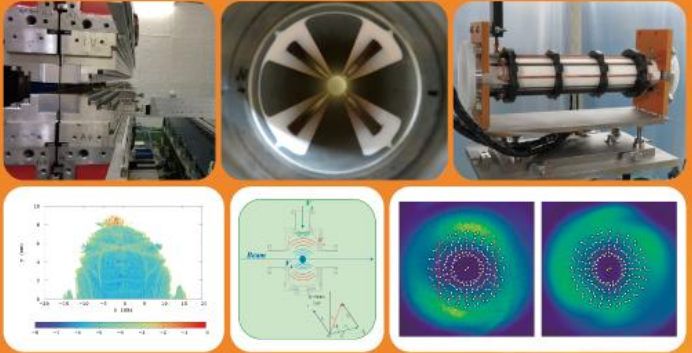


第 42 回 高エネルギー加速器セミナー

OHO'25

放射光源加速器の基礎

2025年 9月 2日火 ▶ 5日金
KEK + オンライン開催



Tuesday, September 2, 2025	Wednesday, September 3, 2025	Thursday, September 4, 2025	Friday, September 5, 2025
9:00 AM 受付	9:00 AM 非線形オブティクスの最適化 (1) - 下崎 義人 (KEK)	9:00 AM 放射光源加速器の真空システム (1) - 金 秀光 (KEK)	9:00 AM 放射光リング入射技術と要素開発 - 満田 史昭 (KEK)
9:30 AM 開会のセッション	9:30 AM 放射光源加速器の真空システム (2) - 金 秀光 (KEK)	9:30 AM 放射光源加速器の真空システム (2) - 金 秀光 (KEK)	9:30 AM 放射光源加速器の真空システム (2) - 金 秀光 (KEK)
9:50 AM 加速器の歴史と利用研究 (1) - 原田 健太郎 (KEK)	9:50 AM 加速器の歴史と利用研究 (2) - 原田 健太郎 (KEK)	9:50 AM 加速器の歴史と利用研究 (2) - 原田 健太郎 (KEK)	9:50 AM 加速器の歴史と利用研究 (2) - 原田 健太郎 (KEK)
10:45 AM 休憩	10:45 AM 休憩	10:45 AM 休憩	10:45 AM 休憩
10:55 AM 加速器の歴史と利用研究 (2) - 原田 健太郎 (KEK)	10:55 AM 加速器の歴史と利用研究 (2) - 原田 健太郎 (KEK)	10:55 AM 加速器の歴史と利用研究 (2) - 原田 健太郎 (KEK)	10:55 AM 加速器の歴史と利用研究 (2) - 原田 健太郎 (KEK)
11:50 AM 集合写真	11:05 AM 放射光源加速器の高周波システム (1) - 山本 尚人 (KEK)	11:05 AM 挿入光源 (1) - 阿達 正浩 (KEK)	11:00 AM 開会のセッション
12:00 PM 昼休み	12:00 PM 昼休み	12:00 PM 昼休み	
	1:30 PM ラティスと線形オブティクス - 設計と運転への適用 - (1) - 東 直 (KEK)	1:30 PM 放射光源加速器の高周波システム (2) - 山本 尚人 (KEK)	
	2:25 PM 休憩	2:25 PM 休憩	
	2:30 PM ラティスと線形オブティクス - 設計と運転への適用 - (2) - 東 直 (KEK)	2:30 PM インピーダンスとビーム不安定性 - TANAKA OLGA (KEK)	
	3:25 PM 休憩	3:25 PM 休憩	
	3:35 PM 放射光源に必要なDC電磁石電源 - 内藤 大地 (KEK)	3:35 PM 放射光は粒か波か? - 加藤 政博 (広大・分子研)	

2025/09/03. 11:05-12:00, 13:30-14:25

放射光源加速器の 高周波システム

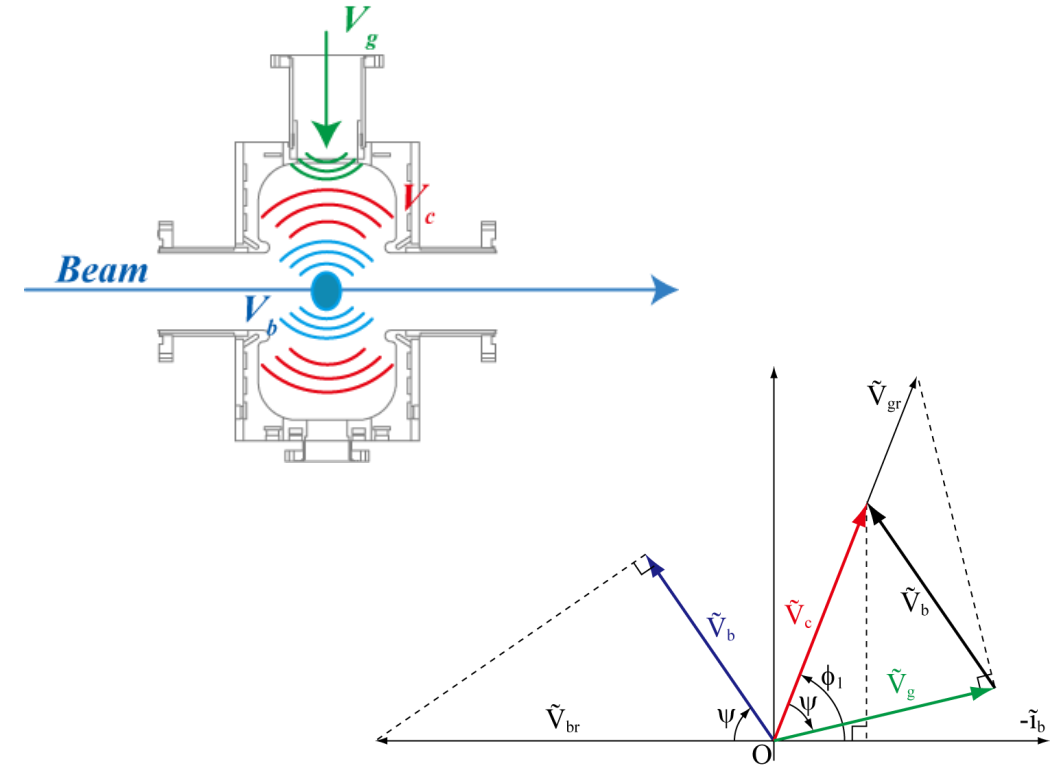
高エネルギー加速器研究機構
加速器研究施設 第6研究系
山本尚人

内容

1. はじめに
2. 放射光源リングの高周波システム
 - 2.1 放射光源リング
 - 2.2 RF システムの役割
 - 2.3 概要
3. RF 加速とビーム物理
 - 3.1 RF 加速, RF 電場からRF 電圧
 - 3.2 RF 電圧と位相
 - 3.3 重ね合わせの原理
 - 3.4 シンクロトロン振動
 - 3.5 運動量の安定領域
 - 3.6 ビーム負荷とDC Robinson 不安定性
 - 3.7 空洞起因のバンチ結合型不安定性
4. 高周波システムの構成要素
 - 4.1 主加速空洞(RF空洞)
 - 4.2 大電力伝送系
 - 4.3 高周波増幅器
 - 4.4 低電力制御システム
 - 4.5 機器保護システム
5. 最近のトピック
 - 5.1 バンチ伸張システム
 - 5.2 究極の光源を目指して

前半

後半



前半は、
「RFの基礎となる避けて通れない基礎」
後半は、
「将来に向けた夢のある話」
を目指します。

1. はじめに

本講義・テキストで取り扱う「高周波システム」の内容

- リング型の放射光源加速器にてRF 加速を実現させるために必要とされる一連の周辺技術

リング型の放射光源加速器

- 「シンクロトロン」の一種
- 加速対象は「電子」

周辺技術

- RF加速のビーム物理
- RFシステムを構成するRF機器

質問、疑問点などあれば随時止めてください。

2. 放射光源リングの高周波システム

放射光源リングとはなにか、
その高周波システムに求められる役割
高周波システムの構成要素

放射光源リングとは

2. 放射光源リングの高周波システム

- ・シンクロトロン的一种

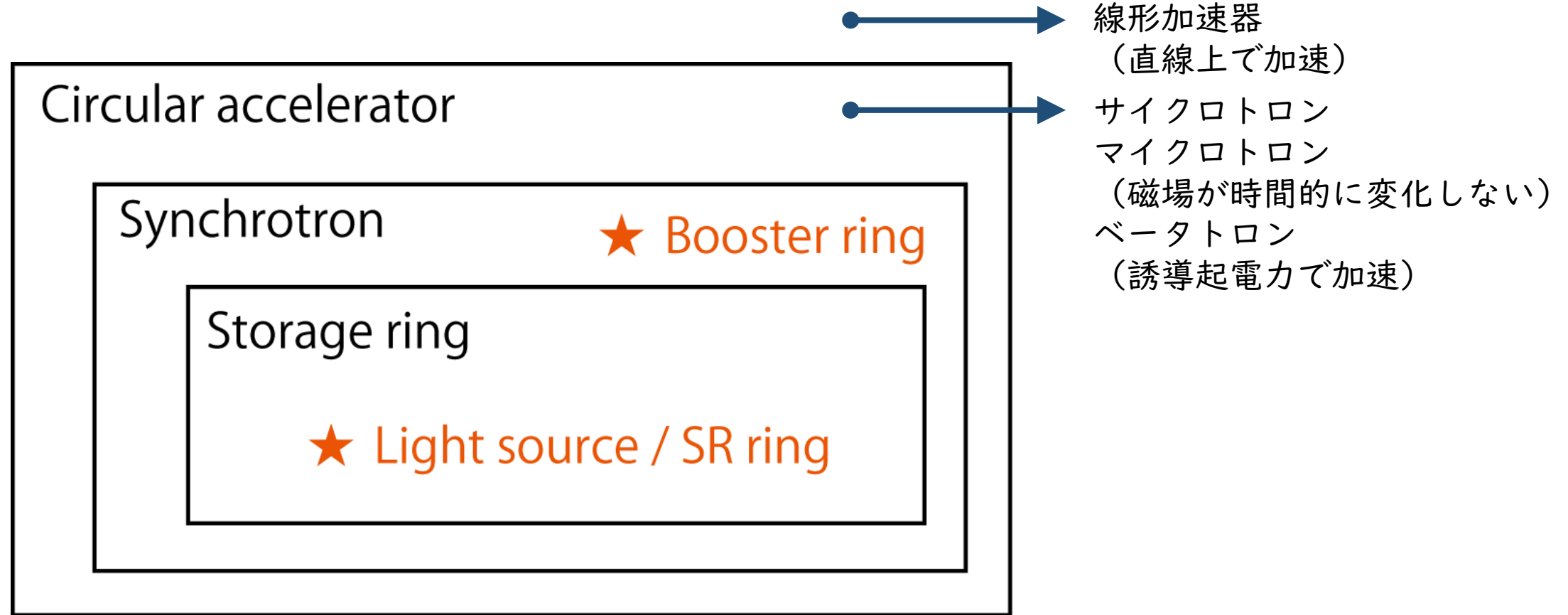


Fig. 1: 円形加速器の分類における放射光源リングの位置づけ。Circular accelerator : 円形加速器, Synchrotron : シンクロトロン, Storage ring: 蓄積リング, Light source / SR ring : 放射光源リング, Booster ring : ブースターリング。

シンクロトロンにも色々

2. 放射光源リングの高周波システム

キッズサイエンティスト: <https://www2.kek.jp/kids/index.html>

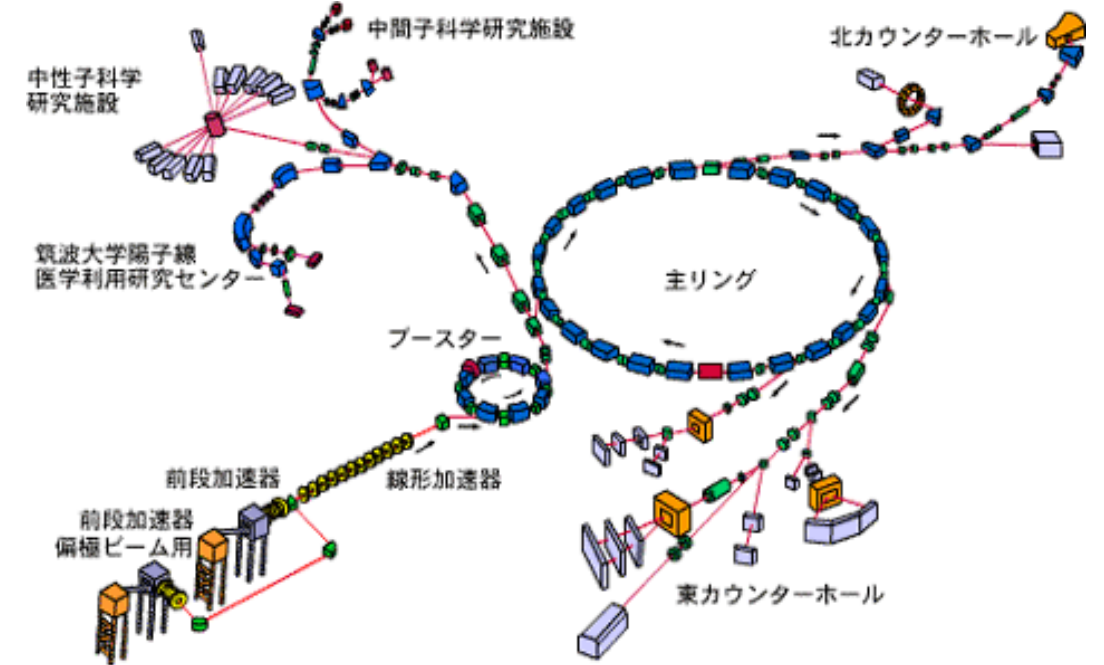
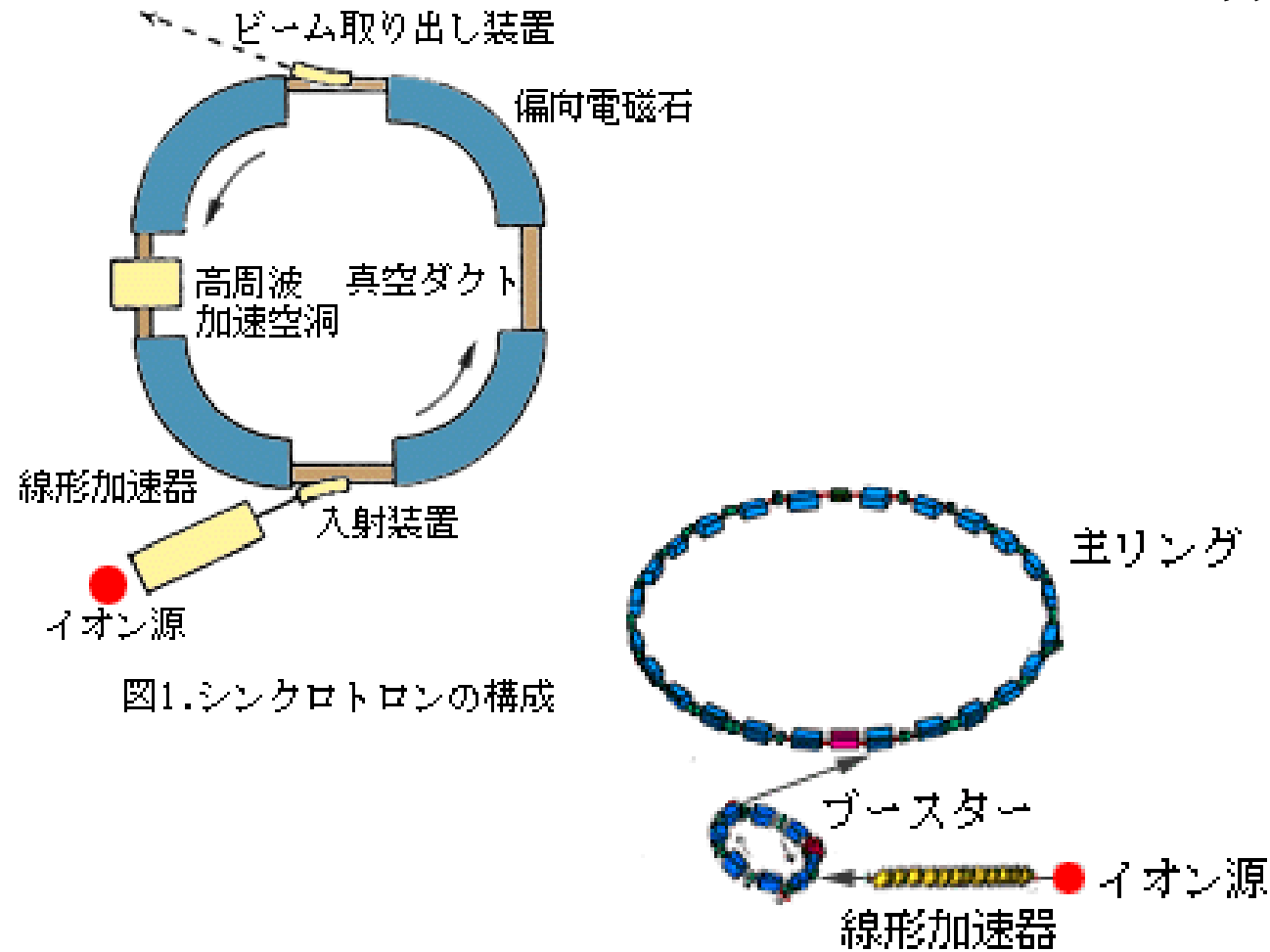


