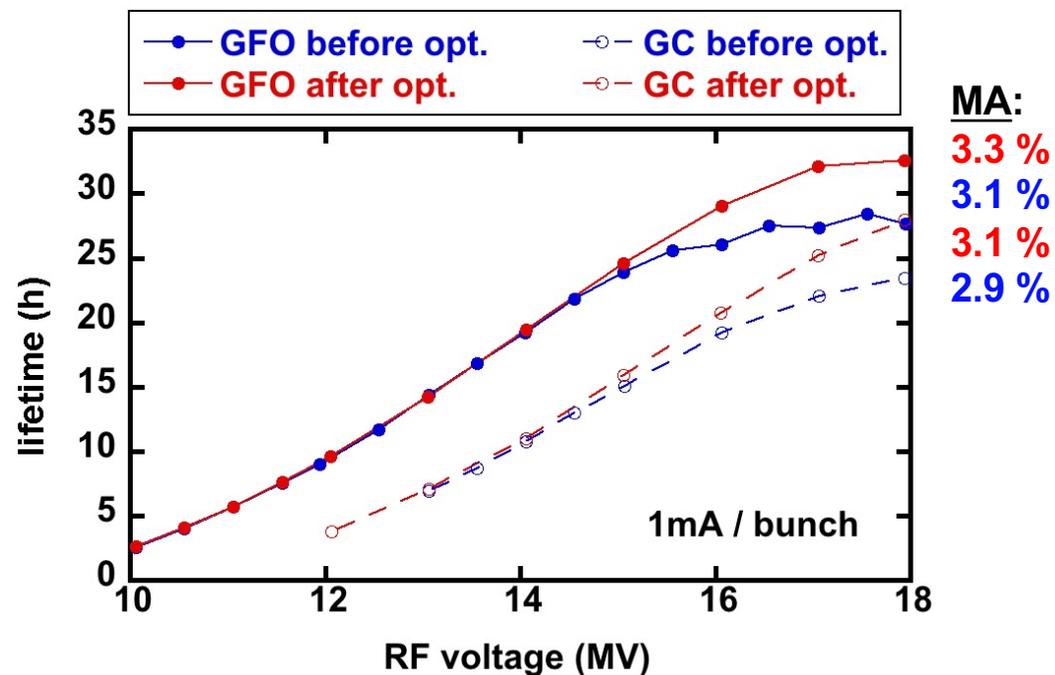
入射効率とビーム寿命の測定結果

入射効率とビーム寿命が改善した。
→2016年にユーザー運転へ適用。

トップアップ入射効率



タウチェックビーム寿命



MA:
3.3 %
3.1 %
3.1 %
2.9 %

GFO : 全てのIDをgap full open
GC : 全てのIDをユーザー運転時の
典型値までgap close

後半の概要:

- 1 非線形オプティクス補正の方法について
- 2 非線形共鳴と振幅依存チューンを補正したら
入射効率が良くなった話(まずはお話のベースとして)
- 3 更に非線形共鳴と振幅依存チューンを補正したら
入射効率が悪化した話(振幅依存center shiftの補正について)
- 4 更にスキュー六極磁場が励起する非線形共鳴を
ノーマル六極磁場で回避して入射効率が良くなった話
- 5 極低エミッタンス化に向けてのストラテジー

極低エミッタンス化に伴う安定領域の狭小化

エミッタンス低減化

四極磁場 強

ナチュラル線形クロマティシティ 大
線形分散関数 小

線形クロマティシティ補正
六極磁場 強

非線形問題
非線形共鳴
非線形クロマティシティなど

安定領域 小
(Dynamic Aperture,
Momentum Aperture)

- 安定なユーザー運転のために
- ビームロスに伴う機器損傷を避けるため
非線形問題を解決して安定領域を拡張する必要がある

Strategy of Lattice Design

→ Design of Linear Optics:

- 1 低エミッタンス化
- 2 low- β for brilliance (high- β for injection)
- 3 チューンの選択(強い共鳴を避ける)
- 4 低ナチュラルクロマティシティ、
低ベータ関数、高分散関数
- 5 interleaved Sxのための位相条件の調整
- 6 低ローカルクロマティシティ
- 7 低振幅依存チューンシフト
(ベータ関数、位相条件の調整)

光源性能向上のため

運転に必要な
安定領域確保のため

線形オプティクスを
設計する段階で
非線形効果を
弱めることも考慮する

Design of Nonlinear Optics

- 1 ナチュラルクロマティシティ補正 (Sx)
- 2 低振幅依存チューンシフト (Sx, OCT)
- 3 非線形共鳴補正 (interleaved Sx)

安定領域拡張のために
非線形オプティクス設計で
更に非線形効果を弱める

Iteration

(Tune survey, etc)

六極磁石がある場合のベータatron振動のハミルトニアン

$$H(\psi_x, \psi_y, I_x, I_y; \theta) = Q_x I_x + Q_y I_y - \frac{\delta}{2} \{K(\theta) - k(\theta)\eta(\theta)\} \{I_x \beta_x(\theta) - I_y \beta_y(\theta)\} + U(\psi_x, \psi_y, I_x, I_y; \theta)$$

色収差補正に必要な
六極磁場係数(近似): $k \approx \frac{\xi_x + \xi_y}{D\beta}$

六極ポテンシャル

$$U(\psi_x, \psi_y, I_x, I_y; \theta) = \frac{(1-\delta)}{3} \sqrt{2} I_x^{\frac{3}{2}} k(\theta) \{\beta_x(\theta)\}^{\frac{3}{2}} \cos^3(\psi_x + \psi_{0,x}) \\ - (1-\delta) \sqrt{2} I_y \sqrt{I_x} k(\theta) \{\beta_x(\theta)\}^{\frac{1}{2}} \beta_y(\theta) \cos(\psi_x + \psi_{0,x}) \cos^2(\psi_y + \psi_{0,y})$$