図3.KEKの12GeV陽子シンクロトロン

放射光源リング

2. 放射光源リングの高周波システム

- 主に電子を周回・蓄積して放射光を生成するシンクロトロン
- 近年はエネルギー一定のものが主流

<https://ja.wikipedia.org/wiki/シンクロトロン>



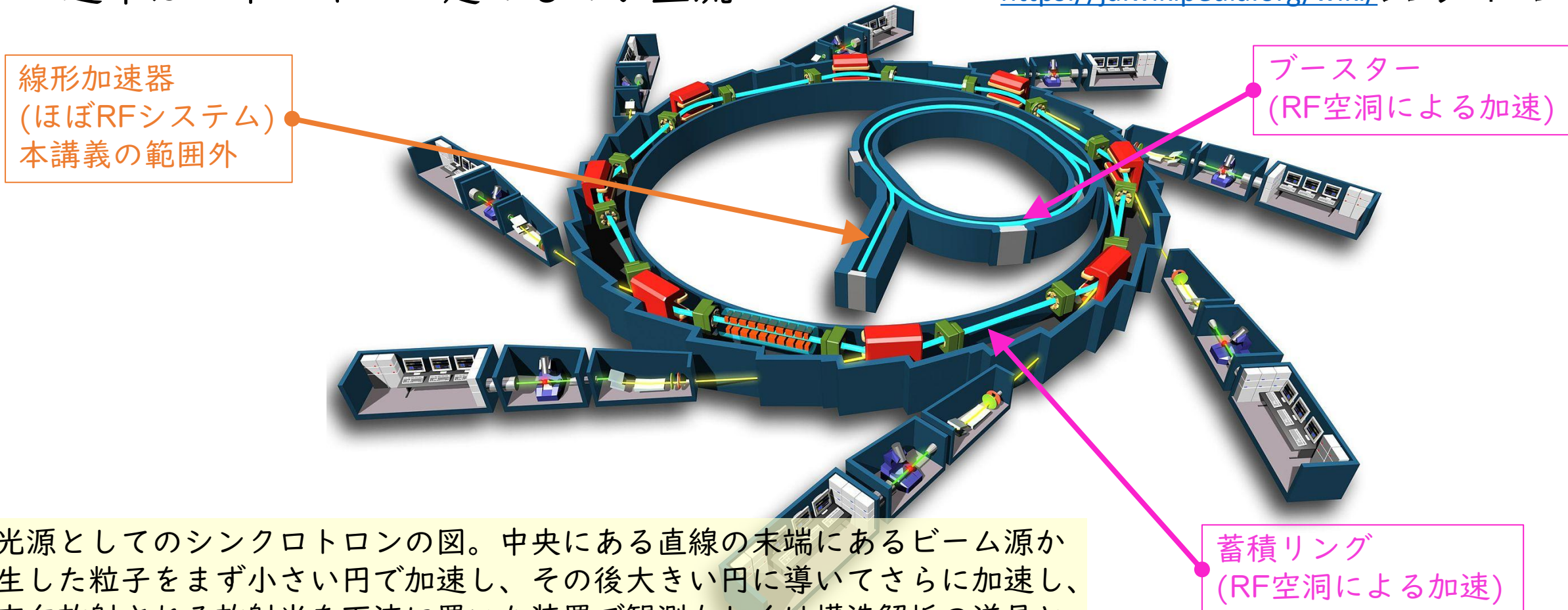
放射光源としてのシンクロトロンの図。中央にある直線の末端にあるビーム源から発生した粒子をまず小さい円で加速し、その後大きい円に導いてさらに加速し、接線方向放射される放射光を下流に置いた装置で観測もしくは構造解析の道具として利用する。このシンクロトロンでは粒子を時計回りに加速する。

放射光源リング

2. 放射光源リングの高周波システム

- 電子を周回・蓄積して放射光を生成するシンクロトロン
- 近年はエネルギー一定のものが主流

<https://ja.wikipedia.org/wiki/シンクロトロン>



放射光源としてのシンクロトロンの図。中央にある直線の末端にあるビーム源から発生した粒子をまず小さい円で加速し、その後大きい円に導いてさらに加速し、接線方向放射される放射光を下流に置いた装置で観測もしくは構造解析の道具として利用する。このシンクロトロンでは粒子を時計回りに加速する。

シンクロトロンとは、

2. 放射光源リングの高周波システム

Synchro-tron; 同期する(synchronize) + 装置(tron)

何が同期しているのか? → 磁場強度 と 高周波電力

➤ 磁場強度(B)と軌道長, 曲率半径(ρ)の関係

$$\rho = \frac{p}{eB}$$

*東さん講義、式(2-12)より

ρ : 曲率半径, e : 素電荷

p : 粒子の運動エネルギー

→ B と p の変化が同じ割合であれば軌道は一定に保たれる。

シンクロトロン;

時間的に同期する磁場と高周波電場を用いて、周長を一定に保ったまま荷電粒子のエネルギーを上げ下げ(加減速)する加速器

時間的に同期する磁場と高周波電場を用いて、周長を一定に保ったまま荷電粒子のエネルギーを上げ下げ(加減速)する加速器

➤加速しても周長, 軌道長を一定に保つ(RFの視点から)

$$\rho = \frac{p}{eB}$$

*東さん講義、式(2-12)より

ρ : 曲率半径, e : 素電荷

p : 粒子の運動エネルギー

RFシステムの役割は周長一定を保つため

✓磁場(B)の変化に応じたエネルギー(p)増減を担う

✓周回毎に失われるエネルギーロス(P_0)を補う

こと

偏向による放射ロス; $P_0 \propto \frac{E_0^4}{\rho}$

*東さん講義、式(2-248)より

E_0 : 基準エネルギー

- シンクロトロンでの役割

- 磁場の変化に応じた運動エネルギーの加減速

- 適切なRF電場が存在すればエネルギーは自然に加減速される（詳細は後ほど）

- 放射によるエネルギーロスの補填

↓

- （最近の）加減速しない放射光源リングでの役割

- 放射によるエネルギーロスの補填

↓

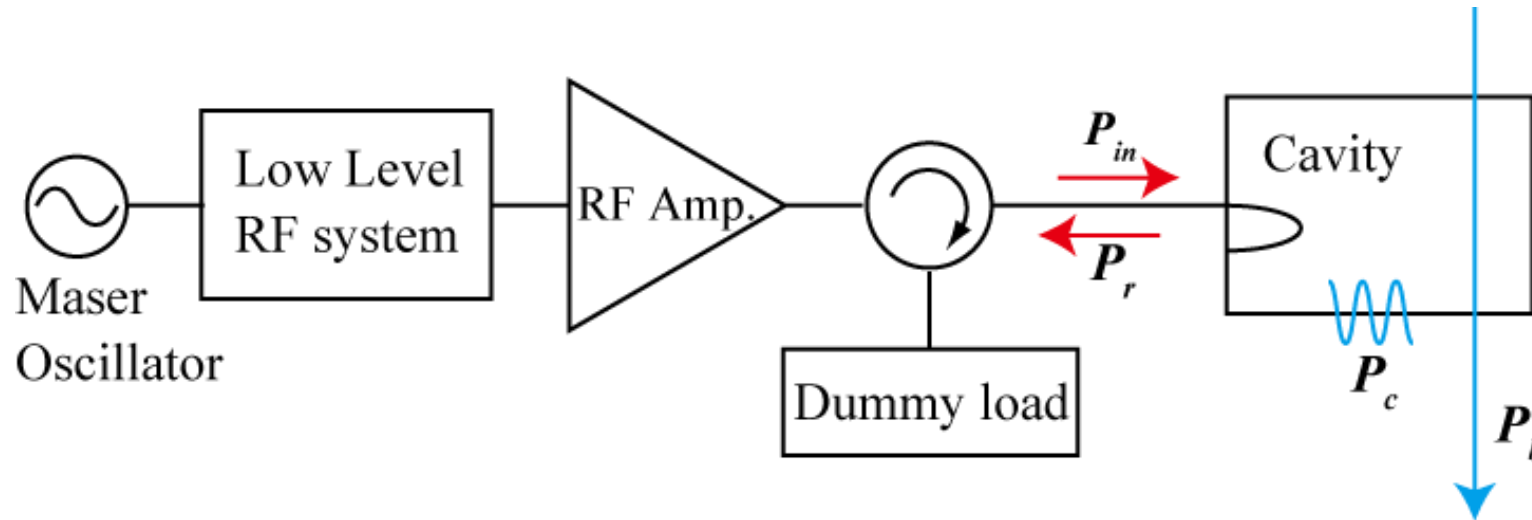
放射などにより失われる電子の運動エネルギーを補充し、長時間安定なビーム周回を実現すること

- 運動量アクセプタンスの確保、安定なRF電圧・位相の維持

RFシステムの構成要素

2. 放射光源リングの高周波システム

放射などにより失われる電子の運動エネルギーを補充し、長時間安定なビーム周回を実現する“適当”なRF電場を実現する装置

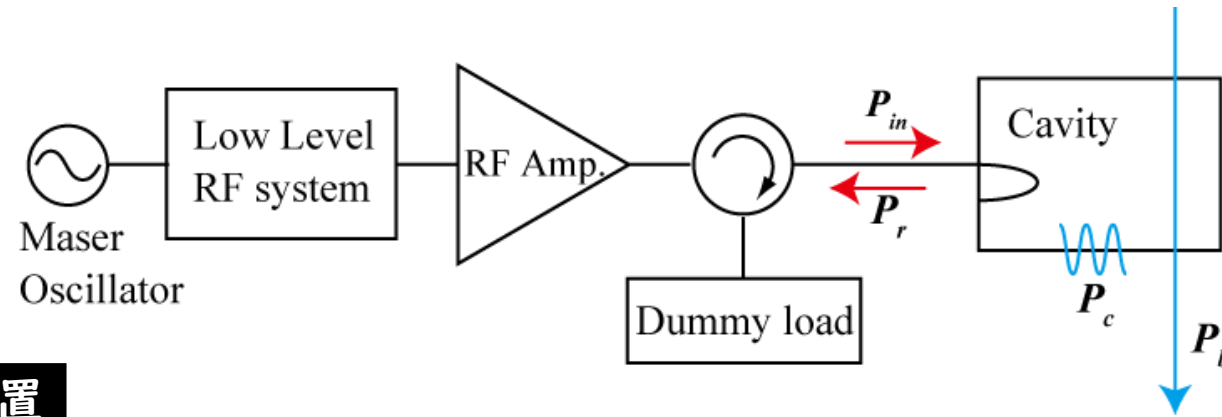


主RF発振器, LLRF, 大電力RF増幅器, 大電力伝送系, RF空洞

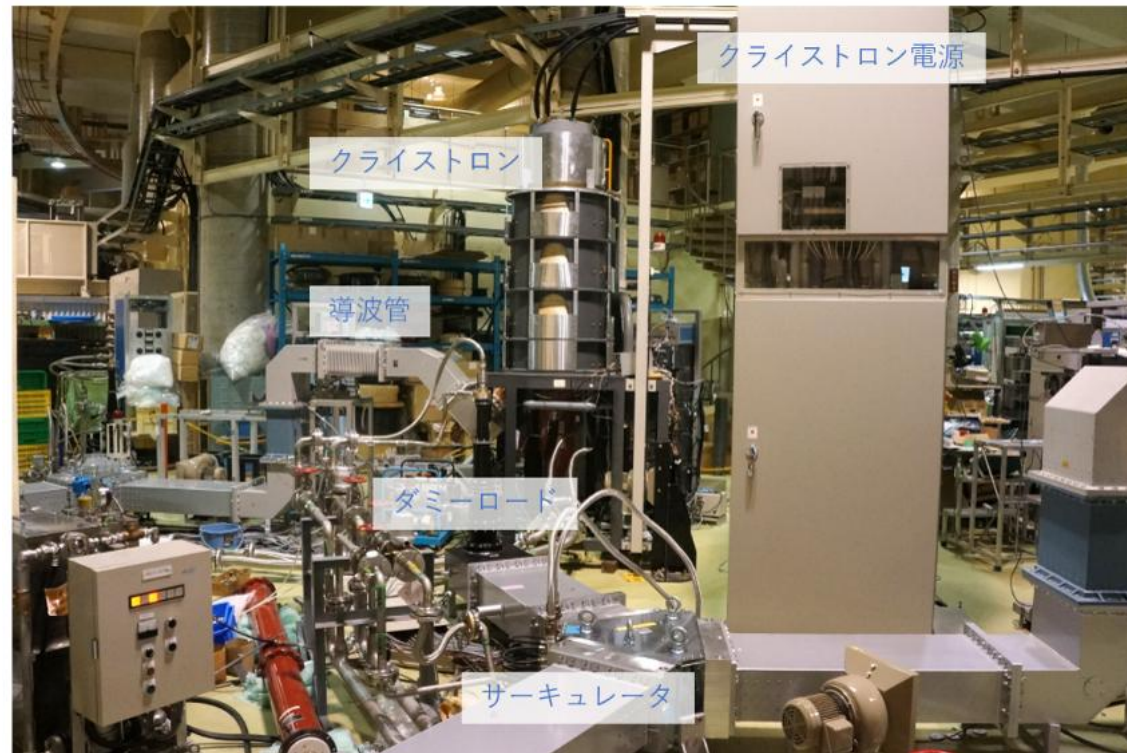
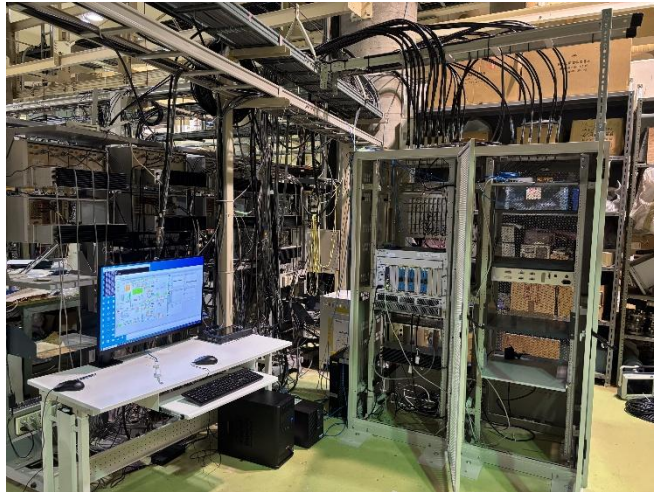
➤詳しく説明すると、1要素1時間以上かかるため、本日は紹介のみ

RFシステムの構成要素

2. 放射光源リングの高周波システム

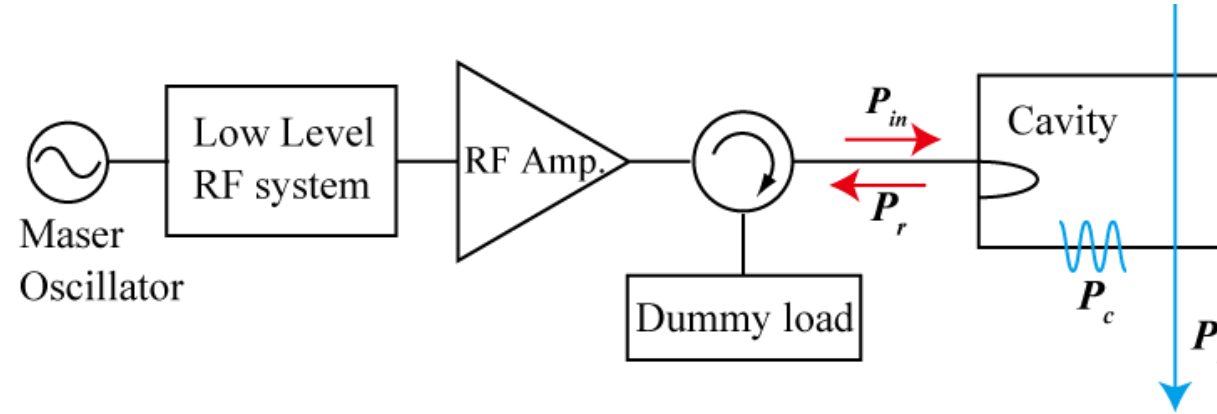


PF2.5GeVリングの各装置



高周波システムの構成要素

2. 放射光源リングの高周波システム



主RF発振器:

加速器運転の基準周波数を有する正弦波(RFシグナル)の生成
マスターオシレータとも呼ばれる

LLRF:

RF 空洞内に励振するRF 波の振幅・位相制御

大電力RF 増幅器:

RF シグナルを必要な電力まで増幅

大電力伝送系:

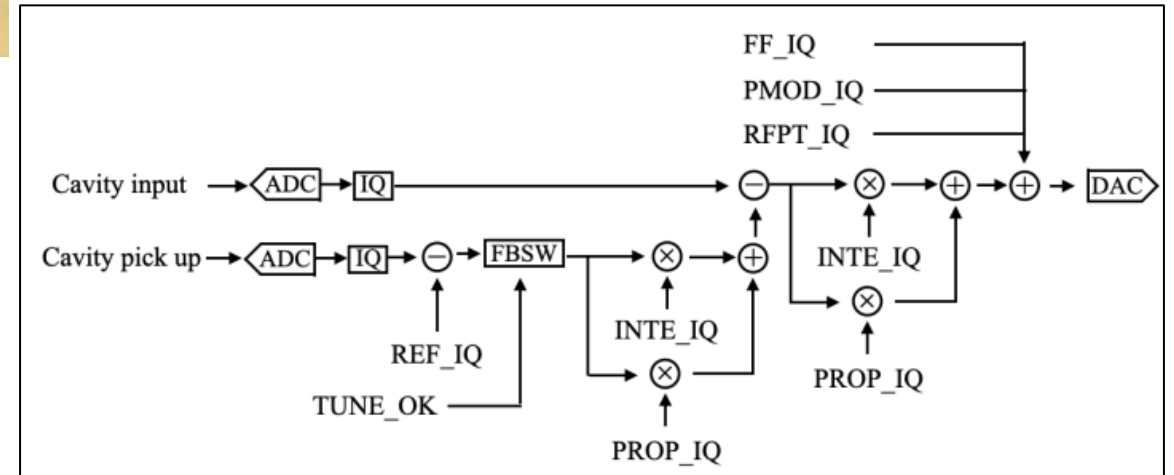
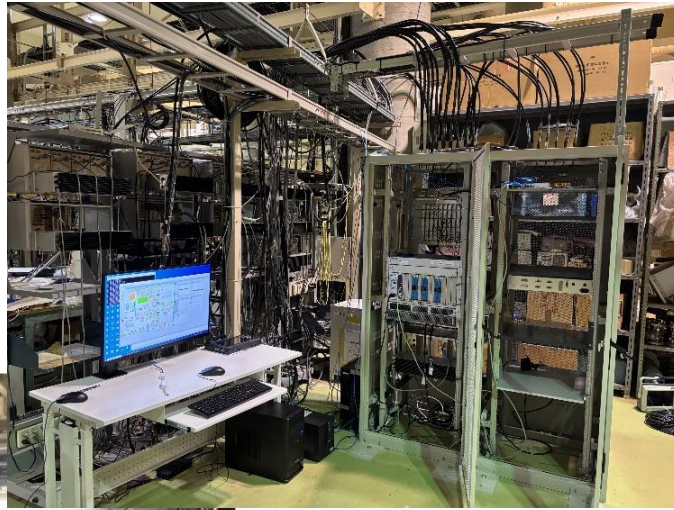
大電力RF を空洞まで伝送/反射RF の分離と減衰

RF 空洞:

RF 波を高効率に励振

2. 放射光源リングの高周波システム

-

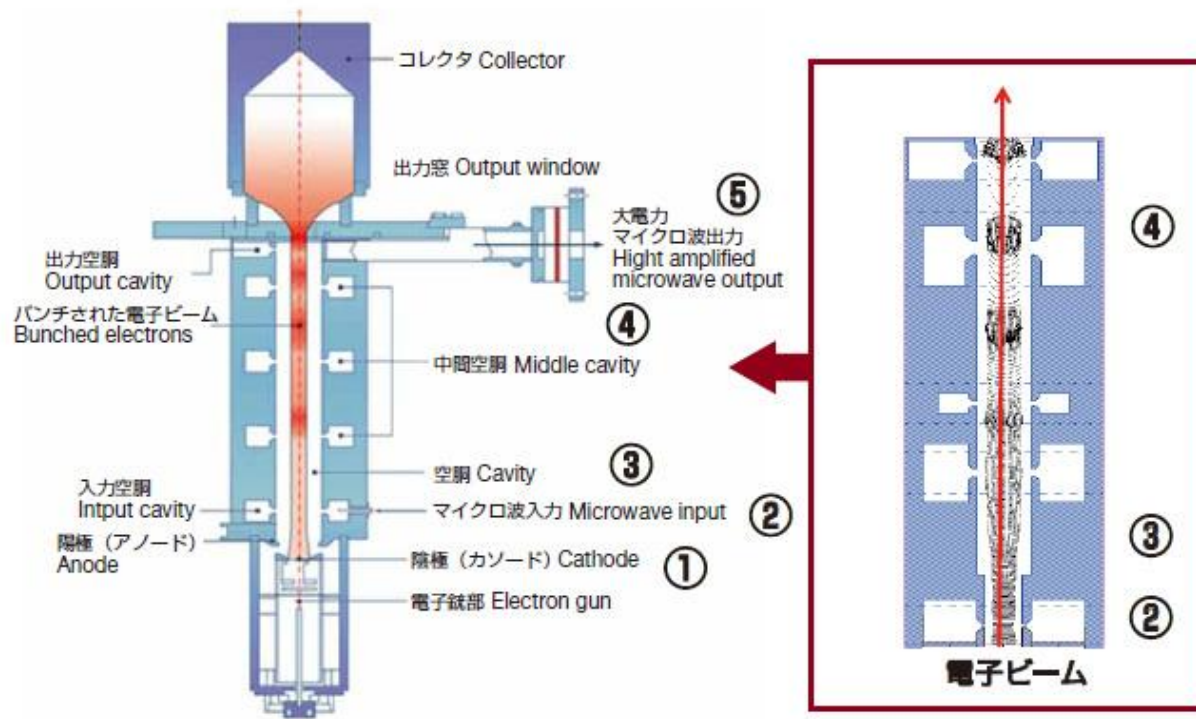


15

大電力RF 増幅器

2. 放射光源リングの高周波システム

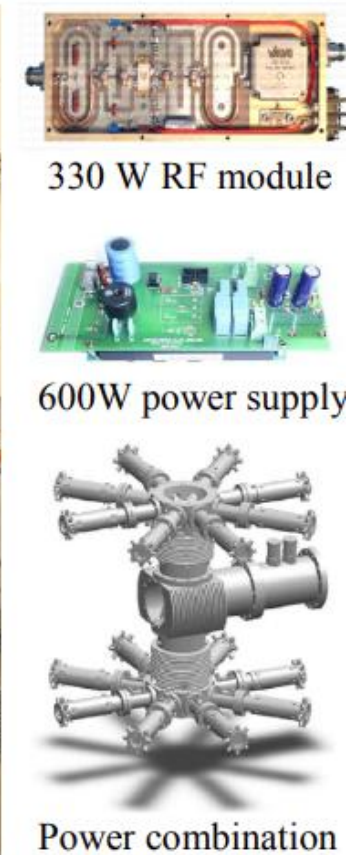
- 小電力 (mW) の RF シグナルを大電力 (kW, MW) に増幅する装置



クライストロン; キヤノン電子管デバイス



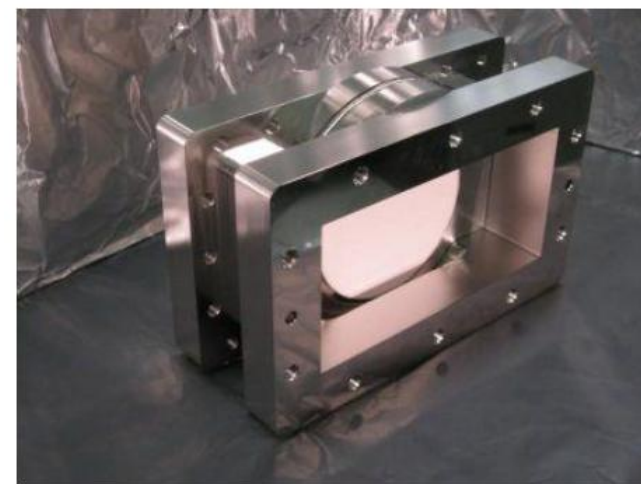
Solid State Amp.; SOLEIL synchrotron



大電力伝送系

2. 放射光源リングの高周波システム

- 大電力のRFを伝送するための装置



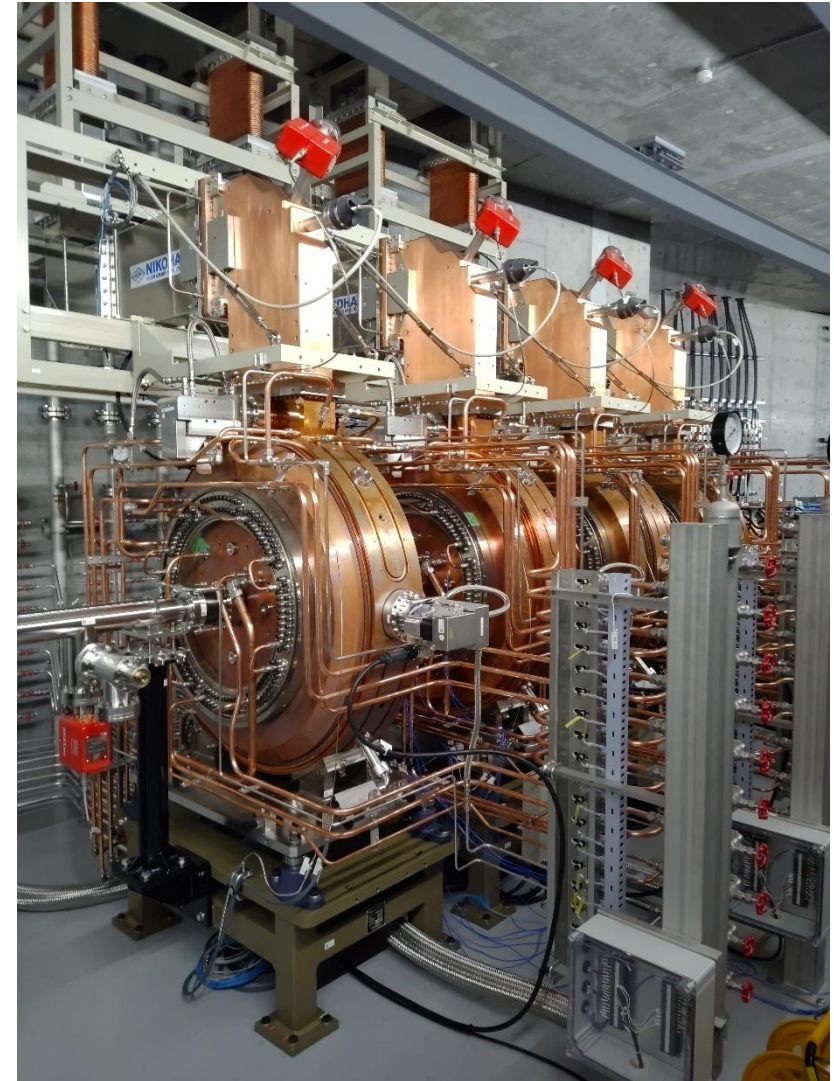
RF空洞

- RF 波を高効率に励振



SKEKB Damping ring 空洞

2. 放射光源リングの高周波システム



NanoTerasu のTM020 空洞

空洞の補足, 高周波と空洞

2. 放射光源リングの高周波システム

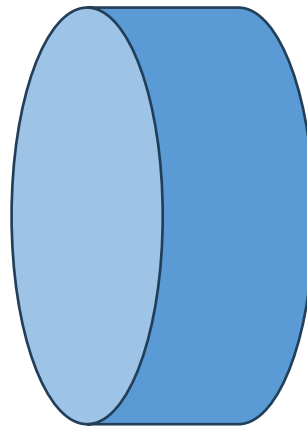
- 加速に用いられるのは主に正弦波の電磁場
- 周波数帯はラジオ波(Radio Frequency; 数十～数百)
- 共振を利用して大電力を励振する
 - 物体が持つ固有の周波数（固有振動数）と、外部から加わる振動の周波数が一致した際に、その物体の振動の幅（振幅）が極端に増大する現象