「六極(k)が弱ければ安定」ではなく、「 $k\beta^{3/2}$ が弱ければ安定」
 =「**低ナチュラルクロマティシティ、低ベータ関数、高分散関数が安定**」が正しそう

$$k\beta^{3/2} \approx \frac{\xi_x + \xi_y}{D} \sqrt{\beta}$$

CODもチューンシフトも、ベータ関数の大きいところに
エラーがある方が影響が大きいという意味では同じ

Strategy of Lattice Design

→ Design of Linear Optics:

- 1 低エミッタンス化
- 2 low- β for brilliance (high- β for injection)
- 3 チューンの選択(強い共鳴を避ける)
- 4 低ナチュラルクロマティシティ、
低ベータ関数、高分散関数
- 5 interleaved S_x のための位相条件の調整
- 6 低ローカルクロマティシティ
- 7 低振幅依存チューンシフト
(ベータ関数、位相条件の調整)



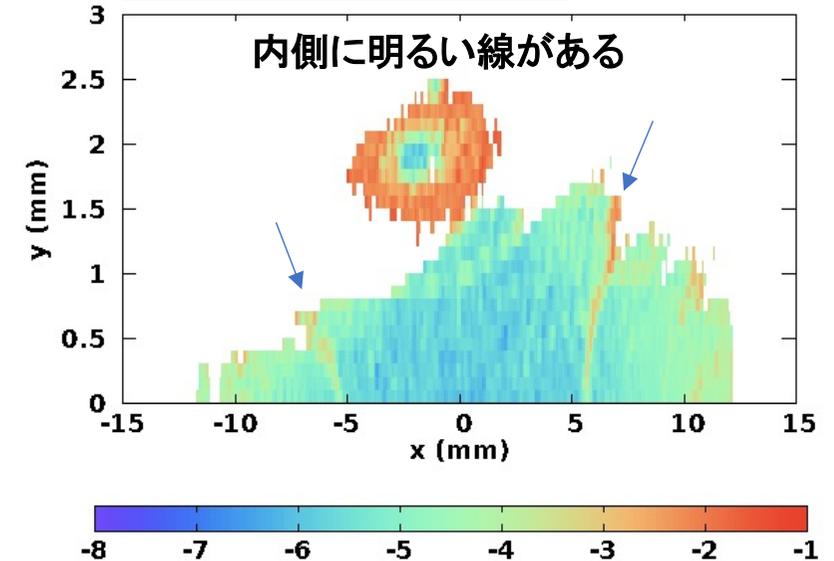
Design of Nonlinear Optics

- 1 ナチュラルクロマティシティ補正 (S_x)
- 2 低振幅依存チューンシフト (S_x , OCT)
- 3 非線形共鳴補正 (interleaved S_x)

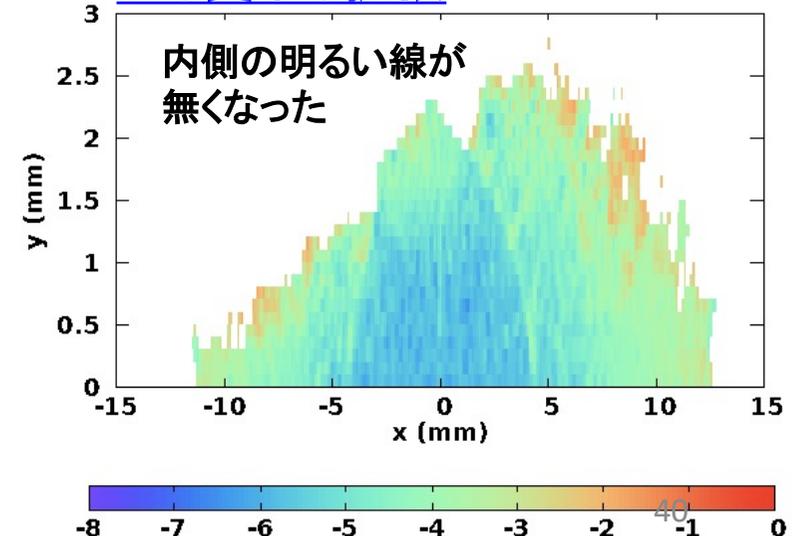
Iteration

(Tune survey, etc)

Linear Opticsの最適化による ビーム安定領域拡張



Nonlinear Opticsの最適化による 更なる拡張



最後に

- 1 非線形オプティクス最適化は
 - ・ ビームロスの抑制
 - ・ 安定なユーザー運転のために重要。これはビームの種類によらず共通。
- 2 まずは
 - ・ 何がビームロスを引き起こしているか
 - ・ 何がビーム安定領域を狭めているかを知ることが重要。
- 3 「共鳴ポテンシャルの**振幅**」や「振幅依存チューンの**係数**」を、**式を使って数値的に表し**、どれを小さくしたらどうなるかを調べるのが、地道であるが近道だと思う。
- 4 磁石の中でのラティス関数の変化は無視できないことがあるので、厚肉磁石で計算するのが良いと思う。
- 5 六極磁場を強くしすぎると、今回の話よりも更に高次の現象が支配的になる。可能な限り弱い磁場で補正を目指すのが良いと思う。