音叉

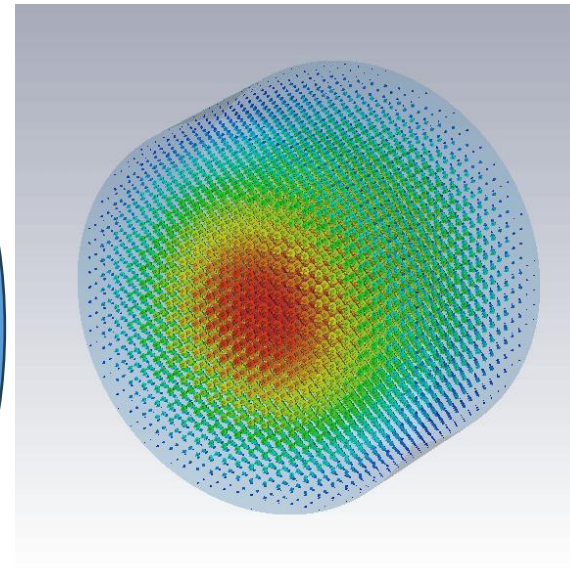
腕の部分の質量と長さで共振の周波数が決まる



音叉; いらすとや



円筒空洞



RF空洞

境界条件を満たす電磁界分布が共振モードとなる

- 放射光源リングでのRFシステムの役割は、
「放射により失われる電子の運動エネルギーを補充し、長時間安定なビーム周回を実現すること」
 - 運動量アクセプタンスの確保、安定な電圧・位相の実現
- RFシステムでは、
 - RF空洞による共振を用いて大電力RFを効率よく励振している
 - 大電力RF 増幅器により必要な大電力RFを生成する
 - 大電力RF 伝送系を用いて大電力RFを安全にRF空洞に導く
 - RF空洞で励振されるRFはLLRFにより制御する

□続いてRFによる粒子の安定加速について物理を説明する。

3. RF加速とビーム物理

RF加速、RF電圧・位相

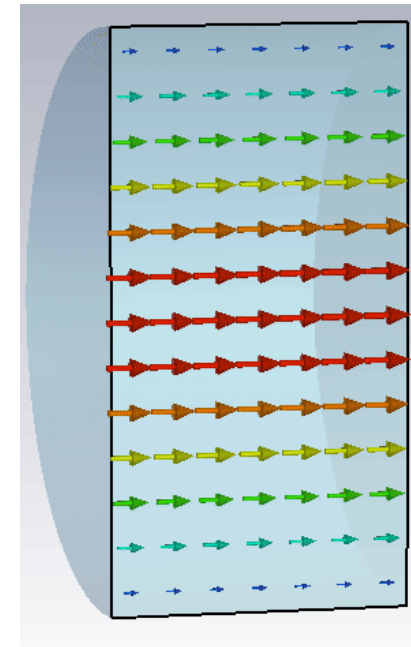
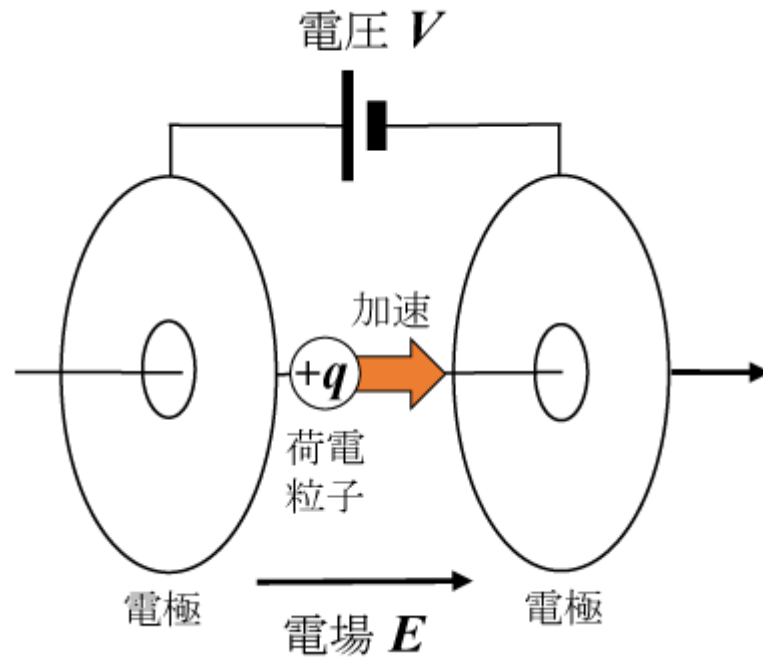
RF電圧の成分と重ね合わせの原理

シンクロトロン振動と位相安定性の原理

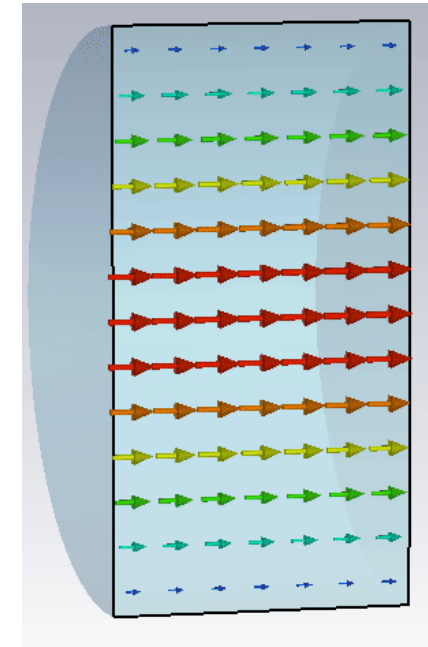
運動の安定領域

ビーム負荷と不安定性

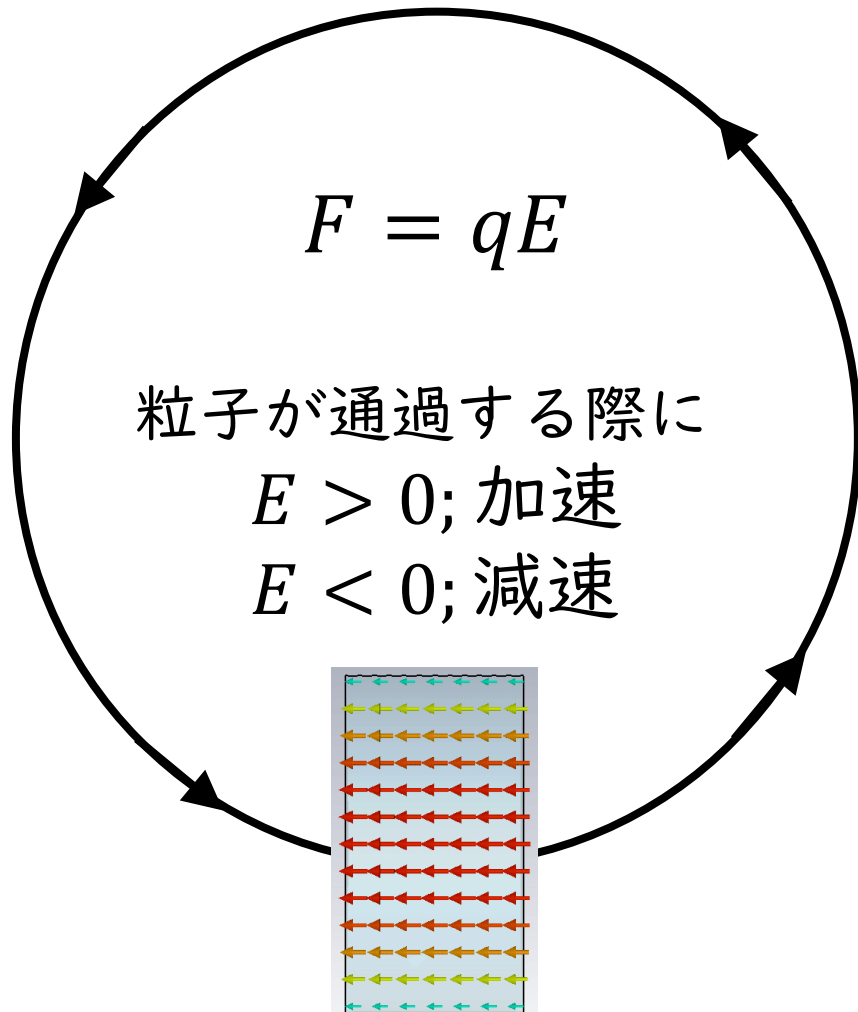
- 荷電粒子の加速では電圧(V)という量がよく用いられる
- 素電荷 e の粒子を1Vで加速すると、1eVの運動エネルギーが得られる
- 静電加速器: DC加速
- シンクロトロンにDC加速は使えない
↓
- 時間変動する電磁場 (RF場) を用いる



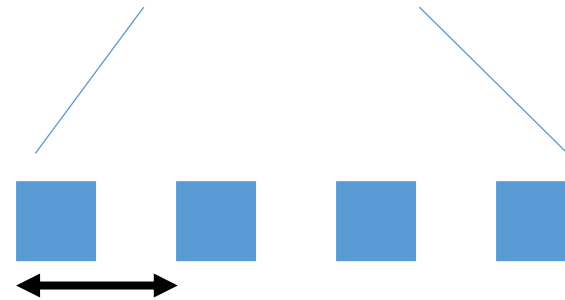
- 荷電粒子の加速では電圧(V)という量がよく用いられる
- 素電荷 e の粒子を1Vで加速すると、1eVの運動エネルギーが得られる
- シンクロトロン：DC加速は使えない
 - ↓
 - 時間変動する電磁場（RF場）を用いる
 - ↓
 - RF加速できないタイミング(位相)が存在する
 - ↓
 - RF位相変動(周波数)と同期した粒子のみが加速される
 - ↓
 - リングで加速できる最大バンチ数はRF周波数で決まる（詳細は次ページ）



- 「リングで加速できる最大バンチ数はRF周波数で決まる。」の補足



リングに
連続ビーム (↑) を敷き詰めたとしても
しばらくすると
↓とびとびの時間構造(バンチ構造)となる



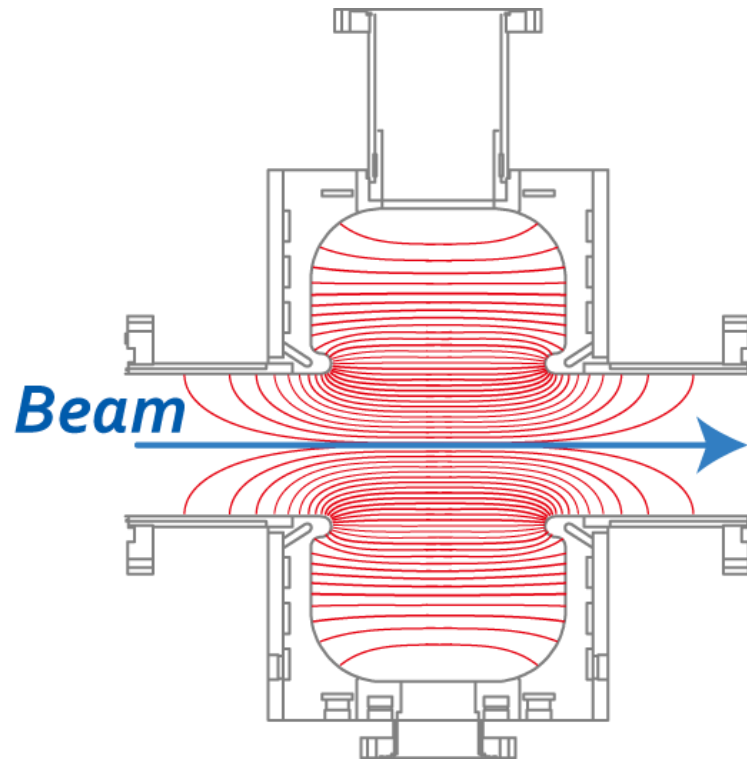
RFの1波長

リング1周にてRF波長の整数倍

$$C = h \times \lambda_{\text{rf}}$$

h : 周長をRF波長で割った数

- RF加速のビーム物理を考える際に、RF電圧を定義すると便利
- RF電圧は「電場を一定の距離にて積分したもの」



← PF空洞の例（赤線は等電位線）；

電子加速を行うシンクロトロンでは、ビームの進行方向(z 軸とおく)と同じ向きに電場が生じるようRF 空洞が設計されている。

その電場は時間(t)と距離(z)の関数。

$$E_z(z, t) = E(z) \exp(j\omega_{\text{rf}}t)$$

電圧はその積分

$$\tilde{V} = \int_{z_1}^{z_2} E(z) \exp(j\omega_{\text{rf}}t) dz$$

光速、 $(z = 0, t = t_s)$ 、を仮定すると、

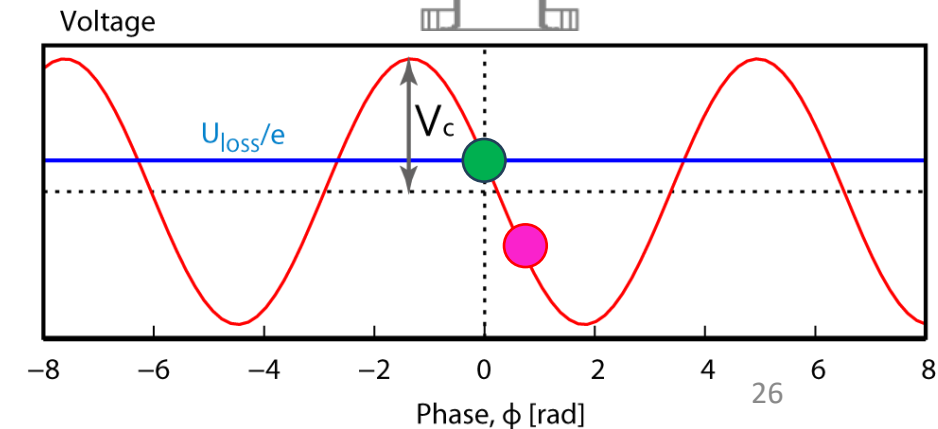
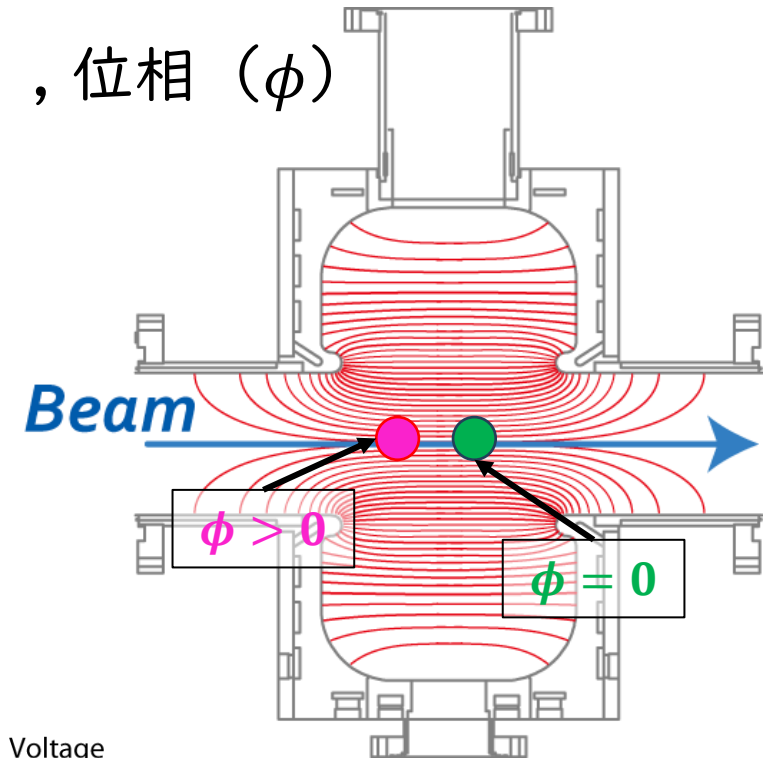
$$\tilde{V}(\phi) = V e^{j(\omega_{\text{rf}}t_s + \phi)} \quad \text{or} \quad \tilde{V}_c(\phi) = V_c e^{j(\phi + \phi_1)}$$

$$\tilde{V}_c(\phi) = V_c e^{j(\phi + \phi_1)} \rightarrow \text{電圧のパラメータは、振幅 (} V_c \text{), 位相 (} \phi \text{)}$$

ここで、 $\phi_1 = \omega_{\text{rf}} t_s$ は空洞励振RFに同期した粒子の位相。
数式上は任意の値が許されるが、デザインエネルギーで周回する電子の位相(シンクロナス位相)を選ぶと便利。

エネルギーの異なる粒子は $\phi \neq 0$ となるため、加速エネルギーは $eV_c \cos(\phi + \phi_1)$ となり、シンクロナス粒子とは異なる加速電圧を受けることになる。

ところで、この定義では、 $\phi > 0$ はシンクロトロン粒子より時間的に遅れてRF空洞に到達することになる。



RF電圧の成分

2. RF加速とビーム物理

RF加速を担う電圧 $\tilde{V}_c$ は

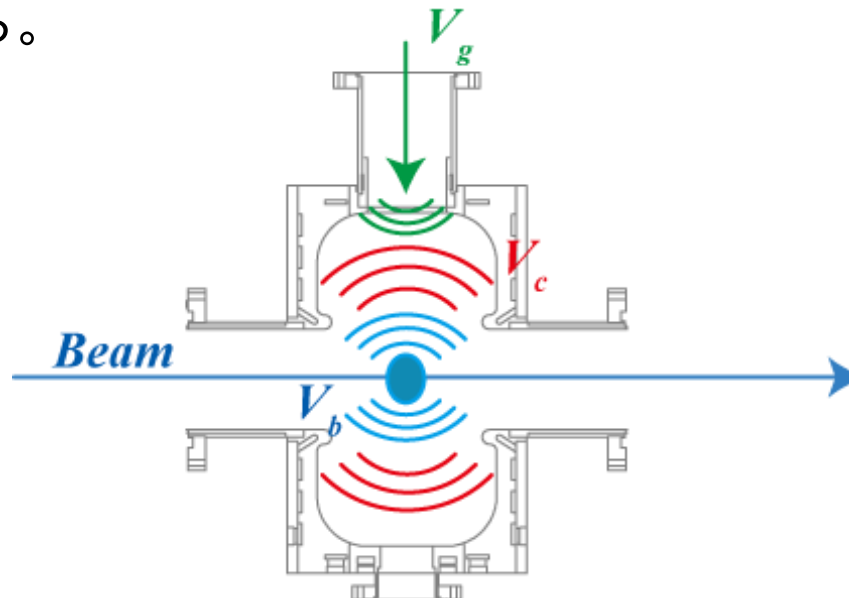
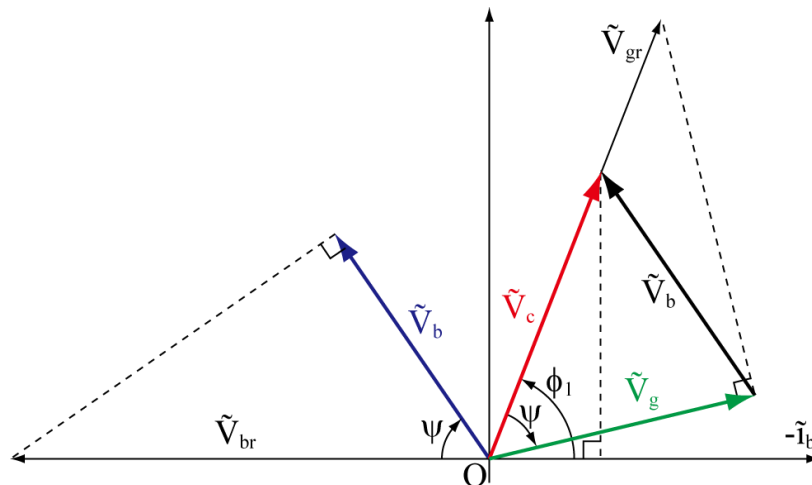
- 外部 から導かれる電力により励振される成分; $\tilde{V}_g$
 - ビーム自身が空洞内に励振する成分; $\tilde{V}_b$
- の和となる

$$\tilde{V}_c(\phi) = V_c e^{j(\phi+\phi_1)}$$



$$\tilde{V}_c = \tilde{V}_g + \tilde{V}_b$$

- 蓄積ビームが存在しない場合は、 $\tilde{V}_b = 0 \rightarrow \tilde{V}_c = \tilde{V}_g$
- RF加速に必要な電圧 $\tilde{V}_c$ は、空洞の共振周波数をわずかにずらして（離調して）、 $\tilde{V}_b$ を調整し、残りを $\tilde{V}_g$ として外部から供給する。



$\tilde{V}_c$ の作り方; ベクトル演算

1. 要求パラメータ、空洞仕様を確認

□ $\tilde{V}_c$ 振幅 (V_c)

□ ビーム電流(I_b)、シンクロナス位相(ϕ_1)

□ 空洞シャントインピーダンス(R_{sh})、空洞結合定数(β_c)

2. $\tilde{V}_b$, $\tilde{V}_g$ のベクトル成分を求める

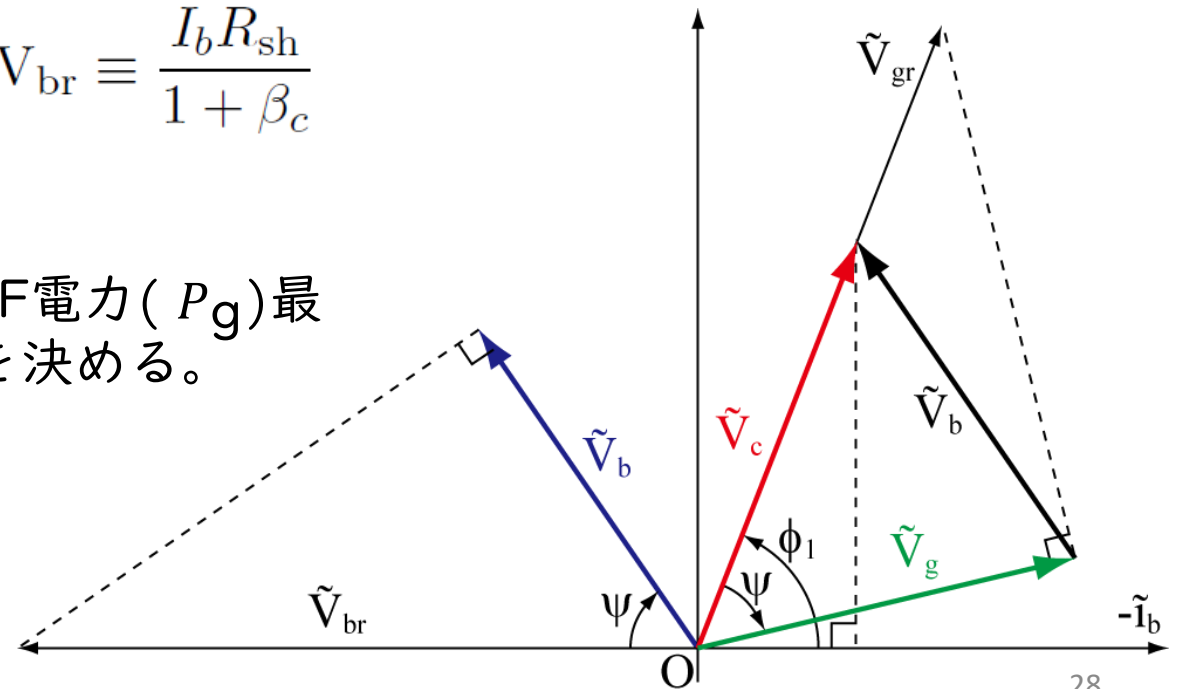
$$\tilde{V}_b = V_{br} \cos \psi e^{j(\pi-\psi)} \quad \text{with } V_{br} \equiv \frac{I_b R_{sh}}{1 + \beta_c}$$

$$\tilde{V}_g = V_{gr} \cos \psi e^{j(\theta+\psi)}$$

3. ベクトルの関係式から V_{gr} もしくは入力RF電力(P_g)最小にするように ψ (空洞の周波数離調量) を決める。

$$V_{gr} = \frac{2\sqrt{\beta_c}}{1 + \beta_c} \sqrt{R_{sh} P_g}$$

$$\tilde{V}_c = \tilde{V}_g + \tilde{V}_b$$



2. RF加速とビーム物理

$$\tilde{V}_c = \tilde{V}_g + \tilde{V}_b$$

◆空洞共振周波数の最適離調量 (ψ)

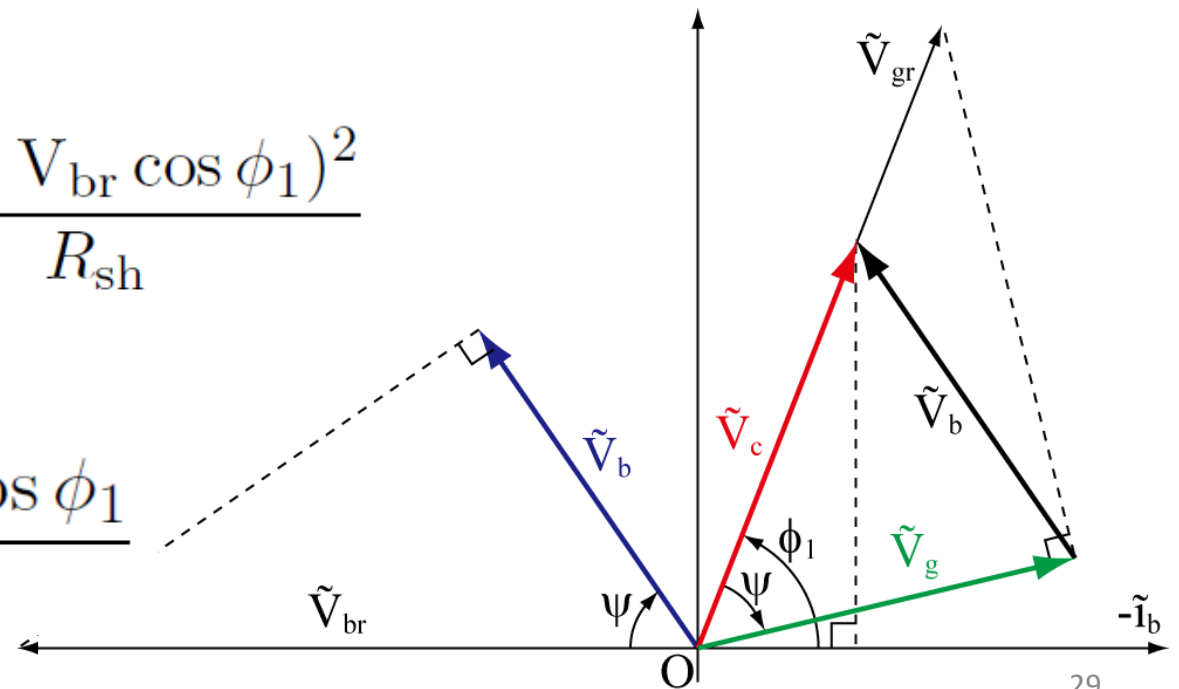
$$\tan \psi = -\frac{I_b R_{\text{sh}}}{V_c(1 + \beta_c)} \sin \phi_1, \quad \text{with} \quad -\frac{\pi}{2} < \psi < \frac{\pi}{2}$$

◆最適離調量における入力RF電力

$$P_g = \frac{(1 + \beta_c)^2}{4\beta_c} \frac{(V_c + V_{br} \cos \phi_1)^2}{R_{sh}}$$

◆ P_g を最小にする空洞結合定数

$$\beta_{\text{opt}} = 1 + \frac{I_b R_{\text{sh}} \cos \phi_1}{V_c}$$



RFの電力とエネルギー保存

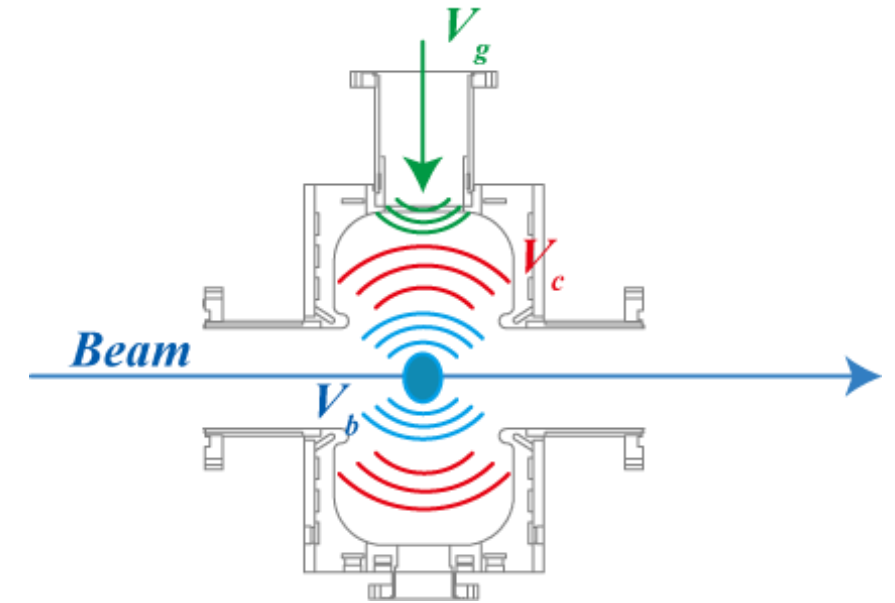
2. RF加速とビーム物理

各ベクトルが求まれば電力が計算できる

➤ 要求パラメータ、空洞仕様

- $\tilde{V}_c$ 振幅 (V_c)
- ビーム電流 (I_b)、シンクロナス位相 (ϕ_1)
- 空洞シャントインピーダンス (R_{sh})、空洞結合定数 (β_c)

- ◆ P_C ; 壁損失電力、運転中に空洞内に溜まっている電力、
空洞表面で熱として消費される
- ◆ P_b ; ビーム負荷電力、空洞通過の際に電子ビームが持っていく電力
- ◆ P_g ; 入力RF電力、外部から空洞に供給される電力
- ◆ P_r ; 反射電力、空洞から反射して戻ってくる電力、空洞から入力側に漏れ出してくる電力



$$P_c = \frac{V_c^2}{R_{sh}} \quad P_b = I_b V_c \cos \phi_1$$

これら電力は保存される。

$$P_g = P_c + P_b + P_r$$

- 数ページ前で「デザインエネルギーで周回する電子の位相」と定義。
 - 具体的には？
- シンクロトロンにて加速粒子のエネルギーをデザインと等しく保つには、1周回あたりに失うエネルギーと全く同じ量のエネルギーをRF空洞で補償すればよい。
- 従って、1周あたりに失うエネルギーを U_{loss} とすると、 $\tilde{V}_c$ の実数成分と U_{loss} が釣り合うという条件から、

$$\phi_1 = \cos^{-1} \left(\frac{U_{\text{loss}}}{eV_c} \right) \quad \tilde{V}_c(\phi) = V_c e^{j(\phi + \phi_1)}$$

* U_{loss} の主な成分は、偏向電磁石や挿入光源による放射ロス

注：上の関係を満たす解はRF 1波長中に2つ存在するが、安定なのはその一方のみ。

次ページ以降で、その条件を示す。

- 実際の加速器では、粒子はエネルギー拡がりを持ち、 ϕ_1 を基準として振動する。
- ここで、振動が小さい場合の振動について簡単に復習する。(東さん講義の復習)

➤ まずは、エネルギーと閉軌道の関係式から

$$\frac{\Delta C}{C_0} = \frac{\Delta T}{T_0} = \alpha_c \frac{\Delta E}{E_0}$$

✓ デザインの閉軌道(C_0)、周回時間(T_0)、エネルギー(E_0)とそのずれ(Δ)は、モーメントムコンパクション因子 α_c によって一定の関係を持つ。

➤ 微小な位相変化は、 $\Delta\phi = 2\pi f_{\text{rf}}\Delta T$ と書けるため、

$$\Delta\phi = 2\pi h\alpha_c \frac{\Delta E}{E_0} \quad \xrightarrow{\text{単位時間では}} \quad \frac{d\Delta\phi}{dt} = 2\pi h\alpha_c \frac{\Delta E}{E_0 T_0}$$

➤ エネルギーに関する関係を考慮すると、 $\frac{d\Delta E}{dt} = \frac{eV_c(\Delta\phi) - eV_c(0)}{T_0}$

$$\begin{aligned}\frac{d^2\Delta\phi}{dt^2} &= \frac{2\pi h\alpha_c e}{T_0^2 E_0} (V_c(\Delta\phi) - V_c(0)) \\ &= \frac{2\pi h\alpha_c e}{T_0^2 E_0} \frac{V_c(\Delta\phi) - V_c(0)}{\Delta\phi} \Delta\phi\end{aligned}$$

$$\frac{d\Delta\phi}{dt} = 2\pi h\alpha_c \frac{\Delta E}{E_0 T_0}$$

➤ $\Delta\phi$ を ϕ におきかえると、下記(単振動の式)となる。

$$\frac{d^2\phi}{dt^2} \simeq \frac{2\pi h\alpha_c e}{T_0^2 E_0} \left. \frac{dV_c(\phi)}{d\phi} \right|_0 \phi$$

➤ 次の条件を満たす場合に安定解が存在、その振動数は、

$$\alpha_c \left. \frac{dV_c(\phi)}{d\phi} \right|_0 = -\alpha_c V_c \sin \phi_1 < 0$$

$$V_c(\phi) = V_c \cos(\phi + \phi_1)$$

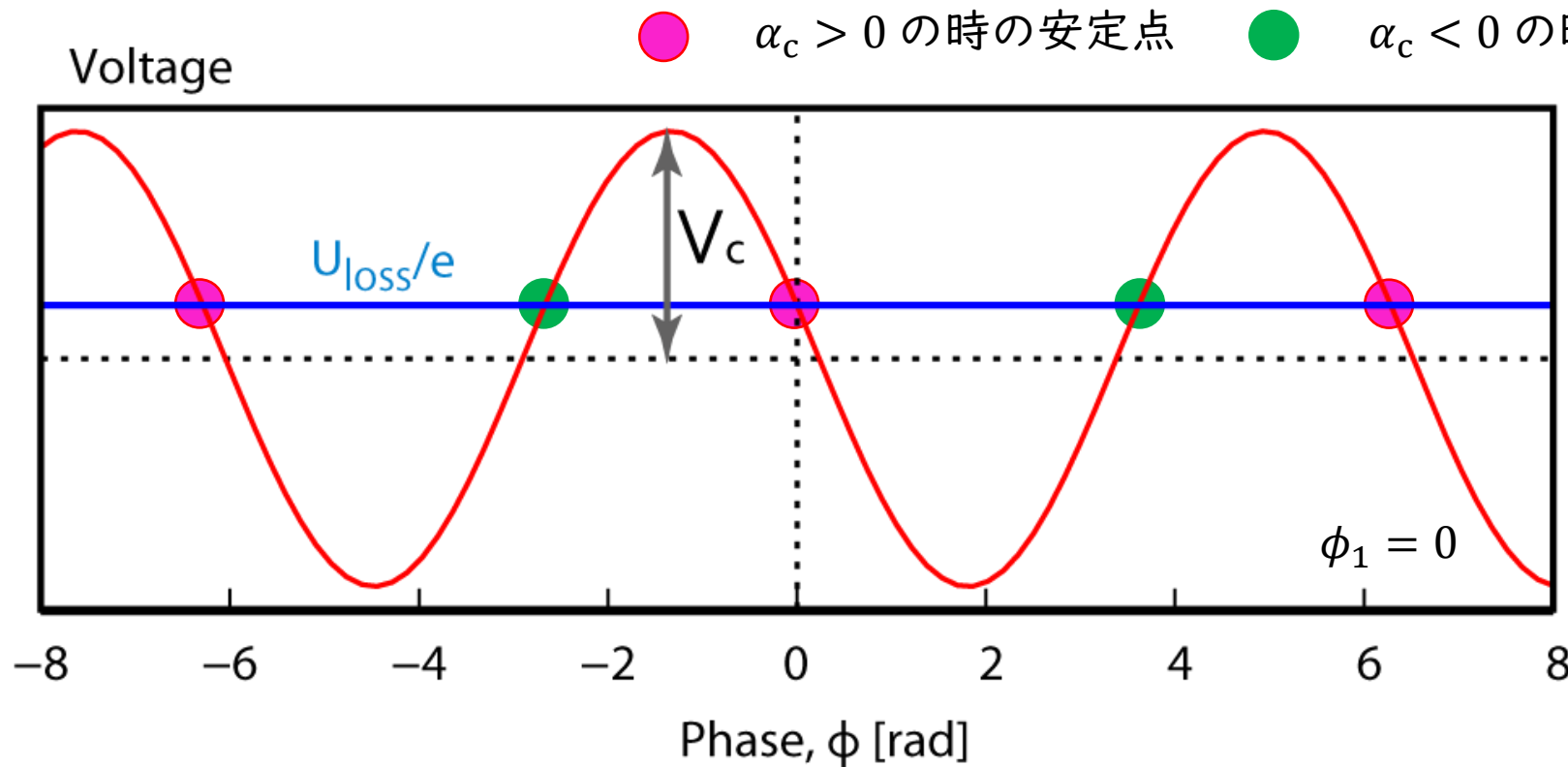
$$\begin{aligned}\omega_s &= \sqrt{\frac{2\pi h\alpha_c e}{T_0^2 E_0} V_c \sin \phi_1} \\ &= \frac{2\pi}{T_0} \sqrt{\frac{h\alpha_c}{2\pi E_0} e V_c \sin \phi_1}\end{aligned}$$

シンクロトロン振動の安定条件

2. RF加速とビーム物理

$$\alpha_c \left. \frac{dV_c(\phi)}{d\phi} \right|_0 = -\alpha_c V_c \sin \phi_1 < 0$$

➤ 振動の安定条件について補足



➤ α_c はリングの設計によって正も負もあり得る

➤ 光源リングでも従来は正が一般的であったが、近年では負とするリング設計も存在する
(テキストによっては $\alpha_c > 0$ が前提のものが多いが、今やそれは当たり前ではない)

シンクロトロン振動の安定条件

2. RF加速とビーム物理

➤ 振動の安定条件について補足 2

➤ RFポテンシャル

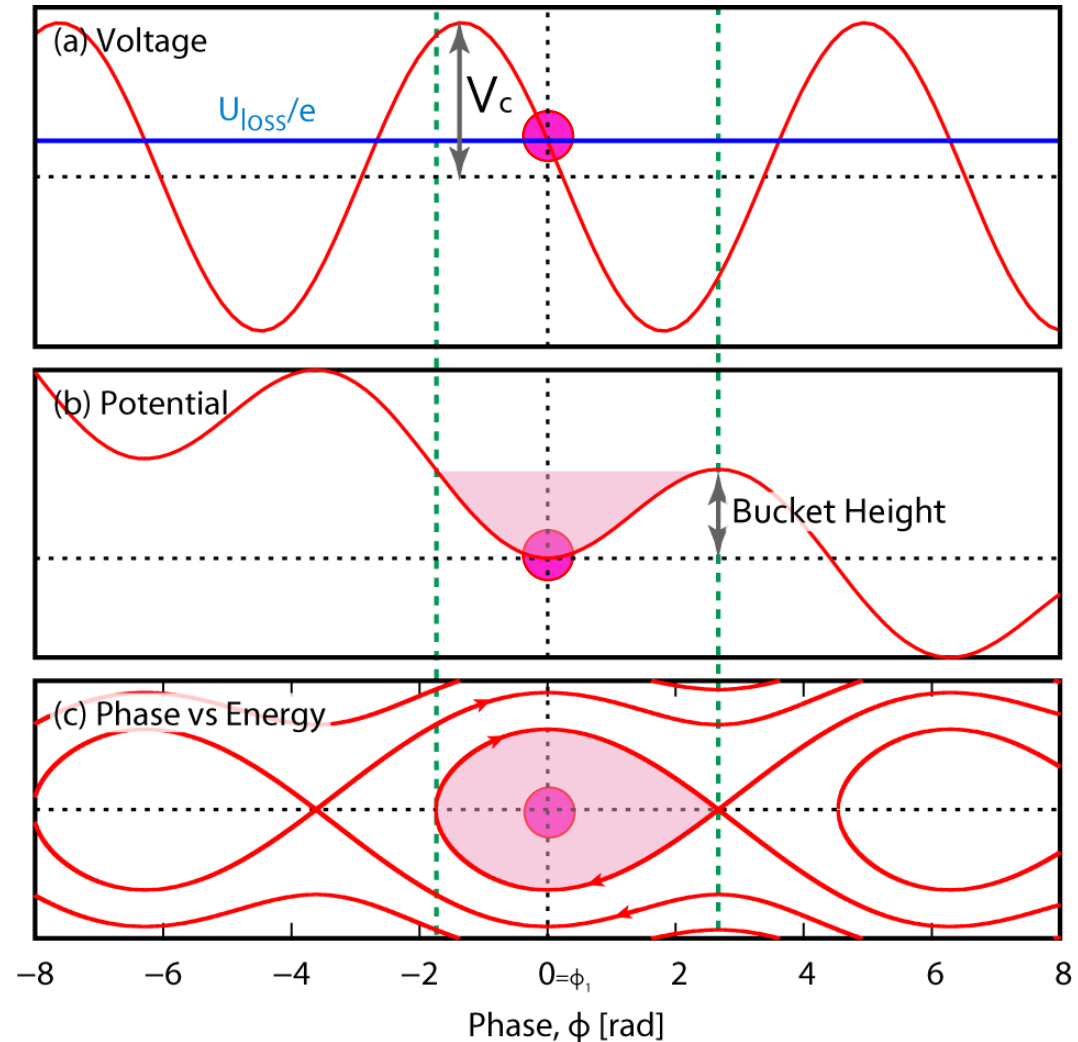
$$\Phi(\phi) = -\frac{\alpha_c}{2\pi h E_0} \int_0^\phi \{eV_c(\phi') - U_{\text{loss}}\} d\phi'$$

- 右図で安定点はRFポテンシャルの底となる
ことがわかる
- また、ポテンシャルの高さ(Bucket Height)
は下記となる。

$$\left(\frac{\Delta E}{E_0}\right)_{\text{max}} = \sqrt{\frac{2U_{\text{loss}}}{\pi h \alpha_c E_0} \left[\sqrt{q^2 - 1} - \cos^{-1} \left(\frac{1}{q} \right) \right]}$$

with $q = \frac{eV_c}{U_{\text{loss}}}$

$\alpha_c > 0$ の時のRF電圧、ポテンシャル、安定領域



位相安定性の原理

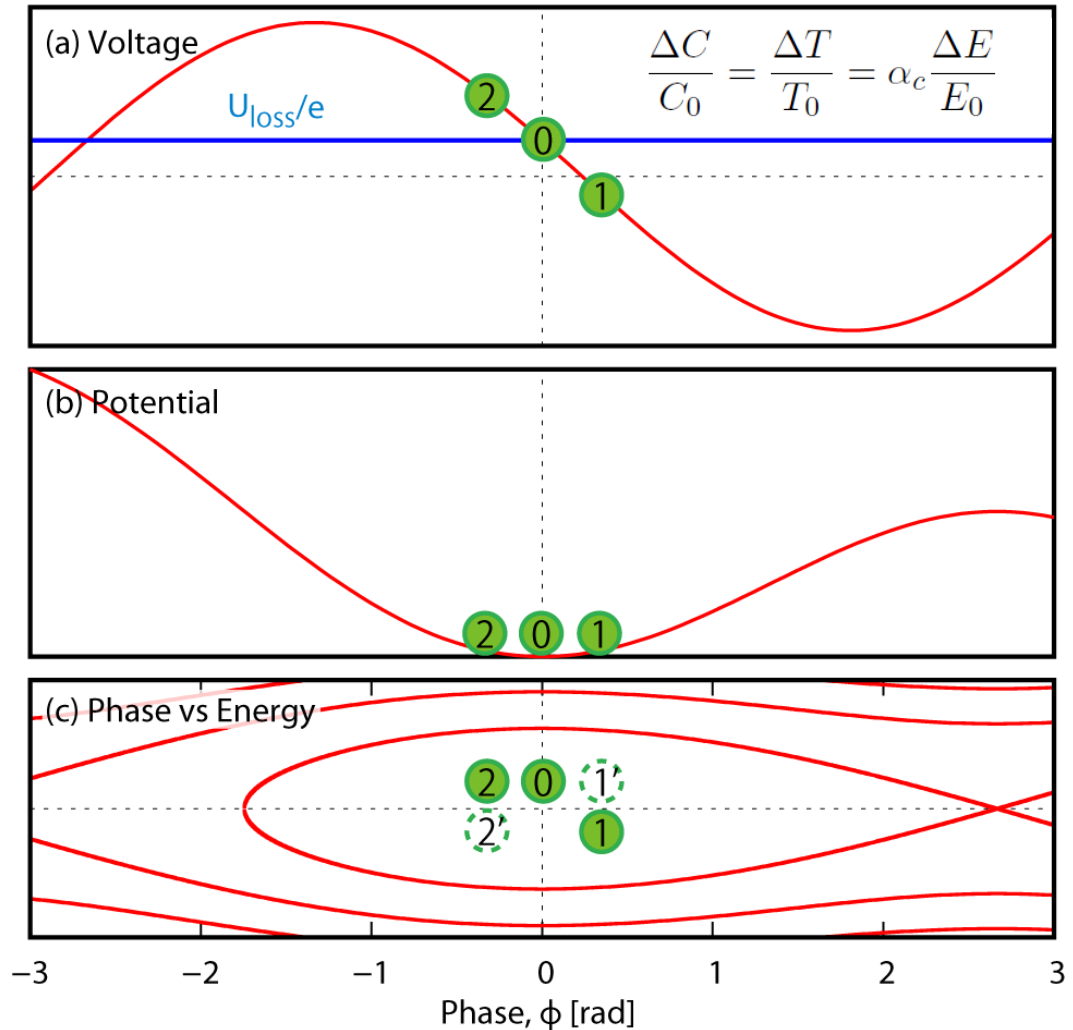
- わずかにエネルギーのズレた粒子であってもエネルギー振動(シンクロトロン振動)を通じて基準粒子と同じく安定な運動を維持するメカニズム

- 安定条件
$$\alpha_c \frac{dV_c(\phi)}{d\phi} \bigg|_0 = -\alpha_c V_c \sin \phi_1 < 0$$

初期に「0」にあった粒子のエネルギーが

1. 高くなると空洞への到達間隔が長くなり、基準より少し弱い加速電場を感じる
 2. 低くなると到達時間が短くなり、少し強い加速電場を感じる
- これらの相互作用が振動の復元力として働き、粒子の運動の安定化を導く。

$\alpha_c > 0$ の時のRF電圧、ポテンシャル、安定領域



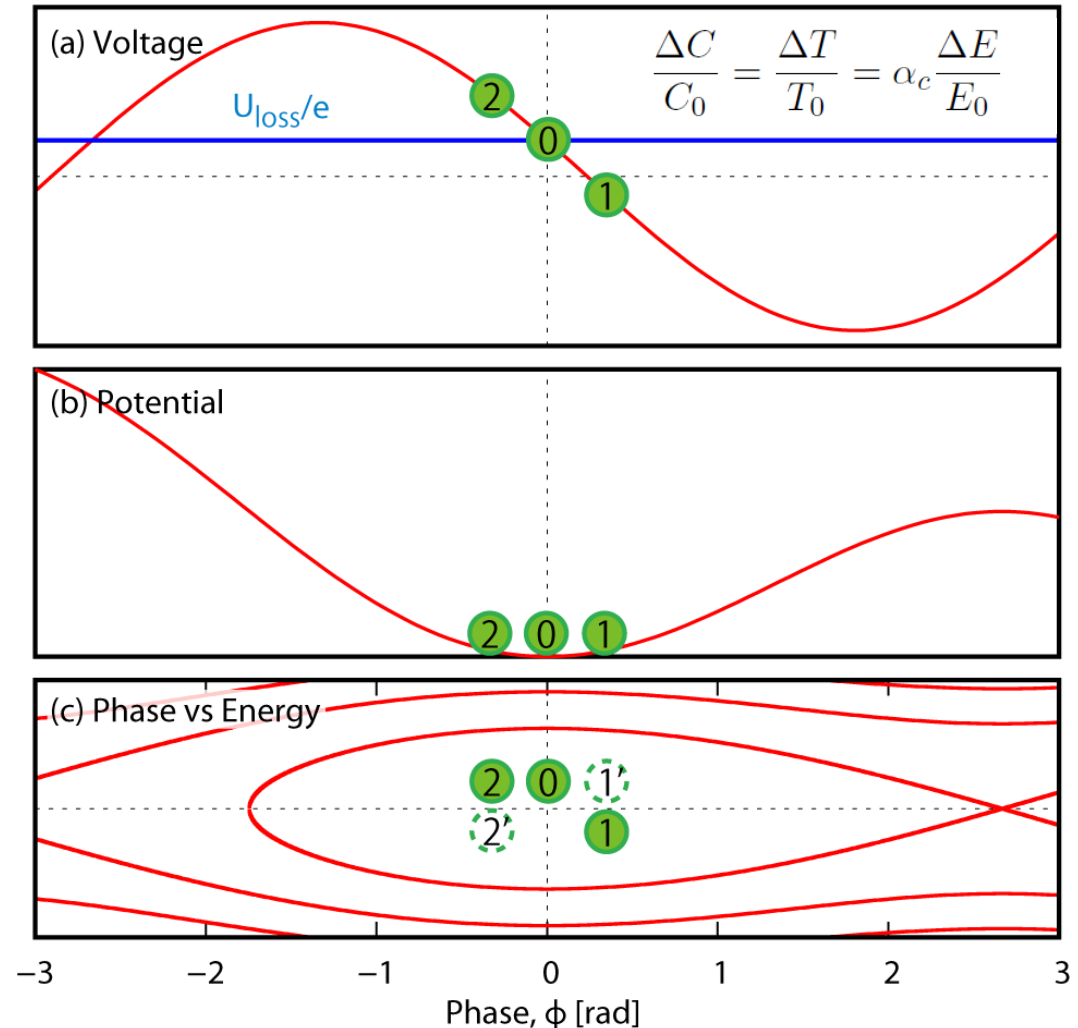
位相安定性の原理

2. RF加速とビーム物理

- 加速する場合、
 1. 磁石の磁場を徐々に強くなる→基準のエネルギーが徐々に増えていく
 2. 相対的に粒子エネルギーが低くなるためRF空洞への到達時間が短くなり、元より強い加速電場を感じ加速される
 3. 放射ロスエネルギーの4乗で大きくなるため、RF電圧も加速に応じて増加させる必要がある。(Voltageの図で青線を一定にするため)

$$\phi_1 = \cos^{-1} \left(\frac{U_{\text{loss}}}{eV_c} \right), \quad U_{\text{loss}} \propto \frac{E_0^4}{\rho}$$

$\alpha_c > 0$ の時のRF電圧、ポテンシャル、安定領域

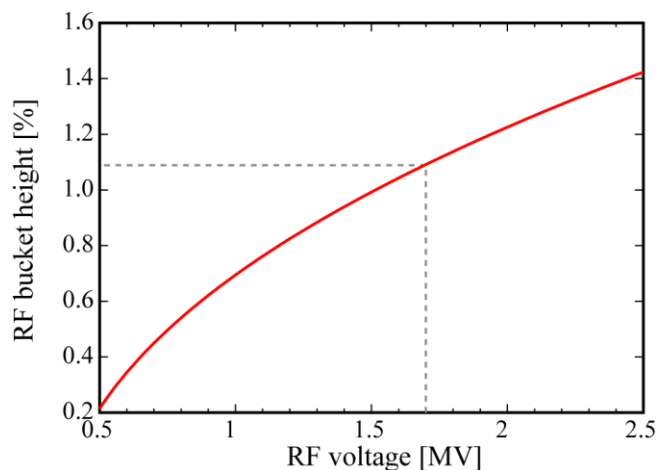


Bucket Height

$$\left(\frac{\Delta E}{E_0}\right)_{\max} = \sqrt{\frac{2U_{\text{loss}}}{\pi h \alpha_c E_0} \left[\sqrt{q^2 - 1} - \cos^{-1} \left(\frac{1}{q} \right) \right]}$$

$$\text{with } q = \frac{eV_c}{U_{\text{loss}}}$$

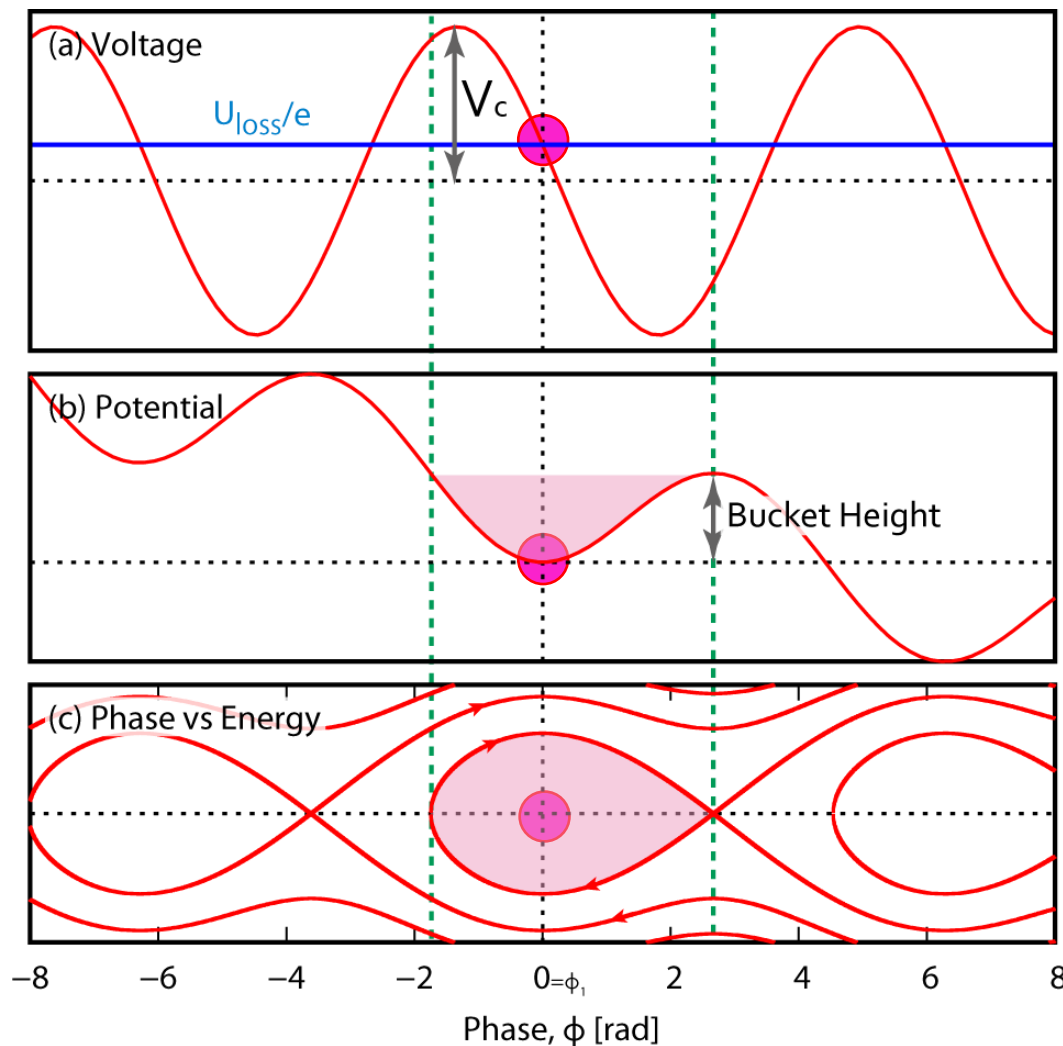
- Bucket Height はRF電圧で調整する
- ただし、RF電圧はシステムの規模、コストに大きな影響を与えるため、ビーム安定領域を評価して適切に決める。（下崎さんの講義参照）



RF電圧とBucket Heightの関係(PFの例)

2. RF加速とビーム物理

$\alpha_c > 0$ の時のRF電圧、ポテンシャル、安定領域

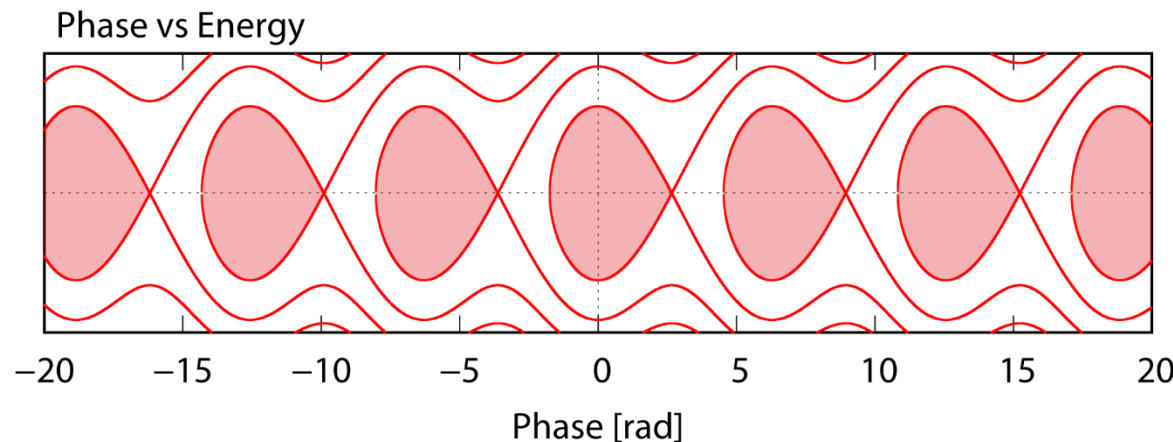


リングに
連続ビーム (↑) を敷き詰めたとしても
しばらくすると

↓ とびとびの時間構造(バンチ構造)となる

→ RFポテンシャルの安定領域に辿り着いた
粒子のみが安定に周回可能となる

➤ 入射の際は安定領域を狙ってタイミン
グとエネルギーを調整する。



← 塗りつぶした部分に辿り着いた粒子
は安定周回する

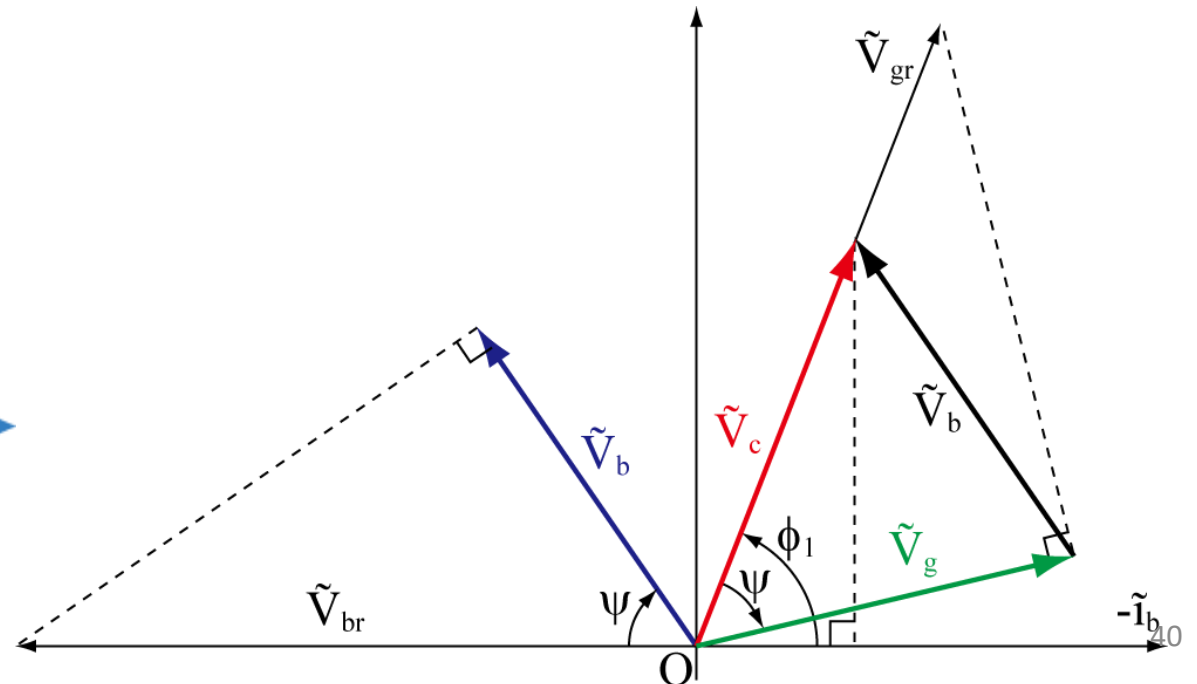
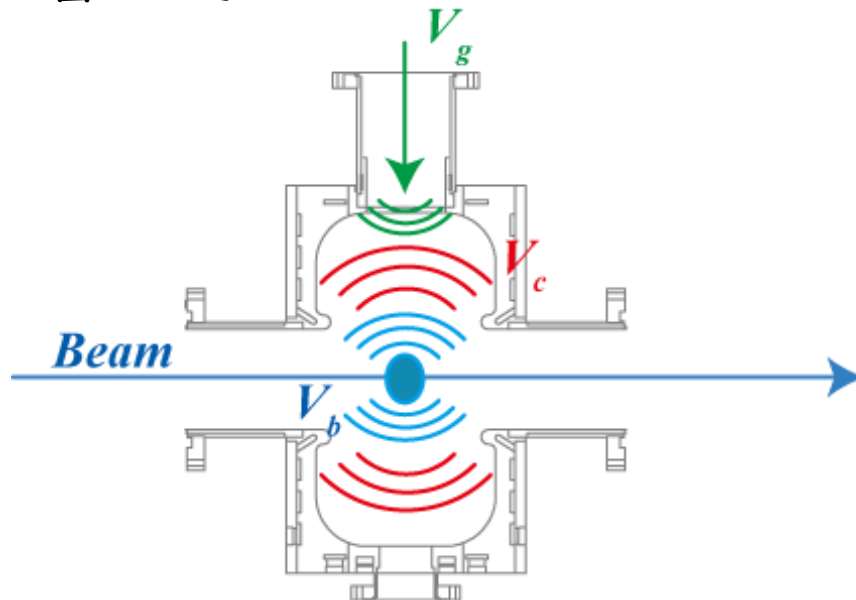
また、安定領域から飛び出した粒
子は失われる。

ビーム負荷

- $\tilde{V}_c$ は $\tilde{V}_g$ と $\tilde{V}_b$ の和である

$$\tilde{V}_c = \tilde{V}_g + \tilde{V}_b$$

- $\tilde{V}_b$ (ビーム負荷) を用いることで効率的なビーム加速を実現している
- しかし、 $\tilde{V}_b$ (ビーム負荷) を用いることによるビームダイナミクスの観点からのリスク, 危うさも存在する
- RF空洞はビームからみて大きな抵抗 (インピーダンス) 源であり、ビーム負荷の影響を避けることはできない

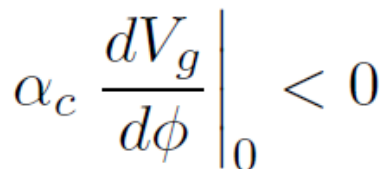
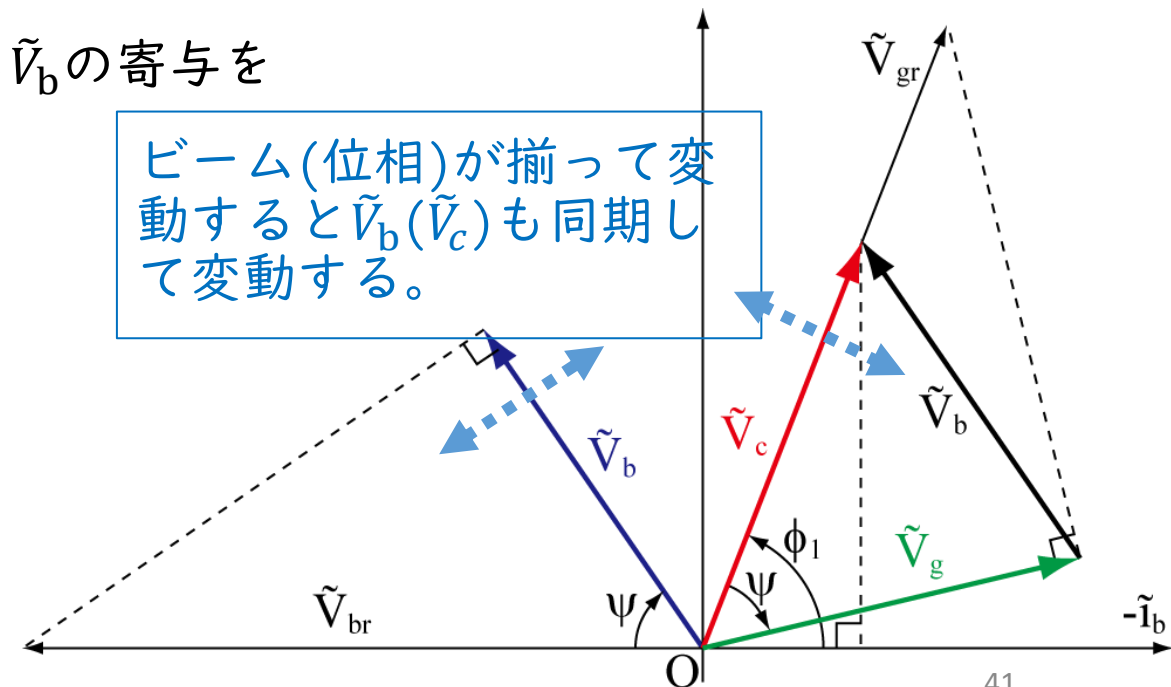


2. RF加速とビーム物理

- $$\frac{d^2\phi}{dt^2} \simeq \frac{2\pi h\alpha_c e}{T_0^2 E_0} \left. \frac{dV_c(\phi)}{d\phi} \right|_0 \phi$$

$$V_c(\phi) = V_c \cos(\phi + \phi_1)$$

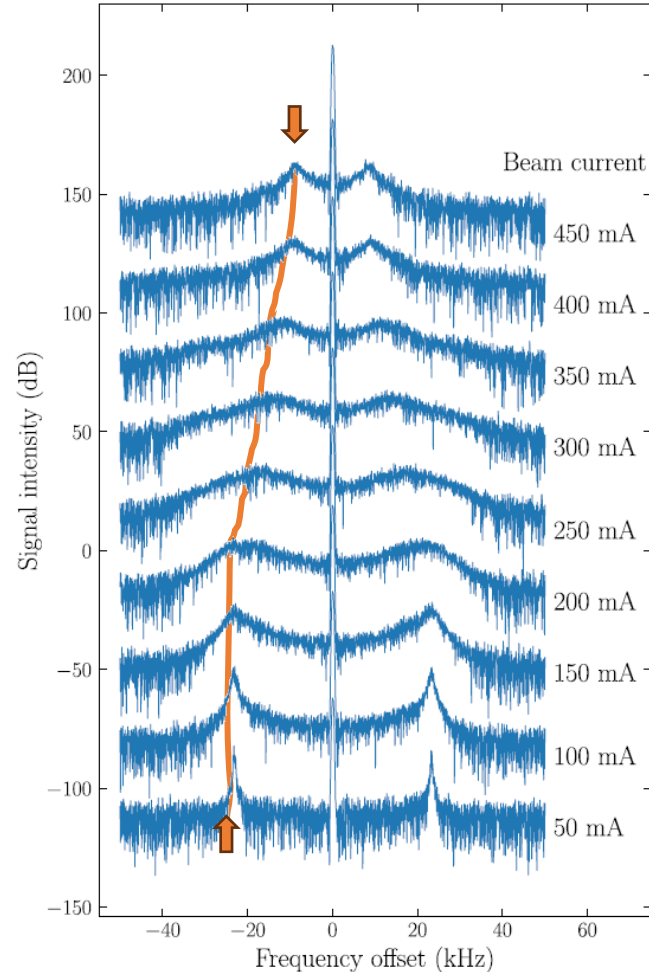
- $$\alpha_c \left. \frac{dV_c(\phi)}{d\phi} \right|_0 < 0$$


$$V_c > \sqrt{\frac{R_{sh} I_b U_{loss}}{e(1+\beta_c)}} = V_{c,th}$$


DC Robinson不安定性の例

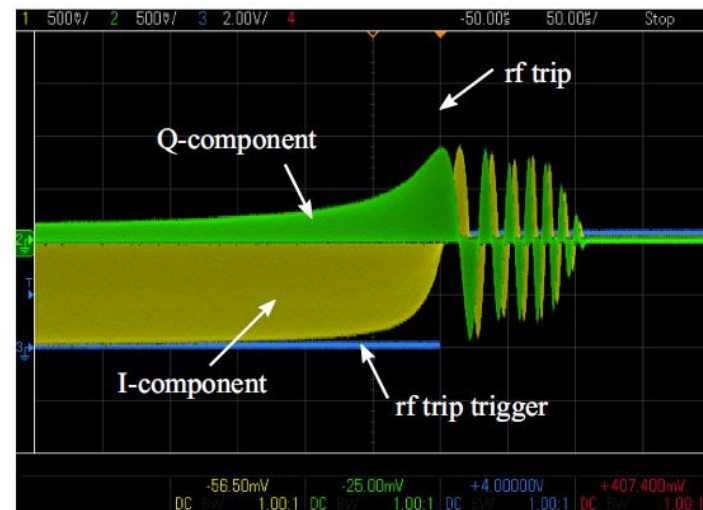
2. RF加速とビーム物理

- PFで測定されたビーム負荷の影響



← RF電圧一定で、電流値を変えて取得したビーム位置信号のフーリエスペクトル。

- 電流値が増加するにつれて、ビーム負荷が増大し、シンクロトロン振動の周波数（ピーク）が小さくなっていく。
- さらに負荷が増大すると、周波数がゼロ（復元力がうしなわれ）となり、ビームが失われる。



← ビームが失われた際の、ビーム位置信号（電流値一定でRF電圧を徐々に下げていった時の測定結果）

PHYSICAL REVIEW ACCELERATORS AND BEAMS **26**, 044401 (2023)

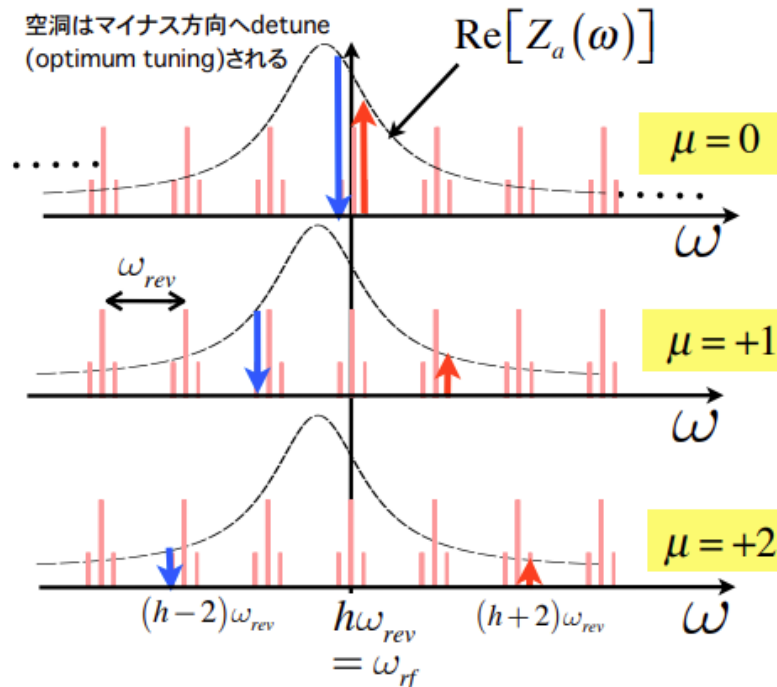
Editors' Suggestion

Systematic study on the static Robinson instability
in an electron storage ring

Takaaki Yamaguchi*

Department of Accelerator Science, The Graduate University for Advanced Studies (SOKENDAI),
1-1 Oho, Tsukuba, Ibaraki, 305-0801 Japan

- RF加速に使われるRF場が引き起こす不安定性には、DC Robinsonの他にAC Robinson不安定性が存在する。
- AC Robinson 不安定性はバンチ結合型ビーム不安定性の一種で、RF空洞の複素インピーダンスを介して引き起こされるビーム不安定性。
- この不安定性を理解するには複素インピーダンスとビームとの相互作用を理解する必要があるため、本日はskipsする。



← 空洞インピーダンス(Z)と結合モード (μ) の関係。

詳細は OHO2019, 小林氏のテキスト参照

- 加速空洞を適切な離調量で使えば $\mu = 0$ モードは問題にならない。
- KEKBのように周長が長いリングや高調波空洞がある場合は、 $|\mu| > 0$ についても慎重な検討が必要となる。
- 蓄積電流値が増加すると不安定性の成長率が増加する。

まとめ

- RF加速の理解・応用にはRF電圧の概念が便利。
 - 複素数での電圧の取り扱いとPhasor図
- RF空洞は共振により効率的なRF場を励振する装置
- 空洞に励振される電圧は、外部RF源で励振する成分とビームで励振する成分の複素和（ベクトル和）である。
- シンクロトロンでは、正弦波のRF電圧による復元力を用いることで加速粒子がシンクロトン振動し、「位相安定性の原理」により、安定なビーム周回が実現される。
- 長時間の安定なビーム周回には、空洞電圧を上げてビーム安定領域を確保することが重要。
- ビーム負荷に対して空洞電圧が低いと、Robinson不安定性（DC）が発生しビームの安定性が損なわれる。
- AC Robinson不安定性という、RF空洞の複素インピーダンスにより引き起こされるビーム不安定性が存在する。

$$\tilde{V}_c(\phi) = V_c e^{j(\phi+\phi_1)}$$